

平面的反復模様における幾何学的要因の良さと 複雑さに及ぼす効果

濱田 治良¹⁾

GOODNESS AND COMPLEXITY RATINGS OF REPETITIVE PATTERNS FORMED BY WALLPAPER GROUPS

Jiro HAMADA

*Department of Behavioral Science, The University of Tokushima,
Minami-Josanjima, Tokushima 770, Japan*

SUMMARY

One hundred and forty-four undergraduates rated goodness or complexity of repetitive patterns, which were formed by five generators, i. e., translation, glide-reflection, reflection, rotation through π , and rotation through $\pi/2$. The element-figure of each pattern consisted of eight dots and formed cyclic or dihedral groups. The repetitive patterns were classified into twelve types of wallpaper groups, $p4m$, pmm , cmm , pm , cm , pmg , $p4$, $p4g$, $p2$, $p1$, pg , pgg . The results were summarized as follows: (1) when the generator was changed from translation into glide-reflection in each pattern, the pattern goodness decreased, whereas the pattern complexity increased. (2) when the orientation of repetitive pattern was tilted by 45 deg, the pattern goodness and the pattern complexity were independently increased, depending upon the type of element-figure. (3) the pattern complexity that had collinear or circular element was rated as being the simplest. It was concluded that the pattern goodness and the pattern complexity were determined by local structure of the element-figure and global structure of the repetitive pattern as well by the orientation of pattern and by the feature of element.

Key words: pattern goodness, pattern complexity, repetitive pattern

1) 770 徳島市南常三島町 1-1 徳島大学総合科学部行動科学

幾何学的対称性とパターン認知 Garner (1970) は 3×3 行列中に 5 ドットを配した図形を用いた良さ評価の実験結果から、人間は提示された図形に対して回転と鏡映の変換を施して部分集合を推測し、その部分集合のサイズが小さい図形ほど良さを高いと判断すると仮定した。その後、今井・伊藤・伊藤 (1976a) は Garner が仮定した回転と鏡映の変換から生成される部分集合のサイズではなく、幾何学的変換に対応する認知的操作そのものが図形の認知判断を規定するとする説を提案した(今井, 1986; 天野・今井, 1992)。この説によるとパターンの良さは図形に対する変換の結合度によって決まり、回転と鏡映の変換を例にすれば、(1) いずれの変換に対しても不変性を示さない図形、(2) いずれか一方に対して不変性を示す図形、(3) いずれの変換に対しても不変性を保つ図形、の順で良さの程度が高まる。

一方、濱田 (1988) と Hamada & Ishihara (1988) は幾何学的対称性を今井・伊藤・伊藤が採用した変換の結合ではなく、対称変換群で表現して図形の分類を試みた。対称変換群は図形に施される回転と鏡映の変換に対して示される不変性によって定義される。即ち、回転変換および鏡映変換に対して不変性を示す図形はそれぞれ巡回群 C_n および二面体群 D_n を生成すると定義される。ここで、巡回群を生成する図形 (以下、 C_n 図形) は $2\pi/n$ の角度を単位とする回転変換だけが可能であり、 n 個の変換の個数を有する。一方、二面体群を生成する図形 (以下、 D_n 図形) は n 本の鏡映軸による鏡映変換と $2\pi/n$ の角度を単位とする n 回転の回転変換が可能であり、合計 $2n$ 個の変換の個数を有する。彼らはパターンの良さは不変性を示す変換の個数が多い図形ほど高く、複雑さはそれが多い図形ほど逆に低いことを実験的に示し、人間のパターン認知が群論によって客観的に定義される幾何学的対称性に強く規定されていることを明らかにした。

平面的反復模様の構造

客観的・幾何学的な対称変換群と主観的・心理学的な認知判断の間の緊密な対応関係を明らかにした上述の研究結果は、人間のパターン認知の機序を精神物理学の見地から検討するための手掛かりを与えることになるであろう。ところで、反復性をもたない平面模様

Complementary element-figure	D_4	$D_{2 \vee n}$	$D_{2 \cup}$	$D_{1 \vee n}$	$D_{1 \cup}$
	C_4	C_2		C_1	

図1 相補的要素図形 (complementary element-figure) として使用された D_n 図形 (上段) と C_n 図形 (下段)。各段の上部に集中図形 (concentrated figure)、下部に拡散図形 (diffused figure) が示されている。 $D_4, D_{2 \vee n}, D_{2 \cup}, C_4$ 図形に関しては、それぞれ、1 種類ずつの集中図形と拡散図形が使用された。その他の型に属する要素図形に関しては、点線で分離されているように、2 種類ずつの集中と拡散図形が用意された。

学的対称性は、上述の C_n および D_n 図形のように、回転と鏡映の変換に対して保たれる不変性で定義できる。これらの変換は図形の1点を固定して回転あるいは鏡映の操作を施したものであり、単独の図形の対称性を特徴づけるものであった。しかし、並進と並進鏡映の変換を導入することによって、一本の直線に沿って同じ図形が繰り返して等間隔に現れる、より一般的な、平面模様²⁾の幾何学的対称性を問題にすることができる。ここで、単独の図形を平面上で、直線的に移動させる操作が並進変換に相当し、裏返して直線的に移動させる操作が並進鏡映変換に相当する。平面的反復模様には17種の型しか存在しないことが知られ、それらはヘルマン・モーガンの記号を用いて2次元結晶の空間群として表現される(伏見, 1967; コクセター, 1982)。本研究では模様の部分的構造としての巡回群と二面体群、および全体的構造としての2次元的空間群が人間のパターン認知と如何に関連しているかを研究する。

部分的構造としての要素図形の8種の型 4×4 の仮想行列中に8ドットを配置した C_n あるいは D_n 図形 ($n=1, 2, 4$) を要素図形として採用する。ところで、図形の方向あるいは鏡映軸の方向が主観的・心理学的に大きな意味を持つことが知られているので(ロック, 1975)、鏡映軸の方向を考慮して D_2 と D_1 図形を、それぞれ、2種類に分割して要素図形の型を次の8種に区別する(図1を参照されたい)。(1) 4本の鏡映軸を有する D_4 図形。2本の鏡映軸を有する D_2 図形の中で枠組みに対して、(2) 垂直鏡映軸および水平鏡映軸を有する D_{2vh} 図形、(3) 2本の対角鏡映軸を有する D_{2d} 図形。1本の鏡映軸を有する D_1 図形の中で枠組みに対して、(4) 垂直鏡映軸あるいは水平鏡映軸を有する D_{1vh} 図形、(5) 1本の対角鏡映軸を有する D_{1d} 図形。(6) 90° の回転に対して不変性を示す C_4 図形。(7) 180° の回転に対して不変性を示す C_2 図形。(8) 360° の回転に対して不変性を示す C_1 図形。ところで、 4×4 行列中での8ドットの配置と言う制約の下では、 D_4 、 C_4 、 D_{2vh} 、 D_{2d} 図形は図1に示されているものに限られる。従って、それらの図形が全て使用された。一方、複数の図形が作成可能な C_2 、 D_{1vh} 、 D_{1d} 、 C_1 図形に関しては、図1の点線で分離されている複数個の要素図形が使用された。

全体的構造としての反復模様の12種の型 Ledermann & Vajda (1985) は反復模様の生成元として、並進、鏡映、並進鏡映、そして4種類の回転の変換を採用して17種の平面的反復模様の型を区別した。本研究で採用する枠組みと反復模様の性質上、ここでは図2に示されている5種類の生成元を設ける。即ち、「並進」と「並進鏡映」および「鏡映」の変換、回転変換としては「 90° 回転」「 180° 回転」の2種の変換を設ける。図2には2次元結晶の12種の型と記号、およびそれらに対応する13個の反復模様が例示されている。2次元結晶の12種の型は幾何学的に定義される反復模様の全体的構造を意味している。これらの反復模様は上述の要素図形を2枳の隙間を隔てて等間隔で 16×16 の仮想行列中に縦横方向に3個ずつ(合計で9個)規則的に配列して作成された。因みに、この制約の下では17種中の5種の型に属する反復模様は作成できない。これらの生成元と8種の要素図形を組合せることによって、以下のように反復模様の12種の型を区別することができる。

(1) 90° 回転の反復模様。 D_4 図形を枠組み内で縦横2方向に並進させると反復模様 $p4m$ が生成される。 C_4 図形を縦横2方向に並進または並進鏡映させると $p4$ 模様または $p4g$ 模様が、

2) 反復性を持たず巡回群あるいは二面体群を生成する単独の刺激図形を図形 (figure) と呼び、それが要素となり平面的に反復されているものを模様 (pattern) と呼ぶことにする。また、それらの客観的に定義される物理的的刺激に対する心理的反応ならびに情報処理過程に重点を置く場合にパターン認知の言葉をを用いる。

それぞれ、生成される。これらの模様は 90° の回転に対して不変性を示す。 $p4m$ 模様は 2 本の鏡映軸、 $p4g$ 模様は 2 本の並進鏡映軸を有することによって特徴づけられ、 $p4$ 模様はそれらを持たないことによって特徴づけられる。

(2) 180° 回転の反復模様。 D_{2vh} 図形および D_{2d} 図形を縦横 2 方向に並進させると、それぞれ、 pmm 模様および cm 模様が生成される。 C_2 図形を縦横 2 方向に並進させると $p2$ 模様が生成される。これらの模様は 180° の回転に対して不変性を示す。 pmm 模様は 2 本の鏡映軸、 cm 模様は 2 本の鏡映軸と 1 本の並進鏡映軸を有することによって特徴づけられ、 $p2$ 模様はそれらを持たないことによって特徴づけられる。

(3) 無回転 (360° 回転) の反復模様。 D_{1vh} 図形を縦横 2 方向に並進させると pm 模様、1 方向に並進させ他方向に並進鏡映させると pmg 模様が生成される。一方、 D_{1d} 図形を縦横 2 方向に並進させると cm 模様となる。しかし、その D_{1d} 図形を縦横 2 方向に互いちがい並べ換えると pmg 模様が生成される。 C_1 図形を 2 方向に並進させると $p1$ 模様が、1 方向に並進を他方向に並進鏡映を施すと pg 模様が、そして 2 方向に並進鏡映を施すと pgg 模様が生成される。

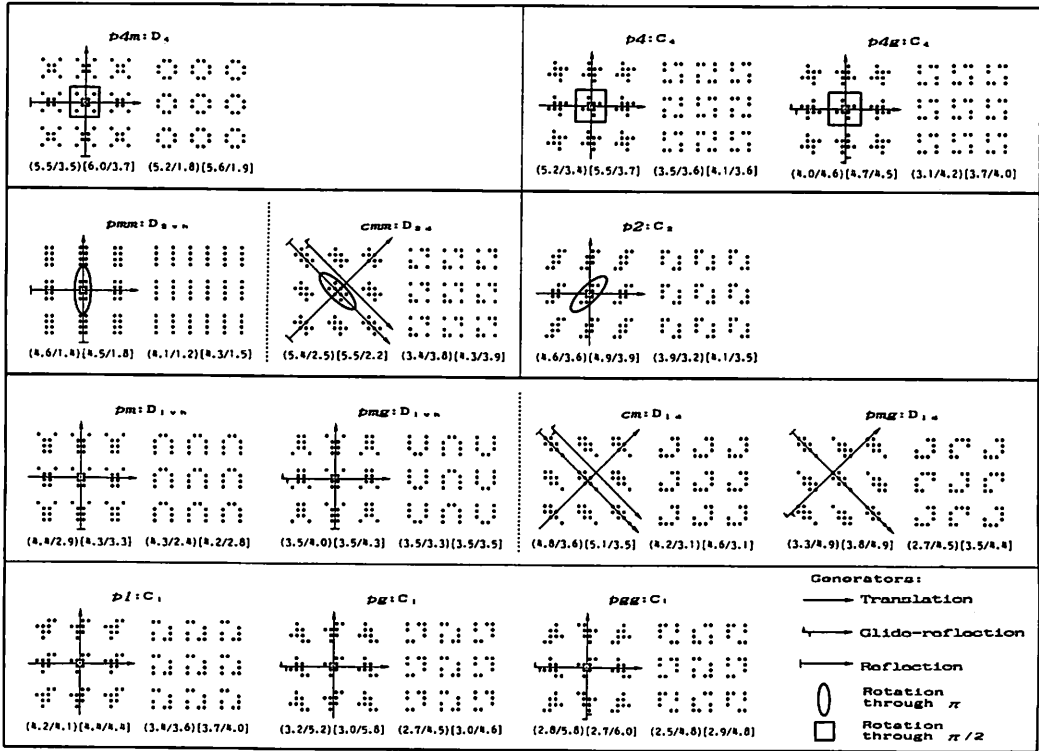


図 2 2次元結晶の12種の型と13個の反復模様、および良さ(斜線の左側の値)と複雑さ(斜線の右側の値)の平均評定値(それぞれ、72名の被験者)。コロンの左側に反復模様の型が、その右側に要素図形の型が記されている。平均評定値が集中模様(左の模様)と拡散模様(右の模様)別に記され、括弧内の値は正立模様(orthogonal pattern)と傾斜模様(oblique pattern)の平均評定値を示している。集中模様上に生成元(generator)が重ね書きされている。反復模様は5種類の変換、即ち並進(translation)、並進鏡映(glide-reflection)、鏡映(reflection)、 180° 回転(rotation through π)、 90° 回転(rotation through $\pi/2$)で特徴づけられる。

pm 模様は1本の鏡映軸, pmg 模様は1本の鏡映軸とそれに直交する並進鏡映軸, cm 模様は1本の鏡映軸とそれに平行する並進鏡映軸を有することによって特徴づけられる。 pl 模様, pg 模様, そして pgg 模様は, それぞれ, 並進鏡映軸を0本, 1本, 2本持つことによって特徴づけられる。

その他の幾何学的要因

本研究では部分的構造としての要素図形の8種の型と全体的構造としての反復模様の12種の型がパターン認知とどのように係わっているかを検討するのに加え, 以下に述べる幾何学的要因のパターン認知への関与を検討する。

相補的な集中図形と拡散図形 図1に示されているように, 4ドットが4×4行列中央部に配置されその周囲に他の4ドットが配置された図形を集中図形(図中の各段上部の図形)と呼び, 集中図形において空になっている柵目に8ドットを配置しその他の柵目を空にした図形を拡散図形(図中の各段下部の図形)と呼ぶ。これらの図形は相補的關係にある(今井・伊藤・伊藤, 1976a; Hamada & Ishihara, 1988)。集中図形と拡散図形から生成される反復模様を, それぞれ, 集中模様と拡散模様と呼ぶことにする。

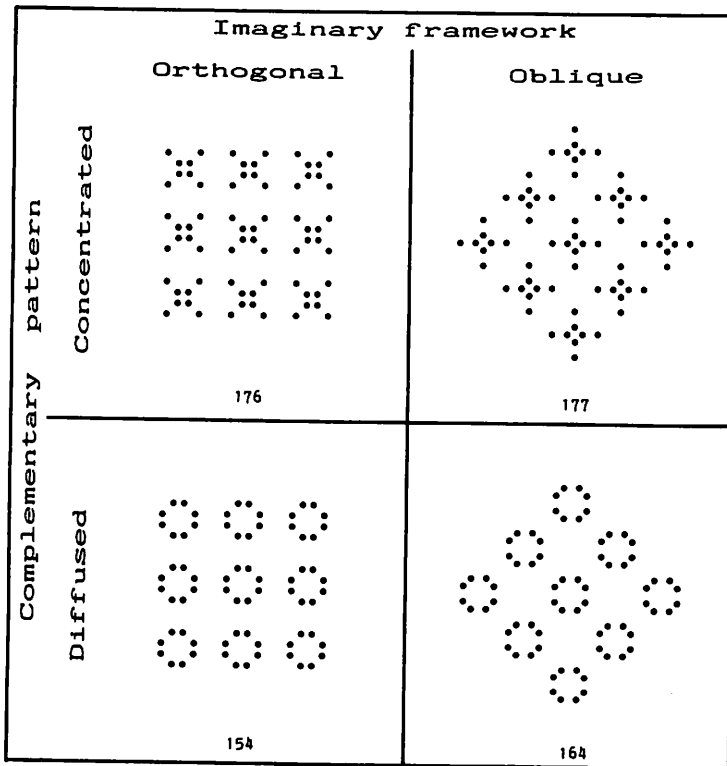


図3 相補的反復模様と仮想的枠組みの關係。全ての反復模様に対して, 相補的關係にある要素図形から集中模様(concentrated pattern)と拡散模様(diffused pattern)が作成された。同様に, 仮想的枠組み(imaginary framework)の中に充填される模様として正立模様(orthogonal pattern)と傾斜模様(oblique pattern)が用意された。なお, 各反復模様の最下部中央にパターン番号が記されている。

枠組みの向き 図形の方向が主観的・心理学的に大きな意味を持つことが知られているので、図3に示されているように、垂直水平の16×16仮想行列の枠組み、それを反時計回りに45°回転させた枠組みを設定し、その中に反復模様を充填した。前者を正立模様、後者を傾斜模様と呼ぶことにする。なお、図2には正立模様だけが例示されているが、その図を反時計回りに45°傾斜させたものが傾斜模様である。

反復模様の観察方向 各反復図形の観察方向として4方向（東西南北の方向）が設定された。なお、図2並びに図3を90°ずつ回転させると4種類の観察方向に対応する。

方 法

実験手続 合計で336種類の反復模様がカード上（縦65mm横60mm）に1枚ずつ印刷された。その内訳は、 D_4 、 C_4 、 D_{2vh} 、 D_{2d} 図形を要素とする反復模様が80種類（即ち5（反復模様の種類）×2（集中・拡散模様）×2（正立・傾斜模様）×4（観察方向））であり、その他の要素図形から生成される反復模様が256種類（即ち8（反復模様の種類）×2（集中・拡散模様）×2（正立・傾斜模様）×4（観察方向）×2（要素図形の種類））である。上述の要因を考慮して52枚ずつのカードからなる8組のセットが用意された。例えば、図2に例示された正立模様のカード・セットは、集中模様が13枚、拡散模様が13、それらに対応する傾斜模様が26枚、合計で52枚で構成された。このように、各カード・セットでは、各集中模様に対応した拡散模様、そして各正立模様に対応した傾斜模様を必ず設け、被験者内要因とした。 D_4 、 C_4 、 D_{2vh} 、 D_{2d} 図形から構成された集中模様（図2の $p4m$ 、 $p4$ 、 $p4g$ 、 pmm 、 cmm ）とそれに対応する拡散模様は全ての被験者によって評定された。その他の要素図形から生成される集中模様（図2の $p2$ 、 pm 、2種類の pmg 、 cm 、 pmg 、 $p1$ 、 pg 、 pgg ）とそれに対応する拡散模様に関しては、2種類ずつの要素図形（図1を参照されたい）から生成される反復模様が用意され、それぞれ、異なる半数ずつの被験者によって評定された。また、反復模様の4種類の観察方向は被験者間要因として設定された。

144名の被験者（徳島大学・総合科学部の学生）中のランダムに選ばれた半数（72名）は良さの評定、他の半数は複雑さの評定実験に参加した。良さあるいは複雑さを判断する72名の被験者は異なる種類の反復模様を使用する2グループ（36名ずつ）に分かれ、更に観察方向の異なる4グループ（9名ずつ）、合計で8グループに分かれた。各グループには所定のカード・セットが配付された。

基本的な実験手続は濱田（1988）に準じた。被験者の課題は刺激模様の良さあるいは複雑さについての判断を下し、1点から7点までの7段階評定（7点を最も良い、あるいは最も複雑とする）を行うことであった。被験者は良さあるいは複雑さの判断基準については教示されず各自の基準を自由に設定すること、またその基準は評定の過程で変更してもよいことが教示された。各被験者は練習試行として52枚の評定を一通り行った後、本実験として2回の評定を行った。被験者は各回の評定に入る前にカード・セットを良く切ってカードの評定順をランダムにした。被験者は各カードの下部中央に記されたカード番号（図3を参照されたい）と評定値を各自のペースで、反応用紙に順次記入した。

結 果

被験者内の評定値の信頼性 1回目と2回目の評定値の信頼性、8グループ間の評定値、そ

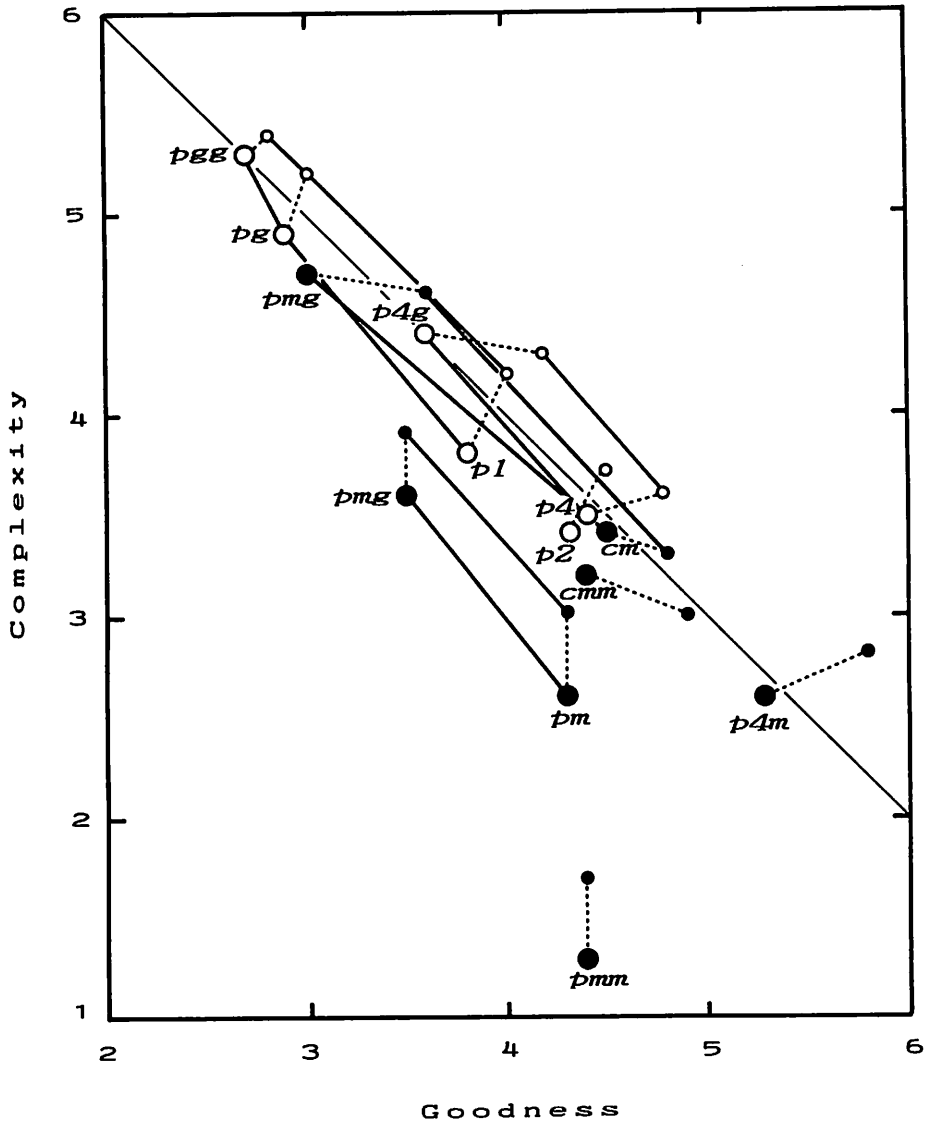


図4 反復模様に対する良さ (goodness)と複雑さ (complexity)。72名ずつの被験者の7段階評定の平均評定値 (集中模様と拡散模様に対する評定値の平均)が横軸と縦軸上に示されている。D_n図形とC_n図形を要素とする反復模様の平均評定値が、それぞれ、黒丸印と白丸印で示されている。実線は並進から並進鏡映への置き換えを示し、点線は正立模様 (大きな丸印)と傾斜模様 (小さな丸印)を繋いでいる。細線は図中での45°対角線である。

して52枚のカードに対する評定値を検討するために、良さと複雑さ別に、9人の被験者について2 (繰り返し) × 8 (グループ) × 52 (反復模様) の3要因分散分析を行った。その結果、良さと複雑さの結果は類似していた。即ち、繰り返しの主効果は有意でなく [F (1, 6656) = 0.068 (良さ), 0.021 (複雑さ); p > .05], グループと反復模様的主効果は有意であった [順に, F (7, 6656) = 8.496 (良さ), 15.41 (複雑さ), F (51, 6656) = 48.91 (良さ), 121.5 (複雑さ); p <

.01]。繰り返しに関する交互作用、即ち(繰り返し)×(グループ)、(反復模様)×(繰り返し)および(繰り返し)×(グループ)×(反復模様)はいずれも有意でなかった[順に、 $F(7, 6656)=0.676$ (良さ), 1.201 (複雑さ), $F(51, 6656)=0.379$ (良さ), 0.322 (複雑さ), $F(357, 6656)=0.332$ (良さ), 0.338 (複雑さ); $p>.05$]。一方、(グループ)×(反復模様)の交互作用は有意であった [$F(357, 6656)=2.261$ (良さ), 2.040 (複雑さ); $p<.01$]。以上のように、繰り返しが係わる主効果と交互作用が共に統計的に有意でなかったため、以下においては1回目と2回目の評定値を平均した値をもとにして分析する。一方、グループの主効果は有意であったが、その要因には被験者・反復模様・観察方向の要因が混合しているため、以下においては8グループを込みにした72人の被験者の評定値にもとづいて分析する。

相補的要素図形間の差異 図2には各反復模様に対する平均評定値が、集中模様と拡散模様別に示され、括弧内には正立模様に対する良さと複雑さの値が、鉤括弧内には傾斜模様に対する良さと複雑さの値が記されている。各被験者は13種類の反復模様について集中模様と拡散模様、そして正立模様と傾斜模様の評定を行っているため、 $2(\text{集中} \cdot \text{拡散模様}) \times 2(\text{正立} \cdot \text{傾斜模様}) \times 13(\text{反復模様})$ の3要因の分散分析を72人の被験者の評定値にもとづいて行った。その結果、良さと複雑さに共通して3種の主効果は全て有意であった[順に、 $F(1, 3692)=167.2$ (良さ), 149.8 (複雑さ), $F(1, 3692)=39.14$ (良さ), 16.13 (複雑さ), $F(12, 3692)=92.84$ (良さ), 260.3 (複雑さ); $p<.01$]。反復模様が係わっている(正立・傾斜模様)×(反復模様)と(反復模様)×(集中・拡散模様)の交互作用はいずれも有意であった [$F(12, 3692)=2.191$ (良さ), 2.395 (複雑さ), $F(12, 3692)=10.34$ (良さ), 31.32 (複雑さ); $p<.01$]。一方、(集中・拡散模様)×(正立・傾斜模様)と(集中・拡散模様)×(正立・傾斜模様)×(反復模様)の交互作用は有意でなかった [$F(1, 3692)=3.450$ (良さ), 0.612 (複雑さ), $F(12, 3692)=0.655$ (良さ), 0.557 (複雑さ); $p>.05$]。この結果から概ね次のように言える。即ち、良さは拡散模様(平均値は3.8)に比べて集中模様(平均値は4.4)の方が高く、複雑さも同様に拡散模様(平均値は3.4)に比べて集中模様(平均値は3.8)の方が高い。

並進鏡映変換と枠組み傾斜の効果 上の分散分析の結果、相補的関係にある集中模様と拡散模様の要因は有意であったが、それらの模様は同じ反復模様の型を有し各被験者毎に必ず評定されたため、2つの相補的反復模様の平均評定値を反復模様の型を代表する値として算出し、良さを横軸に複雑さを縦軸にして図4に示す。図4を概観すると次のような特徴が見られる。即ち、図中の実線で示されているように並進変換を並進鏡映変換へと置き換える回数が増加するに連れて(即ち pm を pmg に、 cm を pmg に、 $p4$ を $p4g$ に、 $p1$ を pg を経て pgg に変更すると)、次の分散分析で示されるように、全ての場合において例外なく良さは低下し、複雑さは上昇した。しかも、この良さの低下と複雑さの上昇の程度はほぼ等しく、図中の細線に沿って平行に変化した。

図中の点線で示されているように正立模様(大きな丸印)を45°傾斜させて傾斜模様(小さな丸印)にすると、良さ並びに複雑さが低下することはなく、片方が高まり、他方は不変である傾向が見られる。このような、枠組み傾斜の良さと複雑さへの特異的で選択的な効果を

3) ここでは2要因(即ち、集中・拡散模様、正立・傾斜模様)の分散分析を行い、同一の型に属する異なる要素図形から生成された反復模様の差異、並びに枠組み傾斜の効果の有無を検討する。また、並進変換から並進鏡映変換への置き換えによって1つの要素図形から複数の反復模様が生成される場合は、反復模様の要因を加えた3要因の分散分析を行い並進鏡映変換への置き換えの効果の有無を検討する。

検討するために、枠組み傾斜の効果を3種類に分類し、良さと複雑さ別に、72人の被験者の評定値にもとづいた分散分析⁹⁾を行った。

(1) 良さも複雑さも不変である場合 ($p2$)。良さと複雑さ別に、 $p2$ 模様に対する枠組み傾斜の効果 (図4を参照されたい) を検討するために、2 (集中・拡散模様) × 2 (正立・傾斜模様) の分散分析を行うと、正立・傾斜模様の主効果は良さと複雑さにおいて共に有意でなく [F (1,284)=2.23 (良さ), 3.21 (複雑さ); $p > .05$], 集中・拡散模様の主効果は有意であった [F (1,284)=21.31 (良さ), 8.82 (複雑さ); $p < .01$]。そして、交互作用はいずれも有意でなかった [F (1, 284)=0.05 (良さ), 0.01 (複雑さ); $p > .05$]。正立・傾斜模様の主効果が有意でないので、 $p2$ の正立模様を45°傾斜させても良さと複雑さの差異は、それぞれ、認められないと結論される。

(2) 良さが上昇し複雑さは不変である場合 (cm , D_{1d} を要素とする pmg , $p4$, $p4g$, $p4m$, cmm)。 cm 模様と D_{1d} を要素とする pmg 模様に対する枠組み傾斜の効果を検討するために、2 (集中・拡散模様) × 2 (正立・傾斜模様) × 2 (反復模様 $cm \cdot pmg$) の分散分析を行った。その結果、良さについては3種の主効果は全て有意であり [F (1, 568)=20.98, 19.28, 151.8; $p < .01$], 1次と2次の交互作用はいずれも有意でなかった [順に, F (1, 568)=0.528, 1.760, 0.399, 0.255; $p > .05$]。一方、複雑さについては集中・拡散模様および反復模様の主効果は有意であり [F (1, 568)=20.26, 217.6; $p < .01$], 正立・傾斜模様の主効果は有意でなかった [F (1, 568)=0.967; $p > .05$]。また、1次と2次の交互作用はいずれも有意でなかった [順に, F (1, 568)=0.000, 0.070, 0.023, 0.321; $p > .05$]。また、 $p4$ 模様と $p4g$ 模様に対する枠組み傾斜の効果を検討するために、同様の3要因の分散分析を行うと、良さに関しては3種の主効果はいずれも有意であり ($p < .01$)、複雑さに関しては反復模様 ($p4$ と $p4g$) の主効果のみが有意であり ($p < .01$)、他の主効果は有意ではなかった ($p > .05$)。同様に、(集中・拡散模様) × (正立・傾斜模様) の2要因の分散分析によると、 $p4m$ と cmm 模様に共通して、良さの枠組みの主効果は有意であり ($p < .01$)、複雑さの枠組みの主効果は有意でなかった ($p > .05$)。要約すると、以上の反復模様に関して傾斜模様は正立模様に比べて良さは高く、複雑さには差異は認められないと結論される。

(3) 複雑さが上昇し良さは不変である場合 (pm , D_{1vn} を要素とする pmg , $p1$, pg , pgg , pmm)。 pm 模様と D_{1vn} を要素とする pmg 模様に対する枠組み傾斜の効果を検討するために、上と同様の2 (集中・拡散模様) × 2 (正立・傾斜模様) × 2 (反復模様 $pm \cdot pmg$) の分散分析を行った。その結果、良さについては集中・拡散模様と正立・傾斜模様の主効果は有意でなく [F (1, 568)=0.305, 0.128; $p > .05$], 反復模様の主効果は有意であった [F (1, 568)=59.72; $p < .01$]。1次と2次の交互作用はいずれも有意でなかった [順に, F (1, 568)=0.001, 0.270, 0.206, 0.000; $p > .05$]。一方、複雑さについては3種の主効果はいずれも有意であり [F (1, 568)=42.40, 11.93, 92.96; $p < .01$], 1次と2次の交互作用はいずれも有意でなかった [順に, F (1, 568)=0.063, 0.518, 1.772, 0.032; $p > .05$]。また、 $p1$ 模様と pg 模様および pgg 模様に対する枠組み傾斜の効果を検討するために同様の3要因の分散分析を行うと、良さに関しては正立・傾斜模様の主効果は有意でなく ($p > .05$)、集中・拡散模様および反復模様の主効果はいずれも有意であり ($p < .01$)、複雑さに関しては3種全ての主効果が有意であった ($p < .01$)。同様に、 pmm 模様に関する (集中・拡散模様) × (正立・傾斜模様) の2要因の分散分析によると、良さの集中・拡散模様と正立・傾斜模様の主効果は共に有意でなく ($p > .05$)、

複雑さの集中・拡散模様と正立・傾斜模様の主効果は共に有意であった ($p < .01$)。要約すると、以上の反復模様に関して傾斜模様は正立模様に比べて複雑さは高く、良さには差異は認められないと結論される。

考 察

今井・伊藤・伊藤 (1976b) は白・黒 2 値の楕円を 1 次元的に配置した図形を用いて、パターンの良さと複雑さは共にパターン内変換構造への系統的な依存性を示し、お互いに高い負の相関をもつこと、即ち良い図形ほど複雑さは低くなることを示した。更に、彼らは複雑さはラン数による明確な影響を受けるが、良さはラン数による一貫した影響を受けないことを見出した。このような結果にもとづいて、彼らは良さの判断はパターン内変換構造としての総体的構造を主決定因とするが、複雑さ判断はこの総体的構造の他にラン数構造としての分節的構造にも等しく依存するとした。彼らは部分的な分節的構造は良さと複雑さに対して異なる影響を与えるが、図形の全体的な幾何学的対称性は良さと複雑さに対して等しく寄与することを見出したのである。パターンの良さとパターンの複雑さの間に存在する分節的構造に対する差異は、良さと複雑さの判断を区別する上での重要な指摘であった。以下において、良さと複雑さが幾何学的要因に依存しながら如何なる差異を示すかを検討する。

要素図形の型の効果 反復模様の 12 種の型は要素としての D_n と C_n の図形に対して並進あるいは並進鏡映の変換をどの様に施すかによって決まるので、反復模様の型は要素図形の型と密接に関連している。そこで、要素図形の型 (D_n と C_n) に注目して、良さと複雑さの関係を検討する。ところで、濱田 (1988) は 7×7 行列中に 13 個の黒・白円を配置した D_n 図形 ($n=1, 4$) と C_n 図形 ($n=1, 2$) を用いて、最も良さが高く複雑さが低い図形は D_4 図形、最も複雑さが高く良さが低い図形は C_1 図形、そして D_2 と C_2 図形はその中間であること、即ち良さと複雑さの間には負の相関があることを報告している。本研究に関しても、これらの要素図形を両方向に並進させることによって作成された 5 種類の反復模様 ($p4m$, pm , cm , $p2$, $p1$) に限定すれば、最も良さが高く複雑さが低いのは D_4 図形を要素とする $p4m$ 模様であり、最も複雑さが高く良さが低いのは C_1 図形を要素とする $p1$ 模様である (図 4 を参照されたい)。そして、 D_2 と C_2 図形を要素とする pm と cm と $p2$ 模様の良さと複雑さはそれらの中間である (ただし、 pm の複雑さは $p4m$ と同程度に低い)。即ち、反復模様に対する良さと複雑さは要素図形の型に依存しながら、要素図形の場合と類似の負の相関の傾向を示している。

今井 (1986) のパターン認知の変換構造説によると、良さは図形に対する変換の結合度で決まり、変換の可能性の高い図形程良さが高いと予測される。従って、 D_4 図形は C_4 図形よりも良い図形であり、 D_3 図形は C_3 図形よりも良い図形であると予測される。しかし、Hamada & Ishihara (1988) は D_4 図形と C_4 図形の間、および D_3 図形と C_3 図形の間には良さに有意な差が認められないことを見出した。正立模様と傾斜模様を込みにして集中模様 (図 2 を参照されたい) に限って比較すると、 D_4 図形を要素とする $p4m$ 模様と C_4 図形を要素とする $p4$ 模様に対する良さの平均値は、それぞれ、5.7 と 5.3 であり、殆ど等しい。これは D_4 図形と C_4 図形の良さに差異が認められなかったことと類似し、Hamada & Ishihara の結果を再現していると言えよう。しかし、その拡散模様 (同様に、 $p4m$ と $p4$ 模様) に関しては、それらの値 (5.4 と 3.8) は大きく異なり、単独の要素図形とそれを規則的に並べた反復模様の差異が現れている。

特徴的な図形成分の複雑さへの選択的效果 pmm 模様の複雑さは著しく低く最低であり、良さは中程度であった(図4を参照されたい)。この模様は D_{2v} 図形を要素とし、その図形は直線成分で構成されている。Hamada & Ishihara は亀甲的な仮想的枠組の中に9個の黒円を配置した D_n と C_n 図形 ($n=1, 2, 3$) を用いて、黒円が構成する直線成分が複雑さを強く低下させ、良さには殆ど影響を与えないことを示した。このように、直線は選択的な複雑さ低下の効果をもたらす。更に、図2から読み取れるように、 $p4m$ の拡散模様は複雑さが著しく低い(正立模様の1.8と傾斜模様の1.9)。この模様の要素は円形である。相補的關係にあり反復模様の同じ型に属する集中模様の複雑さ(同様に、3.5と3.7)が顕著に低い訳ではないので、直線成分と同様に、円形成分は良さに大きく影響せず複雑さだけを選択的に著しく低下させると言える。Hubel & Wiesel (1979) は網膜神経節細胞と外側膝状体の細胞が特定の大きさの円形刺激に最もよく反応する受容野を構成しているのに対して、大脳皮質の視覚野の細胞の殆どが特定の方向の線形刺激に最もよく反応する受容野を構成していることを示した。そして、これらの機能が視覚における形の分析の初期の段階で生じていることを指摘している。直線と円形の特徴的成分の複雑さに対する特異的・選択的な効果は、パターンの複雑さと良さの処理段階の違いを示しているのかも知れない。即ち、複雑さに係わる情報処理は認知系の比較的下位の階層で実行されるので、直線や円形の特徴的成分が大きく関与する。一方、良さは複雑さよりも上部の階層で決まるため、特徴的成分の良さへの影響は弱いことを示しているのかも知れない。

並進鏡映の効果 図4に示されているように、並進変換を並進鏡映変換へと置き換えて、 pm を pmg に、 cm を pmg に、 $p4$ を $p4g$ に、 $p1$ を pg から pgg に変更すると例外なく一貫して、しかも図中で45°の傾きを持つ細線にほぼ平行して、良さは低下し、複雑さは上昇した。これは、並進を並進鏡映に置き換える幾何学的操作が良さを低下させ、複雑さを同程度に上昇させることを示している。言い換えれば、並進鏡映変換は良さと複雑さに対して強い負の相関関係をもたらすし、しかもそれらに対して同等の寄与をしていることを示している。

枠組み傾斜の選択的效果 並進鏡映の変換が良さと複雑さに等しく影響したのとは異なり、正立模様を傾斜模様にすると良さと複雑さの変化が統計的に認められない場合、良さだけが高まり複雑さは変わらない場合、逆に複雑さだけが高まり良さは変わらない場合があった。例えば、正立模様の中で垂直・水平の鏡映軸を有する反復模様 (pmm, pm, pmg) を45°傾斜させて斜めの鏡映軸を有する傾斜模様にすると、複雑さだけが上昇し、正立模様の中で対角鏡映軸を有する反復模様 (cmm, cm, pmg) を45°傾斜させて垂直・水平の鏡映軸を有する傾斜模様にすると、逆に良さだけが上昇した。ここで、特に注目すべき点はこの枠組み傾斜の良さと複雑さへの効果が一方の評定値を上昇させ他方の評定値には大きな影響を与えないことである。従って、この効果は良さと複雑さに対して特異的あるいは選択的に働くと言える。そして、この枠組み傾斜の効果は全体的構造としての反復模様の型でなく、鏡映軸の方向に特徴づけられる部分的構造としての要素図形の型に起因していると考えられる。なぜならば、 D_{1v} 図形から生成される pmg 模様と D_{1d} 図形から生成される pmg 模様を比較すると、反復模様の型に関係なく、前者は pm 模様と同様の変化(複雑さは上昇し良さは不変)を示し、後者は cm 模様と同様の変化(良さは上昇し複雑さは不変)を示し、その選択的效果は要素図形の型に規定されているからである。図形の方向と形の認知の間に生ずる相互作用は広く知られた事実であり(例えば、ロック, 1975)、模様の方向とパターン認知の關係は

今後更に検討すべき課題である。このように、枠組みを 45°傾斜させることの良さと複雑さへの影響は同等ではなく、それらは負の相関を示すとは言えない。Hamada & Ishihara は亀甲的な仮想的枠組の中に 9 個の黒円を配置した D_n と C_n 図形 ($n=1, 2, 3$) を用いて、 D_n と C_n 図形における変換の個数の複雑さに及ぼす効果は等価であるが、良さ判断に及ぼす効果は異なることを指摘した。この指摘は図形の全体的な幾何学的対称性が良さと複雑さに対して異なる影響を与えることを意味している。以上の考察から、良さと複雑さの差異は、単に部分的構造の違いに現れるばかりか、全体的構造に深く関わっていると言える。

要約と結論

これまでに明らかにされた単独図形の幾何学的対称性とパターン認知の間の精神物理学的関係を拡張しより一般的な関係を明らかにするために、一本の直線に沿って同じ要素図形が繰り返して等間隔に現れる平面的反復模様を考案し、良さと複雑さの評定実験を行った。ここで、二面体群と巡回群を生成し、 4×4 仮想行列中に充填された 8 ドットの図形を要素とした。要素図形の型は D_4 , D_{2vn} , D_{2d} , D_{1vn} , D_{1d} , C_4 , C_2 , C_1 の 8 種類であった。要素図形を 2 升の隙間を隔てて 16×16 の仮想行列中で縦横に 3 個ずつ 9 個並べ、2 次元結晶の 12 種の型に属する反復模様 ($p4m$, pmm , cm , pm , pmg , cm , $p4$, $p4g$, $p2$, $p1$, pg , pgg) が作成された。この際、要素図形を規則的に並べるために、要素図形に対して並進あるいは並進鏡映の変換を平面上で直交する方向に施した。相補的關係にある集中図形と拡散図形を要素とする反復模様を、それぞれ、集中模様および拡散模様と名付けた。更に、枠の傾きを変えた 2 種類の枠組みを設定した。即ち、 16×16 行列の枠組み中に充填された模様を正立模様とし、その模様を 45°傾斜させた模様を傾斜模様と名付けた。主たる結果は次の 3 点であった。

(1) 平面上で直交する 2 方向に並進が施された模様は最も単純で良い模様であり、1 方向の並進を並進鏡映へ置き換えると良さは低下し複雑さは上昇した。残りの 1 方向の並進を並進鏡映へ置き換えると良さは更に低下し複雑さは更に上昇した。このように、並進を並進鏡映へと置き換える回数に比例して良さは低下し複雑さは上昇した。この置き換えの操作は良さと複雑さに対して同等の寄与をしたので、並進鏡映の幾何学的操作に対応する認知的操作は良さと複雑さの情報処理が共通に関与する階層で実行されていると言える。

(2) 模様全体を 45°傾斜させると要素図形の型に依存して、良さと複雑さに対する選択的効果が現れた。例えば、垂直あるいは水平鏡映軸を有する D_{1vn} 図形から生成される pmg 模様と対角鏡映軸を有する D_{1d} 図形から生成される pmg 模様を比較すると、前者は pm 模様と同様の変化 (複雑さは上昇し良さは不変) を示し、後者は cm 模様と同様の変化 (良さは上昇し複雑さは不変) を示した。これは、枠組み傾斜の効果が全体的構造としての反復模様の型ではなく、部分的構造としての要素図形の型、取り分け鏡映軸の方向に起因していることを示唆している。この結果から、反復模様を傾斜させることは、鏡映軸の方向によって特徴づけられる要素図形の型に依存しながら、良さと複雑さに対して異なる影響を特異的に与え、選択的な効果をもたらすと言える。

(3) 要素としての直線成分と円形成分は良さには大きな影響を与えないが、複雑さを顕著に低下させた。これらの特徴的成分の複雑さへの選択的効果は、良さと複雑さの情報処理が、単に共通する同一の階層で処理されるのではなく、異なる階層間での異なる情報処理を介して実行されていることを示唆している。

以上のことから、主観的・心理的判断としてのパターンの良さと複雑さは客観的に定義される幾何学的構造、即ち要素図形を特徴づける部分的構造としての幾何学的対称性と反復模様を特徴づける全体的構造としての幾何学的対称性、および反復模様の方向や模様を構成する直線や円の特徴的成分に規定されながら、パターン認知に共通する認知的操作と各認知判断に固有な認知的操作を受けて複合的・階層的に決まると結論される。

謝 辞

徳島大学総合科学部数理科学・石原 徹教授から貴重な討論を頂きました。ここに記して深謝の意を表します。

引 用 文 献

- 天野 要・今井四郎 1992 パターンの変換構造と良さの認知に関する群論的研究 心理学研究 63, 181-187.
コクセター・H.S.M.・銀林浩(訳) 1965 幾何学入門 明治図書
伏見康治 1967 紋様の科学 VI 平面模様の作り方 数学セミナー 11, 20-26.
Garner, W.R. 1970 Good patterns have few alternatives. *American Scientist*, 58, 34-42.
濱田治良 1988 パターンの複雑さと良さにおける対称変換群の効果 心理学研究 59, 137-143.
Hamada, J. & Ishihara, T. 1988 Complexity and goodness of dot patterns varying in symmetry. *Psychological Research*, 50, 155-161.
ヒューベル, D.H. & ウィーゼル, T.N. 1979 視覚の脳内機構 別冊サイエンス 脳を探る 日経サイエンス
今井四郎 1986 パターン認知の変換構造説 心理学モノグラフ No. 17 東京大学出版会
今井四郎・伊藤智啓・伊藤 進 1976a 良さの判断におよぼすパターン内変換構造の効果 心理学研究 47, 202-210.
今井四郎・伊藤 進・伊藤智啓 1976b パターンの良さと複雑さの判断におよぼすパターン内変換構造とラン数の効果 心理学評論 19, 77-94.
Ledermann, W. & Vajda, S. 1985 *Handbook Applicable Mathematics (Vol. V)*, Combinatorics and Geometry. Chichester: John Wiley & Sons.
ロック, I. 1975 図形の方向と形の認知 別冊サイエンス 特集 視覚の心理学イメージの世界 日本経済新聞社

