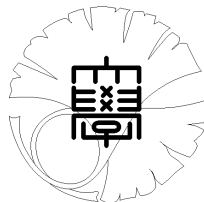


数理科学実践研究レター 2018-8 July 26, 2018

協同組合の数理解析

by

蕭冬遠、張龍傑、中安淳、若林泰央



**UNIVERSITY OF TOKYO**  
GRADUATE SCHOOL OF MATHEMATICAL SCIENCES  
KOMABA, TOKYO, JAPAN

## 協同組合の数理解析

蕭冬遠<sup>1</sup> (東京大学数理科学研究科) 張龍傑<sup>2</sup> (東京大学数理科学研究科)

中安淳<sup>3</sup> (東京大学数理科学研究科) 若林泰央<sup>4</sup> (東京大学数理科学研究科)

Dongyuan Xiao (Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo)

Longjie Zhang (Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo)

Atsushi Nakayasu (Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo)

Yasuhiro Wakabayashi (Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo)

### 概要

20年ほど前から、米国において経済学の転換を背景にゲーム理論、情報の経済学、組織の経済学、所有権理論などを適用した新しい協同組合理論が現れている。本研究は、日本の農協を研究対象としてゲーム理論による解析を行う。今後、協同組合の存在意義や協同組合の理論再構築、協同組合の経営問題に関する数理解析の進展が期待される。

## 1 はじめに

本研究では、農協 (JA) の正組合員と准組合員の割合の変化について、ゲーム理論を使って数学の立場から解明する。ゲーム理論による協同組合の解明の先駆的研究として [11] があるが、近年の新しい経済学の協同組合への応用については、[6] に詳しく整理されている。その内容についてここで紹介しよう。

### 1. 米国における協同組合理論の新展開

#### (1) 米国の協同組合理論の特徴

米国は市場経済の国であり、農業経営の規模も大きく、一見農協とは無縁の世界のように思える。しかし、実際には数多くの農協が存在しており、農協は農産物流通において大きな役割を果たしている。特に、穀物の集荷や酪農において農協は大きなシェアを有しており、レモンやオレンジで有名なサンキストもカルフォルニア州の果実生産者協同組合である。米国における農協の普及過程では農民運動 (グレンジ、ファーマーズユニオン、ファームビューロー) が大きな役割を果たし、特に、1920年代の農業不況の際に農務省の支援もあって農協は広く普及していった。

こうして設立された協同組合について、1920年代から活躍したノースやサピロの思想が大きな影響を与えたが、協同組合について初めて本格的な経済学的解明を試みたのは、エメリアノフ [2] (1942) の『協同組合の経済理論 (Economic Theory of cooperation)』(1942) であった。エメリアノフは協同組合を「諸経済単位の集合体」としてとらえ協同組合の機能について解明したが、これが米国の協同組合理論の出発点となった。その後、ロボトカ [13] (1947) やフィリップス [12] (1953) が「企業の理論」を協同組合に適用してエメリアノフの理論を発展させ、さらにヘルムバーガーとフーズ (1962) が「組織の理論」によって協同組合を解明した。

#### (2) 経済学の転換と新しい協同組合理論の出現

このように、米国の協同組合理論は欧州や日本とは異なる独自の展開を示したが、その米国において、20年ほど前から協同組合理論において新たな展開がみられるようになっていく。その背景には経済学における大きな転換がある。第二次大戦後、経済学をリードする中心国はイギリスから米国に移ったが、J. ロビンソンは、1972年に米国経済学会で行われた講演「経済学の第二の危機」で、米国のサミュエルソンに代表される新古典派経済学は現実を説明できず深刻な危機に陥っていると指摘した。しかし、米国では既に70年代から、ミクロ経済学の分野において一般均衡理論の前提 (情

<sup>1</sup>xdyong@ms.u-tokyo.ac.jp

<sup>2</sup>zhanglj@ms.u-tokyo.ac.jp

<sup>3</sup>ankys@ms.u-tokyo.ac.jp

<sup>4</sup>wkbysh@ms.u-tokyo.ac.jp

報の完全性, 取引費用ゼロ)を再検討する研究が始まっており, その後, 経済学はゲーム理論, 情報の経済学, 組織の経済学, 契約理論などといった新たな理論的展開を示すようになってきている.

協同組合に関しても経済学の新しい理論を取り入れた研究が行われるようになり, 協同組合をゲーム理論, 新制度派経済学, 所有権理論など新しい経済学のツールで解明しようとする論文が多く現れている (例えば, 文献 [10], [3], [9], [1] を参照されたい).

## 2. 日本農協の現状と研究の目的

### (1) 逆転した正組合員の割合

農協の組合員には正組合員と准組合員がおり, 組合員全体に占める正組合員の割合は 94 年に 62 % であったが, 2004 年に 55 %, 2014 年には 44 % となっている. 農協は農業の協同組合なので, 原則正組合員主体に組織を構成することが求められるが, 農村における農家の割合が低下し, 農村が変貌する中で, 正組合員を主体とした組織を継続することが難しくなっている. 正組合員が減少している原因については, [7] に詳しく書かれているが, ここでは数学の立場から正組合員と准組合員の利得によって分析する.

### (2) 組合員制度の課題

農協の組合員制度については, 2007 年, 文献 [14] が詳しく説明している. 正組合員と准組合員はともに組合に出資をしており, 正組合員の資格要件には一定の農地保有や農業従事日数があるものの, 准組合員には地区内在住を除けば特段の要件がないことが多い. 地区内在住者のみならず, 正組合員の資格要件を満たさなくなった組合員が准組合員となることから准組合員比率が上昇している.

一方で, 農協の最高意思決定機関である総会の議決権は正組合員のみが有するなど, 農協におけるフォーマルな意思決定は正組合員が中心となっている. 近年の准組合員比率の上昇や, 正組合員の多様化などの状況を踏まえると, 准組合員を含む多様な組合員が意思決定に参加する仕組みの構築が課題と考えられる.

本研究では, 正組合員から准組合員へ転じる原因を, ゲーム理論のナッシュ均衡という概念を用いて探っていく.

## 2 ナッシュ(Nash) 均衡

各経済主体の戦略均衡について考えるとき, 利害関心を共有している人々 (潜在的受益者) の集団が大規模な場合, その集団の利害の実現が困難であることを指摘し説明を試みたのが経済学者のオルソンであった (文献 [11]). 集団規模と集団目標の実現との関係に関するオルソンの理論は, 政治的抗議運動のような集合行為の成否に関して応用され, また, マイクロマクロリンク, 社会的ジレンマ, 社会運動などに関する社会学的研究にも大きな影響を与えた (文献 [6]).

数学の立場から考えるとき, ゲーム理論といえば「ミニマックス均衡」のことを指していた時代があった ([4], [5]). ミニマックス均衡は, フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの『ゲームの理論と経済行動』で示され, その後, ナッシュによってゲーム理論は発展している. 以下では, ナッシュ均衡について解説しよう.

戦略ゲームのプレイヤーは  $n (\geq 1)$  人によって構成され, 各人の戦略集合を  $S_i$  とする ( $i = 1, \dots, n$ ). 各プレイヤーの利得関数  $u_i$  を

$$\begin{cases} u_1(s_1, \dots, s_n), \\ u_2(s_1, \dots, s_n), \\ \dots \\ u_n(s_1, \dots, s_n) \end{cases}$$

と置く. ただし,  $(s_1, s_2, \dots, s_n) \in S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$  とする.

**定義 1 (ナッシュ(Nash) 均衡)** 戦略の組  $(s_1^*, s_2^*, \dots, s_n^*) \in S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$  が次の条件をみたすとき, ナッシュ均衡であるという: 任意の  $(s_1, s_2, \dots, s_n) \in S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$  に対して,

$$\begin{aligned} u_1(s_1^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*) &\geq u_1(s_1, \dots, s_i, \dots, s_n^*), \\ &\dots \\ u_i(s_1^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*) &\geq u_i(s_1^*, \dots, s_i, \dots, s_n^*), \\ &\dots \\ u_n(s_1^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*) &\geq u_n(s_1^*, \dots, s_i, \dots, s_n) \end{aligned}$$

が成り立つ. 上式の右辺  $u_i(s_1^*, \dots, s_i, \dots, s_n^*)$  が  $i$  番目の変数以外,  $s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*$  を代入したものである.

**ナッシュ均衡の例**

プレイヤーの数を  $n = 2$  とし, 戦略集合を  $S_i := \{1 (= \text{協力}), 2 (= \text{非協力})\}$  ( $i = 1, 2$ ) とする. 各プレイヤーの利得関数は次のように与えるとき,  $(1, 1)$  はナッシュ均衡ポイントとなる.

表 1: 利得関数  $u_1$

	$s_2$	
$s_1$ \		
	1=協力	2=非協力
1=協力	2	0
2=非協力	0	1

表 2: 利得関数  $u_2$

	$s_2$	
$s_1$ \		
	1=協力	2=非協力
1=協力	1	0
2=非協力	0	2

実際,

$$\begin{aligned} u_1(1, 1) &= 2 > 0 = u_1(2, 1), \\ u_2(1, 1) &= 1 > 0 = u_2(1, 2) \end{aligned}$$

となっている. 一方で,

$$\begin{aligned} u_1(2, 2) &= 1 > 0 = u_1(1, 2), \\ u_2(2, 2) &= 2 > 0 = u_2(2, 1) \end{aligned}$$

であるため,  $(2, 2)$  もナッシュ均衡ポイントである. この例によってナッシュ均衡ポイントが唯一ではないことがわかる.

### 3 公共財問題とナッシュ均衡

次に, 公共財問題の数学解析を紹介する.  $N (\geq 1)$  をプレイヤーの数とし, 戦略集合を  $S_1, S_2, \dots, S_N := \{1 (= \text{協力}), 2 (= \text{非協力})\}$  とする. そして各プレイヤーの利得関数を次のように定義しよう:

$$u_i(s_1, \dots, s_N) = \begin{cases} C(\#\{s_j = 1 \mid i \neq j\} + 1), & s_i = 1, \\ D(\#\{s_j = 1 \mid i \neq j\}), & s_i = 2. \end{cases}$$

ただし, 各  $n = 0, 1, \dots$  に対して,  $C(n)$  は「 $i$  番目の人が協力する際に, 他の  $n$  人が協力する時の利得」,  $D(n)$  は「 $i$  番目の人が非協力する際に, 他の  $n$  人が協力する時の利得」をそれぞれ表

す関数とする.  $s_i$  以外の  $n - 1$  人が協力を選択すると仮定するとき,  $i$  番目のプレイヤーの収益は  $s_i = 1$  のとき  $u_i(s_1, \dots, s_i, \dots, s_N) = C(\#\{s_j = 1 \mid i \neq j\} + 1) = C(n)$  であり,  $s_i = 2$  のとき  $u_i(s_1, \dots, s_i, \dots, s_N) = D(\#\{s_j = 1 \mid i \neq j\}) = D(n-1)$  となる. そして,  $T(n) = C(n) - D(n-1) > 0$  が協力への誘因となる.

例:

$C(n) = nG/N - K$ ,  $D(n) = nG/N$  とおき,  $T(n) = C(n) - D(n-1) = G/N - K$ . ここで,  $G$  が協力するプレイヤーの収益, そして  $K$  が協力するプレイヤーの支出とし,  $G/N - K > 0$  が成り立つと仮定しよう. このとき, 全員が協力することを選択する場合がナッシュ均衡になることがわかる.

## 4 モデルとパラメーターの設定

農協に公共財供給問題を適用する. その根拠として, 組合は組合員が施設等を共同で利用する組織であり, その特徴を公共財的に扱うことが可能だからである (朽木, 1977 [8]). 以下に, モデルとパラメーターの設定を行う

1. 農協に  $N$  人の組合員がいる. そのうち  $n$  人は正組合員,  $m$  人は准組合員である.
2. 正准組合員は価格  $a_1$  で農産物を農協に売り, 農協は価格  $a_2$  で農産物を市場に売る.
3. 正組合員は農協に賦課金 (費用負担) として  $5b$  支払い, 准組合員は農協に賦課金 (費用負担) として  $b$  支払う.
4. 農業生産の費用として  $c(n)$  が必要であり,  $c(n)$  は  $n$  について有界狭義単調減少関数である.
5. 農家一戸あたりの生産量は  $e$  である.

パラメーターの設定により, 農協の収入 = 農産物販売収入 + 正准組合員からの賦課金 =  $n(a_2 - a_1)e + (5n + m)b$  としてよい.

6. 農協の収入のうち  $\alpha$  を正組合員に分配する ( $(1 - \alpha)$  を准組合員に分配)

以上より, 各正組合員の収入は

$$\frac{\alpha[n(a_2 - a_1)e + (5n + m)b]}{n} + a_1e,$$

損失は

$$c(n) + 5b$$

となる. 一方, 各准組合員の収入は

$$\frac{(1 - \alpha)[n(a_2 - a_1)e + (5n + m)b]}{m},$$

損失は  $b$  となる. つまり, 正組合員と准組合員の利益および損失を表にまとめると次のようになる:

表 3: 農協組合員の利益と損失

	正組合員	准組合員
利益	$\frac{\alpha[n(a_2 - a_1)e + (5n + m)b]}{n} + a_1e$	$\frac{(1 - \alpha)[n(a_2 - a_1)e + (5n + m)b]}{m}$
損失	$c(n) + 5b$	$b$

したがって正組合員の利得関数  $C(n)$  と准組合員の利得関数  $D(n)$  は次のような式によって与えられる:

$$C(n) = \frac{\alpha[n(a_2 - a_1)e + (5n + m)b]}{n} + a_1e - c(n) - 5b;$$

$$D(n) = \frac{(1 - \alpha)[n(a_2 - a_1)e + (5n + m)b]}{m} - b.$$

とくに、正組合員への誘因は

$$T(n) = C(n) - D(n - 1) = \frac{(a_2 - a_1)ef(n) + bg(n)}{n(N - n + 1)} + a_1e - c(n) - 4b$$

となる。ここで、

$$f(n) = \alpha Nn + n - n^2;$$

$$g(n) = \alpha N^2 + \alpha N + (4\alpha - 1)nN + 4n - 4n^2.$$

以上をもとにしてナッシュ均衡を解析すると、以下に述べる三つの結論のうち必ず一つが成り立つことがわかる：

1. 任意の  $1 \leq n \leq N$  に対して、 $T(n) \geq 0$  の時、 $n = N$  がナッシュ均衡である；
2. 任意の  $1 \leq n \leq N$  に対して、 $T(n) \leq 0$  の時、 $n = 0$  がナッシュ均衡である；
3. ある  $0 \leq n^* \leq N - 1$ 、この  $n^*$  に対して、 $T(n^*) \geq 0$  と  $T(n^* + 1) \leq 0$  が成立する。このとき、 $n = n^*$  がナッシュ均衡である。

農業生産費用  $c(n)$  を  $n \geq 0$  の関数とみなすとき、 $c(n)$  の一階微分が

$$c'(n) < -\frac{abN}{n^2}$$

を満たせば、 $T(n) \geq 0$  が成り立ち、任意の  $1 \leq n \leq N$  に対して、上の結論 1 が成り立つことがわかる。ここで、 $c'(n) < -\frac{abN}{n^2}$  という条件が「正組合員一人増やすとき、農業生産費用が  $\frac{abN}{n^2}$  減る」を意味する。つまり、正組合員の人数  $n$  の増加と共に、農業生産費用が一定的な速度で減少であれば、組合員はすべて正組合員になる時、ナッシュ均衡になる。これこそ経済的に最適な解である。

## 5 終わりに

本研究では、ナッシュ均衡に基づき、准組合員を正組合員へ誘導する方法を示した。正組合員の人数の増加と共に、農業生産費用  $c(n)$  が  $n$  に関して、一定的な速度で減少すれば、組合員はすべて正組合員になる。しかしながら、以上の結論は一定の前提を置き、また、経済的な利益しか考えていないものであるため、この解析が農協の実態を解明するまでには至っていない。今後は、より現実に適合した研究が必要であると思われる。

## 6 謝辞

多くの有益な助言をくださり資料提供をいただいた農林中金総合研究所の清水徹朗氏、若林剛志氏に深く感謝いたします。

## 参考文献

- [1] 青木 昌彦 (著), 瀧澤 弘和 (翻訳), 谷口 和弘 (翻訳) : 比較制度分析に向けて, エヌティティ出版, 2003.
- [2] Ivan V. Emelianoff, Economic Theory of Cooperation, Ann Arbor, Edwards Brothers Inc., 1942. Washington D. C. 1948.
- [3] G.M. ホジソン (著), Geoffrey M. Hodgson (原著), 八木 紀一郎 (翻訳), 家本 博一 (翻訳), 橋本 昭一 (翻訳), 中矢 俊博 (翻訳) : 現代制度派経済学宣言, 名古屋大学出版会, 1997.

- [4] 木村邦博：大集団のジレンマ—集合行為と集団規模の数理，ミネルヴァ書房，2002.
- [5] 木下公士：協同組合とゲームの理論，神谷慶治・沢村東平監修著『新しい農業分析』，東京大学出版会，1962.
- [6] 清水徹朗：協同組合理論の展開と今後の課題，農林金融，2007，12.
- [7] 小林元：組合員の多様化の統計的把握と「次代へつなぐ協同」，JC総研レポート，2013，VOL.25.
- [8] 朽木昭文，農協理論に対する公共経済学的接近，農林業問題研究，13(2)，pp83-89.
- [9] P. ミルグロム (著)，J. ロバーツ (著)，奥野 正寛 (翻訳)，伊藤 秀史 (翻訳)，今井 晴雄 (翻訳)，西村 理 (翻訳)，八木 甫 (翻訳)：組織の経済学，NTT 出版，1997.
- [10] オリヴァー・イートン・ウィリアムソン (著)，浅沼 万里 (翻訳)，岩崎 晃 (翻訳)：市場と企業組織，日本評論社，1980.
- [11] M. オルソン (著)，依田 博 (翻訳)，森脇 俊雅 (翻訳)：集合行為論，ミネルヴァ書房，1983.
- [12] Richard Phillips, Economic Nature of Cooperative Association, Journal of Farm Economics, Vol.35, No.1, 1953, pp.74-87.
- [13] Frank Robotka, A Theory of Cooperation, Journal of Farm Economics, Vol.29, No.1, 1947, pp.94-114.
- [14] 齊藤由理子：多様な組合員の意思決定への参加，農林金融 (2007): Monthly review of Agriculture, Forestry and Fishery Finance, 2007, 5, May.