論文審査の結果の要旨

氏　名　寺門　康裕

本論文では、射影空間内の偶数次元の完全交叉多様体について、中間次元の l 進コホモロジーへのガロワ表現の行列式が定める定義体の 2 次拡大が、多様体の定義方程式系の判別式の平方根で生成されることを示しました。この結果は、射影空間内の偶数次元の超曲面について知られている結果の一般化であり、代数的サイクルの格子が定めるガロワ表現への応用も含む興味深い結果です。

偶数次元のプロパー・スムーズな多様体の中間次元の l 進コホモロジーはカップ積に関して直交表現を定め、したがってそのガロワ表現の行列式は位数が２以下の指標を定めます。定義体の標数が２でなければ、これは定義体の元の平方根で生成される拡大体に対応します。多様体が射影空間内の超曲面の場合には、この元が超曲面の定義方程式の判別式で与えられることが知られています。

本論文では、この結果を射影空間内の超曲面の完全交叉の場合に拡張しました。完全交叉の場合にも Benoist によって、判別式が定義方程式系の係数の整数係数の多項式として符号をのぞいて定義され、それによってスムーズ性の判定ができることが知られていました。本論文では、この判別式を４でわった余りが平方式になるという条件で正規化し、それを用いて、行列式の指標が、体の標数が２でない場合には、判別式の平方根で与えられることを示しました。さらに、標数が２の場合にも、判別式から定まる Artin-Schreier 方程式によって与えられることも示しました。

定理の証明の方法は、超曲面の場合を拡張するもので、概略は次のとおりです。普遍族を構成し、判別式の既約性から、整数環上のモジュライ空間の Z/2Z 係数の１次コホモロジーが、判別式の類および −1 と２の類で生成される小さい群であることを導きます。判別式因子の生成点では、対応する多様体が特異点として通常 2 次特異点をただ 1 つだけもち、普遍族の全空間は正則であることから、行列式の類と判別式の類の差が −1 と２の類で生成される部分群に含まれることを導きます。最後にモジュライ空間の標数２のファイバーでも不分岐なことから、判別式を４でわった余りが平方式になるように符号を定めることができて、さらにこのように定めた判別式の類と行列式の類が一致することを同時に導きます。

この証明の中で、判別式の既約性は既に Benoist によって示されていましたが、判別式因子の生成点での解析や、判別式を４でわった余りの性質および行列式との関係は本論文での新しい結果です。

主結果の応用として、2 次超曲面 2 つの完全交叉の場合に、判別式の具体的な表示を

与え、ガロワ表現の行列式を計算しました。2つの2次式からなる方程式系の判別式は、その一般の一次結合の2次式としての判別式を、2係数の多項式と考えたものの判別式として求められるというのがこの場合の結果です。

曲面の場合には、これは次数4の Del Pezzo 曲面を与えます。このとき、2次のコホモロジーは代数的サイクルで定義され、D5 型ワイル群へのガロワ表現を定めます。3次曲面の場合は次数3の Del Pezzo 曲面となり、同様に E6 型ワイル群へのガロワ表現を定めますが、この場合の Elsenhaus-Jahnel による結果の類似にあたるものが得られます。次数2の Del Pezzo 曲面は射影平面の4次曲線で分岐する2重被覆であり、この場合は寺門さんの別の論文で既に調べてあります。次数1の場合は重みつき射影3次元空間内の曲面であり、この場合も同様に調べられることが期待されます。

以上のように本論文では、偶数次元の完全交叉多様体のコホモロジーが定めるガロワ表現に関して興味深い結果が得られています。よって、論文提出者寺門　康裕は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認めます。