

## 書評

# The Arrow Impossibility Theorem (Kenneth J. Arrow Lecture Series) by Eric Maskin and Amartya Sen with Kenneth J. Arrow, Partha Dasgupta, Prasanta K. Pattanaik, Joseph E. Stiglitz. Columbia University Press: New York, 2014, 168pp.

加藤 晋\*

## 1. はじめに

本書は、アローの不可能性定理と呼ばれるケネス・アローによって証明された命題をめぐるエッセイを収録する論文集である。アローが学位を取得したコロンビア大学で行われたアロー記念講義の記録であり、アマルティア・センとエリック・マスキンによる講義を中核として、関連するテキストがそれらを補完する構成となっている。まず、センの弟子であるプラサンタ・パタナイクによって、全体を取りまとめる序文が書かれている。第一部には、ジョセフ・スティグリッツによるセンとマスキンの紹介、二人の講義の記録、そして、アローによる討論コメントが収められている。第二部には、講演の内容と最も密接関わるセン、マスキン、アローの近年の論文が収録されている。第二部のセンとマスキンによる論文はすでに別のところで出版されたことのあるものであり、本書で初めて出版されたものではない<sup>1)</sup>。

\* 東京大学社会科学研究所, JSPS 海外特別研究員。

1) Dasgupta and Maskin (2008) と Sen (2010) である。

2) 不可能性定理のオリジナルな説明と内容については Arrow (1951) を参照されたい。不可能性定理を含めた社会的選択理論のアロー的枠組みの包括的説明は、Campbell and Kelly (2002) によるサーベイなどを参照されたい。

アローの社会的選択理論の枠組みでは、社会構成員のそれぞれが選択肢の集合上に、価値判断を表現する序数的選好を持つものと想定されている<sup>2)</sup>。アローの不可能性定理は、社会厚生関数と呼ばれる個人の選好を整合的に集計するルール(関数)の存在についての命題である。社会厚生関数が、パレート条件・定義域の無制限性・独立性・非独裁制の四つの条件を同時に満たすことが不可能であるというのがアローの定理の主張するところである。パレート条件は、全会一致の判断が尊重されることを要求している。定義域の無制限性は、いかなる個人の選好のありかたに対してもそれが合理的な判断である限り、適切に集計されなければならないことを要求している。独立性は、情報が効率的に集計されることを要求し、非独裁制は社会的判断に際してただ一人の個人の選好が反映されることを禁止する。それぞれの条件は、社会的選択の問題の広範な解釈において普遍的にもっともらしいものであるにも関わらず、それを同時に満たされることがないということが「不可能性」定理と呼ばれる所以である。

不可能性定理は幅広いアロー教授の業績の中でも、もっとも論争的かつ影響力のあるものの一つと言えよう。18世紀以来、コンドルセのパラドックスをはじめとして、個人の判断の集計に関して多くの困難が存在することはすでに明らかにされていたが、順序関係の性質を巧みに利用した一般の公理的分析的枠組みを構成したことがその後の経済学の研究に与えた影響は

計り知れない。また、民主主義の不可能性ないしは厚生経済学の不可能性を示すものとして広く認識されることにより、多くの研究者がその結論に当惑し、その意義を論じることとなった。1960年代から1970年代にかけては、この定理の直接的な解決を目指して、多くの論文が書かれた。それらの基本的な方針は、アローの課した条件のいずれかを緩めるか、ルール of 枠組みを拡張することで、可能性を得るというものであった。80年代以降はより応用的な課題への適用するかたちで発展している。セン、マスキ、パタナイク、ダスグプタといった研究者はこうしたアロー以降の社会的選択理論の発展に大きな貢献した。

アロー教授の不可能性定理は博士論文 (Arrow, 1951) で完成された最初期の彼の研究の成果である。その成り立ちは本書の中でアロー自身によって語られている<sup>3)</sup>。十代後半に、アローはアルフレッド・タルスキの数理論理学の講義を受ける中で、不可能性定理の核となる「順序」について学んだ (じっさい、1941年に出版された論理学のテキストブックには、その校正刷を確認したアローへの謝辞が書かれている<sup>4)</sup>)。この若き日の体験がアローを不可能性定理へと導くこととなるのだが、決してその道程では平坦なものではなかったようだ。企業における意思決定問題などを通じて、投票問題を何度か考察したものの、決定的なアイデアに辿り着かなかつたと述べている。

不可能性定理を最終的に後押ししたのはランド研究所におけるオラフ・ヘルマーとのやり取りであった。アローの語るところによれば、あ

る日、ヘルマーはアローに一国の利益を表す利得関数をどのように構成されなければならないかと質問した。このとき、アローは以前から考察していた投票の問題とポール・サミュエルソンらによって分析されていた社会厚生の問題を結びつけて考えることとなり、アローの社会的選択理論の枠組みを構成することとなった<sup>5)</sup>。社会的選択アプローチに多様な解釈の可能性が開かれているのは、こうした誕生の経緯から運命づけられていたといってもよいだろう。

## 2. 本書の概要

本節では、本書におけるセン、マスキ、アローによる議論の概要を述べたい。センがここで強調するのは社会的選択の際の「情報の基礎」である。情報の基礎とは社会的選択を行うのに十分な情報のことである。センによれば、啓蒙の時代が社会的選択理論にとって重要な転換点であるのは、すべての個人の選好を情報的基礎とするという民主的包摂 (democratic inclusiveness) が達成されたからに他ならない。アロー以降の現代の社会的選択理論は、まずもって民主的包摂の近代的アプローチを強力に推進したものととらえるべきであるとセンは強調している。センは、アローの定理の枠組みと定理の証明を説明しながら、次の三つの観点から、アローの社会的選択理論のアプローチの情報の意味を論じている。

(1) 社会厚生関数の定義。アローの社会厚生関数は個人の序数的選好の組に対して社会的選好を定めるような写像である。このことは、基数的効用や個人間比較の利用不可能性を想定していることを意味し、それは情報的排除を行っていることを意味する。その一方で、効用情報とは異なり、非効用情報は全く制限を受けていない。

(2) 社会厚生関数に課される公理。パレート原理や独立性の公理は、特定の状況における社会的判断の基礎とすべき情報への制限を述べるものである。

(3) アローの定理。定理そのものも情報の意

3) ここでの記述は主に本書の説明 (アローによるエッセイ “the origins of the impossibility theorem”) を基づくが、Kelly and Arrow (1987) も参考にした。Kelly and Arrow (1987) では、アローがインタビューを受けながら、社会的選択理論を中心として自身の研究人生を振り返っている。

4) Tarski (1941)。アローの順序をはじめとする二項関係の表記はこのテキストブックの (特に、5章の) 表記に従っている。

5) サミュエルソンの伝統的厚生経済学の枠組みについては Samuelson (1947) を参照にされたい。

味を持つ。センによれば、二つの意味での情報の排除に注目する必要がある。関数の構造からしてもともと利用可能であった効用情報をまったく利用しないことが第一の意味である。そして、決定プロセスの中ですべての個人の選好が利用可能であったにもかかわらず、たった一人の個人の効用情報以外は排除されるということが第二の意味である。後者の情報の排除は、公理の組み合わせが結果として成立しているということである。

これらの点から、社会的選択理論の分析的視角は情報の基礎に依存しているとセンはみている。具体的には、社会厚生関数の定義、公理の定式化、公理の組み合わせのそれぞれが社会的決定プロセスの情報の構造を制限し、特徴づけることとなる。それゆえ三点の妥当性を評価しながら、その意義を検討することが肝要だということが言えよう。

次に、マスキンによる議論をまとめておこう。マスキンは、厚生経済学ではなく、民主的投票システムとしての社会的選択に焦点を合わせる。彼は問題意識を次のように述べている。「もしわれわれが理想に辿り着けないとした場合、どの投票ルールがわれわれを理想に近づけ、われわれの望む性質を満たす可能性を最大化するのだろうか？」(本書, 52頁, 評者訳)<sup>6)</sup>。マスキンによれば、このような問題のもとで、もっとも適切に機能する投票システムは単純多数決制 (simple majority rule) に他ならない。よく知られるように、単峰的選好などの選好の下では単純多数決制によって整合的判断を下すことが可能である。すなわち、定義域を制限し、特定の選好の組のみを社会的判断を下すべき対象とするのであれば、さまざまなタイ

プの投票ルールがアロー流の性質を満たすこととなる。マスキンは主要な命題として、(1) 特定の性質を満たすルールが適切に機能するのであれば、単純多数決制も適切に機能すること、(2) どのようなルールについても、それが機能せず、多数決制が機能する状況が存在すること、を示した<sup>7)</sup>。マスキンは、この結果を「支配定理 (domination theorem)」と呼んでいる。すなわち、単純多数決制は他の決定方法を機能的側面において支配している。

アローは、二人の講義に応じて、いくつかのコメントを与えている。特に、独立性条件の緩和を行った場合の研究の重要性を述べている。この公理の緩和については、70年代以降さまざまな研究者が取り組んできたが、アローが幸福の経済学との関連を論じている点は興味深い。アローによれば、幸福度をアンケートによって計測する試みにおいては個人間比較が織り込まれている。そして、このアプローチにおける個人間比較に基づいて独立性に代替する分析的枠組みを構成する可能性について論じている。

以上が概要である。もちろん、ここで取り上げた論点は本書で提供された多様な議論の一部を評者の関心で切り抜いた限定的なものに過ぎない。

### 3. 本書の意義

まず、マスキンの定理はセン流の情報の意味づけが可能であるということを目指しておきたい。社会厚生関数の定義域とは関数のインプットとしての情報の範囲に対する制限を述べるものである。そこで、マスキンが示した単純多数決制の頑健性とは、情報に対する頑健性と捉えることができよう。すなわち、多くの情報インプットに対して、他の民主的決定方法よりも整合的な判断を下せるというのがマスキンの支配定理の意味のひとつである。しかし、彼の分析にはいくつかの留保が必要だろう。まず、個人が異なる選択肢に対して無差別となることを排除していることが挙げられる。このような制限が本質的な影響を与えている可能性がある

6) 原文は次の通りである。"if we can't achieve the ideal, which voting rule gets us closest to that ideal and maximizes the chance that the properties we want are satisfied?" (Maskin, 2014, page 52 in: The Arrow Impossibility Theorem by Eric Maskin and Amartya Sen).

7) これは、Dasgupta and Maskin (2008) の主要な定理である。

る。また、投票ルールにおいて決定性という条件を課している。この条件は、(特殊な状況を除いて)社会的選択の結果について唯一の望ましい選択肢を定めることができることを要求している。結論は、この条件に大きく依存している。決定性が課せられていない場合の「頑健な」ルールの検討は重要だろう<sup>8)</sup>。

マスキンのアプローチは、実際に何らかのルールによって政治的決定を行っていかねばならない社会的実践において非常に意義深いものである。われわれは自分にとって理想的な人生でなくとも日々の生活を送る必要がある。われわれは何をすべきか、という問いに対する答えを求める方法を提供するという点において、極めて重要な取り組みであり、こうした研究が注目されてこなかった点はむしろ不思議である。こうした実践的観点からのアプローチは、近著『正義のアイディア』において Sen (2009) が強調している社会的選択理論の有効性と整合的である。センは、政治哲学者たちによる正義論の超越論的思考方法が理想状態の描写を試みるのに対して、正義の理論としての社会的選択理論は漸近的改善を実践するための思考の枠組みを提示すると考えている (Sen, 2009)。マスキンによる頑健性の検討は、センのみどころの社会的選択理論の有効性を最大限活用しようとするものと捉えることができるのではないだろうか。

加えて、彼の証明で利用されている方法は、アロー以来の古典的な社会的選択論の手法に沿ったものである。こうした新しい取り組みにおいて古典的手法が有効であることは、社会的選択理論の伝統的枠組みの汎用性を示している。1950年代以降積み重ねられてきた、さまざまな社会選択の分析を「頑健性」の観点から再考することは、センの意味での社会的選択理

論の有効性を踏まえれば「正義論」の実践という観点からも重要であろう。

本書のセンの講義は社会的選択理論の射程を明確に述べるものであり、ここで提供された不可能性定理の証明は門外漢にとって理解しやすいものとなっている。近年、定理のさまざまな代替的証明が提供されているが<sup>9)</sup>、その意味を理解するに当たってもっとも洗練されているものは、アローからセンに受け継がれた証明方法だろう。この証明方法では、何らかの一部の状況で支配力を持つグループがいるとすれば、すべての状況でその支配力を発揮してしまうことに注目する。センはこうした結果を情報の観点からカント的「普遍化可能性」と結びつけてその解釈を行うなど (Sen, 2004)、その思想的意義を深く考えている。本書における説明もこの方向性をさらに進めるものと言えよう。定理の証明の道筋から情報的意味を説いていく、センの議論はアロー定理の解釈と意味という本来の射程を超えて、数学的分析から社会思想を導く試みとして、大きな意義を持っている。

アローによる討論コメントは、近年の社会的選択理論の発展と関連付けられるものである。近年の厚生経済学の発展の中で、独立性の条件を緩めることで、経済環境における社会厚生関数を正当化できるが分かってきた。特に、Fleurbaey and Maniquet (2011) は、優劣比較をしたいと考えている配分における各個人の無差別曲線の情報を有効に利用することで、公平な配分を達成することのできるバーグソン＝サミュエルソン流の厚生関数を特徴づけられることを明らかにした<sup>10)</sup>。独立性を課すと無差別曲線の全体の情報は利用できなくなるため、独立性を緩めたときに初めてこのような情報の利用が可能となる。また、幸福の問題に関する厚生経済学的詩論が、Fleurbaey and Blanchet (2013) などによって試み始められている。本書でのセンの議論を踏まえれば、これらについて共通するのは情報の性質と制限であって、アロー、セン、マスキンと近年の研究動向は強い関連を持つことが分かる。

本書はアロー、セン、マスキンの近年の取り

8) アローによっても指摘されている。57ページ参照。また、定義域を制限したもとの、多数決制を特徴づける試みとして Cato (2011) も参考にされたい。

9) Cato (2013) とその参考文献を参照されたい。

10) バークソン＝サミュエルソン流の厚生関数については Samuelson (1947) を参照されたい。

組みの整理を行ったもので、技術的に目新しいものはない。しかし、社会的選択理論の泰斗達が分野の歴史を振り返りながら再考した本書は、この分野の発展の道標として有用なものとなることは疑いない。

## 謝 辞

本研究は、JSPS 科研費 26870477 の助成を受けたものです。そして、JSPS 海外特別研究員（課題「福祉と公正」）としての研究成果の一つです。

## 参考文献

- Arrow K.J. (1951). *Social Choice and Individual Values*. Wiley: New York (2nd ed., 1963).
- Campbell, D. E., & Kelly, J. S. (2002). Impossibility theorems in the Arrowian framework. , in: Arrow, K.J., Sen, A.K., & Suzumura, K. (eds.). *Handbook of Social Choice & Welfare* (Vol. 1). North-Holland: Amsterdam. 35-94.
- Cato, S. (2011). Pareto principles, positive responsiveness, and majority decisions. *Theory and Decision*, 71 (4), 503-518.
- Cato, S. (2013). Alternative proofs of Arrow's

- general possibility theorem. *Economic Theory Bulletin*, 1 (2), 131-137.
- Dasgupta, P., & Maskin, E. (2008). On the robustness of majority rule. *Journal of the European Economic Association*, 6 (5), 949-973.
- Fleurbaey, M., & Maniquet, F. (2011). *A Theory of Fairness and Social Welfare*. Cambridge University Press: Cambridge, MA.
- Fleurbaey, M., & Blanchet, D. (2013). *Beyond GDP: Measuring welfare and assessing sustainability*. Oxford University Press: Oxford.
- Kelly, J.S. & Arrow K.J. (1987). An interview with Kenneth J. Arrow. *Social Choice and Welfare* 4(1), 43-62.
- Samuelson, P.K. (1947). *Foundations of Economic Analysis*. Harvard University Press: Cambridge, MA.
- Sen, A.K. (2004). *Rationality and Freedom*. Harvard University Press: Cambridge, MA.
- Sen, A.K. (2009). *The Idea of Justice*. Harvard University Press: Cambridge, MA.
- Sen, A.K. (2010). The informational basis of social choice, in: Arrow, K.J., Sen, A.K., & Suzumura, K. (eds.). *Handbook of Social Choice & Welfare* (Vol. 2). North-Holland: Amsterdam. 29-46.
- Tarski, A. (1941). *Introduction to Logic*. Oxford University Press: Oxford.