

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**ESTUDO DO EFEITO DO TRUNCAMENTO DOS
PARÂMETROS DE ENTRADA NA ANÁLISE PROBABILÍSTICA
DE ESTABILIDADE DE TALUDES**

BRUNO WILLIAN GOMES DA SILVA
E
THIAGO FREITAS DE PORFÍRIO SOUSA

ORIENTADOR: ANDRÉ PACHECO DE ASSIS

**MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL II EM ENGENHARIA
CIVIL NA ÁREA DE GEOTECNIA**

BRASÍLIA / DF: DEZEMBRO/ 2017

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ESTUDO DO EFEITO DO TRUNCAMENTO DOS
PARÂMETROS DE ENTRADA NA ANÁLISE PROBABILÍSTICA
DE ESTABILIDADE DE TALUDES**

**BRUNO WILLIAN GOMES DA SILVA
E
THIAGO FREITAS DE PORFÍRIO SOUSA**

**MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E
AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL.**

APROVADA POR:

**ANDRÉ PACHECO DE ASSIS, PhD (UnB)
(ORIENTADOR)**

LUIS FERNANDO MARTINS RIBEIRO, DSc (UnB)

FELIPE MARÇAL BARBOSA DE MELO GÓIS, Bel. (UnB)

DATA: BRASÍLIA/DF, 11 DEZEMBRO de 2017.

FICHA CATALOGRÁFICA

SILVA, BRUNO WILLIAN GOMES

SOUSA, THIAGO FREITAS DE PORFÍRIO

Estudo do Efeito do Truncamento dos Parâmetros de Entrada na Análise Probabilística de Estabilidade de Taludes.

xv, 91 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Bacharel, Engenharia Civil, 2017)

Monografia de Projeto Final - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Talude

2. Estabilidade

3. Análise probabilística

4. Truncamento

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SILVA, B.W.G. (2017) e SOUSA, T.F.P. Estudo do Efeito do Truncamento dos Parâmetros de Entrada na Análise Probabilística de Estabilidade de Taludes. Monografia de Projeto Final, Publicação G.PF-002/17, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 93 p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DOS AUTORES: Bruno Willian Gomes da Silva e Thiago Freitas de Porfírio Sousa

TÍTULO DA MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL: Estudo do Efeito do Truncamento dos Parâmetros de Entrada na Análise Probabilística de Estabilidade de Taludes.

GRAU / ANO: Bacharel em Engenharia Civil / 2017

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta monografia de Projeto Final e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de Projeto Final pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Bruno Willian Gomes da Silva

Vila W.R. Granja do Torto, Quadra H, Casa 05

70.636-040 – Brasília/DF - Brasil

Thiago Freitas de Porfírio Sousa

SHJB Condomínio Privê Morada Sul, Módulo R, Rua 21, Casa 39

71.680-352 – Brasília/DF - Brasil

ESTUDO DO EFEITO DO TRUNCAMENTO DOS PARÂMETROS DE ENTRADA NA ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE ESTABILIDADE DE TALUDES.

RESUMO

Taludes são elementos de engenharia com alta importância e estão presentes nos mais diversos tipos de projetos de engenharia. Como todo projeto geotécnico, os projetos de taludes envolvem muitas imprecisões e incertezas. As incertezas surgem devido à grande variabilidade dos materiais, somada à insuficiência de dados representativos, às dificuldades de ensaios e à dificuldade de obtenção de um modelo fiel ao problema real. Há, então, a necessidade de incorporar tais incertezas nas considerações de projeto. Neste sentido, surge a análise probabilística, que considera a variabilidade estatística dos parâmetros que afetam determinado indicador de desempenho. Em análise de estabilidade de taludes, esse indicador é o Fator de Segurança. A análise probabilística da estabilidade de taludes vem sendo cada vez mais utilizada no meio profissional sobretudo para a realização de análise de risco, que leva também em consideração as consequências da falha da obra. A análise probabilística visa avaliar a probabilidade de falha, que em estabilidade de taludes é a probabilidade de o Fator de Segurança ter valor menor ou igual a 1. Para obtenção da probabilidade de falha são utilizados métodos probabilísticos, mais comumente: o método de Monte Carlo, o método FOSM, ou o método das estimativas pontuais (Rosenblueth). O método de Monte Carlo (objeto deste trabalho) leva em consideração a distribuição probabilística dos parâmetros de entrada para o cálculo dos valores do Fator de Segurança. Entretanto, essas distribuições estatísticas dos parâmetros podem englobar valores com baixa probabilidade de ocorrência, isto é, com intervalo de confiança exageradamente alto, ou englobar valores que estão acima ou abaixo dos limites físicos aceitáveis na engenharia. Há, portanto, a necessidade de aprimorar os parâmetros de entrada e tornar os resultados das análises probabilísticas nos projetos geotécnicos de estabilidade de taludes mais próximos ao contexto de engenharia. Neste sentido, o presente trabalho consiste no estudo do efeito da realização do truncamento estatístico e do truncamento de engenharia, para os principais parâmetros de entrada que afetam a estabilidade dos taludes (coesão e ângulo de atrito), nos resultados da análise probabilística da estabilidade de taludes homogêneos de areia e argila, para diferentes números de simulações de Monte Carlo.

STUDY OF THE EFFECT OF THE TRUNCATION OF INPUT PARAMETERS IN THE PROBABILISTIC ANALYSIS OF SLOPE STABILITY.

ABSTRACT

Slopes are engineering elements of high importance and are present in the most diverse types of engineering projects. Like all geotechnical projects, slope projects involve many inaccuracies and uncertainties. The uncertainties arise due to the great variability of the materials, the lack of representative data, the tests difficulties and the difficulty obtaining a model faithful to the real problem. Therefore, these uncertainties need to be incorporated into design considerations. In this sense, the probabilistic analysis takes into consideration the statistical variability of the parameters that affect a performance indicator. In slope stability analysis, this indicator is the Factor of Safety. The probabilistic analysis of slope stability has been increasingly used in the professional environment mainly for risk analysis, which also takes into consideration the consequences of the project failure. The probabilistic analysis aims to evaluate the probability of failure, which in slope stability is the probability of the Factor of Safety to be lower or equal to 1. In order to obtain the probability of failure, probabilistic methods are used, most commonly: the Monte Carlo method, the FOSM method, or the point estimate method (Rosenblueth). The Monte Carlo method (object of this paper) takes into account the probabilistic distribution of the input parameters for the calculation of the Factor of Safety values. However, these parameters statistical distributions may encompass values with a low probability of occurrence, i.e., an excessively high confidence interval, or encompass values that are above or below acceptable physical limits in engineering. Therefore, there is a need to improve the input parameters to make the results of the probabilistic analyzes in the slope stability closer to the engineering context. In this sense, this present paper consists in the study of the effect of the statistical truncation and the engineering truncation, for the main input parameters that affect slope stability (cohesion and friction angle), in the results of the probabilistic stability analysis of homogeneous slopes of sand and clay, for different numbers of Monte Carlo simulations.

SUMÁRIO

Capítulo	Página
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS	3
1.2 ESCOPO DA MONOGRAFIA	3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1 A ORIGEM DAS INCERTEZAS EM GEOTECNIA	4
2.2 CONCEITOS BÁSICOS EM ESTATÍSTICA	5
2.2.1 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS	5
2.2.2 ESPERANÇA, VARIÂNCIA, DESVIO PADRÃO COVARIÂNCIA E COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	7
2.2.3 COEFICIENTE DE VARIAÇÃO	9
2.2.4 PRINCIPAIS DISTRIBUIÇÕES ESTATÍSTICAS	10
2.2.4.1 DISTRIBUIÇÃO NORMAL	11
2.2.4.2 DISTRIBUIÇÃO LOG NORMAL	12
2.2.4.3 DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL	13
2.2.5 INTERVALO DE CONFIANÇA	13
2.3 RISCO	14
2.4 PROBABILIDADE DE FALHA	16
2.5 MÉTODOS PROBABILÍSTICOS APLICADOS EM GEOTECNIA	20
2.5.1 MÉTODO MONTE CARLO	20
2.5.2 MÉTODO FOSM	24
2.5.3 MÉTODO DOS PONTOS DE ESTIMATIVA	27
2.5.4 COMPARAÇÃO E ESCOLHA DOS MÉTODOS PROBABILÍSTICOS	29
2.6 TRUNCAMENTO	30
2.6.1 TRUNCAMENTO ESTATÍSTICO	31
2.6.2 TRUNCAMENTO DE ENGENHARIA	33

3	METODOLOGIA	35
3.1	ESCOLHA DA GEOMETRIA DE SEÇÃO ESTUDADA.....	36
3.2	PARÂMETROS DO SOLO ESTUDADO E MÉTODO DE CÁLCULO DO FATOR DE SEGURANÇA	37
3.3	ANÁLISE PROBABILÍSTICA COM TRUNCAMENTO ESTATÍSTICO.....	42
3.4	ANÁLISE PROBABILÍSTICA COM TRUNCAMENTO DE ENGENHARIA	43
3.5	TRATAMENTO DE DADOS E ENTRADAS ESPECÍFICAS NO PROGRAMA	44
4	RESULTADOS E ANÁLISES	44
4.1	TALUDE DE AREIA COM FATOR DE SEGURANÇA MÉDIO IGUAL A 1,3..	44
4.1.1	TRUNCAMENTO ESTATÍSTICO – TALUDE DE AREIA COM FS = 1,3.....	45
4.1.2	TRUNCAMENTO DE ENGENHARIA – TALUDE DE AREIA COM FS = 1,3 .	51
4.2	TALUDE DE AREIA COM FATOR DE SEGURANÇA MÉDIO IGUAL A 1,5..	52
4.2.1	TRUNCAMENTO ESTATÍSTICO – TALUDE DE AREIA COM FS = 1,5.....	52
4.2.2	TRUNCAMENTO DE ENGENHARIA – TALUDE DE AREIA COM FS = 1,5..	58
4.3	TALUDE DE ARGILA COM FATOR DE SEGURANÇA MÉDIO IGUAL A 1,3	59
4.3.1	TRUNCAMENTO ESTATÍSTICO – TALUDE DE ARGILA COM FS = 1,3.....	59
4.3.2	TRUNCAMENTO DE ENGENHARIA – TALUDE DE ARGILA COM FS= 1,3..	65
4.4	TALUDE DE ARGILA COM FATOR DE SEGURANÇA MÉDIO IGUAL A 1,5	66
4.4.1	TRUNCAMENTO ESTATÍSTICO	66
4.4.2	TRUNCAMENTO DE ENGENHARIA – TALUDE DE ARGILA COM FS=1,5..	72
4.5	GRÁFICOS DAS FLUTUAÇÕES DE FATOR DE SEGURANÇA, DESVIO PADRÃO E PROBABILIDADE DE FALHA	73
4.5.1	GRÁFICOS DE AREIA COM FATOR DE SEGURANÇA DE 1,3.	74
4.5.2	GRÁFICOS DE AREIA COM FATOR DE SEGURANÇA DE 1,5.	77
4.5.3	GRÁFICOS DE ARGILA COM FATOR DE SEGURANÇA DE 1,3.	80
4.5.4	GRÁFICOS DE ARGILA COM FATOR DE SEGURANÇA DE 1,5.	83
5	CONCLUSÃO E COMENTÁRIOS FINAIS	86

LISTA DE TABELAS

Tabela	Página
Tabela 2.1 – Dados de referência de coeficiente de variação (Hidalgo e Assis, 2011)	10
Tabela 2.2 – Parâmetros de confiabilidade para a distribuição normal (modificado de Assis, 2015)	23
Tabela 2.3 – Vantagens e desvantagens dos métodos probabilísticos (modificado de Assis, 2015).	29
Tabela 2.4 – Métodos probabilísticos e os mecanismos de ruptura calculados (Autoria própria).	30
Tabela 3.1: Valores de borda utilizados para truncamento estatístico em taludes de areia	43
Tabela 3.2: Valores de borda utilizados para truncamento estatístico em taludes de argila	43
Tabela 3.3: Valores de borda utilizados para truncamento de engenharia.....	44
Tabela 4.1: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em um desvio padrão.....	46
Tabela 4.2: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em dois desvios padrão	47
Tabela 4.3: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em três desvios padrão	49
Tabela 4.4: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em quatro desvios padrão	50
Tabela 4.5: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento de engenharia	52
Tabela 4.6: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em um desvio padrão.....	53
Tabela 4.7: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em dois desvios padrão	55
Tabela 4.8: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em três desvios padrão	56

Tabela 4.9: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em quatro desvios padrão	57
Tabela 4.10: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento de engenharia.	59
Tabela 4.11: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,3 e truncamento em um desvio padrão.....	60
Tabela 4.12: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,3 e truncamento em dois desvios padrão	61
Tabela 4.13: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,3 e truncamento em três desvios padrão	63
Tabela 4.14: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,3 e truncamento em quatro desvios padrão.....	64
Tabela 4.15: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,3 e truncamento de engenharia	65
Tabela 4.16: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,5 e truncamento em um desvio padrão.....	67
Tabela 4.17: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,5 e truncamento em dois desvios padrão	68
Tabela 4.18: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,5 e truncamento em três desvios padrão	70
Tabela 4.19: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,5 e truncamento em quatro desvios padrão.....	71
Tabela 4.20: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,5 e truncamento de engenharia	73

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
Figura 2.1: Incertezas na estimação de propriedades do solo (modificado de Phoon e Kulhawy, 1999).....	4
Figura 2.2: Esquema explicativo de variável aleatória discreta (modificado de Bussab e Morettin, 1984).....	6
Figura 2.3: Curva típica de distribuição normal (modificado de Assis, 2015)	11
Figura 2.4: Distribuições normais com mesmas médias e desvios padrões diferentes (Autoria própria)	12
Figura 2.5: Significado de um IC para μ , com $y=0,95$ e σ^2 conhecido (Modificado de Bussab e Moretin, 1984).....	14
Figura 2.6: Distribuição probabilística do fator de segurança e o conceito de probabilidade falha (Autoria própria).	18
Figura 2.7: Comparação da probabilidade de falha em dois taludes com FS médio diferentes....	19
Figura 2.8: Função de distribuição de probabilidade da variável dependente Y gerada a partir das funções das variáveis independentes X_1, X_2, \dots, X_n . (Mendes, 2017).....	21
Figura 2.9: Procedimento para obtenção de números aleatórios por uma distribuição probabilística. (Mendes, 2017).....	22
Figura 2.10: Pontos de estimativa e suas respectivas probabilidades (modificado de U.S. Army Corps of Engineers, 1997).....	28
Figura 2.11: Combinação dos pontos X_{i+} e X_{i-} gerando 2^n termos pelo método de Rosenblueth (modificado de Harr, 1987).....	28
Figura 2.12: Truncamento estatístico em distribuição probabilística normal (Autoria própria)....	32
Figura 2.13: Exemplo de truncamento estatístico do ângulo de atrito de uma areia (Autoria própria).	33
Figura 2.14: Exemplo do processo de truncamento de engenharia do ângulo de atrito de uma areia (Autoria própria).	35
Figura 3.1: Generalização das seções estudadas	36
Figura 3.2: Cotas e referências dos taludes estudados	37

Figura 3.3: Demonstração da disposição do material	38
Figura 3.4: Escolha do número de círculos de ruptura.....	39
Figura 3.5: Parâmetro de entrada no programa (aba 1).....	40
Figura 3.6: Parâmetro de entrada no programa (aba 2).....	40
Figura 3.7: Parâmetro de entrada no programa (aba 4).....	41
Figura 3.8: Parâmetro de entrada para talude de areia no programa (aba 4).....	42
Figura 4.1: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em um desvio padrão (Autoria própria)	45
Figura 4.2: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em dois desvios padrão (Autoria própria)	47
Figura 4.3: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em três desvios padrão (Autoria própria)	48
Figura 4.4: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em quatro desvios padrão (Autoria própria)	50
Figura 4.5: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento de engenharia (Autoria própria)	51
Figura 4.6: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em um desvio padrão (Autoria própria)	53
Figura 4.7: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em dois desvios padrão (Autoria própria)	54
Figura 4.8: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em três desvios padrão (Autoria própria)	56
Figura 4.9: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em quatro desvios padrão (Autoria própria)	57
Figura 4.10: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento de engenharia (Autoria própria)	58
Figura 4.11: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em um desvio padrão (Autoria própria)	60
Figura 4.12: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 truncamento em dois desvios padrão (Autoria própria)	61

Figura 4.13: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 truncamento em três desvios padrão (Autoria própria)	62
Figura 4.14: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 truncamento em quatro desvios padrão (Autoria própria)	64
Figura 4.15: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 truncamento de engenharia (Autoria própria)	65
Figura 4.16: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 truncamento em um desvio padrão (Autoria própria)	67
Figura 4.17: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 truncamento em dois desvios padrão (Autoria própria)	68
Figura 4.18: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 truncamento em três desvios padrão (Autoria própria)	69
Figura 4.19: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 truncamento em quatro desvios padrão (Autoria própria)	71
Figura 4.20: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 truncamento em dois desvios padrão (Autoria própria)	72
Figura 4.21: Gráfico de Fator de Segurança x Simulações de Monte Carlo (Areia de FS=1,3)	74
Figura 4.22: Gráfico de Desvio Padrão do FS x Simulações de Monte Carlo (Areia de FS=1,3) .	75
Figura 4.23: Gráfico de Probabilidade de Falha x Simulações de Monte Carlo (Areia de FS=1,3)	76
Figura 4.24: Gráfico de Fator de Segurança x Simulações de Monte Carlo (Areia de FS=1,5)	77
Figura 4.25: Gráfico de Desvio Padrão do FS x Simulações de Monte Carlo (Areia de FS=1,5) .	78
Figura 4.26: Gráfico de Probabilidade x Simulações de Monte Carlo (Areia de FS=1,5)	79
Figura 4.27: Gráfico de Fator de Segurança x Simulações de Monte Carlo (Argila de FS=1,3) ...	80
Figura 4.28: Gráfico de Desvio Padrão de FS x Simulações de Monte Carlo (Argila de FS=1,3)	81
Figura 4.29: Gráfico de Probabilidade de Falha x Simulações de Monte Carlo (Argila de FS=1,3)	82
Figura 4.30: Gráfico de Fator de Segurança x Simulações de Monte Carlo (Argila de FS=1,5) ...	83
Figura 4.31: Gráfico de Desvio Padrão de FS x Simulações de Monte Carlo (Argila de FS=1,5)	84

Figura 4.32: Gráfico de Probabilidade de Falha x Simulações de Monte Carlo (Argila de FS=1,5)
.....85

LISTA DE SÍMBOLOS, ABREVIACÕES E NOMENCLATURAS

$\frac{\partial f}{\partial x_i}$	- Derivadas parciais da variável dependente
{s1, s2, ...}	- Elementos do espaço amostral S
•	- Representação dos elementos amostrais de Ω
c	- Coesão
Cov[x,y]	- Covariância
CV	- Coeficiente de variação
E(FS)	- Valor do fator de segurança médio
E(X)	- Esperança ou média da variável X
E(X _i)	- Valor esperado da variável aleatória X _i
E(ϕ')	- Valor esperado ou médio do ângulo de atrito
f	- Frequência na função probabilística
f(•)	- função dos elementos amostrais de Ω
f(x)	- Função de densidade de probabilidade de X
FOSM	- First Order Second Moment, método probabilístico
FS	- Fator de segurança
IC	- Intervalo de confiança
m e s	- Valores tabelados para determinado tipo de rocha
N	- Número de simulações em um método probabilístico
n	- Número de variáveis aleatórias
p(xi)	- Função de probabilidade da variável X _i
P ₊ e P ₋	- Probabilidades concentradas para os pontos X ₊ e X ₋
R	- Risco
S	- Espaço amostral
U(x)	- Custo por atributo decorrente da falha
Var(y)	- Variância da variável dependente pelo método FOSM
V(X _i)	- Variâncias dos parâmetros de entrada no método FOSM
X	- Variável aleatória
X ₊ e X ₋	- Pontos de estimativa (método de Rosenblueth)

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$	- Conjunto de variáveis aleatórias independentes
X_i	- i-ésima variável aleatória
$X_{\text{máx}}$	- Valor máximo do parâmetro X
$X_{\text{mín}}$	- Valor mínimo do parâmetro X
X_s	- Valor sorteado da variável X
$\overline{X}_1, \overline{X}_2, \dots, \overline{X}_n$	- Valores médios de n variáveis aleatórias independentes
Y	- Variável dependente Y
y	- Indicador de desempenho
$y_{\text{crítico}}$	- Valor crítico do indicador de desempenho
z	- Variável aleatória
$Z_{\alpha/2}$	- Parâmetro de confiabilidade
α	- Tolerância (erro) admitida em uma distribuição estatística
β	- Índice de confiabilidade
ΔX_i	- Incremento em torno do valor de X_i .
φ'	- Ângulo de atrito
φ_s	- Ângulo de atrito sorteado
$\varphi_{\text{máx}}$	- Valor máximo do ângulo de atrito
$\varphi_{\text{mín}}$	- Valor mínimo do ângulo de atrito
μ	- média da variável X
ρ	- Grau de linearidade
σ	- Desvio padrão
σ_1	- Tensão principal máxima
σ_3	- Tensão principal mínima
σ_c	- Resistência à compressão uniaxial
σ'	- Tensão efetiva normal ao plano
$\sigma(\text{FS})$	- Desvio padrão do fator de segurança.
$\sigma(X_i)$	- Valor do desvio padrão da variável aleatória X_i
$\sigma_x \sigma_y$	- Desvios padrões das variáveis x e y.
Ω	- Espaço amostral
τ_r	- Resistência ao cisalhamento

1 INTRODUÇÃO

As obras de taludes são de suma importância, visto que sua implantação se dá em diversos tipos de projetos de engenharia, como em barragens, cortes e aterros em estradas, na engenharia de minas, ou até mesmo na execução de subsolo de um edifício. Isso faz com que o dimensionamento neste tipo de obra deva ser feito de forma muito segura e responsável. Levando-se em consideração que sempre existe a probabilidade de falha em uma obra, fica evidente que é preciso quantificar a possibilidade do deslocamento da massa de solo ou rocha, minorando assim as consequências da falha desse elemento e ainda quantificá-las.

Chen e Lee, (2004) definem que os movimentos de massa e, em particular, os deslizamentos constituem, junto com as enchentes, uma das ameaças naturais que apresenta o maior grau de recorrência em todo o mundo e, portanto, são causantes de fortes danos às sociedades, particularmente em cidades densamente povoadas em zonas montanhosas. Bonachea (2006) demonstrou que a quantidade de deslizamentos registrados ao redor do mundo e, especialmente, em países montanhosos, supera as de outras ameaças naturais como sismos, furacões e vulcões.

A ruptura de um talude pode ocasionar inúmeras consequências graves a depender da sua localização ou da importância da obra a qual este elemento está sendo implementado. Assim, é notória a necessidade de um cuidado maior no que se refere a sua estabilidade. Solos e rochas são materiais de engenharia que possuem grande variabilidade. Esta variabilidade somada a outros fatores, como as dificuldades de ensaios e transformação em um modelo fidedigno, geram uma série de incertezas na obtenção dos parâmetros geotécnicos que serão utilizados em um projeto de engenharia.

Avaliar a estabilidade de um talude utilizando os conceitos de probabilidade e estatística permite ao projetista quantificar as incertezas geotécnicas presentes nos parâmetros para que esse possa calcular a possibilidade de ocorrência da falha global, que seria a ruptura global do talude. Sendo assim, analisar probabilisticamente a possibilidade de ruptura de uma encosta, possibilita ao projetista e à sociedade mensurar e quantificar de forma adequada os riscos associados a falha do projeto.

Apesar da grande importância de uma abordagem probabilística, na engenharia geotécnica há uma certa restrição no assunto, visto que grande parte dos projetistas consideram a abordagem determinística como suficiente.

A engenharia geotécnica tradicional trata a maior parte de seus problemas de forma determinística, em que as propriedades, parâmetros e índices têm valores fixos, e se esquece que estes tipos de obra apresentam um elevado grau de incerteza, Mendes (2017).

Na engenharia geotécnica, uma análise probabilística aplicada na análise de estabilidade de um talude pode ser significativa, na medida em que os parâmetros geotécnicos de projeto se enquadram dentro de uma variabilidade. A análise probabilística pode ainda ser incorporada para fins de calcular a confiabilidade do talude, em adição ao Fator de Segurança (FS) adotado pelos projetistas. Assim os parâmetros geotécnicos podem ser inseridos dentro de metodologias lógicas e sistemáticas, onde é considerada a variação de cada parâmetro por meio de sua representação por uma distribuição estatística, o que incorpora a frequência de ocorrência.

A análise probabilística introduz a variabilidade dos parâmetros geotécnicos, definindo valores de resistência baseado na confiabilidade da distribuição de cada parâmetro. Assim se obtém, diferentemente do FS que se caracteriza apenas por um valor, uma distribuição que caracteriza a probabilidade da ocorrência de valores menores do que o valor do Fator de Segurança. Desta forma pode se associar uma probabilidade de falha para cada tipo de obra.

Dentro da perspectiva probabilística e considerando uma distribuição de probabilidade, pode se perceber que uma amostra pode assumir valores de $-\infty$ até $+\infty$ e assim cabe na análise de distribuição dos parâmetros geotécnicos definir até onde será permitida essa variação, sempre atentando que a tolerância de variação de um parâmetro em torno da média representa uma confiabilidade no resultado. É bem comum em análises probabilísticas variar a dispersão dos parâmetros em função do desvio padrão e, sendo assim, é possível conhecer os resultados probabilísticos com diversas tolerâncias de desvios padrão. Além dessa tolerância poder ser administrada em termos de desvios padrão, ela também pode ser feita com base em resultados de ensaios já realizados e também em cima de experiência de um projetista. Executar sorteios probabilísticos de valores de parâmetros dentro de uma faixa rígida, restringindo de modo que esses valores sejam sempre selecionados dessa faixa, se denomina truncar uma distribuição amostral.

1.1 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo o estudo do efeito dos truncamentos estatísticos e de engenharia nas distribuições probabilísticas dos principais parâmetros de entrada (coesão e ângulo de atrito) na análise probabilística da estabilidade de taludes homogêneos de areia e argila. O intuito é aprimorar os parâmetros de entrada e tornar os resultados das análises probabilísticas nos projetos geotécnicos de estabilidade de taludes mais próximos ao contexto de engenharia.

1.2 ESCOPO DA MONOGRAFIA

O Capítulo 1 apresenta uma introdução sobre a importância e atualidade do tema. Além de destacar objetivos propostos para este projeto.

O Capítulo 2 possui uma revisão da literatura pertinente às incertezas geotécnicas, conceitos básicos da estatística, abordagem dos métodos probabilísticos e sobre o processo de truncamento.

O Capítulo 3 descreve a metodologia adotada para o desenvolvimento deste trabalho, bem como as ferramentas e considerações feitas.

O Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos das análises probabilísticas realizadas com o truncamento dos parâmetros de entrada, tanto para os taludes de areia, quanto para taludes de argila.

O Capítulo 5 apresenta as conclusões e comentários finais relativos aos resultados deste projeto, bem como sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros relacionados a este tema.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo serão abordados conceitos importantes que darão embasamento para o entendimento de análise probabilística. Primeiramente serão abordadas as incertezas existentes em geotecnia, os conceitos relevantes de estatística e probabilidade, a ideia central da análise de risco, o conceito e a utilização da probabilidade de falha em taludes. Em seguida, serão apresentados os métodos probabilísticos mais aplicados em geotecnia. E por último, serão explicadas as ideias dos truncamentos estatísticos e de engenharia.

2.1 A ORIGEM DAS INCERTEZAS EM GEOTECNIA

Solos e rochas estão entre os materiais de engenharia sujeitos a maior variabilidade, os quais estão altamente susceptíveis ao tratamento probabilístico (Griffiths e Gordon, 2007).

As estimações das propriedades geotécnicas implicam em uma série de incertezas durante cada etapa do processo de obtenção de tais parâmetros. Segundo Phoon e Kulhawy (1999), essas incertezas estão implícitas na natureza do solo, nos ensaios de campo, na escolha e transformação em um modelo que represente o problema real e na estimativa dos parâmetros, conforme Figura 2.1.

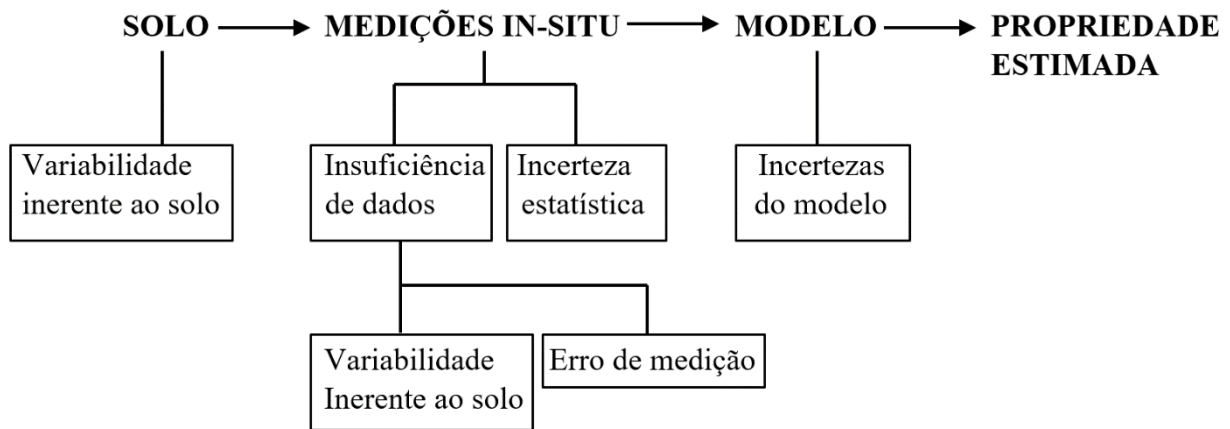


Figura 2.1: Incertezas na estimativa de propriedades do solo (modificado de Phoon e Kulhawy, 1999)

Os autores Baecher e Christian (2003) afirmam que as incertezas podem ser classificadas como: variabilidade natural, incertezas no conhecimento que por sua vez geram incertezas nos modelos adotados.

A variabilidade natural é aquela devido à aleatoriedade inerente aos processos naturais. A mesma está associada à variabilidade temporal, isto é, a mudança natural do material geotécnico ao longo do tempo, e também à variabilidade espacial, isto é, variação da propriedade em diferentes locais e profundidades. Uma forma de avaliar a variabilidade natural é a de usar modelos matemáticos simplificados ou modelos físicos os quais propiciam apenas uma aproximação do fenômeno natural (Montoya, 2013).

A incerteza no conhecimento ocorre devido à insuficiência ou ausência de dados, seja quantidade insuficiente de ensaios ou de informações relevantes, ou até mesmo a incompreensão do fenômeno físico que torna um modelo não fiel à realidade, isto é, uma caracterização incerta no que se refere ao local, aos parâmetros estimados, e ao próprio modelo escolhido.

Para a caracterização de um local na maioria dos casos são utilizadas adaptações e interpretações dos dados obtidos na exploração do subterrâneo, gerando incertezas quanto à representatividade e qualidade dos dados. Os parâmetros estimados também possuem incertezas oriundas da imprecisão dos ensaios e da calibração dos equipamentos. Segundo Montoya (2013), a incerteza dos modelos depende do nível de precisão com que o modelo matemático escolhido representa a realidade, ou seja, o comportamento físico real do sistema pode não estar sendo fielmente representado, ou até mesmo pode mudar com o tempo. Um exemplo disso, de acordo com Montoya (2013), é a representação de um estado plano de deformações em análises de estabilidades de taludes, enquanto que em geral, os movimentos de massa são tridimensionais.

2.2 CONCEITOS BÁSICOS EM ESTATÍSTICA

O presente trabalho abordará a seguir alguns conceitos básicos de probabilidade e estatística, relacionados a falhas e ruptura de taludes.

2.2.1 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Variável aleatória pode ser definida como uma função que associa um número real a cada elemento do espaço amostral, ou seja, considerando um espaço amostral S que consiste de um conjunto de resultados $\{s_1, s_2, \dots\}$. Se X é a função que atribui um número real $X(s)$ para resultado $s \in S$, então X é uma variável aleatória (Fenton e Griffiths, 2008).

As variáveis podem ser discretas ou contínuas. Uma variável aleatória X é discreta se assume um número enumerável de valores, ou seja, se existe um conjunto enumerável $\{x_1, x_2, \dots\} \subseteq \mathbb{R}$ tal que $X(\omega) \in \{x_1, x_2, \dots\}, \forall \omega \in \Omega$. A função $p(x_i)$ definida por $p(x_i) = P(X = \{x_i\})$, $i = 1, 2, \dots$ e $p(x) = 0$ para $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_1, x_2, \dots\}$, é chamada de função probabilidade de X .

Uma função X , definida sobre o espaço amostral Ω e assumindo valores num conjunto enumerável de pontos do conjunto real, é dita uma variável aleatória discreta. (Bussab e Morettin, 1984). Esquemáticamente se obteria a Figura 2.2.

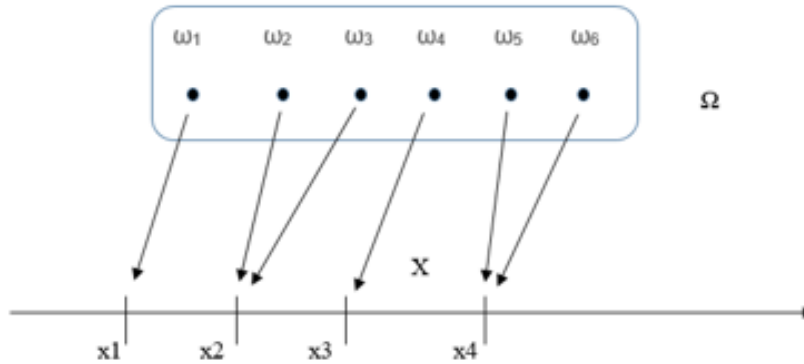


Figura 2.2: Esquema explicativo de variável aleatória discreta (modificado de Bussab e Morettin, 1984).

Qualquer função $f(\cdot)$ não negativa, e tal que $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$, define uma variável aleatória contínua X . Isto é, cria um modelo teórico para as frequências relativas de uma variável quantitativa contínua. A área compreendida entre dois valores, a e b , da abscissa x e da curva $f(x)$, dá a probabilidade (proporção teórica esperada) da variável pertencer ao intervalo limitado pelos dois pontos. (Bussab e Morettin, 1984). Pelo conceito de integral, tal probabilidade pode ser escrita como:

$$P(a \leq X < b) = \int_a^b f(x) dx \quad (2.1)$$

Assim pode ser visto que não se pode saber com certeza o valor de uma variável aleatória, e sim qual a probabilidade para cada um dos valores possíveis.

2.2.2 ESPERANÇA, VARIÂNCIA, DESVIO PADRÃO COVARIÂNCIA E COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO

Esperança é também denominada valor esperado ou média de uma variável aleatória X , é um parâmetro simbolizado por $E(X)$ ou μ e é definido por:

- Se X é uma variável aleatória discreta:

$$E(X) = \mu = \sum_i x_i p(x_i) \quad (2.2)$$

onde $p(x_i)$ é a função de probabilidade da variável X .

- Se X é uma variável aleatória contínua:

$$E(X) = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (2.3)$$

onde $f(x)$ é a função de densidade de probabilidade de X (Fenton e Griffiths, 2008).

A variabilidade é obtida pela variância, que é a medida de dispersão dos valores em relação à média. A variância de uma variável aleatória X , $Var(X)$, é definida por:

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2] \quad (2.4)$$

onde $\mu = E(X)$, isto é, esperança ou média da variável X . (Fenton e Griffiths, 2008).

Para se ter um indicador de dispersão na mesma unidade do valor esperado da variável, usa-se, comumente, o desvio padrão, que é a raiz quadrada da variância (Mendes, 2017):

$$\sigma = \sqrt{Var(x)} \quad (2.5)$$

Para associar mais de uma variável no tempo faz-se uso da covariância, que é a medida do grau de interdependência entre duas variáveis aleatórias. Sejam duas variáveis aleatórias x e z, sua covariância é dada por:

$$Cov[x, z] = E[(x - \mu_x)(z - \mu_z)] \quad (2.6)$$

• Se X é uma variável aleatória discreta:

$$\sum_x^n \sum_z^n (x - \mu_x)(z - \mu_z) p(x_i, z_i) \quad (2.7)$$

• Se X é uma variável aleatória contínua:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)(z - \mu_z) f(x, z) dx dz \quad (2.8)$$

Para medir o grau de linearidade na variação de uma variável aleatória x em relação a outra variável y, faz-se uso do coeficiente de correlação. Este coeficiente varia de -1 a 1, e quanto mais próximo desses limites, maior é linearidade entre as variáveis (Mendes, 2017). O grau de linearidade é dado por:

$$\rho = \frac{Cov[x,z]}{\sigma_x \sigma_z} \quad (2.9)$$

onde σ_x σ_z são os desvios padrões das variáveis x e z.

2.2.3 COEFICIENTE DE VARIAÇÃO

Em engenharia, a variabilidade é usualmente expressa por um valor adimensional, o coeficiente de variação, que é a relação entre o desvio padrão e a média:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \quad (2.10)$$

Tradicionalmente, na prática da engenharia geotécnica, a incerteza dos parâmetros e dos modelos tem sido tratada por meio da magnitude dos fatores de segurança ou pela confiança na experiência dos engenheiros encarregados dos projetos. Outra forma usada é a do método observacional, no qual se ajustam os projetos na medida em que a construção avança, mas em muitos casos esta tem sido ignorada. Porém as novas exigências dos projetos e o desenvolvimento de novas técnicas exigem e permitem que se avalie a incerteza de forma mais rigorosa nos processos de projeto geotécnico (Montoya, 2013).

Quando não se dispõe de número suficiente de ensaios (que é realidade recorrente em boa parte dos casos), pode-se utilizar coeficientes de variação estimados (desvio padrão sobre a média) a partir de valores típicos que têm mostrado pouca variabilidade temporal e espacial (Whitman, 1984, USACE, 1999, Duncan, 2000, Phoon et al., 2003). Na Tabela 2.1 são apresentadas faixas típicas de coeficientes de variação dos parâmetros geotécnicos de interesse para análises de estabilidade de taludes.

Tabela 2.1 – Dados de referência de coeficiente de variação (Hidalgo e Assis, 2011)

Parâmetro	Coeficiente de variação (%)	Fonte
Peso específico	3-7	Ribeiro, 2008*
Peso específico submerso	4-8	USACE, 1994*
Coesão	0-10	Duncan, 2000
Ângulo de atrito efetivo	40 (20 a 80)	
	2-13	Ribeiro, 2008*
	3,7-9,3 areias e 7,5-10,1 argilas	USACE, 1994*
Resistência não drenada de argilas	13-40	Ribeiro, 2008*
	11-45	USACE, 1994*
Coeficiente de permeabilidade (k)	20-90	USACE, 1994*
Coeficiente de adensamento (Cv)	33-68	Duncan, 2000
Pressão de pré-adensamento (Pp)	10-35	Duncan, 2000
Índice de compressão (Cc)	10-37	Duncan, 2000
Número de golpes SPT (N)	15-45	Ribeiro, 2008*
Resistência à compressão uniaxial de metassiltitos	29-55	Hidalgo e Assis, 2003 ^a
Resistencia à compressão uniaxial de metacalcáreos	18-40	Hidalgo e Assis, 2003a, Hidalgo <i>et al.</i> , 2003b

2.2.4 PRINCIPAIS DISTRIBUIÇÕES ESTATÍSTICAS

A Inferência Estatística é fazer uma afirmação sobre parâmetros de uma dada população por meio de uma amostra. (Bussab e Morettin, 1984)

Sendo assim, para se conhecer um parâmetro β de uma população pode ser sorteado aleatoriamente parte representativa dessa população para compor uma amostra. Haverá assim uma estatística Y que é função dessa amostra, podendo ser escrita como $Y=f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$. Baseado em um valor de Y haverá uma afirmação sobre um parâmetro de toda a população.

Bussab e Morettin (1984) afirmam que essa validade é tão melhor representada quando a distribuição Y possui $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$, assumindo todos os valores possíveis. Essa distribuição é chamada de distribuição amostral da estatística Y.

Existem variadas distribuições estatísticas, mas o presente trabalho se restringirá em apenas três: Normal, log-normal e exponencial.

2.2.4.1 DISTRIBUIÇÃO NORMAL

A distribuição normal é provavelmente a distribuição mais importante nos dias de hoje. Isso acontece porque grande parte das variáveis aleatórias tendem a uma distribuição normal, e isso foi provado pelo teorema do limite central. (Mendes, 2017)

A distribuição normal tem sua função de probabilidade dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \quad (2.11)$$

onde:

x – Variável aleatória associada: $-\infty < x < \infty$.

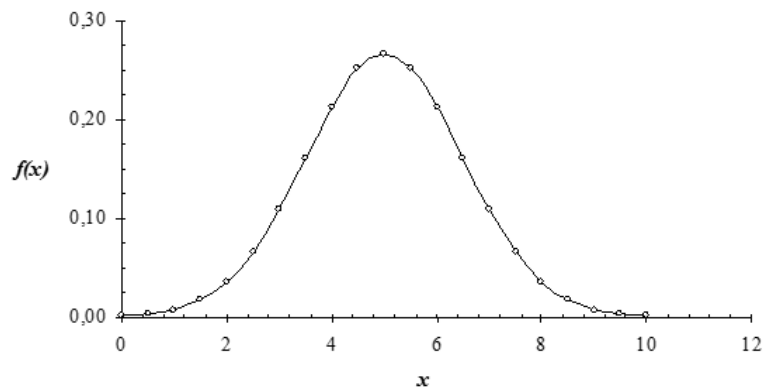


Figura 2.3: Curva típica de distribuição normal (modificado de Assis, 2015)

A distribuição Normal apresenta algumas propriedades teóricas importantes, Meyer (1965) cita algumas dessas propriedades:

a) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$.

b) Pelo formato de sino do seu gráfico, dado que $f(x)$ depende apenas de x , torna evidente que o gráfico de $f(x)$ será simétrico em relação a média (μ). Pode-se ainda verificar que para $x = \mu$, o gráfico de $f(x)$ é descendente, de concavidade para baixo. Quando $x \rightarrow \pm \infty$; $f(x) \rightarrow 0$, assintoticamente. Visto que $f(x) \geq 0$ para todo x , isto significa que, para valores grandes de x (positivos ou negativos), o gráfico de f tem a concavidade para cima. Assim pode se verificar que a inflexão ocorre para $x = \mu \pm \sigma$. Exemplificando, σ unidades para a direita e para a esquerda de μ o gráfico de f muda de concavidade. Por isso, se σ for relativamente grande, há maior dispersão entre os valores amostrais em relação ao valor médio e o gráfico de $f(x)$ tende a ser "achatado". Enquanto se σ for pequeno, há menor dispersão entre os valores das amostras em relação ao valor médio e o gráfico de f tende a ser mais "pontagudo", como pode ser observado no exemplo da Figura 2.4.

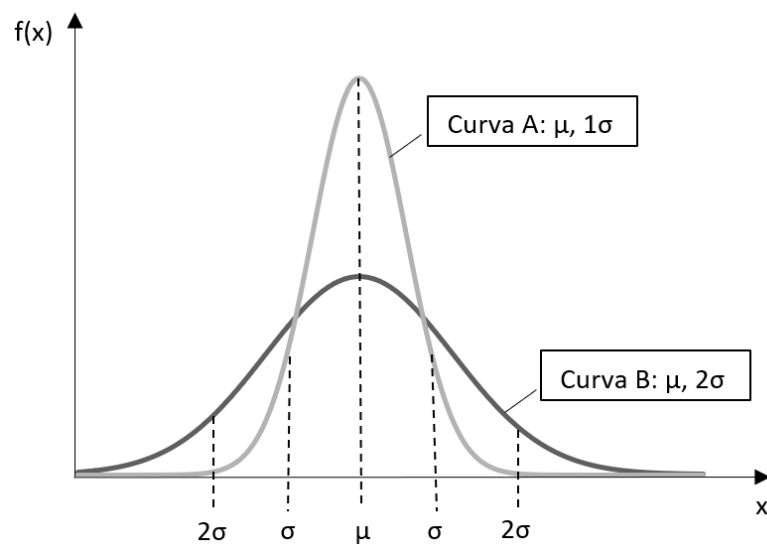


Figura 2.4: Distribuições normais com mesmas médias e desvios padrões diferentes (Autoria própria)

2.2.4.2 DISTRIBUIÇÃO LOG NORMAL

Segundo Mendes (2017), a distribuição log-normal surge por uma transformação não-linear da distribuição normal. Assim, a variável x é log-normalmente distribuída se $\ln(x)$ é normalmente

distribuída. Se isso é verdade, então, a função de densidade de probabilidade de x é demonstrada como:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \quad (2.12)$$

Essa relação mostra que dados advindos de uma distribuição log-normal podem ser analisados segundo uma distribuição normal, se considerarmos o logaritmo dos dados originais.

2.2.4.3 DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Uma variável aleatória contínua X , que tome todos os valores não-negativos, terá uma distribuição exponencial com parâmetro $\alpha > 0$, se sua função de probabilidade (fdp) for dada por $f(x) = \alpha e^{-\alpha x}$, $x > 0$ e, caso contrário, $f(x) = 0$ (Meyer, 1965).

A distribuição exponencial é de grande valor por se relacionar com a teoria da confiabilidade, ou seja, definir, por exemplo, quanto tempo algo levará até a falha.

2.2.5 INTERVALO DE CONFIANÇA

Dado que os valores encontrados pelos estimadores estatísticos não são pontuais, é importante saber qual a magnitude do erro associado a esse processo. Essa é a característica do Intervalo de Confiança (IC), pois este consegue mensurar quão distante está o estimador da população real.

A estimativa pontual da média populacional μ será feita por um valor \bar{x} . Qualquer que seja essa amostra, obtém-se um erro que será $\bar{x} - \mu$. Segundo Bussab e Moretin (1984), é possível reescrever, pelo Teorema Central do Limite, que $P(|\bar{X} - \mu| < 1,96 \sigma_{\bar{x}}) = 0,95$. Disto, pode ser interpretado que há 95% de probabilidade da média populacional se encontrar nesse intervalo.

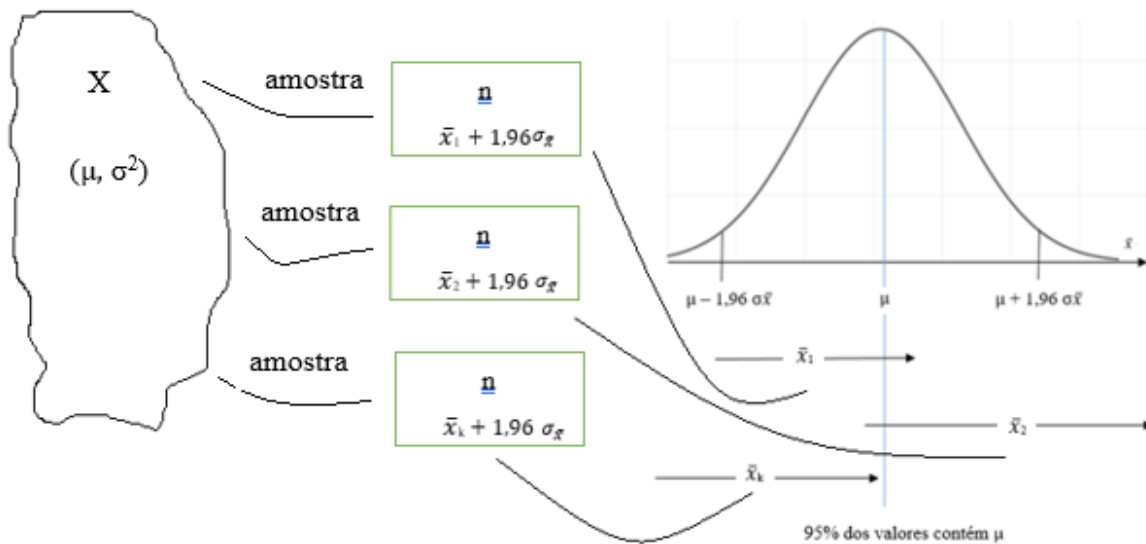


Figura 2.5: Significado de um IC para μ , com $y=0,95$ e σ^2 conhecido (Modificado de Bussab e Moretin, 1984)

2.3 RISCO

O conceito de risco depende da área da ciência pela qual esse é observado. O conceito de risco na biologia se baseia na ameaça que algum agente patógeno tem de gerar dano à vida humana. O risco financeiro por exemplo é o potencial que um investimento tem de não proporcionar o resultado esperado. Na engenharia esse conceito é um pouco mais categorizado, sendo o risco admitido pela probabilidade de falha de um empreendimento multiplicado pela consequência potencial dessa falha.

Segundo a Sociedade Internacional de Mecânica de Solos e Engenharia Geotécnica (ISSMGE, 2004), risco é a probabilidade e severidade de um efeito adverso para a vida, a saúde, a propriedade ou o meio ambiente. Sendo assim, pode ser notado que as severidades das consequências contribuem de forma determinante no risco de um empreendimento. É possível então quantificar o valor desse risco, e Einstein (1996) define quantitativamente o risco como o desempenho combinado ao potencial valor de perda, isto pode ser reescrito como:

$$Risco = R = P(Desempenho) \times Potencial \ de \ Perdas \quad (2.13)$$

onde o desempenho pode ser assumido como a probabilidade de falha e o potencial de perdas como a consequência. Sendo a equação reescrita como:

$$Risco = R = Probabilidade\ de\ Falha \times Custo\ das\ Consequências \quad (2.14)$$

Einstein (1996) define que os custo das consequências dessa falha pode ser ainda destrinchado em um parâmetro $U(x)$, que avalia em forma de atributos algum custo proveniente da falha, como custo de limpeza de escorregamento de um talude ou ainda o custo de reparar uma rodovia. Assim, uma expressão mais geral seria:

$$Risco = R = P(Desempenho) \times \left(\frac{Consequências}{Desempenho} \right) \times U(x) \quad (2.15)$$

Esse parâmetro $U(x)$ é importante para avaliar o dano envolvido na definição de risco. (Montoya, 2013) evidencia isso ao descrever que a consequência depende de que o evento ameaçante possa ocorrer e que os elementos expostos se mostrem passíveis de danificação perante a ocorrência do evento.

No caso dos deslizamentos em estradas, a probabilidade de ocorrer danos depende de que efetivamente se apresentem deslizamentos e que os elementos expostos (via, veículos e pessoas) possam ser afetados. Por exemplo, o risco para um mesmo deslizamento é diferente se o veículo afetado é um automóvel ou um caminhão, já que o primeiro tem menor capacidade de resistir às forças geradas. Neste caso a vulnerabilidade será entendida como a predisposição do elemento exposto a ser danificado diante uma falha dos taludes. A vulnerabilidade das estradas também poderia ser considerada não dessa ótica da segurança, mas da conectividade dos locais servidos pela estrada (Berdica, 2002).

O desempenho ou sua probabilidade de falha propriamente dita, é extremamente variável de acordo com a estrutura que se esteja avaliando. O maciço é um meio anisotrópico e não homogêneo, o que leva a mudança às vezes abruptas de característica do material que se esteja avaliando. Ou seja, em cada trecho do material analisado haverá uma diferente probabilidade de colapso. O

colapso de um talude é a frequência de ocorrência de condições, onde, na superfície de escorregamento, as forças de corte resistentes são superadas pelas forças ativas tangenciais, causando colapso (Gama 1994).

2.4 PROBABILIDADE DE FALHA

Nenhum projeto de engenharia é totalmente seguro à falha, isto é, por melhor que seja elaborado o projeto, ou controlados os materiais utilizados e a execução, há sempre uma probabilidade de falha. A falha é algo que pode ser tanto relacionado à ruína ou ruptura, quanto ao desempenho aceitável para o qual determinado projeto foi concebido. Segundo Duncan (1999), a palavra “falha” não implica necessariamente em uma falha catastrófica. Para algumas condições seria mais adequado o uso do termo “desempenho insatisfatório”, como é usado pelo Corpo de Engenheiros do Exército dos Estados Unidos (U.S. Army Corps of Engineers, 1995), ao invés do termo “falha”.

Em qualquer vertente que se deseja analisar, é fundamental a identificação do indicador de desempenho, isto é, o fator crítico que ao ser superado ou não alcançado, a depender do parâmetro analisado, caracteriza a falha. Entende-se, portanto, como probabilidade de falha, a probabilidade de um determinado fator crítico ser superado ou não alcançado:

$$P_f = P(y > y_{crítico} \text{ ou } y < y_{crítico}) \quad (2.16)$$

Em projetos geotécnicos, o cuidado com as probabilidades de falha deve ser ainda maior, devido à incerteza na composição e desempenho dos seus materiais. Solos e rochas, estão entre os materiais que possuem maior variabilidade na engenharia, tanto quanto estão mais susceptíveis a um tratamento probabilístico (The National Academy of Sciences, 1995). Em materiais geotécnicos, as propriedades são variadas e dependentes de vetores espaciais, como a profundidade. Para a análise de probabilidade de falha se faz necessário, portanto, a consideração dessa variabilidade de parâmetros.

Na engenharia, utilizando abordagem determinística para lidar com problemas e parâmetros variáveis, converte-se os parâmetros e carregamentos em valores constantes (geralmente valores

médios). Depois, com base na experiência, e na tentativa de dar mais segurança aos projetos, varia-se tais parâmetros e carregamentos dentro de faixas de ocorrência e avalia-se o caso mais crítico. Sem considerar, no entanto, a probabilidade de ocorrência de tais parâmetros e carregamentos.

Já na abordagem probabilística incorpora-se a variabilidade de parâmetros e carregamentos para possível análise e execução de um projeto de engenharia. A probabilidade de falha é obtida pela distribuição de probabilidade do indicador de desempenho analisado, que por sua vez é obtida com a utilização dos chamados métodos probabilísticos que consideram as probabilidades das variáveis que o compõe (no caso de serem variáveis aleatórias independentes). Em outras palavras, as variáveis que constituem a formulação de engenharia do indicador de desempenho possuem determinada distribuição estatística, logo o próprio indicador é uma distribuição probabilística (Assis, 2015).

Desta forma entende-se que os métodos probabilísticos são mais adequados para calcular determinada probabilidade de falha, que juntamente com suas respectivas análises de confiabilidade, compõem uma melhor alternativa em uma análise de risco, sobretudo em projetos geotécnicos. Entretanto, a análise probabilística requer maior esforço computacional do que a mesma análise determinística equivalente. A depender do método probabilístico adotado e da quantidade de variáveis consideradas no modelo, para um determinado grau de confiabilidade pode-se necessitar de milhares de análises (Gibson, 2011).

Para uma tornar possível encontrar a probabilidade de falha de determinado elemento na engenharia, é necessário a identificação do indicador de desempenho que caracteriza a falha. Nesse sentido, para a análise de estabilidade é importante identificar qual é a variável dependente a ser avaliada, isto é, o indicador de desempenho que garante tal estabilidade e a não ocorrência de falha. No caso de taludes, a variável já consolidada e largamente utilizada como critério de estabilidade é o fator de segurança (FS). O fator de segurança é definido como a relação entre as forças de resistência e as forças atuantes no talude.

Entende-se por falha em taludes a obtenção de um fator de segurança menor que 1, sendo este o fator de segurança crítico a ser superado para garantir estabilidade. Entretanto, mesmo computando o fator de segurança com um valor maior do que 1, não importa qual valor encontrado, sempre há alguma chance de falha (Sahis e Biswas, 2017). Assim sendo, a probabilidade de falha pode ser entendida como:

$$P_{f_{taludes}} = P(FS < 1) \quad (2.17)$$

O fator de segurança deixa de ser um valor fixo e passa a ser analisado como uma distribuição probabilística (obtida utilizando método probabilístico), e a probabilidade de falha corresponde a área sob a curva de probabilidade até o valor FS igual a 1, conforme demonstrado na Figura 2.6.

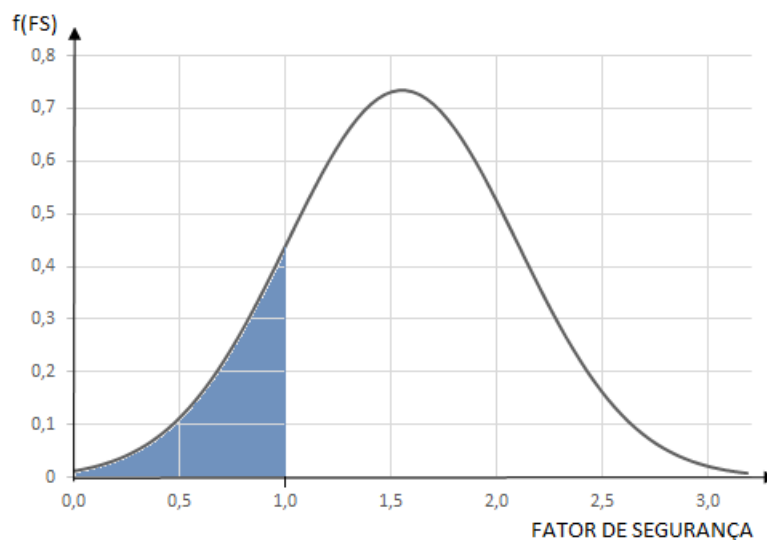


Figura 2.6: Distribuição probabilística do fator de segurança e o conceito de probabilidade falha (Autoria própria).

A utilização de abordagem probabilística permite a tomada de decisão de engenharia de maneira mais ampla e completa, acarretando em um risco consideravelmente menor. Um exemplo disso é a comparação hipotética entre as curvas de densidade de probabilidade de dois taludes diferentes. Na engenharia convencional, que trata os problemas de maneira determinística, o talude considerado mais seguro seria aquele que apresentasse o maior fator de segurança calculado (independentemente do critério de ruptura e o método de cálculo adotado). Já na engenharia moderna, que faz uma análise probabilística dos problemas, o talude mais seguro seria aquele que apresenta menor probabilidade de falha, isto é, menor área sob a curva de densidade de probabilidade do fator de segurança até o valor crítico igual a 1.

Ter o maior fator de segurança e ter menor probabilidade de falha não são necessariamente verdades mútuas. Tal fato pode ser exemplificado na Figura 2.7, onde dois taludes fictícios, com diferentes fatores de segurança médio e desvios padrões, apresentam diferentes probabilidades de falha. É possível observar que o Talude A, embora tenha um fator de segurança médio maior do que o do Talude B, possui um desvio padrão maior (indicando maior dispersão dos valores em relação à média), e uma maior área sob a curva até o fator de segurança igual a 1, o que indica maior probabilidade de falha, em relação ao Talude B.

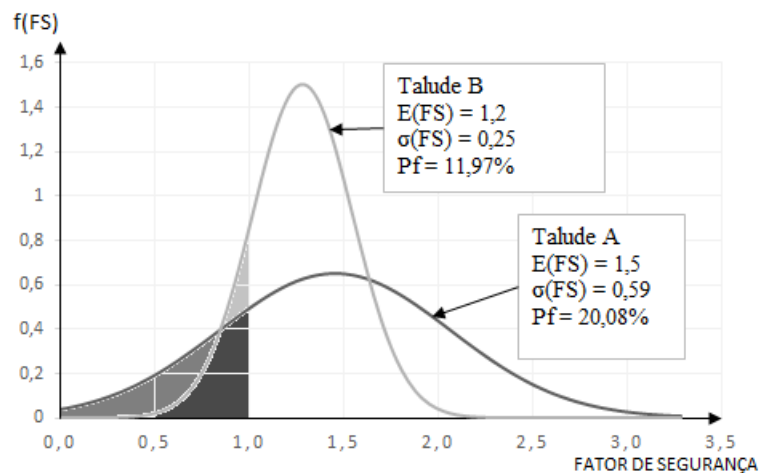


Figura 2.7: Comparação da probabilidade de falha em dois taludes com FS médio diferentes.

Segundo Duncan (1999), a probabilidade de falha não deve ser vista como substituição do fator de segurança, e sim como um suplemento. O autor ainda afirma que, computar o fator de segurança e também a probabilidade de falha é melhor do que somente um ou outro.

É também fundamental a interpretação da probabilidade de falha calculada para a tomada de decisão. Por exemplo, a obtenção da probabilidade de falha de 2% em determinado talude indica que para cada cem taludes com as mesmas condições, dois sofrerão ruptura, ou que para um único talude de cem metros, há uma chance estatística de um trecho de dois metros, deste mesmo talude, sofrer ruptura.

Vale ressaltar que o critério de projeto e as decisões de engenharia devem ser baseadas em análise de risco e não somente pelo fator de segurança ou probabilidade de falha. O risco é calculado considerando a probabilidade de falha e as consequências da falha (Gibson, 2011).

2.5 MÉTODOS PROBABILÍSTICOS APLICADOS EM GEOTECNIA

Os métodos de análise probabilística permitem a avaliação da distribuição de probabilidade de certa variável dependente, onde são consideradas as distribuições estatísticas das variáveis independentes que a compõe. Segundo Assis (2015), a estatística aplicada utiliza, mais frequentemente, três métodos probabilísticos: o Método de Monte Carlo, o Método FOSM (*First Order Second Moment Method*), e o Método dos Pontos de Estimativa (Rosenblueth). Contudo, a utilização dos métodos probabilísticos requer a existência de formulação de engenharia (matemática) da variável dependente a ser analisada. Em outras palavras, é necessária formulação matemática que relaciona indicador de falha com os dados de entrada, que são variáveis aleatórias. No caso de taludes, o fator de segurança é o indicador de falha e se encaixa neste quesito.

2.5.1 MÉTODO MONTE CARLO

O método Monte Carlo é um método considerado exato, e exige que as funções de distribuição de probabilidade de todas as variáveis independentes sejam inicialmente conhecidas (Montoya, 2013). O método considera que a variável dependente estudada apresenta uma função $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ e que são conhecidas as distribuições de probabilidade das variáveis X_1, X_2, \dots, X_n e a função Y é calculada para estes valores, conforme a Figura 2.8.

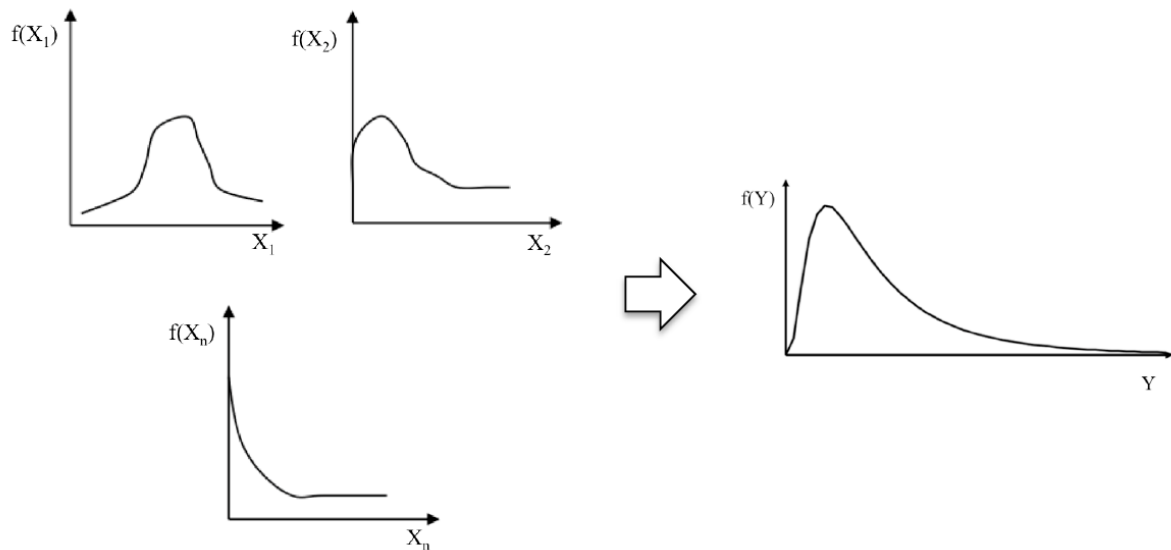


Figura 2.8: Função de distribuição de probabilidade da variável dependente Y gerada a partir das funções das variáveis independentes X_1, X_2, \dots, X_n . (Mendes, 2017)

Segundo Montoya (2013), quando não se têm as distribuições das variáveis independentes, são assumidas distribuições normal ou log-normal, triangular ou até mesmo constante. A principal vantagem da metodologia de Monte Carlo é a obtenção completa da distribuição de probabilidade da variável dependente, sem a necessidade de ajuste de melhor função probabilística, pois o número N de cálculos é consideravelmente grande. A desvantagem do método consiste na exigência considerável de tempo, grande esforço computacional e programas específicos.

Segundo (Griffiths e Gordon, 2007) o método Monte Carlo é um procedimento que visa simular processos estocásticos através da seleção aleatória de valores de entrada para um modelo de análise em proporção às suas respectivas funções de densidade probabilísticas. É uma técnica poderosa para problemas lineares ou não lineares, entretanto requer um grande número de simulações para gerar uma distribuição confiável como resposta.

Os dados de entrada são sorteados aleatoriamente e independentemente com base nas suas respectivas funções de probabilidade, já conhecidas. Uma das técnicas de geração de valores de distribuição é o uso da distribuição de probabilidade acumulada, onde a variável contínua é distribuída uniformemente no intervalo $[0, 1]$. Sorteia-se um número neste intervalo de $[0, 1]$, obtendo-se um valor sorteado (X_s) para a variável X. O sorteio é feito de maneira independente para cada variável dependente de X_1, X_2, \dots, X_n (Mendes, 2017).

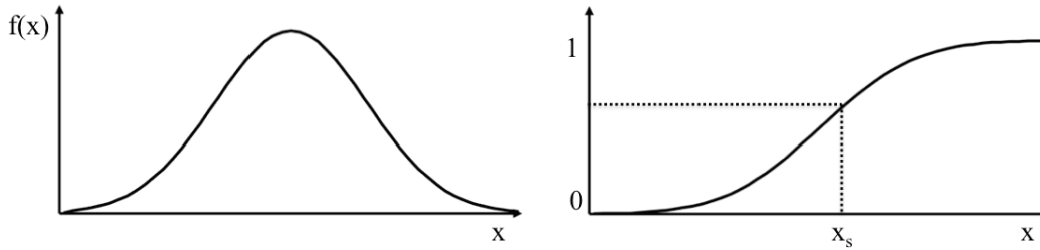


Figura 2.9: Procedimento para obtenção de números aleatórios por uma distribuição probabilística.

(Mendes, 2017)

Repete-se o processo de sorteio N vezes para cada variável aleatória. A variável dependente também é calculada N vezes, com os valores de cada sorteio, obtendo-se assim a média e o desvio padrão do indicador de falha. Com a distribuição de probabilidade do indicador, é possível obter a probabilidade de falha.

No caso de estabilidade de taludes, o indicador de falha é o fator de segurança, e a probabilidade de falha será calculada simplesmente como a porcentagem de valores sorteados aleatoriamente que geraram $FS < 1$:

$$Pf = \frac{N^o(FS < 1)}{N} \quad (2.18)$$

O método de Monte Carlo é utilizado em alguns programas de análise de estabilidade de taludes. Entretanto, quando a probabilidade de falha é muito pequena, o número de simulações necessárias para obter um resultado preciso é tão grande que, exceto para problemas simples, é impraticável. Com o aumento da velocidade de processamento dos computadores, cada vez mais o método de Monte Carlo vem se tornando mais atrativo (Wu *et al.*, 1997).

O número de simulações de Monte Carlo varia de acordo com o nível de confiança que se deseja alcançar e é dado por:

$$N = \left(\frac{z_{\alpha/2}^2}{4\alpha^2} \right)^n \quad (2.19)$$

onde:

N é o número de simulações de Monte Carlo para certo nível de confiança;

$Z_{\alpha/2}$ é o parâmetro de confiabilidade (número de desvios padrão) obtido da Tabela 2.2;

α é a tolerância (erro) admitida na aproximação de Monte Carlo;

n é o número de variáveis aleatórias independentes que afetam a variável dependente.

Tabela 2.2 – Parâmetros de confiabilidade para a distribuição normal (modificado de Assis, 2015)

NÍVEL DE CONFIANÇA ($1-\alpha$) (%)	PARÂMETRO DE CONFIABILIDADE ($Z_{\alpha/2}$)
90	1,64
95	1,96
95,45	2,00
98	2,33
99	2,58
99,5	2,81
99,73	3,00
99,9	3,29
99,99	3,89
99,994	4,00

No caso de um talude hipotético, por exemplo, em uma análise que considera 3 variáveis aleatórias independentes que afetam o valor do fator de segurança, e admite-se um erro de 10%, isto é, um nível de confiança de 90%, possui parâmetro de confiabilidade ($Z_{\alpha/2}$) igual a 1,64. O número N de simulações de Monte Carlo:

$$N = \left(\frac{1,64^2}{4(0,1)^2} \right)^3 = 304\ 007 \text{ simulações} \quad (2.20)$$

Aumentando-se o nível de confiança para 95%, a quantidade de simulações de Monte Carlo será:

$$N = \left(\frac{1,96^2}{4(0,05)^2} \right)^3 = 56\,693\,913 \text{ simulações} \quad (2.21)$$

O exemplo acima torna notório o aumento do número de simulações necessária para a simulação de Monte Carlo com o aumento do nível de confiança desejável. Vale ressaltar também que no caso acima foram consideradas somente 3 variáveis independentes. Para problemas com mais variáveis, o número de simulações cresce ainda mais. Isso indica que para casos de funções matemáticas complexas, o tempo computacional pode ser excessivamente grande ou até impraticável. Devido a este fator, a utilização deste método na prática tem sido feita considerando critérios alternativos de aceitação. Segundo Assis (2017), a aceitação dos resultados do método de Monte Carlo pode ser feita de duas maneiras:

- A primeira é a observação da evolução dos valores estatísticos (por exemplo: média, desvio padrão e probabilidade de falha) e da forma da distribuição de probabilidade com o aumento do número de simulações. Aceitando-se resultados que estabilizaram com o aumento do número de simulações.
- A segunda é aplicada quando se tem conhecimento da probabilidade de falha esperada e quando o número mínimo N de simulações de Monte Carlo necessários para verificar tal probabilidade é excessivamente grande. Quando isso não for possível, deve-se fazer o maior número de simulações possíveis e calcular os valores da média e desvio padrão. Então, considerando o histograma de frequência da variável dependente, buscar a melhor função de distribuição probabilística que se ajuste ao histograma e calcular a probabilidade de falha.

2.5.2 MÉTODO FOSM

O método FOSM (First Order Second Moment) ou Método da Aproximação de Primeira Ordem da Variância decorre da expansão da Série de Taylor da equação da variância de uma variável dependente y em função de variáveis aleatórias independentes, onde esta expansão é truncada nos seus termos de primeira ordem. O método FOSM é dito de primeira ordem e segundo momento uma vez que somente termos de primeira ordem (lineares) são utilizados e somente os

primeiros dois momentos estatísticos (média e desvio padrão) são considerados (U.S. Army Corps of Engineers, 1995).

No método FOSM o valor médio da variável dependente é calculado a partir dos valores médios das n variáveis aleatórias independentes (representados por $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n$), conforme observado como:

$$E(y) = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n) \quad (2.22)$$

O cálculo da variância da variável dependente é feito a partir das variâncias dos parâmetros de entrada ($V(X_i)$), obtidos ou não por coeficientes de variação, e das derivadas parciais da variável dependente em relação a cada variável independente:

$$Var(y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 * V(X_i) \quad (2.23)$$

O truncamento da expansão da série de Taylor a partir dos termos de segunda ordem elimina os efeitos dos terceiros e quarto momentos estatísticos. Segundo Harr (1987), uma das desvantagens da utilização do método FOSM são os requisitos matemáticos necessários às derivações, que embora mais simples do que outros métodos exatos, geralmente não são elementares.

As derivadas podem ser obtidas com cálculo analítico, ou pela utilização da aproximação numérica:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{f(X_i + \Delta X_i) - f(X_i)}{\Delta X_i} \quad (2.24)$$

onde ΔX_i é um incremento em torno do valor de X_i .

De acordo com Baecher & Christian (2003), para um número N de variáveis incertas, o método FOSM exige avaliar N derivadas parciais da função de desempenho ou executar uma aproximação numérica utilizando uma avaliação a $2N + 1$ pontos.

Quando a distribuição de probabilidade de algum (ou todas) as variáveis componentes não são conhecidas e somente seus valores médios e as suas covariâncias estão disponíveis, o método de primeira ordem pode ser usado para a determinação do índice de confiabilidade e a probabilidade de falha correspondente (Wu *et al.*, 1997).

O índice de confiabilidade (β), uma vez que o FS crítico é igual a 1, é definido por:

$$\beta = \frac{[E(FS)-1]}{\sigma(FS)} \quad (2.25)$$

onde:

$E(FS)$ é o valor do fator de segurança médio, calculado com parâmetros médios;

$\sigma(FS)$ é o desvio padrão do fator de segurança.

Para estabilidade de taludes, o método FOSM é usado na avaliação da importância relativa dos parâmetros no cálculo de variância da variável dependente, isto é, permite a avaliação de qual parâmetro tem mais peso na variância final do fator de segurança, conduzindo, então, as proposições de projeto (Assis, 2017).

Montoya (2013) descreve como vantagens deste método a formulação matemática mais simples, de maneira que não requer grandes esforços computacionais e permitem quantificar a influência de cada variável independente na variância da variável dependente. Como desvantagem, não obtém uma distribuição completa da variável dependente devendo-se adotar hipóteses sobre esta distribuição. Outra desvantagem, citada por Harr (1987), é o fato de que os requisitos matemáticos necessários às derivações, embora mais simples que de outros métodos exatos, geralmente não são elementares. Para variáveis dependentes que não possuem relação linear com as variáveis aleatórias, o método FOSM possui limitação, uma vez que as derivadas parciais não são constantes.

2.5.3 MÉTODO DOS PONTOS DE ESTIMATIVA

O Método dos Pontos de Estimativa (ou método Rosenblueth) consiste em procedimentos onde a distribuição de probabilidade de variáveis contínuas é modelada a partir de distribuições discretas equivalentes os quais se obtêm um ou mais valores (U.S. Army Corps of Engineers, 1997).

Pelo método de Rosenblueth é possível estimar os quatro momentos estatísticos (média, desvio padrão, coeficiente de assimetria e curtose) da variável dependente a ser obtida, que será calculada em função das variáveis aleatórias independentes, desde que se conheçam pelo menos dois momentos, média e desvio padrão de cada variável (ou pelo menos suas estimativas por coeficiente de variação). Não há, então, a necessidade de conhecer as distribuições de probabilidade completas das variáveis independentes ou da dependente.

No método de Rosenblueth cada variável independente contínua X_i é representada por dois pontos de estimativa, X_{i+} e X_{i-} com:

$$X_{i+} = E(X_i) + \sigma(X_i) \quad (2.26)$$

$$X_{i-} = E(X_i) - \sigma(X_i) \quad (2.27)$$

onde:

$E(X_i)$ é o valor esperado, ou média, da variável aleatória X_i ;

$\sigma(X_i)$ é o valor do desvio padrão da variável aleatória X_i .

Os dois pontos de estimativa e suas respectivas probabilidades concentradas formam uma distribuição probabilística equivalente da variável aleatória, os valores das duas probabilidades (P_+ e P_-) devem somar uma unidade (U.S. Army Corps of Engineers, 1997). A representação das probabilidades concentradas P_+ e P_- pode ser observada na Figura 2.10.

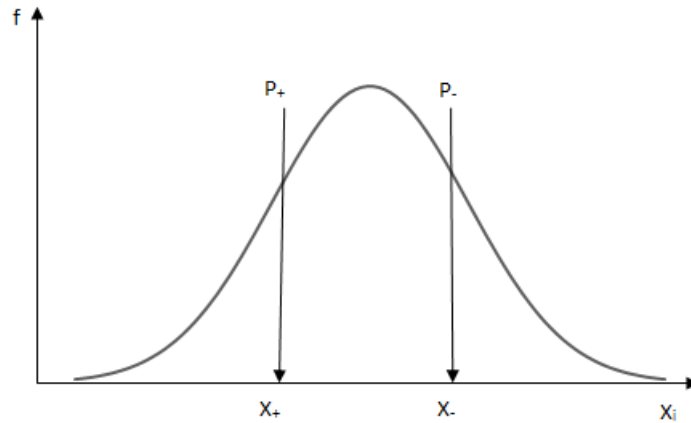


Figura 2.10: Pontos de estimativa e suas respectivas probabilidades (modificado de U.S. Army Corps of Engineers, 1997).

Supondo que exista uma função bem definida que una a variável dependente às independentes, com procedimentos simples, pode-se trabalhar com a variabilidade sem introduzir complexidades numéricas muito grandes na análise determinística. Para uma variável dependente (Y) com formulação matemática com n variáveis, o método de Rosenblueth contempla o cálculo de 2^n valores estimados de Y, considerando cada combinação dos pontos particulares X_{i+} e X_{i-} (Figura 2.11).

Número de Variáveis Aleatórias

		1	2	3	...	n
Número de Termos	1	-	-	-		
	2^1	+	-	-		
	3	-	+	-		
	2^2	+	+	-		
	5	-	-	+		
	6	+	-	+		
	7	-	+	+		
	2^3	+	+	+		
·						
·						
·						
2^n						

Figura 2.11: Combinação dos pontos X_{i+} e X_{i-} gerando 2^n termos pelo método de Rosenblueth (modificado de Harr, 1987).

Para cada combinação de X_{i+} e X_{i-} é calculado um valor da variável dependente (Y) com a mesma formulação determinística. Com os valores obtidos da variável dependente (Y_1, Y_2, \dots, Y_2^N) são calculadas a média, o desvio padrão, e caso necessário, a assimetria e curtose. Com o conhecimento dos momentos estatísticos, sobretudo de uma melhor noção de simetria, é possível adotar uma distribuição probabilística com melhor representatividade da variável dependente. Em engenharia, tal distribuição será utilizada para a representação do indicador de desempenho e para o cálculo da probabilidade de falha.

2.5.4 COMPARAÇÃO E ESCOLHA DOS MÉTODOS PROBABILÍSTICOS

Os métodos probabilísticos apresentados neste trabalho possuem diferentes requisitos e critérios de aplicação. A escolha de qual método adotar para a obtenção da probabilidade de falha e conseguinte realização de análise de risco depende do problema que está sendo analisado, da qualidade estatística dos dados de entrada, da qualidade estatística requerida para os dados de saída, do tempo e esforço computacional disponíveis. A Tabela 2.3 mostra um resumo das principais vantagens e desvantagens de cada método probabilístico apresentado.

Tabela 2.3 – Vantagens e desvantagens dos métodos probabilísticos (modificado de Assis, 2015).

MÉTODO	VANTAGENS	DESVANTAGENS
Monte Carlo	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Solução pode ser exata; ✓ Obtém a distribuição de probabilidade; 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Requer distribuições estatísticas dos dados; ✓ Requer esforço computacional elevado;
FOSM	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Rápido; ✓ Requer apenas a média e o desvio-padrão dos dados; ✓ Obtém o peso de cada dado na variância final; 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Obtém somente a média e o desvio-padrão; ✓ Mecanismo fixo;
Pontos de Estimativa (Rosenblueth)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Tempo adequado; ✓ Requer apenas a média e o desvio-padrão dos dados; 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Assume distribuição de probabilidade;

Outro aspecto importante a ser considerado na escolha do método probabilístico, especialmente no caso de análise de estabilidade de taludes, são as limitações de cada método quanto ao mecanismo de ruptura calculado, conforme mostrado na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 – Métodos probabilísticos e os mecanismos de ruptura calculados (Autoria própria)

MÉTODO	MECANISMO DE RUPTURA CALCULADO
Monte Carlo	✓ Calcula para todos os mecanismos de ruptura
FOSM	✓ Calcula somente para o mecanismo de ruptura médio
Pontos de Estimativa (Rosenblueth)	✓ Calcula para vários mecanismos, tanto quanto é o número de combinações

2.6 TRUNCAMENTO

Conforme fora discutido anteriormente o tratamento probabilístico aborda de maneira mais ampla e completa as análises de estabilidade de taludes, devido a consideração nas incertezas dos parâmetros que compõem a formulação matemática do Fator de Segurança.

Em especial, o método de Monte Carlo considera a distribuição probabilística completa dos parâmetros de entrada, o que estatisticamente é correto, pois cem por cento dos valores prováveis de entrada são considerados nos sorteios de Monte Carlo. No entanto, a consideração completa da distribuição probabilística dos parâmetros de entrada pode ser inviável ou desnecessária na prática da engenharia pelos seguintes motivos:

- Não há grande confiança na qualidade estatística dos dados de entrada devidos as diversas incertezas já citadas neste trabalho;
- Alguns Fatores de Segurança podem ser calculados considerando valores de entrada com muito baixa probabilidade de ocorrência, podendo acarretar em resultados finais pouco representativos e plausíveis com a realidade, principalmente quando o método de Monte Carlo é utilizado com baixo número de simulações.

Portanto, o truncamento dos parâmetros de entrada surge como alternativa para eliminar os valores de baixa probabilidade de ocorrência nas simulações de Monte Carlo, e tornar os resultados das análises mais fiéis a realidade.

Tal processo será feito para os parâmetros mais importantes no cálculo do Fator de Segurança de taludes, como coesão e ângulo de atrito, e o cálculo da probabilidade de falha é feito utilizando somente os dados válidos de acordo com os critérios do tipo de truncamento adotado.

Este trabalho consiste na avaliação dos efeitos do truncamento na análise probabilística da estabilidade de taludes, onde serão avaliados dois tipos de truncamento: o truncamento estatístico e o truncamento de engenharia. Serão avaliados os efeitos nos resultados dos Fatores de Segurança médios e probabilidades de falha, bem como a dispersão entre os resultados dos fatores de segurança (desvio padrão).

2.6.1 TRUNCAMENTO ESTATÍSTICO

O truncamento estatístico baseia-se na limitação dos valores de entrada dos parâmetros na análise probabilística, considerando suas dispersões estatísticas. Em outras palavras, o método considera os valores da curva probabilística com determinada quantidade (previamente determinada) de desvios padrão de variação em relação à média.

O conceito estatístico envolvido é o mesmo já explicado anteriormente no tópico 2.2.4 sobre as principais distribuições estatísticas. Ao invés de utilizar a curva probabilística inteira (de $-\infty$ a $+\infty$) com todos os valores do parâmetro como possíveis entradas para os cálculos dos Fatores de Segurança e obtenção do histograma de frequência de FS, serão utilizados somente os valores dentro de determinada distância (em desvios padrão) em relação à média. Sendo a mesma distância (em desvios padrão) utilizada abaixo e acima da média, respeitando, por exemplo, a simetria de determinado parâmetro de entrada que segue distribuição normal.

A Figura 2.12 ilustra visualmente a dispersão em desvios padrão em relação à média de uma distribuição probabilística normal, e a porcentagem de dados que são considerados com a aplicação do truncamento.

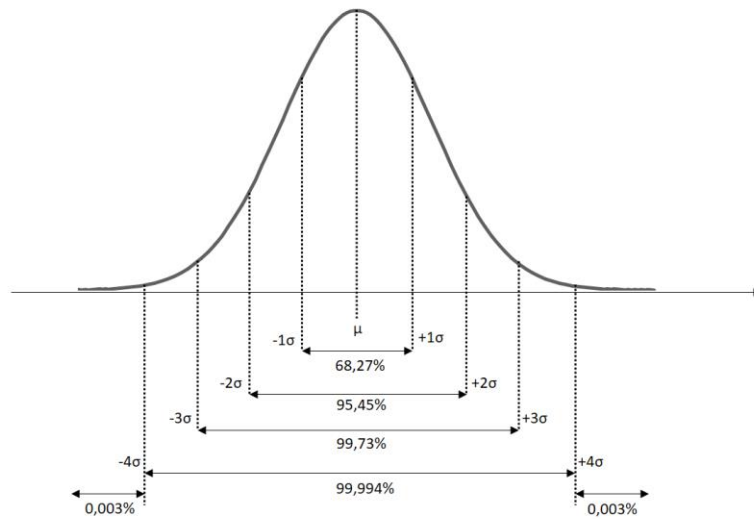


Figura 2.12: Truncamento estatístico em distribuição probabilística normal (Autoria própria)

É possível observar que quanto mais desvios padrão são utilizados, maior é a porcentagem de dados da distribuição a serem considerados, pois mais valores distantes da média podem ser utilizados. Em contrapartida, quanto menos desvios padrão forem considerados, somente valores mais próximos do valor médio serão considerados.

A aplicação do truncamento estatístico, isto é, a escolha da quantidade de desvios padrão que devem ser utilizados depende da sensibilidade do engenheiro com relação à representatividade dos dados de entrada e suas respectivas distribuições probabilísticas. Não é uma tarefa simples, e exige, sobretudo, considerável experiência e conhecimento a respeito do material que compõe o talude em análise.

Em grande parte dos projetos de engenharia geotécnica há a escassez de dados, o que dificulta o conhecimento estatístico e a variabilidade dos parâmetros. Entretanto, a saída para a obtenção de parâmetros estatísticos é a utilização dos coeficientes de variação dos parâmetros geotécnicos já conhecidos pela literatura. Conhecendo o valor médio e utilizando a Equação 2.10 com os valores da tabela 2.1 é possível obter valores plausíveis para o desvio padrão dos parâmetros e a partir daí assumir suas funções probabilísticas apropriadas.

Para melhor entendimento do truncamento estatístico, a Figura 2.13 demonstra a distribuição probabilística do ângulo de atrito de determinada areia que constitui um talude fictício,

e os valores de truncamento estatístico considerando um, dois, três ou quatro desvios padrão. Neste exemplo, o valor médio do ângulo de atrito da areia é de 33° , e é assumido um coeficiente de variação em torno de 10%, que faz com que o desvio padrão seja na ordem de 3° .

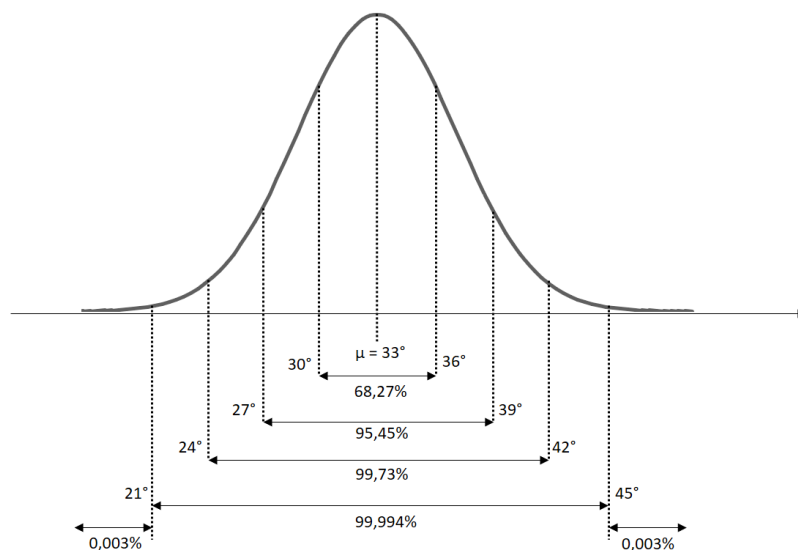


Figura 2.13: Exemplo de truncamento estatístico do ângulo de atrito de uma areia (Autoria própria).

O truncamento estatístico faz uso do método de Monte Carlo, utilizando somente os valores de entrada sorteados dentro da faixa de dispersão adotada. O mesmo processo de sorteio de Monte Carlo (Figura 2.9) é realizado para cada parâmetro, entretanto, ao sortear valores fora da faixa considerada, o mesmo é desprezado e um novo sorteio é realizado.

2.6.2 TRUNCAMENTO DE ENGENHARIA

A ideia central do truncamento de engenharia é a consideração dos limites físicos (mínimos e máximos) dos parâmetros de entrada, na análise probabilística da estabilidade de taludes, com base na experiência prática de engenharia, sem preocupação com simetria ou com o ajuste estatístico completo da distribuição dos parâmetros de entrada.

Este truncamento pode ser entendido com uma intervenção da engenharia na estatística, visando melhor ajuste dos resultados das análises probabilísticas com a realidade, pois na grande

maioria dos casos, os limites físicos dos parâmetros, máximos e mínimos, não possuem distância simétrica em relação à média (como considera o truncamento estatístico).

O truncamento de engenharia utiliza o método de Monte Carlo, onde são sorteados os valores das variáveis independentes com base na distribuição de probabilidade acumulada da variável, que é distribuída continuamente no intervalo $[0, 1]$. Entretanto, quando o valor sorteado (X_s), correspondente ao número sorteado, for menor do que o limite físico mínimo ou maior do que o limite máximo do parâmetro, o mesmo é desprezado e o sorteio daquela variável é realizado novamente.

Para os valores dos limites físicos dos parâmetros são atribuídos os nomes de:

- Valor mínimo (X_{\min}): limite físico do parâmetro X com valor abaixo da média;
- Valor máximo (X_{\max}): limite físico do parâmetro X com valor acima da média.

Para exemplificar melhor o processo do truncamento de engenharia, será demonstrado um exemplo qualitativo do truncamento do ângulo de atrito da mesma areia do exemplo anterior, porém desta vez respeitando exclusivamente os limites físicos do parâmetro. Os dados sobre o ângulo de atrito desta areia são:

- Valor médio (μ) = 30° ;
- Coeficiente de variação (CV) = 10%;
- Valor mínimo (φ'_{\min}) = 27° ;
- Valor máximo (φ'_{\max}) = 40° ;
- O ângulo de atrito segue distribuição normal.

Os sorteios dos valores do ângulo de atrito dessa areia, pelo método de Monte Carlo, deverão ser feitos de tal forma que serão aceitos para cada sorteio somente os valores sorteados (φ_s) os quais estejam entre os valores máximos e mínimos ($\varphi_s \in [27^\circ, 40^\circ]$), conforme a Figura 2.14. Com os valores sorteados são calculados os fatores de segurança e a probabilidade de falha, desta vez considerando somente os valores plausíveis em engenharia.

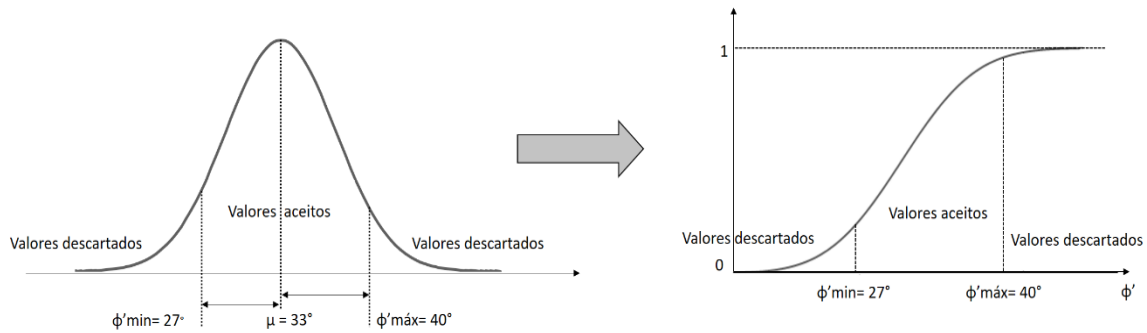


Figura 2.14: Exemplo do processo de truncamento de engenharia do ângulo de atrito de uma areia (Autoria própria).

Os efeitos da realização do truncamento de engenharia em comparação com o truncamento estatístico serão melhores entendidos ao longo deste trabalho, com as análises e resultados.

3 METODOLOGIA

Este capítulo destina-se a apresentar os principais preceitos teóricos, formulações matemáticas e parâmetros envolvidos na análise probabilística executada.

Os taludes foram desenhados no programa Autocad e o cálculo de estabilidade dos taludes, realizado com auxílio da plataforma GeoStudio SLOPE/W, versão 2012, do fabricante Geo-Slope. Foram analisados quatro diferentes taludes, um talude de argila com fator de segurança de 1,3, outro de 1,5, um talude de areia com fator de segurança de 1,3 e outro de 1,5.

Após isso, foram realizadas as análises probabilísticas variando os parâmetros em 1 desvio padrão, 2 desvios padrão, 3 desvios padrão, 4 desvios padrão e, por último, deixando os parâmetros variarem de acordo com a experiência de um projetista. Para sorteio dos valores dentro do espaço amostral estabelecido, foram realizadas iterações de Monte Carlo.

3.1 ESCOLHA DA GEOMETRIA DE SEÇÃO ESTUDADA

Foram adotados Fatores de Segurança comuns a obras de estabilidade de taludes, como $FS = 1,3$ e $1,5$, que são valores bastante conhecidos, por exemplo, por serem os definidos para taludes de barragem em fase de construção, enchimento ou operação.

O intuito do trabalho é verificar a influência da variação do desvio padrão e não da geometria, desta forma, foi adotada uma altura comum para os taludes estudados, uma vez que a altura de um talude varia enormemente em cada projeto.

A altura foi adotada com base em uma altura mediana de construção, sendo escolhida a altura dos taludes no projeto igual a 50 m. Para que não houvesse interferência do talude de montante no talude de jusante, o comprimento de topo foi de 100 m.

Para que a ruptura ocorresse no talude, sem influências de condições de contorno próximas, como, por exemplo, uma fundação rígida já na base do talude, foi adotada uma fundação de mesmo material do talude e com profundidade de 200 metros até a camada rígida.

Essa camada de fundação foi avaliada até 200 metros após o pé do talude, conforme as figuras 3.1 e 3.3, as quais apresentam um modelo de como foram adotados o talude e a fundação. O talude está em vermelho e a fundação, de mesmo material do talude, está em azul.

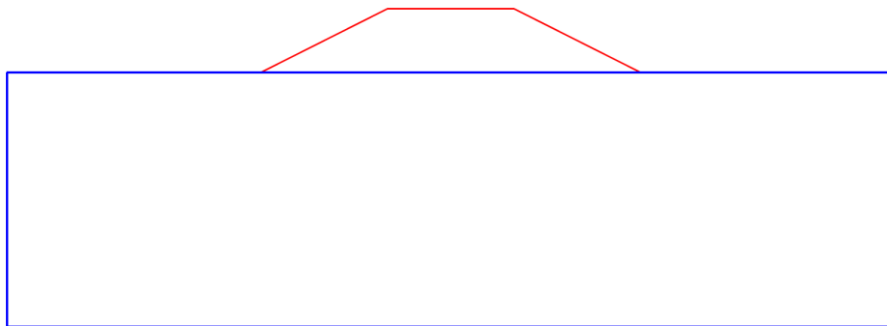


Figura 3.1: Generalização das seções estudadas

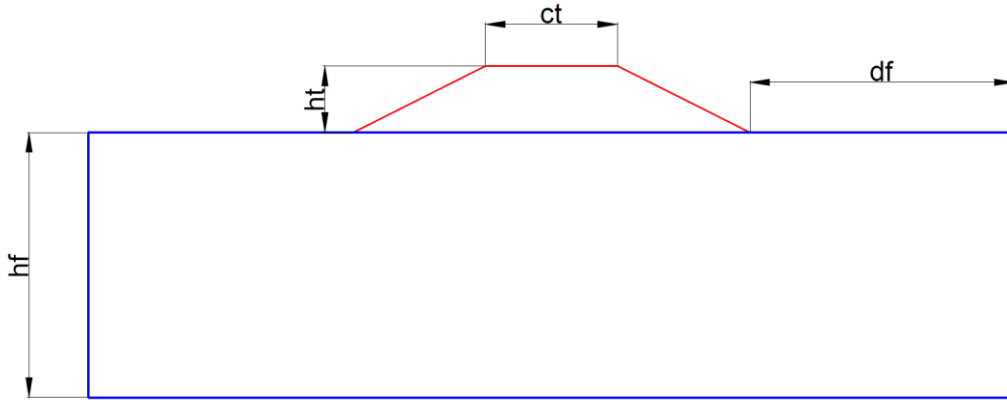


Figura 3.2: Cotas e referências dos taludes estudados

ht= Altura do talude; adotada igual a 50 m.

hf= Profundidade da fundação do talude até a camada rígida; adotada igual a 200 m.

df= Comprimento do pé do talude até onde a fundação foi avaliada; adotada igual a 200 m.

ct= Comprimento de topo do talude; adotada igual a 100 m.

Como o trabalho apresenta, a única variável que se alterou para obtenção dos Fatores de Segurança de 1,3 e 1,5 foi a inclinação da face do talude.

3.2 PARÂMETROS DO SOLO ESTUDADO E MÉTODO DE CÁLCULO DO FATOR DE SEGURANÇA

O presente trabalho se empenhou em analisar taludes de dois materiais diferentes, uma vez que o modo de ruptura é determinado, também, pelas características do solo que compõe o talude. Como abordado anteriormente, a análise se restringiu a dois diferentes fatores de segurança e dois tipos de solo. Sendo assim, as análises de ruptura foram realizadas em quatro diferentes taludes:

- Talude em Areia e Fator de Segurança = 1,3;
- Talude em Areia e Fator de Segurança = 1,5;
- Talude em Argila e Fator de Segurança = 1,3;
- Talude em Argila e Fator de Segurança = 1,5.

O tipo de solo de cada análise, areia ou argila, foi adotado em toda extensão do corpo do talude e de sua fundação, como mostrado na Figura 3.3:

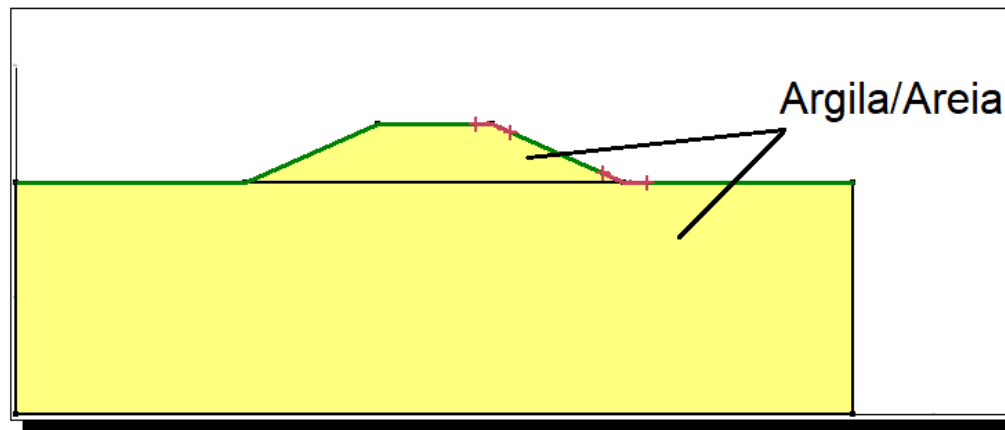


Figura 3.3: Demonstração da disposição do material

Os parâmetros escolhidos para análise dos materiais foram pautados em projetos anteriores, experiência do orientador do projeto e literatura (Tabela 2.1).

Para análise de estabilidade, foi adotado que o material seguia os princípios da teoria de Mohr-Coulomb. Sendo assim, os valores adotados para cada material foram:

- Areia: Peso Específico = $18 \frac{kN}{m^3}$; Coesão efetiva = 0 kPa; Ângulo de atrito = 33° ;
- Argila: Peso Específico = $18 \frac{kN}{m^3}$; Coesão efetiva = 20 kPa; Ângulo de atrito = 26° .

Para obtenção dos taludes com os Fatores de Segurança de 1,3 e 1,5 foram analisados diversos taludes, com os parâmetros padrões demonstrados na seção 3.1 deste projeto, variando-se somente a inclinação da face do talude, até que no cálculo de estabilidade de talude fossem obtidos os valores de Fatores de Segurança desejados.

O cálculo de estabilidade para obtenção do Fator de Segurança foi obtido com auxílio do programa GeoStudio. Esse cálculo foi realizado com o método de Morgenstern-Price, função de deslizamento de meio seno e sem poro pressão.

Para escolha das superfícies de ruptura a serem analisadas, foram adotados, primeiramente, dez inícios de círculo de ruptura e dez fins de círculo de ruptura para o talude. Ou seja, 100 possibilidades de início e fim do círculo de ruptura. Além disso, em cada uma das 100 possibilidades, foram analisadas outras dez possibilidades de superfície de ruptura. No entanto, a

fim de evitar o esforço excessivo do programa, reduziu-se o número de círculos de ruptura e verificou-se se houve variação no valor do Fator de Segurança. O menor número de superfícies de ruptura utilizadas de forma que não houvesse mudança representativa no valor do Fator de Segurança foram 64 círculos de ruptura por talude. Sendo tais círculos definidos por quatro pontos fixos de início e quatro de fim desses círculos. A escolha do número de círculos de ruptura está presente na Figura 3.4. Os parâmetros de entrada no programa GeoStudio podem ser verificados nas Figuras 3.5, 3.6 e 3.7.

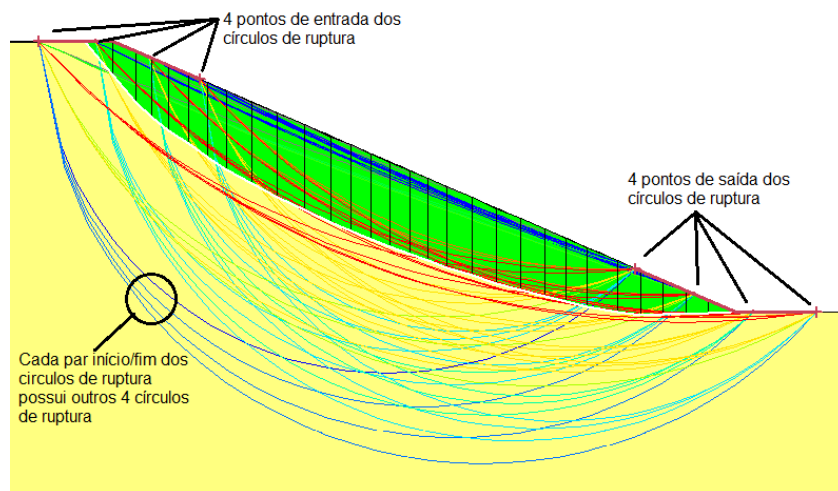


Figura 3.4: Escolha do número de círculos de ruptura

Name: Description:
 Parent:
 Analysis Type:

Settings | Slip Surface | F of S Distribution | Advanced

Side Function:
 PWP Conditions from:
 Staged Pseudo-static analysis option:
 Partial Factors:

Figura 3.5: Parâmetro de entrada no programa (aba 1)

Name: Description:
 Parent:
 Analysis Type:

Settings | Slip Surface | F of S Distribution | Advanced

Direction of movement
 Left to right Right to left Use passive mode

Slip Surface Option
 Entry and Exit No. of critical slip surfaces to store:
 Specify radius tangent lines
 Grid and Radius Optimize critical slip surface location
 Block Specified
 Do not cross block slip surface lines
 Fully Specified
 Critical Slip Surfaces from:

Tension Crack Option
 No tension crack
 Tension crack angle:
 Tension crack line

Water in Tension Crack
 Filled with water (0 to 1):
 Unit weight of water:

Figura 3.6: Parâmetro de entrada no programa (aba 2)

The screenshot displays the 'Advanced' tab of the 'Morgenstern-Price' analysis type in GeoStudio. The interface is organized into several sections:

- Header:** Name: Determinístico; Parent: (none); Analysis Type: Morgenstern-Price.
- Navigation:** Settings, Slip Surface, F of S Distribution, **Advanced**.
- Geometry Settings:**
 - Minimum slip surface depth: 0,1 m
 - Number of slices: 30
- Factor of Safety Convergence Settings:**
 - Maximum number of iterations: 100
 - Tolerable difference in F of S: 0,001
- Solution Settings:**
 - Search method: Root Finder
 - Tolerable difference between starting and converged F of S: 3
 - Maximum iterations to calculate converged Lambda: 20
 - Maximum absolute Lambda: 2

Figura 3.7: Parâmetro de entrada no programa (aba 4)

Nos taludes de areia, as análises realizadas preliminarmente estavam apresentando superfícies críticas muito próximas à face do talude, o que na prática poderia ser facilmente solucionado com estruturas simples de contenção, por exemplo. Então, para tentar obter resultados com rupturas significativas, optou-se por adotar uma profundidade mínima da superfície de ruptura igual à 4 metros (que é a largura mínima comumente adotada para execução de bermas em taludes altos das rodovias brasileiras). Sendo assim, a última aba dos parâmetros de entrada para os taludes de areia no programa GeoStudio ficou conforme Figura 3.8.

The image shows a software interface with the following settings:

- Name: 00 - Determinístico
- Description: (empty)
- Parent: (none)
- Analysis Type: Morgenstern-Price
- Settings: Slip Surface, F of S Distribution, **Advanced**
- Geometry Settings:
 - Minimum slip surface depth: **4 m** (highlighted with a red box)
 - Number of slices: 30
- Factor of Safety Convergence Settings:
 - Maximum number of iterations: 100
 - Tolerable difference in E of S: 0,001
- Solution Settings:
 - Search method: Root Finder
- Tolerable difference between starting and converged F of S: 3
- Maximum iterations to calculate converged Lambda: 20
- Maximum absolute Lambda: 2

Figura 3.8: Parâmetro de entrada para talude de areia no programa (aba 4)

3.3 ANÁLISE PROBABILÍSTICA COM TRUNCAMENTO ESTATÍSTICO

A análise probabilística foi realizada com os mesmos métodos da análise determinística, que foram descritos na seção 3.2 deste trabalho.

Os taludes em argila tiveram a variabilidade analisada em termos de coesão e de ângulo de atrito, enquanto nos taludes em areia somente foi analisada a variabilidade no ângulo de atrito. Sendo que foi permitido que esses parâmetros variassem em uma vez o desvio padrão, duas vezes, três vezes e quatro vezes, mas nunca atingindo valores menores que 0 (zero). O desvio padrão foi adotado segundo os dados de referência da tabela de coeficiente de variação da Tabela 2.1. Sendo assim adotado:

- Desvio Padrão na Coesão: 40% em relação à média;
- Desvio Padrão no Ângulo de atrito: 8% em relação à média.

A variabilidade da coesão foi obtida de acordo com a distribuição log-normal e o ângulo de atrito de acordo com a distribuição normal.

O presente trabalho utilizou o método de Monte Carlo para sorteio de valores dos parâmetros, sempre dentro da faixa de desvio padrão adotada. Ou seja, para cada variação da tolerância e variação dos parâmetros em torno da média foram realizados vários sorteios de Monte Carlo. Para cada tolerância de variação, seja de um, dois, três, ou quatro desvios padrão o presente trabalho executou 1.000, 10.000, 100.000, 250.000, 500.000 e 1.000.000 simulações de Monte Carlo, para que se pudesse analisar quando os resultados convergiram.

As tabelas a seguir ilustram como foi realizado o processo de cálculo:

Tabela 3.1: Valores de borda utilizados para truncamento estatístico em taludes de areia

Talude	Coesão (kPa)	Ângulo de atrito (°)	Truncamento
Areia	0	30 - 36	1 Desvio Padrão
	0	27 - 39	2 Desvios Padrão
	0	24 - 42	3 Desvios Padrão
	0	21 - 45	4 Desvios Padrão

Tabela 3.2: Valores de borda utilizados para truncamento estatístico em taludes de argila

Talude	Coesão (kPa)	Ângulo de atrito (°)	Truncamento
Argila	12 - 48	23,92 - 28,08	1 Desvio Padrão
	4 - 36	21,84 - 30,16	2 Desvios Padrão
	0 - 44	19,76 - 32,24	3 Desvios Padrão
	0 - 52	17,68 - 34,32	4 Desvios Padrão

3.4 ANÁLISE PROBABILÍSTICA COM TRUNCAMENTO DE ENGENHARIA

O presente projeto realizou, além dos truncamentos estatísticos, uma outra maneira de limitar as variações dos parâmetros em relação ao valor médio, o truncamento de engenharia. Para os valores de bordo desse truncamento, foi decisivo o papel do orientador dessa pesquisa, André Pacheco de Assis, que com a vasta experiência em obras geotécnicas definiu esses valores para coesão e atrito nos taludes de argila e areia. Esses intervalos estão presentes na Tabela 3.3.

Tabela 3.3: Valores de borda utilizados para truncamento de engenharia

Talude	Coesão (kPa)	Ângulo de atrito (°)	Truncamento
Areia	0	27 - 40	Engenharia
Argila	0 - 50	18 - 32	Engenharia

3.5 TRATAMENTO DE DADOS E ENTRADAS ESPECÍFICAS NO PROGRAMA

O valor de probabilidade de falha é calculado pelo GeoStudio é em função da distribuição probabilística da dispersão dos valores de frequência de Fatores de Segurança. Entretanto, como o programa não disponibiliza qual é a distribuição, para a análise das simulações em que o programa retornou a probabilidade de falha igual a zero, essa probabilidade de falha foi aproximada pela distribuição normal. Essa aproximação é realizada calculando que distribuição estatística melhor se adere aos dados, entretanto, foi adotada a distribuição normal pela facilidade de percepção de convergência e maior praticidade de tratamento dos dados.

O valor de probabilidade de falha, não sendo significativo, se menor que a ordem de grandeza de simulações realizadas, foi associada no mínimo para um dividido pelo número de simulações realizadas, conforme exemplo a seguir. Sendo esse valor dividido por dez para ser representativo.

Ex: 10.000 simulações de Monte Carlo – probabilidade de falha mínima = $10E^{-5}$

4 RESULTADOS E ANÁLISES

4.1 TALUDE DE AREIA COM FATOR DE SEGURANÇA MÉDIO IGUAL A 1,3

Esta seção apresenta os resultados das análises probabilísticas com diversas simulações de Monte Carlo, para cada truncamento estatístico e de engenharia dos taludes de areia, cujo o Fator de Segurança médio é da ordem de 1,3.

4.1.1 TRUNCAMENTO ESTATÍSTICO – TALUDE DE AREIA COM FS = 1,3

- COM DISPERSÃO DE UM DESVIO PADRÃO

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

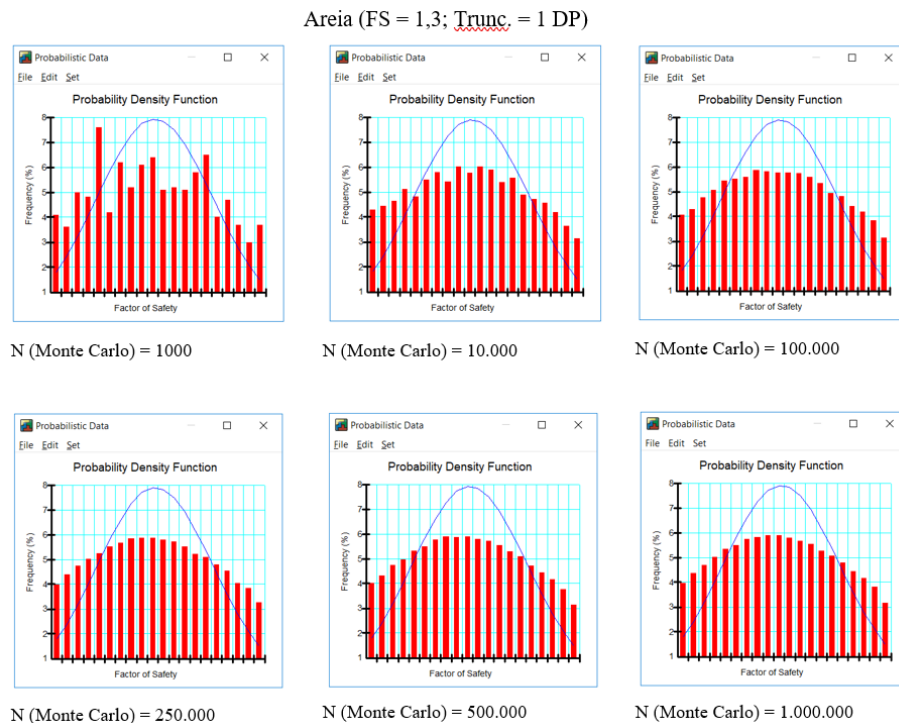


Figura 4.1: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em um desvio padrão (Autoria própria)

Tabela 4.1: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em um desvio padrão

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (Dist. Normal)</i>
Areia	1 Desvio Padrão	1.000	1,33	1,33	0,082	1E-04
		10.000		1,33	0,082	3E-05
		100.000		1,33	0,082	3E-05
		250.000		1,33	0,082	3E-05
		500.000		1,33	0,082	3E-05
		1.000.000		1,33	0,082	3E-05

Os histogramas da Figura 4.1 mostraram a partir de 100.000 simulações de Monte Carlo uma tendência de convergência dos valores do Fator de segurança para valores próximos à média. Isto se justifica pelo fato desta análise ter sido feita considerando um truncamento de um desvio padrão, que força os valores de sorteados do ângulo de atrito (que são utilizados para cada cálculo de FS) a ficarem próximos ao valor médio. É possível observar também que não houve boa aderência à distribuição normal. A Tabela 4.1 mostra que os valores de FS médio não variaram. O mesmo pode ser afirmado para os desvios padrão, e para as probabilidades de falha (que convergiram para o mesmo valor e ordem de grandeza a partir de 10.000 simulações).

- COM DISPERSÃO DE DOIS DESVIOS PADRÃO

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

Areia (FS = 1,3; Trunc. = 2 DP)

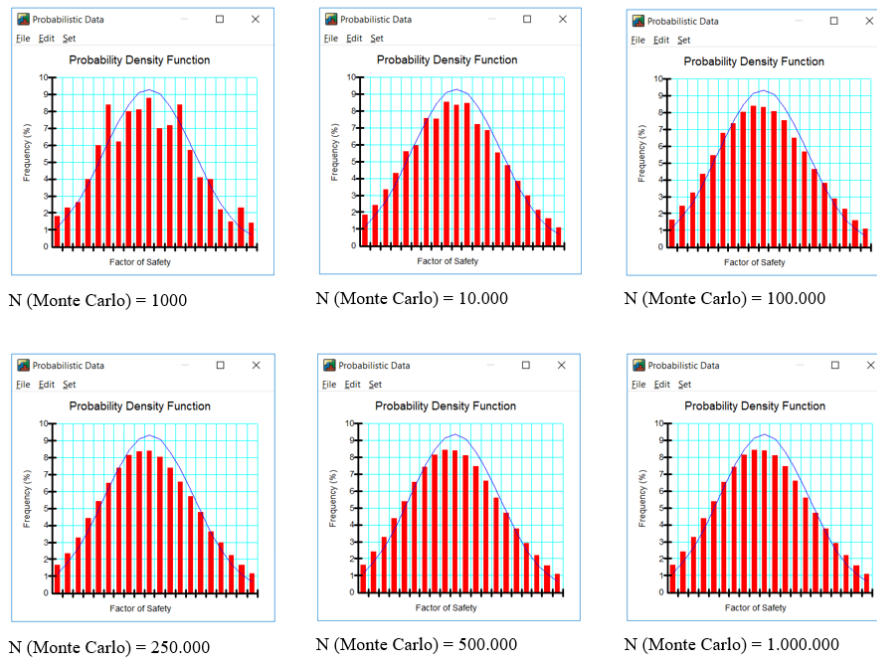


Figura 4.2: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em dois desvios padrão (Autoria própria)

Tabela 4.2: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em dois desvios padrão

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (Dist. Normal)</i>
<i>Areia</i>	<i>2 Desvios Padrão</i>	<i>1.000</i>	<i>1,33</i>	<i>1,33</i>	<i>0,134</i>	<i>7E-03</i>
		<i>10.000</i>		<i>1,33</i>	<i>0,135</i>	<i>7E-03</i>
		<i>100.000</i>		<i>1,33</i>	<i>0,135</i>	<i>6E-03</i>
		<i>250.000</i>		<i>1,41</i>	<i>0,142</i>	<i>2E-03</i>
		<i>500.000</i>		<i>1,33</i>	<i>0,134</i>	<i>6E-03</i>
		<i>1.000.000</i>		<i>1,33</i>	<i>0,135</i>	<i>6E-03</i>

Os histogramas da Figura 4.2 mostraram, a partir de 100.000 simulações de Monte Carlo, tendência de convergência dos valores do Fator de segurança e melhor ajuste à distribuição normal, sobretudo para os valores mais afastados da média. É possível também que há um pequeno deslocamento do valor médio do histograma para valores menores em relação às médias das distribuições de ajuste. A Tabela 4.2 mostra a convergência dos valores de FS médio (com exceção

para 250.000 simulações, que teve um valor superior às demais), a tendência de convergência dos desvios padrões dos valores calculados nas simulações (que com exceção do desvio padrão para 250.000 simulações, tiveram oscilações na terceira casa decimal) e probabilidades de falha que convergiram para a mesma ordem de grandeza.

- COM DISPERSÃO DE TRÊS DESVIOS PADRÃO

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

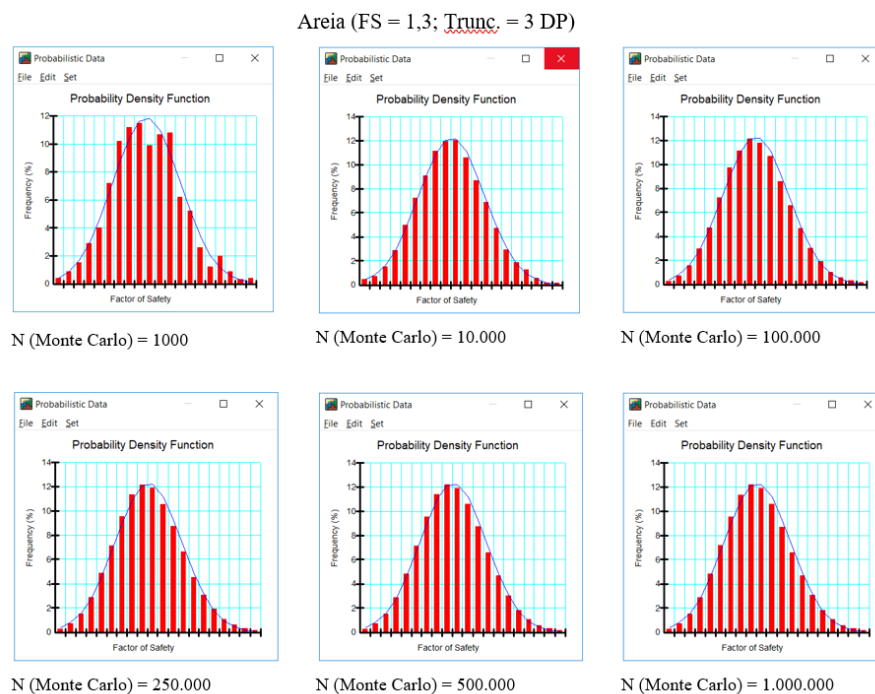


Figura 4.3: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em três desvios padrão (Autoria própria)

Tabela 4.3: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em três desvios padrão

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (Geo-Studio)</i>
<i>Areia</i>	<i>3 Desvios Padrão</i>	<i>1.000</i>	<i>1,33</i>	<i>1,33</i>	<i>0,151</i>	<i>1E-02</i>
		<i>10.000</i>		<i>1,33</i>	<i>0,152</i>	<i>1E-02</i>
		<i>100.000</i>		<i>1,33</i>	<i>0,152</i>	<i>9E-03</i>
		<i>250.000</i>		<i>1,41</i>	<i>0,160</i>	<i>1E-03</i>
		<i>500.000</i>		<i>1,33</i>	<i>0,151</i>	<i>8E-03</i>
		<i>1.000.000</i>		<i>1,33</i>	<i>0,151</i>	<i>9E-03</i>

A Figura 4.3 mostra histogramas que indicam tendência de convergência dos valores do Fator de segurança e melhor ajuste à distribuição normal, a partir de 10.000 simulações de Monte Carlo. A Tabela 4.3 mostra a convergência dos valores de FS médio (com exceção para 250.000 simulações, que teve valor superior às demais). Os valores do desvio padrão, com exceção do desvio padrão para 250.000 simulações, tiveram valores próximos com oscilações na terceira casa decimal. As probabilidades de falha que convergiram para a mesma ordem de grandeza a partir de 100.000 simulações.

- COM DISPERSÃO DE QUATRO DESVIOS PADRÃO

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

Areia (FS = 1,3; Trunc. = 4 DP)

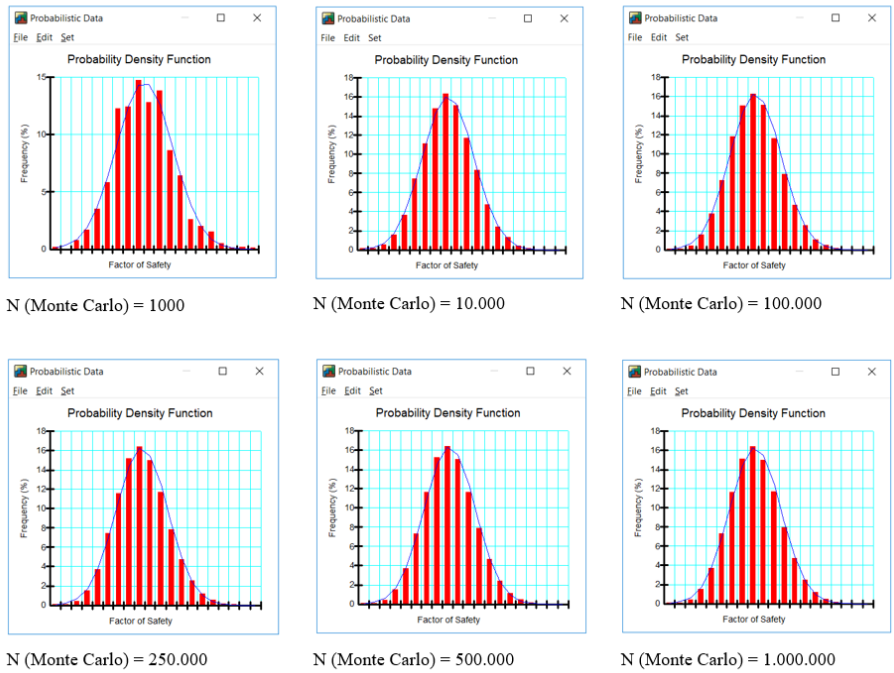


Figura 4.4: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em quatro desvios padrão (Autoria própria)

Tabela 4.4: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em quatro desvios padrão

Material	Truncamento dos parâmetros	N (Monte Carlo)	FS (Det.)	FS (Médio)	Desvio Padrão (σ)	Prob. de Falha (Geo-Studio)
Areia	4 Desvios Padrão	1.000	1,33	1,33	0,151	1E-02
		10.000		1,33	0,152	1E-02
		100.000		1,33	0,152	1E-02
		250.000		1,41	0,160	3E-03
		500.000		1,33	0,151	1E-02
		1.000.000		1,33	0,151	1E-02

A tendência de convergência dos valores do Fator de segurança pode ser observada na Figura 4.4 partir de 10.000 simulações de Monte Carlo. A figura ainda indica boa aderência à distribuição normal para todos os histogramas a partir de 10.000 simulações. Isto pode ser explicado pela maior abrangência de valores considerados do ângulo de atrito (que segue distribuição normal) para o cálculo de FS nas simulações. A Tabela 4.4 mostra a convergência dos

valores de FS médio (com exceção para 250.000 simulações, que teve valor superior às demais). Os valores dos desvios padrão (com exceção do desvio padrão para 250.000 simulações) estão próximos, com oscilações na terceira casa decimal. As probabilidades de falha que convergiram para a mesma ordem de grandeza em todos os casos (com exceção do caso com 250.000 simulações).

4.1.2 TRUNCAMENTO DE ENGENHARIA – TALUDE DE AREIA COM FS = 1,3

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

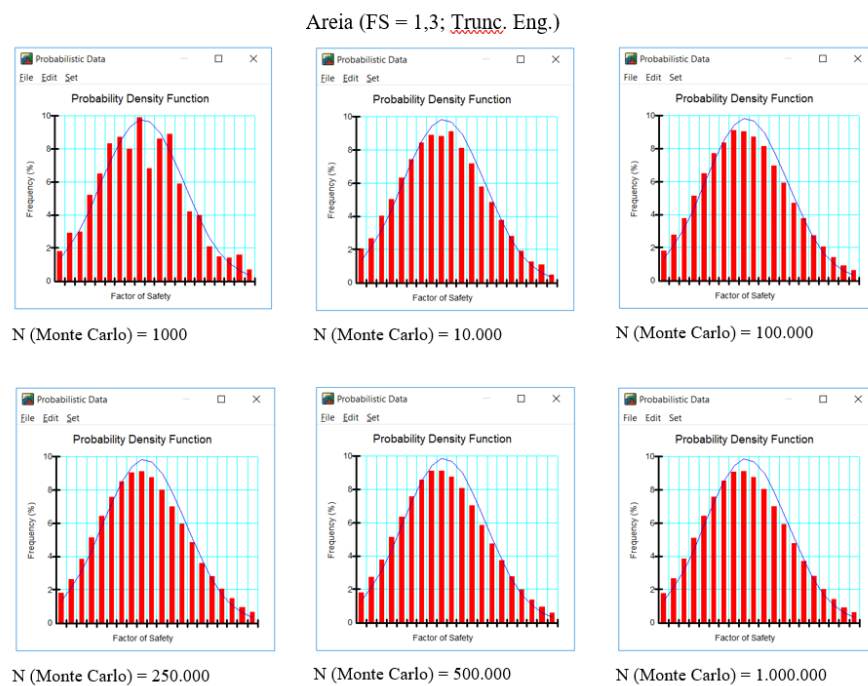


Figura 4.5: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento de engenharia (Autoria própria)

Tabela 4.5: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento de engenharia

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (Dist. Normal)</i>
Areia	ϕ' mín = 27°	1.000	1,33	1,33	0,139	8E-03
		10.000		1,33	0,140	8E-03
		100.000		1,33	0,140	8E-03
	ϕ' máx = 40°	250.000		1,41	0,148	2E-03
		500.000		1,33	0,139	8E-03
		1.000.000		1,33	0,139	8E-03

A Figura 4.5 demonstra tendência de convergência dos valores do Fator de segurança a partir de 100.000 simulações de Monte Carlo. É possível notar também, um deslocamento do valor médio do histograma para valores menores em relação às médias das distribuições de ajuste, além do fato dos histogramas e das funções de ajuste possuírem leve assimetria. Isto pode ser explicado devido à assimetria (em relação ao valor médio) dos valores utilizados para o truncamento de engenharia do ângulo de atrito. A Tabela 4.5 mostra a convergência dos valores de FS médio (com exceção para 250.000 simulações, que teve valor superior aos demais). Os valores dos desvios padrão estão próximos, com oscilações na terceira casa decimal. As probabilidades de falha que convergiram para o mesmo valor e ordem de grandeza em todos os casos (com exceção do caso com 250.000 simulações).

4.2 TALUDE DE AREIA COM FATOR DE SEGURANÇA MÉDIO IGUAL A 1,5

Esta seção apresenta os resultados das análises probabilísticas com diversas simulações de Monte Carlo, para cada truncamento estatístico e de engenharia dos taludes de areia, cujo o Fator de Segurança médio é da ordem de 1,5.

4.2.1 TRUNCAMENTO ESTATÍSTICO – TALUDE DE AREIA COM FS = 1,5

- COM DISPERSÃO DE UM DESVIO PADRÃO

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da a curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

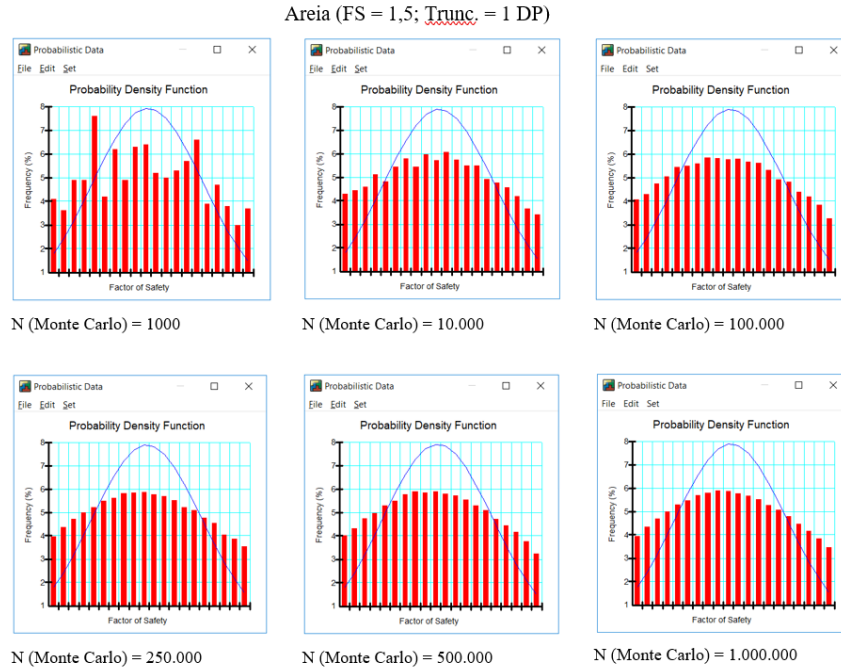


Figura 4.6: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em um desvio padrão (Autoria própria)

Tabela 4.6: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em um desvio padrão

Material	Truncamento dos parâmetros	N (Monte Carlo)	FS (Det.)	FS (Médio)	Desvio Padrão (σ)	Prob. de Falha (Dist. Normal)
Areia	1 Desvio Padrão	1.000	1,54	1,53	0,094	1E-04
		10.000		1,51	0,093	1E-05
		100.000		1,53	0,095	1E-06
		250.000		1,51	0,093	1E-06
		500.000		1,53	0,095	1E-06
		1.000.000		1,52	0,094	1E-07

Os histogramas da Figura 4.6 mostraram a partir de 100.000 simulações de Monte Carlo uma tendência de convergência dos valores do Fator de segurança para valores próximos à média. É possível observar também que não houve boa aderência à distribuição normal. A Tabela 4.6

mostra que os valores de Fator de Segurança médio oscilaram na segunda casa decimal. Os desvios padrão oscilaram na terceira casa decimal. Todas as probabilidades de falha convergiram para a mesma ordem de grandeza em todas as simulações.

- COM DISPERSÃO DE DOIS DESVIOS PADRÃO

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

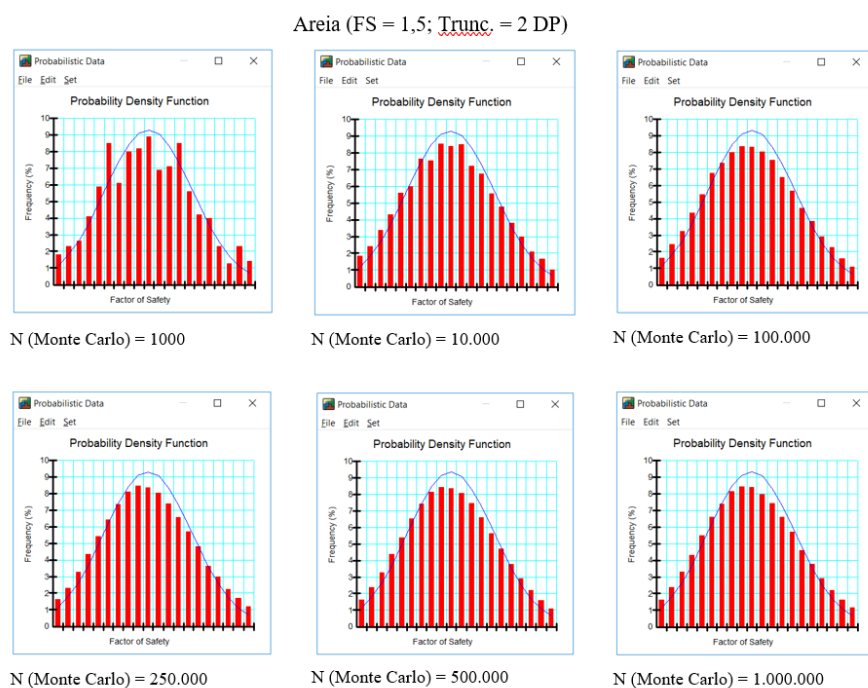


Figura 4.7: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em dois desvios padrão (Autoria própria)

Tabela 4.7: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em dois desvios padrão

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (Dist. Normal)</i>
Areia	2 Desvios Padrão	1.000	1,53	1,54	0,155	2E-04
		10.000		1,54	0,156	2E-04
		100.000		1,54	0,155	2E-04
		250.000		1,61	0,162	9E-05
		500.000		1,54	0,155	2E-04
		1.000.000		1,54	0,155	2E-04

A Figura 4.7 mostra tendência de convergência dos valores do Fator de segurança e melhor ajuste à distribuição normal, a partir de 100.000 simulações de Monte Carlo, principalmente para os valores mais afastados da média. Os valores médios dos histogramas estão deslocados para esquerda em relação às médias das distribuições de ajuste. A Tabela 4.7 mostra a convergência dos valores de FS médio (com exceção para 250.000 simulações). Há tendência de convergência dos valores de desvios padrões que, tiveram oscilações na terceira casa decimal. As probabilidades de falha que convergiram para o mesmo valor (com exceção para 250.000 simulações).

- COM DISPERSÃO DE TRÊS DESVIOS PADRÃO

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

Areia (FS = 1,5; Trunc. = 3 DP)

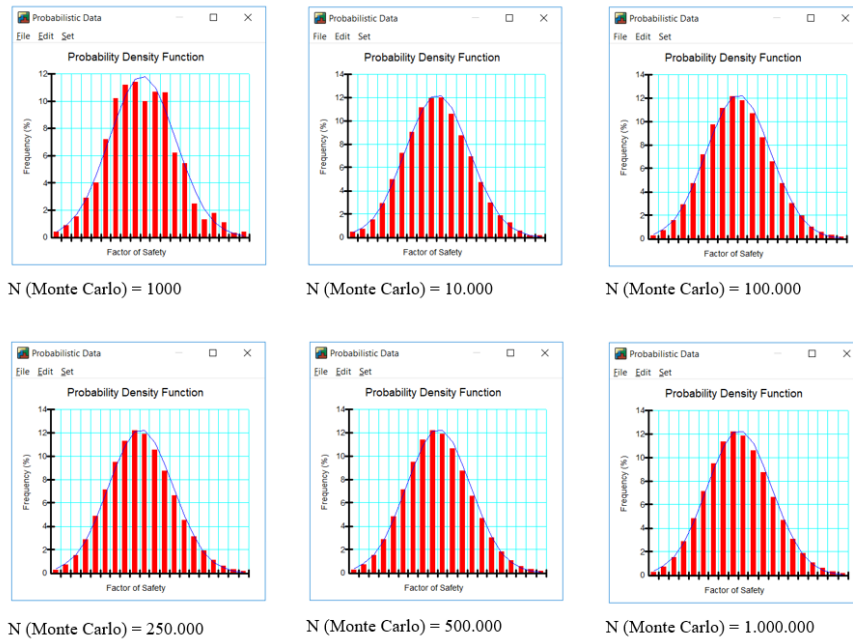


Figura 4.8: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em três desvios padrão (Autoria própria)

Tabela 4.8: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em três desvios padrão

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (Dist. Normal)</i>
Areia	3 Desvios Padrão	1.000	1,53	1,53	0,175	1E-03
		10.000		1,53	0,175	1E-03
		100.000		1,53	0,174	1E-03
		250.000		1,61	0,183	4E-04
		500.000		1,53	0,174	1E-03
		1.000.000		1,53	0,174	1E-03

Os histogramas ilustrados na Figura 4.8 indicam tendência de convergência dos valores do Fator de segurança e bom ajuste à distribuição normal, a partir de 10.000 simulações de Monte Carlo. A Tabela 4.8 mostra a convergência dos valores de FS médio. Os valores do desvio padrão, tiveram valores próximos e convergiram (desconsiderando 250.000 simulações) a partir de 100.000 iterações. As probabilidades de falha que convergiram para o mesmo valor em todas as simulações (com exceção de 250.000 iterações).

- COM DISPERSÃO DE QUATRO DESVIOS PADRÃO

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

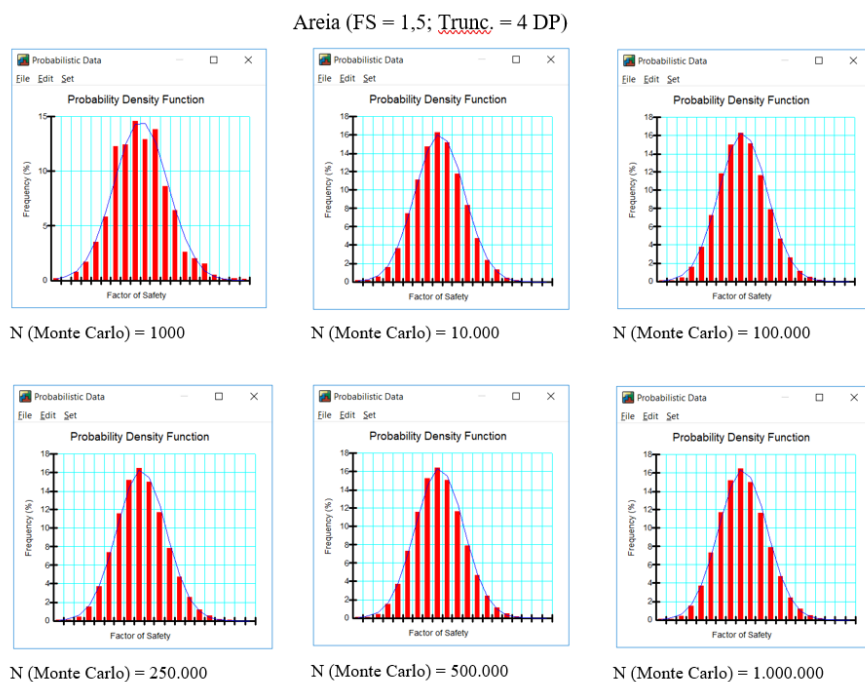


Figura 4.9: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em quatro desvios padrão (Autoria própria)

Tabela 4.9: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento em quatro desvios padrão

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de falha (Geo-Studio)</i>
Areia	4 Desvios Padrão	1.000	1,53	1,53	0,178	2E-03
		10.000		1,53	0,178	1E-03
		100.000		1,53	0,178	1E-03
		250.000		1,61	0,186	6E-04
		500.000		1,53	0,177	1E-03
		1.000.000		1,53	0,177	1E-03

A Figura 4.9 indica tendência de convergência dos valores do Fator de segurança a partir de 10.000 simulações de Monte Carlo. A figura ainda indica boa aderência à distribuição normal para todos os histogramas a partir de 10.000 simulações. A Tabela 4.9 mostra a convergência dos valores de FS médio (com exceção para 250.000 simulações, que teve valor superior aos demais). Os valores dos desvios padrão (com exceção do desvio padrão para 250.000 simulações) estão próximos, com variações apenas na terceira casa decimal. As probabilidades de falha que convergiram para a mesma ordem de grandeza em todos os casos (com exceção do caso com 250.000 simulações).

4.2.2 TRUNCAMENTO DE ENGENHARIA – TALUDE DE AREIA COM FS = 1,5

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

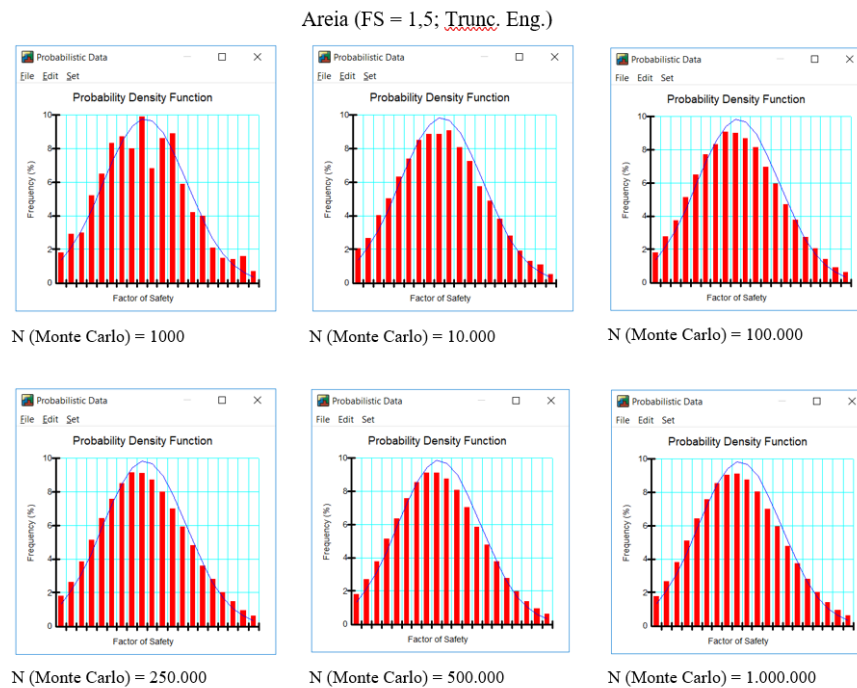


Figura 4.10: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento de engenharia (Autoria própria)

Tabela 4.10: Resultados das análises para os taludes de areia com FS = 1,5 e truncamento de engenharia.

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (Dist. Normal)</i>
Areia	ϕ' mín = 27°	1.000	1,53	1,54	0,161	3E-04
		10.000		1,54	0,161	3E-04
		100.000		1,54	0,161	3E-04
	ϕ' máx =40°	250.000		1,61	0,169	1E-04
		500.000		1,54	0,161	3E-04
		1.000.000		1,54	0,161	3E-04

É possível observar na Figura 4.10 a tendência de convergência dos valores do Fator de segurança a partir de 10.000 simulações de Monte Carlo. É possível notar um ligeiro deslocamento do valor médio dos histogramas para valores a esquerda em relação às médias das distribuições de ajuste. Observa-se também a assimetria dos Fatores de Segurança calculados em relação à média, devido ao truncamento de engenharia. Na Tabela 4.10 nota-se a convergência dos valores de FS médio (com exceção para 250.000 simulações). Os valores dos desvios padrão também convergiram. As probabilidades de falha que convergiram para o mesmo valor e ordem de grandeza em todos os casos (com exceção do caso com 250.000 simulações).

4.3 TALUDE DE ARGILA COM FATOR DE SEGURANÇA MÉDIO IGUAL A 1,3

Esta seção apresenta os resultados das análises probabilísticas com diversas simulações de Monte Carlo, para cada truncamento estatístico e de engenharia dos taludes de argila, cujo o Fator de Segurança médio é da ordem de 1,3.

4.3.1 TRUNCAMENTO ESTATÍSTICO – TALUDE DE ARGILA COM FS = 1,3

- COM DISPERSÃO DE UM DESVIO PADRÃO

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

Argila (FS = 1,3; Trunc. = 1 DP)

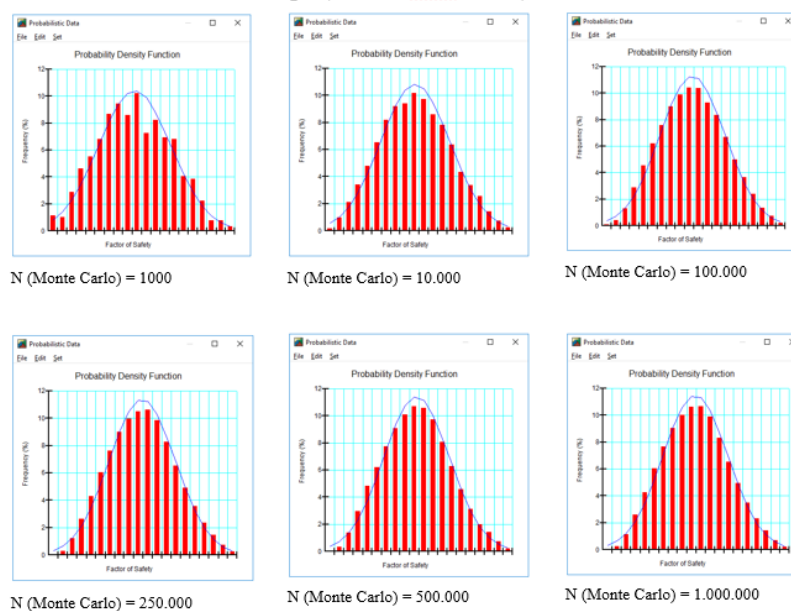


Figura 4.11: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 e truncamento em um desvio padrão (Autoria própria)

Tabela 4.11: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,3 e truncamento em um desvio padrão

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (Dist. Normal)</i>
Argila	1 Desvio Padrão	1.000	1,35	1,36	0,050	1E-04
		10.000		1,37	0,075	1E-05
		100.000		1,36	0,074	1E-06
		250.000		1,37	0,076	1E-06
		500.000		1,35	0,073	1E-06
		1.000.000		1,37	0,076	4E-07

A partir de 10.000 simulações de Monte Carlo, o histograma da Figura 4.11 demonstra que há tendência para a convergência para um intervalo de valores de Fatores de Segurança. Entretanto, a Tabela 4.11 com as demais simulações demonstra que os valores de todas as análises não convergiram para um valor pontual. Apesar dos valores de probabilidade de falha não terem convergido para um valor pontual, é de grande importância ressaltar que os valores obtidos nessa análise foram aproximados por uma distribuição normal, apesar uma vez que o programa não

relatou valores. Cabe ainda avaliar que para a distribuição de Fatores de Segurança se aderiram bem a uma distribuição normal.

- COM DISPERSÃO DE DOIS DESVIOS PADRÃO

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

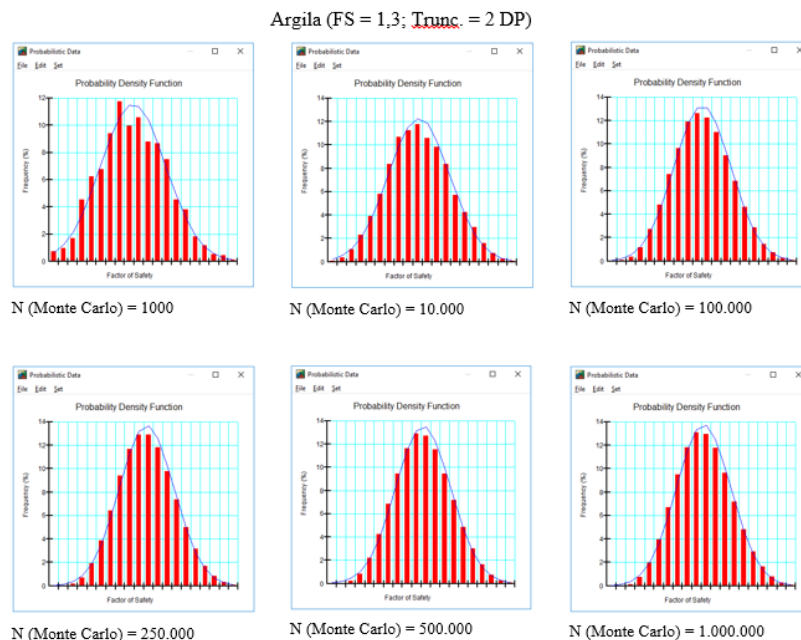


Figura 4.12: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 truncamento em dois desvios padrão (Autoria própria)

Tabela 4.12: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,3 e truncamento em dois desvios padrão

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (GeoStudio)</i>
Argila	2 Desvios Padrão	1.000	1,35	1,37	0,121	1E-03*
		10.000		1,40	0,123	6E-04*
		100.000		1,38	0,121	2E-05
		250.000		1,40	0,124	4E-05
		500.000		1,38	0,119	4E-05
		1.000.000		1,37	0,121	5E-05

*Probabilidades de Falhas aproximadas pela distribuição Normal.

A partir de 100.000 simulações de Monte Carlo, o histograma da Figura 4.12 demonstra que há tendência para a convergência para um intervalo de valores de Fatores de Segurança. Entretanto, a Tabela 4.12 com as demais simulações demonstra que os valores de todas as análises não convergiram para um valor pontual. Os dois primeiros valores obtidos de probabilidade de falha não convergiram para o mesmo valor da série de simulações, cabe ressaltar que os valores obtidos nessas duas primeiras análises foram aproximados por uma distribuição normal, apesar uma vez que o programa não relatou valores. Cabe ainda avaliar que para a distribuição de Fatores de Segurança se aderiram bem a uma distribuição normal.

- COM DISPERSÃO DE TRÊS DESVIOS PADRÃO

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

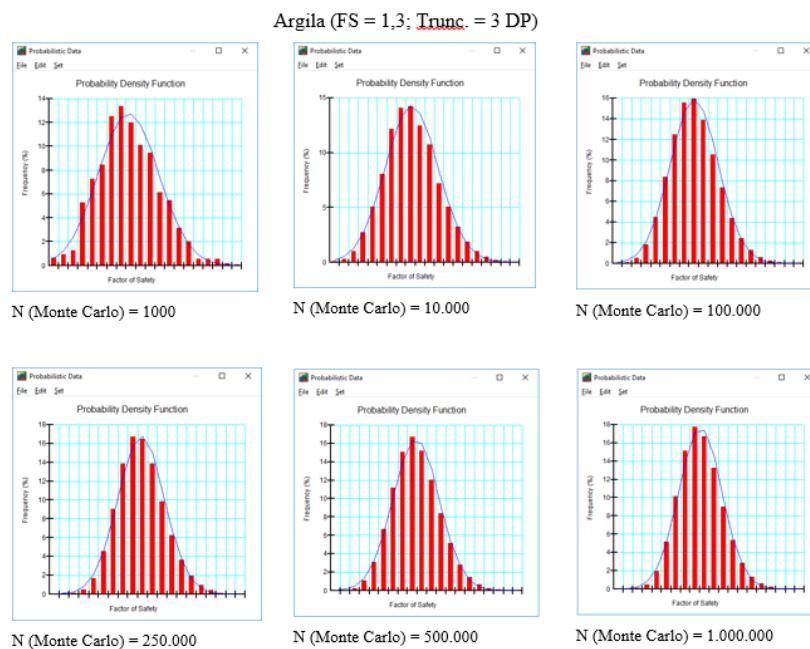


Figura 4.13: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 truncamento em três desvios padrão (Autoria própria)

Tabela 4.13: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,3 e truncamento em três desvios padrão

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (GeoStudio)</i>
Argila	3 Desvios Padrão	1.000	1,35	1,39	0,147	4E-03*
		10.000		1,42	0,150	6E-04
		100.000		1,40	0,148	1E-03
		250.000		1,42	0,151	7E-04
		500.000		1,39	0,145	9E-04
		1.000.000		1,40	0,146	1E-03

*Probabilidades de Falhas aproximadas pela distribuição Normal.

A partir de 100.000 simulações de Monte Carlo, o histograma da Figura 4.13 demonstra que há tendência para a convergência para um intervalo de valores de Fatores de Segurança. Entretanto, a Tabela 4.13 com as demais simulações demonstra que os valores de todas as análises não convergiram para um valor pontual. Percebe-se nessa seção uma grande dispersão dos valores de probabilidade de falha, muito possivelmente sendo necessário mais simulações de Monte Carlo. Cabe ainda avaliar que para a distribuição de Fatores de Segurança se aderiram bem a uma distribuição normal.

- COM DISPERSÃO DE QUATRO DESVIOS PADRÃO

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

Argila (FS = 1,3; Trunc. = 4 DP)

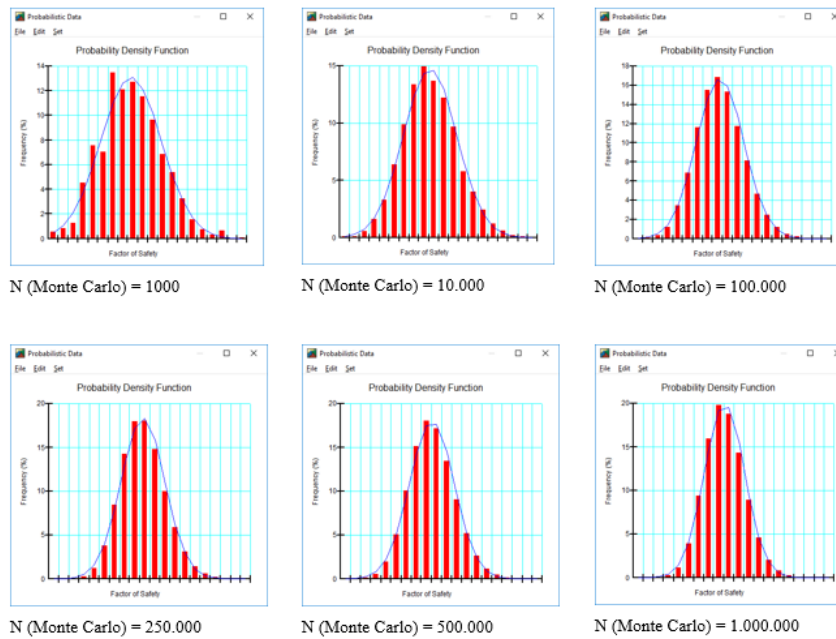


Figura 4.14: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 truncamento em quatro desvios padrão (Autoria própria)

Tabela 4.14: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,3 e truncamento em quatro desvios padrão

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (GeoStudio)</i>
Argila	4 Desvios Padrão	1.000	1,35	1,39	0,149	3E-03
		10.000		1,42	0,152	1E-03
		100.000		1,40	0,150	2E-03
		250.000		1,42	0,154	1E-03
		500.000		1,40	0,147	2E-03
		1.000.000		1,39	0,148	2E-03

Com o histograma da Figura 4.14 não ficou evidente uma convergência para um valor pontual, fato confirmado pela Tabela 4.14. Todos os valores de probabilidade de falha foram fornecidos pelo programa, não sendo necessário associá-la a partir de nenhuma distribuição. Percebe-se que houve uma flutuação do valor de Fator de Segurança, fator que não acontece com a probabilidade de falha. Pode ser verificada boa aderência do FS a uma distribuição normal.

4.3.2 TRUNCAMENTO DE ENGENHARIA – TALUDE DE ARGILA COM FS = 1,3

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

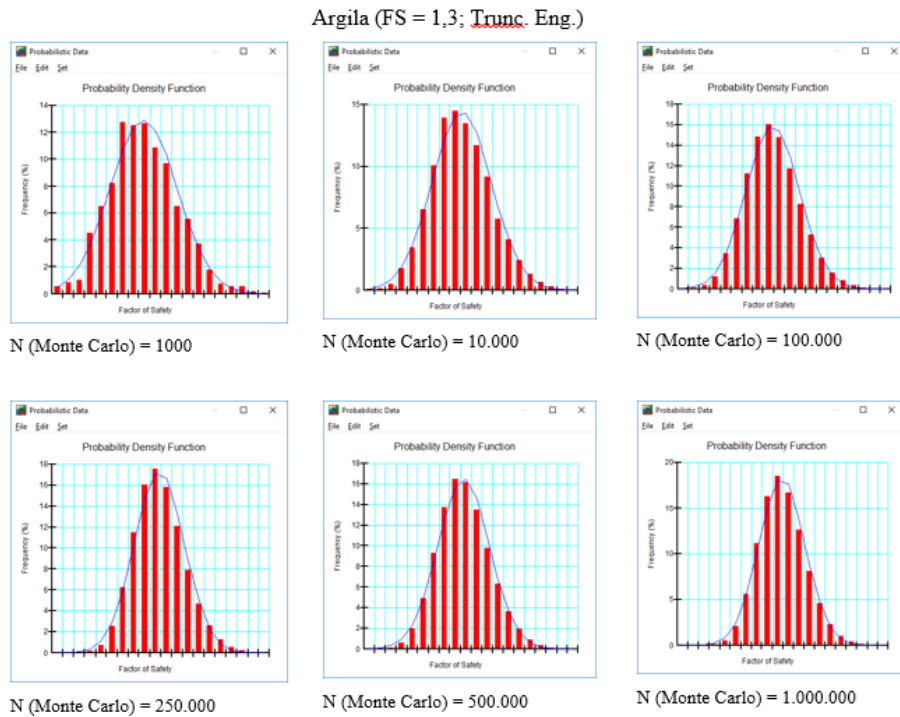


Figura 4.15: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,3 truncamento de engenharia (Autoria própria)

Tabela 4.15: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,3 e truncamento de engenharia

Material	Truncamento dos parâmetros	N (Monte Carlo)	FS (Det.)	FS (Médio)	Desvio Padrão (σ)	Prob. de Falha (GeoStudio)
Argila	φ' mín = 0° cmín = 18 kPa	1.000	1,35	1,39	0,146	1E-03
		10.000		1,41	0,148	9E-04
		100.000		1,40	0,147	1E-03
	φ' máx = 50° cmáx = 32 kPa	250.000		1,42	0,150	1E-03
		500.000		1,39	0,143	1E-03
		1.000.000		1,39	0,145	1E-03

A curva do histograma da Figura 4.15 mostra que a distribuição dos valores de FS ficaram em uma faixa bastante estreita de valores e os valores médios sendo bem superiores aos valores de FS determinístico, fato que ocorre pelo truncamento retirar do sorteio valores abaixo de 0, o que em uma dispersão de dados, elimina valores que contribuiriam para valores de Fatores de Segurança menores.

4.4 TALUDE DE ARGILA COM FATOR DE SEGURANÇA MÉDIO IGUAL A 1,5

Esta seção apresenta os resultados das análises probabilísticas com diversas simulações de Monte Carlo, para cada truncamento estatístico e de engenharia dos taludes de argila, cujo o Fator de Segurança médio é da ordem de 1,5.

4.4.1 TRUNCAMENTO ESTATÍSTICO

- **COM DISPERSÃO DE UM DESVIO PADRÃO**

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

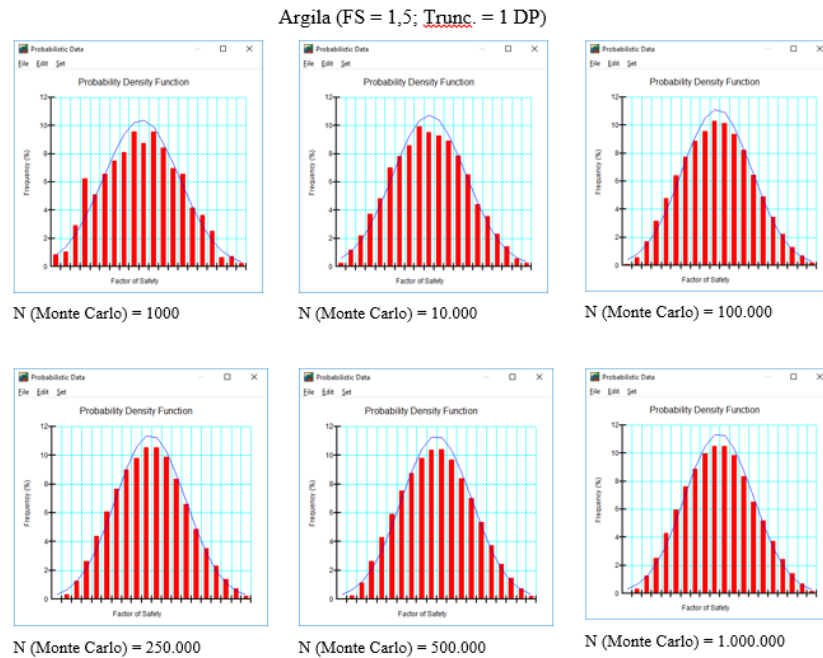


Figura 4.16: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 truncamento em um desvio padrão (Autoria própria)

Tabela 4.16: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,5 e truncamento em um desvio padrão

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (Dist. Normal)</i>
Argila	1 Desvio Padrão	1.000	1,52	1,51	0,080	1E-04
		10.000		1,51	0,078	1E-05
		100.000		1,51	0,079	1E-06
		250.000		1,55	0,083	1E-06
		500.000		1,51	0,080	1E-06
		1.000.000		1,51	0,080	1E-07

O histograma da Figura 4.16 demonstra aderência à distribuição normal por parte dos valores de Fatores de Segurança. Apresenta ainda uma tendência de convergência para um intervalo restrito de FS. Entretanto, a probabilidade estava demonstrando tendência de convergência pontual após 100.000 simulações de Monte Carlo, e com 1.000.000 um ponto descaracterizou essa interpretação. Vale ressaltar que a probabilidade de falha na Tabela 4.16 foi aproximada pela distribuição normal, o que induz a um erro sistemático.

- COM DISPERSÃO DE DOIS DESVIO PADRÃO

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

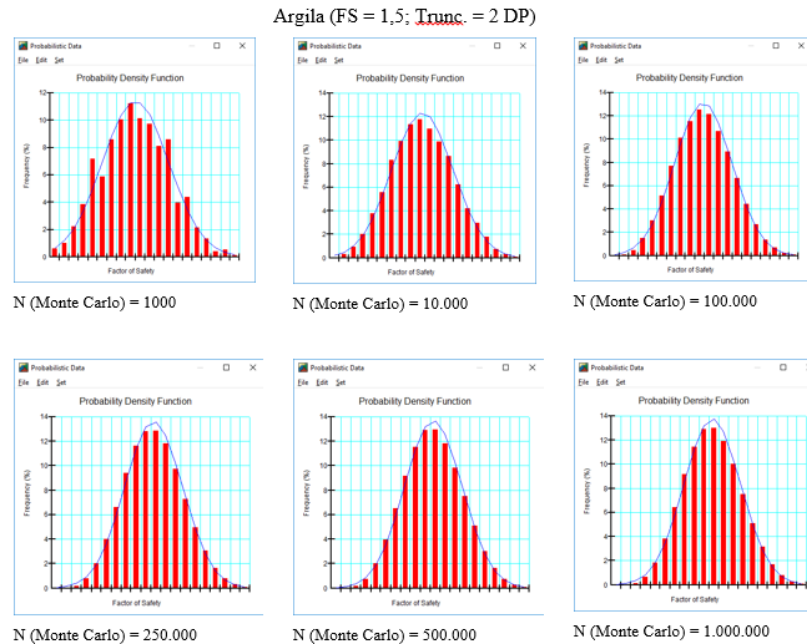


Figura 4.17: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 truncamento em dois desvios padrão (Autoria própria)

Tabela 4.17: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,5 e truncamento em dois desvios padrão

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (Dist. Normal)</i>
Argila	2 Desvios Padrão	1.000	1,52	1,54	0,132	1E-04
		10.000		1,57	0,135	1E-05
		100.000		1,53	0,129	2E-05
		250.000		1,57	0,136	1E-05
		500.000		1,54	0,131	2E-05
		1.000.000		1,54	0,131	2E-05

Os valores de FS flutuaram bastante dentro de um intervalo, entretanto é possível verificar convergência para os valores de probabilidade de falha. Dentro da análise de dois desvios padrão, é importante se atentar que a probabilidade de falha foi aproximada pela distribuição normal, mas bem pautada, uma vez que os dados apresentaram boa aderência, segundo a Figura 4.17 do histograma.

- COM DISPERSÃO DE TRÊS DESVIO PADRÃO

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

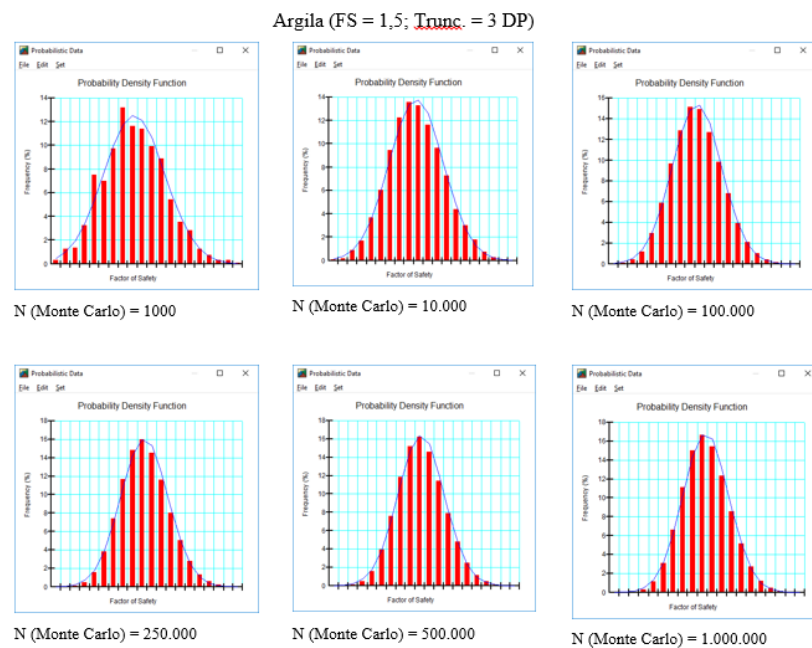


Figura 4.18: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 truncamento em três desvios padrão (Autoria própria)

Tabela 4.18: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,5 e truncamento em três desvios padrão

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (Dist. Normal)</i>
Argila	3 Desvios Padrão	1.000	1,52	1,55	0,154	1E-04*
		10.000		1,57	0,158	2E-04*
		100.000		1,53	0,150	2E-04*
		250.000		1,57	0,159	2E-05
		500.000		1,54	0,153	2E-05
		1.000.000		1,54	0,152	1E-05

*Probabilidades de Falhas aproximadas pela distribuição Normal.

A partir de 10.000 simulações de Monte Carlo, o histograma da Figura 4.18 demonstra que há tendência para a convergência para um intervalo de valores de Fatores de Segurança. Entretanto, a Tabela 4.18 com as demais simulações demonstra que os valores de todas as análises não convergiram para um valor pontual, uma vez que para 10.000 e 250.000 simulações tiveram salto em torno do valor médio da série. Apesar dos valores de probabilidade de falha não terem convergido para um valor pontual, é de grande importância ressaltar que os três primeiros valores analisados, foram aproximados por uma distribuição normal, assim, descartando os três primeiros valores de probabilidade de falha, os valores convergem entre para um valor comum. Cabe ainda avaliar que para a distribuição de Fatores de Segurança se aderiram bem a uma distribuição normal.

- COM DISPERSÃO DE QUATRO DESVIO PADRÃO

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

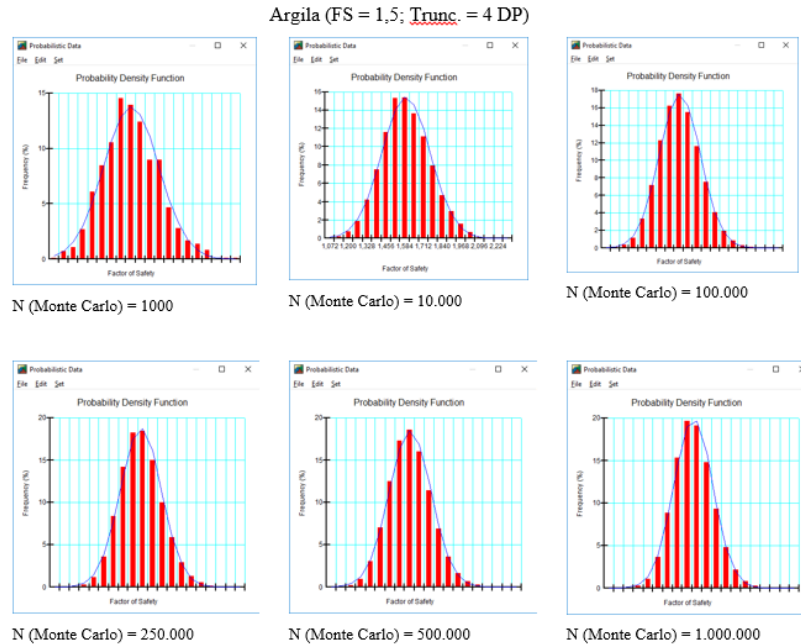


Figura 4.19: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de argila com FS = 1,5 truncamento em quatro desvios padrão (Autoria própria)

Tabela 4.19: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,5 e truncamento em quatro desvios padrão

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (Dist. Normal)</i>
Argila	4 Desvios Padrão	1.000	1,52	1,56	0,165	1E-04*
		10.000		1,59	0,165	2E-04*
		100.000		1,55	0,157	8E-05
		250.000		1,59	0,167	7E-05
		500.000		1,56	0,160	9E-05
		1.000.000		1,55	0,159	9E-05

*Probabilidades de Falhas aproximadas pela distribuição Normal.

A partir de 100.000 simulações de Monte Carlo, o histograma da Figura 4.19 demonstra que há tendência para a convergência para um intervalo de valores de Fatores de Segurança, isso pode ser verificado inclusive pela concentração dos valores próximos à média. Entretanto, a Tabela 4.19 com as demais simulações demonstra que os valores de todas as análises não convergiram para um valor pontual, sendo que as simulações de 10.000 e 250.000 de Monte Carlo mostraram

que a série não apresenta convergência pontual e sim flutua dentro de um intervalo. Percebe-se nessa seção uma grande dispersão dos valores de probabilidade de falha, muito possivelmente sendo necessário mais simulações de Monte Carlo. Cabe ainda avaliar que para a distribuição de Fatores de Segurança se aderiram bem a uma distribuição normal.

4.4.2 TRUNCAMENTO DE ENGENHARIA – TALUDE DE ARGILA COM FS = 1,5

A seguir estão apresentados os histogramas de frequência dos Fatores de Segurança (com o ajuste da curva probabilística obtida), a tabela com os resultados obtidos na análise.

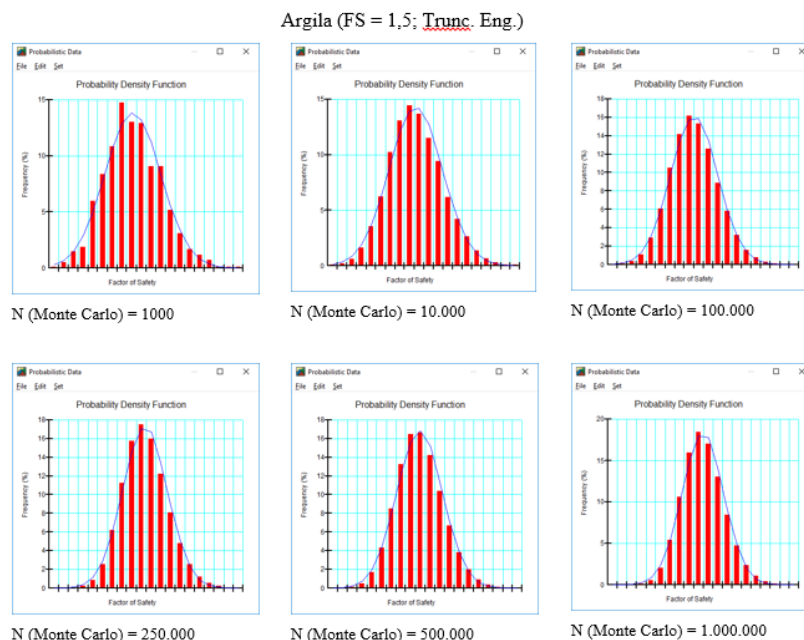


Figura 4.20: Histogramas dos Fatores de Segurança para taludes de areia com FS = 1,5 truncamento em dois desvios padrão (Autoria própria)

Tabela 4.20: Resultados das análises para os taludes de argila com FS = 1,5 e truncamento de engenharia

<i>Material</i>	<i>Truncamento dos parâmetros</i>	<i>N (Monte Carlo)</i>	<i>FS (Det.)</i>	<i>FS (Médio)</i>	<i>Desvio Padrão (σ)</i>	<i>Prob. de Falha (GeoStudio)</i>
Argila	ϕ' mín = 0° cmín = 18 kPa	1.000	1,52	1,55	0,158	1E-03*
		10.000		1,59	0,161	1E-04*
		100.000		1,55	0,153	1E-05
	ϕ' máx = 50° cmáx = 32 kPa	250.000		1,59	0,162	3E-05
		500.000		1,55	0,156	4E-05
		1.000.000		1,55	0,156	4E-05

*Probabilidades de Falhas aproximadas pela distribuição Normal.

A curva do histograma da Figura 4.20 mostra que a distribuição dos valores de FS ficaram em uma faixa bastante estreita de valores e os valores médios sendo bem superiores aos valores de FS determinístico, fato que ocorre pelo truncamento retirar do sorteio valores abaixo de 0, o que em uma dispersão de dados, elimina valores que contribuiriam para valores de Fatores de Segurança menores. Vale verificar que os valores de probabilidade de falha que não foram aproximados pela distribuição normal, tiveram convergência para uma ordem de grandeza.

4.5 GRÁFICOS DAS FLUTUAÇÕES DE FATOR DE SEGURANÇA, DESVIO PADRÃO E PROBABILIDADE DE FALHA

Esta seção apresenta as análises dos gráficos obtidos com os resultados das análises probabilísticas para os taludes de areia e argila apresentados nas tabelas dos itens 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4. Os gráficos demonstram a evolução dos valores dos Fatores de Segurança, desvios padrão e probabilidades de falha com o aumento do número de simulações de Monte Carlo. Neles estão apresentadas as curvas para os resultados gerados com a truncamentos estatísticos e de engenharia, para causar melhor efeito de comparação.

4.5.1 GRÁFICOS DE AREIA COM FATOR DE SEGURANÇA DE 1,3.

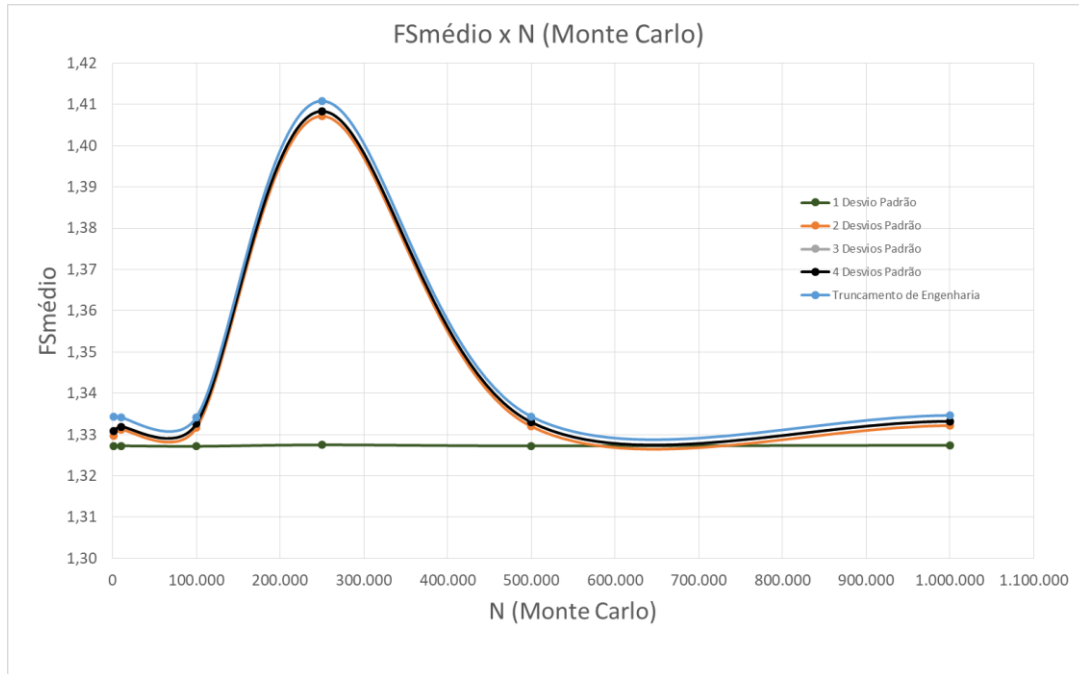


Figura 4.21: Gráfico de Fator de Segurança x Simulações de Monte Carlo (Areia de FS=1,3)

O gráfico da Figura 4.21 demonstra que para o truncamento estatístico em um desvio padrão os Fatores de segurança mantiveram-se na mesma ordem de grandeza e com valores similares. Para os truncamentos em dois, três, quatro desvios padrão e truncamento de engenharia, os Fatores de Segurança tiveram a mesma tendência de convergência para os diferentes números de simulações de Monte Carlo e diferentes truncamentos do ângulo de atrito. É possível observar também que há um salto no valor de FS para 250.000 iterações de Monte Carlo para todos os casos (com exceção do truncamento em um desvio padrão) e que para as demais simulações os valores de FS convergiram para a mesma ordem de grandeza e valores próximos.

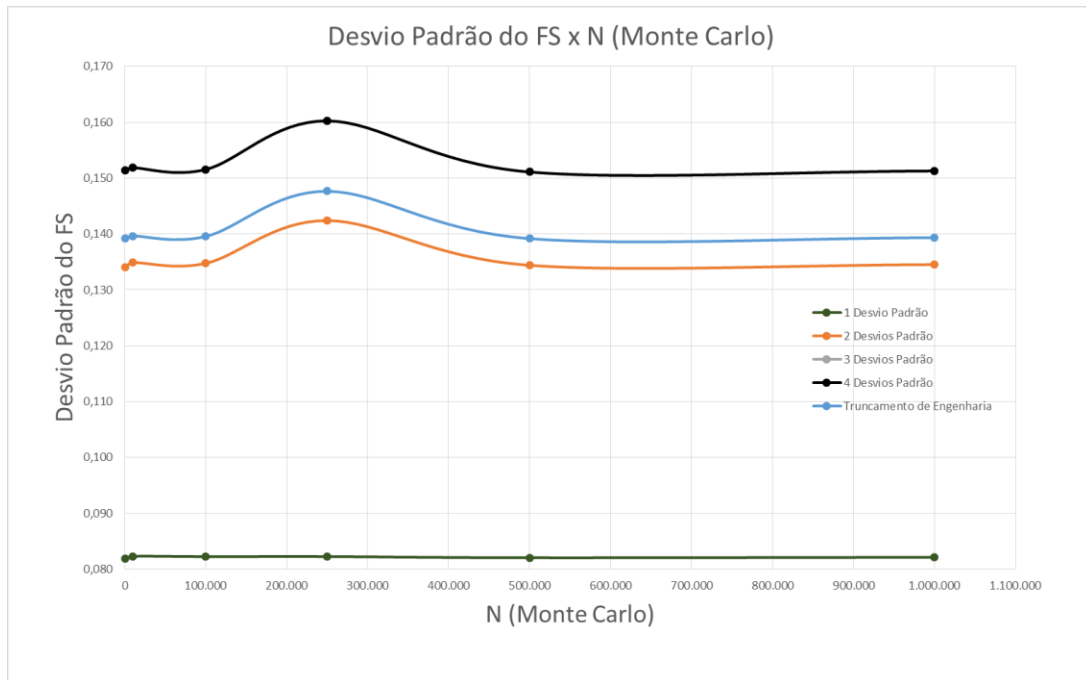


Figura 4.22: Gráfico de Desvio Padrão do FS x Simulações de Monte Carlo (Areia de FS=1,3)

É possível observar na Figura 4.22 que os valores dos desvios padrão de FS obtidos com as análises mantiveram a valores similares, isto para cada truncamento individualmente e com exceção da análise com 250.000 simulações, que causou um salto nos desvios padrão de FS para os truncamentos do parâmetro de entrada (ângulo de atrito) em dois, três, quatro desvios padrão e de engenharia. A curva para a simulação com truncamento em três desvios padrão demonstra exatamente os mesmos resultados do desvio padrão de FS que a curva com truncamento em quatro desvios padrão. A curva para a simulação com truncamento em um desvio padrão não apresenta variação dos valores do desvio padrão de FS.

Pode-se inferir que o aumento da quantidade de desvios padrão para o truncamento do ângulo de atrito causou aumento nos desvios padrão de FS. Comportamento dentro do esperado, uma vez que maiores dispersões consideradas dos parâmetros de entrada devem causar maiores dispersões no Fator de Segurança.

É possível notar que os desvios padrão de FS obtidos para as análises com truncamento de engenharia foram maiores do que os da análise com truncamento estatístico em dois desvios padrão, mesmo sabendo que o que o intervalo considerado no truncamento de engenharia

aparentemente representa pouca diferença em relação ao intervalo para o truncamento com dois desvios padrão, conforme observado nas Tabelas 3.1 e 3.3 da metodologia deste trabalho.

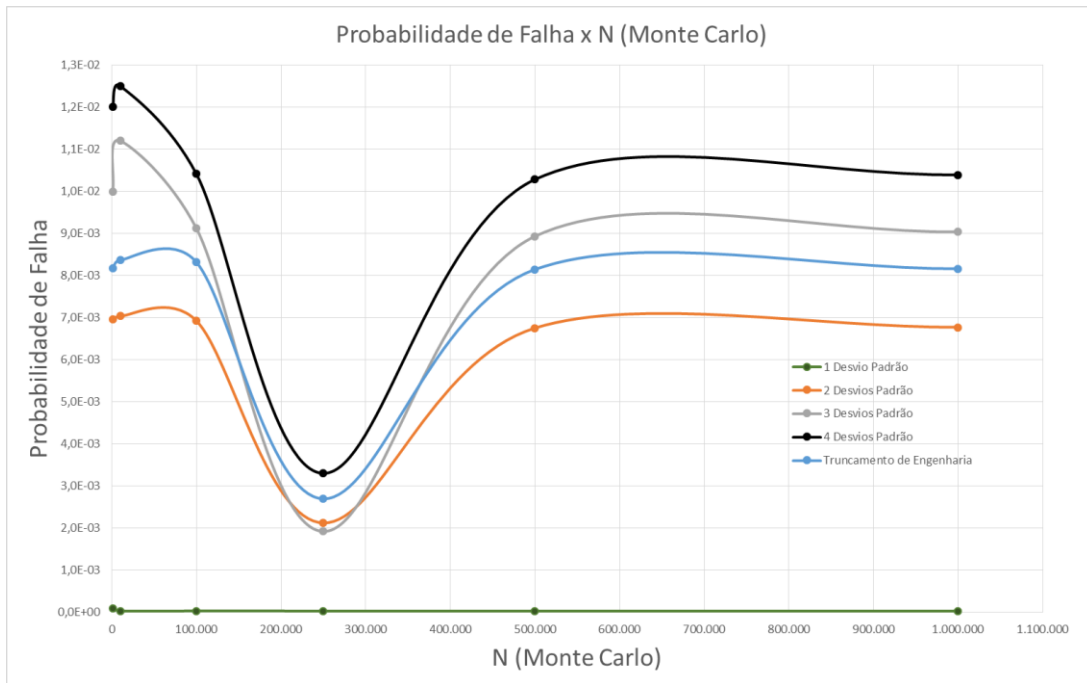


Figura 4.23: Gráfico de Probabilidade de Falha x Simulações de Monte Carlo (Areia de FS=1,3)

A Figura 4.23 mostra um comportamento similar em quase todas as curvas, que mantiveram a mesma ordem de grandeza da probabilidade de falha para todas as simulações de Monte Carlo (com exceção de $N = 250.000$). A curva para o truncamento estatístico em um desvio padrão não apresentou nenhuma variação representativa, fato que pode ser explicado pela pouca dispersão de dados em relação ao valor médio do ângulo de atrito, que refletiu pouca dispersão em FS, gerando probabilidades de falha constantes. É possível notar o aumento da probabilidade de falha com o aumento do número de desvios padrão considerados no truncamento estatístico. Ainda nota-se ligeiro aumento das probabilidades de falha para o truncamento de engenharia em relação ao truncamento em dois desvios padrão, entretanto é um aumento pouco representativo e está dentro da mesma ordem de grandeza.

4.5.2 GRÁFICOS DE AREIA COM FATOR DE SEGURANÇA DE 1,5.

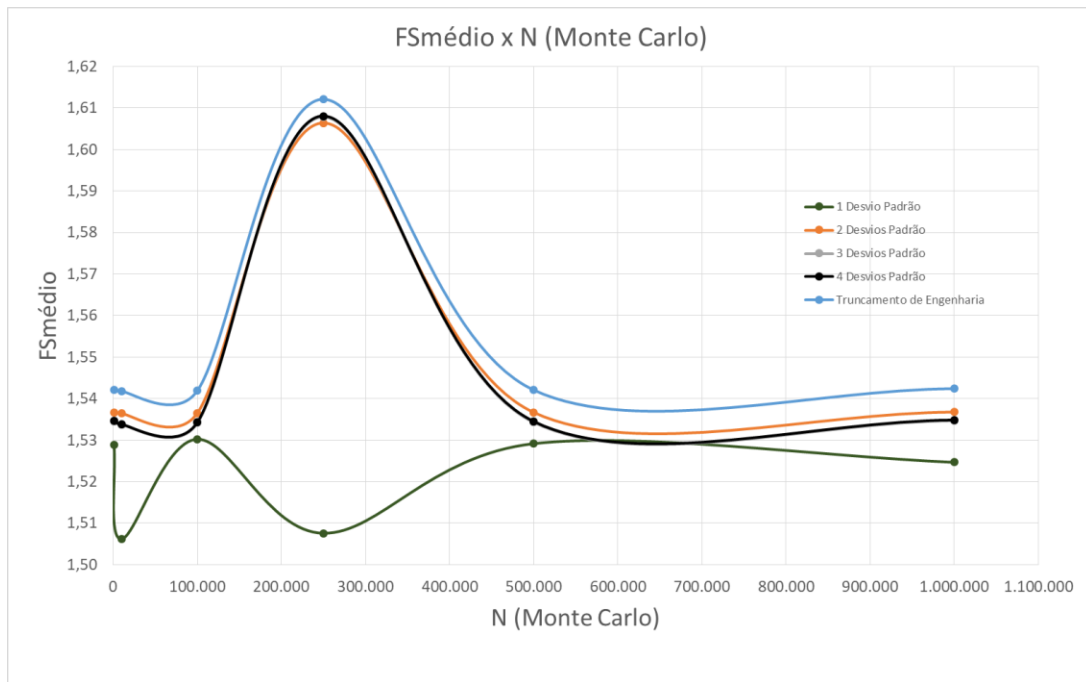


Figura 4.24: Gráfico de Fator de Segurança x Simulações de Monte Carlo (Areia de FS=1,5)

O gráfico da Figura 4.24 demonstra que para o truncamento estatístico em um desvio padrão os Fatores de segurança oscilaram para análises com poucas simulações de Monte Carlo e se estabilizaram com N igual a 500.000. Para os truncamentos em dois, três, quatro desvios padrão e truncamento de engenharia, os Fatores de Segurança tiveram a mesma tendência de convergência de valores para os diferentes números de simulações de Monte Carlo e diferentes truncamentos do ângulo de atrito. É possível observar também que há um salto no valor de FS para 250.000 iterações de Monte Carlo para todos os casos (com exceção do truncamento em um desvio padrão, que teve um decréscimo no valor de FS) e que para as demais simulações os valores de FS convergiram para a mesma ordem de grandeza e valores próximos.

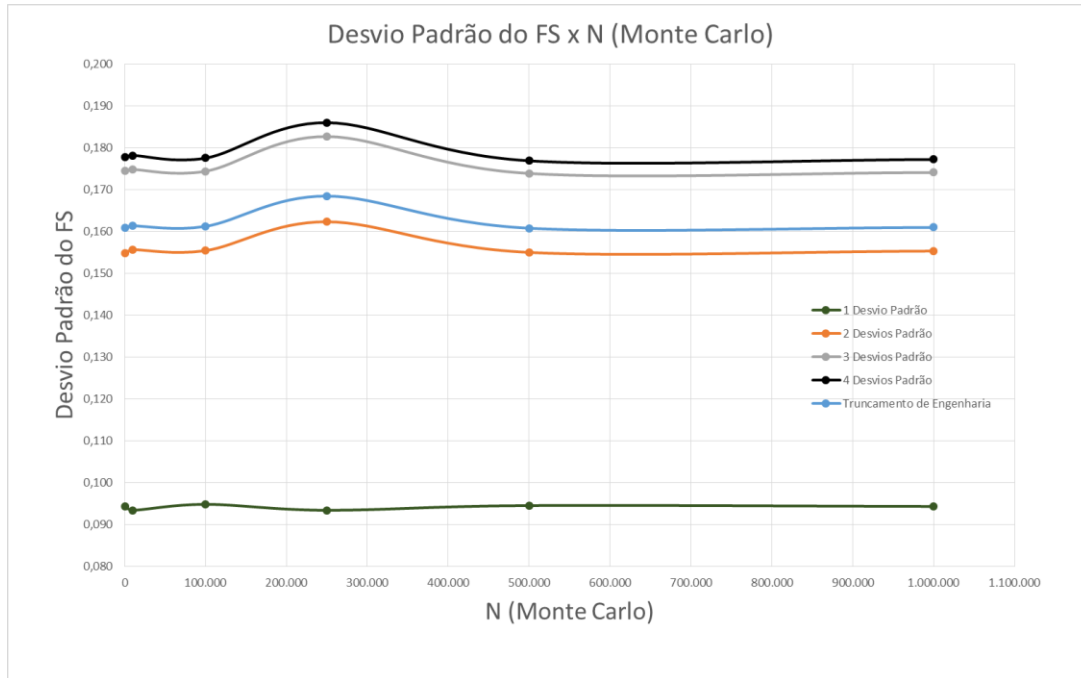


Figura 4.25: Gráfico de Desvio Padrão do FS x Simulações de Monte Carlo (Areia de FS=1,5)

É possível observar na Figura 4.25 que os valores dos desvios padrão de FS obtidos com as análises mantiveram a valores similares, isto para cada truncamento individualmente e com exceção da análise com 250.000 simulações, que causou uma variação nos desvios padrão de FS para os truncamentos do ângulo de atrito. Diferente da análise para FS igual a 1,3, a curva para a simulação com truncamento em três desvios padrão demonstra valores ligeiramente inferiores aos resultados do desvio padrão de FS que a curva com truncamento em quatro desvios padrão apresentou. A curva para a simulação com truncamento em um desvio padrão apresenta pouca variação dos valores do desvio padrão de FS.

É perceptível que o aumento da quantidade de desvios padrão para o truncamento do ângulo de atrito também causou aumento nos desvios padrão de FS.

Os desvios padrão de FS obtidos para as análises com truncamento de engenharia também foram maiores do que os da análise com truncamento estatístico em dois desvios padrão.

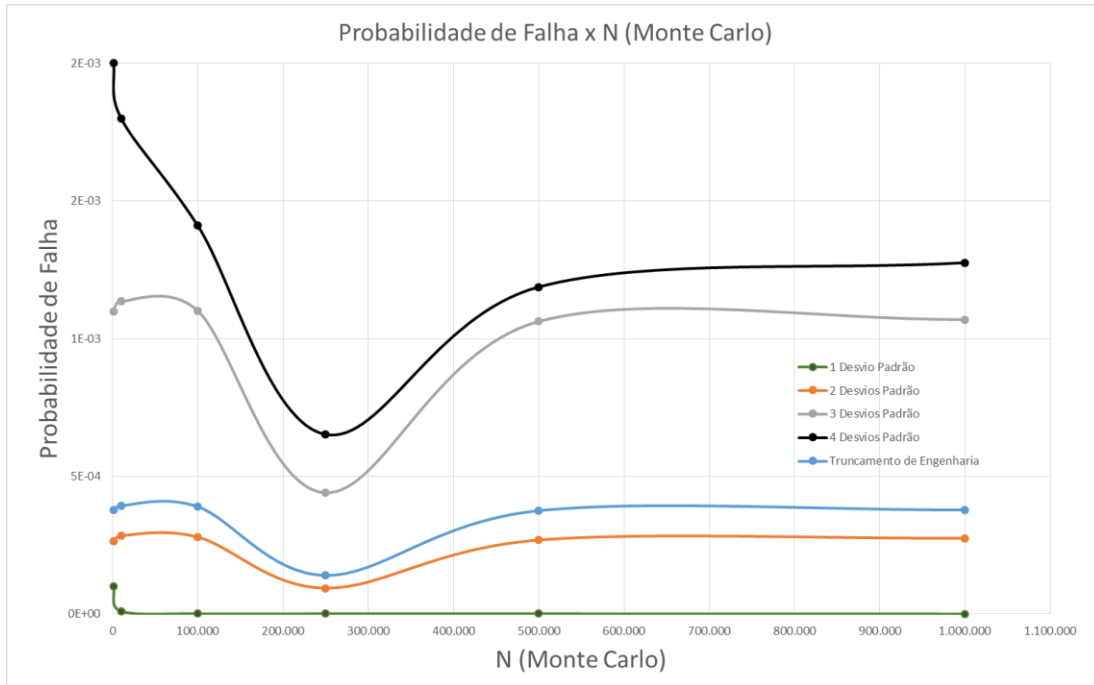


Figura 4.26: Gráfico de Probabilidade x Simulações de Monte Carlo (Areia de FS=1,5)

A Figura 4.26 mostra um comportamento similar em quase todas as curvas (pouco menos similar que para a análise com FS igual a 1,3). A probabilidade de falha permaneceu na mesma ordem de grandeza para todas as simulações de Monte Carlo (com exceção de N igual a 250.000, que mostraram menores probabilidades de falha). A curva para o truncamento estatístico em um desvio padrão não apresentou nenhuma variação representativa. É possível notar o aumento da probabilidade de falha com o aumento do número de desvios padrão considerados no truncamento estatístico. É notória a percepção de um ligeiro aumento das probabilidades de falha para o truncamento de engenharia em relação ao truncamento em dois desvios padrão, porém este aumento é pouco representativo e está dentro da mesma ordem de grandeza.

4.5.3 GRÁFICOS DE ARGILA COM FATOR DE SEGURANÇA DE 1,3.

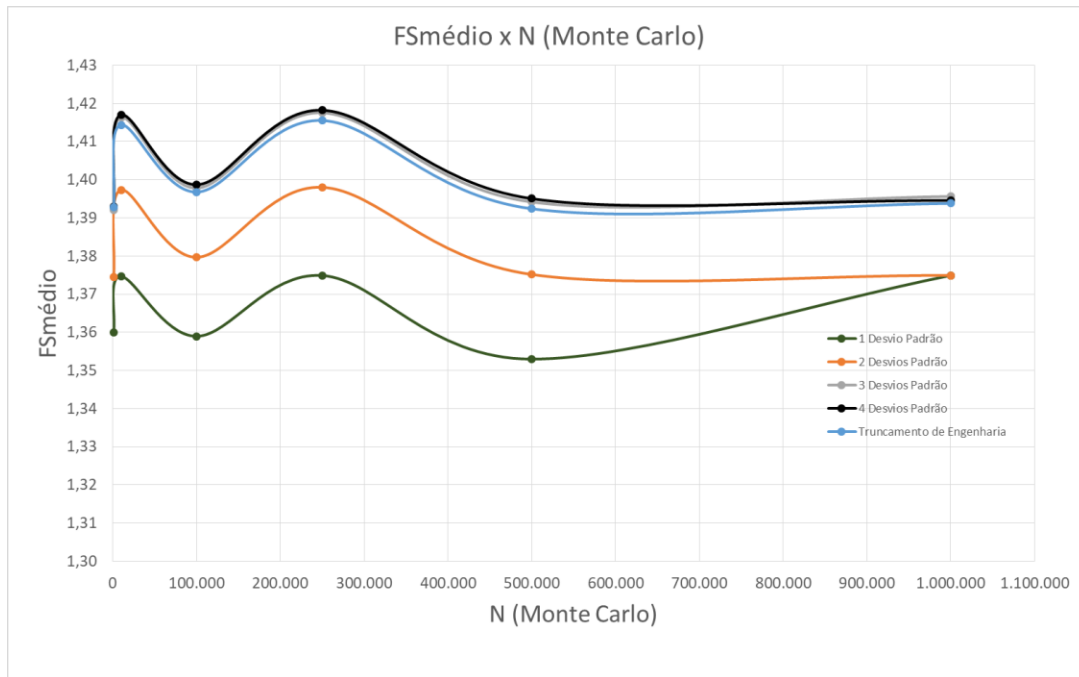


Figura 4.27: Gráfico de Fator de Segurança x Simulações de Monte Carlo (Argila de FS=1,3)

O gráfico da Figura 4.27 demonstra que as análises de um e dois desvios padrão aparentemente convergem para valores diferentes das demais análises. Com poucas simulações de Monte Carlo não se podia assumir convergência para valores de Fatores de Segurança, entretanto a partir de 500.000 simulações, as análises de três, quatro desvios padrão e truncamento de engenharia apresentam convergência. Nas análises de um e dois desvios padrão, essa convergência aparenta apresentar convergência em 1.000.000 de simulações de Monte Carlo, entretanto, seriam necessárias mais iterações para assumir essa conclusão. O truncamento de engenharia apresentou convergência de FS para a mesma faixa de valores que três e quatro desvios.

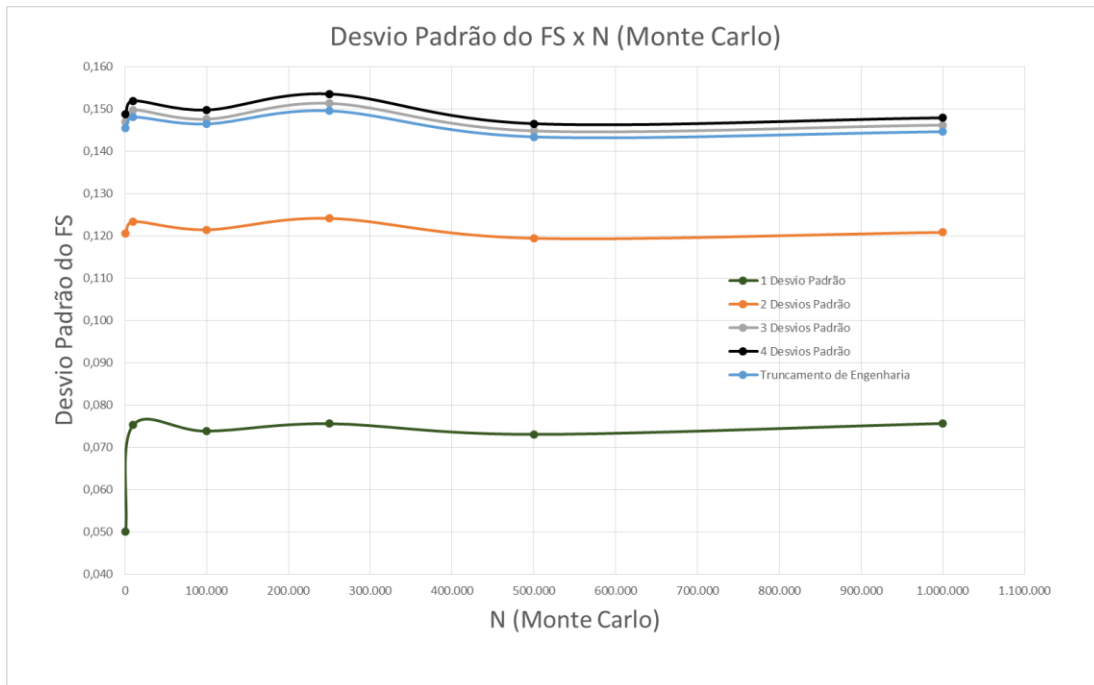


Figura 4.28: Gráfico de Desvio Padrão de FS x Simulações de Monte Carlo (Argila de FS=1,3)

O gráfico da Figura 4.28 demonstra que as análises de um e dois desvios padrão aparentemente convergem para valores diferentes de desvios padrão das demais análises. Com poucas simulações de Monte Carlo não se podia assumir convergência exata para valores de Fatores de Segurança, entretanto houve pouca flutuação de valores, mesmo com baixo número de simulações de Monte Carlo. A partir de 500.000 simulações, as análises de três, quatro desvios padrão e truncamento de engenharia apresentam convergência para o mesmo valor pontual. Nas análises de um e dois desvios padrão, essa convergência aparenta não ter acontecido para o mesmo valor pontual, todavia, pode ser percebido que com o aumento do número de desvios padrão permitidos para sorteio dos parâmetros, de um para dois, o valor de convergência se aproximou do valor de convergência pontual das análises de maior flexibilidade no sorteio de parâmetros.

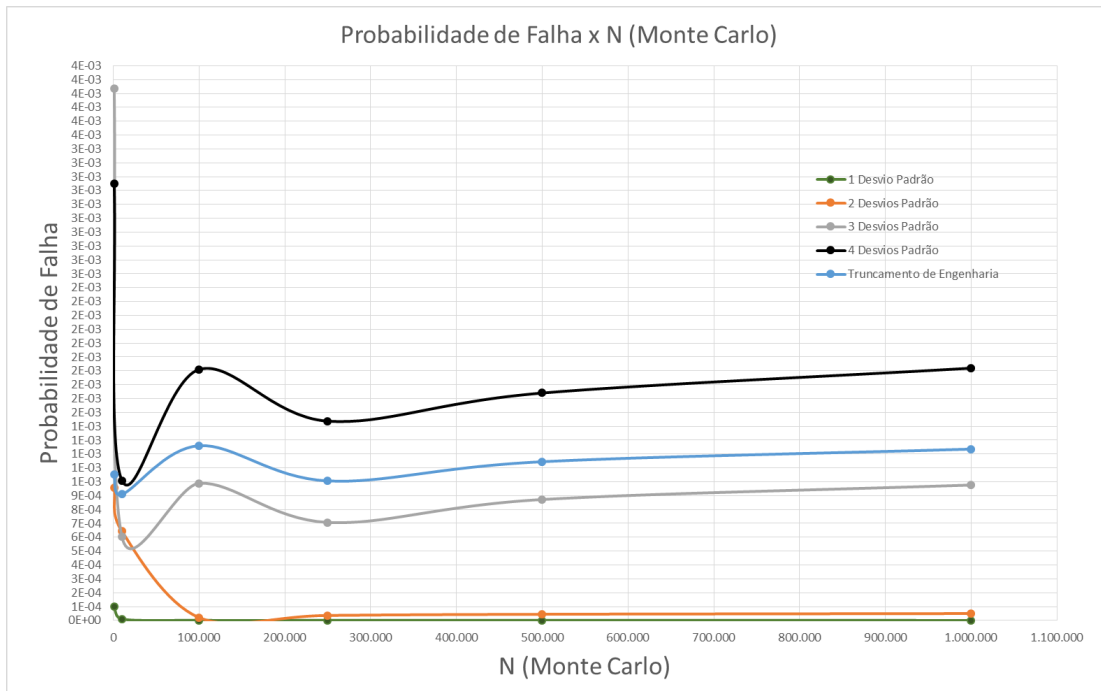


Figura 4.29: Gráfico de Probabilidade de Falha x Simulações de Monte Carlo (Argila de FS=1,3)

O gráfico da Figura 4.29 demonstra que nenhuma análise convergiu para o mesmo valor de outra análise. Há ainda uma tendência de acréscimo no valor de probabilidade de falha com o aumento do número de iterações nas análises de três, quatro desvios padrão e truncamento de engenharia. Nas análises de um e dois desvios padrão, essa convergência aparenta existir desde 100.000 de simulações de Monte Carlo, entretanto, com grande grau de restrição em relação ao sorteio de parâmetro, apenas um ou dois desvios padrão, faz com que os valores sorteados estejam bem próximos da média. O truncamento de engenharia apresentou convergência de probabilidade de falha para um valor intermediário entre três e quatro desvios padrão, sendo que com maior proximidade à faixa de convergência de dois desvios.

4.5.4 GRÁFICOS DE ARGILA COM FATOR DE SEGURANÇA DE 1,5.

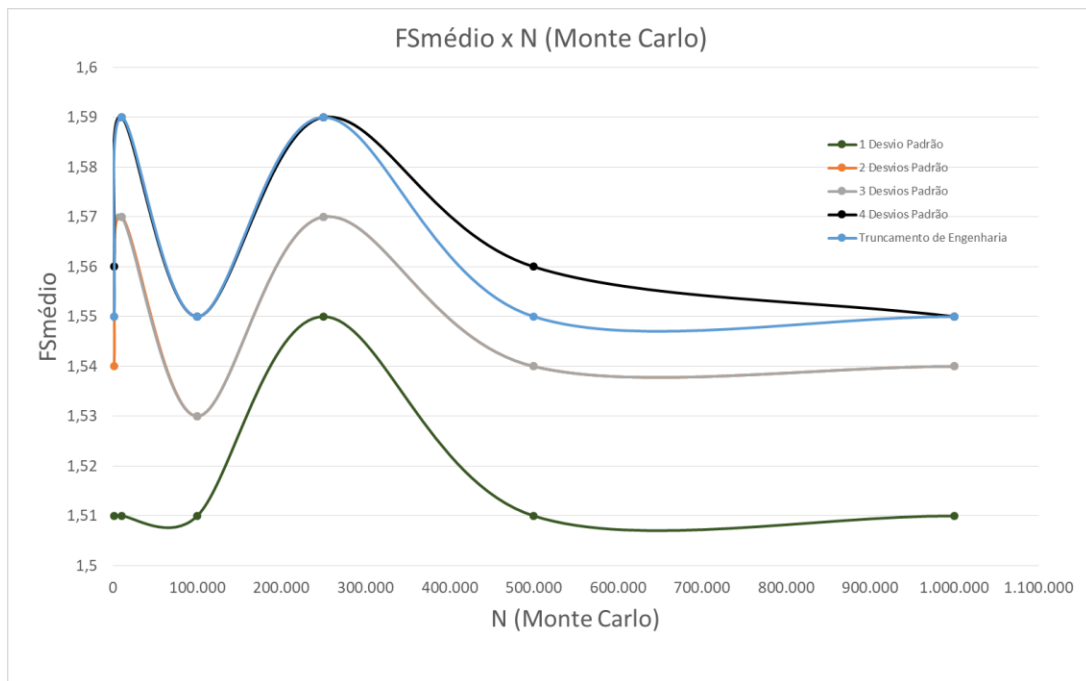


Figura 4.30: Gráfico de Fator de Segurança x Simulações de Monte Carlo (Argila de FS=1,5)

O gráfico da Figura 4.30 demonstra que as análises de um desvio padrão aparentemente converge para um valor diferente das demais análises. A análise de dois desvios padrão e três desvios tiveram convergência para o mesmo valor pontual mesmo com poucas simulações. O valor de 4 desvios aparentemente convergiu para o mesmo valor do truncamento de engenharia, para 1.000.000 simulações de Monte Carlo, embora para se chegar a essa conclusão, é necessário realizar mais iterações. Mesmo as análises de dois, três, quatro desvios padrão e o truncamento de engenharia não apresentarem convergência para um valor pontual, há uma convergência para uma faixa estreita de valores, o que em engenharia é o que realmente é significativo. Pode ser visto um salto para valores de 250.000 simulações de Monte Carlo, o que aparentemente implica que as análises sejam válidas com mais iterações do que esse trecho. Sendo assim ideais análises de convergência serem avaliadas no intervalo de 500.000 e 1.000.000 simulações de Monte Carlo.

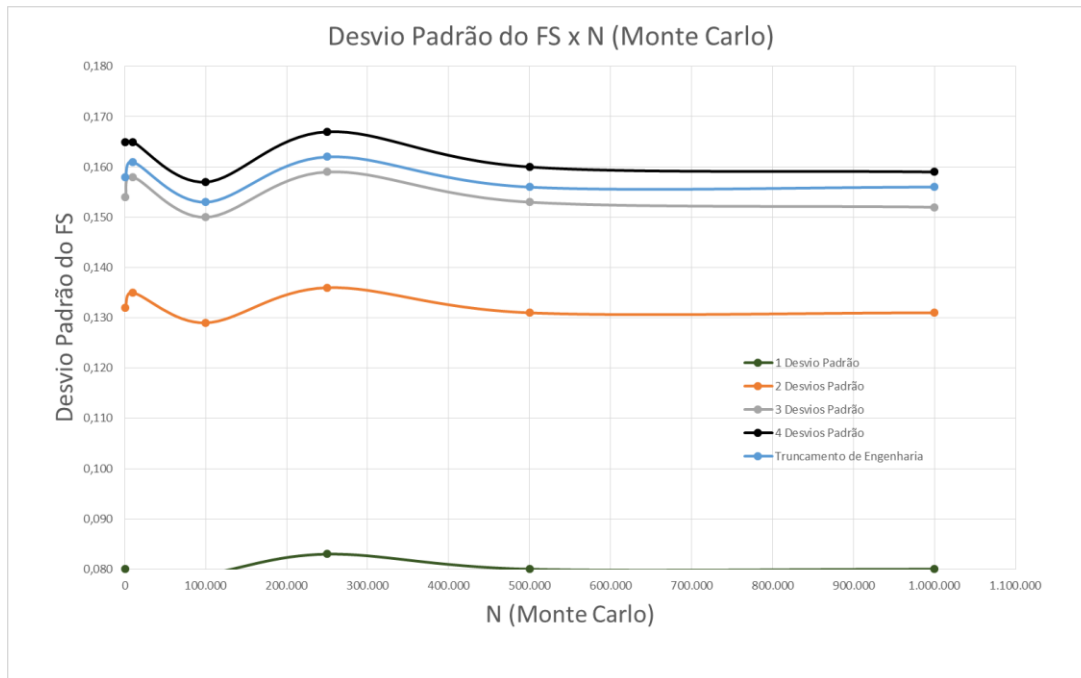


Figura 4.31: Gráfico de Desvio Padrão de FS x Simulações de Monte Carlo (Argila de FS=1,5)

O gráfico da Figura 4.31 demonstra que as análises de um e dois desvios padrão aparentemente convergem para faixas diferentes de desvios padrão de FS das demais análises. Com poucas simulações de Monte Carlo não se podia assumir convergência exata para valores de Fatores de Segurança, entretanto houve pouca flutuação de valores, mesmo com baixo número de simulações de Monte Carlo. A partir de 500.000 simulações, as análises de três, quatro desvios padrão e truncamento de engenharia apresentam convergência para uma faixa extremamente estreita. Nas análises de um e dois desvios padrão, essa convergência aparenta não ter acontecido para o mesmo valor pontual, todavia, pode ser percebido que com o aumento do número de desvios padrão permitidos para sorteio dos parâmetros, de um para dois, o valor de convergência se aproximou do valor de convergência pontual das análises de maior flexibilidade no sorteio de parâmetros. Para a análise de um desvio padrão é normal o baixo valor de desvio padrão de FS, uma vez que o sorteio é realizado dentro de uma faixa extremamente estreita.

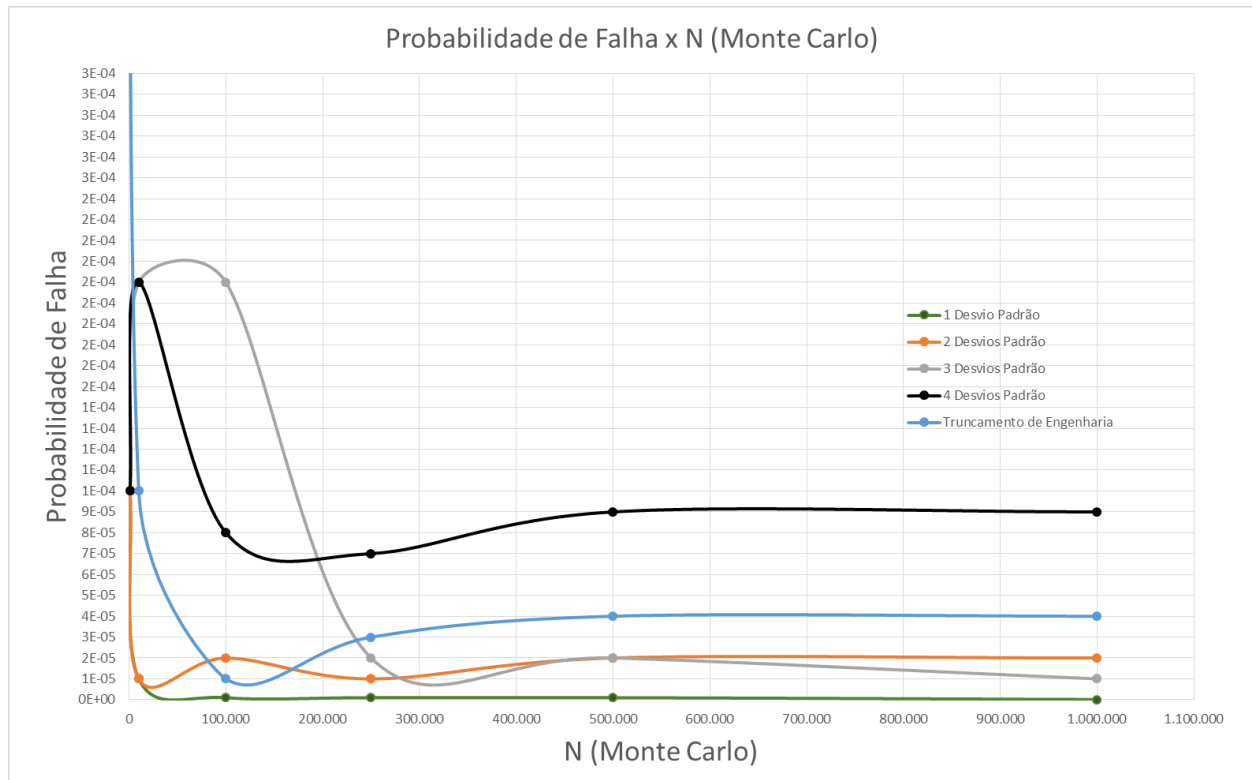


Figura 4.32: Gráfico de Probabilidade de Falha x Simulações de Monte Carlo (Argila de FS=1,5)

O gráfico da Figura 4.32 demonstra que nenhuma análise convergiu para o mesmo valor de outra análise. Nos taludes de FS=1,3 havia uma tendência de acréscimo no valor de probabilidade de falha com o aumento do número de iterações nas análises de três, quatro desvios padrão e truncamento de engenharia, o que não foi verificado na Figura 4.32. Em todas as análises, os valores somente aparentam se estabilizar para uma faixa de simulações de Monte Carlo de 500.000. Os valores da análise de 4 desvios padrão não ficou dentro da mesma faixa estreita de convergência que as demais análises, entretanto, as demais análises convergiram para uma pequena flutuação de valores.

5 CONCLUSÃO E COMENTÁRIOS FINAIS

Os resultados obtidos nas análises mencionadas para os taludes em areia, em geral, apresentaram convergência com o aumento no número de simulações de Monte Carlo. Os valores do Fator de Segurança médio (com exceção das análises com 250.000 iterações) mantiveram a mesma ordem de grandeza para os truncamentos efetuados, tanto para taludes com $FS = 1,3$, quanto para taludes com $FS = 1,5$. Os desvios padrão dos Fatores de Segurança das análises tiveram comportamento similar e uma tendência de convergência em cada tipo de truncamento efetuado.

Ainda para os taludes de areia, observou-se que os desvios padrão do FS crescem à medida que o truncamento realizado considera maiores dispersões do ângulo de atrito. Este fato justifica os resultados obtidos para a probabilidade de falha. Nos dois tipos de taludes, a probabilidade de falha apresentou maiores valores com o aumento do número de desvios padrão considerados no truncamento.

Vale ressaltar que os resultados das análises truncamento de engenharia para os taludes de areia apresentou valores de probabilidades de falha ligeiramente maiores em relação aos das análises feitas com truncamento em dois desvios padrão (que é o truncamento estatístico que considera um intervalo do ângulo de atrito mais próximos ao do truncamento de engenharia) porém este aumento é pouco representativo e está dentro da mesma ordem de grandeza.

Após a análise dos dados obtidos, pode se verificar que para argila as afirmações sobre convergência dos valores somente devem ser aceitas no intervalo de 500.000 e 1.000.000 de simulações de Monte Carlo, uma vez que os valores antes desse intervalo flutuaram bastante. Pôde ser verificado também, que mesmo quando os valores não convergiram para um valor pontual, se obteve uma convergência para uma faixa estreita de variação, sendo essa variação de ordem de grandeza desprezível em engenharia. Outra verificação realizada, aponta que para taludes em argila, é necessário um maior número de simulações de Monte Carlo para se verificar convergência dos valores de FS, desvio padrão e probabilidade de falha, dado que os valores do truncamento de engenharia se aproximam bastante dos valores do truncamento com desvio padrão de dois ou três desvios padrão. Sendo que com $FS=1,5$ se aproxima mais de dois desvios padrão e com $FS= 1,3$, se aproximando de 3 desvios padrão.

Houve para os taludes estudados, em muitas das análises, tanto em areia quanto em argila, um comportamento inesperado dos dados quando se realizou 250.000 simulações de Monte Carlo, fato que foi atribuído a algum sorteio viciado dos parâmetros dentro do programa, sendo necessário realizar mais iterações em valores próximos a esse valor de simulações, para confirmação dessa afirmativa. O número de simulações até a convergência é menor em taludes de areia pelo número de parâmetros envolvidos no sorteio de Monte Carlo, entretanto, esse valor inesperado do programa com 250.000 simulações de Monte Carlo, acarreta em dúvida quanto a veracidade da convergência da areia com poucas iterações.

Recomenda-se como sugestão para projetos posteriores, os seguintes tópicos:

- A necessidade de mais iterações com valores próximos de 250.000 simulações de Monte Carlo.
- A realização do método para outros tipos de ruptura, como em outros materiais.
- Comparação do peso de cada parâmetro na variação do Fator de Segurança, utilizando o método de FOSM.
- Variação da geometria e altura dos taludes estudados, utilizando dois e três desvios padrão.

REFERÊNCIAS

ASSIS, A.P. (2015). Apostila de Métodos Estatísticos em Geotecnia. Notas de Aula da Disciplina Métodos Estatísticos em Geotecnia, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.

ASSIS, A.P. (2017). Apostila de Métodos Estatísticos em Geotecnia. Notas de Aula da Disciplina Métodos Estatísticos em Geotecnia, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.

BAECHER G.B. & CHRISTIAN J.T. (2003). Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering. 203. Wiley, London, UK, 605 p.

BERDICA, K. (2002). An introduction to road vulnerability: what has been done is done and should be done. *Transport Policy*, 9 (2): 117–127.

BONACHEA, J. (2006). Desenvolvimento, Aplicação e Validação de Procedimentos e Modelos para Avaliação de Ameaças, Vulnerabilidade e Risco Devidos a Processos Geomorfológicos (em espanhol). Tese de Doutorado, Facultad de Ciencias, Departamento de Ciencias de la Tierra y Física de la Materia Condensada, Universidad de Cantabria, Santander, Espanha, 278 p.

BUSSAB, W.O. & MORETTINI P.A. (1984). Métodos Quantitativos Estatística Básica. Editora Atual, São Paulo, SP, 2 ed., 308 p.

CHEN, H. & LEE, C. (2004). Geohazards of slope mass movement and its prevention in Hong Kong. *Engineering Geology*, 76: 3–25.

CHRISTIAN, J. T. (2004). Geotechnical engineering reliability: how well do we know. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 130 (10): 985–1003.

DINIS DA GAMA, C. (1994). Rock Mechanics – Models and Measurements – Challenges from Industry. Proceedings of the First North American Rock Mechanics Symposium, University of Texas at Austin, A.A. Balkema, Brookfield, Vermont, USA.

DUNCAN, J. M. (2000). Factors of safety and reliability in geotechnical engineering. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 126 (4): 307-316.

EINSTEIN, H. H. (1996). Risk and risk analysis in rock engineering. Tunnelling and Underground Space Technology, 11 (2): 141–155

FENTON, G.A. & GRIFFITHS, D.V. (2008). Risk Assessment in Geotechnical Engineering. Wiley, USA. 480 p.

GEORIO (2000). Manual Técnico de Encostas: Movimentos de Massa. Volume 2, 2 ed., Rio de Janeiro.

GRIFFITHS, D. V. E GORDON, A. F. (2007). Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering. International Centre For Mechanical Sciences, Courses and Lectures, No. 491, Springer Wien New York, 126 p.

HARR, M.E. (1987). Reliability – Based Design in Civil Engineering. McGraw-Hill, New York, USA, 291 p.

HIDALGO, C., & ASSIS, A. (2011a). Avaliação quantitativa do risco por deslizamentos deflagrados por chuva numa estrada do noroeste da Colômbia (em espanhol). Anais da XII Conferência Pan-americana de Geotecnia, Toronto, Ontario, Canada.

HIDALGO, C., & ASSIS, A. (2011b). Avaliação da incerteza na análise de estabilidade dum talude escavado em solos residuais. (em espanhol) Anais da XII Conferência Pan-americana de Geotecnia, Toronto, Ontario, Canada.

INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING (2004). Glossary of Risk Assessment Terms. Disponível em: http://engmath.dal.ca/tc32/2004Glossary_Draft1.pdf. (acessado em maio de 2017).

MENDES, L. T. G. (2017). Análise Probabilística de Comportamento de Túneis em Rochas. Dissertação de Mestrado em Geotecnia, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 149 p.

MEYER, P.L. (1969). Probabilidade Aplicações à Estatística. Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro, RJ, 2 ed., 422 p.

MONTOYA, C. A. H. (2013). Incertezas, Vulnerabilidade e Avaliação de Risco Devido a Deslizamento de Estradas. Tese de Doutorado em Geotecnia, Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 250 p.

PHOON, K. K., KULHAWY, F. H. & GRIGORIU, M. D. (2003). Multiple Resistance Factor Design For Shallow Transmission Line Structures Foundations. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 129 (9): 807-818.

SAHIS, M. K. E BISWAS, P. P. (2017). Comparative Deterministic and Probabilistic Analysis of Two Unsaturated Soil Slope Models after Rainfall Infiltration. *Jordan Journal of Civil Engineering*, 11 (1), p. 7.

THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES (1995). Probabilistic methods in geotechnical engineering. Committee on Reliability Methods for Risk Mitigation in Geotechnical Engineering Geotechnical Board and Board on Energy and Environmental Systems Commission on Engineering and Technical Systems, National Research Council, Washington, DC, 84 p.

U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS (1997), Introduction to Probability and Reliability Methods For Use in Geotechnical Engineering. Engineering Technical Letter, No 1110-2-547.

WHITMAN, R. V. (1984). Evaluating calculated risk in geotechnical engineering. Journal of Geotechnical Engineering, 110 (2): 144-188.

WU, T. H., GILBERT, R. B., TANG, W. H. C. E FENTON, G. A. (1997), Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering. ASCE GeoLogan'97 Conference, Logan, Utah, 95 p.