

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

MODELO PARA AVALIAR O COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO DE GERADORES CONSIDERANDO MERCADO IMPERFEITO DE ENERGIA E RESERVA

Josué Fernandes de Asevedo

Brasília, 09 de Dezembro de 2016

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
ENE – Departamento de Engenharia Elétrica

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

MODELO PARA AVALIAR O COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO DE GERADORES CONSIDERANDO MERCADO IMPERFEITO DE ENERGIA E RESERVA

Josué Fernandes de Asevedo

RELATÓRIO SUBMETIDO AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO REQUISITO PARCIAL PARA A OBTENÇÃO
DO GRAU DE ENGENHEIRO ELETRICISTA

Aprovada por

Prof. D. Sc. Pablo Eduardo Cuervo Franco, UnB/ENE
Orientador

Prof. D. Sc. Francisco Damasceno Freitas, UnB/ ENE
Examinador interno

D. Sc. João Odilon Freitas e Silva, ONS
Examinador externo

Brasília, 09 de Dezembro de 2016

FICHA CATALOGRÁFICA

ASEVEDO, JOSUÉ

Modelo para avaliar o comportamento estratégico de geradores considerando mercado imperfeito de energia e reserva. [Distrito Federal] 2016

X, 61, 210 x 297 mm (ENE/FT/UnB, Engenharia Elétrica).

Monografia de Graduação – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia Departamento de Engenharia Elétrica

1. – Mercado de energia
 2. – Despacho Econômico
 3. – Equilíbrio de Nash
- I. ENE/FT/UNB
 - II. Título (Série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ASEVEDO, J. F. (2016). Modelo para avaliar o comportamento estratégico de geradores considerando mercado imperfeito de energia e reserva, Relatório de Graduação em Engenharia Elétrica, publicação **XXXXXX**, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, DF, 61.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Josué Fernandes de Asevedo

TÍTULO: Modelo para avaliar o comportamento estratégico de geradores considerando mercado imperfeito de energia e reserva

GRAU: Engenheiro Eletricista

ANO: 2016

É permitida à Universidade de Brasília a reprodução desta monografia de graduação e o empréstimo ou venda de tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia pode ser reproduzida sem autorização escrita de autor.

Josué Fernandes de Asevedo

UnB – Universidade de Brasília
Campus Universitário Darcy Ribeiro
FT – Faculdade de Tecnologia
ENE – Departamento de Engenharia Elétrica
Brasília – DF – 70919-970
Brasil

Dedicatória

Dedico este trabalho aos meus avôs Manoel Asevedo e Severino Silva, exemplos incontestáveis de determinação e austeridade.

Josué Fernandes de Asevedo

Agradecimentos

Meus sinceros agradecimentos:

A Deus, que desde o dia do meu nascimento tem estado em tudo que faço.

Aos meus pais, Edivaldo e Jeruza, por sempre me apoiarem e se esforçarem para que eu tivesse as condições necessárias para alcançar meus sonhos. Agradeço também a todos os meus familiares por todo o apoio durante esse período da graduação.

Ao Professor Pablo Cuervo, por toda paciência e dedicação durante esses quase 5 anos de trabalho e estudo.

Ao Professor Kleber Melo, por ter me aberto uma das primeiras portas da carreira ao me indicar ao programa Embaixador SEL. Agradeço também a equipe da Schweitzer Engineering Laboratories pela oportunidade.

Aos professores e professoras do ENE e dos outros departamentos que participaram do meu processo de formação pessoal e profissional.

De modo especial, à toda equipe de Pré-Operação do Centro Nacional e Norte Centro Oeste do ONS. Os ensinamentos, as oportunidades e o companheirismo jamais serão esquecidos.

À equipe Divisão de Manutenção de Equipamentos de Geração (SMMG) e a equipe de Operação de Itaipu Binacional, por todo apoio e disposição para compartilhar da sua experiência.

Aos meus amigos e colegas de curso que compartilharam comigo momentos de aflição e sucesso durante todas as etapas do curso.

Ao Departamento de Engenharia Elétrica e seus funcionários sempre dispostos a ajudar.

Josué Fernandes de Asevedo

RESUMO

Via de regra, a competição em mercados de eletricidade é dita imperfeita devido a presença de agentes com possibilidade de influenciar preços de serviços obtendo vantagem de seu posicionamento e/ou sua participação no mercado. Este trabalho apresenta um modelo desenvolvido para dar suporte ao processo de tomada de decisão de companhias geradoras (GENCO's) e também dar insumos para tomada de ações de regulação e ações do operador do sistema quando agentes se comportarem como jogadores estratégicos em um mercado de eletricidade multi-periódico de energia e reserva.

Palavras chave: Oferta estratégica, Equilíbrio de Nash, Energia e Reserva, Otimização em dois níveis, Despacho econômico.

ABSTRACT

As a rule, the competition in electricity markets is not perfect due to the presence of agents with the ability to influence prices of services by taking advantage of their location and/or market share. This work presents a model designed for supporting the decision making process of generation companies (Gencos) and also for supporting the decision regulatory actions of the system operator when agents behave as strategic players in a multi-period electricity market of energy and reserve.

Keywords: strategic bidding, Nash equilibrium, energy and reserve, Bilevel optimization, economic dispatch

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO	1
1.2 MOTIVAÇÃO	2
1.3 OBJETIVOS	3
1.4 JUSTIFICATIVA	4
1.5 CONTRIBUIÇÕES.....	4
1.6 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	5
2. REVISÃO CONCEITUAL	6
2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	8
2.1.1 PROLEMA DE PROGRAMAÇÃO EM DOIS NÍVEIS.....	9
2.1.2 O EQUILÍBRIO DE COURNOT – NASH PARA DUAS FIRMAS	10
2.2 MÉTODOS DE SOLUÇÃO.....	12
2.3 FERRAMENTA COMPUTACIONAL GAMS.....	13
3. MODELOS DE PLANEJAMENTO DE EXPANSÃO	14
3.1 MODELOS DETERMINÍSTICOS.....	14
3.1.1 MODELO DE COMPETIÇÃO PERFEITA	Erro! Indicador não definido.
3.1.2 MODELO DE COMPETIÇÃO IMPERFEITA	16
3.1.2.1 MODELO DE OFERTAS ESTRATÉGICAS POR PARTE DOS AGENTES	17
3.1.2.2 EQUILÍBRIO DE NASH.....	19
3.2 COMO RESOLVER PROBLEMA DE 2 NÍVEIS CONSIDERANDO MERCADO IMPERFEITO	21
3.3 LINEARIZAÇÃO DO MODELO EM NÍVEL ÚNICO	24
3.4 MODELO DE MERCADO IMPERFEITO EM NÍVEL ÚNICO.....	27
3.4.1 MODELO DE MERCADO IMPERFEITO EM NÍVEL ÚNICO NÃO LINEAR	27
3.4.2 MODELO DE MERCADO IMPERFEITO EM NÍVEL ÚNICO LINEAR.....	31
4. TESTES E RESULTADOS.....	33
4.1 DADOS DE ENTRADA.....	34
4.2 PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DE MERCADO PERFEITO	36
4.3 PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DE MERCADO IMPERFEITO SEM CONSIDERAR SERVIÇO ANCILAR DE RESERVA	41
4.4 PODER DE MERCADO E EQUILÍBRIO DE NASH.....	49
4.5 PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DE MERCADO IMPERFEITO CONSIDERANDO SERVIÇO ANCILAR DE RESERVA	53
4.6 TESTES E RESULTADOS.....	Erro! Indicador não definido.
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	66
5.1 CONCLUSÃO.....	66
5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	67
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	68
APÊNDICE.....	Erro! Indicador não definido.
APÊNDICE A. EQUACIONAMENTO LINEAR EM ÚNICO NÍVEL.....	70

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Ilustração do sistema competição imperfeita multinível.....	20
Figura 4.1 - Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t1.....	37
Figura 4.2 - Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t2.....	37
Figura 4.3 - Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t3.....	38
Figura 4.4 - Oferta e Demanda em função dos patamares de carga.....	39
Figura 4.5 - Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t1.....	42
Figura 4.6 - Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t2.....	42
Figura 4.7 - Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t3.....	43
Figura 4.8 - Limite de geração por GENCO no tempo t1.....	44
Figura 4.9 - Limite de geração por GENCO no tempo t2.....	44
Figura 4.10 - Limite de geração por GENCO no tempo t3.....	45
Figura 4.11 - Oferta e Demanda em função dos patamares de carga.....	46
Figura 4.12 - Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t1.....	54
Figura 4.13 - Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t2.....	54
Figura 4.14 - Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t3.....	55
Figura 4.15 - Atendimento a faixa de Reserva por GENCO no tempo t1.....	55
Figura 4.16 - Atendimento a faixa de Reserva por GENCO no tempo t2.....	56
Figura 4.17 - Atendimento a faixa de Reserva por GENCO no tempo t3.....	56
Figura 4.18 - Limite de geração por GENCO no tempo t1.....	58
Figura 4.19 - Limite de geração por GENCO no tempo t2.....	58
Figura 4.20 - Limite de geração por GENCO no tempo t3.....	59
Figura 4.21 - Comportamento da reserva por GENCO no tempo t1.....	59
Figura 4.22 - Comportamento da reserva por GENCO no tempo t2.....	60
Figura 4.23 - Comportamento da reserva por GENCO no tempo t3.....	60
Figura 4.24 - Oferta e Demanda em função dos patamares de carga.....	62
Figura 4.25 - Atendimento a Reserva em função dos patamares de carga.....	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Capacidade instalada (MW) por GENCO's e período de tempo.....	34
Tabela 4.2 - Custo de geração (R\$/MW) por GENCO's e período de tempo.....	34
Tabela 4.3 - Geração mínima (MW) dos GENCO's por período de tempo.....	35
Tabela 4.4 - Demanda do Sistema e Geração alocada a serviço ancilar de reserva por período de tempo.....	35
Tabela 4.5 - Custo de geração para alocação de reserva (R\$/MW) por GENCO's e período de tempo.....	35
Tabela 4.6 - Parâmetros de capacidade instalada estratégica (MW) para os geradores 5 e7...	36
Tabela 4.7 - Oferta de geração (MW) por GENCO's e período de tempo.	38
Tabela 4.8 - Preço da oferta (R\$/MW) por período de tempo.....	39
Tabela 4.9 - Receitas, Custos e Lucros (R\$) por GENCO.....	40
Tabela 4.10 - Oferta de geração (MW) por GENCO's e período de tempo.	46
Tabela 4.11 - Preço da oferta (R\$/MW) por período de tempo.	47
Tabela 4.12 - Receitas, Custos e Lucros (R\$) por GENCO.....	48
Tabela 4.13 - Lucro Operacional (R\$) dos GENCO's por período de tempo.....	51
Tabela 4.14 - Lucro Estratégico (R\$) no caso m1 dos GENCO's por período de tempo.	52
Tabela 4.15 - Lucro Estratégico (R\$) no caso m2 dos GENCO's por período de tempo.	52
Tabela 4.16 - Oferta de geração (MW) por GENCO's e período de tempo.....	61
Tabela 4.17 - Atendimento a reserva (MW) por GENCO's e período de tempo.....	62
Tabela 4.18 - Preço da oferta de geração (R\$/MW) por período de tempo.	64
Tabela 4.19 - Preço da oferta de reserva (R\$/MW) por período de tempo.	64
Tabela 4.20 - Receitas, Custos e Lucros (R\$) dos GENCO's estratégicos.....	64

LISTA DE SÍMBOLOS

Conjuntos

T	Conjunto de todos os patamares de carga;
Ω_M	Conjunto de todas as ofertas estratégicas;
Ω_G	Conjunto de todos os GENCO's envolvidos no despacho;
Ω_J	Conjunto de todos os GENCO's estratégicos;
Ω_k	Conjunto de todas as segmentações de variáveis.

Parâmetros

c_j	Matriz custo de geração para geradores estratégicos;
c_i	Matriz custo de geração;
$G_{i,t}^{\max}$	Capacidade instalada por GENCO no tempo t ;
$g_{i,t}^{\min}$	Restrição de geração mínima por GENCO i no tempo t ;
$r_{i,t}^{\min}$	Restrição de reserva mínima por GENCO i no tempo t ;
c_i^R	Matriz custo de reserva por GENCO i ;
c_t	Matriz demanda de geração no tempo t ;
R_t	Matriz demanda de reserva no tempo t ;
$\delta_{k,i,t}$	Matriz parametrização de geração por segmentação k , GENCO i no tempo t ;
$\delta_{k,i,t}^R$	Matriz parametrização de reserva por segmentação k , GENCO i no tempo t ;
M	Matriz de parâmetros para folga complementar;
$\delta_{m,k,i,t}^M$	Matriz parametrização de geração no caso estratégico m por segmentação k , GENCO i no tempo t ;
$\delta_{m,k,i,t}^{MR}$	Matriz parametrização de reserva no caso estratégico m por segmentação k , GENCO i no tempo t .

Variáveis Contínuas

$g_{i,t}$	Matriz de oferta de geração por GENCO i no tempo t;
$r_{i,t}$	Matriz de oferta de reserva por GENCO i no tempo t;
λ_t	Variável dual associada ao preço da oferta de geração no tempo t;
μ_t^R	Variável dual associada ao preço da oferta de reserva no tempo t;
$\mu_{i,t}^{min}$	Matriz de variáveis duais associadas à desigualdade inferior de oferta de geração e reserva por GENCO i no tempo t;
$\mu_{i,t}^{máx}$	Matriz de variáveis duais associadas à desigualdade superior de oferta de geração e reserva por GENCO i no tempo t;
$\mu g_{i,t}^{min}$	Matriz de variáveis duais associadas à desigualdade inferior de oferta exclusiva de geração por GENCO i no tempo t;
$\mu r_{i,t}^{min}$	Matriz de variáveis duais associadas à desigualdade inferior de oferta exclusiva de reserva por GENCO i no tempo t;
$\mu g_{i,t}^{máx}$	Matriz de variáveis duais associadas à desigualdade superior de oferta exclusiva de geração por GENCO i no tempo t;
$\mu g_{k,i,t}^{máx}$	Matriz de variáveis duais segmentadas associadas à desigualdade superior de oferta exclusiva de geração por GENCO i no tempo t;
$\mu r_{k,i,t}^{máx}$	Matriz de variáveis duais segmentadas associadas à desigualdade superior de oferta exclusiva de reserva por GENCO i no tempo t;
$\mu r_{i,t}^{máx}$	Matriz de variáveis duais associadas à desigualdade superior de oferta exclusiva de reserva por GENCO i no tempo t;
$\alpha g_{k,i,t}^{máx}$	Matriz de variáveis duais associadas ao produto de variáveis de oferta exclusiva de geração por GENCO i no tempo t;
$\alpha r_{k,i,t}^{máx}$	Matriz de variáveis duais associadas ao produto de variáveis de oferta exclusiva de reserva por GENCO i no tempo t;
$g_{m,i,t}^M$	Matriz de oferta de geração por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t;
$r_{m,i,t}^M$	Matriz de oferta de reserva por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t;
$\lambda_{m,t}^M$	Variável dual associada ao preço da oferta de geração por cenário estratégico m no tempo t;
$\mu_{m,t}^{RM}$	Variável dual associada ao preço da oferta de reserva por cenário estratégico m no tempo t;

$\mu_{m,i,t}^{Mmin}$	Matriz de variáveis duais associadas à desigualdade inferior de oferta de geração e reserva por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t;
$\mu_{m,i,t}^{Mmax}$	Matriz de variáveis duais associadas à desigualdade superior de oferta de geração e reserva por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t
$\mu g_{m,i,t}^{Mmin}$	Matriz de variáveis duais associadas à desigualdade inferior de oferta exclusiva de geração por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t;
$\mu r_{m,i,t}^{Mmin}$	Matriz de variáveis duais associadas à desigualdade inferior de oferta exclusiva de reserva por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t;
$\mu g_{m,i,t}^{Mmax}$	Matriz de variáveis duais associadas à desigualdade superior de oferta exclusiva de geração por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t;
$\mu g_{m,k,i,t}^{Mmax}$	Matriz de variáveis duais segmentadas associadas à desigualdade superior de oferta exclusiva de geração por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t;
$\mu r_{m,k,i,t}^{Mmax}$	Matriz de variáveis duais segmentadas associadas à desigualdade superior de oferta exclusiva de reserva por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t;
$\mu r_{m,i,t}^{Mmax}$	Matriz de variáveis duais associadas à desigualdade superior de oferta exclusiva de reserva por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t;
$\alpha g_{m,k,i,t}^{Mmax}$	Matriz de variáveis duais associadas ao produto de variáveis de oferta exclusiva de geração por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t;
$\alpha r_{m,k,i,t}^{Mmax}$	Matriz de variáveis duais associadas ao produto de variáveis de oferta exclusiva de reserva por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t;
$\pi_{j,t}$	Matriz de lucro por GENCO estratégico j no tempo t;
$\pi_{j,t}^M$	Matriz de lucro por GENCO estratégico j por cenário estratégico m no tempo t.

Variáveis Discretas

$\hat{g}_{i,t}$	Matriz de limite superior de oferta de geração por GENCO i no tempo t;
$\hat{r}_{i,t}$	Matriz de limite superior de oferta de reserva por GENCO i no tempo t;
$\hat{g}_{m,i,t}^M$	Matriz de limite superior de oferta de geração por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t;
$\hat{r}_{m,i,t}^M$	Matriz de limite superior de oferta de reserva por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t;

Variáveis binárias

$b_{k,i,t}$ Variável binária de discretização do limite superior de geração por GENCO i no tempo t ;

$b_{k,i,t}^R$ Variável binária de discretização do limite superior de reserva por GENCO i no tempo t ;

$b_{k,i,t}^{min}$ Variável binária de identificação da folga complementar inferior de geração exclusiva por GENCO i no tempo t ;

$b_{k,i,t}^{Rmin}$ Variável binária de identificação da folga complementar inferior de reserva exclusiva por GENCO i no tempo t ;

$b_{m,k,i,t}^M$ Variável binária de discretização do limite superior de geração por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t ;

$b_{m,k,i,t}^{RM}$ Variável binária de discretização do limite superior de reserva por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t ;

$b_{k,i,t}^{Mmin}$ Variável binária de identificação da folga complementar inferior de geração exclusiva por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t ;

$b_{m,k,i,t}^{RMmin}$ Variável binária de identificação da folga complementar inferior de reserva exclusiva por cenário estratégico m por GENCO i no tempo t ;

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Os Mercados de eletricidade em Sistema de Potência ao redor do mundo têm passado por reformas substanciais tendo em vista o aumento de sua eficiência através de mecanismos de mercado (incentivos à competição), as quais são norteadas pelos seguintes pilares: segurança energética, incentivos a novos investimentos e modicidade tarifária. Para alcançar esses objetivos, os países que reestruturaram seus mercados de energia, quase em sua totalidade, adotaram pelo menos as seguintes ações:

- Desverticalização das empresas de geração e distribuição;
- Livre acesso ao Sistema de Transmissão;
- Aumento da capacidade do sistema de transmissão com o conseqüente aumento da integração energética;
- Aumento da capacidade agregada do conjunto de pequenas geradoras;
- Adoção de ferramentas de mercado, tais como: contratos bilaterais e obrigações, Curvas de ofertas e Incentivo à competição.

Esse conjunto de ações estão inseridas num contexto de reestruturação que substitui a otimização centralizada por procedimentos descentralizados baseados no funcionamento de mercado. Nesse contexto os agentes privados ou públicos podem decidir ou não pelo aumento de capacidade disponibilizada (geração e/ou transmissão) e competir pela celebração contratos de venda de energia com distribuidoras ou consumidores livres.

Nesse cenário, um parâmetro importante para a operação eficiente do sistema é o mecanismo de definição do preço e das usinas a serem despachadas no mercado spot, que é o principal objeto de discussão desse trabalho. O preço no mercado spot é um sinalizador fundamental para o mercado de longo prazo e para os investimentos na ampliação da capacidade do sistema, além de ser um indicador importante para a determinação do exercício do poder de mercado.

A premissa básica em relação às vantagens da descentralização é de que um indivíduo isolado não pode afetar o preço spot. No entanto, como a elasticidade da demanda nos mercados de energia é baixa, e as companhias geradoras (GENCO's) são pouco numerosas e detém grandes parcelas do mercado consumidor. Os GENCO's podem utilizar suas ofertas de modo estratégico visando ao aumento desse preço e conseqüentemente os seus lucros, ou seja, exercer poder de mercado. Os modelos de precificação devem buscar reduzir tanto quanto possível esse efeito característico dos mercados imperfeitos.

Dois tipos de incerteza se apresentam usualmente em sistemas de potência: uma delas é a incerteza da previsão da carga devido a erros nos modelos utilizados para estimar o comportamento da carga devido aos desequilíbrios inesperados entre consumo e geração. A outra fonte de incerteza é a disponibilidade de capacidade devido a saídas forçadas tanto na geração como na transmissão.

Ao analisar a amplitude deste cenário, o objetivo desse trabalho gira em torno do desenvolvimento de modelo que dê suporte ao processo de tomada de decisão de companhias geradoras (GENCO's) e também gere insumos para tomada de ações de regulação e operação do sistema quando agentes se comportarem como jogadores estratégicos em um mercado de eletricidade multi-periódico de energia e reserva. A continuidade deste trabalho envolve considerações sobre o comportamento estratégico das companhias geradoras em ambiente competitivo imperfeito regulado pelo operador do sistema, que salvaguarda as restrições técnicas do sistema e a maximização do benefício social. Dado que o despacho da geração deve ser tratado de forma integrada o problema deve ser modelado com as características destes agentes simultaneamente. Desse modo, é necessário ainda identificar em quais condições pode existir equilíbrio entre os interesses dos agentes estratégicos e do operador no mercado de energia.

1.2 MOTIVAÇÃO

Há um grande interesse no estudo de modelos de suporte para tomada de decisão em sistemas elétricos de potência. Esse tipo de modelagem visa à eficiência em nível de programação, como também, na identificação de cenários não desejados, pelas áreas de planejamento.

No modelo do setor elétrico brasileiro, existem três premissas principais que se deseja satisfazer, conforme apresentado pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS): garantir a segurança do suprimento de energia elétrica, promover a modicidade tarifária e promover a inserção social no Setor Elétrico Brasileiro, em particular pelos programas de universalização de atendimento.

Dessa forma, é necessário que as características de despacho de operação sejam tais que seja possível garantir os princípios do setor elétrico e, simultaneamente, optar pela uniformidade de privilégios dos agentes em termos de poder de mercado. Buscando-se assim minimizar os custos com a operação.

A partir de modelos matemáticos, é possível identificar grupos de geradores que possuem poder de mercado. Sejam estes por características de posicionamento no sistema ou por condições de custo e oferta de blocos de geração. Além disso, podem ser identificados quais

são os quesitos ou parâmetros que mais predisõem um sistema a condição de operação em mercado imperfeito de competição.

Nesse estudo de despacho de geração e reserva, envolvendo mercados de curto prazo, as abordagens podem ignorar alguns aspectos como a incerteza da demanda e aspectos de transmissão. Entretanto, nada impede que tais caracterizações possam ser inclusas ao modelo final como restrições ao sistema de despacho. Assim, é possível concluir que há um grande leque de possibilidades no estudo neste tema.

Sendo assim, fica confirmado o interesse no desenvolvimento desse tipo de modelo de suporte a tomada de decisão e verificada a gama de possibilidades e enfoques de estudo. Sendo esta a motivação necessária para desenvolvimento de modelagens matemáticas considerando outros aspectos como incerteza, restrições de transmissão, entre outros.

1.3 OBJETIVOS

Os objetivos deste trabalho são:

1. Propor um modelo para dar suporte ao processo de tomada de decisão de companhias geradoras (GENCO's) e também dar insumos para tomada de ações de regulação e ações do operador do sistema quando agentes se comportarem como jogadores estratégicos em um mercado de eletricidade multi-periódico de energia e reserva;
2. Propor, a partir do modelo determinístico apresentado, a modelagem inicial do problema de mercado imperfeito, considerando cenários diferentes de estratégia de geração;
3. Realizar testes e obter resultados do modelo em nível único e linear para sistemas de competição imperfeita e estratégica de energia e reserva, realizando análise técnico-financeiras do comportamento dos GENCO's envolvidos;
4. Propor análise inicial de ações para medidas de regulação e controle de operação de sistemas com características de poder de mercado. Sempre a partir da identificação dos subgrupos de GENCO's estratégicos em mercado perfeito e imperfeito.
5. Realização de testes iniciais nos problemas formulados e indicação de continuidade em trabalhos futuros na área de estudo.

1.4 JUSTIFICATIVA

Há grande variedade de estudos na área de planejamento e operação, envolvendo diversas modelagens matemáticas e diferentes métodos de solução em despacho de geração e reserva, alguns com elevado grau de complexidade, inclusive.

As pesquisas sobre o tema, entretanto, nem sempre levam em consideração fatores como a existência de cenários estratégicos e as implicações que envolvem esse tipo de abordagem. Entretanto, essa abordagem é de grande relevância para o desenvolvimento de estudos na área operação e despacho em mercados imperfeitos.

A utilização de um modelo de programação linear para solucionar os cenários de oferta estratégica causa, entretanto, um efeito de “explosão” na quantidade de variáveis do programa e, dessa forma, gera grande esforço computacional para obtenção da solução do problema. Esse aumento na quantidade de variáveis é diretamente proporcional à quantidade de GENCO's, de patamares de carga em estudo e à quantidade de cenários estratégicos considerados.

Além das oportunidades já mencionadas para solucionar esse tipo de despacho em mercados imperfeitos, há também espaço para a pesquisa de novos modelos e métodos de solução que resolvam o problema focando em menor esforço computacional. A utilização da otimização robusta em modelos de expansão e métodos de solução, como a decomposição de Benders (1962), por exemplo, são uma alternativa para este problema de acúmulo de variáveis.

1.5 CONTRIBUIÇÕES

Este trabalho contribui para o estudo sobre despacho em mercados imperfeitos que consideram ofertas estratégicas para geração e reserva multiperíodo. São apresentados modelos que auxiliam na tomada de decisão em que o objetivo principal é a maximização da receita dos GENCO's estratégicos em diversos cenários operativos.

São apresentados modelos determinísticos que relacionam essa função objetivo à possibilidade de estudos que associem, ao processo de tomada de decisões, medidas que busquem mitigar a relação de poder de mercado para subgrupos de todos GENCO's que participam livremente do despacho. Além disso, foram realizados testes considerando diferentes restrições mínimas de operação por período de tempo, simulando caracterização mais adequada de restrições por patamar de carga.

Por fim foi considerada a situação de mercado imperfeito considerando geração e reserva. Buscou – se descrever como a escolha entre esses dois mercados pode também na possibilidade de aumentar o poder de mercado dos GENCO's estratégicos.

1.6 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No capítulo 2, é apresentada a fundamentação teórica de problemas de mercado utilizando problemas de otimização de dois níveis e equilíbrio de Nash, trazendo inclusive, modelos que são utilizados e diferentes tipos de abordagens que podem ser consideradas.

No capítulo 3 apresenta-se toda a formulação do modelo proposto e suas considerações. Por meio de discussão dos modelos individuais utilizados no problema; do modelo equivalente de problema multinível (ou multiestágio), definindo as condições ótimas para unicidade dos problemas de vários níveis; aspectos de linearização, aplicação de ofertas estratégicas e equilíbrio de Nash.

No capítulo 4 são apresentados toda parte de testes e resultados que contam como um problema de mercado perfeito, um problema de mercado imperfeito estratégico sem reserva e por fim um problema de mercado imperfeito considerando atendimento a reserva. A sua abordagem é de caráter técnico financeira, sendo analisados todos os resultados apresentados para os problemas em questão.

No capítulo 5 são feitas as conclusões do trabalho desenvolvido e sugeridos temas para continuidade em trabalhos futuros.

2. REVISÃO CONCEITUAL

Os problemas de mercado e despacho são comumente estudados tanto em termos de planejamento quanto operação. Estes trabalhos normalmente dividem-se em dois grandes grupos: os que abordam mercados de longo prazo e os que abordam mercados de curto prazo. Os primeiros são de interesse, prioritariamente, para cenários de planejamento, enquanto o seguinte é de extrema importância para o escopo de operação. Como o modelo sugerido neste trabalho segue o viés de curto prazo, serão abordadas nessa seção características e ferramentas para modelagem desse tipo de problema.

O principal objetivo do problema de despacho de curto prazo apresentado neste trabalho é apresentar um modelo de suporte a tomada de decisão de companhias geradoras (GENCO's) e também que dê insumos aos órgãos reguladores e de operação do sistema para mitigar o poder de mercado de agentes privilegiados. Como o seu horizonte costuma ser bastante reduzido esse tipo de modelagem é feita por meio de parâmetros determinísticos sem que haja grande prejuízo a caracterização técnico-econômica desejada.

Nesta seção serão apresentados alguns problemas de estratégia de preços (PEP) cujo objetivo é agrupar trabalhos de características semelhantes ou relacionadas ao referido problema em estudo. A primeira revisão descrita aqui na forma de modelos de programação matemática para o PEP pode ser encontrada em (Kwon, R. H., Frances, D, 2012), no qual destacam-se os trabalhos que dividem os modelos em: problema de programação linear com restrições de complementaridade, MILP e problema de programação em dois níveis (PPDN). Em (Ramos, A., Ventosa, M., Rivier, M., 1999), é apresentada uma formulação não-linear para o problema de estratégias de preço que utiliza restrições de equilíbrio. Em (Conejo, A. J., Prieto, F. J, 2001) e em (Conejo, A. J., Contreras, J., Arroyo, J. M., 2002) são propostos procedimentos heurísticos para solução deste problema. Já (Hobbs, B. F, 2001) usa modelos lineares com restrição de complementaridade para o mesmo formato de problema. Em (Hobbs, B. F., Helman, U., 2004) é apresentada uma revisão completa de aplicações para os modelos baseados em restrição de complementaridade para mercados de energia.

E por fim são apresentados dois trabalhos que têm aspectos de similaridade com o problema que se busca modelar nesse trabalho. No primeiro, (Bushnell, J., 2003) é apresentada uma aplicação para um modelo com restrições de complementaridade para sistema hidrotérmicos, onde os agentes atuam como jogadores estratégicos. No segundo, é utilizado MILP para modelar o problema, por exemplo, em (De La Torre, S., Arroyo, J. M., Conejo, A. J., 2002), onde uma função não-convexa de demanda residual permite o cálculo da oferta estratégica ótima em um ambiente com barramento simples, sem rede de transmissão, como ilustrado no exemplo derivado do sistema espanhol.

No universo de possibilidades antes mencionadas, foram apresentadas possibilidades de solução para os problemas de despacho de curto e longo prazo considerando um mercado não regulado considerando apenas solução em um único nível, ou semelhantes. Outra abordagem de interesse na literatura é dada para PPDN com o conceito de oferta estratégica. No contexto de mercado de energia elétrica, este tipo de problema, é utilizado para caracterizar sua estrutura hierárquica. O modelo de PPDN pode ser dividido em dois estágios: o primeiro estágio, denominado líder, no qual escolhe-se uma sua posição ótima e, no segundo estágio, denominado seguidor, o decisor otimiza sua função objetivo em detrimento da posição do líder. Nos trabalhos (Weber, J. D., Overbye, T. J., 2002) e (Hobbs, B. F., Metzler, C. B., Pang, J., 2000), o PEP foi abordado como um PPDN aninhado, onde o gerador maximiza o seu bem-estar sujeito a uma solução que maximiza o bem-estar total social baseado em todas as ofertas do mercado. Ambas as abordagens consideram a dinâmica associada dos agentes do mercado, que é modelada por procedimentos iterativos que buscam por um equilíbrio de Nash (NASH, J. F., 1950).

Seguindo a linha dos problemas de curto prazo apresentados em alguns dos trabalhos citados, o modelo de programação é dito determinístico. Ou seja, considera os parâmetros de entrada para o modelo como valores conhecidos em que não há a possibilidade de variações, em razão do curto prazo, quando comparados com outros cenários com valores diferentes. Entretanto, é sabido que na realidade, não é possível afirmar com certeza o valor de parâmetros como demanda, reserva e necessidade de despacho mínimo para grandes períodos de tempo.

2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

Segundo Rider (2006):

A resolução de todo problema de engenharia compreende a implementação de dois processos consecutivos: a modelagem matemática e a técnica de solução escolhida para resolver esse modelo matemático. A modelagem matemática, além de representar adequadamente o problema real, deve permitir sua resolução por meio de técnicas de solução disponíveis. Normalmente, à medida que se implementam melhorias no modelo matemático do problema real, a técnica de solução se torna mais complexa. Assim, deve existir um compromisso entre a modelagem matemática adotada e a técnica de solução escolhida para que se possam utilizar recursos computacionais aceitáveis, isto é, dentro dos limites do computador.

Os modelos para tratamento de sistemas de potência, tanto de transmissão quanto de geração, são de grande porte e devem ser robustos. Desse modo, se torna de grande complexidade e esforço computacional a solução dos problemas deste tema. Há inúmeros estudos abrangendo diferentes modelos matemáticos e metodologias de solução que detalham diferentes perspectivas para este campo de estudo. Ao longo do tempo, houve uma evolução no desenvolvimento dos modelos matemáticos de acordo com o avanço de novas descobertas de técnicas de otimização. Muitas destas decorrem da solução de problemas, análogos ao que será apresentado neste trabalho, de programação linear inteiro misto (*Mixed Integer Linear Programming – MILP*), que leva em consideração apenas o princípio de conservação de energia e a capacidade de operação dos geradores para o sistema de potência em questão.

2.1.1 PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO EM DOIS NÍVEIS

O problema de programação em dois níveis de modelo (PPDN) consiste em um problema de otimização, denominado problema líder, que é restrito por um outro problema de otimização, denominado problema seguidor. O PPDN surge quando dois tomadores de decisão independentes possuem caráter não cooperativo (Wang, Y., Li, H., Dang, C., 2011), em outras palavras, cada tomador de decisão líder busca otimizar sua função objetivo baseado na tomada de decisão do seu problema seguidor. O líder e o seguidor jogam um *Stackelberg duopoly game* (Marinakis, Y., Migdalas, A., Pardalos, P. M., 2007). Neste é apresentado um modelo genérico do PPDN, o qual é representado em (2.1.1 – 2.1.4).

$$\min_{y \in Y} \varphi(x(y), y) \quad (\text{Líder}) \quad (2.1.1)$$

s.a:

$$\omega(x(y), y) \leq 0 \quad (2.1.2)$$

$$(2.1.3)$$

Onde $x(y) = (\operatorname{argmin}_{x \in X} f(x, y))$ (Seguidor)

$$g(x, y) \leq 0 \quad (2.1.4)$$

$Y \subset \mathbb{R}^m$ e $X \subset \mathbb{R}^n$ são conjuntos fechados e representam o espaço de busca do problema líder e seguidor, respectivamente. $\omega : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}^p$ e $g : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}^q$ são funções vetoriais que representam as restrições dos problemas. $\varphi : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$ e $f : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$ são funções de valores reais que representam as funções objetivo dos problemas. O conjunto $S = \{ (x; y) : x \in X, y \in Y, \omega(x, y) \leq 0, g(x, y) \leq 0 \}$ é o conjunto restrição do problema em (2.1.1) a 2.1.4. Para um determinado $y \in Y$, o conjunto $X(y) = \{ x \in X : g(x, y) \leq 0 \}$ é o conjunto viável do problema seguidor. O conjunto $R(y) = \{ x \in X : x \in \operatorname{argmin}_{w \in X} f(w, y) \}$ é chamado de conjunto reação racional do problema apresentado anteriormente, para determinado valor de $y \in Y$. O conjunto viável deste problema é $F = \{ (x; y) \in S : x \in R(y) \}$. Um ponto viável $(x^*, y^*) \in F$ é um *Stackelberg equilibrium* (com o primeiro jogador como sendo o líder) se $\varphi(x^*, y^*) \leq \varphi(x; y)$ para todo $(x, y) \in F$.

Nesta seção a abordagem desta ferramenta matemática parece pouco intuitiva para aplicação no modelo. Entretanto, como será visto na seção 3, vários pontos destacados nessa formulação são importantíssimos para definição de um conjunto solução válido para o modelo que é objetivo deste trabalho.

2.1.2 O EQUILÍBRIO DE COURNOT – NASH PARA DUAS FIRMAS

Em 1949, na Universidade de Princeton, John Forbes Nash Jr. (NASH, J. F., 1950). Propôs determinar uma solução para um jogo com n participantes. A caracterização dessa solução enquanto um ponto fixo do espaço das estratégias dos jogadores ainda não é definido aqui, mas será vista neste trabalho em seções futuras. Primeiramente, considere algumas definições rápidas. Um jogo de n participantes pode ser descrito como uma situação em que:

- i. Existe um conjunto finito de n participantes chamados jogadores.
- ii. Cada jogador possui um conjunto de estratégias. O conjunto dado pela estratégia particular adotada por cada jogador pode ser ordenado uma n -uplas, em que cada entrada é a estratégia de um único jogador. Essas n -uplas são chamadas de um perfil de estratégias.
- iii. Para cada perfil de estratégias existe um *payoff* associado a cada jogador; assim, temos também uma n -upla de *payoffs*, ou um perfil de *payoffs*, associado a cada perfil de estratégias. Assume-se também que os jogadores possam estabelecer relações de preferências entre os possíveis *payoffs* de sorte que eles possam ordená-los em grau de satisfação.

A interpretação dessa definição é que um jogo como o que se deseja descrever é uma situação em que os jogadores têm que tomar decisões cujas consequências são afetadas pelas decisões dos outros jogadores (por isso o *payoff* de cada jogador depende da estratégia de todos os jogadores e não só da estratégia do próprio jogador). Sendo assim, os agentes têm um incentivo a se comportar estrategicamente; ou seja, se os agentes forem racionais (e essa é uma das hipóteses garantidas por uma função objetivo bem definida), eles devem tomar decisões ótimas levando em conta não só as suas características individuais, mas também as expectativas que eles têm das ações dos outros jogadores. Em outras palavras, cada agente deve se comportar estrategicamente para auferir os maiores ganhos possíveis para si. Como é possível ilustrar em uma infinidade de jogos que possuam mais de um jogador: xadrez, pôquer ou truco são bons exemplos. Contudo, o conceito de jogo, como foi definido, comporta uma gama de situações muito maior que essa.

Sua caracterização mais abrangente, é apresentada no modelo de Duopólio de Cournot. Este pode ser caracterizado como um jogo mais semelhante ao estudo neste trabalho (um jogo

de caráter econômico), que possui duas firmas que se comportam como jogadores; cada firma deve decidir quanto produzir (sua estratégia); o lucro final (o payoff) da firma é afetado pela produção da outra firma. Por isso, na decisão de quanto produzir, cada firma deve levar em consideração a produção da outra firma. Sendo assim, após a simulação deste tipo de problema, é possível esperar uma condição que satisfaça tanto os aspectos individuais de cada firma quanto o lucro geral de ambas firmas.

A descrição deste problema, como abordado nos problemas apresentados no início da seção 2, são de caráter restritivo ao lucro ou a condições técnicas de operação. Como ficará mais claro no capítulo de desenvolvimento metodológico do modelo, o equilíbrio de Nash será necessário para resolução de um problema de programação de dois níveis, considerando o comportamento estratégico entre jogadores muito bem definidos.

2.2 MÉTODOS DE SOLUÇÃO

Durante toda a etapa de modelagem, que descreve o problema de despacho considerando comportamento estratégico em um mercado imperfeito, é necessária a escolha da técnica de solução adequada. Essas duas etapas estão associadas e, para que o resultado, seja satisfatório devem ser definidas conjuntamente.

Toda formulação do problema em dois níveis é resolvida seguindo técnicas de otimização de problemas multinível. Consiste no uso de condições de otimalidade das restrições de outros problemas de otimização (demais níveis) para gerar um problema em nível único. Dados os resultados desse processo de singularização, é identificado que suas restrições equivalentes possuem algumas não linearidades. Para utilização de *solvers* computacionais do tipo MILP (ou MIP) estas devem ser eliminadas. A sua redução é realizada pela utilização das condições de folga complementar, aliadas a um processo de discretização de variáveis. Substituindo-se, enfim, as expressões não lineares por outras lineares equivalentes é possível a descrição do modelo que é compatível com solvers MIP que são comumente utilizados como vistos no início desta seção.

As técnicas de solução podem ser separadas em três grandes grupos: métodos de otimização clássica, métodos heurísticos ou aproximados e métodos meta-heurísticos. No primeiro grupo são considerados algoritmos exatos e conseguem obter a solução ótima para sistemas de pequeno e médio porte, entretanto, quando a dimensão do problema começa a crescer, o esforço computacional necessário para a solução do problema pode se tornar um problema. Dentre os mais conhecidos estão o algoritmo de *Branch and Bound* (Oliveira *et al.* 2004) e a decomposição de Benders (Binato, 2000).

O algoritmo *Branch and Bound* é encontrado comumente na literatura (Colson *et al.*, 2005). Neste algoritmo a condição de independência linear é alcançada eliminando-se a equação de folga complementar ($\pi_i h_i(x,y) = 0$), no chamado ramo principal da árvore. Em cada nó da árvore que não satisfaz a condição de folga complementar, é criada uma bifurcação, um caminho com $\pi_i = 0$ como restrição adicional, e outro caminho com $h_i(x,y) = 0$. A solução ótima destes problemas produz limites inferiores válidos para a correspondente sub-árvore.

Portanto, nota-se que há um leque de opções de estudo que pode ser explorado tanto para a modelagem matemática quanto para as técnicas de solução, em que se opta dentre as opções de acordo com a abordagem do problema e a ênfase do estudo.

2.3 FERRAMENTA COMPUTACIONAL GAMS

Neste trabalho foram desenvolvidos modelos que utilizam a programação linear inteira mista (MIP) e, para realizar testes a partir de sistemas de despacho, foi utilizada a ferramenta computacional *General Algebraic Modelling System - GAMS/CPLEX* (© 2008, *GAMS Development Corporation*, Washington, DC, USA).

Essa ferramenta tem a capacidade de modelar problemas de otimização lineares (*Linear Programming – LP*), não lineares (*Non Linear Programming – NLP*) e inteiro misto (*Mixed Integer Programming – MIP*); tendo a capacidade de solucionar problemas complexos com versões disponíveis para computadores com configurações modestas.

Como entrada, definem-se os conjuntos, parâmetros, variáveis contínuas e discretas e equações em forma de listas ou tabelas. Com isso, basta definir a minimização ou maximização da função objetivo e o método de solução que será utilizado. Dessa forma, o usuário deve apenas se preocupar com a modelagem do problema.

Para problemas em que há grande quantidade de parâmetros, o *GAMS* tem a opção de importar dados de planilhas em Excel com facilidade. Também é possível exportar diretamente para o Excel as variáveis de interesse da solução do problema.

Essa ferramenta, portanto, atende plenamente os objetivos do trabalho e foi utilizada em todos os testes que serão apresentados nas próximas sessões.

3. FORMULAÇÃO DO MODELO

A formulação apresentada a seguir consiste na modelagem matemática que representa o comportamento estratégico de oligopólios baseados no modelo de Cournot, considerando ofertas estrategicamente definidas de blocos de energia em um mercado de eletricidade, satisfazendo tanto a demanda de carga como a parcela de serviços ancilares de reserva. Ao definir tal modelagem de mercado é proposto um ponto de equilíbrio, definido pelo ponto de equilíbrio de Nash, no qual é obtido a maximização do benefício social das ofertas estratégicas. Os efeitos da operação a partir deste ponto de equilíbrio são analisados em cenários de múltiplos períodos e níveis de carga, os quais devem atender em termos operativos e financeiros todos os agentes envolvidos no sistema.

3.1 MODELOS DETERMINÍSTICOS

A descrição do problema modelado é multiestágio, ou multinível, para estudo da solução ótima do sistema de interesses conflitantes de todos agentes envolvidos. Cada nível do problema é descrito por um problema de programação linear bem definido, com função objetivo e restrições adequadas, e válidas, para cada cenário de interesse, conforme descrito na Figura 3.1. A seguir serão apresentados individualmente os problemas de otimização de mercado perfeito, mercado imperfeito, modelagem estratégica da geração e descrição do que é um equilíbrio de Nash. Ao final deste capítulo estes serão reescritos como um problema linear em único nível equivalente.

3.1.1 MODELO DE COMPETIÇÃO PERFEITA

Tendo em vista que no mercado de energia a demanda tem um comportamento praticamente inelástico em relação ao preço, no curto prazo a demanda pode ser considerada com um valor fixo. Na prática, este valor tem uma dada precisão que é exigida pelo órgão regulador às companhias distribuidoras. Sendo assim, a maximização do benefício social por parte do operador do sistema é equivalente à minimização dos custos ofertados pelos agentes produtores (GENCOS). Matematicamente este é um problema de minimização de custo de ofertas (*Bid Cost Minimization* – BCM) pelas equações descritas de (3.1.1a) à (3.1.1d) onde são consideradas como variáveis os níveis gerados por cada produtor. Os níveis de geração são delimitados por limites de capacidade inferior e superior definidos como parâmetros fixos.

Outro parâmetro fixo é a demanda, considerada conhecida para cada intervalo de tempo suficientemente curto (horas ou conjunto de horas), como é o caso do mercado Spot. Note que por simplicidade não foram utilizadas restrições relacionadas às linhas de transmissão e de rampa de descida ou subida. Este tipo de problema é mais representativo quando feitas as considerações de que os geradores competem em um mercado perfeito. Desse modo, considerando a simbologia apresentada na lista de símbolos, é possível descrever neste trabalho o problema BCM como descrito a seguir:

$$\min_g \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} (c_i * g_{i,t}) \quad (3.1.1a)$$

s.a:

$$\sum_{i \in \Omega_G} g_{i,t} = d_t, \quad \forall t \in T, \quad (3.1.1b)$$

$$g_{i,t}^{min} \leq g_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.1.1c)$$

$$g_{i,t} \leq G_{i,t}^{max} \quad \forall i \in \Omega_G, t \in T \quad (3.1.1d)$$

A função objetivo (3.1.1a) é o custo ofertado como função da quantidade alocada por cada unidade de geradora ao longo da janela de tempo T . A minimização desta função respeita uma série de restrições: a restrição (3.1.1b) obriga o equilíbrio da carga demandada com a quantidade gerada; (3.1.1c) e (3.1.1d) exigem o atendimento aos limites de capacidade inferior e superior de cada GENCO – a última considera níveis de capacidade máxima, ou capacidade instalada, podendo ser posteriormente estratégicos de acordo com o equacionamento do equilíbrio de NASH.

3.1.2 MODELO DE COMPETIÇÃO IMPERFEITA

O comportamento de um GENCO que busca maximizar seu lucro quando participa de um mercado de eletricidade imperfeito pode ser descrito matematicamente como um problema de otimização de vários níveis. No primeiro nível é modelada a formulação do problema de despacho de um grupo de GENCO's visando a maximização da receita enquanto no segundo nível é formulado o comportamento do despacho de todo o sistema visando a minimização de custos ofertados (ou, maximização do benefício social) e nos níveis restantes a descrição do comportamento estratégico de cada um dos geradores. Naturalmente, quando um problema de otimização é formulado em vários níveis, existe interação entre as decisões tomadas entre eles. Nesse contexto de descrição foi utilizada na modelagem a condição de equilíbrio de NASH de forma a garantir a existência de um ponto de operação único para o modelo maximizado.

Como já foi abordado, a formulação satisfaz um problema de mercado de curto prazo, envolvendo ainda, o comportamento dos GENCO's envolvidos no contexto de um ambiente de mercado não perfeito. Desse modo, se faz necessário descrever primeiramente o problema em dois níveis, sendo o primeiro para incorporar ao problema discutido anteriormente, o aumento do lucro dos GENCO's de interesse por meio de suas ofertas estratégicas. A representação do primeiro nível do problema será feita por meio das equações (3.1.2a) - (3.1.2d). Note que além do nível de produção de cada uma das unidades, existe outra variável que é o preço em cada instante de tempo, esse é definido pelo atendimento da carga e representado como variável dual da equação (3.1.2f). A função objetivo do problema de segundo nível (3.1.2e) é composta basicamente de dois termos que são a receita e o custo a partir do nível de energia gerado pela unidade geradora de interesse, descrita pelos subconjunto de Ω_G, Ω_J . Vale destacar que os j GENCO's envolvidos também estão sendo considerados no despacho de geração do segundo nível (3.1.2f). O segundo nível na modelagem de mercado imperfeito corresponde ao papel do operador do sistema que visa o atendimento da carga em cada instante de tempo representado pelo conjunto T de tempo, respeitando as particularidades técnicas de cada um dos agentes envolvidos. Sua formulação é idêntica à apresentada na seção anterior (3.1.1a – 3.1.1d).

$$\max_g \sum_{t \in T} \sum_{j \in \Omega_j} (c_j * g_{j,t}) \quad (3.1.2a)$$

s.a:

$$g_{j,t}^{min} \leq g_{j,t} \quad \forall j \in \Omega_j, \forall t \in T \quad (3.1.2b)$$

$$g_{j,t} \leq \hat{g}_{j,t} \quad \forall j \in \Omega_j, t \in T \quad (3.1.2c)$$

$$\hat{g}_{j,t} \leq g_{m,j,t}^{maxM} \quad \forall j \in \Omega_j, t \in T, m \in \Omega_M \quad (3.1.2d)$$

$$\min_g \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} (c_i * g_{i,t}) \quad (3.1.2e)$$

s.a:

$$\sum_{i \in \Omega_G} g_{i,t} = d_t, \quad \forall t \in T, \quad (3.1.2f)$$

$$g_{i,t}^{min} \leq g_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.1.2g)$$

$$g_{i,t} \leq \hat{g}_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_G, t \in T \quad (3.1.2h)$$

Neste tipo de problema de otimização os dois níveis devem ser resolvidos em conjunto já que as variáveis de ambos os problemas possuem restrições distintas nos dois problemas. A estratégia de solução é transformar o problema original de dois níveis em um problema de nível único mais fácil de resolver onde será possível aplicar uma análise conjunta de todas as variáveis.

3.1.2.1 MODELO DE OFERTAS ESTRATÉGICAS POR PARTE DOS AGENTES

Neste contexto, em outro nível de equacionamento, são descritas as ofertas dos geradores por meio de equacionamento semelhante utilizado no modelo de competição imperfeita. Entretanto, vale destacar aqui que para quaisquer ofertas estratégicas estabelecidas pelos agentes individualmente haverá impactos no comportamento de oferta de forma generalizada (para todos os GENCOS's) para atendimento da demanda quando considerado o comportamento dos outros agentes envolvidos no mercado imperfeito. Esse mecanismo pode ser entendido como a reação dos participantes não estratégicos ($\Omega_G - \Omega_j$) à oferta estratégica dos GENCO's, Ω_j . No conjunto universo Ω_M , de m elementos, é descrito por elemento, um caso único de ofertas estratégicas para o conjunto Ω_j . Nota-se que há uma possível solução desse problema, semelhante ao BCM, que sinaliza uma situação de mercado em que indivíduos pertencentes ao conjunto Ω_j podem aumentar, ou não, seu lucro individual devido a reação dos

outros GENCO's a sua oferta estratégica quando comparado ao problema de mercado imperfeito, cuja a capacidade de geração disponibilizada é igual à instalada. Desse modo é possível que, para cada caso m , os participantes do despacho coloquem a prova seu poder de mercado dadas as restrições características que regem o suprimento da carga, e futuramente dos serviços ancilares de reserva. Tais problemas de oferta estratégicas são agrupados no equacionamento (3.1.2.1a - 3.1.2.1d).

$$\min_g \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} (c_i * g_{m,i,t}) \quad \forall m \in \Omega_M, \quad (3.1.2.1a)$$

s.a:

$$\sum_{i \in \Omega_G} g_{m,i,t} = d_t, \quad \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.1.2.1b)$$

$$g_{i,t}^{min} \leq g_{m,i,t} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M, \quad (3.1.2.1c)$$

$$g_{m,i,t} \leq \hat{g}_{m,i,t}^m \quad \forall i \in \Omega_G, t \in T, \forall m \in \Omega_M, \quad (3.1.2.1d)$$

Note que de forma análoga ao equacionamento do operador do sistema (ou modelagem do mercado perfeito) são impostos limites de operação às ofertas e ao atendimento da carga. A equação (3.1.2.1d) ilustra o comportamento estratégico citado, onde são considerados limites definidos da potência total instalada de um agente de acordo com os possíveis casos de oferta estratégica.

3.1.2.2 EQUILÍBRIO DE NASH

O problema equivalente em um único nível só pode ser obtido graças a uma restrição de equilíbrio que satisfaz as condições de oferta (m casos) e os interesses de maximização do benefício social (descrito como de interesse do operador do sistema), o equilíbrio de NASH.

A equação (3.1.2.2a) descreve o equilíbrio de Nash comparando os lucros ($\pi_{j,t}$ e $\pi_{m,j,t}^m$) dos GENCO's contidos em Ω_j para os problemas de otimização do operador (3.1.2e – 3.1.2h) e de ofertas estratégicas (3.1.2.1a – 3.1.2.1d) , respectivamente.

Essa relação desenvolvida por Nash com aplicação em teoria dos Jogos é utilizada em várias áreas do conhecimento e em diferentes problemas de otimização. Neste trabalho a contribuição envolve todo o problema de otimização do lucro. Mesmo quando analisados em cenários de restrição de oferta bastante acentuada, tal otimização se dá de acordo com as limitações propostas pelo problema do operador. Garantindo que em qualquer situação estratégica ainda serão respeitadas as condições de operação necessárias e pleno atendimento da carga, como será visto em seguida no modelo considerando serviço ancilar de reserva.

Tal condição garante que existe um ponto de operação único que força os agentes, contidos em Ω_j , a não tomarem outros posicionamentos estratégicos, dentro do conjunto universo Ω_M , após ser atingido um ponto de equilíbrio do sistema. Em outros termos, garante a convergência do modelo para um conjunto restrito e único onde são satisfeitas as condições do problema. Seu equacionamento é visto em (3.1.2.2a).

$$\pi_{j,t} \geq \pi_{m,j,t}^m \quad \forall t \in T, \forall j \in \Omega_j, \forall m \in \Omega_M \quad (3.1.2.2a)$$

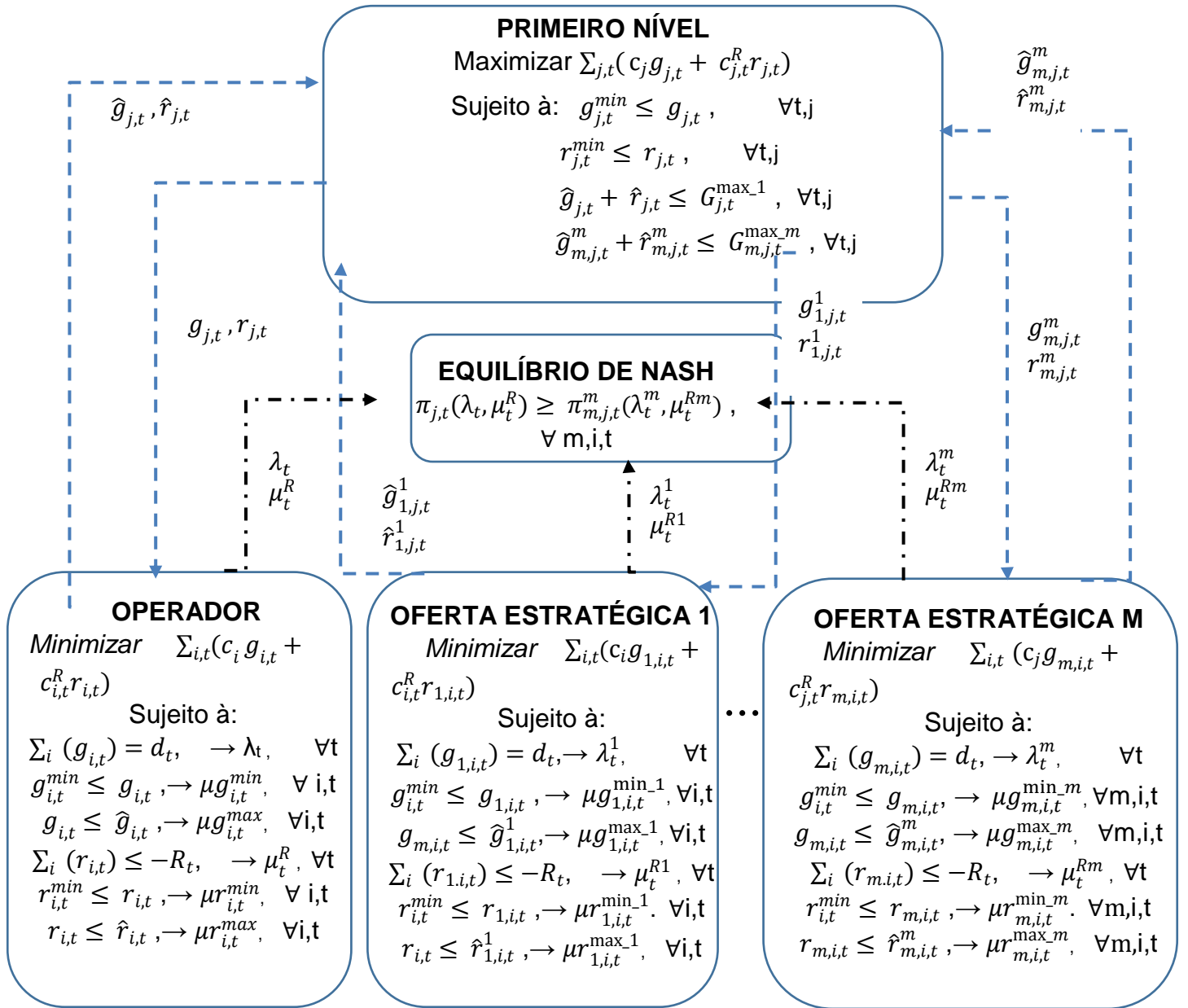


Figura 3.1 - Ilustração do sistema competição imperfeita multinível para Energia e Reserva.

3.2 COMO RESOLVER PROBLEMA DE 2 NÍVEIS CONSIDERANDO MERCADO IMPERFEITO

O problema equivalente de nível único é obtido quando o problema de segundo nível é representado através das condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) como restrições do problema de primeiro nível (ou nível superior). Aliadas a condição de otimalidade forte, em que a função objetivo do problema de otimização primal é igual a função objetivo dual do problema de segundo nível (ou problema inferior).

Como já foi discutido o problema de otimização em dois níveis é um caso específico da otimização multinível, este pode ser interpretado como um modelo matemático do jogo líder-seguidor, no qual o controle das variáveis de decisão é dividido entre os dois jogadores, que procuram otimizar suas respectivas funções objetivo. Na estratégia mais simples do jogo líder-seguidor, descrita originalmente por Stackelberg, a jogada é sequencial e não cooperativa (Edmunds e Bard, 1991).

O líder é o primeiro jogador, identificado pelo problema de primeiro nível, e conhece o objetivo do seguidor. Este pode ou não conhecer o objetivo do líder, mas reage a estratégia escolhida pelo líder e desse modo define seu próprio posicionamento estratégico. O líder antecipa as reações do seguidor e leva isso em conta para definir sua ação. Este tipo de jogo líder-seguidor pode ser usado para modelar uma diversidade de sistemas hierárquicos em que duas entidades autônomas tomam decisões da maneira semelhante. No modelo apresentado no final deste capítulo a aplicação entre o comportamento estratégico ficará mais bem definido para a situação de mercado imperfeito.

De forma geral um problema de otimização em dois níveis pode ser formulado de acordo com as equações (3.2a – 3.2f).

$$\min_x F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (3.2a)$$

s.a:

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}; \mathbf{y}) \leq 0 \quad (3.2b)$$

$$\min_y f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (3.2c)$$

s.a:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = 0 \quad (3.2d)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}; \mathbf{y}) \leq 0 \quad (3.2e)$$

No equacionamento (3.2a – 3.2f), o vetor \mathbf{x} representa as variáveis de decisão do primeiro nível e o vetor \mathbf{y} representa as variáveis de decisão do segundo nível. No nível superior (ou primeiro nível), a função objetivo $F(*,*)$ e as restrições de desigualdade representadas pela matriz de vetores $\mathbf{H}(*,*)$ que dependem do vetor de variáveis \mathbf{y} , determinadas no segundo nível (ou inferior). A função objetivo $f(*,*)$, e as restrições de igualdade representadas pela matriz de vetores $\mathbf{g}(*,*)$ e de desigualdade representadas pela matriz de vetores $\mathbf{h}(*,*)$ do nível inferior, que dependem do vetor de variáveis \mathbf{x} , determinadas no nível superior.

Para reescrever o problema proposto em (3.2a – 3.2f) em um único nível foi utilizada a condição de otimalidade forte (Floudas, C, 1995) e as características de otimalidade de KKT. A primeira é descrita em (3.2g) trata-se da relação entre o problema primal de primeiro nível igual ao problema dual de segundo nível (ou seguidor). Neste caso, como os problemas primal e dual são relacionados, vale dizer que a solução ótima para os problemas dos dois níveis é encontrada quando essa equação é válida. Já as características de KKT são definidas de acordo com as relações apresentadas (3.2h – 3.2m). Vale ressaltar que a condição vista em (3.2m) é chamada de condição da folga complementar.

Para relacionar as soluções do problema de segundo nível, ou problema inferior, com o problema de primeiro nível, ou superior, é necessário que o problema inferior apresente uma solução não-degenerada bem definida. A solução do problema de nível inferior é dita não-degenerada se $\pi_i > 0$ quando $h_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0$ para todo $i = 1, \dots, k$. A solução do problema em dois níveis é dita não-degenerada quando o problema de nível inferior é não-degenerado.

$$\min_{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mu, \pi} F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (3.2f)$$

s.a:

$$F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = f^{DUAL}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (3.2g)$$

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0 \quad (3.2h)$$

$$\nabla_{\mathbf{y}} f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \nabla_{\mathbf{y}} \mathbf{g}(\mathbf{x}; \mathbf{y})^T \mu + \nabla_{\mathbf{y}} \mathbf{h}(\mathbf{x}; \mathbf{y})^T \pi = 0 \quad (3.2i)$$

$$\pi \geq 0 \quad (3.2j)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0 \quad (3.2k)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0 \quad (3.2l)$$

$$\pi_i h_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0 \quad i = 1, \dots, k \quad (3.2m)$$

De acordo com a formulação descrita em (3.2f – 3.2m) serão reescritos $m + 1$ problemas em nível único, onde m é número de elementos do conjunto universo Ω_M . O primeiro problema de dois níveis levará em consideração o primeiro nível em que há maximização da receita dos geradores estratégicos e o segundo nível será dado pelo problema otimização do operador. Os outros m problemas serão descritos pelo mesmo primeiro nível de maximização da receita dos geradores estratégicos e o segundo nível será em relação aos respectivos m casos de estratégia descrito em Ω_M . Vale ressaltar que a caracterização desses $m + 1$ problemas possuem funções objetivo da forma (3.2f) e todas as restrições a que estas funções estão sujeitas podem ser agrupadas, sem perda de generalidade, por vetores análogos aos das equações (3.2f – 3.2m).

Nota-se que, até o momento, o modelo de mercado imperfeito resume-se em $m + 1$ problemas paralelos reescritos para maximização. Entretanto, vale ressaltar que o problema de primeiro nível, de todos os $m + 1$ problemas equivalentes, é idêntico, inclusive em relação ao conjunto de geradores estratégicos contidos em Ω_j . Ao analisar que as restrições de otimalidade forte ilustrada de modo genérico por (3.2g) estão relacionando a função objetivo do problema de maximização da oferta dos geradores estratégicos com a função objetivo dual dos respectivos problemas seguidores, faz-se necessário que alguma restrição externa aos problemas discutidos até o momento possa garantir a relação entre esses $m + 1$ problemas paralelos no modelo de mercado imperfeito. Esse quesito será incorporado ao modelo, com a equação de equilíbrio de Nash (3.1.2.2a). Esta é responsável por relacionar o lucro dos geradores estratégicos para o as m situações de estratégia e de operação do sistema (problema do operador).

3.3 LINEARIZAÇÃO DO MODELO EM NÍVEL ÚNICO

Após a descrição do problema em um único nível não linear, o próximo passo foi a linearização do problema resultante. Foi necessário utilizar a discretização de variáveis para eliminar a relação não linear, normalmente encontrada pelo produto de incógnitas de interesse. A execução desse procedimento foi baseada na utilização da teoria de folga complementar, muito utilizada em estudos de mercado envolvendo sistemas de potência, aliada a representação de variáveis através de um somatório de parcelas bem definidas por uma variável binária.

O valor de \hat{g} pode ser representado através de variáveis binárias, seguindo a forma apresentada em (3.3a), na qual cada binária é associada a um valor constante em porcentagem δ_k . De modo que \hat{g} possa ser representado como a soma de porcentagens da capacidade total instalada G^{max} , como descrito em (3.3a).

$$\hat{g} = \sum_k b_k \delta_k G^{max} \quad (3.3a)$$

$$-M b_k \leq \mu_k \leq b_k M \quad k = 1, \dots, N \quad (3.3b)$$

$$-M (b_k - 1) \leq \mu_k - \alpha_k \leq (b_k - 1)M \quad k = 1, \dots, N \quad (3.3c)$$

$$\hat{g} \mu = \sum_k \mu_k \sum_k b_k \delta_k G^{max} = \sum_k \alpha_k \delta_k G^{max} \quad (3.3d)$$

$$\mu = \sum_k \mu_k b_k = \sum_k \alpha_k \quad (3.3e)$$

Para $G^{max} = 100$, e $N = 10$, fazendo $\delta_1 = \dots = \delta_{10} = 10\%$. Descrever

Exemplo $\hat{g} = 50.$ (3.3f)

Uma proposta de descrição pode ser dada por

:

$$\hat{g} = 50 = \sum_{k=1}^{10} b_k \delta_k G^{max} \quad \text{Com } b_1 =$$

$$= 1 * 10\% * 100 + 1 * 10\% * 100 \quad \dots = b_5 = 1$$

$$+ 1 * 10\% * 100 + 1 * 10\% * 100 \quad \text{E } b_6 = \dots =$$

$$+ 1 * 10\% * 100 \quad b_{10} = 0 \quad (3.3g)$$

Por consequência, o produto de variáveis fica descrito por α_k e o problema torna-se linear quando o produto é reescrito pelo somatório de α_k . (3.3h)

$$-M b_k \leq \mu_k \leq b_k M \quad \begin{array}{l} \text{Com } \mu_1 = \\ \dots = \mu_5 \neq 0 \\ \text{E } \mu_6 = \dots = \\ \mu_{10} = 0 \end{array} \quad (3.3i)$$

$$\hat{g}\mu = \mu_k \sum_{k=1}^{10} b_k \delta_k G^{max} = \sum_{k=1}^{10} \alpha_k \delta_k G^{max} = \begin{array}{l} \text{Com } \alpha_1 = \\ \dots = \alpha_5 \neq 0 \\ \text{E } \alpha = \dots = \\ \alpha_{10} = 0 \end{array} \quad (3.3j)$$

$$\alpha_1 * 10\% * 100 + \alpha_2 * 10\% * 100 + \alpha_3 * 10\% * 100 + \alpha_4 * 10\% * 100 + \alpha_5 * 10\% * 100$$

Aliada a discretização proposta em (3.3a), as condições de folga complementar e o uso do conjunto de variáveis binárias, apresentados em (3.3b – 3.3c) são condições a serem satisfeitas para que a discretização seja uma linearização factível do produto em estudo. Estabelecida a relação entre (3.3a) e (3.3b – 3.3c), é possível reescrever um produto de variáveis segundo a relação (3.3d), na qual há um produto entre uma variável binária e uma variável contínua, substituindo o problema original que há produto entre variáveis contínuas.

Nota-se das relações (3.3b – 3.3c) que o produto só será diferente de zero quando os valores de μ forem diferentes de zero. Desse modo, o produto pode ser reescrito por uma variável equivalente α que segue as mesmas condições de μ . A relação (3.3e) indica como será dado o produto.

Como o problema em único nível de mercado imperfeito definido no final da seção 3.2 possui muitas não linearidades da forma discutida, ilustrar-se-á uma forma de resolução para a situação problema vista em (3.3a – 3.3e), por meio de um exemplo apresentado em (3.3f – 3.3j).

O exemplo apresentado trata-se da discretização da capacidade de geração como somatório de porcentagens da capacidade total instalada. Nota-se, nesse caso, que os valores alcançado por $N = 10$ são restritos aos valores definidos por δ_k . Logo, a escolha dos valores de δ_k devem ser feitas de forma criteriosa, já que disso depende o grau de precisão que se deseja alcançar na aproximação de \hat{g} como somatório de $\delta_k G^{max}$. A escolha de quais valores de δ_k serão utilizados para definição de \hat{g} dá-se de acordo com a as variáveis binárias b_k . Estas serão definidas de acordo com o problema de otimização a que esta restrição está associada.

A segunda parte do exemplo descreve como um produto entre variáveis binárias e contínuas pode ser reescrito na forma de um somatório de variáveis contínuas. Dessa forma linearizando o produto para uma região específica não há prejuízo na convexidade do conjunto solução do problema, cuja restrição não linear tenha tido esse tipo de aproximação. Vale ressaltar que a variável contínua equivalente ao produto α_k é diferente de zero apenas quando b_k é diferente de zero, o que é garantido por (3.3b – 3.3c). Logo o produto pode ser reescrito como ilustrado em (3.3j), guardado o nível de aproximação de acordo com o número de segmentações N desejado para aproximar \hat{g} , e dessa forma, α_k .

Nesse contexto vale ressaltar que do ponto de vista computacional o número de variáveis binárias no problema cresce exponencialmente de acordo com o número de linearizações e de segmentações desejadas para representação mais fiel de \hat{g} . Na resolução dos problemas de não linearidade do modelo final apresentado nesse trabalho, foram utilizados os valores de $N = 100$. E o tempo de simulação variou entre 5 a 10 minutos de simulação. Para o mesmo problema com o valor de $N = 10000$, o tempo de simulação variou entre 4 e 5 horas. Sendo assim, para resolução final do problema, foi necessário escolher com parcimônia a sensibilidade em relação a convergência do problema em um tempo aceitável e aproximação mais adequada para os valores representados como somatório de porcetangens de um parâmetro contante e bem definido.

3.4 MODELO DE MERCADO IMPERFEITO EM NÍVEL ÚNICO

O modelo de otimização reescrito em um único nível, utilizou da teoria de dualidade (condições de KKT) e suas implicações. Estes são descritos individualmente como: maximização da receita de agentes dada uma demanda (carga) conhecida, atendimento integral da carga em multi-período assegurado pelo operador do sistema, comportamento (ou reação) de $n-1$ agentes dada uma oferta arbitrária de um GENCO específico, modelo iterativo de comparação das ofertas individuais e restrições marginais de lucro operacional e estratégico, utilizando equilíbrio de Nash.

3.4.1 MODELO DE MERCADO IMPERFEITO EM NÍVEL ÚNICO NÃO LINEAR

Vista a divisão inicial do problema em vários níveis, fora utilizada a teoria da dualidade para escrever o problema em um nível em termos não lineares, compartilhando de variáveis comuns entre os problemas individuais. Foi possível amarrar o problema inicialmente utilizando as condições de otimalidade forte de outros níveis como restrições do problema de um nível apenas. O procedimento de formulação fica mais claro na seção 3.2. Vale lembrar que modelo de competição imperfeita faz comparação, por meio da condição de equilíbrio de Nash, entre m problemas estratégicos, bem definidos dentro do conjunto Ω_M , e o problema do operador em relação ao atendimento da carga e da prestação de serviços ancilares de reserva. Toda competição é realizada em um ambiente de maximização da receita de geradores estratégicos situados em Ω_J . O modelo correspondente, não linearizado e sem as condições de folga complementar, é apresentado em (3.4.1.1 – 3.4.1.41)

$$\max_{g,r} \sum_{t \in T} \sum_{j \in \Omega_j} (c_j g_{j,t} + c_j^R r_{j,t}) \quad (3.4.1.1)$$

s.a:

$$\hat{g}_{i,t} = \sum_k b_{k,i,t} \delta_{k,i,t} G_{i,t}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.1.2)$$

$$\hat{r}_{i,t} = \sum_k b_{k,i,t}^R \delta_{k,i,t}^R G_{i,t}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.1.3)$$

$$g_{i,t}^{\min} \leq \hat{g}_{i,t} \leq G_{i,t}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.1.4)$$

$$r_{i,t}^{\min} \leq \hat{r}_{i,t} \leq G_{i,t}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.1.5)$$

$$g_{i,t}^{\min} \leq g_{i,t} \leq \hat{g}_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.1.6)$$

$$r_{i,t}^{\min} \leq r_{i,t} \leq \hat{r}_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.1.7)$$

$$g_{i,t}^{\min} + r_{i,t}^{\min} \leq g_{i,t} + r_{i,t} \leq G_{i,t}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.1.8)$$

$$\begin{aligned} \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} (c_i g_{i,t} + c_i^R r_{i,t}) &= \sum_{t \in T} \lambda_t d_t + \\ &\sum_{t \in T} \mu_t^R R_t + \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu_{i,t}^{\min} g_{i,t}^{\min} - \\ &\quad \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu_{i,t}^{\max} G_{i,t}^{\max} + \\ &\quad \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu g_{i,t}^{\min} g_{i,t}^{\min} - \\ &\quad \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \sum_{k \in \Omega_K} \alpha g_{k,i,t}^{\max} \delta_{k,i,t} G^{\max} + \\ &\quad \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu r_{i,t}^{\min} r_{i,t}^{\min} - \\ &\quad \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \sum_{k \in \Omega_K} \alpha r_{k,i,t}^{\max} \delta_{k,i,t} G^{\max} \end{aligned} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K \quad (3.4.1.9)$$

$$-M b_{k,i,t} \leq \mu g_{k,i,t}^{\max} \leq b_{k,i,t} M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K \quad (3.4.1.10)$$

$$-M (b_{k,i,t} - 1) \leq \mu g_{k,i,t}^{\max} - \alpha g_{k,i,t}^{\max} \leq (b_{k,i,t} - 1) M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K \quad (3.4.1.11)$$

$$\mu g_{i,t}^{\max} = \sum_k \mu g_{k,i,t}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.1.12)$$

$$-M b_{k,i,t}^R \leq \mu r_{k,i,t}^{\max} \leq b_{k,i,t}^R M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K \quad (3.4.1.13)$$

$$-M (b_{k,i,t}^R - 1) \leq \mu r_{k,i,t}^{\max} - \alpha r_{k,i,t}^{\max} \leq (b_{k,i,t}^R - 1) M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K \quad (3.4.1.14)$$

$$\mu r_{i,t}^{\max} = \sum_k \mu r_{k,i,t}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.1.16)$$

$$c_i - \lambda_t - \mu_{i,t}^{\min} + \mu_{i,t}^{\max} - \mu g_{i,t}^{\min} + \mu g_{i,t}^{\max} = 0 \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.1.17)$$

$$c_i - \mu_t^R - \mu_{i,t}^{\min} + \mu_{i,t}^{\max} - \mu g_{i,t}^{\min} + \mu g_{i,t}^{\max} = 0 \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.1.18)$$

$$\sum_{i \in \Omega_G} g_{i,t} = d_t \quad \forall t \in T \quad (3.4.1.19)$$

$$\sum_{i \in \Omega_G} r_{i,t} \leq -R_t \quad \forall t \in T \quad (3.4.1.20)$$

$$\hat{g}_{m,i,t}^M = \sum_k b_{m,k,i,t}^M \delta_{m,k,i,t}^M G_{i,t}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.21)$$

$$\hat{r}_{m,i,t}^M = \sum_k b_{m,k,i,t}^{RM} \delta_{m,k,i,t}^{RM} G_{i,t}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.22)$$

$$g_{i,t}^{\min} \leq \hat{g}_{m,i,t}^M \leq G_{i,t}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.23)$$

$$r_{i,t}^{\min} \leq \hat{r}_{m,i,t}^M \leq G_{i,t}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.24)$$

$$g_{i,t}^{\min} \leq g_{m,i,t}^M \leq \hat{g}_{m,i,t}^M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.25)$$

$$r_{i,t}^{\min} \leq r_{m,i,t}^M \leq \hat{r}_{m,i,t}^M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.26)$$

$$g_{i,t}^{\min} + r_{i,t}^{\min} \leq g_{m,i,t}^M + r_{m,i,t}^M \leq G_{i,t}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.27)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} (c_i g_{m,i,t}^M + c_i^R r_{m,i,t}^M) = \\ & \sum_{t \in T} \lambda_{m,t}^M d_t + \sum_{t \in T} \mu_{m,t}^{RM} R_t + \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu_{m,i,t}^{Mmin} - \\ & g_{i,t}^{\min} - \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu_{m,i,t}^{Mmax} G_{i,t}^{\max} + \\ & \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu g_{m,i,t}^{Mmin} g_{i,t}^{\min} - \\ & \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \sum_{k \in \Omega_K} \alpha g_{m,k,i,t}^{Mmax} \delta_{m,k,i,t}^{RM} G_{i,t}^{\max} + \\ & \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu r_{m,i,t}^{Mmin} r_{i,t}^{\min} - \\ & \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \sum_{k \in \Omega_K} \alpha r_{m,k,i,t}^{Mmax} \delta_{m,k,i,t}^{RM} G_{i,t}^{\max} \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \\ & (3.4.1.28) \end{aligned}$$

$$-M b_{m,k,i,t}^M \leq \mu g_{m,k,i,t}^{Mmax} \leq b_{m,k,i,t}^M M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.29)$$

$$-M (b_{m,k,i,t}^M - 1) \leq \mu g_{m,k,i,t}^{Mmax} - \alpha g_{m,k,i,t}^{Mmax} \leq (b_{m,k,i,t}^M - 1) M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.30)$$

$$\mu g_{m,i,t}^{Mmax} = \sum_k \mu g_{m,k,i,t}^{Mmax} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.31)$$

$$-M b_{m,k,i,t}^{RM} \leq \mu r_{m,k,i,t}^{Mmax} \leq b_{m,k,i,t}^{RM} M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K \quad (3.4.1.32)$$

$$-M (b_{m,k,i,t}^{RM} - 1) \leq \mu r_{m,k,i,t}^{Mmax} - \alpha r_{m,k,i,t}^{Mmax} \leq (b_{m,k,i,t}^{RM} - 1) M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K \quad (3.4.1.33)$$

$$\mu r_{m,i,t}^{Mmax} = \sum_k \mu r_{m,k,i,t}^{Mmax} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.34)$$

$$c_i - \lambda_{m,t}^M - \mu_{m,i,t}^{Mmin} + \mu_{m,i,t}^{Mmax} - \mu g_{m,i,t}^{Mmin} + \mu g_{m,i,t}^{Mmax} = 0 \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.35)$$

$$c_i - \mu_{m,t}^{RM} - \mu_{m,i,t}^{Mmin} + \mu_{m,i,t}^{Mmax} - \mu r_{m,i,t}^{Mmin} + \mu r_{m,i,t}^{Mmax} = 0 \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.36)$$

$$\sum_{i \in \Omega_G} g_{m,i,t}^M = d_t \quad \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.37)$$

$$\sum_{i \in \Omega_G} r_{m,i,t}^M \leq -R_t \quad \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.38)$$

$$\begin{aligned} \pi_{m,j,t}^M = & -\mu_{m,i,t}^{Mmin} r_{i,t}^{min} + \mu_{m,i,t}^{Mmax} G_{i,t}^{max} \\ & - \mu r_{m,i,t}^{Mmin} r_{i,t}^{min} \\ & + \sum_{k \in \Omega_K} \alpha r_{m,k,i,t}^{Mmax} \delta_{m,k,i,t}^{RM} G_{i,t}^{max} \\ & - \mu_{m,i,t}^{Mmin} g_{i,t}^{min} + \mu_{m,i,t}^{Mmax} G_{i,t}^{max} \\ & - \mu g_{m,i,t}^{Mmin} g_{i,t}^{min} \\ & + \sum_{k \in \Omega_K} \alpha g_{m,k,i,t}^{Mmax} \delta_{m,k,i,t}^{RM} G_{i,t}^{max} \end{aligned} \quad \forall t \in T, \forall j \in \Omega_J, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.39)$$

$$\begin{aligned} \pi_{j,t} = & -\mu_{i,t}^{min} r_{i,t}^{min} + \mu_{i,t}^{max} G_{i,t}^{max} - \mu r_{i,t}^{min} r_{i,t}^{min} \\ & + \mu r_{i,t}^{max} \sum_{k \in \Omega_K} \alpha r_{k,i,t}^{max} \delta_{k,i,t} G_{i,t}^{max} \\ & - \mu_{i,t}^{min} g_{i,t}^{min} + \mu_{i,t}^{max} G_{i,t}^{max} \\ & - \mu g_{i,t}^{min} g_{i,t}^{min} \\ & + \mu g_{i,t}^{max} \sum_{k \in \Omega_K} \alpha g_{k,i,t}^{max} \delta_{k,i,t} G_{i,t}^{max} \end{aligned} \quad \forall t \in T, \forall j \in \Omega_J \quad (3.4.1.40)$$

$$\pi_{j,t} \geq \pi_{m,j,t}^M \quad \forall t \in T, \forall j \in \Omega_J, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.1.41)$$

3.4.2 MODELO DE MERCADO IMPERFEITO EM NÍVEL ÚNICO LINEAR

Baseando-se no problema ilustrado em 3.4.1 foram aplicados os critérios de linearização estudados em 3.3, para todas as não linearidades críticas do problema (3.4.1.1 – 3.4.1.41). Como já foi relatado, após a descrição do problema em um único nível não linear, o próximo passo foi a linearização do problema resultante. Foi necessário utilizar a discretização de variáveis para eliminar a relação não linear, normalmente encontrada pelo produto de incógnitas de interesse. A execução desse procedimento foi baseada na utilização da teoria de folga complementar aliada a discretização de variáveis a partir de somatórios, comumente utilizada em estudos de mercado envolvendo sistemas de potência. As equações que motivaram, de forma geral, estas linearizações são apresentadas em 3.4.2a e 3.4.2b. O modelo completo para mercado imperfeito é apresentado no apêndice A.

Após a execução de todas as linearizações necessárias, por fim, foi possível formular o problema de um único nível linear e misto, ou seja, composto por variáveis contínuas e inteiras (ou binárias). Desta forma o modelo proposto pode ser resolvido por meio da utilização de ferramentas de computação matemática para tratamento de problemas de otimização. Para a simulação do modelo foi utilizado o GAMS, ferramenta de programação matemática que utiliza CPLEX, que também é utilizado amplamente para simulação por diversos pesquisadores em outras áreas na resolução de problemas de otimização. O algoritmo de resolução utilizado no software foi o Branch and Bound, no qual as não linearidades são eliminadas no ponto em que as folgas complementares são alcançadas no modelo (apresentado no apêndice A). Tal modelo é encontrado comumente na literatura (Colson et al., 2005).

Condição de otimalidade forte para o problema de operação

$$\begin{aligned}
& \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} (c_i g_{i,t} + c_i^R r_{i,t}) = \sum_{t \in T} \lambda_t d_t + \\
& \sum_{t \in T} \mu_t^R R_t + \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu_{i,t}^{\min} g_{i,t}^{\min} - \\
& \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu_{i,t}^{\max} G_{i,t}^{\max} + \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu g_{i,t}^{\min} g_{i,t}^{\min} - \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.2a) \\
& \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu g_{i,t}^{\max} \hat{g}_{i,t} + \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu r_{i,t}^{\min} - \\
& r_{i,t}^{\min} - \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu r_{i,t}^{\max} \hat{r}_{i,t}
\end{aligned}$$

Condição de otimalidade forte para os problemas estratégicos

$$\begin{aligned}
& \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} (c_i g_{m,i,t}^M + c_i^R r_{m,i,t}^M) = \sum_{t \in T} \lambda_{m,t}^M d_t + \\
& \sum_{t \in T} \mu_{m,t}^{RM} R_t + \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu_{m,i,t}^{M\min} g_{i,t}^{\min} - \\
& \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu_{m,i,t}^{M\max} G_{i,t}^{\max} + \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \\
& \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu g_{m,i,t}^{M\min} g_{i,t}^{\min} - \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu g_{m,i,t}^{M\max} - \quad \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.2b) \\
& \hat{g}_{m,i,t}^M + \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu r_{m,i,t}^{M\min} r_{i,t}^{\min} - \\
& \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu r_{m,i,t}^{M\max} \hat{r}_{m,i,t}^M
\end{aligned}$$

4. TESTES E RESULTADOS

O principal objetivo desta seção é verificar se o comportamento do modelo multinível descrito na seção anterior responde de acordo com o desejado, segundo seus problemas formadores. Com esse objetivo serão apresentados no decorrer desta seção problemas de Mercado Perfeito, Mercado Imperfeito desconsiderando atendimento a serviços ancilares de reserva e Mercado Imperfeito considerando o atendimento desses serviços. O último é o problema mais completo desenvolvido ao longo da seção 3. Tais problemas serão analisados do ponto de vista econômico e técnico, em vista das restrições de operação necessárias para adequação do problema de mercado.

O sistema teste, utilizado nas simulações para ajudar na análise e descrição do modelo é composto por dez geradores. Dados de parâmetros descrevem a faixa operativa (capacidade máxima e mínima de cada gerador), potência mínima a ser gerada (por interesse do operador), custo de geração por GENCO e período, custo de reserva por GENCO e período, demanda (ou carga) por período do sistema a ser atendido, parcela de geração dedicada a serviço ancilar de reserva por período e geração mínima dedicada a reserva por período de cada um dos GENCO's em estudo. As informações acima serão as mesmas em todos os exemplos a seguir, salvo quando dito o contrário para viabilidade de um estudo específico.

As análises, no decorrer desta seção, terão caráter técnico e econômico. Sendo apresentados primeiramente as condições em que os requisitos técnicos são satisfeitos, tanto em relação aos agentes envolvidos quanto na adequação às condições de operação. Ao final da descrição técnica, será analisado o viés econômico do problema proposto, seja este de único nível ou multinível, caracterizando o lucro individual e benefício social para cada situação apresentada. Outras análises serão mais bem detalhadas no decorrer do trabalho quando houver necessidade.

4.1 DADOS DE ENTRADA

Para desenvolver os modelos de otimização são necessários parâmetros adequados que possam ajudar na caracterização do sistema de estudo desde a sua descrição mais simples, apresentada em um problema de único nível, a sua forma mais elaborada. Para tal, se faz necessário a descrição de características intrínsecas ao sistema e aos GENCO's. Estas serão apresentados nas Tabelas 4.1 a 4.6 de modo geral. Para cada problema resolvido a seguir será definido quais destes dados são necessários para definição das suas condições iniciais.

Tabela 4.1 - Capacidade instalada (MW) por GENCO's e período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
$G_{1,t}^{max}$	1300	1300	1300
$G_{2,t}^{max}$	600	600	600
$G_{3,t}^{max}$	400	400	400
$G_{4,t}^{max}$	100	100	100
$G_{5,t}^{max}$	500	500	500
$G_{6,t}^{max}$	500	500	500
$G_{7,t}^{max}$	200	200	200
$G_{8,t}^{max}$	250	250	250
$G_{9,t}^{max}$	200	200	200
$G_{10,t}^{max}$	100	100	100

Tabela 4.2 – Custo de geração (R\$/MW) por GENCO's e período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
$C_{1,t}$	20	20	20
$C_{2,t}$	29	29	29
$C_{3,t}$	61	61	61
$C_{4,t}$	70	70	70
$C_{5,t}$	109	109	109
$C_{6,t}$	123	123	123
$C_{7,t}$	134	134	134
$C_{8,t}$	167	167	167
$C_{9,t}$	185	185	185
$C_{10,t}$	195	195	195

Tabela 4.3 – Geração mínima (MW) dos GENCO's por período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
$g_{1,t}^{min}$	1300	1300	1300
$g_{2,t}^{min}$	0	600	600
$g_{3,t}^{min}$	0	0	400
$g_{4,t}^{min}$	0	0	100
$g_{5,t}^{min}$	0	250	250
$g_{6,t}^{min}$	0	250	250
$g_{7,t}^{min}$	0	0	0
$g_{8,t}^{min}$	0	0	0
$g_{9,t}^{min}$	0	0	0
$g_{10,t}^{min}$	0	0	0

Tabela 4.4 – Demanda do Sistema e Geração alocada a serviço ancilar de reserva por período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
d_t	1600	2800	3500
R_t	100	200	300

Tabela 4.5 – Custo de geração para alocação de reserva (R\$/MW) por GENCO's e período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
$C_{1,t}^R$	18	18	18
$C_{2,t}^R$	27	27	27
$C_{3,t}^R$	55	55	55
$C_{4,t}^R$	63	63	63
$C_{5,t}^R$	99	99	99
$C_{6,t}^R$	111	111	111
$C_{7,t}^R$	121	121	121
$C_{8,t}^R$	151	151	151
$C_{9,t}^R$	167	167	167
$C_{10,t}^R$	176	176	176

Tabela 4.6 – Parâmetros de capacidade instalada estratégica (MW) para os geradores 5 e7.

Casos	$G_{m,5,t}^{max}$ (MW)	$G_{m,7,t}^{max}$ (MW)
m1	$0,95 * G_{5,t}^{max}$	$G_{7,t}^{max}$
m2	$G_{5,t}^{max}$	$0,80 * G_{7,t}^{max}$

4.2 PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DE MERCADO PERFEITO

Para a formulação do modelo de otimização de mercado perfeito foi utilizado o exposto na seção 3.1.1 deste trabalho. Sabe-se que esse tipo de problema visa a maximização do benefício social por meio da minimização dos custos ofertados pelos agentes envolvidos, o que caracteriza a formulação BCM. Devido a estas particularidades esse tipo de problema é normalmente associado a visão do órgão de operação e ou regulação do sistema.

Nesta seção será analisada o comportamento desse tipo de problema no cenário de 10 GENCO's competindo de forma restrita em função de sua capacidade instalada, custo variável unitário e restrições operativas impostas por geração mínima. Tais valores são descritos nas tabelas 4.1 , 4.2 e 4.3, respectivamente. Os dados utilizados como insumo destas tabelas são apresentados em ONS. IPMO – Informe do Programa Mensal de Operação. Via http://www.ons.org.br/download/agentes/pmo/InformePMO_OUT2016_RV1.pdf Arquivo capturado em 10 de outubro de 2016. Vale ressaltar que foram feitas aproximações numéricas dos valores apresentados para otimização do problema em nível de simulação, como já foi comentado nas seções anteriores. Foram utilizados dados do despacho térmico por modalidade, patamar de carga e por usina para região SE/CO.

De acordo com o modelo simulado é possível descrever a condição da oferta em relação a condição operativa de cada um dos GENCO's para cada um dos intervalos, como ilustrado nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3. Nota-se que os curvas descritas por “Máximo” é “Mínimo” correspondem aos dados apresentados na Tabela 4.1 e 4.3, respectivamente.

De acordo com o ilustrado nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3, os valores ofertados para otimização do problema de mercado perfeito não são proibitivos do ponto de vista das restrições de capacidade instalada e das restrições operativas mínimas impostas pelo Operador para o arranjo discutido, por razões que fogem por hora ao contexto deste trabalho.

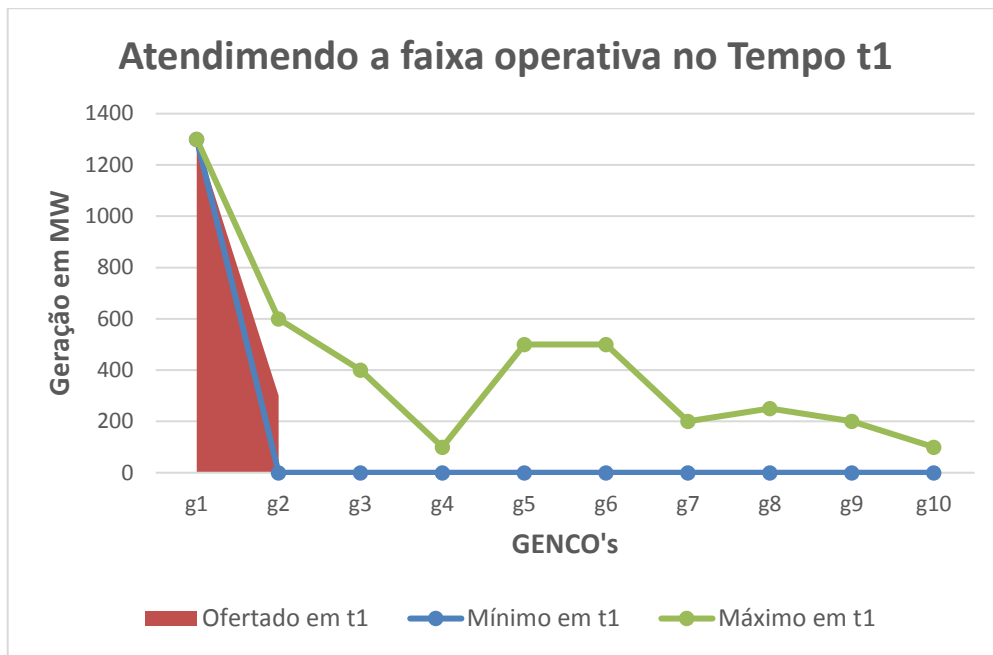


Figura 4.1 – Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t1.

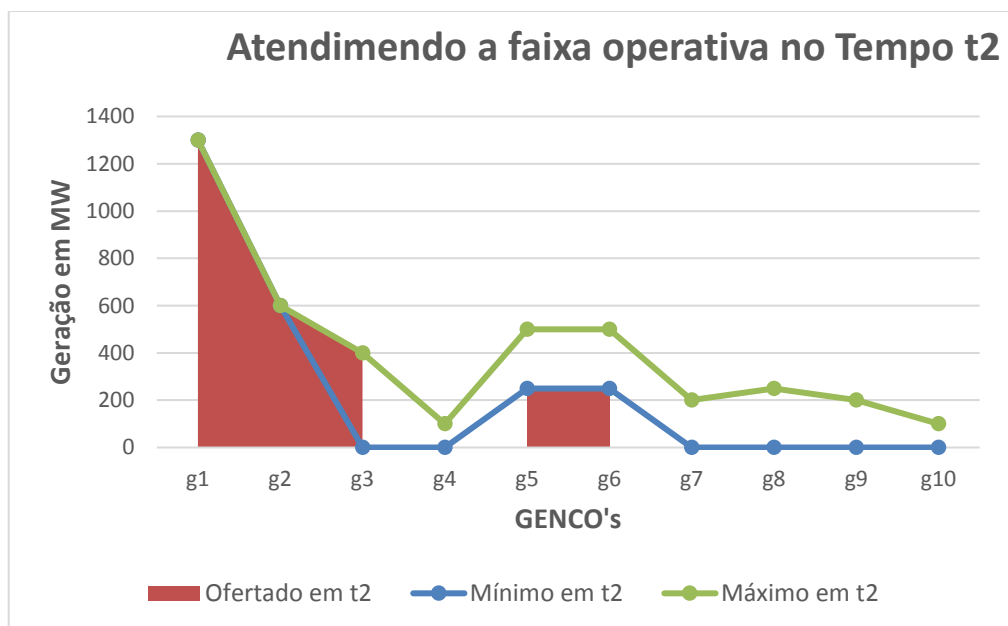


Figura 4.2 – Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t2.

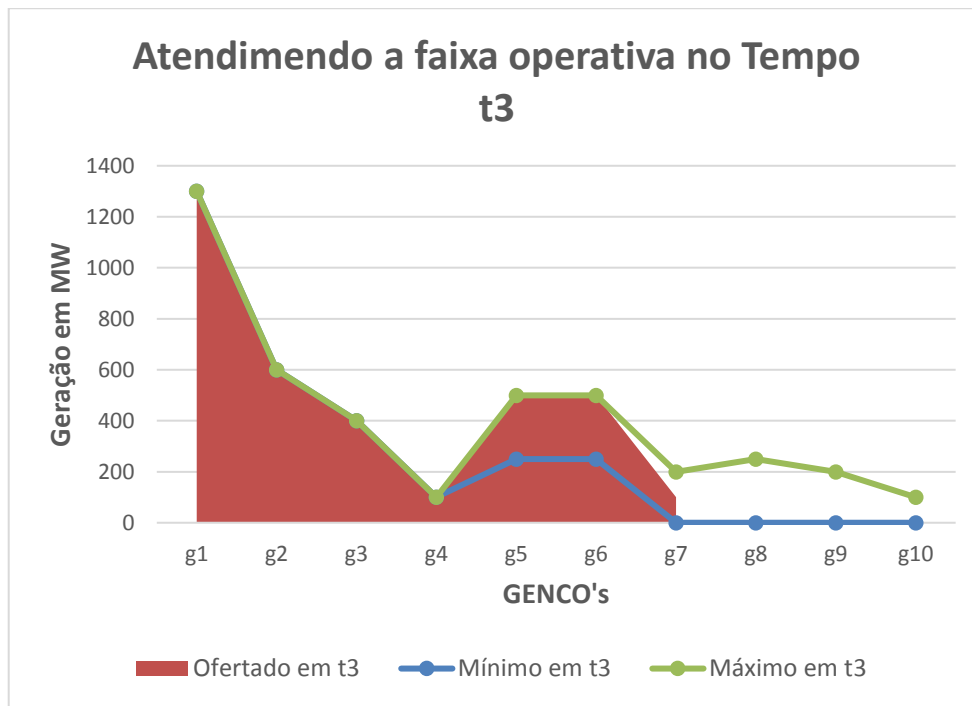


Figura 4.3 – Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t3.

Após a discussão em relação a faixa operativa de cada um dos GENCO's inseridos no mercado de competição perfeita outro ponto a ser questionado é o atendimento a carga, de acordo com as condições de operação já analisadas anteriormente. Será atestado na Figura 4.4 que a oferta satisfaz a demanda para cada um dos períodos (patamares de carga) em análise. Fato de extrema importância para validação desse modelo. Os valores de oferta de geração após a simulação de mercado perfeito podem ser encontrados na Tabela 4.7. Já os valores de demanda atendidos são ilustrados na Tabela 4.4, correspondendo à d_t .

Tabela 4.7 – Oferta de geração (MW) por GENCO's e período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
$g_{1,t}$	1300	1300	1300
$g_{2,t}$	300	600	600
$g_{3,t}$		400	400
$g_{4,t}$			100
$g_{5,t}$		250	500
$g_{6,t}$		250	500
$g_{7,t}$			100

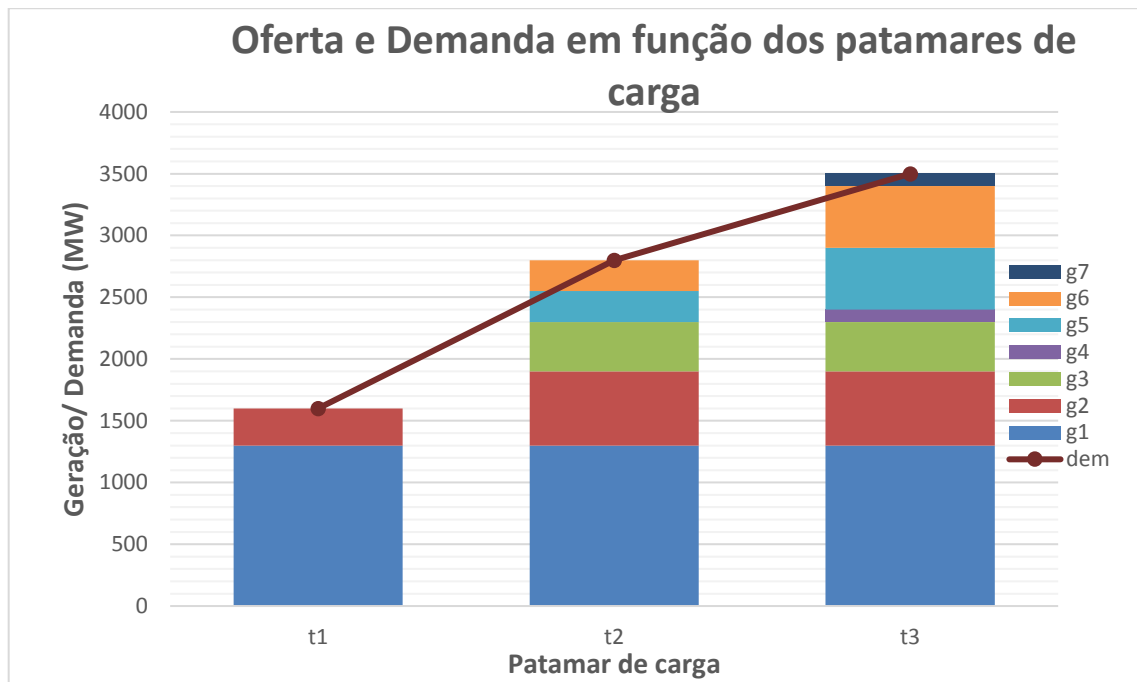


Figura 4.4 – Oferta e Demanda em função dos patamares de carga.

Considerando que os aspectos técnicos foram todos satisfeitos, do ponto de vista do operador e dos agentes envolvidos no mercado, deve-se analisar agora o aspecto econômico da solução encontrada. Para tal será verificado na Tabela que 4.8 o preço por período (ou patamar de carga) e na Tabela 4.9 as receitas, os custos e o lucros dos GENCO's.

Primeiramente, vale ressaltar que o preço, como já discutido anteriormente é variável dual associada ao problema de atendimento da carga. Os valores obtidos na Tabela 4.8 são condizentes com o problema de otimização. Tal análise se deve ao fato de que o custo de geração apresentando na Tabela 4.2 corresponde ao GENCO que estabelece o custo marginal de operação para aquele patamar, segundo a Figura 4.4. Em outras palavras, o preço do GENCO mais caro a participar do despacho é o indicativo de preço para operacionalização da oferta no patamar em questão.

Tabela 4.8 – Preço da oferta (R\$/MW) por período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
$\lambda_{1,t}$	29	123	134

Tabela 4.9 – Receitas, Custos e Lucros (R\$) por GENCO.

	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7
Receita	291200	125700	78000	13400	82250	82250	13400
Custo	78000	43500	48800	7000	81750	92250	13400
Lucro	213200	82200	29200	6400	500	-10000	0

Partindo da análise de preço e custo de operação presentes nas Tabelas 4.8 e 4.2, respectivamente, é possível inferir a condição de favorecimento de mercado para determinados GENCO's quando feita uma análise do ponto de vista do Lucro. A primeira e mais intuitiva é relativa ao lucro dos agentes de menor custo. Nota-se que estes possuem maior lucro devido a sua distância do custo marginal de operação ou preço da oferta por período de carga. Tal fato é um indicativo forte de poder de mercado e pode ser evitado por meio de medidas de regulatórias que façam restrições ao lucro.

Outro indicativo forte de poder de mercado é a situação em que determinados agentes se encontram no sistema. Apesar dos modelos discutidos nesse trabalho não considerarem restrições por limitações de transmissão, quando o sistema impõe - por meio de restrições de caráter operativo - quantidades mínimas de geração para GENCO's de maior preço, isso sinaliza que haja dificuldades de escoamento de blocos mais baratos de geração. Tal fato se traduz neste problema no aumento de preço significativo entre os patamares t1 e t2, como visto na Tabela 4.8. A análise em relação à alocação de geração pode ser vista mais claramente ao verificar os valores mínimos de geração apresentados na Tabela 4.3, na qual é possível notar que a geração dos GENCO's "g5" e "g6" são priorizadas em relação ao GENCO's "g3" e "g4".

Mesmo considerando os indícios de poder de mercado, dado pelas condições iniciais do problema, o mercado perfeito retrata fielmente um posicionamento de redução dos custos e maximização do benefício social. Sendo assim, como esperado, a forma de solução desse problema retrata uma análise do operador do sistema que assegura tanto a adequação aos requisitos do sistema quanto às condições intrínsecas dos GENCO's participantes.

4.3 PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DE MERCADO IMPERFEITO SEM CONSIDERAR SERVIÇO ANCILAR DE RESERVA

Para a formulação do modelo de otimização de mercado imperfeito foi utilizado o exposto na seção 3.1.2 deste trabalho. Sabe-se que esse tipo de problema visa a maximização do lucro dos agentes estratégicos por meio da maximização das receitas dos agentes estratégicos envolvidos, o que caracteriza a formulação de competição imperfeita. Nesse caso todos os agentes utilizaram de suas peculiaridades para maximização do lucro, essas podem ser inclusive de caráter sistêmico como discutido na seção anterior. Devido a estas particularidades esse tipo de problema é normalmente associado a visão dos GENCO's que participam do despacho.

Nesta seção será analisado o comportamento desse tipo de problema no cenário de 10 GENCO's competindo livremente em função de sua capacidade de geração estratégica, custo variável unitário, restrições operativas impostas por geração mínima e condições de maximização do lucro quando comparados com diferentes estratégias de despacho. Diferentemente da seção anterior, a capacidade instalada declarada por cada GENCO será também uma variável de interesse do problema, denotada por capacidade de geração estratégica. Esta deve respeitar o limite máximo de capacidade instalada original descrito na Tabela 4.1. Os valores de custo variável unitário e potência mínima são descritos nas tabelas 4.2 e 4.3, respectivamente. Devido ao aumento significativo do modelo, aqui se justifica ainda mais as aproximações numéricas dos valores apresentados para otimização do problema em nível de simulação, como já foi comentado nas seções anteriores. Foram utilizados dados do despacho térmico por modalidade, patamar de carga e por usina para região SE/CO.

De acordo com o modelo simulado é possível descrever a condição da oferta em relação à condição operativa de cada um dos GENCO's para cada um dos intervalos, como ilustrado nas Figuras 4.5, 4.6 e 4.7. Nesta parte os limitantes não são descritos por parâmetros. As curvas descritas por "Máximo" e "Mínimo" correspondem aos dados apresentados de saída da capacidade de geração estratégica e da Tabela 4.3, respectivamente.

De acordo com o ilustrado nas Figuras 4.5, 4.6 e 4.7, os valores ofertados para otimização do problema de mercado imperfeito não são proibitivos do ponto de vista das restrições de capacidade de geração estratégica e das limitações operativas mínimas impostas pelo Operador para o arranjo discutido, por razões que fogem por ora ao contexto deste trabalho.

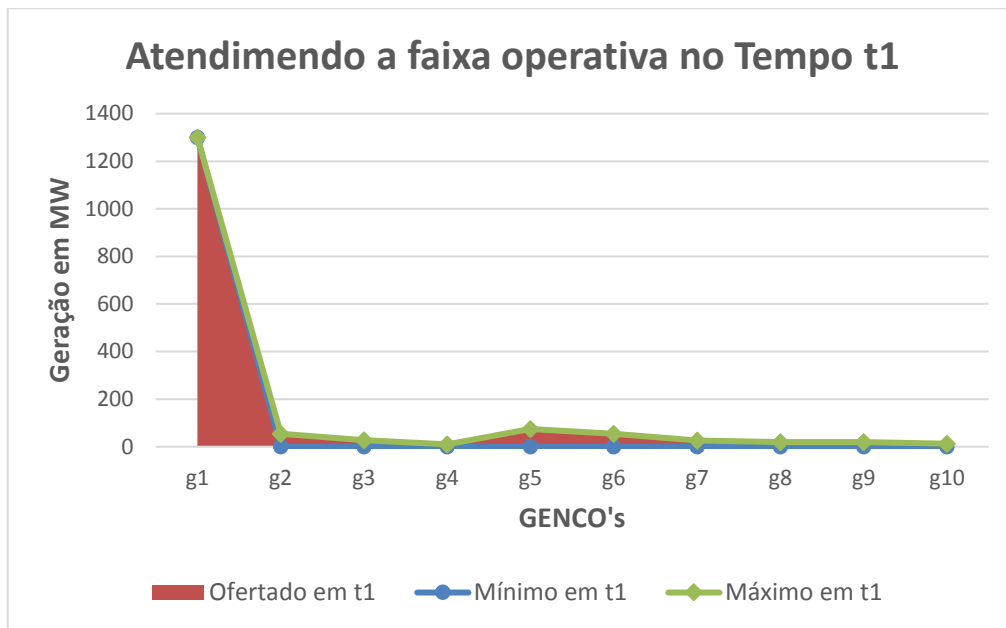


Figura 4.5 – Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t1.

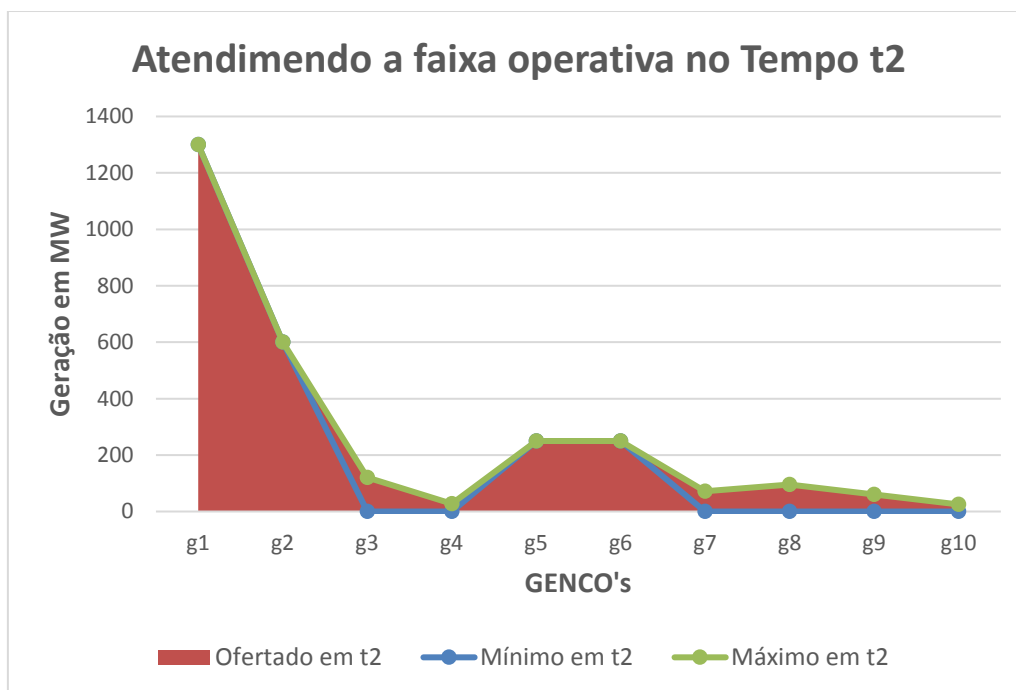


Figura 4.6 – Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t2.

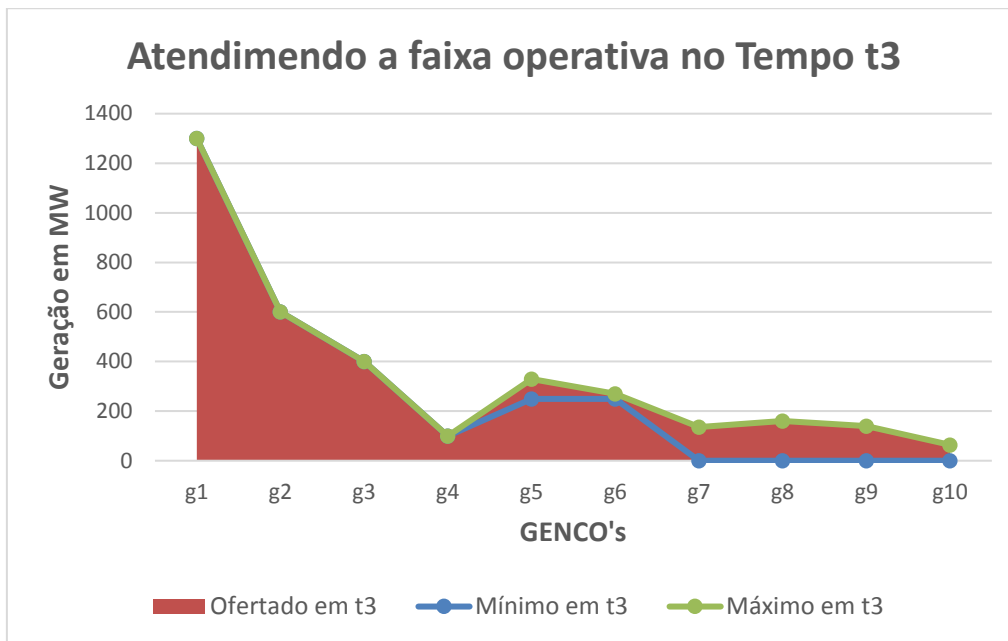


Figura 4.7 – Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t3.

Diferentemente do que foi visto no problema de mercado perfeito, é possível notar mais dispersão no despacho de carga, não centrado nos geradores mais baratos. Isso se deve ao fato da função objetivo buscar a maior combinação de lucro possível quando comparada com despachos estratégicos que obedecem às mesmas condições iniciais. Mas antes de aprofundar essa discussão é necessário verificar como tais capacidades estratégicas se relacionam com a condição de limite superior de operação. Isto pode ser visto nas Figuras 4.8, 4.9 e 4.10. Vale ressaltar que na Figura 4.8 a restrição de geração para o GENCO “g1” é coincidente nos três casos de capacidade despacho com valor de 1300 MW. Tal alteração foi feita para identificar melhor os valores, em escala menor, dos GENCO’s restantes.

O comportamento visto nas Figuras 4.8, 4.9 e 4.10 descreve que em um modelo em que todos os GENCO’s agem estrategicamente para maximização da receita geral há um efeito de espalhamento da oferta. Isso se deve à limitação de capacidade instalada estrategicamente, bem mais baixa quando comparada aos valores iniciais apresentados na Tabela 4.1. Tal fato possibilita que GENCO’s mais caros participem do despacho econômico de geração para contribuir com a receita total. O que era esperado devido a forma da função objetivo deste problema descrito em 3.1.2.

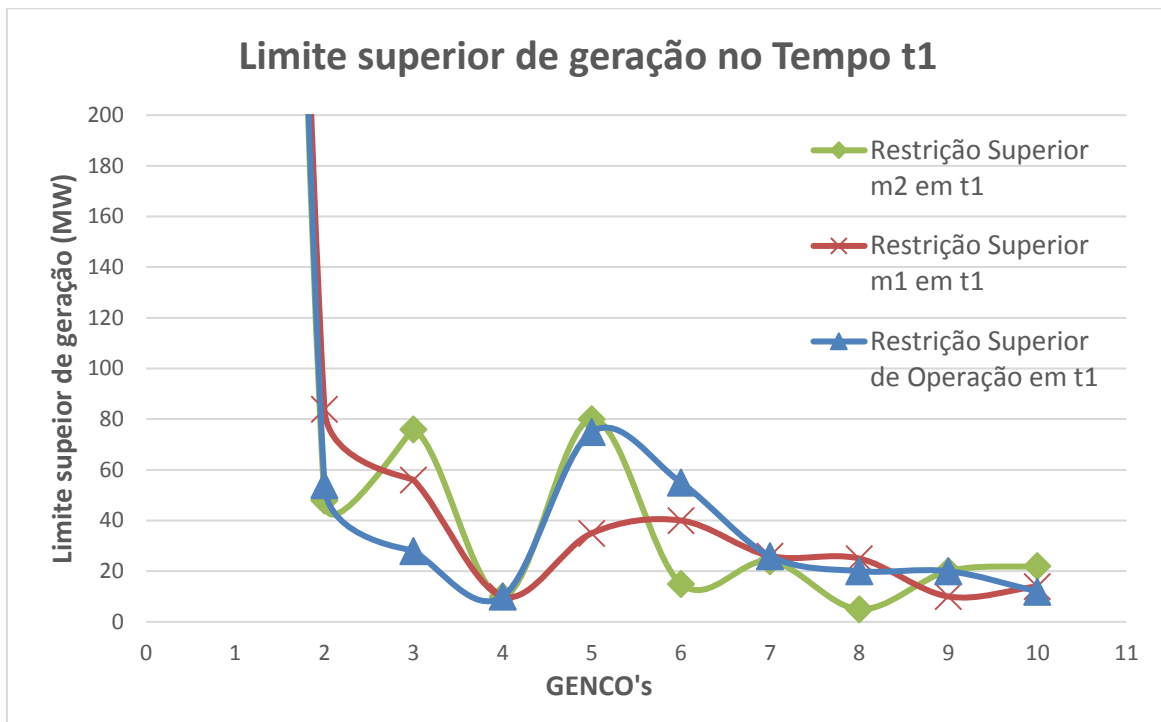


Figura 4.8 – Limite de geração por GENCO no tempo t1.

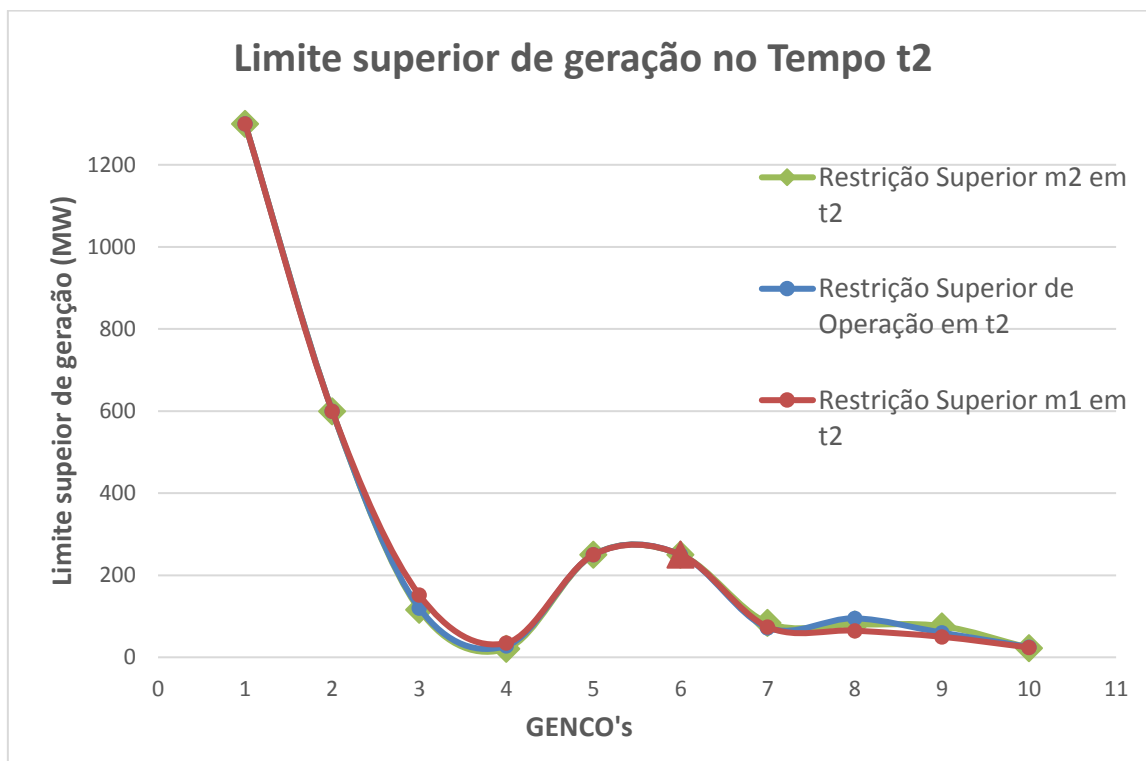


Figura 4.9 – Limite de geração por GENCO no tempo t2.

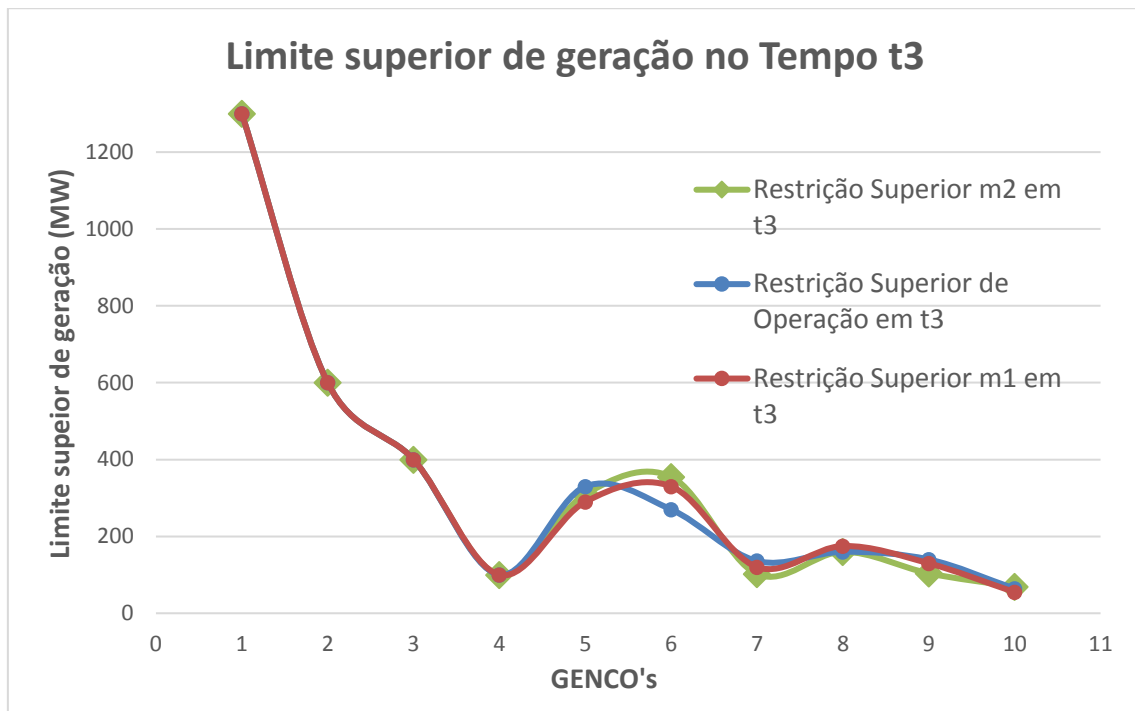


Figura 4.10 – Limite de geração por GENCO no tempo t3.

A discussão em relação a faixa operativa de cada um dos GENCO's nesta seção ocorre considerando tanto os limites estratégicos definidos unilateralmente quanto os requisitos mínimos necessários para operação. Dessa forma, nesse contexto de mercado de competição imperfeita outro ponto a ser questionado é o atendimento a carga. Será atestado na Figura 4.11 que a oferta satisfaz a demanda para cada um dos períodos (patamares de carga) em análise. Fato de extrema importância para validação desse modelo. Os valores de oferta de geração após a simulação de mercado imperfeito podem ser encontrados na Tabela 4.10. Já os valores de demanda atendidos, como visto anteriormente, são ilustrados na Tabela 4.4, correspondendo a d_t .

Como resposta aos limites superiores de operação apresentados nas Figuras 4.8, 4.9 e 4.10 os valores de oferta são exatamente iguais às ofertas máximas, como visto nas Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 e na Tabela 4.10. Na verdade, isso é necessário para afirmar que a escolha do ponto de operação ótimo para maximização é adequada.

A escolha entre os limites superiores de operação e os limites superiores estratégicos (“ $m1$ ” e “ $m2$ ”) será justificada nas seções posteriores como a escolha mais economicamente viável. Neste momento basta frisar que, dadas as possibilidades impostas nesse conjunto universo de alternativas, a escolha de limites superiores de operação é única, ótima, dentro deste universo de escolhas caracterizado neste trabalho por $m1$ e $m2$, e não interferem nas condições mínimas de operação requisitadas.

Tabela 4.10 – Oferta de geração (MW) por GENCO's e período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
$g_{1,t}$	1300	1300	1300
$g_{2,t}$	54	600	600
$g_{3,t}$	28	120	400
$g_{4,t}$	10	28	100
$g_{5,t}$	75	250	330
$g_{6,t}$	55	250	270
$g_{7,t}$	26	72	136
$g_{8,t}$	20	95	160
$g_{9,t}$	20	60	140
$g_{10,t}$	12	25	64

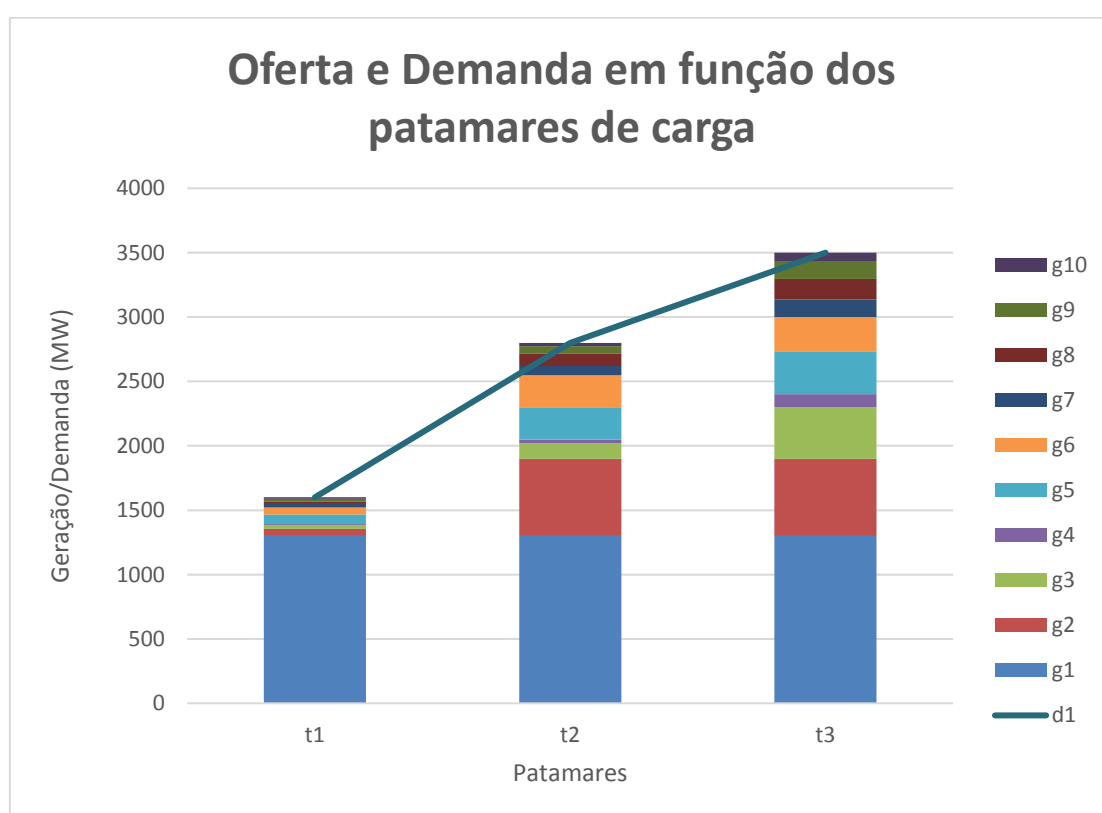


Figura 4.11 – Oferta e Demanda em função dos patamares de carga.

Considerando que os aspectos técnicos foram todos satisfeitos, do ponto de vista do operador e dos agentes envolvidos no mercado, deve-se analisar agora o aspecto econômico da solução encontrada. Para tal será verificado na Tabela 4.11 que o preço por período (ou patamar de carga), para os problemas estratégicos e o de operação final. E na Tabela 4.12 as receitas, os custos e o lucros dos GENCO's para a condição de operação escolhida.

Como já discutido anteriormente o preço é variável dual associada ao problema de atendimento da carga. Os valores obtidos na Tabela 4.11 são condizentes com o problema de otimização de mercado perfeito para λ_t^{m1} , λ_t^{m2} . Devido à similaridade dos problemas estratégicos individuais com a formulação BCM, tais aspectos tornam-se mais claros quando comparados os equacionamentos presentes em 3.1.1 e 3.1.2. Sendo assim nestes casos o preço do GENCO mais caro a participar do despacho é o indicativo de preço para operacionalização da oferta no patamar em questão. Como para maximização da receita geral há necessidade da participação do maior número de GENCO's possível, o preço é descrito em todos os patamares pelo custo do GENCO mais caro que participa do despacho, “g10”.

Para λ_t há uma divergência quando ao valor do preço já que este está ligado às condições de unicidade do problema multinível. Como apresentado em 3.1.2.2 o laço entre os problemas estratégicos e de operação é relação de Nash entre os lucros. Como a caracterização desta foge aos domínios de cada problema individual há uma forte ligação entre a caracterização do preço e a condição de folga complementar do modelo, apresentados nas equações 3.4.1.10 à 3.4.1.17. Logo, como as restrições de caráter operativo e estratégico são mais significativas nos patamares de menor carga, os preços nestes patamares tendem a ser maiores que nos patamares de maior carga, e maior flexibilidade operativa (vide Figuras 4.5, 4.6 e 4.7), em acordo com o apresentado na Tabela 4.11.

Como o nível de complexidade aumenta bastante, devido ao número de variáveis envolvidas nestas relações, a análise anterior é considerada suficiente para o entendimento do fenômeno e confiabilidade dos resultados. Para maior detalhamento na análise dessa variável seria necessário verificar a classificação do conjunto solução segundo o modelo de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), segundo sua convexidade, dentro das estratégias de jogo líder-seguidor, descrita por Stackelberg.

Tabela 4.11 – Preço da oferta (R\$/MW) por período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
$\lambda_{1,t}$	424,7143	230,7333	217,6667
λ_t^{m1}	195	195	195
λ_t^{m2}	195	195	195

Tabela 4.12 – Receitas, Custos e Lucros (R\$) por GENCO.

	g1	g2	g3	g4	g5
Receita	1057049	255608,6	93218,67	22814,34	89971,9
Custo	78000	36366	33428	9660	71395
Lucro	979048,6	219242,6	59790,67	13154,34	18576,9
	g6	g7	g8	g9	g10
Receita	69087,62	25902,04	19315,62	12111,62	5100,571
Custo	70725	31356	45925	40700	19695
Lucro	-1637,38	-5453,96	-26609,4	-28588,4	-14594,4

Partindo da análise de preço e custo de operação presentes nas Tabelas 4.11 e 4.12, respectivamente, é possível inferir a condição de favorecimento de mercado para determinados GENCO's quando feita uma análise do ponto de vista do lucro. Mesmo na condição de mercado imperfeito é possível notar a posição privilegiada dos agentes de menor custo. Nota-se que estes possuem maior lucro devido a sua distância do custo marginal de operação ou preço da oferta por período de carga, tanto nas situações estratégicas quanto na de operação. Tal fato é um indicativo forte de poder de mercado e é amplificado neste tipo de abordagem, como pode se destacar ao comparar os valores de lucro da Tabela 4.12 aos da Tabela 4.9. Verifica-se que devido ao formato do mercado é possível identificar qual GENCO, ou grupo de GENCO's, possui maior tendência à maximização do lucro (caracterizando poder de mercado) e qual possui maior tendência ao prejuízo em situações estratégicas. Para o problema em questão os GENCO's *g1*, *g2*, *g3*, *g4* e *g5* possuem maior poder de mercado quando comparados com os restantes. Neste caso também vale ressaltar a necessidade de medidas de regulatórias que façam restrições ao lucro, para que o poder de mercado seja mitigado.

Neste modelo os traços característicos de poder de mercado são intensificados. Não só devido as condições iniciais do problema, mas também os comportamentos estratégicos são relevantes ao analisar o modelo de forma geral. Vale destacar que parte do modelo referente aos posicionamentos estratégicos possuem caráter muito semelhante ao de mercado perfeito. Como já discutido anteriormente, isso implica na descrição de preços de forma bastante intuitiva. Adicionalmente a tal análise, a definição de preço também retrata fielmente um posicionamento de maximização da receita, em oposição ao problema do operador, devido ao equacionamento estratégico de receita. Neste, apresentado nas equações 3.4.1.39 e 3.4.1.40, é possível obter de forma sistêmica o comportamento da receita apresentada na Tabela 4.12. Nota-se que dessa forma as condições de folga complementar são base para escolhas de operação tanto no viés técnico quanto econômico. Sendo assim, de acordo com a pertinência

das análises anteriores, a forma de solução desse problema retrata uma modelagem de maximização da receita para os GENCO's estratégicos envolvidos no despacho.

4.4 PODER DE MERCADO E EQUILÍBRIO DE NASH

Para a formulação do modelo de otimização de mercado perfeito e imperfeito foram utilizadas modelagens contidas nas seções 3.1.1 e 3.1.2, respectivamente. Entretanto ambas se inserem no modelo em único nível apresentado em 3.4 utilizando o exposto sobre ofertas estratégicas e equilíbrio de Nash, segundo 3.1.2.1 e 3.1.2.2, nesta ordem. Nesta parte do trabalho deseja-se evidenciar o caráter econômico do problema e definir o processo de escolhas dentro do conjunto universo de casos estratégicos que ajudam a determinar o problema de operação. Sabe-se que esses problemas estão todos liderados, segundo a definição de Stackelberg, pelo problema de maximização de receita dos geradores estratégicos.

Nesta seção serão analisadas o comportamento econômico do problema de 10 GENCO's competindo livremente em dois cenários, mercado perfeito e mercado imperfeito com geração estratégica. O primeiro modelado em função de sua capacidade instalada, custo variável unitário, restrições operativas impostas por geração mínima. O segundo por sua capacidade de geração estratégica, condições de maximização do lucro quando comparados com diferentes estratégias de despacho, e as condições de mercado perfeito.

As condições de operação são as mesmas apresentadas nas seções anteriores. Estas não serão objeto de análise nessa seção. Para o mercado perfeito são descritos os valores de despacho, preço por patamar de carga e lucro operativo geral por GENCO segundo as tabelas 4.7, 4.8 e 4.9, respectivamente. Para o mercado imperfeito e estratégico são descritos os valores de despacho, preço por patamar de carga e lucro operativo geral por GENCO segundo as tabelas 4.10, 4.11 e 4.12, respectivamente. Sendo que nesse tipo de mercado ainda não retratada quesito muito importante: a relação entre os lucros estratégicos para cada caso ("*m1*" e "*m2*") e o lucro operacional.

As discussões sobre a caracterização de preço entre mercado perfeito e mercado imperfeito estratégicos já foram feitas na seção 4.3 de forma bastante clara, por isso seu detalhamento nessa seção terá outra abordagem. Ao comparar os preços nos dois mercados é relevante ressaltar o aumento do preço devido a caracterização do mercado quando comparado com o mercado perfeito. Tal fato se deve a modelagem estratégica que força a maximização da receita, que para custos fixos, gera uma maximização do lucro individual. O uso de estratégia nesse mercado impõe condições severas de despacho em que muitos dos GENCO's participantes

disponibilizam para o sistema 20% ou menos de suas capacidades instaladas originais, vistas na Tabela 4.1. De tal modo o aumento de preço significativo é razão desse redespacho que propicia lucro, mas que ainda assim atende condições de operação e requisitos técnicos.

Segundo as características de despacho apresentadas nas Figuras 4.4 e 4.11 é notória a ação conjunta dos GENCO's na busca de um ponto estratégico comum, que em breve será descrito com o ponto em que o equilíbrio de Nash é satisfeito. Apesar do comportamento estratégico de todos os agentes envolvidos no despacho, apenas alguns (GENCO's $g1$, $g2$, $g3$, $g4$, $g5$ e $g6$) conseguem obter um aumento relevante de seus lucros individuais, ou diminuição de prejuízo como visto para $g6$, quando comparados com sua situação de mercado perfeito. Tais dados podem ser vistos nas tabelas 4.9 e 4.12. No entanto, para que haja a maximização das receitas de forma geral, é necessário que um grupo de GENCO's receba o ônus da contribuição sistêmica. Sendo assim, os GENCO's $g7$, $g8$, $g9$ e $g10$ recebem prejuízos significativos, em maior ou menor grau quando comparado com sua situação em mercado perfeito, para que as condições de operação sejam satisfeitas e o lucro geral individual maximizado.

A caracterização discutida anteriormente só ocorre devido ao fato de todos os GENCO's que participam do despacho terem tomado posições estratégicas ao reduzirem sua capacidade instalada ofertada ao sistema. Neste cenário é possível identificar, como já verificado, qual dos grupos são atingidos por ofertas estratégicas de forma positiva e qual destes não se beneficiam de ações estratégicas quando consideradas as situações estratégicas definidas em " $m1$ " e " $m2$ ". Na seção seguinte será realizada uma análise considerando apenas dois geradores estratégicos dentro deste conjunto de GENCO's. E dessa forma espera-se que as situações estratégicas definam qual dos dois possui mais poder de mercado ao restringir sua capacidade instalada. Sendo assim é esperado que um destes obtenha lucro operacional enquanto o outro obtenha prejuízo por cooperar com a maximização da receita deste subgrupo estratégico. Nota-se que dessa forma o modelo auxilia no processo de tomada de decisão de um determinado GENCO em relação a efetividade de seu posicionamento estratégico dentro de determinado subgrupo de agentes.

Tabela 4.13 – Lucro Operacional (R\$) dos GENCO's por período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
$\pi_{1,t}$	526128,6	273953,3	256966,7
$\pi_{2,t}$	21368,57	121040	113200
$\pi_{3,t}$	10184	20368	62666,67
$\pi_{4,t}$	3547,143	4500,533	14766,67
$\pi_{5,t}$	23678,57	30433,33	35860
$\pi_{6,t}$	16594,29	26933,33	25560
$\pi_{7,t}$	7558,571	6964,8	11378,67
$\pi_{8,t}$	5154,286	6054,667	8106,667
$\pi_{9,t}$	4794,286	2744	4573,333
$\pi_{10,t}$	2756,571	893,3333	1450,667

A possibilidade de posicionamento em relação ao conjunto universo de possibilidades descrito aqui por “*m1*” e “*m2*” é possível pelo descrito especificamente em 3.1.2.2, a relação de equilíbrio de Nash. A relação entre os problemas estratégicos e de operação se dá pela relação entre os lucros, operacional e estratégicos apresentada na equação 3.4.1.41. Logo segundo o apresentado nas Tabelas 4.13 , 4.14 e 4.15 é possível identificar que para ofertas estratégicas o lucro obtido no despacho é sempre menor que na condição operacional. Tal fato garante que esta condição de despacho seja sempre a mais adequada entre todas as que participam do conjunto universo de estratégias. Como a definição de lucro só é aplicável após definida uma condição de despacho adequada, fica claro que há relação bilateral entre cada um dos problemas estratégicos e o problema de operação. Verifica-se que após a implementação do modelo, segundo as condições iniciais descritas, o lucro operacional por GENCO, apresentado na Tabela 4.13, é maior para cada patamar de carga que os lucros de operação estratégica, apresentados na Tabela 4.14 para o caso “*m1*” e na tabela 4.15 para o caso “*m2*”. Evidenciando o equilíbrio de Nash e garantindo que há apenas um ponto de operação viável para a maximização da receita dos geradores estratégicos dentro do conjunto universo definido previamente.

Tabela 4.14 – Lucro Estratégico (R\$) no caso *m1* dos GENCO's por período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
$\pi_{1,t}^{m1}$	227500	227500	227500
$\pi_{2,t}^{m1}$	13944	99600	99600
$\pi_{3,t}^{m1}$	7504	20368	53600
$\pi_{4,t}^{m1}$	1250	4375	12500
$\pi_{5,t}^{m1}$	3010	21500	24940
$\pi_{6,t}^{m1}$	2880	18000	23760
$\pi_{7,t}^{m1}$	1586	4514	7320
$\pi_{8,t}^{m1}$	700	1820	4900
$\pi_{9,t}^{m1}$	100	500	1300
$\pi_{10,t}^{m1}$	0	0	0

Tabela 4.15 – Lucro Estratégico (R\$) no caso *m2* dos GENCO's por período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
$\pi_{1,t}^{m2}$	227500	227500	227500
$\pi_{2,t}^{m2}$	7968	99600	99600
$\pi_{3,t}^{m2}$	10184	15544	53600
$\pi_{4,t}^{m2}$	1250	2625	12500
$\pi_{5,t}^{m2}$	6880	21500	26660
$\pi_{6,t}^{m2}$	1080	18000	25560
$\pi_{7,t}^{m2}$	1464	5124	6222
$\pi_{8,t}^{m2}$	140	2240	4480
$\pi_{9,t}^{m2}$	200	760	1040
$\pi_{10,t}^{m2}$	0	0	0

Os testes realizados, apesar de iniciais, mostram características importantes do modelo de mercado imperfeito utilizando otimização por meio de teoria dos jogos (Equilíbrio de Nash). Essas verificações fundamentam alguns aspectos base desta modelagem e, após aperfeiçoamento, podem trazer resultados positivos para a área de estudo de planejamento de expansão tanto de geração quanto de transmissão. Sendo de interesse tanto dos agentes participantes quanto dos órgãos de operação e regulação para tratamento e identificação de condições de poder de mercado.

4.5 PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DE MERCADO IMPERFEITO CONSIDERANDO SERVIÇO ANCILAR DE RESERVA

Para a formulação do modelo de otimização de mercado imperfeito foi utilizado o exposto na seção 3.4 deste trabalho. Sabe-se que esse tipo de problema visa a maximização do lucro dos agentes estratégicos por meio da maximização das receitas dos agentes estratégicos envolvidos, ressaltando o poder de mercado, o que caracteriza a formulação de competição imperfeita. Nesse caso todos os agentes utilizaram de suas peculiaridades para maximização do lucro, essas podem ser de caráter sistêmico como discutido na seção 4.2 ou por restrição estratégica de capacidade instalada ofertada ao sistema. O problema considerando reserva se insere nesse contexto devido à adição de possibilidades de mercado. Os agentes estratégicos poderão avaliar sua capacidade oferta para atendimento da carga e atendimento da reserva, escolhendo da melhor forma a obter maior receita possível. Devido a estas particularidades esse tipo de problema é normalmente associado tanto a visão dos GENCO's que participam do despacho quanto do operador que utiliza do serviço ancilar de reserva para dar seguridade ao sistema.

Nesta seção será analisada o comportamento desse tipo de problema no cenário de 10 GENCO's, mas apenas dois ("g5" e "g7") competem livremente de forma estratégica. A modelagem inicial é dada em função da capacidade de geração estratégica, custo variável unitário, restrições operativas impostas por geração mínima, atendimento à carga, atendimento ao serviço ancilar de reserva e as condições de maximização do lucro quando comparados com diferentes estratégias de despacho. De forma semelhante à seção 4.3, a capacidade instalada declarada pelos GENCO's estratégicos será também uma variável de interesse do problema, denotada por capacidade de geração estratégica. Esta deve respeitar o limite máximo de capacidade instalada original descrito na Tabela 4.1, como também, o disposto na Tabela 4.6 para os geradores estratégicos ("g5" e "g7") deste problema.

Os valores de custo variável unitário para oferta de geração, para oferta de reserva e potência mínima são descritos nas tabelas 4.2, 4.5 e 4.3, respectivamente. As condições de simplificação dos dados de entrada com o intuito de melhorar capacidade de simulação do modelo ainda são válidas para este problema. Foram utilizados dados do despacho térmico por modalidade, patamar de carga e por usina para região SE/CO.

De acordo com o modelo simulado é possível descrever a condição da oferta de geração e de reserva em relação à condição operativa de cada um dos GENCO's para cada um dos patamares de carga, como ilustrado nas Figuras 4.12, 4.13 e 4.14 para geração que atende à demanda. E nas Figuras 4.15, 4.16 e 4.17 para a parcela de geração que atende a reserva. Nesta parte os limitantes não são totalmente descritos por parâmetros. As curvas descritas por

“Máximo” e “Mínimo” correspondem aos dados apresentados de saída da capacidade de geração estratégica e da Tabela 4.3, respectivamente para satisfação da demanda. E “Máximo de Reserva” e “Mínimo de Reserva” para os parâmetros de reserva, sendo o primeiro dado pela geração estratégica para atendimento da reserva e limitação inferior de reserva, considerada nula para facilitar a descrição do problema.

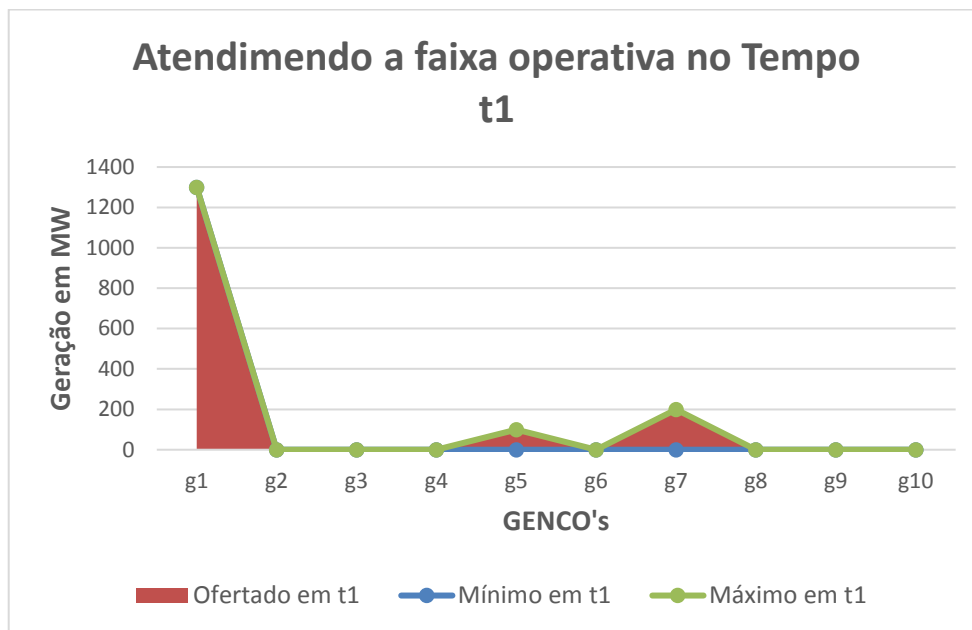


Figura 4.12 – Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t1.

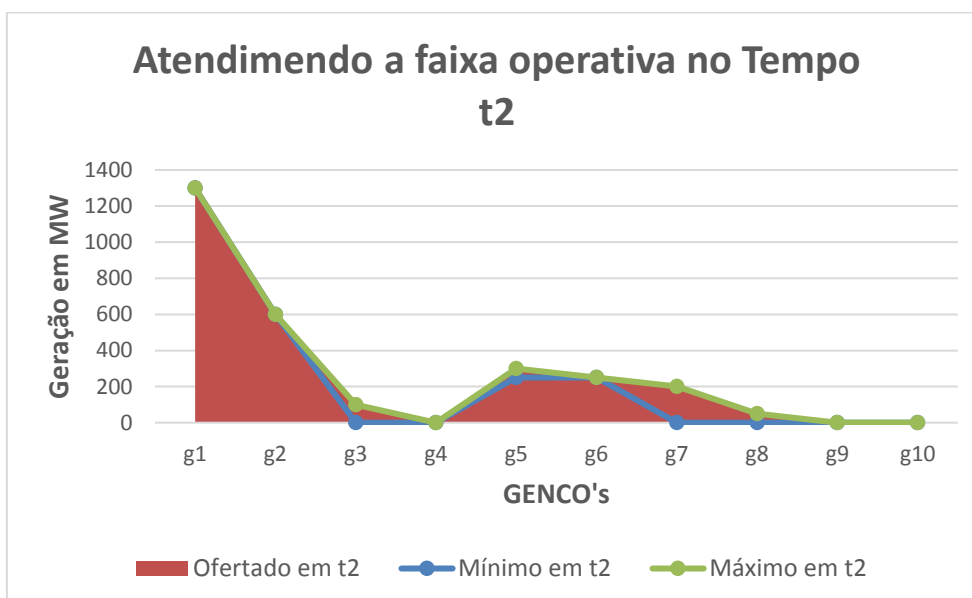


Figura 4.13 – Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t2.

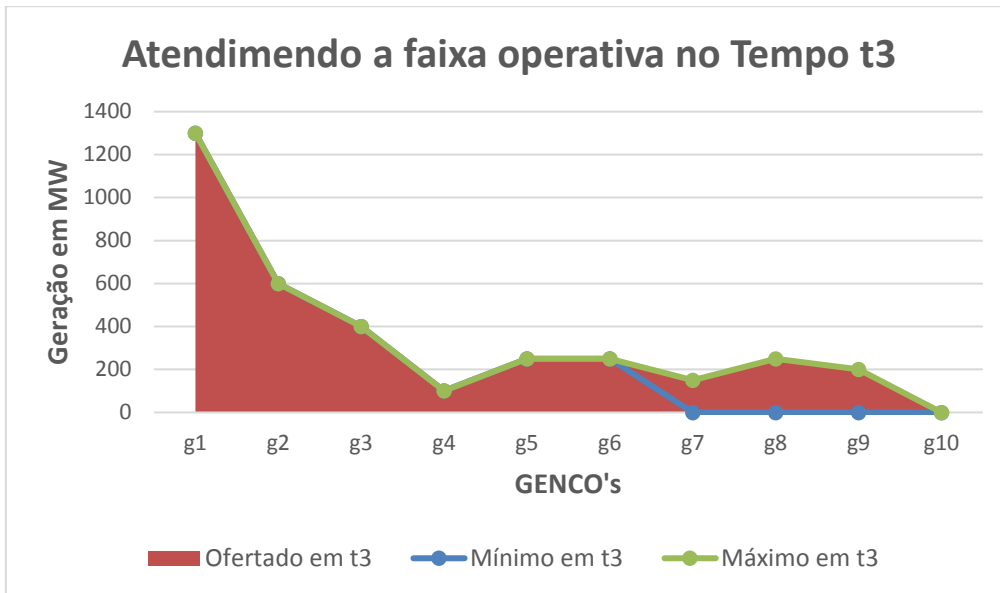


Figura 4.14 – Oferta e condição operativa por GENCO no tempo t3.

De acordo com o ilustrado nas Figuras 4.12, 4.13 e 4.14, os valores ofertados para otimização do problema de mercado imperfeito considerando reserva não são proibitivos do ponto de vista das restrições de capacidade de geração estratégica e das limitações operativas mínimas impostas pelo Operador para o arranjo discutido, por razões que fogem por hora ao contexto deste trabalho. O mesmo vale para o ilustrado nas Figuras 4.15, 4.16 e 4.17 que representam as condições análogas para o atendimento do serviço ancilar de reserva.

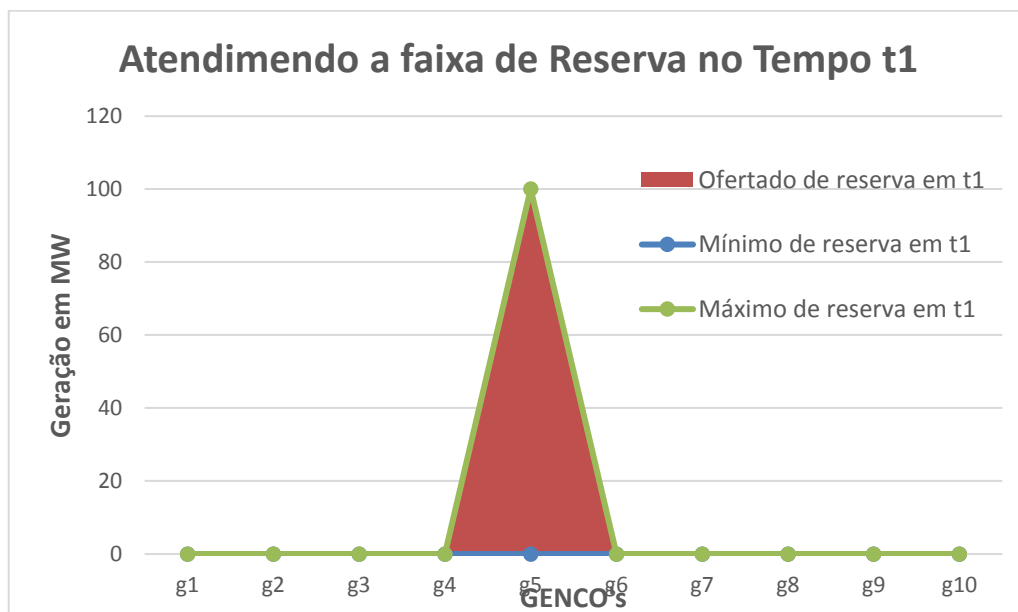


Figura 4.15 – Atendimento a faixa de Reserva por GENCO no tempo t1.

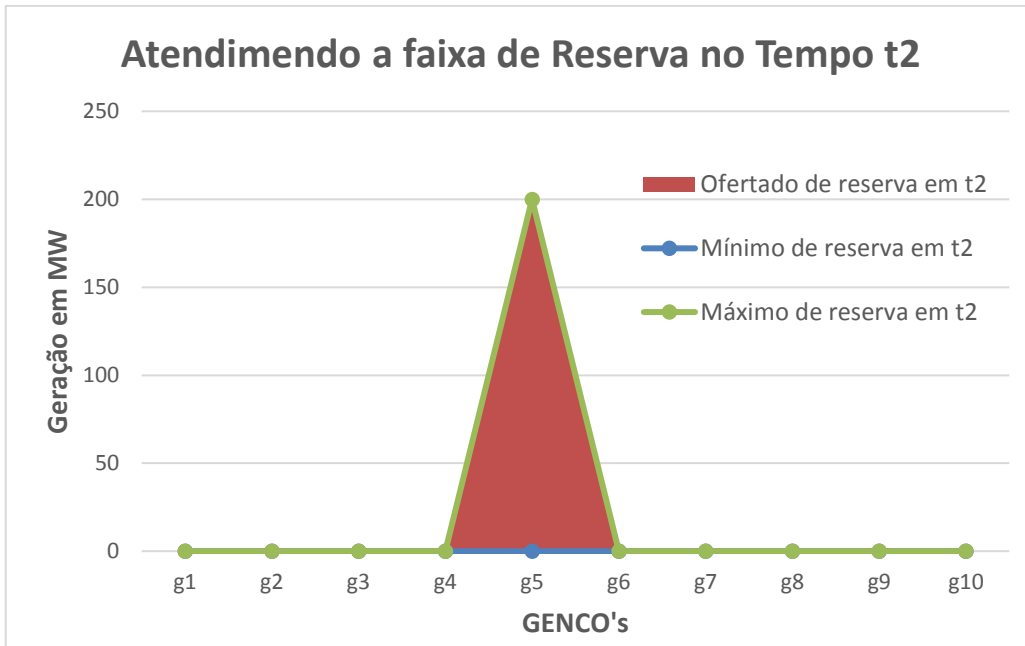


Figura 4.16 – Atendimento a faixa de Reserva por GENCO no tempo t2.

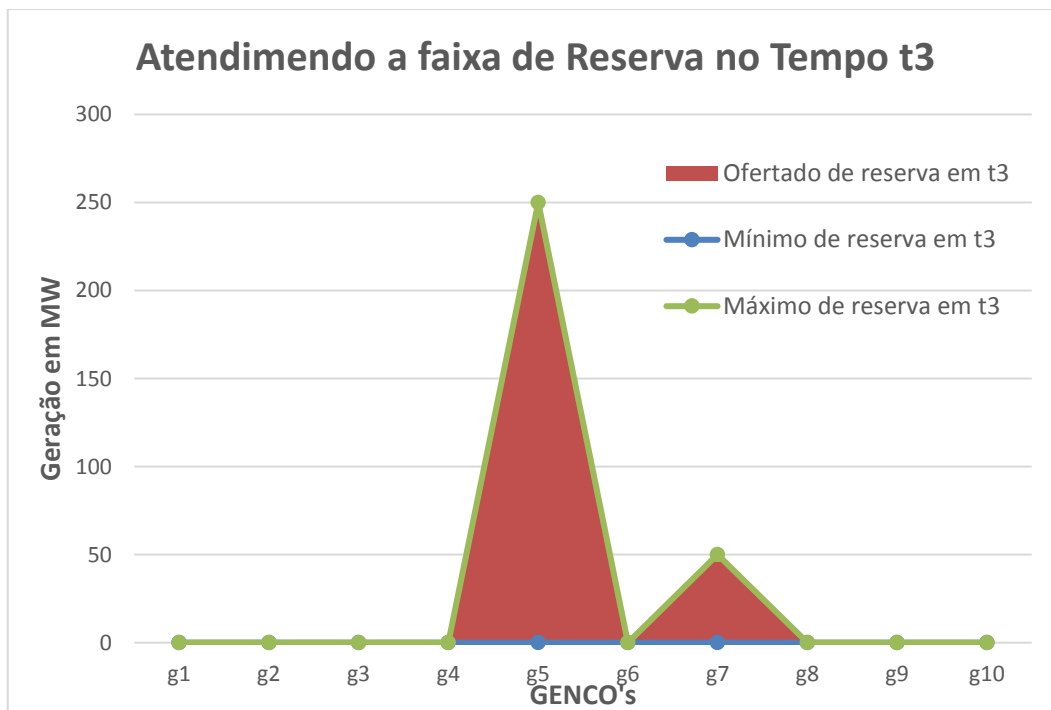


Figura 4.17 – Atendimento a faixa de Reserva por GENCO no tempo t3.

Analogamente ao que foi visto no problema de mercado imperfeito com comportamento estratégico, é possível notar que há mais dispersão no despacho de carga entre os geradores estratégicos (“g5” e “g7”), o que aumentam significativamente as possibilidades de geração para GENCO’s mais baratos. Isso se deve ao fato da função objetivo buscar a maior combinação de lucro possível apenas para os geradores estratégicos, como já discutido na seção 4.4. Logo quando comparada com despachos estratégicos gerais de que obedecem às mesmas condições iniciais é possível notar que os blocos de geração estão menos dispersos entre os GENCO’s em relação ao exposto nas Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 da seção 4.3. Adicionalmente vale destacar que os geradores estratégicos também são prioritários na resolução do problema de satisfação da reserva, como verificado em 4.15, 4.16 e 4.17, o que também implica na diminuição do fenômeno de espalhamento dos blocos de geração. Mas antes de aprofundar essa discussão é necessário verificar como tais capacidades estratégicas se relacionam com a condição de limite superior de operação tanto para o atendimento da carga quanto para a satisfação do serviço ancilar de reserva. Isto pode ser visto de acordo com as Figuras 4.18, 4.19 e 4.20 para oferta que atende a carga e nas Figuras 4.21, 4.22 e 4.23 para a satisfação da reserva. Vale ressaltar que na Figura 4.18 a restrição de geração para o GENCO “g1” é coincidente nos três casos de capacidade despacho com valor de 1300 MW. Tal alteração foi feita para identificar melhor os valores, em escala menor, dos GENCO’s restantes

O comportamento visto nas Figuras 4.18, 4.19 e 4.20 descreve que em um modelo em que todos os GENCO’s agem estrategicamente para maximização da receita geral há um efeito de espalhamento da oferta entre os agentes estratégicos. Isso se deve à limitação de capacidade instalada estrategicamente deste GENCO’s, restritas primeiramente por valores descritos na Tabela 4.1, mas também ligados as restrições estratégicas apresentadas na Tabela 4.6. em mais baixa quando comparada aos valores iniciais apresentados na Tabela 4.1. Tal fato possibilita que GENCO’s mais baratos participem, em relação ao problema apresentado na seção 4.3, do despacho econômico. Mas ainda é válido que há aumento da parcela de geração dos geradores estratégicos (“g5” e “g7”), o que vai contribuir com a receita total.

No que tange o comportamento da reserva, as possibilidades estratégicas de atendimento a reserva são descritas nas Figuras 4.21, 4.22 e 4.23 e retratam para quais são dos geradores que integram o despacho são estratégicos para satisfação da reserva. É possível notar que neste conjunto universo (“m1” e “m2”) não há presença do gerador estratégico “g7” para reserva e nem para restrição superior de geração, como visto nas Figuras 4.18 a 4.23. Disso decorrerá a inexistência lucro estratégico para este gerador estratégico, como será verificado posteriormente.

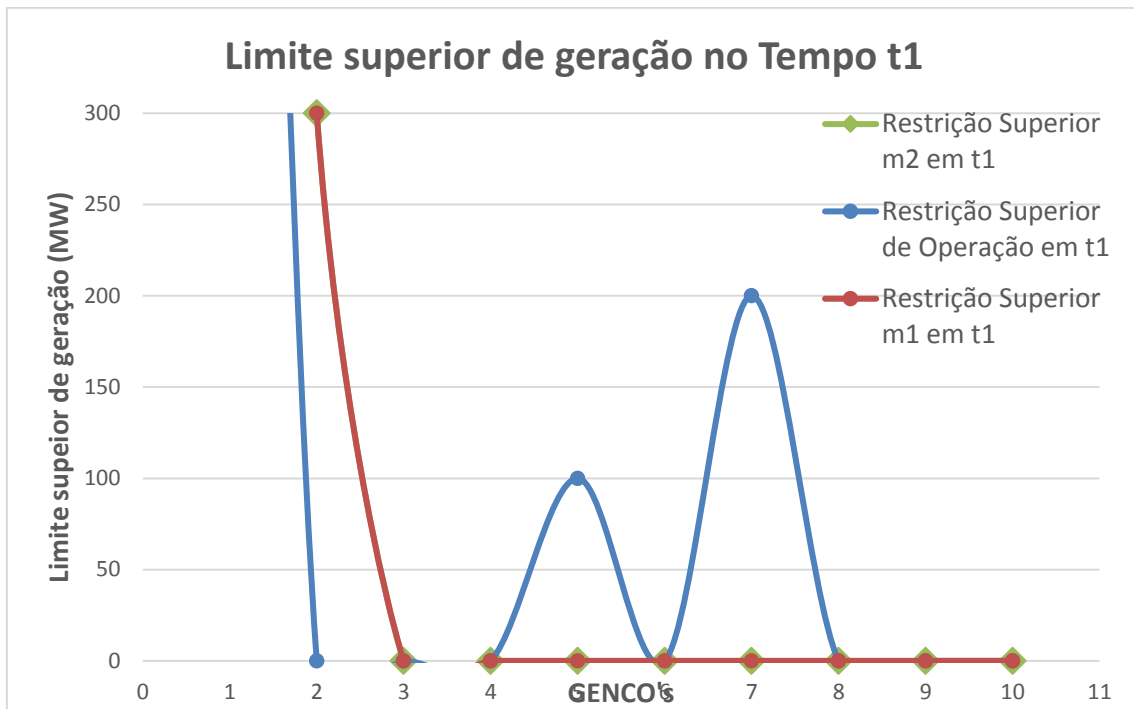


Figura 4.18 – Limite de geração por GENCO no tempo t1.

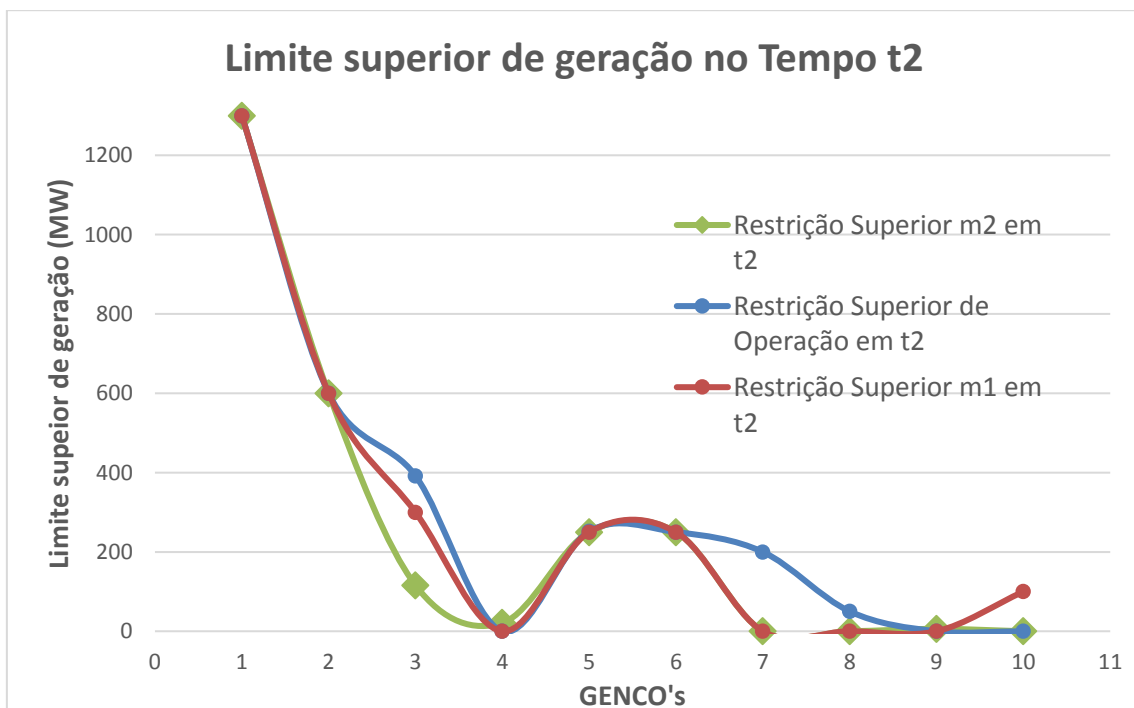


Figura 4.19 – Limite de geração por GENCO no tempo t2.

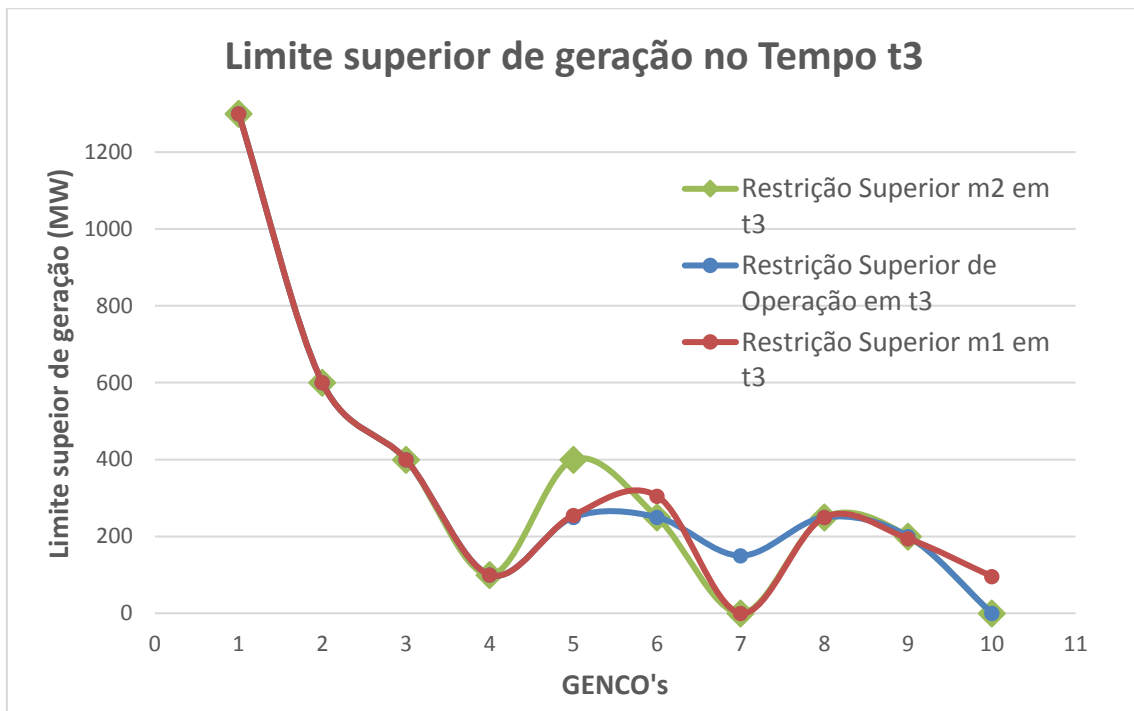


Figura 4.20 – Limite de geração por GENCO no tempo t3.



Figura 4.21 – Comportamento da reserva por GENCO no tempo t1.

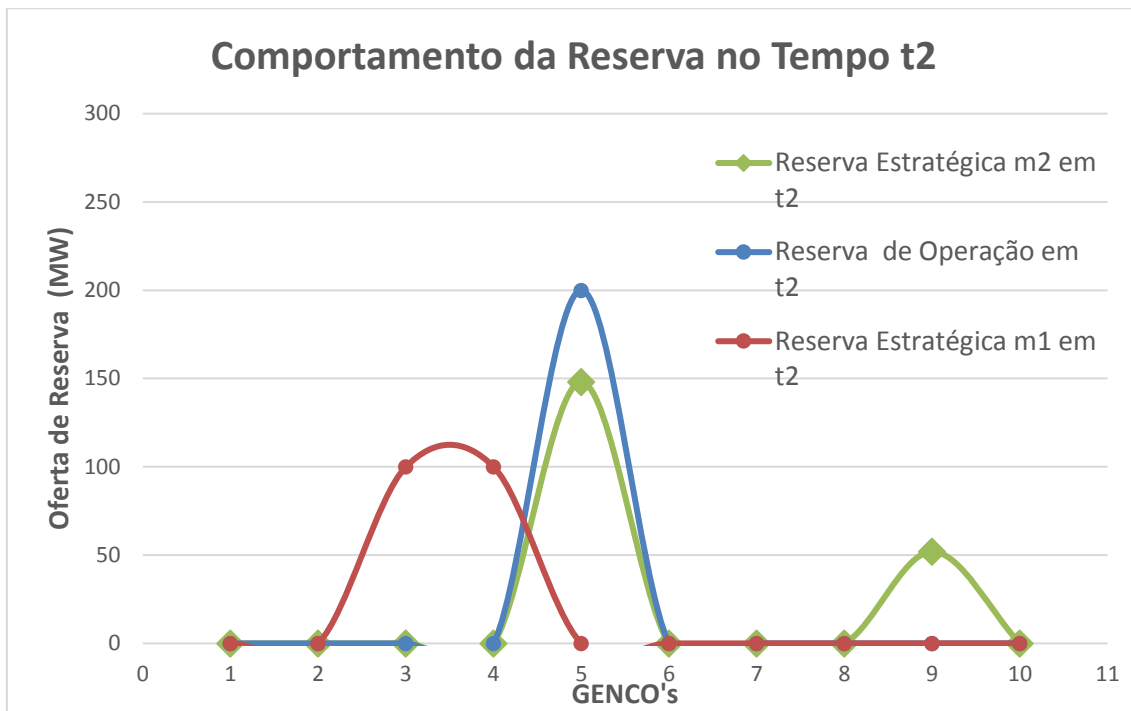


Figura 4.22 – Comportamento da reserva por GENCO no tempo t2.

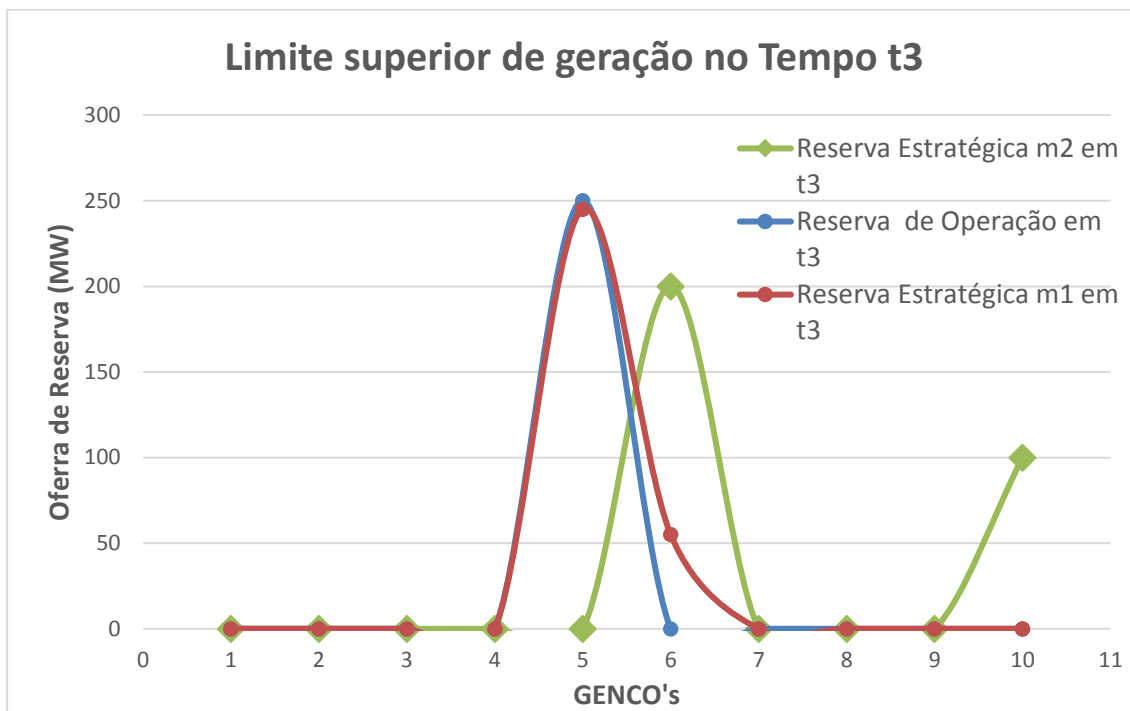


Figura 4.23 – Comportamento da reserva por GENCO no tempo t3.

A discussão em relação a faixa operativa de cada um dos GENCO's nesta seção ocorre considerando tanto os limites estratégicos definidos unilateralmente quanto os requisitos mínimos necessários para operação e atendimento a reserva. Dessa forma, nesse contexto de mercado de competição imperfeita considerando reserva outro ponto a ser questionado é o atendimento a carga e da reserva. Será atestado nas Figura 4.24 e 4.25 que a oferta satisfaz a demanda de geração e reserva para cada um dos períodos (patamares de carga) em análise. Fato de extrema importância para validação desse modelo. Os valores de oferta de geração e reserva após a simulação de mercado imperfeito podem ser encontrados na Tabela 4.16 e 4.17, respectivamente. Já os valores de demanda e reserva atendidos, como visto anteriormente, são ilustrados na Tabela 4.4, correspondendo a d_t e R_t , nesta ordem.

Como resposta aos limites superiores de operação apresentados nas Figuras 4.18 a 4.23 os valores de oferta são exatamente iguais às ofertas máximas, como visto nas Figuras 4.12 a 4.17 e nas Tabela 4.16 e 4.17. Como já mencionado, essa é condição necessária para afirmar que a escolha do ponto de operação apresentado é ótima para maximização é adequada.

A escolha entre os limites superiores de operação e os limites superiores estratégicos (“ $m1$ ” e “ $m2$ ”) foi justificada na seção 4.4 como a escolha mais economicamente viável. Neste momento basta frisar que, dadas as possibilidades impostas nesse conjunto universo de alternativas, a escolha de limites superiores de operação é única, ótima, dentro do universo de escolhas caracterizado neste trabalho por $m1$ e $m2$, e não interferem nas condições mínimas de operação requisitadas.

Tabela 4.16 – Oferta de geração (MW) por GENCO's e período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
$g_{1,t}$	1300	1300	1300
$g_{2,t}$	0	600	600
$g_{3,t}$	0	100	400
$g_{4,t}$	0	0	100
$g_{5,t}$	100	300	250
$g_{6,t}$	0	250	250
$g_{7,t}$	200	200	150
$g_{8,t}$	0	50	250
$g_{9,t}$	0	0	200
$g_{10,t}$	0	0	0

Tabela 4.17 – Atendimento a reserva (MW) por GENCO's e período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
$g_{1,t}$	0	0	0
$g_{2,t}$	0	0	0
$g_{3,t}$	0	0	0
$g_{4,t}$	0	0	0
$g_{5,t}$	100	200	250
$g_{6,t}$	0	0	0
$g_{7,t}$	0	0	50
$g_{8,t}$	0	0	0
$g_{9,t}$	0	0	0
$g_{10,t}$	0	0	0

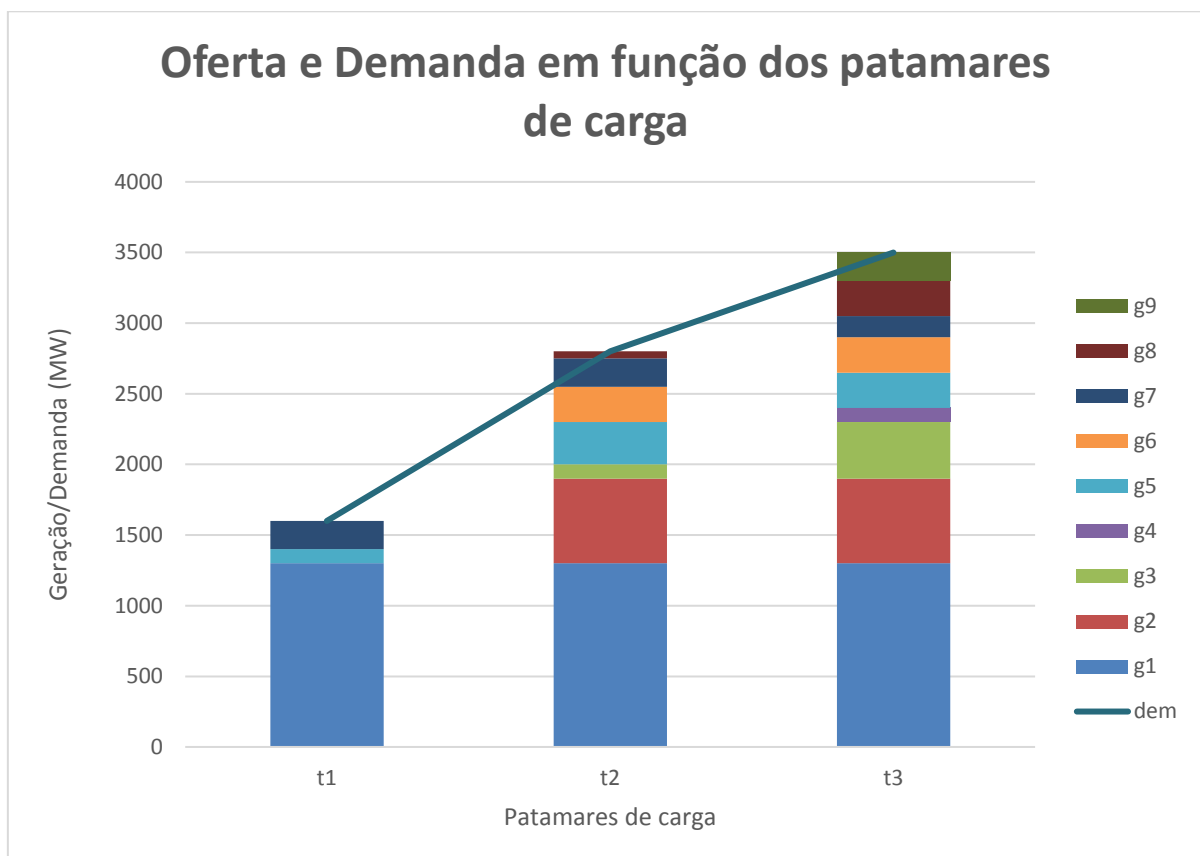


Figura 4.24 – Oferta e Demanda em função dos patamares de carga.

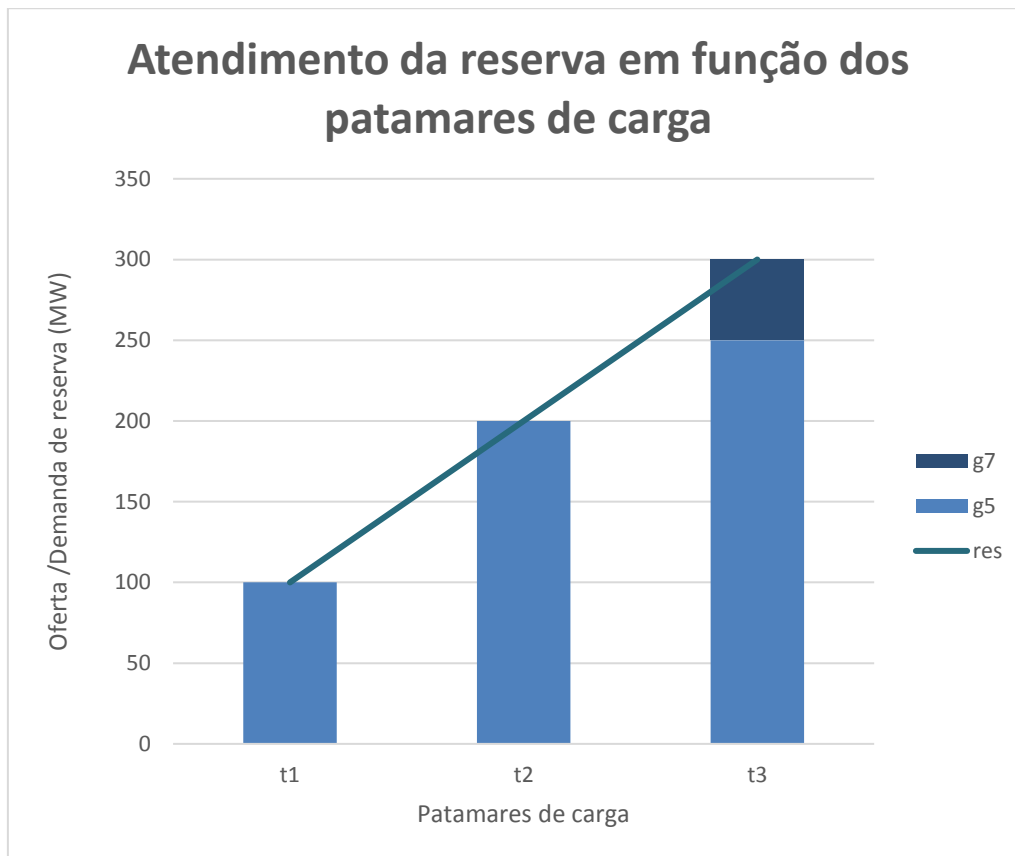


Figura 4.25 – Atendimento a Reserva em função dos patamares de carga.

Considerando que os aspectos técnicos foram todos satisfeitos, do ponto de vista do operador e dos agentes envolvidos no mercado, deve-se analisar agora o aspecto econômico da solução encontrada. Para tal serão verificados nas Tabelas 4.18 e 4.19 os preços por período (ou patamar de carga), para os problemas estratégicos e o de operação de oferta e reserva. E na Tabela 4.20 as receitas, os custos e o lucros dos GENCO's estratégicos para a condição de operação determinada.

Os valores obtidos na Tabela 4.17 e 4.18 são condizentes com o problema de otimização de mercado perfeito. Os valores de λ_t^{m1} , λ_t^{m2} iguais a zero significam que para os patamares em questão não foi possível estabelecer preço para os problemas estratégicos do modelo. Tal fato está intimamente ligado as condições de folga complementar que podem ser ou não atendidas de acordo com a severidade da restrição de capacidade instalada proposta na Tabela 4.6. Como visto no problema descrito em 4.3 essas condições recorrentes quando há mais folga nestas restrições. Devido à similaridade dos problemas estratégicos individuais com a formulação BCM, tais aspectos tornam-se mais claros a tomada de preço dada em λ_t . Nota-se que diferentemente do problema resolvido em 4.3 a maioria dos GENCO's envolvidos no despacho tem caráter não estratégico. Isso torna a proximidade da tomada de preço mais próxima de um problema BCM do que das condições de contorno de folga complementar, determinantes

naquela seção. Como já conhecido, nestes casos o preço do GENCO mais caro a participar do despacho é o indicativo de preço para operacionalização da oferta no patamar em questão. Como para o problema atual a maximização da receita é de um subgrupo menor, não há necessidade da participação do maior número de GENCO's possível. Logo, o preço é descrito por diferentes GENCO's em diferentes patamares de carga deste despacho.

Neste caso para descrição mais precisa na análise dos pontos onde houveram valores nulos de preço seria necessário, como já citado anteriormente, verificar a classificação do conjunto solução segundo o modelo de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), quanto sua convexidade, dentro das estratégias de jogo líder-seguidor, descrita por Stackelberg.

No que diz respeito aos valores encontrados na Tabela 4.18, vale destacar que esta variável segue modelagem muito semelhante dos preços de oferta (vide equações 3.4.1.17 a 3.4.1.20). Portanto o que justifica o aumento dos preços nesse caso é o baixo número de agentes que podem responder pela satisfação da reserva (equação 3.4.1.20), que na resposta desse problema se restringe aos GENCO's estratégicos. Portanto para um maior número de geradores que contribuísse para satisfazer a demanda de reserva, haveria uma diminuição do preço.

Tabela 4.18 – Preço da oferta de geração (R\$/MW) por período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
$\lambda_{1,t}$	134	167	185
λ_t^{m1}	0	0	0
λ_t^{m2}	227	109	0

Tabela 4.19 – Preço da oferta de reserva (R\$/MW) por período de tempo.

	Intervalo de tempo		
	t1	t2	t3
μ_t^R	227	243,72	10227
$\mu_{m1,t}^R$	227	294	8743,5
$\mu_{m2,t}^R$	10000	227	5433,593

Tabela 4.20 – Receitas, Custos e Lucros (R\$) dos GENCO's estratégicos.

	g5	g7
Receita	-124907650	25071150
Custo	70850	73700
Lucro	-124978500	24997450

Partindo da análise de preço e custo de operação presentes nas Tabelas 4.19, 4.18 e 4.17 é possível inferir a condição de favorecimento de mercado para o GENCO “g7” quando feita uma análise do ponto de vista do lucro e participação dos preços. Mesmo na condição de mercado imperfeito é possível notar que a posição deste agente é privilegiada em relação ao seu concorrente de menor custo. Esperava-se que este (“g5”) obtivesse maior lucro devido a sua distância do custo marginal de operação ou preço da oferta por período de carga, tanto nas situações estratégicas quanto na de operação. Mas devido a sua condição restrição de capacidade instalada inadequada e seu baixo custo, esse foi favorecido ao atendimento da reserva que não se mostrou um bom negócio ao considerar o lucro nos três patamares. Tal fato é indicativo de poder de mercado para esta condição de mercado apresentada pelo conjunto universo e suporta um processo de escolha tanto para “g5” quanto para “g7”.

De forma, reafirma-se que para esse tipo de problema mercado é possível identificar qual GENCO, ou grupo de GENCO's, possui maior tendência à maximização do lucro (caracterizando poder de mercado) e qual possui maior tendência ao prejuízo em situações estratégicas. E desse modo, há formação de um suporte para tomada de decisão quando bem definidas as condições iniciais na forma apresentada na seção 4.1.

Desde já se deve destacar que todos estudos feitos neste trabalho não consideram explicitamente as regras de regulação de um mercado real. Por isso o lucro exorbitante dos agentes de maior poder de mercado são puramente respostas ao problema de otimização de mercado imperfeito. Para um modelo real, mesmo considerando as restrições mínimas para operação, são utilizados vários outros dispositivos de ordem técnica que mitigam os lucros para que estes não assumam valores inaceitáveis. Isso pode ser implementado tanto em função de dispositivos contratuais quanto de normativos legais.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 CONCLUSÃO

Os modelos de mercado imperfeito considerando ofertas estratégicas para despacho de geração e reserva são ferramentas que auxiliam na tomada de decisão sobre posicionamentos a serem realizados. Para isso, consideram atender às condições sistêmicas de forma ampla além de destacar se determinado GENCO pertence ou não ao subgrupo que possui poder de mercado em relação aos demais quando há competição livre de regulação.

Há muitos estudos na área, utilizando diferentes modelos e técnicas de solução de acordo com a abordagem definida. Dentre as formulações, o modelo de competição imperfeita é de grande relevância e consistência para resolução de PPDN. Sua associação com as condições de equilíbrio de Nash costuma reforçar a existência de um ponto ótimo na operação desse despacho. Esse ponto é característico por sinalizar a condição extrema de mercado que satisfaz a função objetivo. Como o modelo é descrito como em um único nível e linear, o número de variáveis deste problema aumenta significativamente e, conseqüentemente, o esforço computacional necessário para obter a solução é significativo.

Neste trabalho, foi apresentado um modelo multiestágio determinístico de despacho em mercado imperfeito com ofertas estratégicas para geração e reserva, em que é considerada a maximização da receita dos GENCO's estratégicos e maximização do benefício social por meio das restrições de otimalidade forte. Dessa forma, foram apresentados resultados utilizando praticamente as mesmas condições iniciais para solução dos problemas de mercado perfeito sem reserva, mercado imperfeito sem reserva e mercado imperfeito com reserva. Com isso, foi verificado que o modelo visa sempre atender a demanda por completo e atender a faixa operativa dos agentes, minimizando a receita dos geradores não estratégicos e maximizando dos geradores estratégicos. Desse modo, a solução indicará, a partir da realidade financeira estabelecida, quais são os GENCO's favorecidos nos cenários estratégicos definidos previamente.

Como todos os cenários são levados em consideração na solução do plano, o número de produto de variáveis existentes no modelo não linear aumenta drasticamente. Este é um problema que essa abordagem apresenta, pois ao realizar a linearização destes produtos em diferentes possibilidades, o esforço computacional exigido é muito maior. E, à medida que o número de cenários ou o sistema considerado crescem, mais será exigido na hora de solucionar o problema. Vale também ressaltar que nesses casos sempre há uma relação entre esforço

computacional e precisão desejada para aproximações de produtos de variáveis. Para uma aproximação de valores que se estenda às casas decimais, algumas horas de simulação são necessárias para que um resultado factível seja encontrado.

Visando diminuir o esforço computacional necessário para a solução do problema, foi sugerido uma menor precisão dos dados de entrada e saída. Esse modelo, entretanto, possui alternativas para tratamento de não linearidades utilizadas. Uma proposta é a estratégia de solução utilizando decomposição de Benders para tal.

A formulação proposta, não pode ser verificada em relação a uma quantidade maior de cenários estratégicos e restrições necessárias para solução de um sistema mais completo, contendo transmissão, entre outros. Entretanto, é esperado que tais adendos utilizando a formulação central desse modelo possam ser implementados sem maiores conflitos. Mesmo assim é importante relatar que tais processos de otimização robusta tendem a ter caráter “explosivo”, em relação as variáveis, quando considerada a incerteza, pois são acrescentados cenários a cada restrição do problema.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como apresentado na conclusão, há a possibilidade de continuidade e aprofundamento nos temas desenvolvidos neste trabalho. Em especial:

- Dar continuidade a formulação proposta de despacho considerando outras representações de sistema mais completa. Como adição de redes de transmissão e restrições de partida e parada de determinados GENCO's.
- Realização de alteração de modelo de segmentação. Dessa forma diminuindo o número de variáveis binárias em sistemas de maior porte. Pois estas contribuem fortemente para aumento do esforço computacional necessário para obter uma solução;
- Aplicação dos modelos determinístico e estocástico para sistemas de médio e grande porte, verificando a necessidade de técnicas de solução diferentes;
- Considerar a entrada de novas fontes de geração de energia como estratégia para diminuir poder de mercado e auxiliar no atendimento a reserva;
- Aplicação dos modelos propostos para sistemas iterativos que desenvolvam o equilíbrio de Nash e as condições de KKT por meio do acoplamento entre os problemas individuais.
- Acrescentar a possibilidade de caracterização de cenários estratégicos no comportamento de um modelo a longo prazo para o despacho hidrotérmico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bard, J., "Practical bilevel Optimization: Algorithms and Applications", Kluwer, Academic Publishers, 1998.

Bertsimas, D., Litvinov, E., Sun, X. A., Zhao, J., & Zheng, T. Adaptive robust optimization for the security constrained unit commitment problem. IEEE Transactions on Power Systems, pp. 52-63, Fevereiro 2013.

Bushnell, J. _A Mixed Complementarity Model of Hydrothermal Electricity Competition in the Western United States_, Operations Research, v. 51, n. 1, pp. 80_93, 2003.

Conejo, A. J., Prieto, F. J. _Mathematical Programming and Electricity Markets_, Sociedad de Estadística e Investigación Operativa TOP, v. 9, n. 1, pp. 1_53, 2001.

Conejo, A. J., Contreras, J., Arroyo, J. M., et al. _Optimal Response of an Oligopolistic Generating Company to a Competitive Pool-Based Electric Power Market_, IEEE Transactions of Power Systems, v. 17, n. 2, pp. 424_430, 2002.

De La Torre, S., Arroyo, J. M., Conejo, A. J., et al. _Price Maker Self-Scheduling in a Pool-Based Electricity Market: a Mixed-Integer LP Approach_, IEEE Transactions on Power Systems, v. 17, n. 4, pp. 1037_1042, 2002.

Edmunds, T. A. e Bard, J. F. (1991). Algorithms for nonlinear bilevel mathematical programs. IEEE Transactions on Systems, Man, And Cybernetics, 21(1):83–89.

Escobar, A. H., Romero, R., & Gallego, R. A. Transmission network expansion planning considering multiple generation scenarios. IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition, 2008.

Floudas, C., "Nonlinear and Mixed-Integer Optimization", Oxford University Press, 1995.

Frontin, S. O. (Coordenador). Prospecção e hierarquização de inovações tecnológicas aplicadas a linhas de transmissão. Goya, 2010.

Garver, L. L. Transmission network estimation using linear programming. IEEE Transactions on Power Applications and Systems, Outubro 1970.

Hobbs, B. F. _Linear Complementarity Models of Nash-Cournot Competition in Bilateral and POOLCO Power Markets_, IEEE Transactions on Power Systems, v. 6, n. 2, pp. 94_202, 2001.

Hobbs, B. F., Helman, U. Complementarity-Based Equilibrium Modeling for Electric Power Markets. In: Modeling prices in competitive electricity markets, d. bunn ed., J. Wiley, 2004.

Hobbs, B. F., Metzler, C. B., Pang, J. _Strategy Gaming Analysis for Electric Power Systems: an MPEC Approach_, IEEE Transactions on Power Systems, v. 15, pp. 638_645, 2000.

Kwon, R. H., Frances, D. Optimization-Based Bidding in Day-Ahead Electricity Auction Markets: A Review of Models for Power Producers. In: Handbook of networks in power systems i, energy systems, a. sorokin et al. ed. , Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012.

Marinakis, Y., Migdalas, A., Pardalos, P. M. _A New Bilevel Formulation for the Vehicle Routing Problem and a Solution Method Using a Genetic Algorithm_, Jornal Global Optimization, v. 38, n. 4, pp. 55_580, 2007.

NASH, J. F. _Equilibrium Points in N-Person Games_, Proceedings of NAS, v. 36, 1950.

ONS, Institucional. “O Setor Elétrico” . Disponível em www.ons.org.br.

Ramos, A., Ventosa, M., Rivier, M. _Modeling Competition in Electric Energy Markets by Equilibrium Constraints_, Utilities Policy, v. 7, n. 4, pp. 233_242, 1999.

Wang, Y., Li, H., Dang, C. _A New Evolutionary Algorithm for a Class of Nonlinear Bilevel Programming Problems and Its Global Convergence_, IFORMS Jornal on Computing, v. 23, n. 4, pp. 68_629, 2011.

Weber, J. D., Overby, T. J. _An Individual Welfare Maximization Algorithm for Electricity Markets_, IEEE Transactions on Power Systems, v. 17, n. 3, pp. 590_596, 2002.

Vinasco, G., Rider, M. J., & Romero, R. A strategy to solve the multistage transmission expansion planning problem. IEEE Transactions on Power Systems, Novembro, 2011.

APÊNDICE

APÊNDICE A. EQUACIONAMENTO LINEAR EM ÚNICO NÍVEL

$$\max_{g,r} \sum_{t \in T} \sum_{j \in \Omega_j} (c_j g_{j,t} + c_j^R r_{j,t}) \quad (3.4.2.1)$$

s.a:

(Primeiro nível)

$$\hat{g}_{i,t} = \sum_k b_{k,i,t} \delta_{k,i,t} G_{i,t}^{máx} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.2.2)$$

$$\hat{r}_{i,t} = \sum_k b_{k,i,t}^R \delta_{k,i,t}^R G_{i,t}^{máx} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.2.3)$$

$$g_{i,t}^{min} \leq \hat{g}_{i,t} \leq G_{i,t}^{máx} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.2.4)$$

$$r_{i,t}^{min} \leq \hat{r}_{i,t} \leq G_{i,t}^{máx} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.2.5)$$

$$g_{i,t}^{min} \leq g_{i,t} \leq \hat{g}_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.2.6)$$

$$r_{i,t}^{min} \leq r_{i,t} \leq \hat{r}_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.2.7)$$

$$g_{i,t}^{min} + r_{i,t}^{min} \leq g_{i,t} + r_{i,t} \leq G_{i,t}^{máx} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.2.8)$$

(Problema do operador)

$$\begin{aligned} & \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} (c_i g_{i,t} + c_i^R r_{i,t}) = \sum_{t \in T} \lambda_t d_t + \\ & \sum_{t \in T} \mu_t^R R_t + \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu_{i,t}^{min} g_{i,t}^{min} - \\ & \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu_{i,t}^{max} G_{i,t}^{máx} + \\ & \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu g_{i,t}^{min} g_{i,t}^{min} - \\ & \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \sum_{k \in \Omega_K} \alpha g_{k,i,t}^{max} \delta_{k,i,t} G_{i,t}^{max} + \\ & \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu r_{i,t}^{min} r_{i,t}^{min} - \\ & \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \sum_{k \in \Omega_K} \alpha r_{k,i,t}^{max} \delta_{k,i,t} G_{i,t}^{max} \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \forall i \in \Omega_G, \forall t \in \\ & T, \forall k \in \Omega_K \end{aligned} \quad (3.4.2.9)$$

$$-M b_{k,i,t} \leq \mu g_{k,i,t}^{max} \leq b_{k,i,t} M \quad \begin{aligned} & \forall i \in \Omega_G, \forall t \in \\ & T, \forall k \in \Omega_K \end{aligned} \quad (3.4.2.10)$$

$$-M (b_{k,i,t} - 1) \leq \mu g_{k,i,t}^{max} - \alpha g_{k,i,t}^{max} \leq (b_{k,i,t} - 1) M \quad \begin{aligned} & \forall i \in \Omega_G, \forall t \in \\ & T, \forall k \in \Omega_K \end{aligned} \quad (3.4.2.11)$$

$$\mu g_{i,t}^{max} = \sum_k \mu g_{k,i,t}^{max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.2.12)$$

$$-M b_{k,i,t}^R \leq \mu r_{k,i,t}^{max} \leq b_{k,i,t}^R M \quad \begin{aligned} & \forall i \in \Omega_G, \forall t \in \\ & T, \forall k \in \Omega_K \end{aligned} \quad (3.4.2.13)$$

$$-M (b_{k,i,t}^R - 1) \leq \mu r_{k,i,t}^{max} - \alpha r_{k,i,t}^{max} \leq (b_{k,i,t}^R - 1) M \quad \begin{aligned} & \forall i \in \Omega_G, \forall t \in \\ & T, \forall k \in \Omega_K \end{aligned} \quad (3.4.2.14)$$

$$\mu r_{i,t}^{max} = \sum_k \mu r_{k,i,t}^{max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.2.15)$$

$$-M (b_{k,i,t} - 1) \leq g_{i,t} - \hat{g}_{i,t} \leq (b_{k,i,t} - 1)M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K \quad (3.4.2.16)$$

$$-M (b_{k,i,t}^{min} - 1) \leq g_{i,t} - g_{i,t}^{min} \leq (b_{k,i,t}^{min} - 1)M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K \quad (3.4.2.17)$$

$$-M b_{k,i,t}^{min} \leq \mu g_{k,i,t}^{min} \leq b_{k,i,t}^{min} M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K \quad (3.4.2.18)$$

$$-M (b_{k,i,t}^R - 1) \leq r_{i,t} - \hat{r}_{i,t} \leq (b_{k,i,t}^R - 1)M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K \quad (3.4.2.19)$$

$$-M (b_{k,i,t}^{Rmin} - 1) \leq r_{i,t} - r_{i,t}^{min} \leq (b_{k,i,t}^{Rmin} - 1)M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K \quad (3.4.2.20)$$

$$-M b_{k,i,t}^{Rmin} \leq \mu g_{k,i,t}^{min} \leq b_{k,i,t}^{Rmin} M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K \quad (3.4.2.21)$$

$$c_i - \lambda_t - \mu_{i,t}^{min} + \mu_{i,t}^{max} - \mu g_{i,t}^{min} + \mu g_{i,t}^{max} = 0 \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.2.22)$$

$$c_i - \mu_t^R - \mu_{i,t}^{min} + \mu_{i,t}^{max} - \mu g_{i,t}^{min} + \mu g_{i,t}^{max} = 0 \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T \quad (3.4.2.23)$$

$$\sum_{i \in \Omega_G} g_{i,t} = d_t \quad \forall t \in T \quad (3.4.2.24)$$

$$\sum_{i \in \Omega_G} r_{i,t} \leq -R_t \quad \forall t \in T \quad (3.4.2.25)$$

$$\hat{g}_{m,i,t}^M = \sum_k b_{m,k,i,t}^M \delta_{m,k,i,t}^M G_{i,t}^{max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.2.26)$$

$$\hat{r}_{m,i,t}^M = \sum_k b_{m,k,i,t}^{RM} \delta_{m,k,i,t}^{RM} G_{i,t}^{max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.2.27)$$

$$g_{i,t}^{min} \leq \hat{g}_{m,i,t}^M \leq G_{i,t}^{max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.2.28)$$

$$r_{i,t}^{min} \leq \hat{r}_{m,i,t}^M \leq G_{i,t}^{max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.2.29)$$

$$g_{i,t}^{min} \leq g_{m,i,t}^M \leq \hat{g}_{m,i,t}^M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.2.30)$$

$$r_{i,t}^{min} \leq r_{m,i,t}^M \leq \hat{r}_{m,i,t}^M \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.2.31)$$

$$g_{i,t}^{min} + r_{i,t}^{min} \leq g_{m,i,t}^M + r_{m,i,t}^M \leq G_{i,t}^{max} \quad \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \quad (3.4.2.32)$$

(Problema de oferta estratégica)

$$\begin{aligned}
& \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} (c_i g_{m,i,t}^M + c_i^R r_{m,i,t}^M) = \\
& \sum_{t \in T} \lambda_{m,t}^M d_t + \sum_{t \in T} \mu_{m,t}^{RM} R_t + \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu_{m,i,t}^{Mmin} \cdot \\
& g_{i,t}^{min} - \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu_{m,i,t}^{Mmax} G_{i,t}^{max} + \\
& \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu g_{m,i,t}^{Mmin} g_{i,t}^{min} - \\
& \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \sum_{k \in \Omega_K} \alpha g_{m,k,i,t}^{Mmax} \delta_{m,k,i,t}^{RM} G^{max} + \\
& \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \mu r_{m,i,t}^{Mmin} r_{i,t}^{min} - \\
& \sum_{t \in T} \sum_{i \in \Omega_G} \sum_{k \in \Omega_K} \alpha r_{m,k,i,t}^{Mmax} \delta_{m,k,i,t}^{RM} G^{max}
\end{aligned} \tag{3.4.2.33}$$

$$\begin{aligned}
& \forall i \in \Omega_G, \forall t \\
& \in T, \forall m \in \Omega_M
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-M b_{m,k,i,t}^M \leq \mu g_{m,k,i,t}^{Mmax} \leq b_{m,k,i,t}^M M \\
\Omega_M
\end{aligned} \tag{3.4.2.34}$$

$$\begin{aligned}
& \forall i \in \Omega_G, \forall t \in \\
& T, \forall k \in \Omega_K, \forall m \in
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-M (b_{m,k,i,t}^M - 1) \leq \mu g_{m,k,i,t}^{Mmax} - \alpha g_{m,k,i,t}^{Mmax} \\
\leq (b_{m,k,i,t}^M - 1) M \\
\Omega_M
\end{aligned} \tag{3.4.2.35}$$

$$\begin{aligned}
& \forall i \in \Omega_G, \forall t \in \\
& T, \forall k \in \Omega_K, \forall m \in \\
& \Omega_M
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mu g_{m,i,t}^{Mmax} = \sum_k \mu g_{m,k,i,t}^{Mmax} \\
\Omega_M
\end{aligned} \tag{3.4.2.36}$$

$$\begin{aligned}
& \forall i \in \Omega_G, \forall t \in \\
& T, \forall m \in \Omega_M
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-M b_{m,k,i,t}^{RM} \leq \mu r_{m,k,i,t}^{Mmax} \leq b_{m,k,i,t}^{RM} M \\
\Omega_M
\end{aligned} \tag{3.4.2.37}$$

$$\begin{aligned}
& \forall i \in \Omega_G, \forall t \in \\
& T, \forall k \in \Omega_K
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-M (b_{m,k,i,t}^{RM} - 1) \leq \mu r_{m,k,i,t}^{Mmax} - \alpha r_{m,k,i,t}^{Mmax} \\
\leq (b_{m,k,i,t}^{RM} - 1) M \\
\Omega_M
\end{aligned} \tag{3.4.2.38}$$

$$\begin{aligned}
& \forall i \in \Omega_G, \forall t \in \\
& T, \forall k \in \Omega_K
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mu r_{m,i,t}^{Mmax} = \sum_k \mu r_{m,k,i,t}^{Mmax} \\
\Omega_M
\end{aligned} \tag{3.4.2.39}$$

$$\begin{aligned}
& \forall i \in \Omega_G, \forall t \in \\
& T, \forall m \in \Omega_M
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-M (b_{m,k,i,t}^M - 1) \leq g_{m,i,t}^M - \hat{g}_{m,i,t}^M \\
\leq (b_{m,k,i,t}^M - 1) M \\
\Omega_M
\end{aligned} \tag{3.4.2.40}$$

$$\begin{aligned}
& \forall i \in \Omega_G, \forall t \in \\
& T, \forall k \in \Omega_K, \forall m \in \\
& \Omega_M
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-M (b_{m,k,i,t}^{Mmin} - 1) \leq g_{m,i,t}^M - g_{i,t}^{min} \\
\leq (b_{m,k,i,t}^{Mmin} - 1) M \\
\Omega_M
\end{aligned} \tag{3.4.2.41}$$

$$\begin{aligned}
& \forall i \in \Omega_G, \forall t \in \\
& T, \forall k \in \Omega_K, \forall m \in \\
& \Omega_M
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-M b_{m,k,i,t}^{Mmin} \leq \mu g_{m,i,t}^{Mmin} \leq b_{m,k,i,t}^{Mmin} M \\
\Omega_M
\end{aligned} \tag{3.4.2.42}$$

$$\begin{aligned}
& \forall i \in \Omega_G, \forall t \in \\
& T, \forall k \in \Omega_K, \forall m \in \\
& \Omega_M
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-M (b_{m,k,i,t}^{RM} - 1) \leq r_{m,i,t}^M - \hat{r}_{m,i,t}^M \\
\leq (b_{m,k,i,t}^{RM} - 1) M \\
\Omega_M
\end{aligned} \tag{3.4.2.43}$$

$$\begin{aligned}
& \forall i \in \Omega_G, \forall t \in \\
& T, \forall k \in \Omega_K, \forall m \in \\
& \Omega_M
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-M (b_{m,k,i,t}^{RMmin} - 1) &\leq r_{m,i,t}^M - r_{i,t}^{min} && \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K, \forall m \in \Omega_M \\
&\leq (b_{m,k,i,t}^{RMmin} - 1)M && \Omega_M \quad (3.4.2.44)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-M b_{m,k,i,t}^{RMmin} &\leq \mu r_{m,i,t}^{Mmin} \leq b_{m,k,i,t}^{RMmin} M && \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall k \in \Omega_K, \forall m \in \Omega_M \\
&&& \Omega_M \quad (3.4.2.45)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_i - \lambda_{m,t}^M - \mu_{m,i,t}^{Mmin} + \mu_{m,i,t}^{Mmax} - \mu g_{m,i,t}^{Mmin} + \mu g_{m,i,t}^{Mmax} &= 0 && \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \\
&&& (3.4.2.46)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_i - \mu_{m,t}^{RM} - \mu_{m,i,t}^{Mmin} + \mu_{m,i,t}^{Mmax} - \mu r_{m,i,t}^{Mmin} + \mu r_{m,i,t}^{Mmax} &= 0 && \forall i \in \Omega_G, \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \\
&&& (3.4.2.47)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i \in \Omega_G} g_{m,i,t}^M &= d_t && \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \\
&&& (3.4.2.48)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i \in \Omega_G} r_{m,i,t}^M &\leq -R_t && \forall t \in T, \forall m \in \Omega_M \\
&&& (3.4.2.49)
\end{aligned}$$

(Equilíbrio de Nash)

$$\begin{aligned}
\pi_{m,j,t}^M &= -\mu r_{m,i,t}^{Mmin} r_{i,t}^{min} && \forall t \in T, \forall j \in \Omega_j, \forall m \in \Omega_M \\
&+ \sum_{k \in \Omega_K} \alpha r_{m,k,i,t}^{Mmax} \delta_{m,k,i,t}^{RM} G^{max} && \\
&- \mu g_{m,i,t}^{Mmin} g_{i,t}^{min} && \\
&+ \sum_{k \in \Omega_K} \alpha g_{m,k,i,t}^{Mmax} \delta_{m,k,i,t}^{RM} G^{max} && \\
&&& (3.4.2.50)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\pi_{j,t} &= -\mu r_{i,t}^{min} r_{i,t}^{min} && \forall t \in T, \forall j \in \Omega_j \\
&+ \mu r_{i,t}^{max} \sum_{k \in \Omega_K} \alpha r_{k,i,t}^{max} \delta_{k,i,t} G_{i,t}^{max} && \\
&- \mu g_{i,t}^{min} g_{i,t}^{min} && \\
&+ \mu g_{i,t}^{max} \sum_{k \in \Omega_K} \alpha g_{k,i,t}^{max} \delta_{k,i,t} G_{i,t}^{max} && \\
&&& (3.4.2.51)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\pi_{j,t} &\geq \pi_{m,j,t}^M && \forall t \in T, \forall j \in \Omega_j, \forall m \in \Omega_M \\
&&& (3.4.2.52)
\end{aligned}$$