



PROJETO DE GRADUAÇÃO

**ANÁLISE DA COLHEITA DE ENERGIA EM
GERADORES PIEZOELÉTRICOS NÃO
LINEARES**

Por,
Vinícius Santana dos Santos

Brasília, 01 de Março de 2016

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**ANÁLISE DA COLHEITA DE ENERGIA EM
GERADORES PIEZOELÉTRICOS NÃO
LINEARES**

POR,

Vinícius Santana dos Santos

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof. Adriano T. Fabro, UnB/ ENM (Orientador)

Prof. Marcus Vinícius Girão de Moraes, UnB/ ENM

Prof. Sergio Henrique da Silva Carneiro, UnB/ FGA

Brasília, 01 de Março de 2016

Aos meus pais Herminísia e Givaldo, e meus irmãos Larissa e Marcel.

Vinícius Santana dos Santos

Agradecimentos

Agradeço à minha família pelo suporte, carinho e confiança que sempre me deram durante todas as etapas da minha vida. Voltar para casa todos os dias e ter as melhores companhias para dividir os desafios e alegrias foi determinante para a conclusão de mais uma grande etapa. Agradeço também à minha namorada, Monique Freitas, por ter me acompanhado em todos os momentos dessa caminhada, independente da distância e da saudade.

Em especial à Professora Aline Souza e família por não medir esforços para ensinar e oferecer o apoio necessário para a realização desse projeto. Ao Professor Adriano Todorovic por ter me recebido nessa etapa importante do projeto e por ter dado todo o apoio necessário para a conclusão deste trabalho.

Aos grandes amigos de infância que fizeram essa jornada muito mais divertida e aos grandes amigos com quem compartilhei os melhores momentos durante minha graduação. Não menos importante, agradeço a Integrar Universidade de Brasília e a equipe Draco Volans por me proporcionar momentos inesquecíveis.

Vinicius Santana dos Santos.

RESUMO

Este projeto trata da análise da presença de não linearidades em geradores piezelétricos e busca estabelecer condições em que a energia elétrica gerada é aumentada em relação ao sistema linear equivalente. Tais geradores têm sido estudados como alternativas eficientes, de baixa potência e de baixo custo para a geração de energia. Inicialmente, a sua utilização foi realizada principalmente em sistemas sujeitos a excitação harmônica. Neste caso, o melhor desempenho é obtido quando o sistema é excitado em uma de suas frequências de ressonância. No entanto, se a frequência de excitação variar sutilmente, a potência gerada reduz drasticamente. Diversas pesquisas foram dedicadas a superar essa limitação através da obtenção de geradores com uma maior banda de operação. Neste contexto, alguns trabalhos mostram que ao explorar a presença de não linearidades, sobretudo em sistemas biestáveis, a energia gerada em estruturas piezelétricas pode ser aumentada, tanto com uma fonte de excitação harmônica quanto com uma fonte de excitação aleatória. O objetivo principal do trabalho é de investigar o comportamento não linear de um sistema biestável composto por um dispositivo piezomagnetoelástico sujeito a fontes de excitação harmônico e aleatória. O gerador apresenta um aumento da geração de energia piezelétrica quando em uma configuração biestável, portanto, simulações numéricas apresentam o desempenho desse sistema na configuração biestável sob diferentes condições iniciais.

ABSTRACT

This work addresses the influence of nonlinearities in piezoelectric converter aiming to investigate conditions that the electric power generated is enhanced when compared to an equivalent linear system.

Generators have been studied as an efficient and inexpensive alternative to low power energy production. Initially, its use was conducted mainly in systems subjected to harmonic excitation. In this case, the best performance is obtained when the system is excited at one of its resonant frequencies. If the excitation frequency varies subtly, however, the power generated is dramatically reduced. Thus, several studies have been devoted to overcome this limitation by obtaining generators with a larger band operation. In this context, some studies show that exploiting the presence of nonlinearities, especially in bistable systems, the energy generated in piezoelectric structures can be increased when compared to linear systems both considering a harmonic excitation as a random excitation. The main goal of this study is to investigate the nonlinear behavior from a piezomagnetoelastic structure subjected to harmonic and random vibrations. The generator exhibits an enhancement of piezoelectric power generation in a bistable configuration and a numerical analysis presents the performance of this system under different initial conditions.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
1.1 INTRODUÇÃO	11
1.2 OBJETIVOS	13
1.3 METODOLOGIA	13
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	14
2. MATERIAIS PIEZELÉTRICOS	15
2.1 MATERIAIS INTELIGENTES	15
2.2 MATERIAIS PIEZELÉTRICOS	16
2.3 PRINCIPAIS MATERIAIS PIEZELÉTRICOS	20
3. COLHEITA DE ENERGIA	23
3.1 ASPECTOS GERAIS	23
3.2 GERADORES PIEZELÉTRICOS	24
4. SISTEMAS DINÂMICOS NÃO-LINEARES	26
4.1 ASPECTOS GERAIS	26
4.2 ESPAÇO DE FASE	28
4.3 SEÇÃO DE POINCARÉ	29
4.4 DIAGRAMA DE BIFURCAÇÃO	30
4.4 BACIAS DE ATRAÇÃO	32
5. COLHEITA DE ENERGIA EM GERADOR PIEZOMAGNETOELÁSTICO NÃO LINEAR SUJEITO A EXCITAÇÃO HARMÔNICA	33
5.1 GERADOR PIEZOMAGNETOELÁSTICO NÃO LINEAR	33
5.2 MODELAGEM DO SISTEMA	35
5.3 CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO	36
5.4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS – CÁLCULO DE POTÊNCIAS E EFICIÊNCIA	42
5.5 ANÁLISE DE RESULTADOS	51
6. COLHEITA DE ENERGIA EM GERADOR PIEZOMAGNETOELÁSTICO NÃO LINEAR SUJEITO A EXCITAÇÃO ALEATÓRIA	54
6.1 GERADOR PIEZOMAGNETOELÁSTICO NÃO LINEAR SUJEITO A EXCITAÇÃO ALEATÓRIA	54
6.2 MODELAGEM E CARACTERIZAÇÃO DO SISTEMA	55
6.3 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS – CÁLCULO DE POTÊNCIAS E EFICIÊNCIA	56
6.4 ANÁLISE DE RESULTADOS	59
7. CONCLUSÃO	60
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	62

LISTA DE FIGURAS

2.1	Representação dos domínios físicos e suas variáveis de estado [15].....	16
2.2	Efeito piezelétrico direto [28]	17
2.3	Efeito piezelétrico inverso [28]	17
2.4	Dipolos elétricos induzidos ao acoplamento eletromecânico dos materiais [15]	17
2.5	Processo de Polarização Associado aos Materiais Piezelétrico [15].....	18
2.6	Estrutura Perovskita das Cerâmicas Piezelétricas tipo PZT [24].....	20
2.7	Estrutura de uma viga composta por MFC e suas principais características [24].....	21
3.1	Representação de uma viga em balanço e seus efeitos piezelétricos associados	24
4.1	Espaço de fase para comportamentos (a) periódico, $n = 1$ (b) não periódico	28
4.2	Construção da seção de Poincaré	29
4.3	(a) Seção de Poincaré comportamento caótico; (b) Seção de Poincaré (vermelho) projetada junto ao espaço de fase correspondente [41].....	30
4.4	Exemplo de diagrama de bifurcação [40]	31
4.5	Bacia de Atração exibe coexistência de dois atratores.....	32
5.1	(a) Dispositivo magnetoelástico investigado por Moon and Holmes [43] e (b) dispositivo piezomagnetoelástico proposto por Erturk <i>et al.</i> [17].....	33
5.2	Bacia de Atração da coexistência de atratores, $\omega = 0.8 f_0 = 0.08$	37
5.3	Variação de x ao longo de tempo: (a) $(x, \dot{x}, v) = (1,1,0)$; (b) $(x, \dot{x}, v) = (1,0,0)$	37
5.4	Espaço de Fase para. Duas condições distintas: (a) Periódico e (b) Não Periódico.....	38
5.5	Seção de Poincaré. Duas condições distintas: (a) Periódico e (b) Não Periódico.....	39
5.6	Representação dos Espaços de Fase e Seções de Poincaré.	39
5.7	Diagrama de bifurcação para os parâmetros x e f_0	40
5.8	Diagrama de bifurcação para os parâmetros x e ω	41
5.9	Diagramas de bifurcação para os parâmetros f_0 e ω e identificação dos 12 casos	43
5.10	Espaço de Fase e Seção de Poincaré para casos: (a) 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 12 e (b) 4 e 9	44
5.11	Espaço de Fase e Seção de Poincaré para casos: (a) 10 e (b) 11.....	44
5.12	Caso 1 – Eficiência (η) = 47.1%	46
5.13	Caso 2 – Eficiência (η) = 21.0%	46
5.14	Caso 3 – Eficiência (η) = 4.8%	47
5.15	Caso 4 – Eficiência (η) = 62.9%	47
5.16	Caso 5 – Eficiência (η) = 3.8%	47
5.17	Caso 6 – Eficiência (η) = 67.0%	48
5.18	Caso 7 – Eficiência (η) = 30.6%	48
5.19	Caso 8 – Eficiência (η) = 7.2%	48
5.20	Caso 9 – Eficiência (η) = 61 %	49
5.21	Caso 10 – Eficiência (η) = 53.1%.....	49
5.22	Caso 11 – Eficiência (η) = 42.6%.....	49
5.23	Caso 12 – Eficiência (η) = 30.6%.....	50
5.24	Caso Linear – Eficiência (η) = 28.6%.....	50
5.25	Comparativo de P_{mec}^m e P_{ele}^m ao longo do tempo para os casos selecionados	51
5.26	Espaço de fase para casos periódicos de período 1 (Casos 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 e 12).....	52

6.1	Densidade espectral da função de forçamento $n(t)$ [47]	53
6.2	Casos 1, 2, 3 e 4 ($f_0 = 0.1$) - Espaço de Fase para os quatro valores de σ^2	56
6.3	Casos 5, 6, 7 e 8 ($f_0 = 0.5$) - Espaço de Fase para os quatro valores de σ^2	56
6.4	Caso 9 ($f_0 = 1.0$) e Caso 10 ($f_0 = 2.0$) para os quatro valores de σ^2	57

LISTA DE TABELAS

2.1	Exemplos de domínios físicos e variáveis de estado associadas – adaptado de Leo (2007)	15
5.1	Parâmetros, condições iniciais e comportamento dos casos selecionados	44
5.2	Potência Adimensional Mecânica, Elétrica e eficiência para os casos selecionados	45
5.3	Casos classificados por magnitude de P_{ele}^m	51
6.1	Resultados encontrados para os 4 casos analisados	55

LISTA DE SÍMBOLOS E NOMENCLATURAS

D	Deslocamento elétrico	[C/m ²]
E	Campo elétrico	[V/m]
ε	Constante dielétrica do material	[F/m]
x	Deslocamento adimensional da ponta da viga na direção transversal	
ξ	Razão de amortecimento mecânica	
χ	Termo de acoplamento piezelétrico adimensional na equação mecânica	
κ	Termo de acoplamento piezelétrico adimensional na equação do circuito elétrico	
λ	Recíproco da constante de tempo adimensional	
f	Amplitude de excitação devido a aceleração da base	
ω	Frequência de excitação	
i	Corrente adimensional	
v	Tensão elétrica	
p_{mec}^{ins}	Potência Mecânica Instantânea	
p_{ele}^{ins}	Potência Elétrica Instantânea	
p_{mec}^m	Potência Mecânica Média	
p_{ele}^m	Potência Elétrica Média	
η	Eficiência de conversão de energia	
f_0	Magnitude adimensional da excitação	

Siglas

SMA	<i>Shape Memory Alloys</i>
ER	Eletroreológicos
MR	Magnetoreológico
PZT	Titanato Zirconato de Chumbo
MEMS	Sistemas Micro Eletrônicos (<i>Microelectromechanical systems</i>)
MFC	Compósito Macro Fibras
PSD	Densidade Espectral (<i>Power Spectrum Density</i>)

1. INTRODUÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO

Cada vez mais os aparelhos eletrônicos portáteis estão presentes na rotina de grande parte da população mundial, impulsionados pela evolução da capacidade de processamento e aumento de funcionalidades por parte desses dispositivos. Entretanto, as tecnologias de armazenamento de energia desses dispositivos não evoluem às mesmas taxas dos demais componentes e muitas vezes limitam a usabilidade dos aparelhos. A busca por soluções alternativas de geração e armazenamento de energia fomenta o desenvolvimento de novos materiais e metodologias capazes de perpetuar o alto crescimento dessa indústria.

Nessa busca incessante por novas formas de geração de energia, pesquisadores estão se dedicando ao estudo de materiais inteligentes para obtenção de energia a partir de vibrações do ambiente, como forma de atender a demanda energética dos dispositivos portáteis [1]. Os mecanismos de geração de energia elétrica a partir da vibração ambiente têm sido largamente investigados utilizando transdutores piezelétricos, eletromagnéticos e eletrostáticos [2-4]. O uso de materiais piezelétricos apresenta grande potencial para transformar essa tecnologia em realidade e impulsionar um crescimento significativo nos próximos anos.

Os elementos piezelétricos estabelecem um acoplamento eletromecânico ao obter energia elétrica a partir de vibrações mecânicas, processo chamado de efeito piezelétrico direto. Esse efeito é manifestado quando o material piezelétrico está acoplado a uma estrutura vibrante que promove a sua deformação, gerando energia elétrica, isto é, convertendo de energia mecânica em energia elétrica [5]. Geradores piezelétricos têm sido estudados como alternativas eficientes e de baixo custo para geração de energia.

Diversos estudos têm proposto modelos diferentes para a representação do comportamento eletromecânico de geradores piezelétricos, buscando caracterizar o sistema e prover a possibilidade de previsão das saídas elétricas a partir dos estímulos mecânicos iniciais [6-8].

Moon e Holmes [43] foram os primeiros a investigar a estrutura magnetoelástica, dispositivo que consiste em uma viga em balanço dentre dois ímãs permanentes, simetricamente localizados próximos à ponta livre da viga. Com o intuito de utilizar o dispositivo para estudos de colheita de energia piezelétrica, duas camadas de piezocerâmicas PZT foram acopladas à

superfície da viga. Essa estrutura foi conectada a um resistor para registro da tensão elétrica de saída devido a movimentação da viga, constituindo-se assim um gerador bimorfo [44].

Inicialmente os geradores foram dimensionados para sistemas lineares sujeitos a excitação harmônica, onde o melhor desempenho é obtido quando o sistema é excitado na frequência de ressonância de um dos seus modos de vibração. Porém, caso a frequência de excitação varie sutilmente, a potência gerada reduz drasticamente. Dessa forma, diversas pesquisas foram dedicadas a superar essa limitação através da obtenção de geradores com uma maior banda de operação [9-12]. Neste contexto, alguns trabalhos mostram que, explorando-se a presença de não linearidades, a energia gerada em estruturas piezelétricas pode ser aumentada quando utilizada fonte de excitação harmônica [9-10].

O projeto de um dispositivo de colheita de energia deve ser adaptado às condições energéticas disponíveis. A maioria dos trabalhos desenvolvidos nessa área consideram que a excitação proveniente da base possui forma conhecida e, por este motivo, a excitação harmônica é tipicamente utilizada na modelagem do sistema [49].

Entretanto, grande parte dos fenômenos que permeiam o dia a dia dos geradores de energia piezelétrica operam sob excitações desconhecidas ou aleatórias. Isso posto, a análise da energia gerada do processo de colheita deveria ser avaliada utilizando as ferramentas da teoria de probabilidade [50]. A presença de não linearidades em sistemas sujeitos à excitação aleatória foi explorada e resultados similares aos sistemas sujeitos à excitação harmônica foram obtidos [13,14].

1.2 OBJETIVOS

Este projeto aborda a análise da presença de não linearidades em geradores piezelétricos e visa estabelecer, como objetivo geral, condições de excitação que induzam o aumento da potência elétrica gerada no sistema de colheita de energia.

Para que o objetivo geral seja alcançado, objetivos específicos foram estabelecidos:

- Realizar uma análise qualitativa aplicada a sistemas dinâmicos não lineares visando o mapeamento e caracterização do sistema sob excitação harmônica.
- Determinar principais condições iniciais e parâmetros de controle nos quais o sistema apresenta regiões de interesse para o estudo da colheita de energia, tanto para o sistema sujeito a excitações aleatórias quanto harmônicas.
- Efetuar cálculo das potências de entrada (mecânica) e saída (elétrica) e respectiva eficiência do processo de conversão de energia, tanto para o sistema sujeito a excitações aleatórias quanto harmônicas.
- Investigar comportamento do sistema biestável, com três pontos de equilíbrio, demonstrando em quais condições o sistema consegue maximizar o fornecimento de energia.
- Comparar os resultados com o sistema linear equivalente (excitação harmônica)

1.3 METODOLOGIA

Duas metodologias distintas são utilizadas no desenvolvimento desse trabalho: (i) a primeira tratará do sistema sob fonte de excitação harmônica; (ii) e a outra do sistema sujeito à fonte de excitação aleatória.

No contexto do sistema sujeito à excitação harmônica, primeiramente será utilizada a ferramenta de análise de sistemas dinâmicos não lineares conhecida como Bacia de Atração com o intuito de identificar a coexistência de diferentes atratores. Em um segundo momento será necessário gerar o Espaço de Fase e Seção de Poincaré para condições iniciais obtidas na Bacia de Atração, caracterizando a periodicidade ou não periodicidade dos atratores. Por último, o diagrama de bifurcação é gerado para identificar o comportamento global do sistema, em especial as rotas para o caos, variações na resposta de um sistema que conduzem o surgimento do comportamento caótico. Analiza-se as respostas do sistema à variação frequência ω e da amplitude de excitação devido à base f_0 .

A partir dos diagramas de bifurcação, doze casos com diferentes condições iniciais e parâmetros de controle serão escolhidos para o cálculo de potência (elétrica e mecânica) e eficiência de conversão de energia. A análise dos resultados obtidos é então realizada.

Para o caso aleatório, a metodologia descrita anteriormente não é aplicável. Dessa forma, a caracterização e modelagem do sistema foram realizadas baseando-se em metodologias e estudos prévios. A influência da magnitude da excitação da base f_0 e da função de forçamento $n(t)$ nas potências de saída e na eficiência do processo é investigada a partir de casos distintos, onde a magnitude adimensional da excitação f_0 é definida e o comportamento do sistema é observado para diferentes valores da variância da excitação σ^2 . Uma análise detalhada dos resultados é então realizada.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho é dividido e apresentado em sete capítulos:

- Capítulo 1: breve introdução, objetivos e metodologia serão apresentados.
- Capítulo 2: breve introdução aos materiais piezelétricos, abordando suas principais características as mais diversas aplicações.
- Capítulo 3: estudo sobre os dispositivos de colheita de energia, dando ênfase aos geradores lineares e não lineares.
- Capítulo 4: apresentação de conceitos fundamentais sobre identificação, classificação e análise de sistemas não lineares.
- Capítulo 5: apresentação de estudo qualitativo do sistema não linear sob excitação harmônica, com o intuito de entender o comportamento global do sistema. A potência mecânica de entrada, potência elétrica de saída e eficiência do sistema são calculadas.
- Capítulo 6: exposição do sistema sujeito à excitação aleatória, apresentando a modelagem do sistema, sua caracterização e cálculo das potências e eficiência.
- Capítulo 7: discussão sobre os resultados obtidos, conclusões e perspectivas de trabalhos futuros.

2. MATERIAIS PIEZELÉTRICOS

Este presente capítulo apresenta uma breve introdução ao tema dos materiais piezelétricos, suas principais características e aplicações.

2.1 MATERIAIS INTELIGENTES

Materiais inteligentes são caracterizados por possuírem a capacidade de converter energia entre múltiplos domínios físicos. Domínios físicos são definidos como qualquer quantidade física que pode ser descrita por um conjunto de duas variáveis de estado, que podem ser interpretadas como um meio de caracterização de tamanho ou posicionamento [15].

Quando uma mudança na variável de um estado de um domínio físico causa uma mudança na variável de estado de um outro domínio físico, observamos o fenômeno de acoplamento entre domínios físicos. Por exemplo, no acoplamento termomecânico existe um tipo de interrelação entre o domínio físico térmico e o mecânico.

Tabela 2.1. Exemplos de domínios físicos e variáveis de estado associadas [15].

Mecânico	Elétrico	Térmico	Magnético	Químico
Tensão Deformação	Campo Elétrico Deslocamento Elétrico	Temperatura Entropia	Campo Magnético Fluxo Magnético	Concentração Fluxo Volumétrico

Alguns exemplos desses materiais são as chamadas ligas de memória de forma SMA (*Shape Memory Alloys*), capazes de transformar energia térmica em deformação mecânica associadas ao fenômeno de transformação de fase martensíticas. Existem também os materiais eletorreológicos (ER) e magnetorreológicos (MR) que possuem suas propriedades físicas alteradas na presença de campos elétricos ou magnéticos.

A Figura 2.1 apresenta uma representação visual do conceito de domínios físicos e do acoplamento entre eles. Os acoplamentos entre os domínios físicos são representados pelas setas, indicando tanto o efeito inverso, quanto o efeito direto. Por exemplo, a variação de tensão mecânica devido a um potencial elétrico é chamada de efeito piezelétrico inverso, enquanto a produção de um sinal elétrico a partir de uma variação mecânica é chamada de efeito piezelétrico [15].

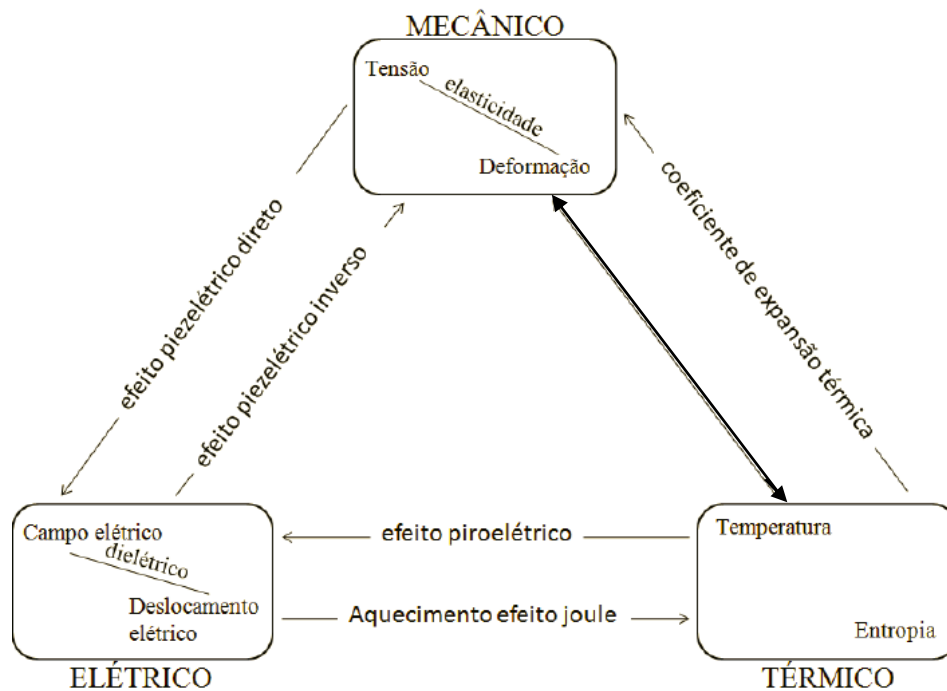


Figura 2.1 - Representação dos domínios físicos e suas respectivas variáveis de estado (Leo, 2007 – com adaptações)

2.2 MATERIAIS PIEZELÉTRICOS

Os estudos da piroeletricidade, fenômeno caracterizado pelo surgimento de eletricidade a partir do aquecimento de cristais já eram conhecidos desde o início do século XIX. De acordo com a teoria, o efeito piroelétrico é simplesmente a manifestação do coeficiente de temperatura devido à polarização permanente de cristais. O chamado efeito piezoeletrico, no entanto, foi descoberto por Pierre e Jacques Currie, em 1880, ao notar a eletrificação dos cristais simétricos devido à pressão. De maneira simples, quando um material é comprimido e, por consequência, sofre uma deformação, uma carga elétrica é identificada nos eletrodos localizados em sua superfície [16,17].

Os materiais piezoeletricos são caracterizados por possuírem dois efeitos distintos, chamados de efeito direto e efeito inverso, representados na Figura 2.2 e 2.3. O efeito direto é caracterizado quando as tensões mecânicas resultantes de uma força externa atuante no corpo induzem a formação de um campo elétrico que gera um potencial elétrico. O efeito inverso ocorrerá quando esse material for submetido a uma diferença de potencial elétrico aplicado em seus eletrodos, provocando uma queda de tensão e, por consequência, uma deformação mecânica [2].

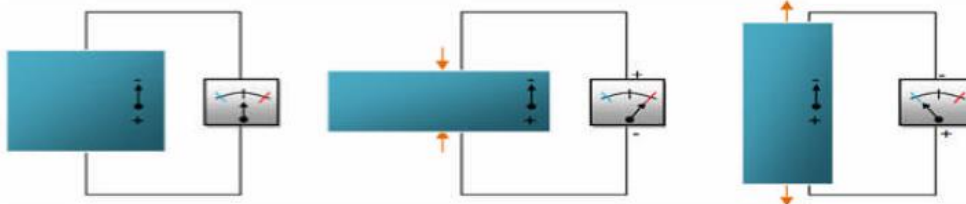


Figura 2.2 – Efeito piezométrico direto [28].

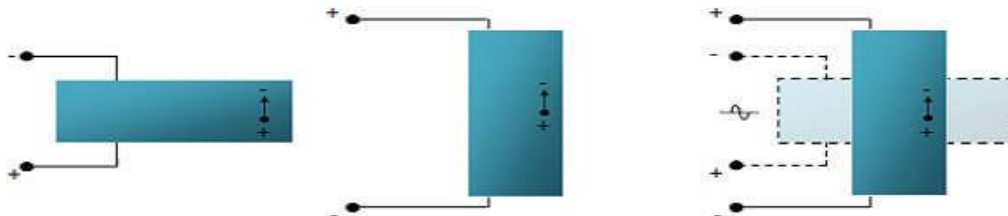


Figura 2.3 – Efeito piezométrico inverso [28].

Normalmente os dois efeitos coexistem em um mesmo material piezométrico. Por conseguinte, mesmo em uma aplicação onde o efeito direto seja particularmente mais interessante, como no caso da colheita de energia, ignorar a presença do efeito inverso seria termodinamicamente inconsistente [17].

Os materiais piezométricos pertencem a uma classe mais ampla de materiais chamada de ferroelétricos, que possuem como característica sua estrutura molecular orientada, permitindo ao material exibir um dipolo elétrico – uma breve separação líquida entre cargas positivas no cristal e cargas negativas associadas, que normalmente orientam-se aleatoriamente no material [2]. A Figura 2.4 ilustra os dipolos elétricos dos materiais ferroelétricos.

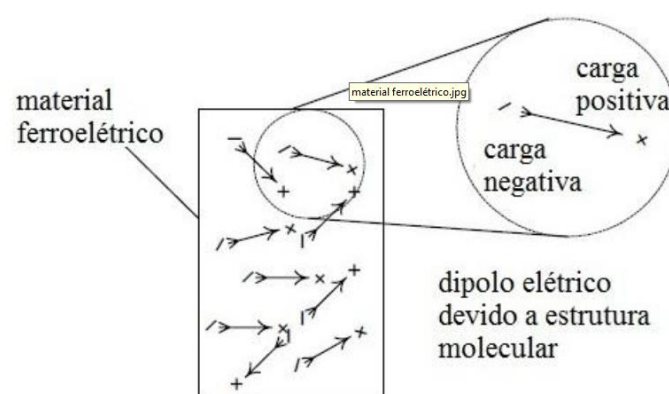


Figura 2.4 – Dipolos elétricos que induzem ao acoplamento eletromecânico dos materiais piezométricos [15]

Vários cristais naturais foram identificados com propriedades piezelétricas no início do século XX. Os materiais que mostram piezeletricidade possuem diversas formas, podendo ter origem natural ou artificial, como os cristais de quartzo, a cana-de-açúcar e o sal de Rochelle ou Tartarato de Sódio e Potássio [19].

Em condições normais, os dipolos elétricos estão dispostos de maneira aleatória e não possuem um acoplamento eletromecânico entre os comportamentos mecânico e elétrico suficientemente forte que permitam que sejam usados em aplicações de engenharia [17]. Por isso faz-se necessário um tratamento metalúrgico para que o material apresente as características aplicáveis do efeito piezelétrico.

O primeiro passo para realizar a polarização consiste no aquecimento do material até a chamada temperatura de Curie, fazendo com que exista a perda na polarização eletrostática. Após esse alto aquecimento o material é submetido a um forte campo elétrico, reorientado os dipolos de acordo com o campo, como mostrado na Figura 2.5. Quando o material for esfriado novamente os dipolos manterão essa orientação e o material estará polarizado, apresentando o efeito piezelétrico. Portanto, a orientação dos dipolos amplifica o efeito piezelétrico no material [15].

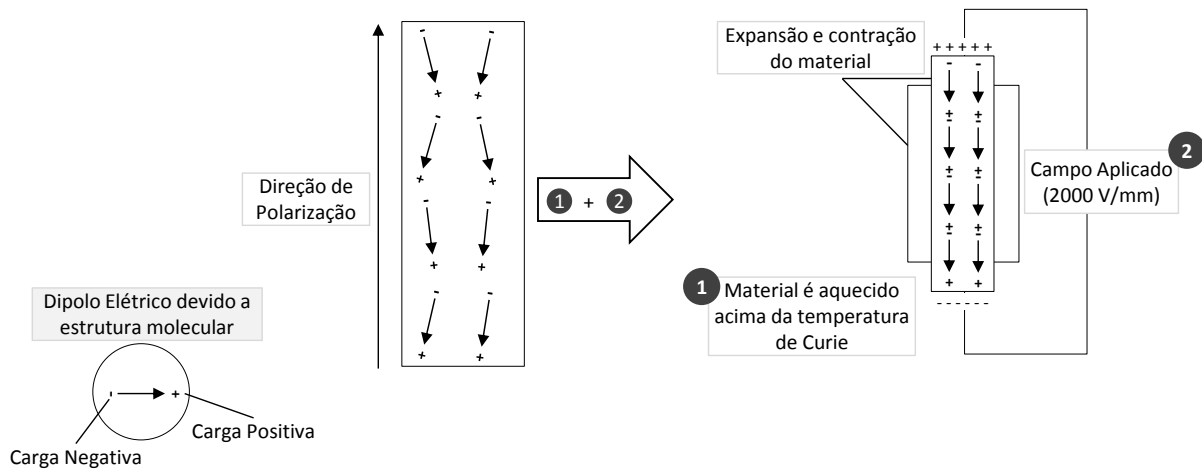


Figura 2.5 – Processo de Polarização associado aos materiais piezelétrico [15]

Os comportamentos mecânicos e elétricos de materiais piezelétricos podem ser modelados por uma expressão matricial que relaciona duas equações constitutivas lineares. Expressa-se o deslocamento elétrico “D” [C/m²] como função do vetor campo elétrico “E” [V/m] e das constantes dielétricas do material “ε” [F/m]; e a deformação mecânica “S” como função das tensões mecânicas “T” e das constantes elásticas “s” [N/ m²] do material. A expressão matricial é apresentada na equação 2.1, segundo as notações apresentadas por Leo, [15]. A parte superior

da equação representa o efeito piezométrico inverso e a parte inferior corresponde ao efeito direto.

$$\begin{Bmatrix} S \\ D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s & d \\ d & \varepsilon \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} T \\ E \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

A constante piezométrica “d” representa uma relação de proporcionalidade entre a deformação mecânica e o campo elétrico aplicado. Dessa forma, pode ser utilizada como métrica de comparação das propriedades piezométricas do material investigado. A constante elástica “s” aponta uma relação de proporcionalidade entre a tensão mecânica aplicada e a deformação subsequente. De maneira análoga, a constante dielétrica “ε” define a relação de proporcionalidade entre o campo elétrico aplicado e a densidade de fluxo elétrico originada. É comum encontrar citações com a constante piezométrica “g”, explicitada como a razão entre a constante piezométrica “d” e a constante dielétrica do material “ε”, correlacionando, então, a resposta dada pela tensão elétrica do material ao ser aplicada uma tensão mecânica no material.

A matriz das constantes, apresentada na Equação 2.1, apresenta simetria resultante da propriedade de reciprocidade entre os mecanismos de transdução eletromecânica do material, isto é, em um material piezométrico, o deslocamento elétrico é dependente tanto do campo elétrico, quanto da deformação mecânica. A diagonal secundária da matriz das constantes representa o acoplamento eletromecânico, dessa forma, o aumento das constantes elásticas e dielétricas representa um maior acoplamento do material [15].

A relação entre energia convertida e energia inicialmente recebida pelo material piezométrico também é chamada de rendimento do material, sendo representada pelo coeficiente de acoplamento “Θ”, de suma importância para projetos de engenharia.

2.3 PRINCIPAIS MATERIAIS PIEZELÉTRICOS

Estudos sobre a possível utilização dos materiais piezelétricos como geradores de energia começaram em meados da década de 1920, momento onde a busca por materiais mais sensíveis e com maior capacidade de produção de energia foi intensificada devido à instabilidade política e econômica global. A aplicação prática dos efeitos piezelétricos foi desenvolvida pela primeira vez por Paul Langevin em virtude da primeira guerra mundial. Langevin utilizava cristais de quartzo acoplados a estruturas metálicas para gerar ultrassom, tipo de transdutor que ficou conhecido com transdutor de Langevin. Entretanto, a dificuldade de se excitar transdutores propulsionou o início do desenvolvimento de materiais piezelétricos sintéticos [22].

O momento determinante para a evolução da sintetização de elementos para a constituição de materiais piezelétricos ocorreu em 1940, quando o Titanato de Bário demonstrou possuir propriedades térmicas e piezelétricas superiores aos cristais de quartzo. Durante a década de 1950 foi sintetizado o Titanato Zirconato de Chumbo (PZT), que veio a tornar-se a base para a construção das primeiras cerâmicas piezelétricas. Atualmente as cerâmicas de PZT são muito utilizadas na indústria por, além de suas propriedades serem melhores que os cristais polarizados, oferecem uma gama de geometrias e dimensões flexíveis devido aos processos de sinterização de pós-cerâmicos via prensagem ou extrusão [22,23].

As cerâmicas do tipo PZT apresentam estrutura chamada de Perovskita - cristalina com simetria tetragonal, romboédrica ou cúbica simples, de acordo com a temperatura do material, como mostrado na Figura 2.6. Quando a temperatura do material se encontra abaixo de sua temperatura crítica, conhecida também como temperatura de Curie, a estrutura Perovskita apresenta simetria tetragonal em que o centro de simetria das cargas elétricas positivas não coincide com o centro de simetria das cargas negativas, dando origem a um dipolo elétrico. A existência deste dipolo permite que a estrutura cristalina gere um deslocamento elétrico quando submetida a uma deformação mecânica [24]. A Figura 2.6 ilustra a estrutura das cerâmicas piezelétricas do tipo PZT em suas configurações quando abaixo e acima de sua temperatura crítica.

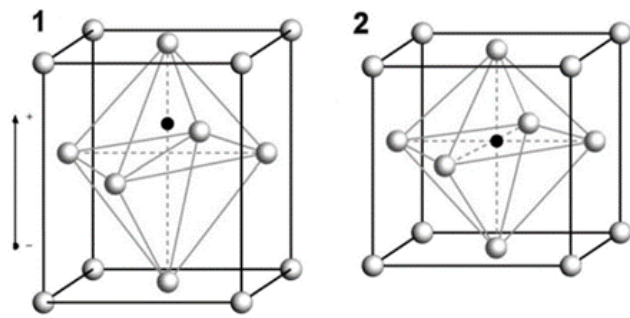


Figura 2.6 – Estrutura Perovskita das cerâmicas piezelétricas tipo PZT: 1) Abaixo da temperatura de Curie. 2) Acima da temperatura de Curie [24]

Devido a suas propriedades piezelétricas, as cerâmicas a base de PZT são encontradas em diversas aplicações na área de materiais inteligentes e colheita de energia. Dentre suas principais utilidades encontram-se os sensores e atuadores, além dos sistemas micro eletromecânicos (MEMS) [26]. Como exemplo, a viga a ser explorada por este trabalho é composta de cerâmica à base de PZT.

Apesar da grande evolução que o desenvolvimento das cerâmicas piezelétricas permitiram aos estudos de colheita de energia, foram observadas trincas de fadiga em piezocerâmicas submetidas a cargas cíclicas em altas frequências [25,26]. Com o intuito de mitigar essas falhas foram estudados novos materiais que pudessem oferecer propriedades piezelétricas e térmicas semelhantes ao PZT, porém mais flexíveis e maleáveis. Em 2002 a NASA desenvolveu o Compósito Macro Fibras (*Macro Fiber Composite* - MFC), caracterizado por ser uma viga sanduíche, composta por camadas de adesivo, eletrodos em filme de poliamida, como mostrado na Figura 2.7. O MFC possui maior flexibilidade, durabilidade, conformidade com superfícies e maior tolerância a impactos quando comparado com o PZT [25].

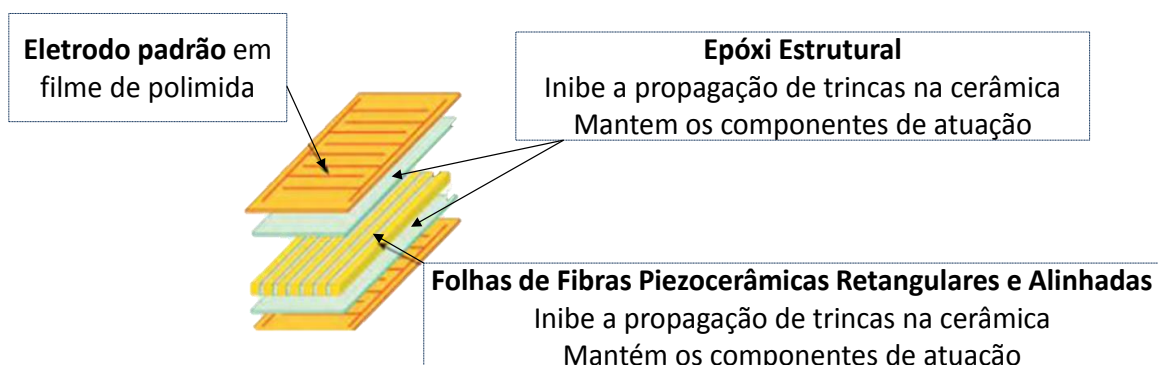


Figura 2.7 – Viga composta por MFC e suas principais características [15]

Apesar das vantagens apresentadas do MFC em relação PZT, outra característica fundamental que deve ser investigada antes da escolha do material deve ser investigada: forma de armazenamento da carga elétrica produzida. Um estudo conduzido por Sodano et. al. [47] avaliou a capacidade de recarga de baterias utilizando os dois materiais distintos. Uma carga foi aplicada na bateria por meio de um circuito simples constituído por ponte retificadora e capacitor. Após avaliar as eficiências de cada material, concluiu-se que o MFC trabalha com baixas correntes e, devido a essa característica, a recarga de baterias é demorada, tornando-se esse método ineficaz para muitas aplicações práticas de engenharia e explica o motivo de muitos trabalhos e aplicações de engenharia ainda basearem-se em cerâmicas à base PZT, principalmente quando o objetivo é o aumento da eficiência e autonomia de dispositivos remotos.

3. COLHEITA DE ENERGIA

Este tema tem por objetivo abordar aspectos fundamentais sobre colheita de energia, ou energy harvesting, expondo suas principais características, utilidades e atual estágio de desenvolvimento.

3.1 ASPECTOS GERAIS

O processo de obtenção de energia de um sistema para conversão em energia elétrica é chamado de colheita de energia. Nos últimos anos houve um aumento substancial na quantidade de pesquisas nessa área, fomentadas principalmente pelo avanço nas tecnologias *wireless* e da eletrônica, mais especificamente dos sistemas micro eletromecânicos (MEMS). A geração de energia elétrica através de vibrações estruturais foi inicialmente proposta por Williams e Yates [29]. Existem quatro mecanismos básicos de conversão de energia através das vibrações: piezelétrico, eletrostático, eletromagnético e magnetoestritivo. O uso de materiais piezelétricos é o método mais avançado e utilizado para colheita de energia [27].

Recentemente, a demanda por produtos eletrônicos portáteis teve um aumento exponencial, único na história da civilização humana. A utilização desses dispositivos, no entanto, está limitada a capacidade de fornecimento e armazenamento de energia, fatores que irão determinar a autonomia de uso do usuário. Todavia, a indústria de dispositivos de armazenamento não conseguiu evoluir nas mesmas taxas que a indústria de componentes eletrônicos, apresetando-se como uma barreira para desenvolvimento de *gadgets* com maior capacidade de processamento e gama variada de funcionalidades.

O desenvolvimento de mecanismos de colheita de energia surgiu como uma alternativa para ajudar no prolongamento da vida útil de baterias. No início da década de 1990, iniciou-se a exploração da possibilidade da utilização da energia desperdiçada em atividades cotidianas para alimentação de dispositivos portáteis [30]. Umeda et al. [31] estudaram a interação entre uma esfera de aço e uma placa revestida com material piezelétrico e a geração de energia útil através da colheita devido ao impacto entre as duas peças.

Como abordado anteriormente, o efeito piezelétrico existe em dois domínios: direto e inverso. O efeito piezelétrico direto é responsável pela habilidade do material em transformar uma deformação mecânica em energia elétrica, enquanto a segunda forma possui a propriedade de converter uma carga elétrica gerada em energia mecânica na forma de uma tensão ou

deformação. O efeito piezoelectrico direto é normalmente associado à função de sensor, enquanto a segunda forma é associado à função de atuador [27].

3.2 GERADORES PIEZELÉTRICOS

Geradores de energia piezoelectricos convertem energia de vibrações a partir do efeito piezoelectrico direto. Várias configurações são investigadas na literatura, mas geralmente a mais simples são as vigas conhecidas como *cantilever*, normalmente recobertas por um material piezoelectrico e excitadas através de sua base. Para os estudos encontrados na literatura, normalmente a viga é conectada a um circuito elétrico simples, composto por um elemento resistivo utilizado para mensurar a potência gerada através das vibrações mecânicas.

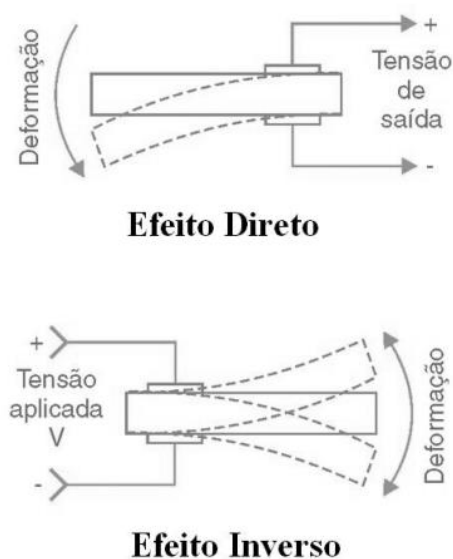


Figura 3.1 – Representação de uma viga engastada e seus efeitos piezoelectricos associados [24]

Atualmente, vários tipos de geradores estão disponíveis para utilização, de acordo com a adequação do experimento e a proposta do estudo. Uma divisão comum em relação aos geradores refere-se à quantidade de camadas que eles são constituídos: uma, duas ou várias.

Os geradores de uma camada normalmente são classificados de duas formas: longitudinal e transversal. Uma deformação Δl_{in} e uma tensão elétrica de saída V_{out} são geradas quando uma tensão mecânica provocada por uma força externa F_{in} é aplicada a uma camada do elemento piezoelectrico longitudinalmente, isto é, de forma paralela à polarização. Uma deformação mecânica Δl_{in} e uma tensão elétrica de saída também são observadas quando a força aplicada é feita na direção transversal (perpendicular à polarização).

Os geradores de duas camadas são normalmente constituídos por duas placas de material piezolétrico (PZT) e uma terceira placa de outro material entre eles. Esse substrato entre duas camadas piezolétricas normalmente é chamado de *bimorph*. Esses mecanismos são divididos em dois grupos: geradores de flexão e extensão.

Várias pesquisas a respeito de colheita de energia a partir de vibrações focam principalmente em sistemas sujeitos à excitações harmônicas. Nesses casos os melhores resultados são alcançados quando o sistema é excitado em sua frequência natural. Contudo, caso a frequência de excitação mude ligeiramente é possível identificar uma mudança drástica na potência elétrica gerada.

Dentre a variedade de artigos publicados a respeito de geradores de energia piezolétricos lineares, os estudos sobre geradores não-lineares vêm ganhando espaço na academia. A principal vantagem dos dispositivos não-lineares é a sua capacidade de atuar em uma faixa maior de frequências de vibração mantendo uma captura de energia de forma estável.

Embora haja um crescente engajamento da comunidade científica em volta de trabalhos abordando o assunto, pouca cobertura está sendo feita para quantificar os efeitos que as incertezas, no parâmetro físico do sistema, têm sobre a potência elétrica gerada. Incertezas nas propriedades estruturais propagam-se no sistema afetando as respostas, seja nas frequências naturais ou em funções de resposta em frequência (FRF) [32].

4. SISTEMAS DINÂMICOS NÃO-LINEARES

Este capítulo tem por objetivo apresentar ferramentas para análise de sistemas dinâmicos não-lineares. O objetivo é, através de uma abordagem qualitativa estudar o comportamento do sistema.

4.1 ASPECTOS GERAIS

O termo sistema dinâmico refere-se a qualquer entidade física ou abstrata na qual suas configurações, dadas a qualquer espaço de tempo, podem ser determinadas por um conjunto de variáveis do sistema cuja configuração em um tempo futuro é determinada somente por suas configurações no tempo presente e no passado através de um conjunto de regras para a transformação das variáveis do sistema [33]. De suma importância é o entendimento do conceito de variáveis do sistema, definido como o menor conjunto de variáveis que descrevem suficientemente de forma completa o estado do sistema em um determinado instante de tempo.

Em sistemas dinâmicos lineares é verificado o princípio da superposição, onde o deslocamento de qualquer partícula do meio em um dado instante é a soma vetorial dos deslocamentos que seriam produzidos por cada partícula individualmente. Para um sistema dinâmico ser tratado como linear deve-se observar que as duas condições abaixo são verificadas:

$$1. f(x + y) = f(x) + f(y) \quad (4.1)$$

$$2. f(\alpha z) = \alpha f(z) \quad (4.2)$$

onde x, y, z são vetores quaisquer e α é um escalar.

No contexto da dinâmica linear, as equações do sistema são expressões matemáticas que descrevem o comportamento físico do sistema em estudo e possuem soluções gerais que permitem determinar o comportamento futuro de sistemas simples, com poucos graus de liberdade, de forma exata, como função do estado atual do sistema [34]. O sistema de equações de um sistema linear pode mostrar-se extremamente complexas, apresentando vários tipos de estruturas lógicas associadas com suas conexões [33].

Sistemas dinâmicos não lineares, por sua vez, não seguem o princípio da superposição e sempre apresentam equações de movimento que contém variáveis de grau dois (ou maiores) ou o produto de um sistema de variáveis.

Sistemas não lineares envolvem sistemas de equações de evolução, onde o tempo é uma variável independente e possuem múltiplos atratores, um conjunto de eventos limitantes que exibem uma gama de possibilidades para o comportamento futuro das trajetórias iniciadas em diferentes pontos do espaço de eventos [33,34] .

Basicamente todos os sistemas descritíveis nos termos da mecânica clássica são fenômenos não lineares. Em sistemas reais, qualquer desvio de amplitude contudente o bastante requer termos não lineares na formulação de seu modelo. Apesar de utilizadas como material de estudos e, em muitos casos, servirem muito bem como um modelo aproximado, não existem na natureza molas, ondas ou fluidos que obedeçam uma verdadeira equação linear do movimento. Por isso o estudo de sistemas dinâmicos não lineares tem uma ampla relevância e aplicabilidade [35].

A análise da dinâmica de sistemas não lineares pode ser abordada de duas maneiras distintas. A primeira, objeto de interesse desse trabalho é a análise qualitativa que tem como objetivo apresentar uma noção geral do comportamento do sistema. A outra abordagem é quantitativa e procura analisar a evolução do sistema no tempo.

Nesse presente capítulo serão introduzidos os seguintes conceitos fundamentais para uma análise qualitativa do sistema dinâmico: Bacia de Atração, Espaço de Fase, Seção de Poincaré e o Diagrama de Bifurcação. Esses conceitos são essenciais, pois apresentam uma compreensão global do comportamento do sistema.

4.2 ESPAÇO DE FASE

O espaço de fase, também chamado de espaço de estado, é definido como o espaço vetorial de um sistema dinâmico, representado no plano cartesiano por suas variáveis dependentes, ou variáveis de estado. Cada ponto no espaço de fase representa um estado do sistema e a evolução do sistema no tempo, através de uma série de sucessões de estados, define uma trajetória. Portanto, a trajetória demonstra o histórico dos estados do sistema, e por cada ponto passa apenas uma trajetória [36].

Quando o sistema visita repetidas vezes o mesmo conjunto de pontos dado um intervalo de tempo chamado de período T , a trajetória a ser formada terá uma configuração de caminho fechado, e é possível definir que o sistema possui um comportamento periódico. Dessa forma, qualquer período pode ser representado por nT , para n qualquer número inteiro e positivo.

Na teoria de sistemas dinâmicos não lineares o número de graus de liberdade normalmente é definido como o número de variáveis dinâmicas necessárias para que se possa especificar um estado do sistema, ou, de forma equivalente, como o número de condições iniciais independentes que podem ser especificadas pelo sistema [36].

Sistemas em regime quase-periódico ou caótico apresentam um comportamento diferente, pois as trajetórias não se fecham, apresentando uma curva aberta devido à falta de periodicidade. Outras ferramentas que serão abordadas nesse capítulo são utilizadas para que a caracterização desses sistemas possa ser feita com mais precisão.

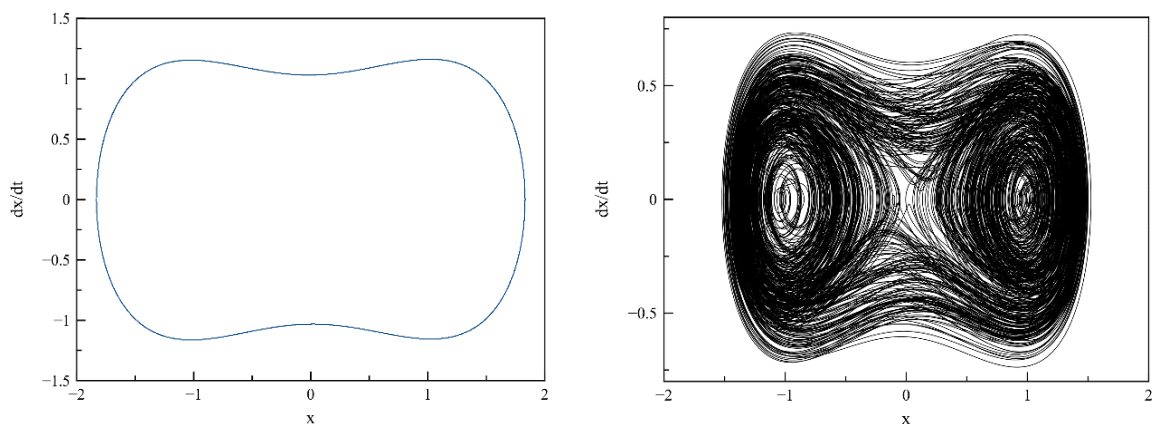


Figura 4.1 – Espaço de fase para comportamentos (a) periódico, $n = 1$ (b) caótico

Na Figura 4.1 cada um dos espaços de fase representa a projeção da trajetória correspondente a uma série temporal da posição de cada estado do sistema. Dessa forma, uma órbita periódica num sistema contínuo de tempo corresponde a um ponto fixo em um sistema discreto [37].

4.3 SEÇÃO DE POINCARÉ

A seção de Poincaré atua na redução dimensional do sistema avaliado, permitindo que um sistema dinâmico contínuo no tempo seja transformado em um sistema discreto. Portanto, a importância dessa ferramenta fica explícita, pois possibilita, através de sua representação por mapa, compreender a dinâmica global do sistema através do comportamento apresentado no espaço de fase. Além disso, essa redução permite avaliar a trajetória do espaço de fase em termos de outro parâmetro escolhido, permitindo análises relevantes para o sistema.

A concepção de uma seção ou mapa de Poincaré é baseada na definição arbitrária de um hiperplano, definido de acordo com algum parâmetro do sistema, que irá interceptar a trajetória do sistema em análise. O mapa será definido por um ponto escolhido arbitrariamente no espaço de fase e pela condição de perpendicularidade do hiperplano com a trajetória. O conjunto de pontos de intersecção constitui uma seção de Poincaré [36].

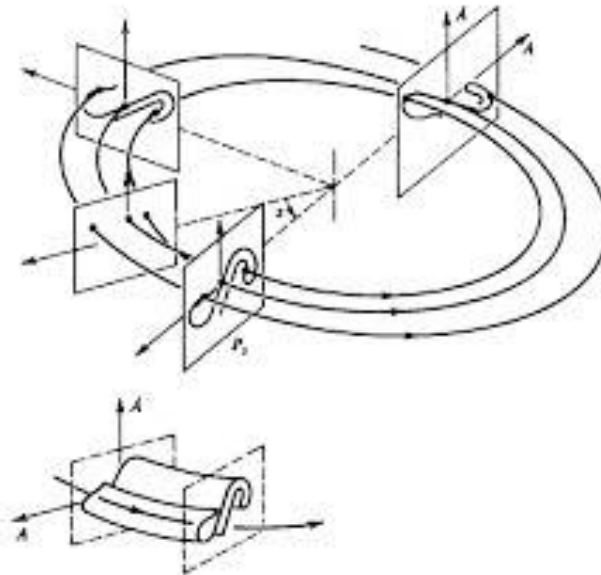


Figura 4.2 – Construção da seção de Poincaré [33].

O processo de construção de uma seção de Poincaré não é feito seguindo um procedimento geral. Para sistemas sujeitos a um forçamento harmônico, porém, é comum utilizar a fase de forçamento como parâmetro utilizado para construção do hiperplano a ser interceptado pela órbita do espaço de fase. Dessa forma, a trajetória descrita a cada intervalo discreto de tempo, sendo que a variável tempo é eliminada. Como esperado, o intervalo de tempo entre cada amostragem seguirá o período de forçamento, onde $T = 2\pi/\omega$.

A seção de Poincaré pode assumir as seguintes formas principais:

- Número finito n de pontos, indicando que a órbita tem periodicidade n . Por exemplo, para um único ponto podemos assumir um caso de órbita de período 1 e frequência ω . No caso de dois pontos, teríamos uma órbita de período 2 e frequência múltipla de ω ;
- Curva fechada formada por diversos pontos sem recorrência, representando uma órbita chamada de quase-periódica;
- Conjunto de pontos sem repetição acusando um comportamento caótico ou hipercaótico. Esse conjunto pode apresentar uma geometria fractal organizada em lamelas, com alternância de regiões vazias e densas.

A Figura 4.3 exemplifica Seções de Poincaré obtidas numericamente:

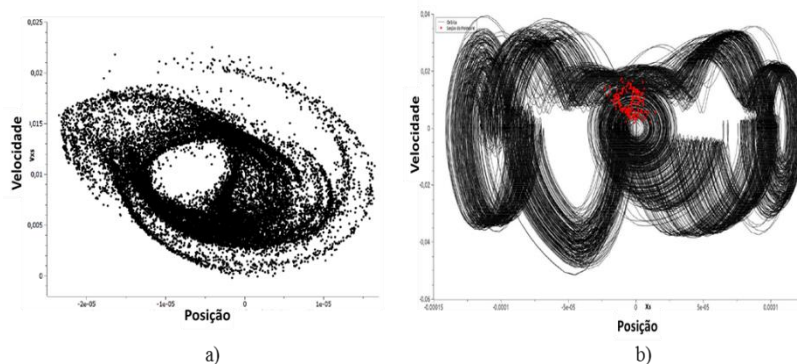


Figura 4.3 – (a) Seção de Poincaré comportamento caótico; (b) Seção de Poincaré (vermelho) projetada junto ao espaço de fase correspondente [41].

4.4 DIAGRAMA DE BIFURCAÇÃO

O termo bifurcação está associado a uma mudança qualitativa na natureza da resposta do sistema, como consequência da variação de qualquer um de seus parâmetros. Os Diagramas de Bifurcação são bastante utilizados para analisar o comportamento global do sistema, avaliando onde e como ocorrem mudanças na resposta do mesmo. Um fenômeno que não apresenta Diagrama de Bifurcação também não apresenta uma resposta caótica. Entretanto, um sistema que apresenta bifurcações não necessariamente apresenta uma resposta caótica [38].

O Diagrama de Bifurcação permite identificar as rotas para o caos, variações na resposta de um sistema que conduzem o surgimento do comportamento caótico. Além disso, permite

identificar a coexistência de órbitas em casos onde mais de uma órbita estável coexiste, gerando comportamentos singulares. As bifurcações podem se apresentar de duas formas distintas:

- Bifurcações locais – são as sequências de bifurcações;
- Bifurcações globais – mudanças bruscas de comportamentos regulares para caóticos e vice-versa. Exemplo é o caso de ocorrência de um fenômeno que ocasiona mudanças repentinas na dinâmica caótica.

O Diagrama de Bifurcação é uma representação da posição de pontos fixos em relação ao parâmetro de controle. Quando o parâmetro de controle do sistema é alterado, um comportamento caótico pode aparecer e desaparecer em diversas maneiras diferentes, por isso existe a denominação que uma mudança no parâmetro pode dar resultado a diversas rota para o comportamento caótico.

A Figura 4.4 representa um exemplo de diagrama de bifurcação, considerando um sistema de tempo discreto e unidirecional na forma de um mapa logístico definido como:

$$x_{n+1} = 4rx_n(1 - x_n) \quad (4.3)$$

onde, x_n representa a razão de uma população existente em relação a população máxima possível e r é um parâmetro do sistema. O mapa logístico definido pela equação polinomial 4.3 de grau 2 é um exemplo clássico do quão complexo um comportamento caótico pode surgir equações não-lineares simples e foi popularizado pelo biólogo Robert May, em 1976 [40].

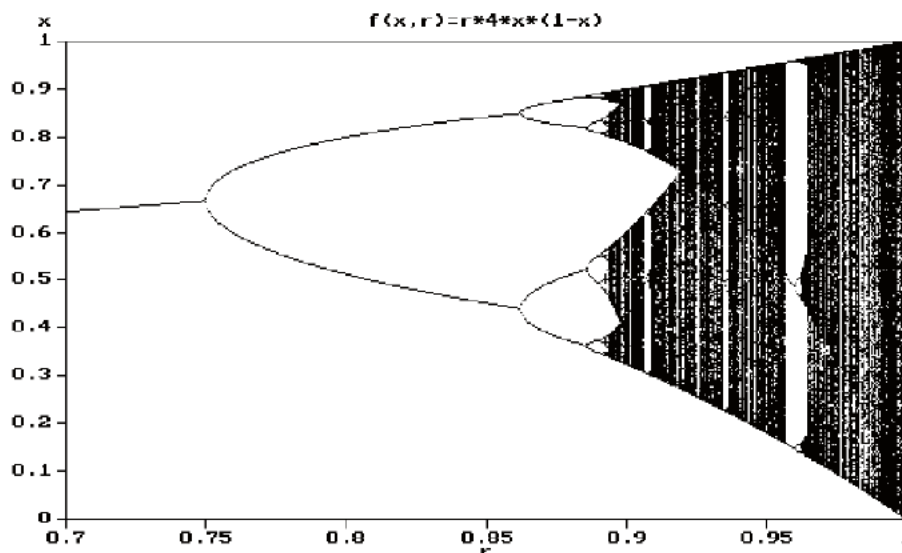


Figura 4.4 – Exemplo de diagrama de bifurcação [40].

Para valores do parâmetro $r < 0.7494$ o sistema possui apenas um ponto fixo e possui periodicidade um. Em $r \approx 0.7494$ uma bifurcação acontece e o sistema torna-se de periodicidade dois. Em $r \approx 0.8621$ novamente observamos outra bifurcação no sistema, dobrando a periodicidade novamente. Os valores de bifurcação subsequentes são 0.8858, 0.8910, 0.8921 e assim por diante. Ainda é possível observar regiões de comportamento periódico entre regiões de comportamento caótico para $0.8921 \leq r \leq 1.000$.

4.4 BACIAS DE ATRAÇÃO

Sistemas dinâmicos não lineares comumente apresentam mais de uma solução para o mesmo conjunto de parâmetros. Ao seguir a trajetória de uma determinada solução a partir de suas condições iniciais observa-se que eventualmente as trajetórias no espaço de estados do sistema vão tender a uma ou várias regiões de atração. Essas regiões são chamadas de atratores do sistema, visto que um número distinto de trajetórias irá ser atraído para esse conjunto de pontos no espaço de estados [42].

O conjunto de todas as condições iniciais que determinam as diversas trajetórias que evoluem para os atratores é chamado de Bacia de Atração. As propriedades dos atratores determinam o comportamento dinâmico do sistema e é comum a coexistência de atratores caóticos para um mesmo conjunto de parâmetros de controle. Sendo assim, algumas condições iniciais estarão localizadas no limite entre duas bacias de atração, dificultando a identificação e caracterização do sistema para determinadas condições [36].

As bacias de atração são construídas para um conjunto de condições iniciais em um espaço bidimensional. Verifica-se a trajetória de uma determinada solução para cada condição inicial, verificando qual atrator a solução evolui e identificando os possíveis atratores do sistema estudado.

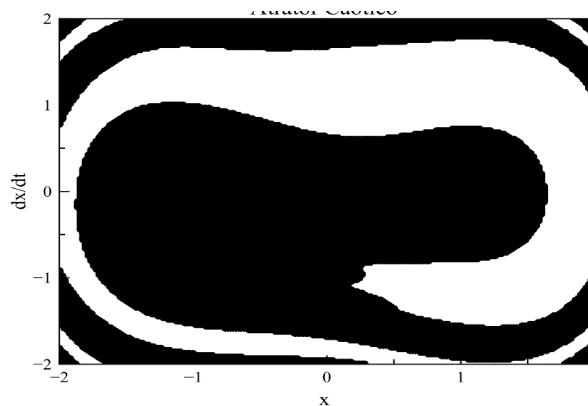


Figura 4.5 – Bacia de Atração exibe coexistência de dois atratores, identificados pelas cores branca e preta

5. COLHEITA DE ENERGIA EM GERADOR PIEZOMAGNETOELÁSTICO NÃO LINEAR SUJEITO A EXCITAÇÃO HARMÔNICA

O capítulo a seguir irá explorar o experimento base para o trabalho, iniciando as análises para o entendimento da influência de não-linearidades na colheita de energia proveniente de uma estrutura piezo-magnético-elástico sujeita a vibrações.

5.1 GERADOR PIEZOMAGNETOELÁSTICO NÃO LINEAR

A estrutura magnetoelástica demonstrada na Figura 5.1 (a) foi primeiramente investigada por Moon e Holmes [43]. O dispositivo consiste em uma viga em balanço com dois ímãs permanentes simetricamente localizados próximos a ponta livre da viga. Dependendo do espaçamento dos ímãs magnéticos a viga ferromagnética pode apresentar cinco (com três pontos estáveis), três (dois pontos estáveis) ou uma posição de equilíbrio [43].

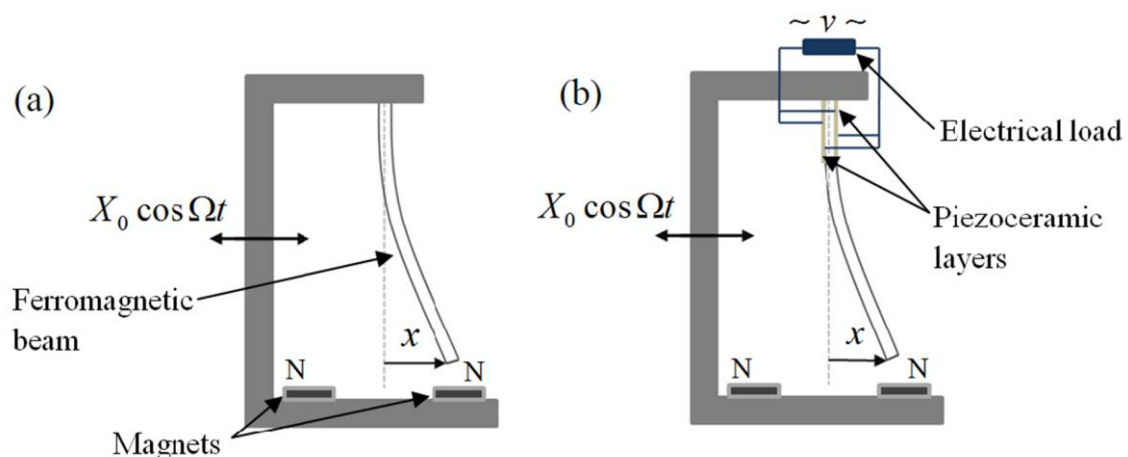


Figura 5.1 – (a) Dispositivo magnetoelástico investigado por Moon and Holmes [43] e (b) dispositivo piezomagnetoelástico proposto por Ertuk *et al.* [17].

O sistema biestável (caso com três posições de equilíbrio) possui dois comportamentos: (a) a ponta da viga oscila em volta de um ponto de equilíbrio, visitando apenas ou cavidade no caso de pequenas excitações; ou (b) pode saltar entre cavidades caso seja fornecida energia mecânica o suficiente. Os saltos entre cavidades resultam em um aumento médio da potência de saída fornecida pelo gerador piezoelétrico [46].

Dessa forma, considerando o caso para três pontos de equilíbrio (configuração biestável) a equação de acoplamento eletromecânica que descreve o movimento assume a forma uma equação diferencial não linear de segunda ordem e é expressa como:

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} - \frac{1}{2}x(1 - x^2) = F(t) \quad (5.1)$$

onde x corresponde ao deslocamento adimensional da ponta da viga na direção transversal, ξ é a razão de amortecimento mecânica, $F(t)$ corresponde à excitação da base que, no caso desse trabalho, assumirá a forma harmônica ou aleatória. A notação de ponto sobre a variável x representa diferenciações em relação a variável adimensional do tempo [17].

Com o intuito de utilizar o dispositivo para estudos de colheita de energia piezelétrica, duas camadas de piezocerâmicas PZT foram acopladas a superfície da viga. Essa estrutura foi conectada a resistor para registro da tensão elétrica de saída devido a movimentação da viga, constituindo-se assim um gerador bimorfo [44], como ilustrado na figura 5.1 (b).

Introduzindo-se o acoplamento piezelétrico à equação 5.1 e aplicando as leis de Kirchoff para um circuito com resistor tem-se que as seguintes equações eletromecânicas que descrevem um sistema dinâmico não-linear para os modos de vibração fundamentais [45]:

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} - \frac{1}{2}x(1 - x^2) - \chi v = F(t) \quad (5.2)$$

$$\dot{v} + \lambda v + \kappa\dot{x} = 0 \quad (5.3)$$

onde v é a tensão elétrica adimensional por toda a resistência da carga, ξ é a razão de amortecimento mecânica, χ é o termo de acoplamento piezelétrico na equação mecânica, κ é o termo de acoplamento piezelétrico na equação do circuito elétrico e λ é o recíproco da constante de tempo ($\lambda \propto 1/R_l C_p^{eq}$ onde R_l é a resistência a carga e C_p^{eq} é a capacitância equivalente das camadas de piezocerâmica).

As equações 5.2 e 5.3 podem ser reescritas na forma de equações em espaço de estados como:

$$\begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_2 \\ -2\xi u_2 + \frac{1}{2}u_1(1 - u_1^2) + \chi u_3 + F(t) \\ -\lambda u_3 - \kappa u_2 \end{Bmatrix} \quad (5.4)$$

onde as variáveis de estado são $u_1 = x$, $u_2 = \dot{x}$ e $u_3 = v$. As equações de acoplamento eletromecânicas dadas pela Equação 5.4 permitem a utilização de um *solver* de equações diferenciais ordinárias para uso nas simulações numéricas [45] exploradas mais adiante neste trabalho.

5.2 MODELAGEM DO SISTEMA

Considerando o dispositivo ilustrado na Figura 5.1 (b), deseja-se investigar as características de um sistema biestável (com três pontos de equilíbrio), com acoplamento piezolétrico e força de excitação harmônica em sua base. Primeiramente, a modelagem, ou a formalização matemática do comportamento do sistema será apresentada.

Dessa forma, será possível caracterizar o comportamento dinâmico global do sistema através das ferramentas da dinâmica não linear descritas no Capítulo 4. Após a identificação dos atratores principais do sistema e sua classificação, no caso periódica ou caótica, resultados de uma simulação numérica serão apresentados com o intuito de investigar qual a potência de saída do gerador e sua respectiva eficiência, dada as condições iniciais escolhidas. O resultado será comparado com o sistema linear correspondente.

Para o caso do sistema sob excitação harmônica, as equações eletromecânicas que descrevem um sistema dinâmico não-linear para os modos de vibração fundamentais são:

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} - \frac{1}{2}x(1 - x^2) - \chi v = f_0 \cos \omega t \quad (5.5)$$

$$\dot{v} + \lambda v + \kappa\dot{x} = 0 \quad (5.6)$$

onde x é o deslocamento adimensional da ponta da viga, ξ é a razão de amortecimento mecânica, ω é a frequência de excitação, f_0 é a amplitude de excitação devido a aceleração da base ($f_0 \propto \omega^2 X_0$ onde X_0 é a amplitude de deslocamento da base), χ é o termo de acoplamento piezolétrico adimensional na equação mecânica, κ é o termo de acoplamento piezolétrico adimensional na equação do circuito elétrico e λ é o recíproco da constante de tempo adimensional ($\lambda \propto 1/R_l C_p^{eq}$ onde R_l é a resistência a carga e C_p^{eq} é a capacitância equivalente das camadas de piezocerâmica). Os três pontos de equilíbrio obtidos através da equação 5.2 são $(x, \dot{x}) = (0, 0)$, chamado de sela, e $(x, \dot{x}) = (\pm 1, 0)$.

As equações (5.2.1a) e (5.2.1b) podem ser reescritas na forma de equações em espaço de estados como:

$$\begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_2 \\ -2\xi u_2 + \frac{1}{2}u_1(1 - u_1^2) + \chi u_3 + f_0 \cos \omega t \\ -\lambda u_3 - \kappa u_2 \end{Bmatrix} \quad (5.7)$$

onde as variáveis de estado são $u_1 = x, u_2 = \dot{x}, u_3 = v$.

5.3 CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO

Sistemas dinâmicos não lineares normalmente apresentam mais de uma solução para o mesmo conjunto de parâmetros. Como abordado durante o Capítulo 4, a trajetória de uma determinada solução tende a uma região de atração, portanto, a identificação dos principais atratores do sistema é um importante passo para sua caracterização. A construção de uma Bacia de Atração para o sistema permite o mapeamento de um conjunto de condições iniciais [42]. Para o sistema em estudo, dois comportamentos distintos foram observados.

De acordo com os resultados obtidos na Bacia de Atração, duas condições de contorno foram selecionadas para uma análise do Espaço de Fase, cada um representando um comportamento distinto. Foi possível concluir a coexistência de comportamento periódico e não-periódico no sistema. A utilização da Seção de Poincaré foi utilizada para determinar com mais precisão as características dos comportamentos, principalmente do não periódico, que se mostrou caótico. Por fim, um diagrama de bifurcação foi gerado com o intuito de avaliar onde e como ocorrem as mudanças de resposta do sistema.

As análises descritas possuem caráter qualitativo e foram realizadas com o objetivo de caracterizar o sistema para a análise posterior da potência elétrica de saída e eficiência para o sistema de colheita de energia piezelétrica em estudo.

Quaisquer sistemas não lineares que podem ser expressos por um conjunto de equações possuem dois tipos de variáveis – dinâmica e estática. Variáveis dinâmicas variam com o tempo, enquanto as estáticas, também chamadas de parâmetros ou controles do sistema, permanecem constante, ao menos que sejam alteradas por agente externo [36].

Os valores dos parâmetros de controle para a avaliação do sistema são $\xi = 0.01$, $\chi = 0.05$, $\kappa = 0.5$ e $\lambda = 0.05$, mesmos parâmetros utilizados por [45]. A escolha desses parâmetros garante a premissa que o sistema é biestável, com os três pontos de equilíbrio localizados em $(x, \dot{x}) = (0, 0)$ e $(x, \dot{x}) = (\pm 1, 0)$. Em suas condições iniciais o sistema é considerado em repouso no seu ponto de equilíbrio estável.

A frequência de excitação é $\omega = 0.8$ e a força de excitação devido a base $f_0 = 0.08$. Ambos parâmetros foram escolhidos de acordo com [45], com o intuito de comparação com resultados da literatura.

A figura 5.2 mostra a bacia de atração para os parâmetros iniciais descritos, onde é possível identificar a coexistência de dois atratores, um identificado de branco e o outro de preto.

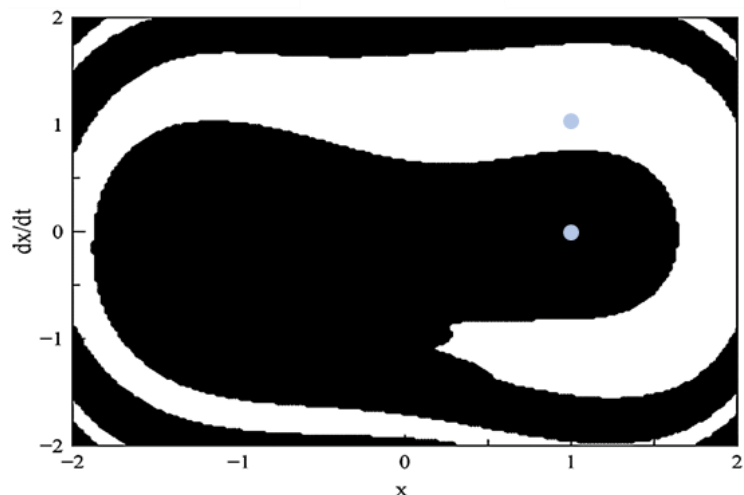


Figura 5.2 – Bacia de Atração da coexistência de atratores, identificados com as cores branco e preto para $\omega = 0.8$ $f_0 = 0.08$

A partir da Bacia de Atração exibida na Figura 5.2 duas condições iniciais (C.I.) foram escolhidas (identificadas pelos pontos azuis) com o objetivo de aprofundar a análise dos comportamentos identificados: (a) C.I. 1 - $(x, \dot{x}, v) = (1,0,0)$ e (b) C.I. 2 - $(x, \dot{x}, v) = (1,1,0)$.

Apesar de ser possível identificar a coexistência de dois atratores a bacia de atração não permite a identificação mais precisa do comportamento. O espaço de fase, no entanto, permite representar a trajetória de um estado do sistema e, assim, o caráter periódico ou não periódico da órbita. O espaço de fase dos estados do sistema definidos pelas condições iniciais 1 e 2 são mostrados na Figura 5.4.

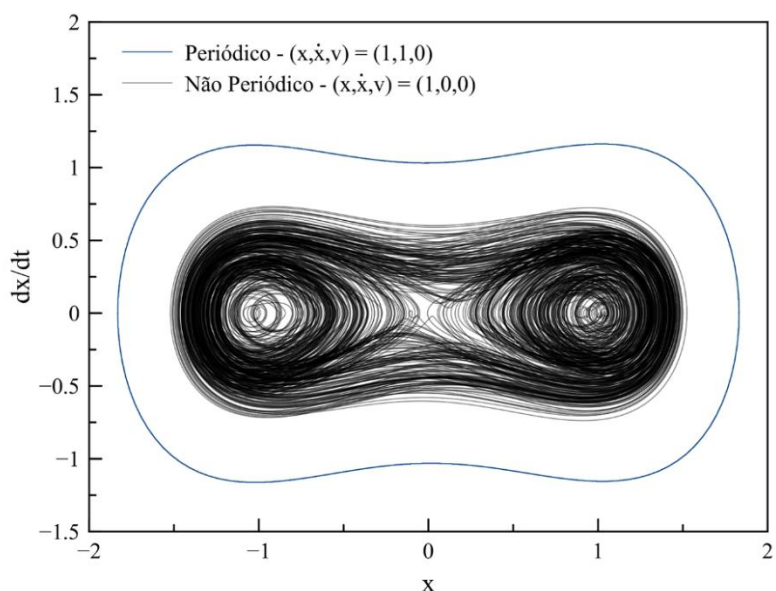


Figura 5.3 – Espaço de Fase para $\omega = 0.8$ $f_0 = 0.08$, considerando duas condições distintas: (a) $(x, \dot{x}, v) = (1,1,0)$, periódico, em azul, e; (b) $(x, \dot{x}, v) = (1,0,0)$, não periódico, em preto.

Caso, ao repetir o mesmo conjunto de pontos dado um intervalo de tempo de período T , não coincidente com o período da força de excitação, a trajetória tenha o formato de caminho fechado, então esta será classificada como periódica. Portanto, uma órbita é de período n quando percorre um ciclo completo a cada n ciclos de forçamento. Para as condições iniciais $(x, \dot{x}, v) = (1, 1, 0)$ observamos que a órbita é periódica de período 1. Considerando $(x, \dot{x}, v) = (1, 0, 0)$ observa-se que o espaço de fase demonstra uma divergência de trajetórias devido a uma sensibilidade que decorre das condições iniciais para este intervalo dos parâmetros de controle escolhidos [36]. Por conseguinte, a partir do espaço de fase é possível concluir apenas que a órbita é não periódica, podendo ser classificada em caótica ou quase-periódica.

Os comportamentos periódico e não periódico explorados na construção dos espaços de fase podem ser também observados na Figura 5.3, onde são mostrados a variação do deslocamento adimensional da ponta da viga x ao longo do tempo t . Os valores de t selecionados para a escolha foram escolhidos para que a análise não incluísse o período transiente.

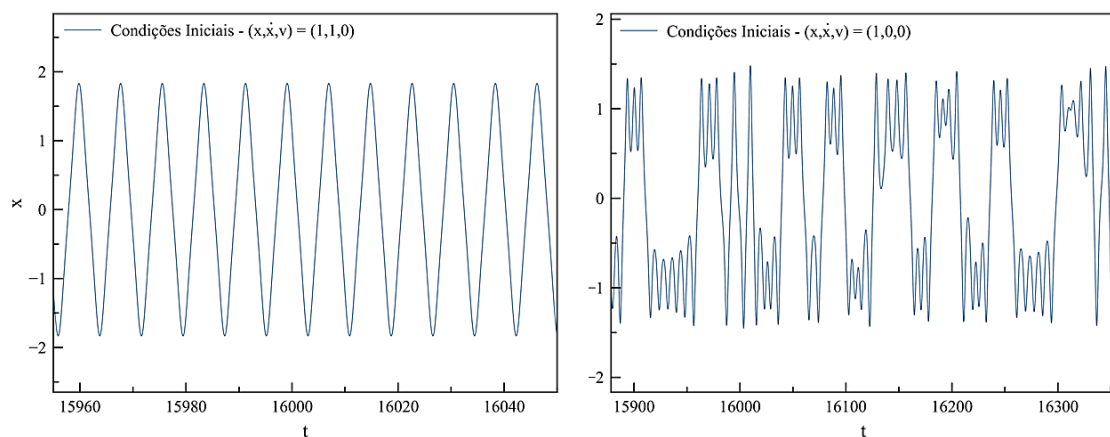


Figura 5.4 – Variação de x ao longo de tempo com condições iniciais dadas por (a) $(x, \dot{x}, v) = (1, 1, 0)$, movimento periódico, e; (b) dadas por $(x, \dot{x}, v) = (1, 0, 0)$, movimento não periódico.

A avaliação da trajetória do espaço de fase e a subsequente classificação da órbita não periódica pode ser obtida através da construção da Seção de Poincaré. Essa ferramenta consiste em um conjunto de interseções entre uma órbita definida no espaço de estados com um subespaço de menor dimensão, transformando o sistema não linear contínuo em um sistema discreto. A Figura 5.4 exibe a Seção de Poincaré para os dois casos em estudo.

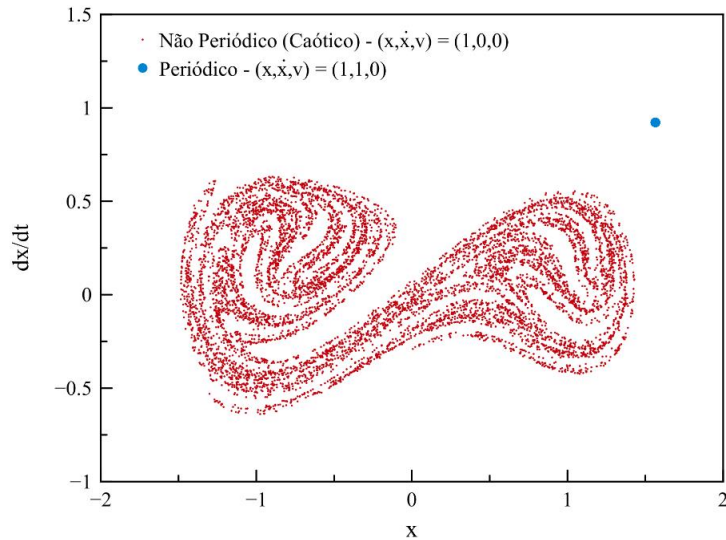


Figura 5.5 – Seção de Poincaré para $\omega = 0.8 f_0 = 0.08$. Duas condições distintas: (a) $(x, \dot{x}, v) = (1, 1, 0)$, periódico, em azul, e; (b) $(x, \dot{x}, v) = (1, 0, 0)$, não periódico, em preto.

A Figura 5.5 confirma o comportamento periódico de período 1 para o caso $(x, \dot{x}, v) = (1, 1, 0)$, pois apresenta um único ponto. No caso não periódico $(x, \dot{x}, v) = (1, 0, 0)$ é possível observar um conjunto de pontos sem repetição, apresentando uma geometria organizada em lamelas com alternância de regiões densas e vazias. Essas características definem um comportamento caótico.

As representações dos espaços de fase e Seções de Poincaré dos dois casos estudados, para $\xi = 0.01, \chi = 0.05, \kappa = 0.5, \lambda = 0.05, \omega = 0.8$ e $f_0 = 0.08$ são apresentados de forma única na Figura 5.6, como forma de facilitar o entendimento e visualização das características do sistema dinâmico não linear em estudo.

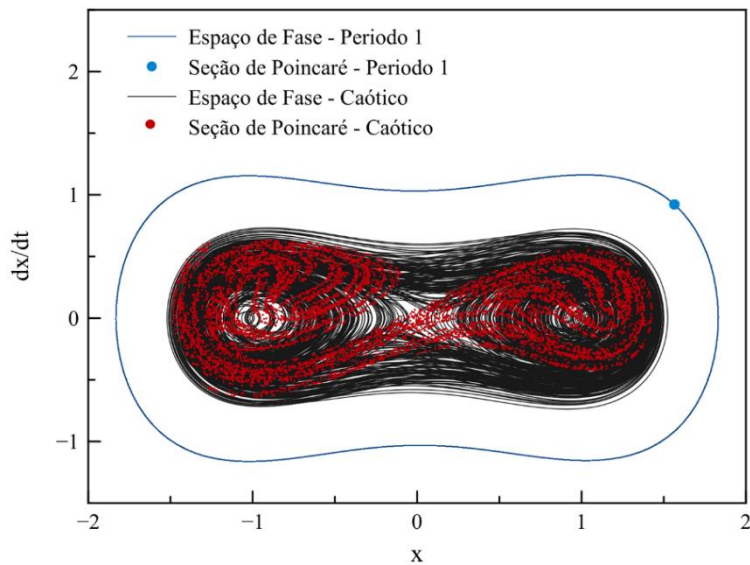


Figura 5.6 – Representação dos Espaços de Fase e Seções de Poincaré para os sistema estudado com as duas condições iniciais consideradas.

A bifurcação em um sistema dinâmico não linear está relacionada com uma mudança qualitativa na natureza do sistema como consequência da variação de um de seus parâmetros. O diagrama de bifurcação é utilizado na busca da identificação do comportamento global do sistema, com interesse mais acentuado na constatação das rotas para o caos, variações na resposta de um sistema que conduzem ao surgimento do comportamento caótico, presente no sistema em estudo.

O diagrama de bifurcação da Figura 5.7 apresenta no eixo das ordenadas o deslocamento adimensional da ponta da viga x , enquanto o parâmetro amplitude de excitação na base f_0 é variado de maneira quasi-estática, monitorando-se as variáveis de estado do sistema na Seção de Poincaré. Utilizou-se $f_0 = 0.08$ como valor central e qual fez-se uma varredura de $0.00 \leq f_0 \leq 0.16$ enquanto manteve-se inalterados os parâmetros iniciais do sistema.

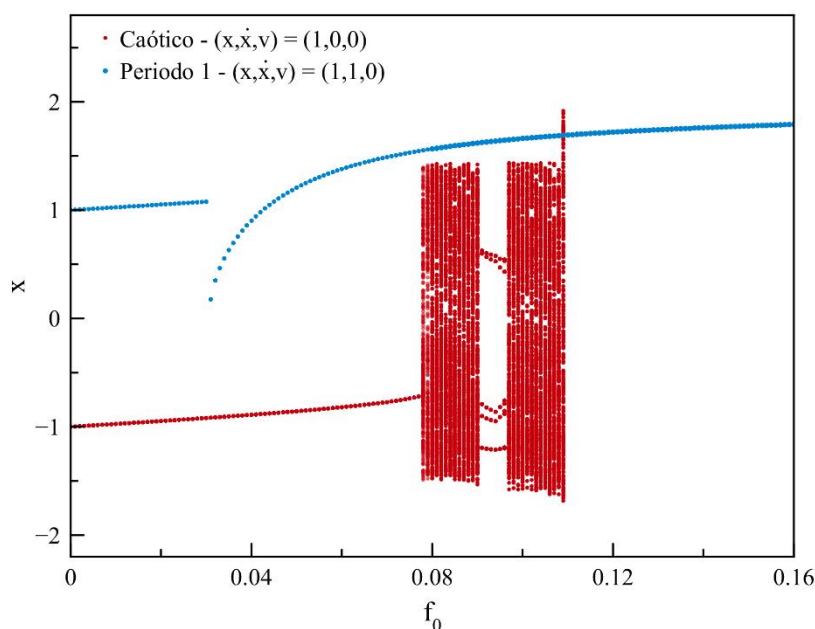


Figura 5.7 – Diagrama de bifurcação para os parâmetros x e f_0 .

Considerando o caso do comportamento definido pelas condições iniciais $(x, \dot{x}, v) = (1, 1, 0)$ indicado pela cor azul, verifica-se que o diagrama de bifurcação aponta um comportamento periódico de período 1 durante todo o intervalo de variação de f_0 .

Para as condições iniciais $(x, \dot{x}, v) = (1, 0, 0)$, identificada pela cor vermelha, na região $f_0 < 0.078$ verifica-se uma periodicidade 1; de $0.078 \leq f_0 \leq 0.090$ observa-se uma região caótica; $0.090 < f_0 < 0.097$ verifica-se uma periodicidade 5; $0.097 \leq f_0 \leq 0.109$ verifica-se novamente uma região caótica e, por fim, $0.109 < f_0 \leq 0.12$ verifica-se uma órbita de

periodicidade 1 que converge para a mesma órbita de periodicidade 1 do caso de condições iniciais $(x, \dot{x}, v) = (1,1,0)$ indicado pela cor azul.

O diagrama de bifurcação da Figura 5.8 apresenta no eixo das ordenadas o deslocamento adimensional da ponta da viga x , enquanto o parâmetro frequência de excitação ω é variado. Considerando o caso do comportamento definido pelas condições iniciais $(x, \dot{x}, v) = (1,1,0)$ indicado pela cor azul, verifica-se que o diagrama de bifurcação aponta um comportamento periódico de período 1 durante todo o intervalo de variação de ω . Utilizou-se $\omega = 0.8$ como valor central e qual fez-se uma varredura de $0.0 \leq \omega \leq 1.6$ enquanto manteve-se inalterados os parâmetros iniciais do sistema.

Para as condições iniciais $(x, \dot{x}, v) = (1,0,0)$, identificado pela cor vermelha, na região $\omega < 0.08$ verifica-se um comportamento de periodicidade 1; na região $0.081 \leq \omega \leq 0.84$ verifica-se um comportamento caótico; na região $\omega > 0.84$ uma periodicidade 1 é observada. A partir de $\omega > 1.81$ o deslocamento adimensional da ponta da viga x apresenta resultados maiores para o sistema com condições iniciais $(x, \dot{x}, v) = (1,0,0)$.

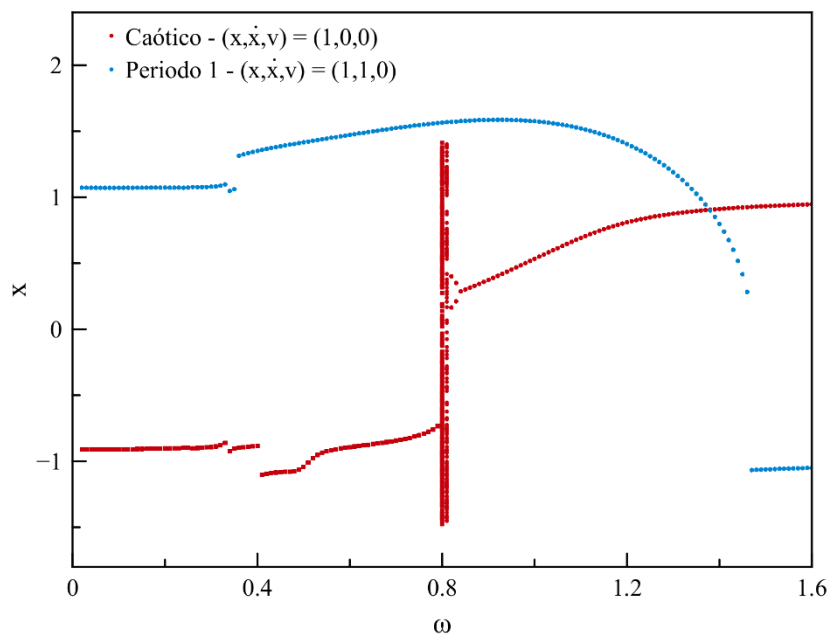


Figura 5.8 – Diagrama de bifurcação para os parâmetros x e ω .

A análise minuciosa dos diagramas de bifurcação exibidos na Figura 5.7 e a Figura 5.8 é importante para o contexto do trabalho pois balizará a escolha do conjunto de distintos pontos para o cálculo de potência e eficiência para melhor entendimento do sistema e de suas características relevantes para a colheita de energia piezométrica.

5.4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS – CÁLCULO DE POTÊNCIAS E EFICIÊNCIA

Em um sistema biestável como o estudado nesse trabalho, a ponta da viga pode saltar entre dois vales caso o sistema tenha recebido energia. Os saltos entre cavidades resultam em um aumento médio da potência de saída fornecida pelo conversor piezelétrico [46].

Por esse motivo o conhecimento de uma gama de frequências e parâmetros do sistema que implicam oscilação da ponta da viga em torno dos dois pontos estáveis de equilíbrio se torna útil, pois através dessa gama pode ser estimado a energia potencial necessária para que o sistema salte de um vale para o outro [47].

O desempenho da estrutura piezomagnetoelástica é avaliada através do cálculo das potências de entrada (mecânica) e de saída (elétrica) do sistema e a relação de conversão entre os dois valores, também chamado de eficiência de conversão do sistema, dada pela Equação (5.8).

$$\eta = \frac{p_e}{p_m} 100 [\%] \quad (5.8)$$

onde p_e e p_m representam os valores efetivos das potências mecânicas e elétricas respectivamente, e são obtidas através da tensão RMS (*Root Mean Square*) ou a raiz do valor quadrático médio. O RMS de um sinal senoidal (AC) é equivalente ao valor de um sinal constante (DC) caso os dois dispositivos expressem a mesma relação entre o calor gerado e a corrente elétrica que percorre um resistor por um determinado tempo (Efeito Joule) [48]. O valor RMS (U) é dado pela equação 5.2.3b.

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (u(t))^2 dt} \quad (5.9)$$

onde T é o período, $u(t)$ é o valor instantâneo de uma quantidade sinusoidal. Essa relação deriva da proporcionalidade da potência elétrica em um resistor e a raiz da tensão elétrica, ou o quadrado da corrente elétrica.

Dessa forma, o valor efetivo da potência é definido como:

$$p = \sqrt{\frac{1}{2} \int_0^t (p^{ins})^2 dt} \quad (5.10)$$

onde p^{ins} é a potência instantânea e t é a variável tempo.

A potência elétrica adimensional instantânea coletada pela estrutura piezomagnetoelástico é definida como o produto entre tensão e corrente:

$$p_e^{ins} = vi \quad (5.11)$$

onde $i = \lambda v$ é a corrente adimensional.

A potência mecânica adimensional instantânea é dada:

$$p_m^{ins} = \dot{x}(t) f(t) \quad (5.12)$$

Para o cálculo das potências de entrada e saída do dispositivo em estudo foram escolhidos 12 casos distintos onde as condições iniciais, o parâmetro força de excitação proveniente da base f_0 e o parâmetro frequência de excitação ω são variados com o desígnio de explorar a não linearidade de todas as diversas regiões apresentadas nos diagramas de bifurcação presentes nas Figuras 5.7 e 5.8.

Os valores dos parâmetros de controle para a avaliação do sistema foram mantidos, $\xi = 0.01$, $\chi = 0.05$, $\kappa = 0.5$ e $\lambda = 0.05$, garantindo a premissa que o sistema é biestável, com os três pontos de equilíbrio localizados em $(x, \dot{x}) = (0, 0)$ e $(x, \dot{x}) = (\pm 1, 0)$.

A Figura 5.9 identifica, a partir dos diagramas de bifurcação já elucidados anteriormente, os valores dos parâmetros f_0 e ω , além da condição inicial para os doze casos selecionados. No diagrama onde o parâmetro f_0 é variado, a frequência $\omega = 0.8$; no diagrama onde o parâmetro ω é variado, a frequência de excitação $f_0 = 0.08$.

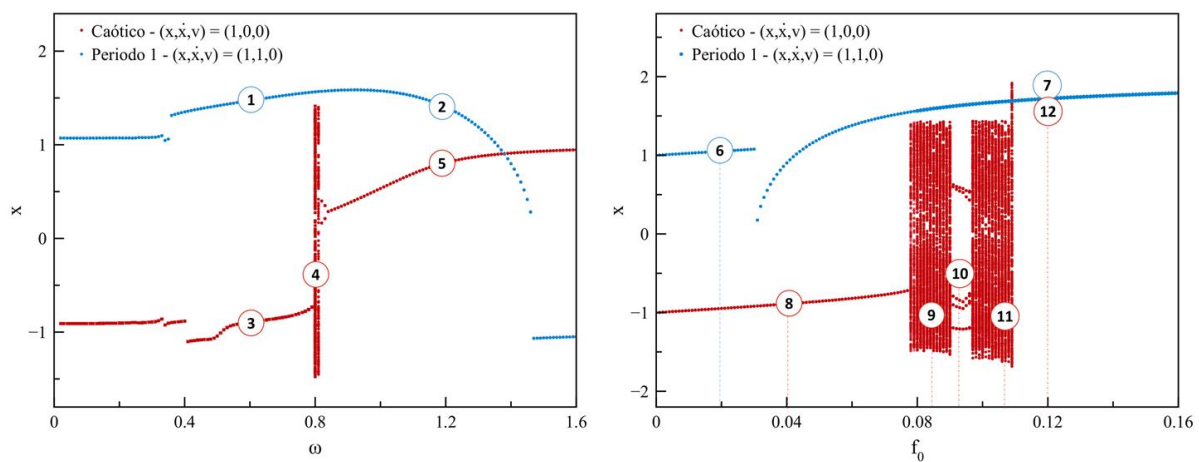


Figura 5.9 – Diagramas de bifurcação para os parâmetros f_0 e ω e identificação dos 12 casos selecionados.

A Tabela 5.1 complementa as informações da Figura 5.9 apresentando para cada caso: (i) valor de f_0 ; (ii) o valor de ω ; (iii) as condições iniciais (x, \dot{x}, v) ; e (iv) o comportamento identificado, podendo ser periódico ou caótico. As condições iniciais foram destacadas com as cores (azul e vermelho) correspondentes aos diagramas de bifurcação para facilitar a interpretação.

Tabela 5.1 – Parâmetros, condições iniciais e comportamento dos casos selecionados

Caso	f_0	ω	Condições Iniciais	Comportamento	Periodicidade
Caso 1	0.080	0.60	(1, 1, 0)	Periódico	1
Caso 2	0.080	1.20	(1, 1, 0)	Periódico	1
Caso 3	0.080	0.60	(1, 0, 0)	Periódico	1
Caso 4	0.080	0.80	(1, 0, 0)	Caótico	NA
Caso 5	0.080	1.20	(1, 0, 0)	Periódico	1
Caso 6	0.020	0.80	(1, 1, 0)	Periódico	1
Caso 7	0.120	0.80	(1, 1, 0)	Periódico	1
Caso 8	0.040	0.80	(1, 0, 0)	Periódico	1
Caso 9	0.085	0.80	(1, 0, 0)	Caótico	NA
Caso 10	0.094	0.80	(1, 0, 0)	Periódico	5
Caso 11	0.110	0.80	(1, 0, 0)	Caótico	NA
Caso 12	0.120	0.80	(1, 0, 0)	Periódico	1

A identificação da natureza do comportamento de cada caso foi possível após a construção do Espaço de Fase e da Seção de Poincaré concernente.

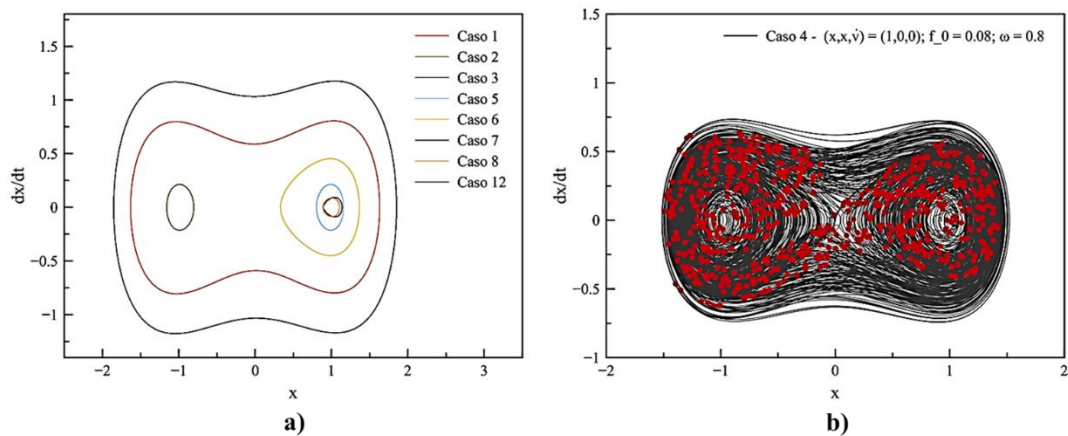


Fig.5.10 – Espaço de Fase e Seção de Poincaré para casos: (a) 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 12 e (b) 4 e 9.

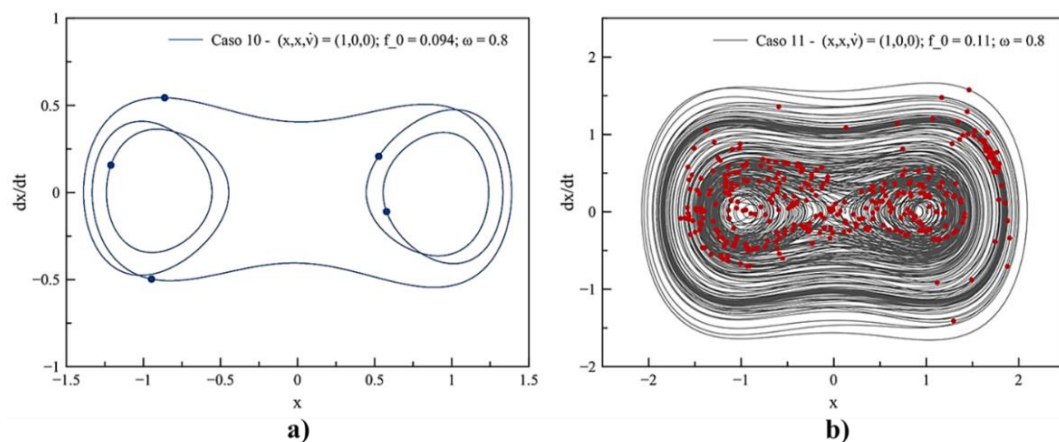


Figura 5.11 – Espaço de Fase e Seção de Poincaré para casos: (a) 10 e (b) 11.

Os casos 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 e 12 são todos periódicos de periodicidade 1, apresentando uma curva fechada em seus respectivos espaços de fase. Optou-se, então, por representá-los no em um mesmo gráfico exibido, pela Figura 5.10a. Os casos 4 e 9 possuem comportamentos caóticos muito similares, por isso são representados conjuntamente na Figura 5.10b. A Figura 5.11a caracteriza o caso 10, onde é possível verificar a formação de cinco trajetórias completas em seu Espaço de Fase, acompanhado por cinco pontos característicos da Seção de Poincaré, indicando assim um comportamento periódico de periodicidade 5. A Figura 5.11b apresenta o espaço de fase e seção de Poincaré para o caso 11, caracterizado por um comportamento caótico.

Após a caracterização dinâmica qualitativa dos casos descritos, uma análise de performance do dispositivo gerador piezomagnetoelástico sujeito a excitação harmônica foi realizada a partir do cálculo da potência mecânica adimensional média (P_{mec}^m), potência mecânica instantânea (P_{mec}^{ins}), potência elétrica adimensional média (P_{ele}^m), potência elétrica instantânea (P_{ele}^{ins}), e eficiência (η) para todos os casos.

Complementarmente, o caso linearizado (em ambos pontos de equilíbrio estável) do sistema em estudo foi investigado com o intuito de utilizá-lo como balizador da performance dos demais. Segundo [17], este caso atende pelos seguintes parâmetros: $(x, \dot{x}, v) = (1, 1.2, 0)$, $f_0 = 0.08$ e $\omega = 1.0$, frequência de ressonância. A Tabela 5.1 apresenta os resultados mais relevantes obtidos para os propósitos desse trabalho.

Tabela 5.2 – Potência Adimensional Mecânica, Elétrica e eficiência para os casos selecionados.

Caso	f_0	ω	Comportamento	P_{mec}^m	P_{ele}^m	η
Caso 1	0.080	0.60	Periódico	0.039	0.017	47.1%
Caso 2	0.080	1.20	Periódico	0.068	0.014	21.0%
Caso 3	0.080	0.60	Periódico	0.003	0.000	4.8%
Caso 4	0.080	0.80	Caótico	0.018	0.011	62.9%
Caso 5	0.080	1.20	Periódico	0.006	0.000	3.8%
Caso 6	0.020	0.80	Periódico	0.004	0.003	67.0%
Caso 7	0.120	0.80	Periódico	0.077	0.023	30.6%
Caso 8	0.040	0.80	Periódico	0.001	0.000	7.2%
Caso 9	0.085	0.80	Caótico	0.019	0.011	61.0%
Caso 10	0.094	0.80	Periódico	0.023	0.012	53.1%
Caso 11	0.110	0.80	Caótico	0.030	0.013	42.6%
Caso 12	0.120	0.80	Periódico	0.076	0.023	30.6%
Linear	0.080	1.20	Linear	0.013	0.004	28.6%

A sequência de imagens da Figura 5.12 a Figura 5.24 apresentam, respectivamente, a evolução de P_{mec}^m e P_{mec}^{ins} ; e P_{ele}^m e P_{ele}^{ins} ao longo do tempo para todos os casos. Tanto os cálculos das potências quanto a construção do gráfico levam em consideração o regime transiente do sistema. Para os casos cujos comportamentos são periódicos foram escolhidos um espaço de tempo Δt capaz de representar a transição para regime permanente e a consequente estabilização para uma resposta periódica característica. A sequência de figuras não apresenta uma escala padronizada.

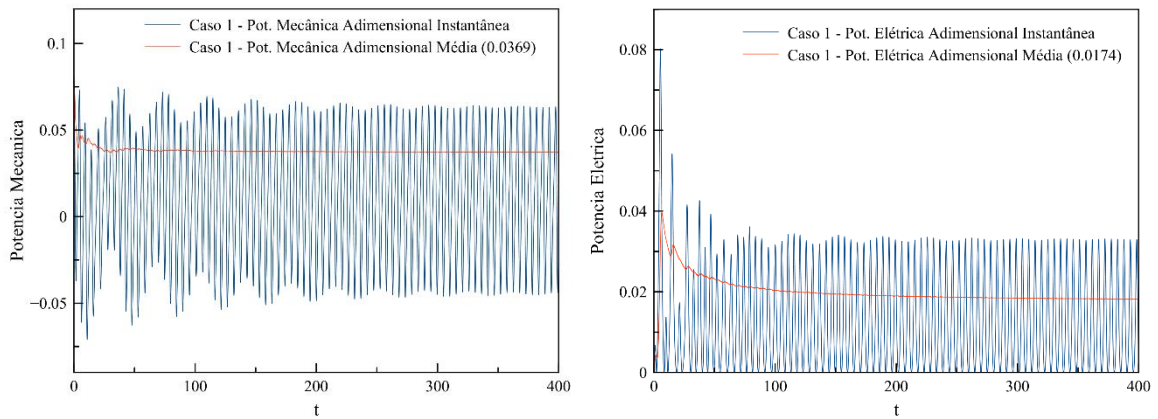


Figura 5.12 – Caso 1 – Eficiência (η) = 47.1%

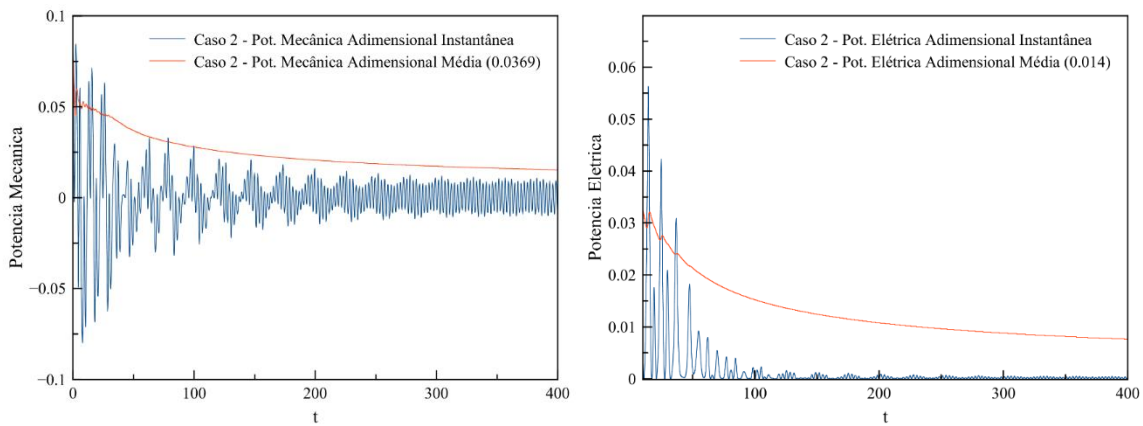


Figura 5.13 – Caso 2 – Eficiência (η) = 21.0%

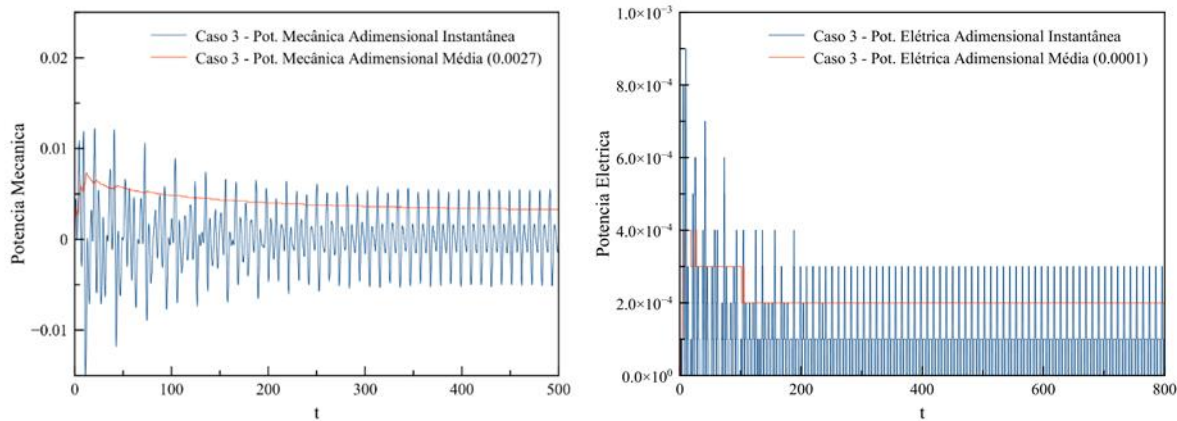


Figura 5.14 – Caso 3 – Eficiência (η) = 4.8%

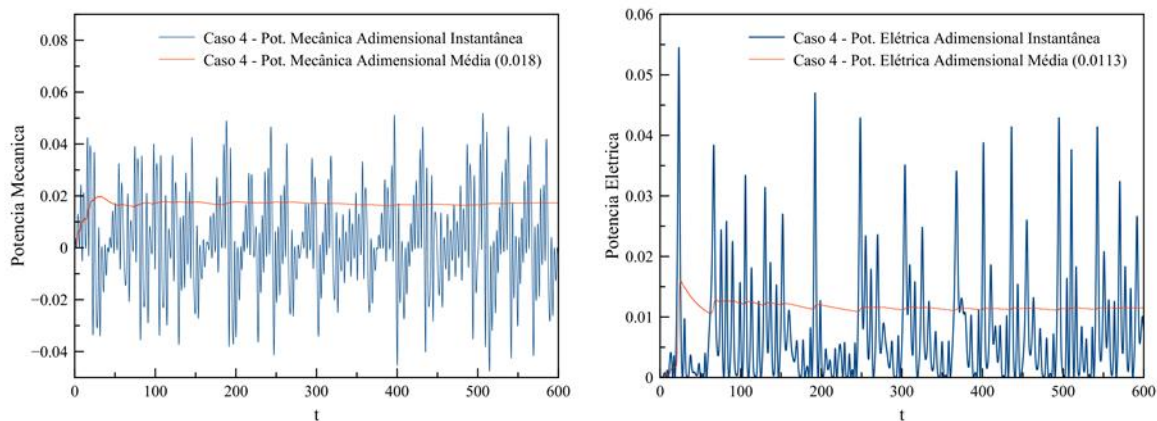


Figura 5.15 – Caso 4 – Eficiência (η) = 62.9%

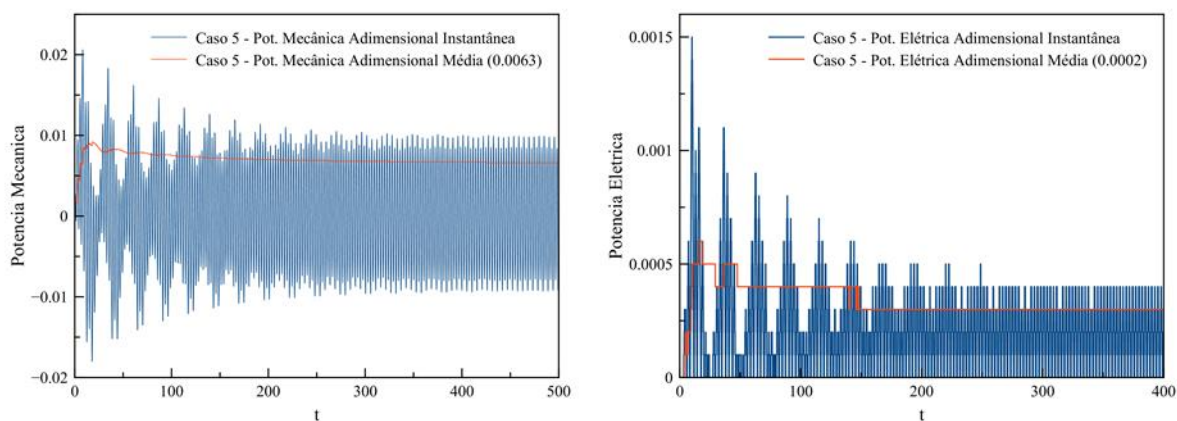


Figura 5.16 – Caso 5 – Eficiência (η) = 3.8%

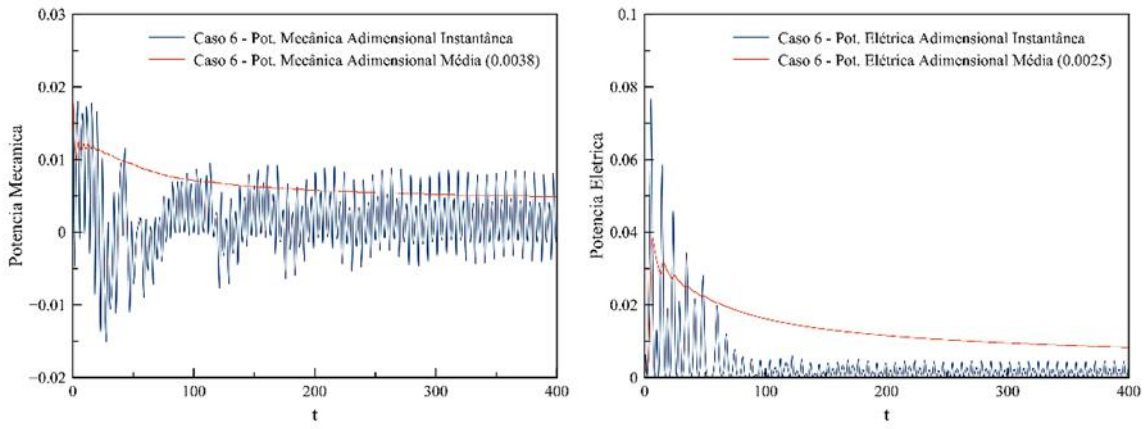


Figura 5.17 – Caso 6 – Eficiência (η) = 67.0%

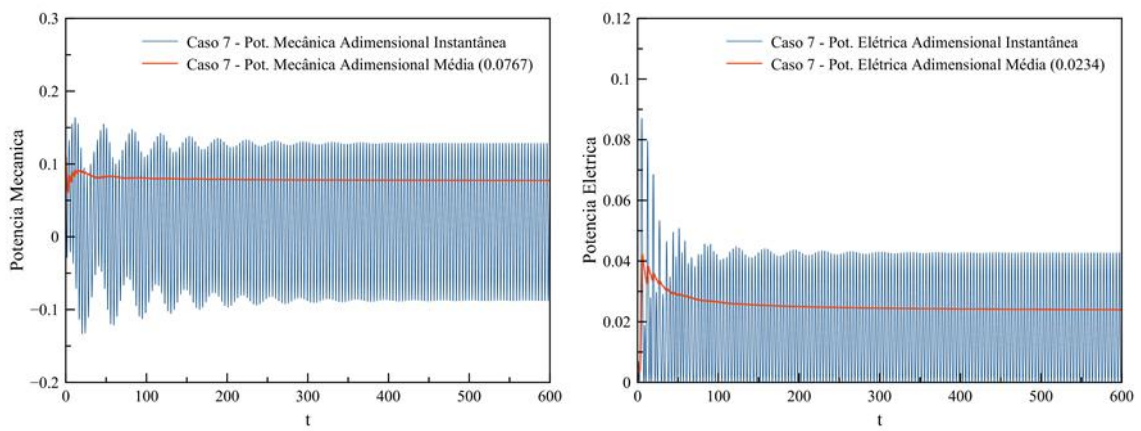


Figura 5.18 – Caso 7 – Eficiência (η) = 30.6%

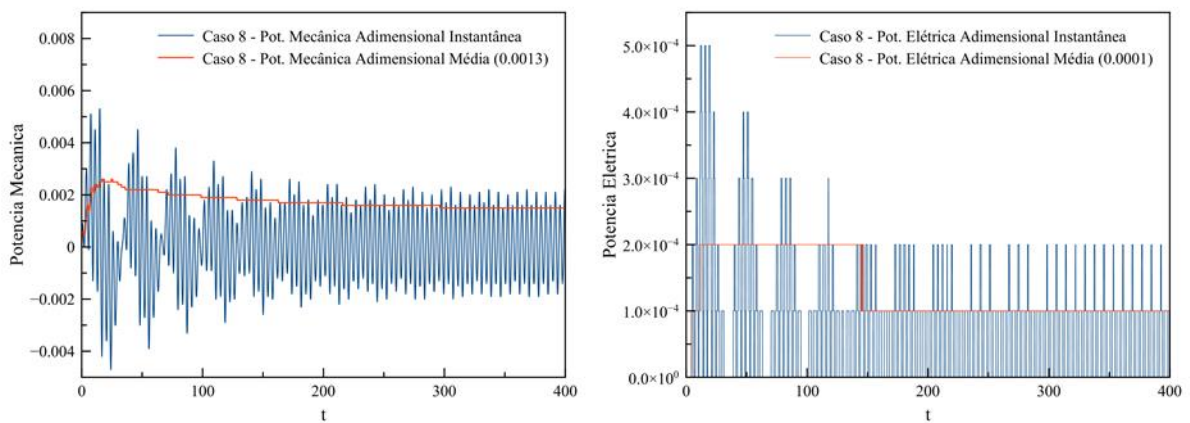


Figura 5.19 – Caso 8 – Eficiência (η) = 7.2%

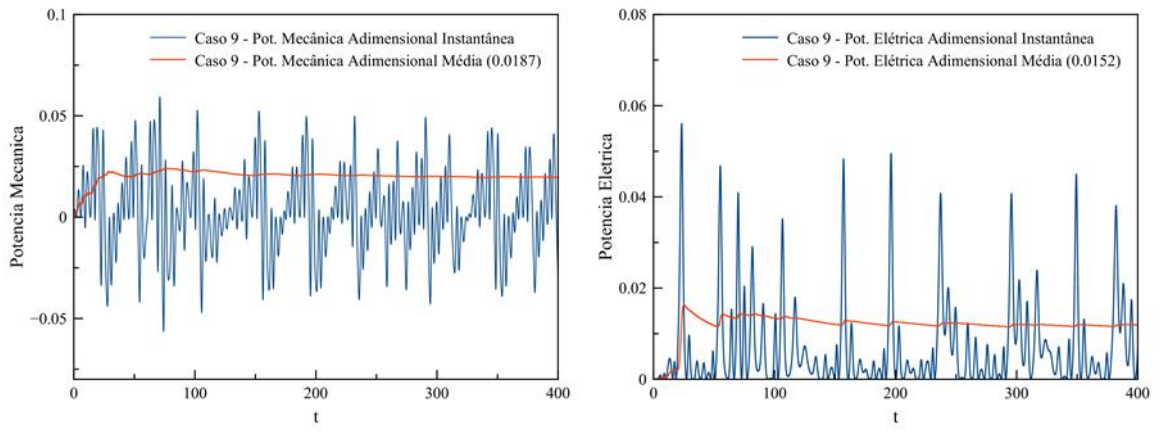


Figura 5.20 – Caso 9 – Eficiência (η) = 61 %

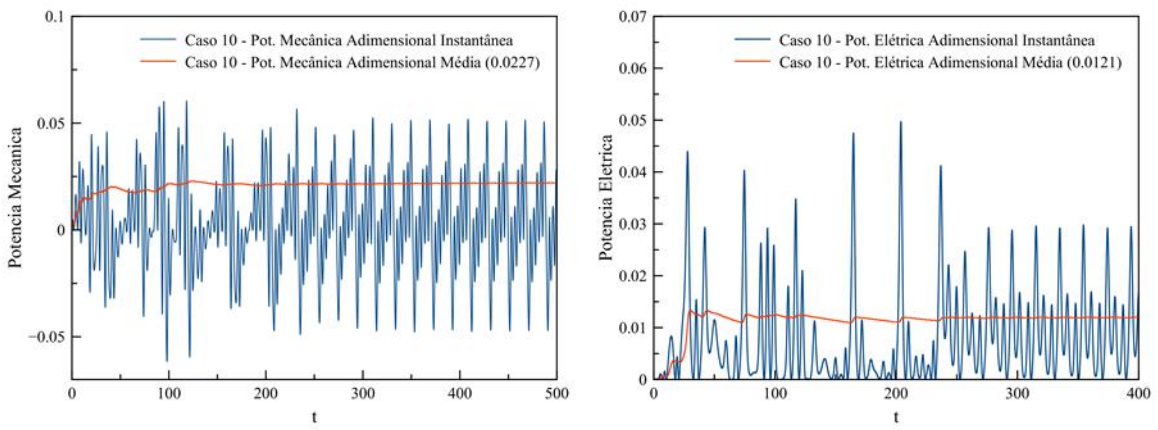


Figura 5.21 – Caso 10 – Eficiência (η) = 53.1%

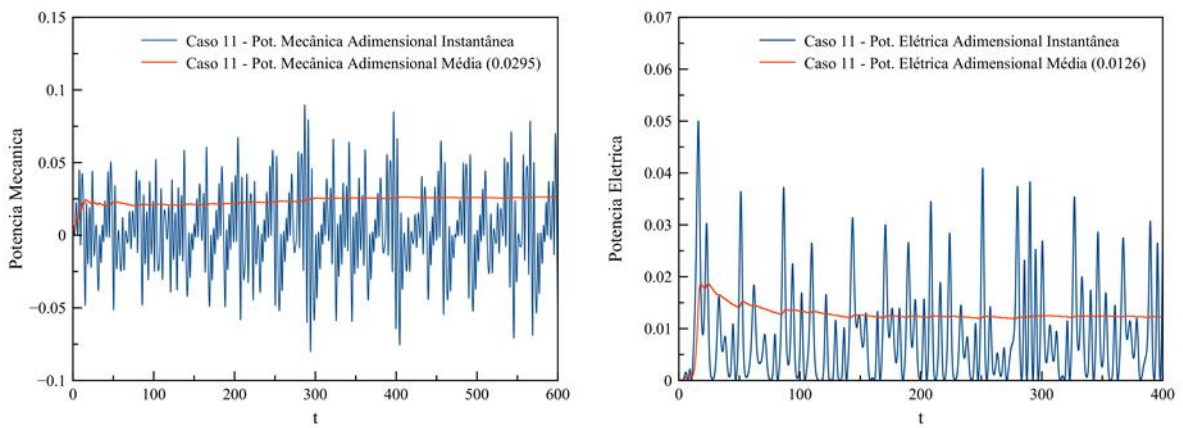


Figura 5.22 – Caso 11 – Eficiência (η) = 42.6%

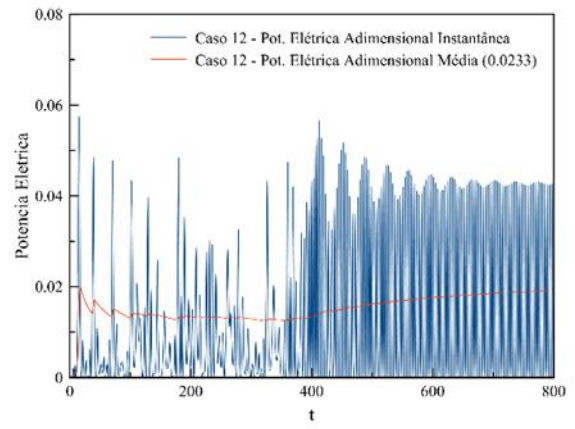
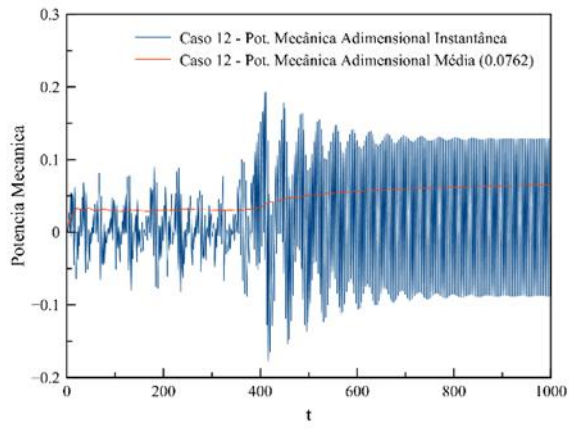


Figura 5.23 – Caso 12 – Eficiência (η) = 30.6%

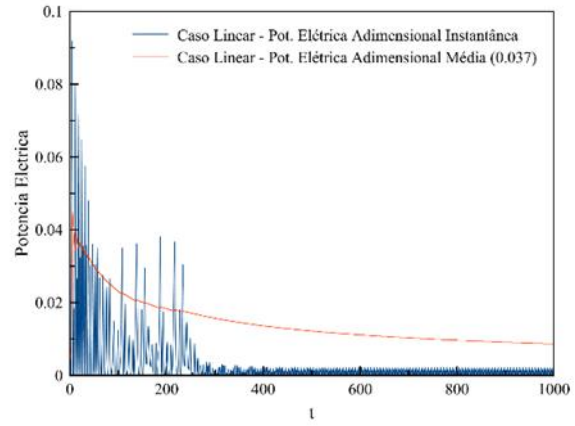
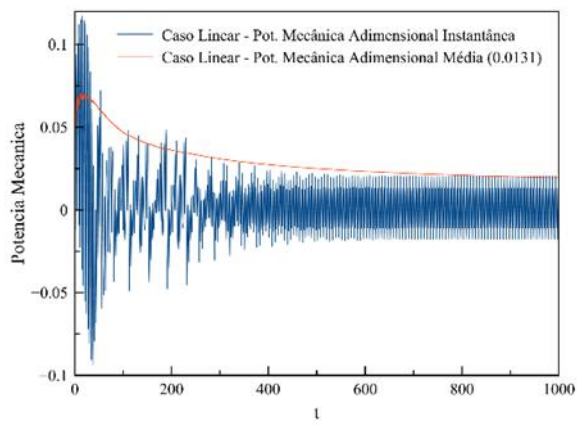


Figura 5.24 – Caso Linear – Eficiência (η) = 28.6%

5.5 ANÁLISE DE RESULTADOS

Os valores dos parâmetros de controle utilizados nesse trabalho ($\xi = 0.01, \chi = 0.05, \kappa = 0.5$ e $\lambda = 0.05$) foram escolhidos de modo a garantir que o sistema seja biestável, com os três pontos de equilíbrio localizados em $(x, \dot{x}) = (0, 0)$ e $(x, \dot{x}) = (\pm 1, 0)$. Em um sistema biestável, os saltos entre os pontos de equilíbrio estável (PES) resultam em um aumento médio da potência de saída fornecido pelo gerador.

Os resultados apresentados na Tabela 5.1 mostraram uma diferença significativa de valores da potência elétrica adimensional (RMS) e eficiência de conversão de energia ao longo dos doze casos estudados. A Figura 5.24 apresenta um comparativo da P_{mec}^m e P_{ele}^m ao longo do tempo para 8 casos (1, 2, 7, 7, 9, 10, 11 e 12). Os casos 3, 5, 6 e 8 apresentam valores muito baixos e não foram expostos no gráfico. A Tabela 5.3 apresenta as informações anteriormente apresentadas, mas dispostas por ordem de magnitude da P_{ele}^m .

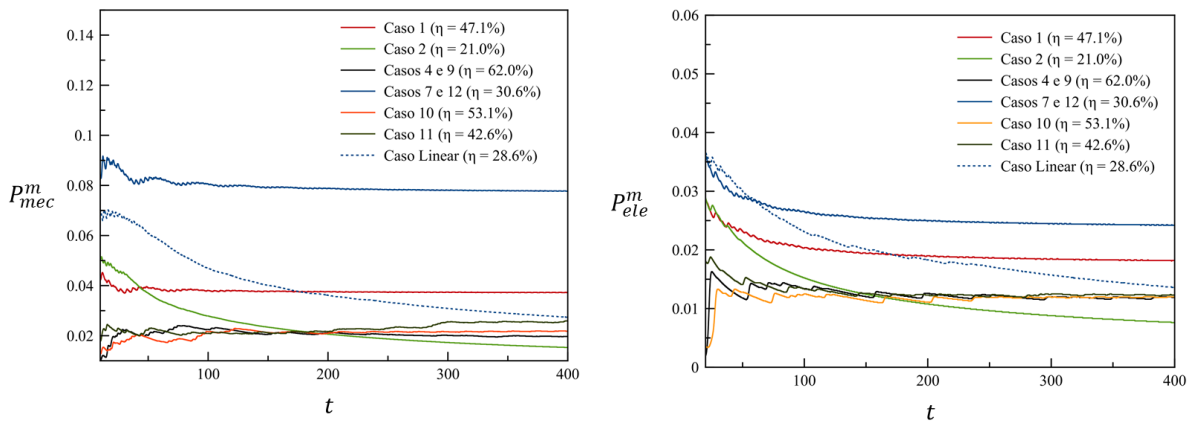


Figura 5.24 – Comparativo de P_{mec}^m e P_{ele}^m ao longo do tempo para os casos selecionados.

Tabela 5.3 – Casos organizados em ordem decrescente por magnitude de P_{ele}^m .

Caso	f_0	ω	Comportamento	P_{mec}^m	P_{ele}^m	η
Caso 7	0.120	0.80	Periódico	0.077	0.023	30.6%
Caso 12	0.120	0.80	Periódico	0.076	0.023	30.6%
Caso 1	0.080	0.60	Periódico	0.039	0.017	47.1%
Caso 2	0.080	1.20	Periódico	0.068	0.014	21.0%
Caso 11	0.110	0.80	Caótico	0.030	0.013	42.6%
Caso 10	0.094	0.80	Periódico	0.023	0.012	53.1%
Caso 9	0.085	0.80	Caótico	0.019	0.011	61.0%
Caso 4	0.080	0.80	Caótico	0.018	0.011	62.9%
Linear	0.080	1.20	Linear	0.013	0.004	28.6%
Caso 6	0.020	0.80	Periódico	0.004	0.003	67.0%
Caso 5	0.080	1.20	Periódico	0.006	0.000	3.8%
Caso 3	0.080	0.60	Periódico	0.003	0.000	4.8%
Caso 8	0.040	0.80	Periódico	0.001	0.000	7.2%

A Tabela 5.3 foi organizada de modo a explicitar três grupos de casos segundo a magnitude de potência de saída P_{ele}^m , valores da eficiência de conversão de energia e caracterização dinâmica (Espaço de Fase e Seção de Poincaré). A Figura 5.25, parte central dessa análise, apresenta o espaço de fase para todas os casos periódicos de período 1.

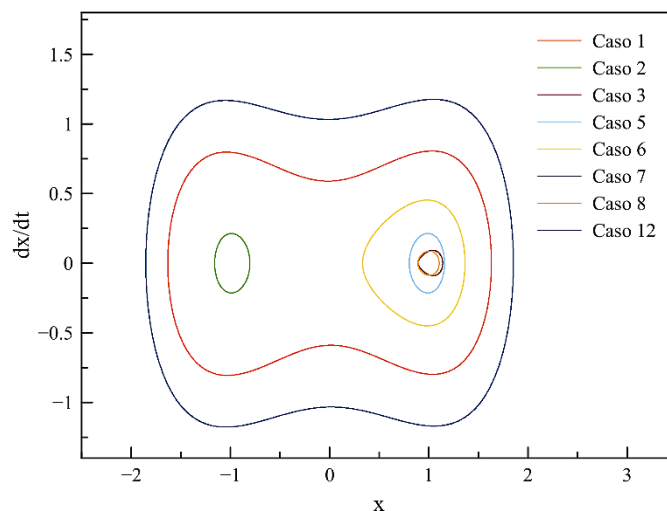


Figura 5.25 – Espaço de fase para casos periódicos de período 1 (Casos 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 e 12)

O primeiro grupo, composto pelos casos 1, 2, 7 e 12, é caracterizado por apresentar os maiores valores para a potência mecânica adimensional ($P_{mec}^m > 0.035$) enquanto a eficiência exibe valores mediano (20% - 40%). Os casos 1, 7 e 12 são os únicos cuja ponta da viga oscila de forma periódica entre os dois PES, $(x, \dot{x}) = (\pm 1, 0)$, apresentando, em acordo com a literatura, maiores valores médios da potência de saída. Comparativamente, a performance do sistema biestável para o grupo 1 é muito superior ao caso linear.

No caso 2 o sistema oscila apenas em torno do primeiro PES $(x, \dot{x}) = (-1, 0)$ e apresenta valores de P_{mec}^m , P_{ele}^m e η consideravelmente maiores que os casos onde o sistema também é periódico de período 1 e oscila apenas em torno do segundo PES $(x, \dot{x}) = (+1, 0)$, casos 3, 5, 6 e 8. Apesar do Espaço de Fase do caso 2 mostrar que a ponta da viga oscila apenas em torno PES $(x, \dot{x}) = (-1, 0)$, esse caso foi considerado membro do primeiro grupo de casos por apresentar valores de P_{ele}^m compatíveis com esse agrupamento. Uma alternativa seria estudá-lo como caso independente. Por simplicidade, escolheu-se a primeira classificação.

Os valores de P_{mec}^m , P_{ele}^m e η para o terceiro grupo são muito inferiores aos outros dois grupos de casos estudados e o caso linear (cerca de uma ordem de grandeza), acusando uma ineficiência contundente do gerador piezomagnetoelástico quando a ponta da viga apresenta esse padrão de vibração.

O segundo grupo, composto pelos casos 4, 9, 10 e 11, apresenta valores médios de P_{mec}^m , P_{ele}^m , mas, diferentemente dos outros dois grupos, exhibe os regimes de maior eficiência de conversão de potência de entrada em potência elétrica. Seus resultados são consideravelmente melhores que os apresentados no caso linear.

6. COLHEITA DE ENERGIA EM GERADOR PIEZOMAGNETOELÁSTICO NÃO LINEAR SUJEITO A EXCITAÇÃO ALEATÓRIA

O capítulo a seguir irá explorar a influência de não linearidades na colheita de energia proveniente de uma estrutura piezomagnetoelástica sujeita a vibrações aleatórias.

6.1 GERADOR PIEZOMAGNETOELÁSTICO NÃO LINEAR SUJEITO A EXCITAÇÃO ALEATÓRIA

O projeto de um dispositivo de colheita de energia deve ser adaptado às condições energéticas disponíveis. A grande maioria dos trabalhos desenvolvidos nessa área consideram que a excitação proveniente da base possui forma conhecida e, por este motivo, a excitação harmônica é tipicamente utilizada na modelagem do sistema [49].

Entretanto, grande parte dos fenômenos encontrados que permeiam o dia a dia dos geradores de energia piezolétrica operam sob excitações desconhecidas ou aleatórias. Isso posto, a análise da energia gerada do processo de colheita deveria ser avaliada utilizando as ferramentas da teoria de probabilidade [50].

Para o sistema em estudo o ruído branco gaussiano é utilizado como fonte de excitação aleatória proveniente do ambiente, definido pela função de forçamento $n(t)$. É definido como um sinal aleatório, ou processo estocástico, de valor médio nulo e densidade espectral (*Power Spectrum Density* – PSD) constante, ou seja, sua potência é distribuída uniformemente no espectro da frequência [50]. A Figura 6.1, adaptada de Paula et. Al. [47] apresenta a densidade espectral da função de forçamento $n(t)$.

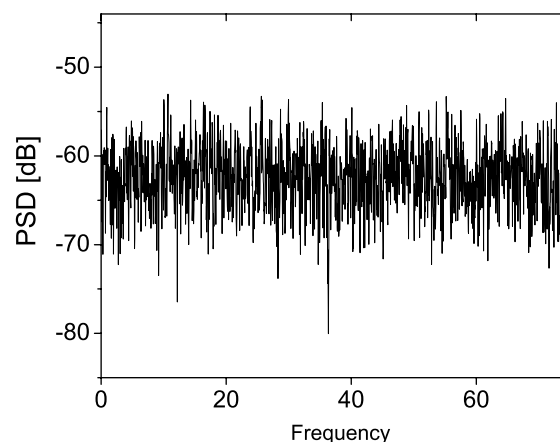


Figura 6.1 – Densidade espectral da função de forçamento $n(t)$ [47]

O ruído branco é chamado Gaussiano pois a função densidade de probabilidade segue uma distribuição Gaussiana, dada por:

$$f(V_R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{V_R^2}{2\sigma^2}} \quad (6.1)$$

6.2 MODELAGEM E CARACTERIZAÇÃO DO SISTEMA

Considerando o dispositivo ilustrado na Figura 5.1 (b), deseja-se investigar as características de um sistema biestável (com três pontos de equilíbrio), com acoplamento piezolétrico e força de excitação aleatória proveniente de sua base.

Para o caso do sistema sob excitação aleatória, as equações eletromecânicas que descrevem um sistema dinâmico não-linear para os modos de vibração fundamentais são:

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} - \frac{1}{2}x(1 - x^2) - \chi v = f_0 n(t) \quad (6.1)$$

$$\dot{v} + \lambda v + \kappa\dot{x} = 0 \quad (6.2)$$

onde x é o deslocamento adimensional da ponta da viga na direção vertical, ξ é a razão de amortecimento mecânica, f_0 é a magnitude adimensional da excitação, e a função de forçamento $n(t) \sim N(1,0)$ é um ruído branco Gaussiano com média nula e variância especificada, χ é o termo de acoplamento piezolétrico adimensional na equação mecânica, κ é o termo de acoplamento piezolétrico adimensional na equação do circuito elétrico e λ é o recíproco da constante de tempo adimensional ($\lambda \propto 1/R_l C_p^{eq}$ onde R_l é a resistência a carga e C_p^{eq} é a capacitância equivalente das camadas de piezocerâmica).

As equações (6.1) e (6.2) podem ser reescritas na forma de equações em espaço de estados como:

$$\begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_2 \\ -2\xi u_2 + \frac{1}{2}u_1(1 - u_1^2) + \chi u_3 + f_0 n(t) \\ -\lambda u_3 - \kappa u_2 \end{Bmatrix} \quad (5.7)$$

onde as variáveis de estado são $u_1 = x, u_2 = \dot{x}, u_3 = v$.

6.3 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS – CÁLCULO DE POTÊNCIAS E EFICIÊNCIA

As simulações numéricas apresentadas nesse capítulo têm por objetivo investigar o desempenho do gerador piezomagnetoelástico no processo de colheita de energia sujeito a uma excitação aleatória caracterizada pela função de forçamento $n(t)$, um ruído branco gaussiano.

Os valores dos parâmetros de controle para a avaliação do sistema são $\xi = 0.01$, $\chi = 0.05$, $\kappa = 0.5$ e $\lambda = 0.05$, mesmos parâmetros utilizados por [45]. A escolha desses parâmetros garante a premissa que o sistema é biestável, com os três pontos de equilíbrio localizados em $(x, \dot{x}) = (0, 0)$ e $(\pm 1, 0)$. A dinâmica da oscilação do gerador em torno dos pontos de equilíbrio estável também é explorada com o intuito de compreender como esse processo afeta as potências de entrada, de saída e a eficiência na conversão de energia.

A excitação devido a base $F(t)$ apresentada na Equação 5.1 assume a forma $F(t) = f_0 n(t)$ para o sistema sujeito a uma excitação aleatória. A influência de f_0 e $n(t)$ nas potências de saída e na eficiência do processo é investigada a partir de dez casos distintos, onde, em cada caso, uma a magnitude adimensional da excitação f_0 é definida e o comportamento do sistema é observado para diferentes valores da variância da excitação σ^2 . Em suas condições iniciais o sistema é considerado em repouso no seu ponto de equilíbrio instável $(x, \dot{x}, v) = (0, 0, 0)$. Os resultados encontrados são apresentados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Resultados encontrados para os 4 casos analisados

f_0	σ^2	0.25	0.50	1.00	2.00
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
0.1	P_{msc}^m	0.0013	0.0027	0.0062	0.0197
	P_{ele}^m	0.0007	0.0007	0.0008	0.0008
	η	56.9%	27.6%	12.2%	4.1%
		Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8
0.5	P_{msc}^m	0.0086	0.0317	0.0956	0.3230
	P_{ele}^m	0.0008	0.0009	0.0034	0.0099
	η	8.8%	2.9%	3.6%	3.1%
		Caso 9	Caso 10		
2.0	P_{msc}^m	2.1157	6.4178		
	P_{ele}^m	0.0231	0.0327		
	η	1.1%	0.5%		

Na busca da interpretação para os resultados obtidos e expostos na Tabela 6.1, espaços de fase para os quatro casos são apresentados nas Figuras 6.2, 6.3 e 6.4. Essa ferramenta tem como objetivo principal investigar a influência dos parâmetros escolhidos no comportamento do sistema biestável.

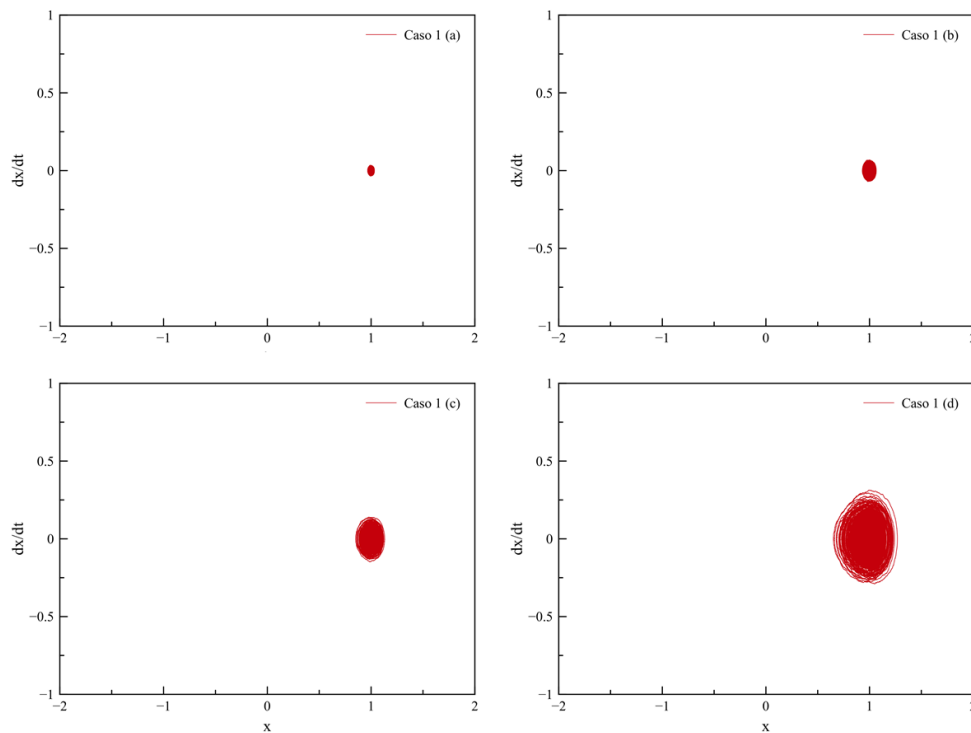


Figura 6.2 – Casos 1, 2, 3 e 4 ($f_0 = 0.1$) - Espaço de Fase para os quatro valores de σ^2 .

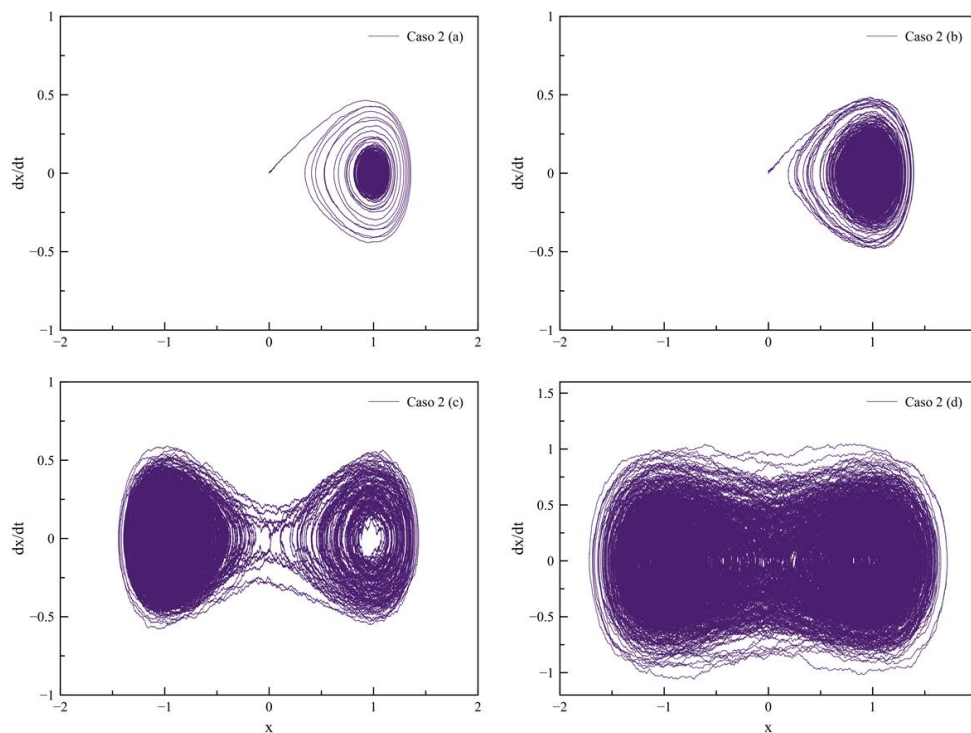


Figura 6.3 – Caso 5, 6, 7 e 8 ($f_0 = 0.5$) - Espaço de Fase para os quatro valores de σ^2 .

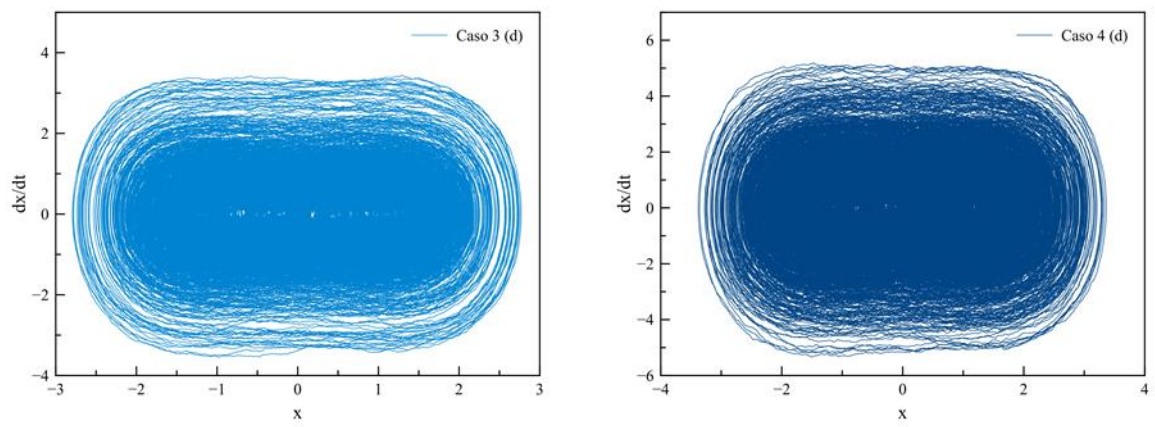


Figura 6.4 – Caso 9 ($f_0 = 1.0$) e caso 10 ($f_0 = 2.0$) para os quatro valores de σ^2 .

6.4 ANÁLISE DE RESULTADOS

Para os primeiros casos em estudo, casos 1, 2, 3 e 4 ($f_0 = 0.1$) o aumento da variância da excitação da base σ^2 produziu apenas aumentos incrementais na P_{mec}^m . Esses aumentos da P_{mec}^m foram acompanhados por uma queda brusca na eficiência de conversão do sistema, o que acarretou em um aumento de 9,5% P_{ele}^m (caso 4 em relação ao caso 1), resultado muito modesto quando comparado aos demais casos. A Figura 6.2 mostra que nos quatro primeiros caso, a ponta da viga oscila em volta de apenas um ponto de equilíbrio estável $(x, \dot{x}) = (1, 0)$, típico para o caso de pequenas vibrações.

A Figura 6.3 apresenta a sequência de espaços de fase para os casos 5, 6, 7 e 8 ($f_0 = 0.5$) e permite observar a transição na oscilação da ponta da viga. Para o caso 5, $\sigma^2 = 0.25$ a ponta da viga oscila em torno de apenas um PES. O aumento para $\sigma^2 = 0.50$ (caso 6) excita o sistema e amplia a vibração da ponta da viga em torno do mesmo ponto de equilíbrio, mas os valores de P_{mec}^m não mudam drasticamente. Todavia, o aumento para $\sigma^2 = 1.0$ (caso 7) apresenta uma mudança significativa no comportamento do sistema. Como é possível observar na Figura 6.3 (c), a ponta da viga oscila entre os PES estáveis do sistema. Os saltos entre cavidades resultam no aumento significativo de P_{mec}^m ($\sim 200\%$). Após vencer a barreira do salto entre PES o incremento da P_{mec}^m passa a variar de maneira mais intensa com o incremento nos valores de σ^2

Os casos 9 e 10 apresentam uma resposta da P_{mec}^m em relação ao aumento de σ^2 semelhante ao caso 8. Como a barreira do salto entre PES é superada em valores menores de σ^2 , os ganhos de P_{mec}^m e P_{ele}^m são maiores. É possível observar, ao menos nos casos aqui apresentados, que a eficiência do processo de maneira geral diminui com o aumento de f_0 ou σ^2 .

7. CONCLUSÃO

Este projeto abordou a análise da presença de não linearidades em geradores piezelétricos, estudando condições de excitação que induzem o aumento da potência elétrica gerada no sistema de colheita de energia. Após uma extensa revisão sobre materiais inteligentes, piezelétricos, geradores de energia e ferramentas para análise de dinâmica não linear, foram apresentados os resultados referente aos dois sistemas abordados: (i) sujeito a excitação harmônica e (ii) sujeito a excitação aleatória.

Para o primeiro sistema uma análise qualitativa foi realizada para a caracterização da dinâmica do sistema não linear. A partir da construção da bacia de atração, espaço de fase e seção de Poincaré foi determinado a coexistência de dois atratores no sistema, um periódico e o outro caótico. As condições iniciais de cada atrator foram utilizadas para a construção de dois diagramas de bifurcação, responsáveis por identificar o comportamento global do sistema, como as rotas para o caos, variações na resposta de um sistema que conduzem o surgimento do comportamento caótico.

Os diagramas de bifurcação permitiram o mapeamento das principais regiões de interesse para a exploração de não linearidades capazes de potencializar a colheita de energia elétrica no dispositivo em estudo. Com as regiões identificadas, uma simulação numérica foi realizada e valores das potências (mecânica e elétrica), além da eficiência de conversão do gerador.

Os resultados mostraram que os melhores valores para as energias de saída P_{ele}^m ocorrem quando a ponta da viga em balanço oscila em torno dos dois PES do sistema biestável. Os saltos entre as cavidades aumentam a potência mecânica de entrada, e, conseqüentemente, a potência elétrica de saída fornecida pelo gerador, resultado compatível com a literatura.

Os casos onde o espaço de fase mostrava uma oscilação ao redor dos dois PES e cujo comportamento era caótico ou de periodicidade superior ao período 1 apresentaram resultados superiores ao sistema linear equivalente, linearizado em torno dos dois PES. Os casos onde a ponta da viga oscilou apenas em torno do PES $(x, \dot{x}) = (+1, 0)$, apresentaram desempenhos muito abaixo dos casos não lineares e do sistema linear equivalente. Entretanto, o caso 2 apresenta um comportamento distinto, pois oscila somente em torno do PES $(x, \dot{x}) = (-1, 0)$, mas apresenta valores para P_{ele}^m e P_{mec}^m altos, comparáveis aos casos onde a ponta da viga oscila entre dois PES. A investigação desse caso em especial poderá servir como motivação para estudos futuros.

O segundo sistema em estudo é o sistema sujeito a fonte de excitação aleatória, com função de forçamento $n(t)$, um ruído branco gaussiano. A influência da magnitude da excitação da base f_0 e da função de forçamento $n(t)$ nas potências de saída e na eficiência do processo é investigada a partir de quatro casos distintos, onde, em cada caso, uma a magnitude adimensional da excitação f_0 é definida e o comportamento do sistema é observado para diferentes valores da variância da excitação σ^2 .

Os resultados mostram, novamente, a influência do comportamento de oscilação da ponta da viga em torno de um ou dois PES em um sistema biestável. Para os casos onde o sistema é excitado com vibrações pequenas o aumento da σ^2 não produz variações significativas nas P_{mec}^m e P_{ele}^m . Entretanto, quando energia mecânica é fornecida ao sistema, a ponta da viga oscila entre os PES estáveis do sistema. Os saltos entre cavidades resultam no aumento significativo de P_{mec}^m . Portanto, após o fornecimento suficiente de energia mecânica para a viga ser capaz de oscilar entre os dois PES, o incremento da P_{mec}^m passa a variar de maneira mais intensa com o incremento nos valores de σ^2 .

Em ambos os casos, foram encontrados valores da eficiência de conversão de energia (η) com o objetivo de compreender como a eficiência é afetada de acordo com os diferentes parâmetros e condições iniciais do sistema. Entretanto, ao nível desse trabalho, os resultados alcançados foram pouco conclusivos, mostrando que para o propósito do estudo da colheita de energia em materiais piezelétricos a P_{ele}^m de saída é o parâmetro mais relevante para diferenciar o comportamento e eficácia dos diversos casos estudado.

É importante notar que a eficiência de conversão de energia adotada neste trabalho e apresentada na Equação 5.8 está relacionada com a eficiência do material piezelétrico e não deve ser analisada como uma representação da eficiência global do sistema. A ilustração completa do sistema, em termos de eficiência energética, é realizada quando contemplam-se duas etapas importantes: (i) a transformação da excitação mecânica sofrida pelo dispositivo em P_{mec}^m ; (ii) a conversão da P_{mec}^m em P_{ele}^m , que foi definido como (η).

Em linhas gerais o trabalho cumpriu seu objetivo e deixa em aberto futuras possibilidades de aprofundamento, como um estudo comparativo dos resultados aleatórios e o sistema linear equivalente e a análise de sistemas sujeitos a excitação harmônica e aleatória simultaneamente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Williams, C. B.; Yates, R. B.; (1996) **Analysis of a micro-electric generator for microsystems**, Sensors and Actuators A, 52, pp.8-11.
- [2] Sodano, H. A.; Inman, D. J.; Park, G. (2004) **A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials**. The Shock and Vibrations Digest, v. 36, n. 3, pp. 197-205.
- [3] Beeby, S. P.; Tudor, M.J.; White, N. M.; (2006) **Energy harvesting vibration sources for microsystem applications**. Measurement Science and Technology, v. 17, pp. R175-R195.
- [4] Glynne-Jones, P. et al. (2004) **An electromagnetic, vibration-powered generator for intelligent sensors systems**. Sensors and Actuators A, v. 110, pp. 344-349.
- [5] Zhao, Y.; (2010) **Vibration suppression of quadrilateral plate using hybrid piezoelectric circuits**. Journal of Vibration and Control, v. 16, n.5, pp. 701-720.
- [6] Chen, S.N; Wang, G.J; Chien, M.C.; (2006) **Analytical modeling of piezoelectric vibration-induced micro power generator**. Mechatronics, v. 16, n. 7, pp. 387-397.
- [7] Dutoit, N.E.; Wardle, B.L; Kim, S.G. (2005) **Design considerations for MEMS-scale piezoelectric mechanical vibration energy harvester**. Integrated Ferroelectrics, An International Journal, v. 71, p. 121-160.
- [8] Roundy, S.; Wright, P.K.; Rabaey, J.; (2003) **A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes**. Computer Communications, v.23, p. 1131-1144.
- [9] Soliman, M.; Abdel-Rahman, E.; (2008) **A wide-band vibration-based energy harvester**, J. Micromech, vol.18, no. 11, pp. 115 – 121.
- [10] Marinkovic, B.; Koser, H.; (2001) **Smart Sand – a wide bandwidth vibration energy harvesting platform**. Appl. Physics Letter, v.94, 103505.
- [11] Blarigan, L.V; Danzl, P.; Moehlis, J.; (2003) **A broadband vibrational energy harvester**. Appl. Physics Letter, v.100, pp. 100-102.
- [12] Gammaitoni, L. Neri, L.; Vocca, H. (2010) **The benefits of noise and nonlinearity: Extracting energy from random vibrations**. Chemical Physics, v.375, pp. 435-438.
- [13] Lefeuvre, E.; Badel, A.; Richard, C.; Guyomar, D.; (2007) **Energy harvesting using piezoelectric materials: case of random vibrations**. Journal Electroceramics, vol. 19, pp. 349-355.

- [14] Kumar, P.; Narayanan, S.; Adhikari, S.; Friswell, M.I.; (2014) **Fokker-Planck equation analysis of randomly excited nonlinear energy harvester**. Journal of Sound Vibration, vol. 33, pp. 2040-2053.
- [15] Leo, D. J. (2007) **Engineering Analysis of Smart Material System**. John Wiley & Sons.
- [16] Ikeda, T.; (1996) **Fundamentals of Piezoelectricity**. Oxford Press, New York, NY, USA.
- [17] Ertuk, A.; (2009) **Electromechanical Modeling of Piezoelectric Energy Harvesters**. PhD Thesis. Virginia Polytechnic Institute, VA, USA.
- [18] Yang, J.; (2005) **Advances in Mechanicals and Mathematics: An Introduction to the Theory of Piezoelectricity**. New York: Springer, v. 9.
- [19] Cottone, F.; (2007) **Nonlinear Piezoelectric Generators for Vibration Energy Harvesting**. Universita' Degli Studi di Perugia, Dottorato di Ricerca in Fisica, XX Ciclo.
- [20] Janocha, H.; Stiebel, C.; (2008) **New approach to a switching amplifier for piezoelectric actuators**, in Actuator, 98, pp.188-192.
- [21] Preumont, A.; (2006) **Mechatronics: Dynamics of electromechanical and piezoelectric systems**. Kluwer Academic Publications.
- [22] Katzir, S.; (2006) **The Beginnings of Piezoelectricity: A Study in Mundane Physics**. Boston Studies in Philosophy of Science, v. 246, The Netherlands.
- [23] Schwartz, M.; (2002) **Encyclopedia of Smart Materials**. v. 1, 2. John Wiley and Sons, Inc., New York, USA.
- [24] Pereira, A.H.A.; (2010) **Cerâmicas piezelétricas: funcionamento e propriedades**. ATCP Engenharia Física, ww.atcp.com.br, acesso em 05/01/2016.
- [25] Anton, S. R.; Sodano, H. A.; (2007) **A review of power harvesting using piezoelectrics materials**. Smart Materials and Structures, v. 16, n. 3, p. 1-21.
- [26] Lee C. S.; Joo J.; Han S.; Lee J. H.; Koh S. K.; **Poly(vinylidene fluoride) transducers with highly conducting poly(3,4-ethylenedioxythiophene) electrodes**. Proc. Int. Conf. on Science and Technology of Synthetic Metals, vol. 152, pp 49–52, 2005
- [27] Sodano, H. A.; Park, G.; Leo, D. J.; Inman, D. J.; (2003) **Use of piezoelectric energy harvesting devices for charging batteries**. Smart Structures and Materials: Smart Sensor Technology and Measurement Systems, v. 5050, n. 101.

- [28] Casimiro, F.; Gaspar, P. D.; Gonçalves, L. C.; (2009) **Aplicação do princípio piezoelétrico no desenvolvimento de pavimentos para aproveitamento energético**. Tese de Mestrado. Universidade da Beira Interior, Portugal.
- [29] Williams, C. B.; Yates, R. B.; (1996) **Analysis of a micro-electric generator for microsystems**. Sensors and Actuators A, vol. 52, pp. 8-11.
- [30] Starner, T.; (1996) **Human-powered wearable computing**. IBM Systems Journal, Vol. 35, pp. 618-628.
- [31] Umeda, M.; Nakamura, K.; Ueha, S.; (1996) Analysis of transformation of mechanical impact energy to electrical energy using a piezoelectric vibrator. Japanese Journal of Applied Physics, vol. 35, pp. 3267-3273.
- [32] Mann, B.; Barton, D.; Owens, B. (2009) **Uncertainty in performance for linear and nonlinear energy harvesting strategies**. Intelligent Material Systems and Structures Journal. 23, pp. 141-60.
- [33] Socolar, J. E. S. (2010) **Nonlinear dynamical system**. Complex Systems Science in Biomedicine. Part. II, pp. 115-140.
- [34] Viana, F. A. C. (2006) **Multimodal vibration damping through piezoelectric patches and optimal resonant shunt circuits**. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Engineering, Vol. XXVIII, No.3.
- [35] Baker, G.L.; GOLLUB, J. P. (1990) **Chaotic dynamics: an introduction**. Cambridge UP, Cambridge.
- [36] Otani, M.; Jones, A. J. (1997) **Guiding Chaotic Orbits**. Research Report.
- [37] Cross, M. C.; Hohenberg, P.C. (1993) **Pattern formation outside of equilibrium**. Rev Mod. Physics, vol. 65, pp. 851 – 1112.
- [38] De Paula, A. S. (2005) **Caos em sistemas mecânicos: análise experimental em pêndulo não linear**. Projeto de fim de curso, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- [39] Parker, T. S.; Chua, L. O. (1989) **Practical numerical algorithms for chaotic systems**. New York, Springer-Verlag.
- [40] May, R.M. (1976) **Simple mathematical models with very complicated dynamics**. Nature, vol. 261, pp. 459 – 467.

- [41] Brandão, A. A. T. (2011) **Não linearidades na dinâmica dos contatos entre rotor e estator em máquinas rotativas**. Projeto de fim de curso, Universidade de Brasília, 2011.
- [42] De Souza, S. L. T. (2002) **Caos e controle em sistemas mecânicos com impactos**. Tese de doutorado. Universidade de São Paulo.
- [43] Moon, F. C.; Holmes, P. J.; (1979) **A magnetoelastic strange attractor**. Journal Sound Vibration, vol. 65, pp. 275 – 296.
- [45] Ertuk, A.; Inman, D.J. (2009) A piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting. Applied Physics Letter, v.94, pp. 254102 – 254105.
- [46] Ferrari, M., Ferrari, V., Guizzetti, M., Andò, B., Baglio, S., Trigona, C. (2010) **Improved energy harvesting from wideband vibrations by nonlinear piezoelectric converters**. Sensors and Actuators A: Physical, vol. 162, pp. 425 – 431.
- [47] De Paula, A.S., Inman, D.J., Savi, M.A.; (2015) **Energy harvesting in a nonlinear piezomagnetoelastic beam subjected to random excitation**. Mechanical Signal Process, vol. 54-55, pp. 405-416.
- [48] Hulak, A. M., Alves, M. F.; (1999) **On the analysis of (un)true root mean square measurement**. Dissertação de mestrado, Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP).
- [49] Adhikari, S., Friswell, M.I., Inman, D.J.; (2009) Piezoelectric energy harvesting broadband random vibrations. Smart Materials and Structures, vol. 18, pp. 20-27.
- [50] Papoulis, A., Pillai, S. U.; (2002) Probability, Random Variables and Stochastic Processes. 4th Edition, Boston, MA. McGraw-Hill.