



Universidade de Brasília  
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade  
Departamento de Administração

PRISCILA PFAFFMANN DINIZ MORETI

## **RISCO OPERACIONAL**

**Utilização do AMA juntamente com o cálculo de um VaR  
Condicionado.**

Brasília – DF

2015

PRISCILA PFAFFMANN DINIZ MORETI

## **RISCO OPERACIONAL**

**Utilização do AMA juntamente com o cálculo de um VaR  
Condicionado.**

Monografia apresentada ao  
Departamento de Administração como  
requisito parcial à obtenção do título de  
Bacharel em Administração.

Professor Orientador: Dr. Pedro Henrique Melo Albuquerque.

Brasília – DF

**2015**

**Moreti, Priscila Pfaffmann Diniz**

Risco Operacional: Utilização do AMA  
juntamente com o cálculo de um VaR Condicionado. –  
Brasília, 2015.

46 f. : il.

Monografia (bacharelado) – Universidade de Brasília,  
Departamento de Administração, 2015.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Henrique Melo Albuquerque,  
Departamento de Administração.

1.

PRISCILA PFAFFMANN DINIZ MORETI

**RISCO OPERACIONAL**

**Utilização do AMA juntamente com o cálculo de um VaR  
Condicionado.**

À Comissão Examinadora, abaixo identificada, aprova o Trabalho de Conclusão do Curso de Administração da Universidade de Brasília da  
aluna.

**Priscila Pfaffmann Diniz Moreti**

Dr. Pedro Henrique Melo Albuquerque  
Professor-Orientador

Professor-Examinador

Professor-Examinador

Brasília, 30 de Novembro de 2015

Dedico esta obra primeiramente á Deus, pois eu só pude fazer tudo que fiz graças a Ele, por ter me concebido a inteligente e capacidade de lutar pelos meus sonhos. Dedico aos meus pais, Carlos Eduardo Moreti e Patrícia Pfaffmann Diniz Moreti que sempre estiveram ao meu lado, ao meu irmão Thiago Pfaffmann Diniz Moreti que me ajudou muito. E ao meu professor Pedro Albuquerque por ter aceitado encarar esse desafio comigo e sempre ter sido solícito na construção desse trabalho.

Primeiramente, agradeço a Deus, pois sem Ele eu não estaria aqui e sem a minha fé eu não seria nada. Agradeço também ao apoio dos meus pais, que sempre estiverem ao meu lado em tudo que fiz na minha vida e sempre me deram forças para seguir os meus sonhos. Agradeço imensamente meu irmão que me ajudou nas partes mais difíceis da minha monografia e por toda paciência que ele teve comigo em todos os momentos que mais precisei da sua ajuda. Agradeço aos meus amigos que sempre me apoiarem nesse tema desafiador e acreditaram em mim. E principalmente agradeço ao meu orientador Pedro Albuquerque por ter aceitado me orientar, por toda paciência e disponibilidade integral de tempo para tirar as minhas dúvidas e colaborar comigo na construção desse trabalho.

## RESUMO

No ano de 1988 foi divulgado o Acordo de Basiléia I o qual delimitava políticas específicas para as instituições financeiras gerirem os riscos de crédito e de mercado que incidiam sobre as mesmas. Alguns anos depois, em 2004, foi lançado o Acordo de Basiléia II que possuía incrementos em relação ao primeiro. Dentre esses incrementos se encontra a inclusão do risco operacional em mesmo grau de importância aos dois riscos já então considerados. A partir de então, as instituições financeiras brasileiras ligadas diretamente às políticas do Banco Central do Brasil, deveriam seguir uma série de regras, dentre elas a mensuração obrigatório do risco operacional. Com isso, métodos para essas mensurações foram surgindo em prol dessas instituições. Dentre os modelos de mensuração, se encontra o tipo avançado o qual incluiu o método *Loss Distribution Approach* (LDA) também conhecido como cálculo de distribuições de perdas. O LDA possui várias etapas, dentre elas duas importantes etapas sendo elas a estimativa da severidade e da frequência. Essas etapas são essenciais para o cálculo do Valor do Risco também conhecido por sua sigla VaR. Esse valor delimita a quantia monetária que as instituições financeiras deverão armazenar a fim de mitigar o seu risco operacional. Com o intuito de tornar esse valor otimizado, ou seja, auxiliar os bancos a armazenarem o valor correto sem ter um aporte de capital excessivo e ao mesmo tempo mitigar o risco existente. É possível utilizar o cálculo de um VaR condicionado o qual utiliza conceitos estatísticos da função cópulas, o qual está sendo cada vez mais utilizada para aprimorar cálculos na área financeira.

**Palavras-chave:** Acordo de Basiléia, Risco Operacional, LDA, VaR, Cópulas.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>9</b>
1.1	Formulação do problema	11
1.2	Objetivo Geral	12
1.3	Objetivos Específicos	13
1.4	Justificativa	13
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>15</b>
2.1	Risco Operacional	16
2.1.1	Metodologias de Mensuração do Risco Operacional	17
2.1.2	Value at Risk (VaR)	22
2.2	<i>Loss Distribution Approach (LDA)</i>	24
2.3	Simulação	31
2.3.1	Simulação de Monte Carlo	34
2.4	Cópuas	36
2.4.1	Exemplos de Cópuas	38
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>40</b>
3.1	Tipo e descrição geral da pesquisa	40
3.2	Origem dos dados	41
3.2.1	Descrição dos dados	41
3.2.2	Processo de Simulação no Software R Project	43
3.2.2	Processo de obtenção do VaR condicionado	47
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>49</b>
4.1	Método de Mensuração Avançada (AMA)	50

4.1.1	Resultados da etapa de simulação. ....	51
4.1.2	Resultados do cálculo do VaR condicionado. ....	52
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>56</b>
5.1	Síntese dos Resultados .....	56
5.2	Contribuições e Limitações da Pesquisa. ....	59
5.3	Recomendações para Estudos Futuros. ....	60
<b>6</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>62</b>
<b>7</b>	<b>APÊNDICE</b> .....	<b>66</b>

## LISTA DE SIGLAS

AMA	Método de Mensuração Avançada
BCBS	Comitê de Supervisão Bancária da Basileia
BIA	Método de Mensuração Básico
BIS	Banco de Compensações Internacionais
EL	Total de Perda Esperada
GI	Resultado Bruto
IMA	Abordagens de Mensuração Interna
L	Perda Agregada
LDA	Método de Distribuição de Perda
LDCE	Resultado de 2008 de perdas de dados operacionais
OpVaR	Valor de Risco Operacional
SIGOR	Subgrupo de Risco Operacional do Grupo de Implementação de Normas
TSA	Método de Mensuração Padronizado
VaR	Valor de Risco

## 1 INTRODUÇÃO

A partir do ano de 2004 com a divulgação oficial do Acordo de Capitais de Basiléia II, o risco operacional foi inserido no ambiente financeiro e ganhando sua importância, tanto no meio acadêmico quanto no cotidiano das instituições financeiras. Nesse acordo o Risco Operacional foi incorporado com o mesmo grau de relevância, a outros riscos, já considerados por acordos anteriores, como o risco de crédito e o risco de mercado.

O risco de crédito e o risco de mercado já eram preocupações inerentes aos executivos de muitas organizações, principalmente organizações financeiras. Justamente, pelo fato desses tipos de riscos, à maioria das vezes estarem associados às grandes perdas financeiras ocasionadas a determinadas empresas.

Porém, o que muitos analistas envolvidos da área não observaram é que existia um tipo de risco associado a algo interno das organizações que poderiam causar também grandes “rombos” financeiros tão quanto o risco de crédito e o risco de mercado. Foi justamente nessa lacuna que a preocupação a cerca do risco operacional começou a surgir.

O risco operacional está associado a tudo aquilo que diz respeito às operações de uma empresa. Segundo *Basel Committee on Banking Supervision* (2001), ou o conhecido Acordo de Basiléia, o risco operacional pode ser definido oficialmente como “o risco de perda resultante de processos inadequados ou processos internos deficientes, pessoas e sistemas, ou de eventos externos.”.

Os processos inadequados, ou deficientes, podem ocasionar grandes perdas acumuladas para as empresas através de erros causados pelos próprios funcionários tanto em atividades manuais quanto em atividades ligadas aos sistemas de informação. O que os gestores, muitas vezes não notaram era a dimensão do impacto desses pequenos erros executados em operações intrínsecas as organizações. Isso se deve ao fato de erros operacionais estarem ligados a situações muitas vezes cotidianas que podem passar de forma despercebida, no momento o qual ela ocorre. Porém, o impacto poderá ser enxergado em momentos

críticos, por justamente esses erros serem repetidos diariamente e no final de algum exercício vir a ocasionar uma grande perda financeira.

Existe uma importância e preocupação em torno do assunto até então falado. Porém, existem alguns casos os quais a preocupação deveria ser maior, que é o caso das instituições financeiras. Justamente por conta da resolução N. 003380, artigo 1º, que determina às instituições financeiras e demais instituições autorizadas a funcionar pelo Banco Central do Brasil a implementação de estrutura de gerenciamento do risco operacional. Com isso, as instituições financeiras devem direcionar parte dos seus esforços às implantações desses mecanismos de gerenciamento do risco operacional, principalmente as técnicas de mensuração avançada, a qual é o tema principal desse trabalho.

Além dessa importância que as instituições financeiras dão ao gerenciamento do risco operacional, o assunto é de extrema valia para financistas, por justamente serem especialistas da área o qual o risco operacional está incluso, fazendo com que o tema seja alvo de discussões e proposições de melhorias. Para estudiosos da área, voltados principalmente para o meio acadêmico o qual tem uma sede de conhecimento a cerca de temas muitas vezes pouco explorados, ou temas que causem impactos significativos na sociedade. E acima de tudo para administradores que exercem a sua profissão, pois, o risco operacional não deixa de gerar possíveis perdas financeiras que abalam os balanços patrimoniais de muitas organizações. Com isso, a partir do estudo na área os gestores poderiam vir a implementar métodos de mensuração, ajudando assim a mitigar possíveis perdas que a organização poderia vir a ter.

Juntamente com a importância relatada anteriormente, uma questão bastante relevante se encontra interligada com a estratégia da organização. Pois, no momento, o qual uma organização adota o gerenciamento do risco operacional como algo estratégico á sua empresa, algo que deverá ser implantado de forma sistêmica a fim de mitigar riscos possíveis de perda, a empresa adquiriu assim, uma vantagem competitiva em relação á outras. Pois, nem todas as empresas são obrigadas a seguir esse gerenciamento de risco, como evidenciado na resolução publicada pelo Banco Central.

## 1.1 Formulação do problema

Segundo relatos de Jorion (1976), o termo *Value at Risk* também conhecido por meio da sua sigla VaR, surge por volta do ano de 1980, quando Till Guldemann era chefe de pesquisa global da JP Morgan. Nessa mesma época, ocorria uma grande preocupação acerca de uma gestão correta dos riscos derivados dessa empresa, por isso o surgimento desse interesse. Com isso, o termo surge definitivamente em um relatório criado e publicado no ano de 1993 pelo grupo dos trinta (G-30), o qual era um grupo consultivo de altos banqueiros, financistas, acadêmicos das principais nações industriais da época.

Em relação ao seu significado, Jorion (1976) cita que o Value at Risk pode ser definido como a pior perda em um horizonte de tempo que não será ultrapassado com um dado nível de confiança. Além, de ser considerada uma medida de risco estatística de perdas potenciais, e posteriormente avaliada como uma medida extremamente importante para cálculos de risco de crédito e também o risco operacional.

Além do cálculo do VaR o que ainda é pouco explorado nos estudos acadêmicos, principalmente os estudos brasileiros, é o uso da função estatística cópulas em contextos financeiros, como por exemplo na mensuração de riscos. Segundo Fisher (1997) as cópulas são de interesse para os estatísticos por duas principais razões, sendo a primeira, como uma maneira de estudar sem escala medidas de dependência e em segundo lugar, como ponto de partida para a construção de famílias de distribuições bivariadas, às vezes com o objetivo de simulação.

Porém, o que ainda é pouco discutido dentro desse conceito de Fisher (1997) é que esses interesses citados que são de grande valia para os estatísticos também podem ter a mesma relevância para os financistas. Pois, por meio da criação de medidas de dependência entre variáveis ou até mesmo construção de família de distribuições bivariadas com intuito de simulação, podem ser artifícios muito bem explorados dentro de conceitos financeiros, como por exemplo, na mensuração do risco operacional, o qual está ligado às variáveis que podem possuir dependências entre elas.

Com isso, a partir desses conceitos explanados surge o contexto o qual a problematização desse presente estudo se encontra. Pois, a partir da divulgação do Acordo de Basiléia II no ano de 2004, começaram a surgir novas pesquisas e interesses acerca do cálculo do VaR, justamente por ser um pré-requisito do cálculo do método avançado (AMA). Porém, o que ainda é escasso na literatura e nos estudos é a utilização de um VaR condicionado á frequência e severidade das perdas, o qual utiliza indiretamente dentro da sua fórmula matemática o conceito estatístico das cópulas.

Esse VaR condicionado possui uma grande relevância, principalmente, para as instituições financeiras ligadas às regras do Basiléia II, pois ele pode ser capaz de minimizar o valor que essas organizações devem armazenar, sem deixar de lado a preocupação e veracidade desse valor a fim de proteger a empresa de possíveis perdas futuras. E isso tudo, com o intuito de utilizar essa quantia monetária para outros fins mais estratégicos, como por exemplo, investimentos.

Portanto, a partir do que foi exposto, pergunta-se: **O uso do cálculo do VaR (Value at Risk) condicionado a frequência e a severidade, juntamente com conceitos estatísticos da função cópulas, é o método mais adequado para a mensuração do risco operacional?**

## **1.2 Objetivo Geral**

Como o método de distribuições de perdas (LDA) pode ser desenvolvido da melhor forma a partir da utilização de uma simulação condicionada, em cálculos os quais os dados devem ser simulados por não haver disponibilidade da utilização de dados reais, juntamente com o cálculo do VaR Condicionado e o auxílio dos conceitos estatísticos da função cópulas, que juntos irão auxiliar na construção de um método mais adequado para a mensuração do risco operacional.

### 1.3 Objetivos Específicos

- I. Identificar por meio da Revisão da Literatura se o tema proposto está presente nos estudos até hoje publicados.
- II. Realização de simulação e geração de informações para a análise dos resultados.
- III. Estudar o cálculo do VaR juntamente com as cópulas relacionando-as com o Risco Operacional, e assim, compreender como elas se comportam.
- IV. Conclusão e discussão dos resultados finais como interesse ao âmbito da administração e das finanças organizacionais.

### 1.4 Justificativa

A discussão acerca do gerenciamento do risco operacional não é uma questão recente no âmbito do sistema financeiro mundial. Devido a esse tema ser algo pertinente a categoria das instituições financeiras que devem possuir uma atenção redobrada com as perdas oriundas de questões operacionais, como fraudes, roubos, assaltos, falhas em sistemas e também em atividades de funcionários. Porém, o que é algo recente e de extrema valia para ser estudado e aprofundado, é a questão do gerenciamento do risco operacional ser equiparado a outras práticas de gestão, como as dos riscos de mercado e risco de crédito.

Com isso, a partir desse momento o qual o risco operacional pode ser discutido de forma igualitária em nível de importância com os outros tipos de riscos é necessário que os estudos estejam mais aprofundados para que se tragam as melhores formas de colocá-lo em prática.

Quando se fala de forma de colocá-los em prática, se está falando a cerca dos métodos de mensuração do risco operacional existente e que vieram juntamente com a divulgação do Acordo de Basiléia II. Esses métodos são divididos em básico, intermediário e avançados que serão explicados na própria revisão da literatura. O

presente estudo possui o foco no método avançado o qual utilizará como base o *Loss Distribution Approach* (LDA), modelo de distribuição de perdas.

O LDA é uma abordagem estatística que vem sendo amplamente usada em contextos para se medir a distribuição de perdas. A literatura acerca da utilização do LDA na medição de riscos operacionais vem crescendo. Até mesmo antes do Acordo de Basileia II ser divulgado, alguns autores já vislumbraram o uso do LDA no sistema financeiro. Depois então, do lançamento desse uso oficial com o risco operacional, o estudo a cerca do tema só vem sendo cada vez mais explorado.

Porém, o Acordo de Capitais de Basileia II não deixa delimitadas as técnicas específicas do método de mensuração avançada (AMA), somente cita três das quais podem se encaixar nessa categoria, o qual o LDA é um dos métodos citados. Com isso, existe um meio o qual os estudos podem atuar a cerca do desenvolvimento teórico e também matemático do método LDA. Até mesmo trazendo novidades a cerca de modelos matemáticos e estatísticos a serem implantados, a fim de, descobrir a distribuição de perdas de uma empresa (LDA), como é o caso da utilização da Simulação de Monte Carlo e Cópulas que será desenvolvida nesse presente estudo.

A utilização da função estatística cópulas ainda é muito escassa na literatura quando se fala das cópulas como uma função para medir o risco operacional. Principalmente, na literatura nacional o qual o tema não é amplamente discutido e pesquisado. A teoria de cópulas é em si um assunto moderno, a primeira vez que o termo apareceu associado a um sentido matemático e estatístico foi com o estudioso Abe Sklar no ano de 1959. Com isso, desde então o método vem sendo explorado primordialmente nas áreas estatísticas que é a sua principal origem. Porém, o que alguns pouquíssimos artigos estudam é a utilização desse método para a área da administração, principalmente a área financeira, possuindo assim, uma lacuna nos estudos acadêmicos a cerca desse tema.

Com isso, o presente estudo é relevante por estudar um tema escasso no Brasil, que é o uso das cópulas aplicadas ao contexto financeiro, mais especificamente aplicado ao Risco Operacional. Além de, trazer uma aplicabilidade na prática do dia-a-dia das grandes instituições financeiras, como bancos e outros órgãos vinculados ao Banco Central.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Em 1988, o Banco Central do Brasil, divulgou o primeiro Acordo de Capital da Basileia ligado ao BIS (*Bank for international Settlements*) e tinha por meio desse o objetivo criar exigências mínimas de capital para instituições financeiras como forma de fazer face ao risco de crédito.

O risco de crédito é definido a partir da incerteza existente de possíveis perdas resultantes dos valores acordados com os tomadores de empréstimos, contrapartes de contratos ou ainda com as emissões de títulos. Por esse risco sempre ter estado presente no dia a dia das instituições financeiras, ele possuía uma atenção especial, principalmente em relação à sua mensuração e formas de minimização.

Além do risco de crédito, outro risco já então abordado no primeiro Acordo da Basileia é o risco de mercado, o qual decorre de possibilidades de perdas que podem ser ocasionadas por mudanças no comportamento das taxas de juros, do câmbio, dos preços das ações e também dos preços das commodities. Outro risco que as instituições financeiras devem sempre estar atentas principalmente por estar ligado a algo que sofre bastantes mudanças que é o caso do mercado financeiro.

Com isso, a partir desse acordo divulgado oficialmente em 1988, os mercados passaram por várias transformações que até então na época não eram usuais. No ano de 2004, o Banco Central divulgou o Acordo de Capital de Basileia II, o qual possuiu alguns incrementos em relação ao primeiro, dentre eles a grande novidade segundo Carvalho e Caldas (2009) a incorporação do risco operacional em sua estrutura. Pois, teve como objetivo principal buscar medidas mais precisas dos riscos envolvidos, e não somente o risco de crédito, pelos bancos internacionalmente ativos.

Considerando o primeiro pilar do Basileia II, definiu-se o tratamento a ser dado para fins de determinação da exigência de capital frente aos riscos incorridos nas atividades desenvolvidas pelas instituições financeiras. Basileia II introduz a exigência de capital para risco operacional e aprimora a discussão acerca do risco de crédito, o que se difere do acordo divulgado em 1988. Como verificado na figura 1, a qual demonstra que o Risco Operacional foi adicionado ao modelo anterior.



Figura 1: Alocação de Capital. Relações com Investidores, portal do Banco do Brasil. Análise do Desempenho 4T07. 7.1.4 Acordo de Basiléia. Comitê de Basiléia

## 2.1 Risco Operacional

Segundo *Basel Committee on Banking Supervision* (2001), também chamado de Comitê da Basiléia, o risco operacional pode ser definido oficialmente como “o risco de perda resultante de processos inadequados ou processos internos deficientes, pessoas e sistemas, ou de eventos externos.”.

Ebnothera et al. (2001), consideram o risco operacional como sendo:

“O risco operacional para um conjunto de processos de produção são os riscos das operações associados com estes processos, que podem ser quantificados e apresentados em um gráfico dirigido e que exceda um determinado valor limite.”

Brandts (2004) cita em seu artigo alguns exemplos de grandes perdas financeiras ocasionadas por riscos operacionais, para poder ilustrar o impacto que essas perdas trazem para as finanças de uma organização. As mais conhecidas segundo o autor são os 9 milhões de dólares de perdas por meio do Banco Nacional devido a uma fraude de crédito em 1995; 2,6 milhões de dólares de Sumimoto Corporação devido à atividades não autorizadas de negociações em 1996 e a perda de 1,7 bilhão de dólares e posterior falência de Orange County, devido à atividades de *trading* não autorizadas em 1998. Por meio, desses dados fornecidos pelo autor

do então artigo, começou-se a considerar-se a importância de monitorar e quantificar o risco operacional.

Chernobai et al. (2006) critica o fato do risco operacional ter surgido como algo preocupante depois do risco de crédito e do risco de mercado. Pois, o risco operacional são falhas de alto perfil que surgiram, pelo menos em partes, como um sub-produto de uma rápida e recente tecnologia da inovação e revolucionários avanços nas redes de informação, finanças desreguladas e também da globalização. Então, segundo o autor, não teria uma lógica concreta nessa ordem de preocupação existente, já que se for fazer uma análise mais profunda, em alguns casos as falhas existentes no âmbito operacional podem vir a causa falhas e riscos envolvidos ao crédito e também do mercado. Sendo assim, o risco operacional potencializa o risco de crédito e o risco de mercado, falando de modo negativo.

Corroborando com o pensamento do autor citado no parágrafo anterior, Carvalho e Caldas (2006) citam ainda que existem acontecimentos que mostram que os riscos inerentes às instituições não se limitam ao risco de crédito ou de mercado, escopo do primeiro acordo. Ainda dá exemplos a cerca de como esses riscos operacionais são vistos de modo tangíveis nas organizações com: assaltos, computadores violados, explosões de agências, falhas em sistemas, processos inadequados e erros de funcionário que podem redundar em perdas qualificadas como operacionais.

### 2.1.1 Metodologias de Mensuração do Risco Operacional

Acerca das citações acima que incidem para um pensamento convergente sobre a importância e também o crescimento dessa preocupação incidente do risco operacional nas instituições financeiras, o Acordo de Basiléia II explica como funcionaria a alocação de capital para esse tipo de risco. Além de explicar como funcionam os seus métodos de mensuração.

### 2.1.1.1 Método Básico (*Basic Indicator Approach*, BIA).

Primeiramente como ilustrado na Figura 1, existe o método básico (*basic indicator approach*, BIA) Nesse método, explica Carvalho e Caldas (2006):

“A partir da média do resultado bruto dos últimos três anos (ou 36 meses) da instituição financeira, aplica-se o fator de 15% e obtém-se a alocação de capital para o risco operacional. Trata-se de alocação mais simplificada e baseada exclusivamente em padrões contábeis. Caberá ao supervisor ter sensibilidade quanto às variáveis a serem utilizadas e qual o peso a ser considerado nos parâmetros, uma vez que as condições locais são diferentes. Exemplo clássico no Brasil é a necessidade de se considerar o resultado advindo de tesouraria, que provoca enormes distorções quando se relaciona o risco operacional com o volume de negócios e consequente exposição a esse risco.”

O método básico possui esse nome justamente pelo seu cálculo de mensuração ser extremamente simples. Como explicado na citação anterior, a instituição que o utiliza deve aplicar 15% em cima da média do resultado bruto dos últimos três anos e o valor gerado a partir desse cálculo, será a quantia monetária que a organização deverá alocar para o risco operacional.

Segundo Sundmacher (2007):

“O método Básico é a abordagem mais simples e pode ser aplicada por todos os bancos que, ou não se enquadrem ou não são obrigados por seu regulador de usar uma das abordagens mais sofisticadas. No BIA capital de risco operacional é calculado como um percentual fixo de três anos anual de uma instituição financeira  $GI$  média positiva.”

$$K_{BIA} = \left[ \frac{\sum(GI_{1..n} * \sigma)}{n} \right] \quad (1)$$

Segundo o BCBS (2006: 145)  $GI$  são os juros líquidos do rendimento mais as receitas líquidas não financeiras. O resultado desse cálculo é a resultado bruto da instituição financeira ( $GI$ ).

Pelo qual  $GI$  multiplicado por 1 até  $n$  denomina a quantidade de  $GI$  naqueles anos sobre o horizonte de três anos, em que  $GI$  da instituição financeira foi positiva e  $\alpha$  denomina o fator de escala que é atualmente fixado em 15 %. (BCBS 2006: 145).

#### 2.1.1.2 Método Padronizado (*Standardised Approach*, TSA).

“A TSA é uma abordagem mais sofisticada em comparação com o BIA. A fim de ser elegível para utilizar o TSA, uma instituição financeira precisa cumprir uma série de qualificação de critérios. A instituição financeira que usa o TSA é necessária para mapear sua  $GI$  anual global em oito linhas de negócios, que são pré-determinadas pelo BCBS. O  $GI$  de cada linha de negócio é escalado por um fator de escala beta fixo. Beta é determinado pelo BCBS, e seu contingente valor sobre “riskiness” uma linha de negócios. O BCBS identifica as seguintes linhas de negócios e seus respectivos betas (BCBS 2006,147).”

Ao contrário do método básico, o método padronizado possui algumas ressalvas. A principal está ligada às linhas de negócios, e como será feita a mensuração da renda bruta da instituição financeira. Primeiramente o  $GI$  (Renda Bruta) não será considerado apenas por uma linha global de negócio, como acontece no método BIA, ele será mensurado a partir de oito linhas de negócios diferentes como exemplificadas no quadro 2: Finanças Corporativas, Negociação e vendas, Pagamentos e liquidações, Comercial, Serviços de agente financeiro, Varejo, Administração de ativos e Corretagem de varejo. Cada linha de negócio será definida a partir de um fator de escala beta, o qual é definido pelo BCBS.

<b>Linhas de Negócios</b>	<b>Fatores Beta</b>
Finanças Corporativas	18%
Negociação e vendas	18%
Pagamentos e liquidações	18%
Comercial	15%
Serviços de agente financeiro	15%
Varejo	12%
Administração de ativos	12%
Corretagem de varejo	12%

Quadro 2: Tabela adaptada de Sundmacher (2007), que demonstra as oito linhas de negócios que devem ser calculadas a renda bruta ( $GI$ ) a fim de cálculos do método padronizado; (BCBS 2006: 145).

Portanto, o total de capital de risco operacional de uma instituição financeira é calculado como a soma do risco operacional, em um período de três anos, sendo consideradas as rendas brutas das suas oito linhas de negócios ( $GI_{1-8}$ ) multiplicadas pelo seu fator  $\beta$  correspondente, e por fim dividido por três, que é exatamente o período acumulado que se leva em conta:

$$K_{TSA} = \left\{ \sum_{Years\ 1-3} \max[\sum(GI_{1-8} * \beta_{1-8}), 0] \right\} / 3 \quad (2)$$

Segundo Sundmacher (2007), a renda bruta de uma das linhas de negócios pode ser negativa em contrapartida de a outra linha ser positiva e isso levaria a uma redução do custo de capital geral da instituição. Porém, a carga total das oito linhas de negócios juntas não pode ser negativa, com isso no final ela não poderá ser utilizada para uma dedução do crédito da instituição financeira ou do próprio capital de risco de mercado.

#### 2.1.1.3 Método Avançado (*Advanced Measurement Approach, AMA*).

Segundo Cornalbaa e Giudici (2004) os quais usam também como referência as ideias de Cruz (2002), estes descrevem que a complexidade das perdas operacionais e também as novidades dos problemas têm impulsionado o Comitê da Basileia para definir o chamado método AMA geral que seria o método avançado de mensuração do Risco Operacional. A justificativa da criação desse método se encontra no fato de que há muitos “critérios de qualificação” que um banco tem para satisfazer, mas os bancos internacionais podem desenvolver um modelo que captura seu próprio perfil de risco operacional que irá demonstrar com mais sensibilidade e ao mesmo tempo reduzir a exigência de capital para esse tipo de risco.

Segundo Carvalho e Caldas (2006) em seu artigo técnico o qual cita referências de publicações do Banco Central do Brasil (2004) e (2006). Existem alguns pré-requisitos que as empresas as quais estão implantando a técnica de mensuração avançada devem seguir, primeiramente:

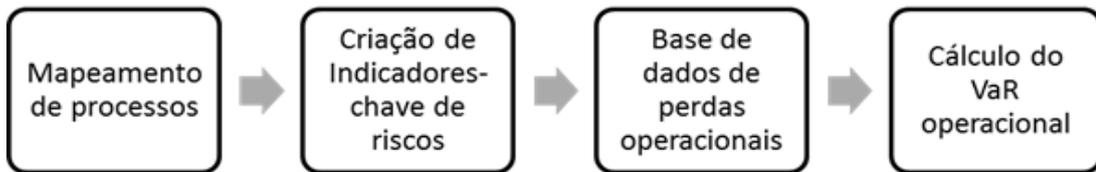


Figura 3: Fluxograma das etapas a serem seguidas para uma melhor mensuração do risco operacional. Figura adaptada a partir de um trecho de Carvalho e Caldas (2006).

A partir desses pré-requisitos existem alguns desafios os quais as instituições financeiras devem passar para poder conseguir mensurar de forma mais real o seu risco operacional, segue um quadro abaixo que explicitam quais são alguns desses desafios:

<b>Desafios</b>
Domínio de ferramentas e modelos estatísticos sofisticados (demonstrar i.e., comparável a um período de um ano com intervalo de confiança de 99,9%)
Necessidade de aprovação do supervisor
. Estimação das perdas inesperadas baseadas no uso combinado de dados relevantes da perda, da análise de cenário, banco de dados externo e de fatores do ambiente de negócio do banco e de seus controles internos
Capacidade em demonstrar que seu método captura os eventos potencialmente severos de perdas
São previstos aspectos qualitativos e quantitativos para o AMA, em complemento aos do STA.
Critérios apurados para se evitar dupla contagem nos riscos de crédito e mercado
No Brasil, a Resolução 3.380, que regulamenta o Pilar 2 no Brasil, apresenta os eventos de risco operacional equivalente ao nível 1 do Anexo 9 do NACB

Quadro 4: Quadro adaptado que demonstra os desafios que uma instituição financeira deve superar para poder melhor mensuração de forma avançada o seu risco operacional. Carvalho e Caldas (2006).

É interessante frisar que no documento final divulgado do Acordo de Capital de Basileia II, não é especificado diretamente métodos e modelos específicos para o método de mensuração avançada, AMA. Porém, em um documento preliminar (BIS, 2001), o Comitê da Basileia discute rapidamente três modelos que podem ser classificados como AMA: Abordagens de Mensuração Interna (IMA), Abordagens baseadas em *Scorecards* e Abordagens de Distribuição de Perdas (LDA). Esse presente estudo irá focar e aprofundar no assunto de LDA.

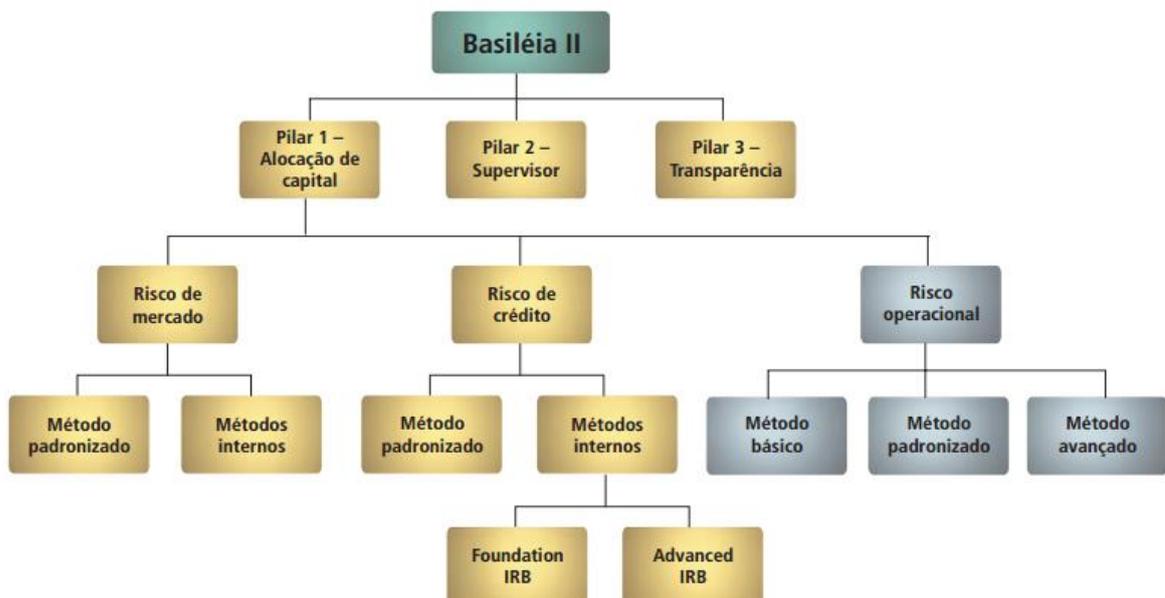


Figura 5: Fluxograma da Alocação de Capital o qual demonstra os tipos de método de mensuração do risco de crédito, do risco de mercado e também do risco operacional. Artigo: Basileia II: abordagem prática para acompanhamento de risco operacional em instituições financeiras, pág. 4.

### 2.1.2 Value at Risk (VaR)

Segundo relatos de Jorion (1976), o criador do termo Value at Risk (Valor de Risco) pode ser visto como sendo o Till Guldemann, quando era o chefe de pesquisa global da JP Morgan no final de 1980. O banco J.P Morgan decidiu que os *Value at*

*Risk* eram mais importantes do que, ganhar riscos, abrindo assim caminhos para esse termo.

Naquela época, havia uma grande preocupação com a gestão correta dos riscos dos derivativos. O Grupo dos trinta (G- 30), que tinha uma forma representativa na JP Morgan, promoveu um local para uma discussão das melhores práticas para gerenciar os riscos. O termo VaR encontrou seu caminho através do relatório G- 30 , publicado em Julho de 1993. Com isso, aparentemente, foi exatamente nessa data a primeira aparição do termo *Value at Risk*.

Em relação ao conceito do valor de risco, de forma mais simplista, segundo Jorion (1976) o termo *Value at Risk* pode ser definido como a pior perda em um horizonte de tempo que não será ultrapassado com um dado nível de confiança.

Agora, de uma forma matemática segundo Dalla (2008) o VaR ao nível de confiança é o alfa-quantil da perda da distribuição para o *i*-ésimo risco :

$$VaR (S_i; \alpha): Pr(S_i \geq VaR) \leq \alpha. \quad (3)$$

enquanto  $1 - \alpha$  é o nível de confiança.

Por exemplo, o VaR de 1% é definido como o 1º percentil da distribuição de perda  $F_i$  da soma  $S_i$ . Segundo os autores a representação analítica da presente distribuição não existe ou é computacionalmente difícil, e por, assim, usam-se a simulação de Monte Carlo, que posteriormente nesse referencial será explicada.

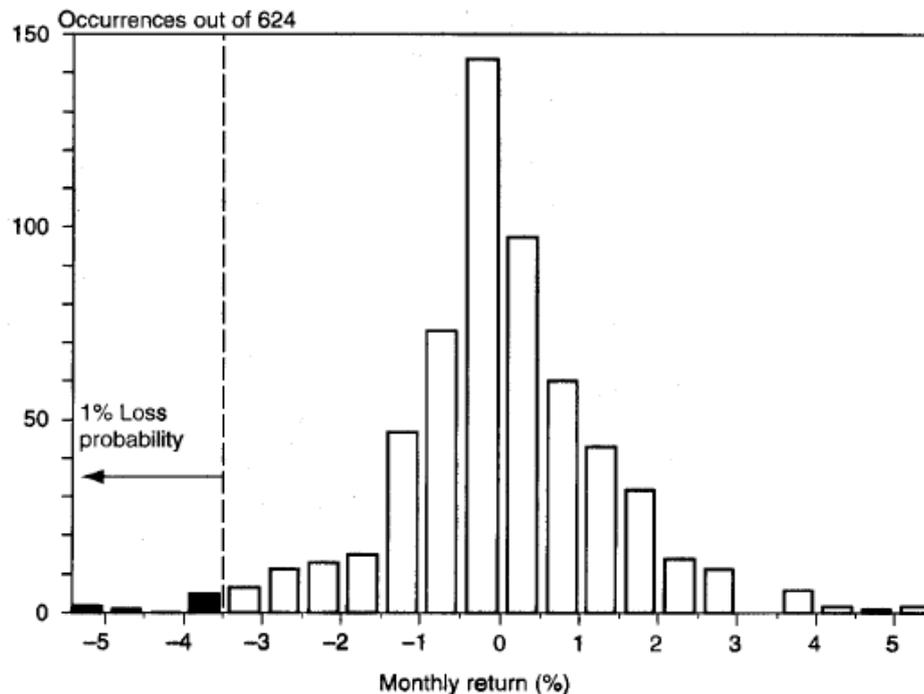


Figura 06: Retirada do livro de Jorion (2007), o histograma acima ilustra o VaR de um investidor que detém 100 milhões de dólares em notas de médio prazo. E o autor analisa quanto ele poderia perder de posição em mais de um mês. O VaR é demonstrado no gráfico como os blocos que estão pintados de preto à esquerda (1% loss probability).

Apesar do Value at Risk ter ganhado força após a sua primeira aparição como explicado nos parágrafos acima, ainda existem alguns autores que não o avaliam muito bem. Segundo Artzner et al, (1999), o *Value at Risk* não é uma “medida de risco coerente”, pois, poderia subestimar o risco quando se lida com variáveis leptocúrticas, que são variáveis que possuem a distribuição mais achatada que a distribuição normal, com potencial de grandes perdas, segundo Yamai e Yoshida, (2002). Com isso, uma medida de risco alternativa, que recentemente recebeu grande atenção é a queda esperada, ou perda esperada (Acerbi e Tasche 2002). Porém, mesmo com algumas críticas o VaR ainda sim é uma medida muito usada e conceituada no meio financeiro.

## 2.2 *Loss Distribution Approach (LDA)*

Como foi explicitado anteriormente o Acordo de Capital de Basileia II trouxe à tona a importância da preocupação, que até os anos anteriores não era significativa,

a cerca do risco operacional. O método de mensuração avançada (AMA) deixou em aberto no documento final do Basileia II quais seriam os modelos e métodos presentes nele, porém deixou três métodos que poderiam estar inclusos no mesmo, com isso iremos principalmente nos atentar ao método LDA, que poderia ser traduzido como abordagens de distribuições de perdas ou até mesmo em inglês como *Loss Distribution Approach*.

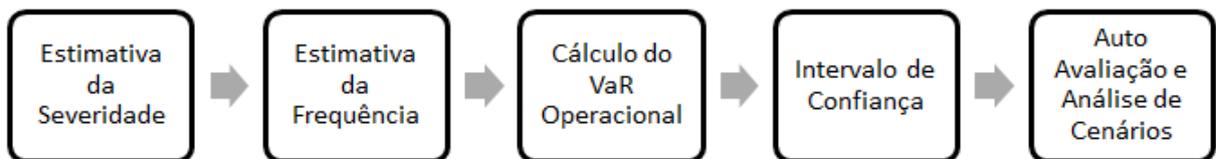
Antes mesmo do LDA ter sido citado no acordo de Basileia II como um método oficial para a mensuração avançada do risco operacional, autores como Frachot et al.(2001), já haviam vislumbrado que esse tipo de método poderia vir a ser um modelo matemático importante e reconhecido. Com isso, nota-se que o modelo de distribuição de perdas (LDA) vem sendo estudado há alguns anos e depois do Basileia II vem crescendo ainda mais esse estudo, revelando a importância da sua utilização.

Os anos foram se passando e segundo o autor Frachot et al.(2003), um intenso fluxo de pesquisas vem sendo realizado ao longo dos últimos anos (o artigo foi publicado um anos antes da oficial divulgação do Basileia II) para resolverem as questões levantadas pela implementação prática de Basileia II, no âmbito da medição avançada (AMA) e em particular no âmbito da Abordagem de Distribuição de perdas (LDA). E exatamente por esse intenso fluxo de pesquisas na área que esses autores acreditam que a maioria dessas questões é agora suficientemente esclarecida para permitir um levantamento sobre técnicas quantitativas de risco operacional.

Segundo Frachot et al. (2001) o LDA é uma abordagem estatística das ciências atuais para analisar as distribuições de perdas. Essas perdas podem estar relacionadas, por exemplo, a algum tipo de risco. Podendo ser esses riscos, o de crédito, de mercado e o operacional. Portanto, o LDA começou a ser explorado como uma técnica adequada para mensurar as distribuições de perdas. Sendo essas oriundas de meios financeiros voltados para o âmbito da análise de riscos que incorrem sobre uma organização.

A partir dessa discussão, Frachot et al. (2003) considera que alguns passos são necessários para poder implementar o LDA na prática, e esses passos são:

- I. Estimativa de Severidade
- II. Estimativa da Frequência
- III. Cálculo do VaR Operacional
- IV. Intervalo de Confiança
- V. Auto Avaliação e Análise de Cenários



**Passo 1:** Primeiro passo o qual é chamado de estimativa da severidade é provavelmente a mais difícil tarefa como técnica de “livros de texto”, isso porque não pode ser utilizada de forma direta pois, as perdas de dados são atormentadas diretamente por várias fontes de viés.

Considera-se que a distribuição da severidade deve ser estimada a partir de “ $m$ ” conjuntos de dados provenientes da perda de “ $m$ ” diferentes “provedores” (esses “provedores”, podem significar tanto uma unidade de negócios dentro de um banco ou algum local externo como uma entidade / consórcio) . A calibração da severidade não pode ser realizada antes de decidir em qual dos dois seguintes casos explicitados abaixo ela se encaixa:

Caso 1: As fontes  $m$  de dados de perdas são assumidas a serem geradas a partir dos mesmos dados de distribuições de probabilidades primárias de perda, mas são relatados de acordo com alguns, possíveis e diferentes limiares. Em outras palavras, os autores querem dizer que quando reúnem as fontes de  $m$  dados em conjunto, eles não estão unificando os dados que seriam de naturezas diferentes, estão apenas misturando dados semelhantes, mas estes dados são “embalados” de formas distintas.

Caso 2: As fontes  $m$  de dados de perdas vêm de diferentes distribuições de probabilidade primárias e, assim, têm de ser reescalados. Além disso, eles também podem ser relatados de acordo com alguns diferentes limiares. Neste caso, o que realmente significa é o contrário do caso acima, pois nessa situação devem-se misturar os dados que são fundamentalmente diferentes por natureza.

Segundo análises dos próprios autores o caso 2 é um caso mais geral e realista também, porém em contrapartida é um caso mais complexo de ser utilizado.

Matematicamente falando, a calibração de dados é realizada através da função de máxima verossimilhança. E também suponha-se que por razões de simplicidade a distribuição da severidade é lognormal com parâmetros " $\mu$ " e " $\sigma$ ":

$$\max_{(\mu, \sigma)} \ln(\mu, \sigma) = \sum_{i=1}^n (\zeta_i, \mu, \sigma / H_i) \quad (4)$$

Obs: Alguns métodos de cálculo de calibração de dados utiliza ao invés da distribuição LogNormal, as distribuição Gamma ou Pareto.

**Passo 2:** Segundo passo, estimativa da frequência. A distribuição da frequência é medida por meio da distribuição de Poisson que possui muitas características atraentes A primeira é o fato de ser amplamente utilizada na indústria de seguros para a modelagem de problemas semelhantes aos riscos operacionais. Em segundo lugar, precisa de apenas um parâmetro (chamado  $\lambda$ ) para ser completamente descrito. E em terceiro lugar, o valor deste parâmetro ML é simplesmente o número médio empírico de eventos por ano. Porém, existem outras formas de cálculos da estimativa da frequência que utiliza a distribuição de probabilidade Binomial e a Binomial negativa.

No entanto são necessários alguns cuidados para que as informações necessárias nesse cálculo realmente funcionem. Segundo Frachot et al. (2003) esse cuidado deve existir por razões óbvias, por exemplo, se alguém relatou um corte do banco que está programado para um nível elevado, então a média do número de eventos (relatados) será baixa. Isso não implica, de modo algum, que o banco é permitido colocar uma menor quantidade de capital do que outro banco que utiliza um limiar mais baixo. Significa simplesmente que a média de número de eventos deve ser corrigida para não prejudicar o cálculo.

**Passo 3:** O terceiro passo é também chamado de cálculo do VaR Operacional. Uma vez que as distribuições de frequência e severidade já foram calculadas, o cálculo do custo de capital se torna bastante simples. Processamento do custo de capital é feito graças a Simulações de Monte Carlo que são habilidades padrão entre “quantis”.

Segundo Frachot et al. (2003) existem ambiguidades entorno da definição de requisitos do capital regulamentar. Porém, existem três definições os quais eles estão certos de que existem, sendo OpVaR o risco operacional do VaR (Operational Value at Risk):

Definição 1 ( OpVaR ): Os requisitos de capital é o percentil 99,9 % da distribuição de perda total .

Definição 2: ( OpVaR Perda Inesperada Apenas ) : Este é o OpVaR anterior a partir da qual esperado perdas são subtraídas. A atual proposta do Acordo de Basileia parece aceitar essa definição, desde que o banco possa demonstrar que tem prestado às perdas esperadas de forma adequada através de preços, reservas e / ou práticas caras.

Definição 3: ( OpVaR acima do limiar ): Os requisitos de capital é o percentil 99,9% da perda total da distribuição a qual apenas as perdas acima da limiar são consideradas .

Essas três definições podem ser utilizadas e manipuladas utilizando a simulação de Monte Carlo.

As três definições acima podem ser expressas pelas seguintes fórmulas matemáticas, onde L é a perda agregada (*Loss aggregate*) e EL a total de perda esperada (Expected total loss):

Definição 1:

$$\Pr\{L > OpVaR\} = 0,1\% \quad (5)$$

Definição 2:

$$\Pr\{L > OpVaR + EL\} = 0,1\% \quad (6)$$

Onde EL é o total de perdas esperadas.

$$E \left[ \sum_{i=0}^N \zeta_i \right] \quad (7)$$

Definição 3:

$$\Pr \left\{ \sum_{i=0}^N \zeta_i \times 1_{\{\zeta_i > OpVaR\}} \right\} = 0,1\% \quad (8)$$

Onde " $\zeta_i \geq H$ " é igual a 1 caso a perda exceda o limite H ou 0, no caso ao contrário.

**Passo 4:** O quinto passo também é chamado de Intervalo de Confiança. O procedimento anterior fornece uma estimativa do custo de capital, que é incerto, por natureza. Este é um ponto crucial na modelagem de risco operacional devido à escassez de dados que normalmente devem traduzir-se em pouca precisão. E nesse caso o que é utilizado é o intervalo de confiança que é uma ferramenta para justificar o custo de capital calculado, bem como para resolver vários outros problemas.

A imprecisão dessa exigência do cálculo do custo de capital está diretamente ligada à imprecisão dos estimadores dos três parâmetros subjacentes,  $\mu$  e  $\sigma$ . Por

isso a construção de um intervalo de confiança de que os custos de capitais podem prosseguir do seguinte modo:

- I. Em primeiro lugar, deve-se obter a (em alguns casos, aproximado) distribuição dos estimadores subjacentes;
- II. Tirar dessas distribuições um número suficientemente grande de simulações;
- III. E finalmente para cada caminho acima citado obter um custo de capital e em seguida obter a sua distribuição de forma empírica.

O ponto mais crítico segundo os autores é a metodologia para a construção de uma distribuição aproximada dos estimadores dos parâmetros subjacentes. No caso, para o parâmetro de frequência não existe dificuldade, porque se sabe que a distribuição exata do estimador é também a Distribuição de Poisson. Para os dois restantes parâmetros  $\mu$  e  $\sigma$  da etapa da distribuição da severidade, pode-se seguir com duas metodologias diferentes:

Método 1: Bootstrap

Método 2: Aproximação Gaussiana (porque no caso a teoria se aplica ML )

Os autores do artigo são mais a favor do método dois, por ser mais usual para reguladores particulares.

**Passo 5:** A quinta etapa é chamada de Auto Avaliação e Análise de Cenários. Quando se fala de análise de cenários, quer se expressar a ideia de que os especialistas de bancos e gestores experientes do ramo possuem algumas intuições confiáveis sobre o grau de risco do seu negócio e que essas intuições não são totalmente refletidas nos históricos, dados internos do banco. Como primeiro requisito, espera-se que os peritos devam ter a oportunidade para dar a sua aprovação para os resultados de carga capital. Em uma segunda etapa, pode-se imaginar que as intuições dos peritos estão diretamente conectadas a severidade e estimativa da frequência.

Essa instituição que havia sido falada dos especialistas pode ser captada através de construção de cenários, mais precisamente, o cenário é dado por um

potencial montante da perda da probabilidade correspondente da ocorrência. Segundo os autores um exemplo seria um especialista pode afirmar que uma perda esperada de 1.000.000 € ou superior pode vir a ocorrer uma vez a cada cinco anos, e essa é uma informação de extrema importância para toda análise discutida.

É muito fácil, segundo Frachot et al. (2003) de se notar que os cenários podem ser traduzidos em restrições sobre os parâmetros de frequência e distribuições de severidade. Uma vez que estas restrições foram identificadas, uma estratégia de medição pode ser concebida onde os parâmetros são medidos por meio da maximização de algum critério padrão, como o da máxima verossimilhança. Como resultado, os estimadores dos parâmetros podem ser vistos como uma mistura do estimador baseado em perda de dados e o estimador implícito baseada no cenário.

## 2.3 Simulação

Segundo Rubistein (1981) a simulação tem sido há alguns anos uma importante ferramenta de *designers*, seja: simulando um voo de jato supersônico, um sistema de comunicação por telefone, um túnel de vento, uma batalha militar em grande escala (para avaliar defensivos ou ofensivos sistemas de armas), ou uma operação de manutenção (para determinar o melhor tamanho de equipes de reparos).

Nos últimos 15 anos, contando a partir do ano de 1981, segundo Rubistein (1981), mais de 3000 artigos sobre simulação e também sobre o método de Monte Carlo foram publicados. Isso demonstra que desde alguns anos atrás a procura pelo estudo a cerca do tema vem crescendo e tomando importância no mundo acadêmico.

Para Navarrete (2006) o método de simulação em contraste com as soluções de forma fechada que envolve a resolução de equações e fórmulas teóricas, é considerado um caminho alternativo para obter a distribuição de perda agregada (LDA). Ainda explica que a simulação é feita por meio dessas soluções em forma aberta, em que um algoritmo é inteligentemente implementado em um computador e ele por si só faz o trabalho.

Embora a simulação seja muitas vezes vista como um método de último recurso para ser empregado quando todo o resto tem falhado os recentes avanços nas metodologias, disponibilidade de *software* e desenvolvimentos técnicos tem feito a simulação ser uma das ferramentas mais utilizadas e aceitas no sistema análise e pesquisa operacional, comenta Rubistein (1981).

Segundo Naylor (1966) a definição de simulação é a seguinte:

“A simulação é uma técnica numérica para a realização de experimentos em um computador digital, que envolve certos tipos de modelos matemáticos e lógicos que descrevem o comportamento de um negócio ou sistema econômico (ou algum componente de períodos de tempo real dos mesmos) mais alargado.”

Ainda segundo Rubistein (1981) o método de simulação lida com ambos os modelos, sendo eles abstratos e físicos. Algumas simulações com modelos físicos e abstratos podem envolver a participação de pessoas reais. Ele cita alguns exemplos que incluem link-formadores para pilotos e militares ou de jogos de negócio. E existem dois tipos de simulações que envolvem pessoas reais que merecem ser mencionados. Um é o jogo operacional, e a outra é a simulação homem-máquina. O termo jogos operacionais refere-se às simulações caracterizadas por algum tipo de conflito de interesse entre os jogadores ou tomadores de decisões humanas dentro do âmbito do ambiente simulado, e o experimentador, observando os jogadores, pode ser capaz de testar hipóteses sobre o comportamento dos indivíduos e / ou do sistema de decisão como um todo.

Naylor (1966) ainda cita uma questão histórica e também que o ser humano possui desde outros séculos, a cerca dessa sede por conhecimento:

“A razão para o uso de simulação pelo ser humano é a incessante busca do homem pelo conhecimento sobre o futuro. Esta busca pelo conhecimento e pelo desejo de prever o futuro é algo tão antigo quanto a história da humanidade. Mas antes do século XVII, a busca do poder preditivo limita-se quase inteiramente com os métodos puramente dedutivos de filósofos como Platão, Aristóteles. Euclides, e outros.”

Portanto a simulação surge como uma forma de preencher um gap que existia para alguns ramos de análises. Sendo esses ramos os quais os outros métodos matemáticos não eram suficientes para gerar análises.

Além do mais, a simulação pode ser usada em algumas situações específicas segundo Naylor (1966), como por exemplo, em alguns casos pode ser impossível ou extremamente dispendioso para obter dados, a partir de certos processos no mundo real e esses processos podem envolver, por exemplo, o desempenho de motores de foguete de grande escala, o efeito de cortes de impostos propostos sobre a economia, o efeito de uma campanha publicitária nas vendas totais, com isso nesses casos, diz-se que os dados simulados são necessários para formular hipóteses sobre o tal sistema estudado.

Justamente nesses casos, que são complexos para se obter dados do mundo real que se encaixa a utilidade da simulação na mensuração do Risco Operacional. Para poder medir a quantidade de recursos financeiros que devem ser alocados a fim de mitigar o risco operacional, devem-se possuir alguns dados em relação aos tipos de erros operacionais cometidos em uma organização e o quanto financeiramente isso impacta nas finanças da empresa. Porém, principalmente as instituições financeiras, que é contexto trabalhado nesse estudo, não fornecem com facilidade esses dados. Então, nesses casos podem-se utilizar métodos de simulação para poder inferir de forma matemática quanto seriam essas perdas relacionadas às atividades operacionais desse tipo de instituição.

Além disso, outra questão é o fato de algumas realidades dentro de algumas organizações serem praticamente impossíveis de descrevê-las por meio de demonstrações matemáticas ou equações simplistas, como é o caso do funcionamento de uma empresa de negócios, uma indústria, ou uma economia de algum país. Com isso, a simulação foi encontrada para ser um instrumento extremamente eficaz para lidar com problemas desse tipo.

Naylor (1966) traz ainda mais alguns motivos tangíveis pelos quais a simulação pode ser realmente apropriada como um método a ser utilizado, dentre eles estão:

- I. Através da simulação podem-se estudar os efeitos de determinada informação, mudanças organizacionais, ambientais e sobre o funcionamento de um sistema, fazendo alterações no modelo do sistema e observando os efeitos destas alterações no comportamento do mesmo.

- II. Observação detalhada do sistema que está sendo simulado pode levar a uma melhor compreensão do sistema e a sugestões para a sua melhoria, sugestões que de outra forma não seria aparente.
- III. A experiência de concepção de um modelo de simulação computacional pode ser mais valiosa do que a própria simulação atual. O conhecimento obtido em concepção de um estudo de simulação frequentemente sugere mudanças no sistema que está sendo simulado. Os efeitos dessas mudanças podem então ser testados via simulação antes de programá-las no sistema real.
- IV. Simulação de sistemas complexos pode requerer informações valiosas sobre quais variáveis são mais importantes do que outras no sistema e como estas variáveis interagem entre si.
- V. Simulação pode servir como um "pré-teste" para experimentar novas políticas e regras de decisão para o funcionamento de um sistema, antes de correr o risco de experiências com o sistema real.
- VI. Simulação torna possível o estudo de sistemas dinâmicos em qualquer verdadeiro tempo, comprimido em tempo, ou expandido no tempo.

### 2.3.1 Simulação de Monte Carlo

A partir de relatos de Rubinstein (1981) o termo Monte Carlo foi introduzido por Von Neumann e Ulam durante a Segunda Guerra Mundial, como uma palavra de código para o trabalho secreto em Los Alamos, sendo esse termo sugerido pelos Casinos na cidade de Monte Carlo, em Monaco. Logo após a palavra ser empregada como um código para trabalhos secretos, o método de Monte Carlo foi então aplicado a problemas relacionados à bomba atômica. Esse trabalho envolveu a simulação direta de preocupantes comportamentos com a difusão de nêutrons aleatórios em material cindível.

Pouco depois, foi utilizado o método de Monte Carlo para avaliar integrais multidimensionais e complexas para resolver certas equações integrais, ocorridas em física, que não eram passíveis de solução analítica. A partir de então,

começaram a desenvolver estudos a cerca da aplicação desse método para questões acadêmicas, voltadas principalmente para o ramo da física e estatística.

Segundo Glasserman (2003) o método de Simulação de Monte Carlo baseia-se na analogia entre probabilidade e volume. A matemática da medida formaliza a noção intuitiva de probabilidade, associando um evento com um conjunto de resultados e que define a probabilidade do caso para o seu volume ou medida em relação à de um universo de possíveis resultados. Monte Carlo usa essa identidade no sentido inverso, o cálculo do volume de um conjunto, interpretando assim, o volume como uma probabilidade.

O caso mais simples significa amostragem aleatória a partir de um universo de possíveis resultados e tendo a fração de forma aleatória chamada de queda em um determinado conjunto como uma estimativa do conjunto de volume. A lei dos grandes números garante que essa estimativa converge para o valor correto como o aumento do número de empates. O teorema do limite central fornece informações sobre a provável magnitude do erro na estimativa após um número finito de empates. Com isso, um pequeno passo leva-se de volumes para integrais.

Além, das funções citadas acima que incorrem sobre o método, Lai (2000) cita que várias opções foram amplamente negociadas desde a criação de uma *organized Exchange* em 1973 e com ela os métodos de Monte Carlo foram aplicados às opções de precificação. Além da própria utilização na precificação o autor também cita que o método está sendo amplamente usado em outros problemas financeiros que as organizações possuem. Introduzindo também, a utilização do método de Monte Carlo como um método eficaz para a mensuração de vários tipos de risco.

Nesses tipos de mensuração de riscos, encaixa-se a utilização do método para fins de riscos do ramo financeiro, como por exemplo, o risco operacional. O método de Monte Carlo é utilizado, como já especificado na etapa de explicação do LDA, para o cálculo do custo de capital, uma importante etapa para definição do valor de perdas operacionais. Além do mais, há alguns anos segundo Rubistein (1981) a gama de aplicações foi ampliando, e a complexidade computacional e o esforço exigido têm aumentado, pois o realismo dos dados, o qual sempre tende a ser aprimorado, é associado com descrições mais complexas e extensas.

Sendo assim, a complexidade do método e o seu aprimoramento matemático vem trazendo novidades e mecanismos mais eficientes para a simulação de dados

estipulados transformarem-se em dados cada vez mais próximos da realidade. Ajudando com isso, no próprio cálculo do risco operacional, o qual em grande parte dos casos, dados reais não são fornecidos, porém com a ajuda do método de Monte Carlo é possível prever esses dados com um intervalo de confiança altíssimo.

## 2.4 Cópulas

Segundo Nelsen (2006) o estudo de cópulas e suas aplicações na estatística é um fenômeno bastante moderno, pois até alguns anos antes da primeira edição de seu livro, era difícil até mesmo localizar a palavra "cópula" na literatura estatística. Além de não ter tido a entrada para "cópula" na Enciclopédia de nove volumes de Ciências Estatísticas, nem no volume do suplemento. No entanto, o primeiro volume de atualização, publicada em 1997, tem como uma entrada as "cópulas" (FISHER, 1997).

A palavra cópulas foi empregada pela primeira vez em um sentido matemático ou estatístico por Abe Sklar no ano de 1959 com o teorema, que hoje leva seu nome, que descreve as funções que "se unem" em funções de distribuição de uma dimensão que formam funções multivariadas de distribuição. Em Sklar (1996) tem-se o seguinte relato dos acontecimentos que levaram a esta utilização dessa palavra cópula:

"Féron (1956), ao estudar as distribuições tridimensionais tinha introduzido funções auxiliares, definidos no cubo unitário, que conectam tais distribuições com as suas margens unidimensionais. Vi que funções semelhantes poderiam ser definida na unidade de  $n$ -cubo para todo  $n \geq 2$  e, de modo semelhante servir para ligação as distribuições de  $n$ -dimensionais para as suas margens unidimensionais. Tendo elaboradas as propriedades básicas dessas funções, eu escrevi sobre eles para Fréchet, em Inglês. Ele me pediu para escrever uma nota sobre eles em francês. Enquanto escrevia este, eu decidi que precisava de um nome para essas funções. Conhecendo a palavra "cópula" como um termo gramatical de uma palavra ou expressão que as ligam um sujeito e predicado, eu senti que este faria um nome apropriado para uma função que liga uma distribuição multidimensional à sua margem unidimensional, e usou-o como tal. Fréchet recebeu minha nota, corrigiu o enunciado matemático, fez algumas pequenas correções para o meu francês, e tinha a nota publicada pelo Instituto de Estatística da Universidade de Paris como Sklar (1959)."

Porém, como Sklar (1959) observou que algumas funções elas mesmas são anteriores à utilização do termo cópula. Elas apareceram na obra de Fréchet (1951), Dall'Aglio (1956) , Féron (1956) e muitos outros no estudo de distribuições multivariadas com distribuições fixas marginais univariadas . Além de alguns trabalhos utilizando o termo cópulas serem rastreados para o início dos trabalhos de Wassily Hoeffding, em Hoeffding (1941) encontra-se distribuições padronizadas bivariadas cujo apoio está contido na região  $[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]^2$  e cujas margens são uniformes no intervalo  $[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]^1$ .

Segundo Dalla et al. (2008):

“O teorema de Sklar (1959) nos diz que a H distribuição conjunta de um vetor de perdas  $S_i$ ,  $i = 1 \dots n$  é a cópula das funções de distribuição acumulada dos marginais das perdas.”

A partir do surgimento desse teorema e da formulação matemática do mesmo, Nelsen (2006) explica que de um ponto de vista, cópulas são funções que uni ou “torna um casal” funções de distribuições multivariadas às suas funções unidimensionais de distribuição marginal e alternativamente, cópulas são funções de distribuição multivariada cujas margens unidimensionais são uniformes no intervalo (0,1).

Juntamente com o aprimoramento das explicações matemáticas como citada no parágrafo acima, a importância até mesmo teórica a cerca do tema foi se tornando cada vez mais visível aos olhos dos estudiosos e pesquisadores. Sendo essa importância primeiramente verificada para o ramo da estatística. Segundo Fisher (1997) em seu artigo no primeiro volume de atualização da Enciclopédia de Ciências Estatísticas, as cópulas são de grande interesse para os estatísticos por duas principais razões, sendo a primeira como uma maneira de estudar sem escalas medidas de dependência e também como um ponto de partida para a construção de famílias de distribuição bivariadas, tendo às vezes o objetivo principal a simulação.

A partir da explicação da importância do tema no ramo de estudo da estatística, o conceito de cópulas foi se tornando difundido para outras áreas, sendo hoje em dia considerado também no ramo financeiro inserido no mundo corporativo. Esse conceito matemático tomou proporções consideráveis quando se fala da

medição de riscos, justamente ser um modelo o qual une duas ou mais variáveis para poder conseguir retirar análises a cerca da relação existente entre essas.

Falando agora a cerca de detalhes matemáticos, segundo Embrechts et al.(2002) as transformações quantílicas e da integral da probabilidade desempenham um papel fundamental quando se trabalha com cópulas. Nessa seguinte proposição que recolhe alguns essenciais fatos que se usa várias vezes no artigo, a notação  $X \sim F$  significa que a variável aleatória  $X$  tem função de distribuição  $F$ .

Seja  $X$  uma variável aleatória com função de distribuição  $F$ . Seja  $F^{-1}$  ser a função quantil de  $F$ , isto é:

$$F^{-1}(\alpha) = \inf\{x | F(x) \geq \alpha\}, \alpha \in (0,1). \quad (9)$$

Ainda segundo Embrechts et al. (2002) a ideia de separar  $F$  em uma parte que descreve a estrutura de dependência em partes que descrevem o comportamento apenas marginal, conduziu-se ao conceito de uma cópula.

#### 2.4.1 Exemplos de Cópulas

Segundo Embrechts et al. (2002), para variáveis aleatórias independentes a cópula trivial assume a forma:

$$C_{ind}(x_1, \dots, x_n) = x_1 \dots x_n \quad (10)$$

Considera-se algumas cópulas particulares para pares não independentes de variáveis aleatórias  $(X,Y)$  tendo distribuições contínuas . A cópula gaussiana ou normal é:

$$C_{\rho}^{Ga}(x, y) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(x)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(y)} \frac{1}{2\pi (1 - \rho^2)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{(s^2 - 2\rho st + t^2)}{2(1 - \rho^2)}\right\} ds dt, \quad (11)$$

Onde  $-1 < \rho < 1$  e  $\Phi$  é a função distribuição normal univariada.

$$C_{\beta}^{Gu}(x, y) = \exp\left[-\left\{(-\log x)^{1/\beta} + (-\log y)^{1/\beta}\right\}^{\beta}\right] \quad (12)$$

Outra cópula bem conhecido é o Gumbel ou cópula logística, onde  $0 < \beta \leq 1$  é um parâmetro que controla a quantidade de dependência entre  $X$  e  $Y$ ;  $\beta = 1$  dá independência e do  $C_{\beta}^{Gu}$  limite do para  $\beta \rightarrow 0+$  leva para dependência perfeita.

$$C(x, y) = \int_0^x \int_0^y h(u, v) du dv = xy + \left(\int_0^x f(u) du\right) \left(\int_0^y g(v) dv\right) \quad (13)$$

A seguinte fórmula é demonstrada pelos autores como um método simples para gerar uma variedade de cópulas que foi usada um pouco adianta no presente artigo

Existe também citado por Dalla et al. (2008), as cópulas de distribuição t-Student multivariada, chamada de T- cópula, cuja função densidade é:

$$\zeta = (t_v^{-1}(u_1), \dots, t_v^{-1}(u_n))' \quad (14)$$

Por fim, as cópulas estão ganhando sua importância como um método de medição de riscos, tanto o de crédito, de mercado e o principal abordado, o risco

operacional. Essa crescente busca por métodos mais sofisticados e com o maior mais espaço no meio das finanças corporativas. Isso deve-se principalmente por esse tipo de função ter a capacidade de relacionar variáveis e por fim trazer dados que gerem análises a cerca da relação que essas mesmas variáveis podem vir a ter. Com isso, a partir desses dados o gestor financeiro possui conhecimento suficiente para tomar decisões embasadas que tragam benefícios para a organização.

Com isso, por meio de todas essas explicações é possível se ter uma noção conclusiva da importância do conceito teórico e matemático das cópulas na ciência atual, a qual cada dia mais está sedenta de novas técnicas que não são saciadas por outros teoremas ou modelos matemáticos.

Porém, apesar dessa crescente importância é válido ressaltar que ainda é bastante escassa a discussão do tema e a busca de inovações a cerca do mesmo, em âmbito nacional. A grande maioria dos artigos publicados é em contextos europeus ou norte americano, trazendo assim uma lacuna nos estudos nacionais perante o conceito de cópulas, principalmente uma lacuna em relação à sua aplicabilidade sobre instituições financeiras preocupadas em melhores formas de mensuração do risco operacional.

### **3 METODOLOGIA**

A etapa de metodologia desse presente estudo possui como intuito principal classificar o tipo de pesquisa que está sendo realizado, com as suas devidas características e denominações. Além, de explicar de forma detalhada como será utilizado o banco de dados adquirido e os cálculos e programações em software estatístico correspondentes a serem feitos.

#### **3.1 Tipo e descrição geral da pesquisa**

Em relação ao tipo de objetivo que essa pesquisa pretende alcançar, ela pode ser classificada como uma pesquisa do tipo descritiva e também do tipo

correlacional. Sendo o tipo descritivo segundo Danhke (1989), os estudos que procuram especificar propriedades, características e os perfis de pessoas, grupos, comunidades ou qualquer outro fenômeno que se submeta à análise. No caso particular desse estudo, é analisar e investir como se dá a relação do risco operacional com as instituições financeiras ligadas ao Banco Central que devem calcular esse risco e armazenar uma quantia monetária variável, a fins de se precaver do mesmo.

O tipo de pesquisa correlacional possui como objetivo correlacionar e medir o grau de relação entre duas ou mais variáveis. Sendo essas correlações expressas em hipóteses que são testadas. Trazendo para esse estudo, essa correlação seria medida entre as variáveis de frequência e de severidade, que são as duas primeiras etapas descritas no referencial teórico, para poder se colocar o LDA em vigor. Além, de ser utilizada a função estatística cópulas, como um método para estar medindo o grau de dependência entre variáveis quantitativas.

Em relação ao tratamento dos dados, a pesquisa é substancialmente quantitativa. Utiliza-se, portanto de uma coleta e análise de dados numéricos para responder á questões da própria pesquisa e testar hipóteses estabelecidas previamente. Além de se ater a técnicas estatísticas e matemáticas para poder evidenciar o que está sendo pesquisado.

## **3.2 Origem dos dados**

A primeira etapa para poder calcular o risco operacional baseado no método do LDA, é possuir um banco de dados que preencha a necessidade de informações para o cálculo final. Prioritariamente, esse banco de dados deve fornecer no mínimo duas distribuições de probabilidade distintas, sendo elas: a frequência e a de severidade da perda.

### **3.2.1 Descrição dos dados**

Os dados utilizados nesse presente estudo foram retirados do relatório intitulado *Results from the 2008 Loss Data Collection Exercise for Operational Risk*

(LDCE). O mesmo é fornecido pelo *Basel Committee on Banking Supervision*, também conhecido como Comitê de Supervisão Bancária da Basileia.

Essa edição foi divulgada em julho de 2009, porém é referente aos resultados bancários do ano de 2008. O último relatório divulgado anterior a esse ocorreu em março de 2003 referentes a dados do ano de 2002.

Esse relatório foi conduzido e realizado por Operational Risk Subgroup of the Standards Implementation Group (SIGOR), e é o primeiro passo de um esforço internacional para coletar informações sobre os quatro dados usadas na mensuração avançada (AMA) do risco operacional dentro do que abrange o Acordo de Basileia II.

Dentre os pontos positivos desse relatório, se encontra uma oportunidade única de avaliar os dados de risco operacional, e práticas entre regiões, promovendo assim a meta da SIGOR que é estimular a coerência na aplicação do Acordo de Basileia II. Além, de apresentar uma oportunidade para as instituições bancárias compararem seus quadros de gestão de risco operacional com de outras instituições, promovendo assim a possibilidade de identificar potenciais áreas de melhoria.

O LDCE contou com a participação de 121 bancos de 17 países diferentes, sendo que desse total, 119 forneceram dados internos de perda. Dentre as categorias de mensuração dispostas no Basileia II, 42 dos participantes utilizando o método de mensuração avançada (AMA), 51 utilizam o método padronizado (TSA) e 20 utilizam o método básico (BIA).

Esse relatório foi o primeiro a coletar quatro tipos de dados distintos: Dados internos de perda, dados externos de perda, análise de cenários e ambientes de negócios juntamente com fatores internos de controle. Sendo que o documento utilizado nesse trabalho focou em três categorias de dados sendo elas: Dados internos de perda, análises de cenário e capital de risco operacional. Em relação à utilização dos dados internos de perda, é importante frisar que os bancos que quiseram colaboraram, forneceram dentre uma série história de no mínimo três anos.

Em relação aos dados presentes no relatório LDCE, o mesmo conta com uma diversidade de tabelas com diferentes informações referentes à pesquisa realizada com os bancos participantes. A tabela utilizada na programação desse estudo se encontra logo abaixo com a denominação de Tabela 7.

Tabela ILD6					
Distribuição do montante das perdas pela severidade das perdas					
Severidade da Perda	Mediana do Cross-Bank da distribuição através da gravidade dos suportes			Total	
	Número de Perdas	Crescimento do Montante das Perdas	Perda Bruta do Valor Líquido das recuperações dos não-seguro	Número de Perdas	Quantidade do Prejuízo Bruto (€ Milhões)
€0 ≤ X < €20,000	91.29 %	26.26 %	18.86 %	9,897,083	12,164
€20,000 ≤ X < €100,000	6.52 %	12.63 %	15.66 %	121,533	5,178
€100,000 ≤ X < €1 Milhões	1.83 %	19.37 %	21.35 %	30,598	8,085
€1 Milhões ≤ X < €2 Milhões	0.15 %	5.48 %	6.12 %	1,688	2,401
€2 Milhões ≤ X < €5 Milhões	0.12 %	9.05 %	9.10 %	1,116	3,57
€5 Milhões ≤ X < €10 Milhões	0.04 %	6.87 %	7.90 %	404	2,827
€10 Milhões ≤ X < €100 Milhões	0.04 %	15.55 %	17.39 %	333	8,243
€100 Milhões ≤ X	0.02 %	41.79 %	43.51 %	41	21,752
Todos				10,052,796	64,221

Tabela 07: Tabela adaptada do relatório *Results from the 2008 Loss Data Collection Exercise for Operational Risk*, também conhecido como LDCE referente ao ano de 2008.

Em relação aos dados presentes na tabela 07, o X, que se encontra na coluna com o título severidade da perda, refere-se à severidade da perda com base no prejuízo líquido bruto de recuperações não-seguros. Essas severidades se encontram divididas em oito classes distintas, sendo a primeira entre valores de zero a vinte milhões de euros e a última maior ou igual a cem milhões de euros.

As perdas explicitadas na tabela se encontram em um conjunto de dados estáveis. Além de que, nos cálculos das medianas apenas foram inclusos os bancos que possuem perdas em alguma categoria relatada na Tabela 07, caso o contrário, ou seja, se o banco não tiver relatado perda alguma, ele automaticamente não foi incluído no cálculo.

### 3.2.2 Processo de Simulação no Software R Project.

No processo de simulação dos dados foi utilizado o software estatístico R, que possui caráter livre e gratuito para quem quiser utilizá-lo.

**Passo 1:**

Em relação às etapas da programação, o primeiro passo foi determinar qual a probabilidade de ocorrência de cada classe. Esses valores podem ser observados na coluna número de perdas na tabela 07, começando com 91,29% das perdas ocorrendo na classe número 1 até 0,02% das perdas ocorrendo na classe número 8. O fato da maior frequência dos erros estar localizada na classe 1 faz um grande sentido, pois no caso do contexto o qual o erro operacional está inserido, os erros que possuem maiores frequências são justamente aqueles erros do cotidiano, das atividades operacionais da empresa, que por mais que ocasionam perdas monetárias pequenas, referentes ao que um banco fatura no mês, acumuladas elas fazem uma grande diferença.

**Passo 2:**

O segundo passo é calcular o parâmetro de ocorrência da distribuição de Poisson Truncada, qual seja  $\lambda$  para cada classe determinada na etapa anterior, ou seja, calcular oito  $\lambda$ 's distintos com a proporcionalidade da probabilidade de ocorrência de cada classe. O objetivo de calcular essa taxa é para ser utilizada no cálculo da frequência com a função Poisson Truncada.

O detalhe que reside nessa etapa é que não é interessante, para o nosso caso, observar as frequências cujos valores são zero, pois se teve frequência de erro zero, logo não se teve nenhuma perda. Portanto, utilizou-se a distribuição da Poisson truncada no zero que segundo David e Johnson (1952) é uma distribuição muitas vezes que surge na prática, oriundas da Poisson, mas em que o grupo zero é não observável. Além de ser uma distribuição amplamente usada em fenômenos de contagem, o qual o zero não é interessante para o estudo.

Função Massa de Probabilidade da Poisson Truncada no zero:

$$P_k = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k! (1 - e^{-\lambda})} \quad (k = 1, 2, 3 \dots) \quad (15)$$

A partir da fórmula 15 foi calculada uma Poisson dada às oito classes com os seus devidos  $\lambda$ 's já calculados anteriormente. Com isso, possui-se uma probabilidade condicional da frequência dado cada classe de interesse. Após as frequências determinadas, também é necessário calcular a máxima frequência para cada classe para se ter um limite de quantas vezes o erro pode ser cometido dentro da mesma classe. É interessante observar que essa máxima frequência é proporcional ao que foi determinado no passo um então já que a classe um, por exemplo, possui uma probabilidade maior de ocorrência, a máxima frequência dela será a maior dentre as outras classes.

### **Passo 3:**

Após o cálculo da Poisson, o próximo passo é delimitação dos limites superiores para cada uma das oito classes determinadas anteriormente. O limite superior consiste nos máximos valores de ocorrência para cada classe que se encontra na coluna severidade da perda da Tabela 07. Em relação à classe 8, a qual não possui limite superior delimitada pois tende ao infinito, foi criada uma classe fictícia com proporcionalidades semelhantes às classes anteriores, para fins de programação.

Com os limites superiores delimitados, a próxima etapa é a criação dos valores para as severidades das perdas. A distribuição de probabilidade escolhida para o cálculo da severidade é a uniforme, com parâmetros limites inferiores e superiores de cada classe. Essa distribuição foi escolhida porque não se tem informações suficientes para alegar que existe uma probabilidade diferente de ocorrência de perdas dentro da mesma classe, com isso optou-se por uma abordagem conservadora e considerar que a probabilidade de ocorrência das severidades dentro da mesma classe ocorre segundo uma distribuição uniforme.

Um detalhe dos parâmetros dessa uniforme, é que apesar de estarmos considerando uma probabilidade de ocorrência da severidade uniforme dentro de cada classe, está também levando em conta a máxima frequência de ocorrência de perdas que foi calculada no passo 2 da programação. Isso porque, no momento que é sorteada na simulação uma frequência de ocorrência dado uma classe, essa

mesma frequência será dividida pela frequência máxima de ocorrência da classe sorteada e multiplicada pelo limite superior da mesma. Tornando-se assim uns dos parâmetros da uniforme.

$$S \sim \text{Unifome} \left( L_I, L_S * \frac{F}{MáxF} \right) \quad (16)$$

Essas etapas são de extrema importância, pois assim criam-se probabilidades condicionais de ocorrência de cada caso que estamos querendo calcular. Primeiramente calcula-se no passo 1 a probabilidade de ocorrência de cada classe, ou seja,  $P(C)$ . Depois no passo 2, calcula-se dada a probabilidade anterior delimitada de cada classe, a frequência dos erros operacionais, seguindo uma distribuição de probabilidade discreta que é a Poisson utilizada,  $P(F/C)$ . E por último no passo 3, calcula-se as severidades, ou seja, as perdas monetárias, dado a frequência do erro e também a classe pertencente, com isso tem-se  $P(S/F,C)$ .

Dado todos esses passos obtém-se a probabilidade conjunta das três informações que estamos analisando, sendo elas, classe, frequência e severidade, como explicitadas no gráfico 08 abaixo e também na fórmula matemática 17.

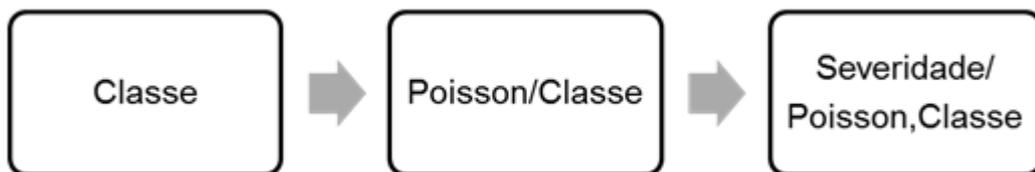


Gráfico 08: Os processos que foram executados a fim de se criar uma probabilidade condicional entre as variáveis: classe, frequência e severidade estudadas.

$$P(C) * P(F/C) * P(S/F, C)$$

$$P(C) * \frac{P(F, C)}{P(C)} * \frac{P(S, F, C)}{P(F, C)} = P(S, F, C) \quad (17)$$

### 3.2.2 Processo de obtenção do VaR condicionado.

Após o cálculo da simulação de 50.000 dados no R, chega a etapa do cálculo do VaR (Value at Risk), o qual é delimitado pelo o Acordo de Basileia II como um dos pré-requisitos para os bancos que irão aderir o método de mensuração avançada (AMA).

Primeiramente, após possuir as probabilidades condicionais com os parâmetros estudados que são: frequência, severidade e a classe que está permeando essas duas anteriores. É necessário encontrar a bandwidth ótima para cada classe, ou seja, encontrar o bandwidth.

O cálculo da bandwidth é um modo de conseguir achar a melhor curva que se adequa a amostra estudada. Isso, porque quando se simula os dados, os resultados gerados possuem uma forma relativamente irregular, logo essa função bandwidth proporciona achar os pontos dessa distribuição que melhor se liguem para a formação de uma curva adequada que demonstre a veracidade dos dados.

Com isso utiliza-se no R a função que representa de forma fidedigna esse cálculo permitindo assim, o uso de variados métodos para a escolha da bandwidth para distribuições multivariadas, ou seja, dados mistos, variáveis contínuas e variáveis discretas. Baseando-se em Li e Racine (2003) que empregam “Kernel de produtos generalizados” que admite essa mistura entre variáveis contínuas e discretas.

Além disso, segundo Hansen e Wisconsin (2004), a bandwidth é utilizada como um parâmetro para a suavização kernel de uma curva, como é o caso realizado nesse presente estudo. Porém, eles alertam que essa escolha é crítica, pois o excesso ou o pouco uso dessa suavização podem tornar os dados ainda mais imprecisos. Com isso, propõe-se o uso de validação cruzada como um método de evitar que esse erro ocorra, que também é usado nesse presente estudo. Falando agora de uma forma matemática, segundo Hansen e Wisconsin (2004), a bandwidth ótima depende primordialmente da rugosidade da primeira derivada da densidade, sendo essa parte um cálculo relativamente fácil de realizar.

Após achar a bandwidth ótima para as oito classes que estão sendo analisadas, é necessário possuir algumas funções de probabilidades diferentes daquela que foi gerada no final do processo de simulação, para assim chegar ao

cálculo final que é o Value at Risk (VaR). Relembrando a probabilidade que foi gerada na etapa de simulação, foi a conjunta entre a frequência e a severidade.

Com isso, para conseguir chegar ao cálculo do quantil desejado do VaR, é necessário o cálculo da função densidade conjunta, que representa a função densidade de probabilidade conjunta de duas variáveis aleatórias, sendo ainda a segunda derivada da função distribuição conjunta. Depois, a função acumulada conjunta que representa o valor da função distribuição acumulada até um número qualquer. E por último a função acumulada condicional, que é a probabilidade da variável severidade condicionada a variável frequência.

Todas essas etapas são importantes, pois é necessário achar a função acumulada inversa condicional, para o cálculo final do kernel quantil à um dado intervalo de confiança que é justamente o VaR que precisa-se ser calculado. Essa função acumulada inversa condicionada no caso à frequência é chamada também de função quasi-inverse que segundo Nelsen (2006) é uma função  $F$  com qualquer função  $F^{-1}$ , com domínio em  $I$ , de tal forma que:

- 1- Se  $t$  está em  $\text{Ran}F$ , então  $F^{-1}(t)$  é qualquer número  $x$  em reais tal que  $F(x) = t$ , ou seja, para todo  $t$  em  $\text{Ran}F$ :

$$F(F^{-1}(t)) = t \quad (18)$$

- 2- Se  $t$  não está em  $\text{Ran}F$ , então:

$$F^{-1}(t) = \inf\{x/F(x) \geq t\} = \sup\{x/F(x) \leq t\} \quad (19)$$

Após esse cálculo, utiliza-se uma nova função no  $R$  que irá calcular os quantis que se deseja. Essa função irá implementar um método para estimar quantis suavizados com base nesse quasi-inverse que foi calculado no passo anterior. Além

de utilizar o método kernel de estimação de quantis, que segundo Sheather e Marron (1990) é um método de grande interesse quando não está preparado para assumir uma forma paramétrica para a distribuição.

Esses quantis calculado por meio do quasi-inverse é justamente o VaR que necessita ser calculado em uma instituição financeira que utilize o método AMA. Nessa etapa coloca-se o intervalo de confiança desejado, como de 90%, ou 95% ou até mesmo 99% e calcula-se o valor desse VaR que segundo Jorion (2007) pode ser definido como a pior perda em um horizonte de tempo que não será ultrapassado com um dado nível de confiança. O detalhe importante que reside sobre esse VaR em relação convencional digamos assim, que seria aquele calculado somente encima da severidade das perdas, é que esse VaR é condicionado à frequência dos erros e definido por classes de severidade, que no nosso caso são oito.

O conceito de cópulas se encontra em dois momentos nos cálculos realizados, primeiramente na utilização do quasi-inverse que é uma etapa importantíssima para a construção de uma cópula bivariada ou multivariada, como foi explicada acima por Nelsen (2006), e também citada por Embrechts et al.(2002) que diz que as transformações quantílicas e da integral da probabilidade desempenham um papel fundamental quando se trabalha com cópulas. E segundo na etapa da construção do VaR condicionado, que segundo o Teorema de Bayes, o qual embasa a probabilidade condicional, utiliza a conjunta de uma variável no seu cálculo.

## **4 RESULTADOS**

A etapa de resultados possui como intuito apresentar os dados gerados por meio das etapas explicadas anteriormente, como a etapa da simulação e da geração do VaR Condicionado. Além de, analisar os principais outputs que foram gerados por meio dessa discussão.

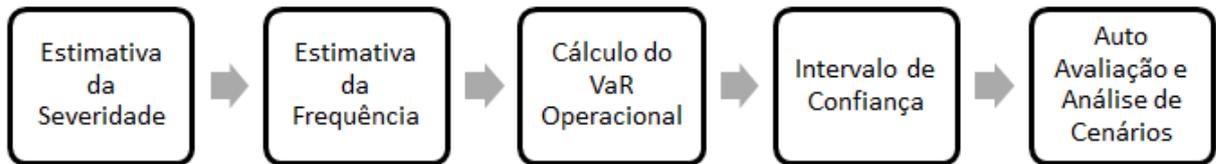
#### 4.1 Método de Mensuração Avançada (AMA).

Como explicitado ao longo de toda essa pesquisa, no ano de 2004 foi divulgado oficialmente o Acordo de Basileia II, o qual trouxe mudanças significativas em relação ao Basileia I no ano de 1988. Esse acordo surge por intermédio do Comitê de Basileia, que segundo Requena et al. (2014) surge no final de 1974 impulsionado pelo o grupo de bancos G-10, o qual contou com o apoio do Banco de Compensações Internacional (BIS), que foi exatamente o seu local de origem. Com isso, esse comitê possui como objetivo principal assegurar um nível adequado de capital para proteger e garantir a solidez do sistema financeiro internacional.

A partir de então, discussões acerca dos métodos de mensuração do risco operacional foram se tornando cada vez mais frequentes. Principalmente o método de mensuração avançada (AMA), que além de ser o principal foco desse estudo, é também o método mais polêmico por se tratar de técnicas mais avançadas e também por não possuir um escopo fechado de atuação. Isso porque, no documento final divulgado do Acordo de Capital de Basileia II, não é especificado diretamente métodos e modelos específicos para o método de mensuração avançada, AMA. Porém, em um documento preliminar (BIS, 2001), o Comitê da Basileia discute rapidamente três modelos que podem ser classificados como AMA: Abordagens de Mensuração Interna (IMA), Abordagens baseadas em *Scorecards* e Abordagens de Distribuição de Perdas (LDA).

Para desenvolver os resultados dessa pesquisa seguimos os passos referenciados por Frachot et al. (2003) o qual cita etapas que são necessárias no desenvolvimento do método de distribuição de perdas (LDA). Relembrando quais são essas etapas:

- I. Estimativa de Severidade
- II. Estimativa da Frequência
- III. Cálculo do VaR Operacional
- IV. Intervalo de Confiança
- V. Auto Avaliação e Análise de Cenários



Nesse estudo todas essas etapas foram seguidas, porém com algumas mudanças e intervenções, devido ao fato de ter sido necessário o uso da simulação dos dados por falta de disponibilização dos dados por meio das instituições bancárias do Brasil.

#### 4.1.1 Resultados da etapa de simulação.

Como citado anteriormente, a simulação foi utilizada como um mecanismo de gerar uma amostra considerável de dados com o intuito de discutir o tema de forma mais embasada. Sendo assim, primeiramente foi escolhido um “ntotal” no R que delimita o tamanho da base de dados como sendo 50.000. Com isso, foram gerados 50.000 dados condicionados em relação à frequência e a severidade dentro de cada classe, como já explicado na etapa da metodologia.

Posteriormente na etapa do cálculo da bandwidth para cada classe, foi escolhida uma amostra de 1000 dados para a classe número um. Devido ao fato dessa possuir a maior frequência dentre as outras, sendo de 91,29%, tornando assim o cálculo muito demorado o qual impossibilitava rodar o resto da programação.

A tabela 09 mostra a quantidade de dados gerados para cada classe com uma observação importante de que esses valores gerados são aleatórios e proporcionais à frequência total de cada classe que está explicitada na tabela número 08 na coluna de número de perdas.

Classe	Tamanho da Amostra
1	1000
2	3244
3	896
4	62
5	57
6	22
7	21
8	6

Tabela 09: Tabela construída a partir dos resultados gerados no R, o qual explicita o tamanho da amostra de cada classe das severidades existentes. Fonte: Elaborada pela autora.

Com isso esses dados da tabela 09 estão relacionados com a realização das duas primeiras etapas do cálculo do LDA como citado por Frachot et al. (2003) que são as etapas da estimativa da severidade e da frequência. Porém, enfatizando novamente que os cálculos realizados são diferentes dos citados na literatura, pois primeiramente foi utilizada a técnica da simulação e também por os dados terem sido calculados de forma condicional como explicado no gráfico 08 e na fórmula matemática 17.

#### 4.1.2 Resultados do cálculo do VaR condicionado.

A etapa do cálculo do VaR é a parte mais importante e esperada desse presente estudo, justamente por representar o valor monetário que a instituição financeira deverá armazenar e prestar contas ao Banco Central do Brasil, segundo o Acordo de Basileia II. Além de ser uma das partes da mensuração do risco operacional mais esperadas pelos gestores da organização, pois é nesse momento que eles saberão qual deverá ser o valor monetário que eles deverão deixar “parado”, em detrimento de estar aplicando em algum tipo de investimento.

Segundo a cronologia para a aplicação do método de distribuição de perdas (LDA), segundo Frachot et al. (2003), o cálculo do VaR se encontra como sendo a terceira etapa juntamente com a definição do intervalo de confiança que se encontra como a quarta etapa. No caso particular desse estudo, a definição do intervalo de confiança é feito de forma prévia ao cálculo do VaR.

Relembrando de forma rápida o conceito do VaR também conhecido como Value at Risk. Segundo Jorion (2007) esse pode ser definido como a pior perda em um horizonte de tempo que não será ultrapassado com um dado nível de confiança. Hendricks (1996) complementa abordando que o aumento na atividade de trading do mercado financeiro e da crescente complexidade dos instrumentos financeiros torna ainda mais difícil para os comerciantes, gerentes, analistas e investidores a conhecer os riscos financeiros suportados por uma instituição.

A partir de então, segundo Hendricks (1996), o valor em risco (VaR) aborda esta incerteza, fornecendo uma medida de quanto o valor da carteira pode diminuir durante um período de tempo especificado (dado um nível de confiança) como um resultado dos movimentos nos mercados financeiros. Com um exemplo o autor explica de forma aplicada o que significaria esse valor: O VaR diário de \$ 10.000.000 a um nível de confiança de 95 por cento significa que 95 por cento do tempo, a carteira deve perder não mais do que \$ 10.000.000 em um dia.

Em relação ao método do cálculo do VaR, a literatura cita várias formas diferentes de achar esse valor, não trazendo em si qual seria o melhor método. Porém, cada tipo seria adequado para um dado contexto que a instituição financeira se encontra e também o quão disposta ela está para fazer esse cálculo. Nesse estudo, o método usado encontra-se explanado na etapa da metodologia, no tópico 3.2.2 que se refere à obtenção do VaR condicionado.

Ligando os conceitos acima com o Basileia II o qual está também referenciado em Carvalho e Caldas (2006), esse acordo possui uma série de desafios que as instituições financeiras devem enfrentar principalmente o método avançado que está sendo trabalhado nesse estudo. Relembrando alguns dos requisitos que o AMA tem que cumprir, o qual foi explicado no referencial teórico, a instituição deve possuir mapeamento dos seus processos, criar indicadores-chave de risco operacional, possuir uma base de dados de perdas operacionais e por último o cálculo do VaR Operacional.

Com isso, a partir de tudo que foi explanado acima, os resultados obtidos por meio de todos os cálculos citados estão na tabela 10, a qual possui os valores de quatro tipos de VaR diferentes com quatro níveis de confiança diferentes

Classe	VaR 0,1%	VaR 1%	VaR 5%	VaR 10%
1	13.280,684	9.875,749	7.010,192	5.573,424
2	72.041,055	47.465,264	45.512,537	44.131,339
3	463.037,755	407.592,531	385.847,073	368.200,236
4	1.552.628,017	1.523.649,507	1.492.317,413	1.470.252,558
5	3.897.520,017	3.700.538,246	3.493.096,582	3.356.690,615
6	71.071.862,131	63.908.371,422	57.039.270,743	53.086.033,209
7	792.991.549,410	695.649.599,763	603.715.536,207	551.568.063,182
8	8.474.809.739,972	8.474.809.739,972	7.376.615.125,850	6.390.436.362,369

Tabela 10: Resultados obtidos por meio do cálculo de simulação e do VaR condicionado com o auxílio do R. O valores são representados em Euros. Fonte: Elaborada pela autora.

Os resultados acima explicitam os valores que as instituições financeiras deveriam armazenar a fim de mitigar os seus riscos operacionais dados intervalos de confiança distintos. Um detalhe importante a ser citado é que o Acordo de Basileia II define, para o método avançado, que a instituição deve possuir domínio de ferramentas e modelos estatísticos sofisticados e demonstrar valores a um nível de confiança de 99,9%.

Na tabela 10, o VaR 0,1% possui 99,9% de intervalo de confiança (i.e), o VaR 1% possui 99% de i.e, o VaR 5% possui 95% de i.e e por último o VaR 10% possui 90% de i.e. Se observarmos os valores de cada VaR calculado, nota-se que quanto maior o nível de confiança maior o valor a ser armazenado, isso faz total sentido, quando considera-se que aumentando o nível de confiança que o cálculo está sendo realizado, aumenta-se também o valor resultante para justamente, ter essa “maior certeza” de que dado algum i.e o valor real nunca irá ultrapassar o valor calculado.

A questão a ser discutida acerca do cálculo do VaR é que normalmente as instituições o fazem sem levar em conta a frequência dos erros e qual seria a sua moda, ou seja, quais seriam os valores monetários das perdas ocorridas que mais se repetem ao longo de dado período de tempo. Ou seja, o cálculo é feito dado um horizonte de tempo com o total de perdas acumuladas nesse mesmo período.

Usando um exemplo para que fique claro, uma instituição financeira fictícia perde várias vezes por mês, valores monetários pequenos, como por exemplo, um real, dois reais e por ai vai, porém em algum dia específico, um funcionário faz uma transação para algum cliente de forma errada e faz com a essa mesma empresa perca 1.000.000 de reais. Com isso, devido a esse valor que ocorreu somente 1 vez

no mês e que normalmente não se repete ao longo do ano, o VaR calculado possuirá um valor alto por ter sido totalmente influenciado por essa perda altíssima. E é nesse ponto que o VaR condicionado entra para trazer em si um valor que transpareça de forma mais real a realidade de perdas operacionais da empresa.

A ideia principal desse cálculo do VaR condicionado que encontra com os seus resultados na tabela 10, é que a partir de classes de severidades de perdas, indo de 0 reais à por exemplo 1 bilhão de reais, calcule-se ou observe, no caso de erros que foram mapeados, qual a frequência de erros que se teve dentro de cada classe de severidade, por exemplo, tiveram 30 erros de 2 reais o qual pertence a classe 1. Com isso, a partir desses cálculos, levando-se em conta a moda dos dados, ou seja, as frequências e severidades que mais acontecem, o VaR seria calculado em cima desse horizonte de perdas, dado algum nível de confiança.

Esse valor do VaR Condicionado calculado será menor do que o valor do VaR usual, calculado dado uma perda total sem levar em conta as frequências que incidem sobre cada severidade. Pegando os resultados da tabela 10, e utilizando o VaR com i.e de 99,9%, ou seja, o VaR 0,1%, partamos do pressuposto que a instituição financeira está utilizando o método avançado de mensuração do risco operacional e que ela consiga calcular e provar que a moda das perdas da empresa se encontra dentro da classe 1 e 2 de severidade, logo, o VaR que ela deverá armazenar será a soma desses de cada classe, sendo assim o valor de 13.280, 684 mais o valor de 72.041, 055, dentro do período de tempo que a instituição está calculando.

Sendo assim, esse é o ponto crucial desse tipo de cálculo, pois quanto menos dinheiro a instituição tiver “parado”, mais interessante será para ela, e mais dinheiro terá disponível para ser investido em áreas estratégicas para a empresa. E ao mesmo tempo em que terá menos dinheiro guardado, esse dinheiro está fazendo jus aos tipos de erros que ocorrem e resguardando a empresa de possíveis catástrofes que aconteçam dentro da área do risco operacional. Além desse modo, estar comprimindo corretamente com o pilar número um do Basileia II que é o requerimento mínimo de capital armazenado.

## 5 CONCLUSÃO

### 5.1 Síntese dos Resultados

O presente estudo teve como objetivo geral analisar e discutir, como o método de distribuições de perdas (LDA) poderia ser desenvolvido da melhor forma a partir da utilização de uma simulação condicionada, em cálculos os quais os dados devem ser simulados por não haver disponibilidade da utilização de dados reais, juntamente com o cálculo do VaR Condicionado e o auxílio dos conceitos estatísticos da função cópulas, que juntos iriam auxiliar na construção de um método mais adequado para a mensuração do risco operacional.

E para que esse objetivo geral fosse alcançado também foram traçados objetivos específicos que se dividiram em quatro. Primeiro, identificar por meio da Revisão da Literatura se o tema proposto está presente nos estudos até hoje publicados. Segundo, realizar a simulação e geração de informações para a análise dos resultados. Terceiro, estudar o cálculo do VaR juntamente com as cópulas relacionando-as com o Risco Operacional, e assim, compreender como elas se comportam. E por último, conclusão e discussão dos resultados finais como interesse ao âmbito da administração e das finanças organizacionais.

#### **Alcance do Objetivo Específico 1: Identificar por meio da Revisão da Literatura se o tema proposto está presente nos estudos até hoje publicados.**

Visando o alcance do objetivo específico um, foi realizada uma ampla pesquisa, tanto em artigos acadêmicos, quanto em artigos técnicos e também livros que são clássicos publicados dentro de cada área. Sendo, identificado assim, que o tema, o qual esse estudo está disposto a discutir, é um tema presente em estudos antigos, desde a criação do Acordo de Basileia I em 1988, é até mesmo antes dele, e também em estudos recentes, os quais discutem até mesmo a criação de melhoras desse acordo para serem implementados no Basileia III.

Apesar do tema acerca do Acordo de Basileia II ser explorado por artigos, principalmente artigos técnicos, realizados inclusive por empresas, ainda sim é um

tema escasso na literatura nacional, principalmente quando se trata de métodos de mensuração avançada. Além, de ser também escassa no âmbito de métodos estatísticos de mensuração de risco.

### **Alcance do Objetivo Específico 2: Realização de simulação e geração de informações para a análise dos resultados.**

Acerca do cumprimento do segundo objetivo específico, foi utilizado o software estatístico R, que possuiu um caráter essencial nessa etapa, pois toda a simulação foi realizada por meio desse. As etapas necessárias para o cálculo da simulação foram baseadas principalmente em conceitos probabilísticos, com o foco no teorema de Bayes, que trata das probabilidades condicionais. Essas etapas foram explicadas de forma detalhada, na etapa de metodologia, no tópico 3.2.2 Processo de Simulação no Software R Project. E o código se encontra na parte do Apêndice, tópico 7, desse presente estudo.

### **Alcance do Objetivo Específico 3: Estudar o cálculo do VaR juntamente com as cópulas relacionando-as com o Risco Operacional, e assim, compreender como elas se comportam.**

Para que o terceiro objetivo específico fosse alcançado, também foi realizada uma série de estudos em relação ao cálculo do VaR e também em relação a função estatística cópulas, e como ambas poderiam se relacionar. Levando-se em conta as regras propostas no Basileia II acerca da definição do intervalo de confiança que o VaR deveria possuir, foram realizados cálculos respeitando essa regra, com o auxílio de definições importantes de autores clássicos como Jorion (1976), que inclusive é um dos autores mais citados quando se trata do cálculo do VaR. A respeito do estudo das cópulas, foi bastante explorado ideias e conceitos de estudiosos precursores da área como Nelsen (2006), que cita Sklar (1959) que segundo relatos “criou” o conceito estatístico das cópulas. Sendo esse, principalmente aplicado no presente estudo com a utilização do conceito do quasi-

inverse que foi implantado no cálculo do quantil inverso condicionado para achar o VaR

**Alcance do Objetivo Específico 4: Conclusão e discussão dos resultados finais como interesse ao âmbito da administração e das finanças organizacionais.**

E por último a realização do objetivo número quatro que está sendo feita justamente nessa etapa de discussão dos resultados e conclusão do estudo.

**Alcance do Objetivo Geral: Como o método de distribuições de perdas (LDA) pode ser desenvolvido da melhor forma a partir da utilização de uma simulação condicionada, em cálculos os quais os dados devem ser simulados por não haver disponibilidade da utilização de dados reais, juntamente com o cálculo do VaR Condicionado e o auxílio dos conceitos estatísticos da função cópulas, que juntos irão auxiliar na construção de um método mais adequado para a mensuração do risco operacional.**

A partir do alcance de todos os objetivos específicos, torna-se a pesquisa muito mais embasada para o alcance do objetivo maior que é o objetivo geral, citado anteriormente. Com isso, foram utilizados conceitos para colocar o LDA em prática, sendo principalmente referenciadas pelo autor Frachot et al. (2003), que possui artigos nessa área, o qual delimita etapas extremamente importantes para o alcance de um análise correta da mensuração do risco operacional. Utilizando juntamente, na etapa de estimativa tanto da severidade quanto da frequência, o método de simulação que possui um caráter essencial na geração de dados coerentes, já que os dados reais não foram possíveis de serem disponibilizados.

Além, do alcance da parte mais importante desse estudo que foi o cálculo do VaR condicionado, juntamente com conceitos inseridos da função estatística cópulas, que foram os insumos necessários para trazerem uma discussão mais avançada acerca do tema. Trazendo consigo a questão de um cálculo o qual o valor final poderia ser otimizado, levando-se em conta frequências máximas de erros e severidades mais recorrentes nas perdas. A partir de então, leva-se a discussão e reflexão das próprias instituições que esse seria um método bastante adequado a

ser estudo, por disponibilizar um cálculo que minimiza o valor final do VaR, e que ainda sim, leva em conta os erros mais recorrentes da instituição, a protegendo do mesmo jeito de possíveis catástrofes financeiras. Com isso, o objetivo geral foi alcançado, juntamente com a resposta da problematização desse estudo, o qual pergunta se esse cálculo utilizado é o mais adequado para a mensuração do risco operacional.

## **5.2 Contribuições e Limitações da Pesquisa.**

Esse trabalho teve como contribuição principal, o desenvolvimento do cálculo de um VaR condicionado o qual utiliza conceitos da função estatística cópulas, o qual torna o cálculo mais sofisticado e embasado matematicamente. A questão mais importante que tange essa contribuição é o benefício que ela pode trazer para as instituições financeiras que são regidas pelo BACEN, logo pelo Acordo de Basileia II. Sendo esse benefício, o qual já foi citado anteriormente na discussão dos resultados, a minimização do valor de risco a ser armazenado, e ao mesmo, precavendo essa instituição financeira de possíveis perdas relacionadas à erros operacionais não previstos.

De forma prática, esse cálculo, sendo ele feito de forma condicional, ou seja, a empresa se preocupando em relacionar a frequência de erros, com as suas severidades, ela pode conseguir otimizar esse valor, trazendo uma série de benefícios como, por exemplo, mais dinheiro para aplicar em investimentos estratégicos para essa instituição financeira. Isso é possível, pois o Acordo de Basileia, quando se trata da mensuração avançada, deixa em aberto métodos estatísticos a serem utilizados, ou seja, utilizando um método que cumpra com requisitos mínimos de mensuração, cumpra com o intervalo de confiança fixado e prove a veracidade desse cálculo, esse poderá ser feito sem nenhum problema, e ainda sim protegendo a empresa do mesmo modo.

Com isso, além da contribuição em si do desenvolvimento desse cálculo diferenciado do VaR, esse trabalho também traz em pauta uma discussão e até mesmo um estímulo para as instituições financeiras investirem na utilização do método avançado para a mensuração do risco operacional. Pois, diferentemente dos outros métodos, que possuem cálculos fechados de mensuração, o AMA, possui

essa abertura de utilizar métodos estatísticos diversos, desde que sempre cumpram com os requisitos mínimos, que ajudam a instituição a possuir um cálculo mais fidedigno, além de dar margem para mudanças, como essa proposta no estudo, que só ajudam ainda mais a otimizar esse valor de perda ser calculado.

Quanto às limitações da pesquisa, destacam-se principalmente a utilização da função estatística cópulas no cálculo do VaR, pois existem muitos estudos da aplicação das cópulas principalmente para áreas estatísticas de interesse, porém para as áreas financeiras, ainda é escasso métodos de utilização. Além, de ser extremamente difícil à nível de pesquisa de uma graduação, conseguir criar uma fórmula matematicamente fechada que una o conceito básico das cópulas, definido por Sklar (1959) e o conceito do VaR que se baseia principalmente em funções quantílicas. Sendo esse até mesmo um ponto para possíveis estudos futuros.

Outra limitação presente é a questão de que cada instituição financeira possui sua própria realidade de processos, de indicadores chaves, de objetivos estratégicos, sendo difícil generalizar um método de mensuração que seja bom para todas essas empresas. Pois, mesmo que o método seja extremamente indicado, consiga minimizar o valor final e ainda sim proteger a empresa de possíveis falhas, como é a proposta desse cálculo realizado, ainda sim, para determinada instituição financeira, pode ser que esse não seja o melhor método ou que ainda não seja a hora de aplicá-lo, sendo que essa decisão final cabe ao gestor de riscos da mesma.

### **5.3 Recomendações para Estudos Futuros.**

No que tange a revisão da literatura acerca do tema de mensuração do risco operacional por meio de métodos estatísticos, foram identificados lacunas, principalmente quando se trata de estudos científicos brasileiros, que não abordam de forma exaustiva o assunto. E quando se fala de métodos estatísticos, principalmente o método de cópulas, é ainda mais escasso e possui ainda mesmo artigos que referenciem esses assuntos de forma integrada. Com isso, seria de extrema valia assuntos futuros abordarem a função estatística cópulas como uma forma eficaz da mensuração do risco operacional de forma avançada para instituições financeiras.

Aprofundando nessa questão das cópulas, uma ideia bastante interessante para possíveis estudos que venham a surgir, a criação de uma fórmula matemática que dê para ser inserida computacionalmente em algum software estatístico, que aborde o cálculo de um VaR, baseando-se no conceito principal das cópulas que é o teorema de Sklar, e que no final dê um resultado ainda mais verídico e otimizado para as instituições financeiras. Pois, foi exatamente essa questão que foi citada na limitação do estudo, a dificuldade de conseguir unir esses dois cálculos em um só e que no final siga às regras básicas do Basileia II.

Essa ideia citada no parágrafo acima, poderia ainda evoluir para a criação de um programa de mensuração que facilitasse esse processo para à área de risco dessas instituições financeiras. Sendo um programa, o qual aborde a mensuração e estimativa das frequências dos erros, severidades dos erros, tamanho dessas severidades, juntamente com a função estatística cópulas inserida no cálculo do VaR, que só requeresse que os gestores inserissem esses dados e por fim sairia o valor final a ser armazenado, ou seja, o VaR. Tudo isso levando-se em conta as limitações de cada empresa.

Com isso, de forma conclusiva, apesar das limitações citadas as quais embasam as ideias para possíveis trabalhos futuros na área, o objetivo geral desse estudo foi alcançado, com a demonstração desse cálculo do VaR condicionado juntamente com os conceitos das cópulas, mostrando consistência teórica e confiabilidade dos mesmos. Pois, considerando o crescente interesse no tema, principalmente quando se leva em conta a vinda de um Acordo de Basileia III, é de extrema valia a discussão de novos métodos de mensuração, que pudessem ser inseridos nesse acordo e disseminados para as instituições financeiras que só têm a ganhar com esses aprofundamentos teóricos e também matemáticos.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACERBI, C., TASCHE, D. **On the Coherence of Expected Shortfall. Banking and Finance**, 26, 1487-1503, 2002.

ARTZNER, P., DELBAEN, F., EBER, J. e HEALTH, D. **Coherent Measures of Risk**. Pittsburgh: Carnegie Mellon University, 1999.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Resolução 3.380**. Implementação de Estrutura de Gerenciamento de Risco Operacional, Brasília, junho 2006.

BCBS. **International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework – Comprehensive Version**, Bank for International Settlements, Basel, Junho, 2006.

BRANDTS, Silke. **Operational Risk and Insurance Quantitative and Qualitative aspects**. Frankfurt: Graduate Program Finance and Monetary Economics, Goethe University Frankfurt, 2004.

CARVALHO, Demerval Bicalho; CALDAS, Marcelo Petroni. **Basiléia II: Abordagem prática para acompanhamento de risco operacional em instituições financeiras**. Resenha BM&F, artigo técnico, 2006.

CORNALBA, Chiara; Giudici, Paolo. **Statistical Models for Operational Risk Management**. Itália: Departamento de Informática e Sistemística e Departamento de Economia Política e Métodos Quantitativos, 2004.

CHERNOBAI, Anna; Rachev, T. Svetlozar. **Applying Robust Methods to Operational Risk Modeling**. USA and Germany: University of California at Santa Barbara and University Karlsruhe Germany, 2006.

CRUZ, M. **Modeling, Measuring and Hedging Operational Risk**. Wiley, Chichester, 2002.

DALLA, L. FANTAZZINI, D. GIUDICI, P. **Copulae and Operational Risks**. Itália: Departamento de Estatísticas da Universidade de Milano-Bicocca e Departamento de Economia e Métodos Quantitativos da Universidade de Pavia, 2008.

DAVID, F. N. JOHNSON, N. L. **The Truncated Poisson**. International Biometric Society. Vol 8. No. 4, Dezembro, 1952.

EBNOTHER, Silvan; VANINI, Paolo; MCNEIL, Alexander; ANTOLINEZ-FEHR, Pierre. **Modelling Operational Risk**. ETH Zurich, 2001.

EMBRECHTS, P. MCNEIL, A. STRAUMANN, D. **Correlation and Dependence in Risk Management: Properties and Pitfalls**, 2002.

FRACHOT, A., GEORGES, P., RONCALLI, T. **Loss Distribution Approach for operational risk**. França: Grupo de Pesquisa Operacional, Crédit Lyonnais, 2001.

FRACHOT, A., MOUDOULAUD, O., RONCALLI, T. **Loss Distribution Approach in Practice**. França: Grupo de Pesquisa Operacional, Crédit Lyonnais, 2003.

FISHER, N. **Copulas**. In: Kotz S, Read CB, Banks DL (eds) Encyclopedia of Statistical Sciences, Volume 1. Wiley, New York, pp 159-163

GLASSERMAN, P. **Monte Carlo Methods in Financial Engineering**. New York, 2003.

HANSEN, B.E. **Bandwidth Selection for Nonparametric Distribution Estimation**. University of Wisconsin. Maio, 2004.

HENDRICKS. D. **Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data**. Economic Policy Review. Banco federal de reserva de Nova York. Vol. 2, No 1. Abril, 1996.

JORION, Philippe. Título: **Value at Risk: The New Benchmarking for Managing Financial Risk**. Estados Unidos: Terceira Edição: The McGraw-Hill Companies, 1976.

LAI, Y. SPANIER, J. **Applications of Monte Carlo/Quasi-Monte Carlo Methods in Finance: Option Pricing**. Claremont, USA: Departamento de Matemática da Univesidade de Graduação de Claremont, 2000.

LI, Q., J.S. RACINE. **Nonparametric estimation of distributions with categorical and continuous data**. *Jornal de Análises Multivariadas*, 86, 266-292, 2003

NAVARRETE, E. **Practical Calculation of Expected and Unexpected Losses in Operational Risk by Simulation Methods**. Guatemala: Centro de investigações econômicas nacionais. MPRA paper No. 1369, postado 15, Janeiro 2007.

NAYLOR, T. **Computer Simulation Techniques**, Wiley, New York, 1966.

NELSEN, R. B. **An Introduction to Copulas**. USA: Departamento de Ciências Matemáticas Lewis e Clark College, segunda edição, 2006.

RUBISTEIN, R. Y. Título: **Simulation and The Monte Carlo Method**. Canada: John Wiley and Sons, 1981.

SHEATHER. S. J., MARRON. J.S. **Kernel Quantile Estimators**. Associação dos jornais americanos de estatística. Vol. 85, No. 410. Junho, 1990.

SKLAR, A. **Fonctions de repartition a  $n$  dimensions et leurs marges**. *Publ Inst Statist Univ Paris* 8:229-231, 1959.

SKLAR, A. **Random variables, distribution functions, and copulas a personal look backward and forward**. In: Rüschendorf L, Schweizer B, Taylor MD (eds) *Distributions with Fixed Marginals and Related Topics*. Institute of Mathematical Statistics, Hayward, CA, pp 1-14, 1996.

SUNDMACHER, Maïke. **The Basic Indicator Approach and The Standardised Approach to Operational Risk: An Example and Case Study Based Analysis.** Australia: University of Western Sydney, 2007.

VIOLA, M. L. L. **Tipos de Dependência entre Variáveis Aleatórias e Teoria de Cópulas.** Campinas – SP: Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, 2009.

Yamai, Y., Yoshida T. **Comparative analyses of Expected Shortfall and Value-at-Risk: their validity under market stress.** Estudos Econômicos e Monetários, págs 181-238, Outubro, 2002.

## 7 APÊNDICE

Segue abaixo o código da programação feita no R.

```
rm(list=ls())

#Carregando Pacotes
require(classInt)
require(np)
require(akima)
require(rgl)

#Coloca o endereço da pasta onde estão os arquivos
setwd("~/UnB/8 semestre 2-2015/ETC")
options(scipen=999)

#Carregar workspace.
load("~/UnB/8 semestre 2-2015/ETC/Dados.rdata")

#Importar a Base Simulada, caso necessário
#base <- read.csv("BaseSimulada.csv", sep = ",", header = T)[-1]

#Percentuais de cada uma das 8 classes
perc<-c(0.9129,0.0652,0.0183,0.0015,0.0012,0.0004,0.000399,0.000199)

#Zero Truncated Poisson
rt pois <- function(N, lambda)  qpois(runif(N, dpois(0, lambda), 1), lambda)

#Percentual acumulado
perc.cum<-cumsum(perc)
#Coloca o último percentual acumulado igual a 1
perc.cum[8]<-1
```

```

#Lambdas da poisson para cada classe
lambda<-
c(0.984510478,0.012089472,0.00304373,0.000167913,0.000111014,4.01878E-
05,3.31251E-05,4.07847E-06)
maxFreq<-apply(as.data.frame(lambda),1,function(x) max(rtpois(1000000,x)))
maxFreq[which(maxFreq==1)]<-2

#Limites superiores (uniforme) para a severidade de cada classe
sever<-c(20,100,1000,2000,5000,100000,1000000, 1000000) ##Criei um limite
superior p/ ultima classe

#Número total de observações simuladas
ntotal<-50000

#Cria uma base vazia
base<-data.frame(Severidade=NA,Frequencia=NA,Classe=NA)
# create progress bar
pb <- txtProgressBar(min = 0, max = ntotal, style = 3)
for(i in 1:ntotal){
  #Sorteia uma das classes
  sort<-runif(1)
  #Pega a classe
  classe<-ifelse(sort>0 && sort<=perc.cum[1],1,
    ifelse(sort>perc.cum[1] && sort<=perc.cum[2],2,
      ifelse(sort>perc.cum[2] && sort<=perc.cum[3],3,
        ifelse(sort>perc.cum[3] && sort<=perc.cum[4],4,
          ifelse(sort>perc.cum[4] && sort<=perc.cum[5],5,
            ifelse(sort>perc.cum[5] && sort<=perc.cum[6],6,
              ifelse(sort>perc.cum[6] && sort<=perc.cum[7],7,8)))))))))
  #Gera a frequência
  freq<-rtpois(1,lambda[classe])
  #Gera a severidade
  if(classe==1)

```

```

{
  intervalo<-seq(0,sever[classe],length.out =100)
}else{
  intervalo<-seq(sever[classe-1],sever[classe],length.out =100) }

#Cria os intervalos dentro da classe
int.cut<- classIntervals(intervalo, n=maxFreq[classe], style="quantile")$brks
li<-int.cut[freq]
ls<-int.cut[freq+1]
severi<-runif(1,li,ls)
#Guarda os dados
dados<-data.frame(Severidade=severi,Frequencia=freq,Classe=classe)
base<-rbind(base,dados)
setTxtProgressBar(pb, i)
}
#Fecha a progress bar
close(pb)
#Deleta a primeira linha (vazia)
base<-base[-1,]

#Confere as frequências das classes com as reais
(table(base$Classe)/ntotal)-perc
summary(base$Severidade)
base[is.na(base$Severidade),]

#Salva a base simulada
#write.csv(base,"BaseSimulada.csv")

#ENcontrar uma bandwidth ótima para cada classe
#Passo 1: Se a amostra é grande, sorteia alguns pontos da classe
cdata1<-base[which(base$Classe==1),]
amostra<-sample(1:nrow(cdata1),size=1000)

```

```
cdata1<-cdata1[amostra,]
```

```
cdata2<-base[which(base$Classe==2),]
```

```
cdata3<-base[which(base$Classe==3),]
```

```
cdata4<-base[which(base$Classe==4),]
```

```
cdata5<-base[which(base$Classe==5),]
```

```
cdata6<-base[which(base$Classe==6),]
```

```
cdata7<-base[which(base$Classe==7),]
```

```
cdata8<-base[which(base$Classe==8),]
```

```
#Passo 2: Encontra a bandwidth de cada classe
```

```
bw1 <- npudistbw(~cdata1$Severidade)
```

```
bw2 <- npudistbw(~cdata2$Severidade)
```

```
bw3 <- npudistbw(~cdata3$Severidade)
```

```
bw4 <- npudistbw(~cdata4$Severidade)
```

```
bw5 <- npudistbw(~cdata5$Severidade)
```

```
bw6 <- npudistbw(~cdata6$Severidade)
```

```
bw7 <- npudistbw(~cdata7$Severidade)
```

```
bw8 <- npudistbw(~cdata8$Severidade)
```

```
#Gerando o gráfico da distribuição de cada classe
```

```
plot(bw1)
```

```
plot(bw2)
```

```
plot(bw3)
```

```
plot(bw4)
```

```
plot(bw5)
```

```
plot(bw6)
```

```
plot(bw7)
```

```
plot(bw8)
```

```
#Passo 3:
```

```
#Calcula o VaR 0,1%
```

```
var1_01 <- npquantile(cdata1$Severidade,tau=0.999,bws=bw1)*1e+3
```

```
var2_01 <- npquantile(cdata2$Severidade,tau=0.999,bws=bw2)*1e+3
var3_01 <- npquantile(cdata3$Severidade,tau=0.999,bws=bw3)*1e+3
var4_01 <- npquantile(cdata4$Severidade,tau=0.999,bws=bw4)*1e+3
var5_01 <- npquantile(cdata5$Severidade,tau=0.999,bws=bw5)*1e+3
var6_01 <- npquantile(cdata6$Severidade,tau=0.999,bws=bw6)*1e+3
var7_01 <- npquantile(cdata7$Severidade,tau=0.999,bws=bw7)*1e+3
var8_01 <- npquantile(cdata8$Severidade,tau=0.999,bws=bw8)*1e+3
```

```
#Calcula o VaR 1%
```

```
var1_1 <- npquantile(cdata1$Severidade,tau=0.99,bws=bw1)*1e+3
var2_1 <- npquantile(cdata2$Severidade,tau=0.99,bws=bw2)*1e+3
var3_1 <- npquantile(cdata3$Severidade,tau=0.99,bws=bw3)*1e+3
var4_1 <- npquantile(cdata4$Severidade,tau=0.99,bws=bw4)*1e+3
var5_1 <- npquantile(cdata5$Severidade,tau=0.99,bws=bw5)*1e+3
var6_1 <- npquantile(cdata6$Severidade,tau=0.99,bws=bw6)*1e+3
var7_1 <- npquantile(cdata7$Severidade,tau=0.99,bws=bw7)*1e+3
var8_1 <- npquantile(cdata8$Severidade,tau=0.99,bws=bw8)*1e+3
```

```
#Calcula o VaR 5%
```

```
var1_5 <- npquantile(cdata1$Severidade,tau=0.95,bws=bw1)*1e+3
var2_5 <- npquantile(cdata2$Severidade,tau=0.95,bws=bw2)*1e+3
var3_5 <- npquantile(cdata3$Severidade,tau=0.95,bws=bw3)*1e+3
var4_5 <- npquantile(cdata4$Severidade,tau=0.95,bws=bw4)*1e+3
var5_5 <- npquantile(cdata5$Severidade,tau=0.95,bws=bw5)*1e+3
var6_5 <- npquantile(cdata6$Severidade,tau=0.95,bws=bw6)*1e+3
var7_5 <- npquantile(cdata7$Severidade,tau=0.95,bws=bw7)*1e+3
var8_5 <- npquantile(cdata8$Severidade,tau=0.95,bws=bw8)*1e+3
```

```
#Calcula o VaR 10%
```

```
var1_10 <- npquantile(cdata1$Severidade,tau=0.90,bws=bw1)*1e+3
var2_10 <- npquantile(cdata2$Severidade,tau=0.90,bws=bw2)*1e+3
var3_10 <- npquantile(cdata3$Severidade,tau=0.90,bws=bw3)*1e+3
var4_10 <- npquantile(cdata4$Severidade,tau=0.90,bws=bw4)*1e+3
var5_10 <- npquantile(cdata5$Severidade,tau=0.90,bws=bw5)*1e+3
```

```

var6_10 <- npquantile(cdata6$Severidade,tau=0.90,bws=bw6)*1e+3
var7_10 <- npquantile(cdata7$Severidade,tau=0.90,bws=bw7)*1e+3
var8_10 <- npquantile(cdata8$Severidade,tau=0.90,bws=bw8)*1e+3

```

```
#Criando Tabela
```

```

Classe <- c("classe 1","classe 2", "classe 3", "classe 4", "classe 5",
           "classe 6", "classe 7", "classe 8")
VaR01<- round(as.numeric(c(var1_01, var2_01, var3_01, var4_01, var5_01,
var6_01, var7_01, var8_01)), digits=3)
VaR1<- round(as.numeric(c(var1_1, var2_1, var3_1, var4_1, var5_1, var6_1,
var7_1, var8_1)), digits=3)
VaR5<- round(as.numeric(c(var1_5, var2_5, var3_5, var4_5, var5_5, var6_5,
var7_5, var8_5)), digits=3)
VaR10<- round(as.numeric(c(var1_10, var2_10, var3_10, var4_10, var5_10,
var6_10, var7_10, var8_10)), digits=3)
band <- round(as.numeric(c(bw1$bandwidth, bw2$bandwidth, bw3$bandwidth,
bw4$bandwidth, bw5$bandwidth, bw6$bandwidth, bw7$bandwidth,
bw8$bandwidth)) , digits=3)
tabela <- as.data.frame(matrix(c(Classe,VaR01,VaR1,VaR5,VaR10,
band),ncol=6, byrow=F))
colnames(tabela) <- c("Classe","VaR 0,1%", "VaR 1%", "VaR 5%", "VaR 10%",
"Bandwidth")

#Salvar tabela
#write.csv2(tabela, "Tabela.csv", row.names=F)

```