PROJETO DE GRADUAÇÃO

ESTUDO DAS TÉCNICAS DE MEDIÇÃO DO AUTO AMORTECIMENTO DE CABOS CONDUTORES

Por, Adriano Tavares Araújo

Brasília, 23 de Novembro de 2014

UNIVERSIDADE DE BRASILIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

> UNIVERSIDADE DE BRASILIA Faculdade de Tecnologia Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO

ESTUDO DAS TÉCNICA DE MEDIÇÃO DO AUTO AMORTECIMENTO DE CABOS CONDUTORES

POR,

Adriano Tavares Araújo

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof. Aida Alves Fadel, UnB/ ENM (Orientadora)	
Prof. Jorge Luiz de Almeida, UnB/ ENM (Orientador)	
Prof. Edson Paulo da Silva, UnB/ ENM	
Prof. José Alexander de Araújo, UnB/ ENM	

Brasília, 23 de Novembro de 2014

Dedicatória

Dedico este trabalho a minha querida mãe Aparecida Tavares, que sempre me apoiou, seja nos momentos tristes e alegres de toda minha caminhada.

Adriano Tavares Araújo

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a DEUS por me guiar e me ajudar lutar, vencer e não desistir nunca dos meus sonhos.

Agradeço muito a minha família, principalmente a minha mãe Aparecida Tavares por esta sempre a apoiar todas minhas decisões e sempre acreditar em mim.

Aos meus colegas de curso, que tornou minha caminhada na faculdade, mais fácil e divertida. A minha orientadora, professora Aida Fadel, uma pessoa virtuosa que sempre lembrarei e terá minha admiração.

Ao meu orientador Jorge Luiz de Almeida Ferreira, que tanto me ajudou, ensinou e confiou no meu trabalho.

Ao aluno de doutorado Remy Badibanga, e ao aluno de mestrado Túlio Avelar que se tornou um grande colega.

E a todos, que de uma forma ou outra me ajudaram na graduação.

Adriano Tavares Araújo

RESUMO

Este trabalho visa o estudo das técnicas de medição de auto amortecimento de cabos condutores. Nesse sentido, é abordada a fundamentação teórica necessária a implementação desse tipo de ensaio. Com base na revisão bibliográfica foram identificados três enfoques para a realização dos procedimentos experimentais (Decaimento Logarítmico, Método da Potência e Método da Onda Estacionária). Após o estudo desses métodos, foram selecionados a implementação experimental dos Métodos da Potência e da Onda Estacionária e descritas as rotinas que serão utilizadas na bancada de ensaios do LABCABOS/UnB.

ABSTRACT

This work aims at the study of measuring techniques of self-damping of cables. In this sense, is addressed the theoretical foundation required the implementation of this type of test. On the basis of the literature review were identified three approaches to the implementation of the experimental procedures (Logarithmic Decay, Method of Power and Method of Standing Wave). After the study of these methods were selected the experimental implementation of the methods of Power and Stationary Wave and described the routines that will be used on the test bench of the LABCABOS/UnB.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	. 1
	1.1 OBJETIVO	2
	1.2 JUSTIFICATIVA	3
_	1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO	3
2		. 5
	2.1 CONCEITOS BASICOS SOBRE VIBRAÇÕES	5
	2.1.1 Movimento harmônico	8
	2.1.2 Características de um sistema vibratório	9
	2.1.3 Vibração livre de sistemas não amortecidos	10
	2.1.4 Vibração livre de sistemas com amortecimento	12
	2.1.5 Decremento Logarítmico	16
	2.2 VIBRAÇÃO DE SISTEMAS CONTÍNUOS	. 17
	2.2.1 Equação das cordas vibrantes	17
	2.2.2 Equação das cordas vibrantes considerando o efeito da rigidez flexional	22
	2.2.3 Considerações Quanto a Rigidez De Cabos Condutores	28
	2.3 VIBRAÇÃO EM CABOS CONDUTORES	28
	2.4 TIPOS DE VIBRAÇÃO EM CABOS CONDUTORES	29
	2.4.1 Oscilações Induzidas por Esteira	29
	2.4.2 Galope do Condutor	31
	2.4.3 Vibrações Eólicas	31
	2.5 CABOS CONDUTORES	36
	2.5.1 Tipos de cabos para condutores de linhas de transmissão	37
	2.6 PARÂMETRO DA RAZÃO ENTRE O VALOR DA TENSÃO E O PESO POR UNIDADE DE	
~		38
3		40
		40 11
	3.2.1 Mátodo da Potância	41
	3.2.1 Método da Onda Estacionária	42
	3.3 DEFINIÇÃO DE AUTO AMORTECIMENTO	43
	3.4 CONDUTOR	44
	3.5 REQUISITOS MÍNIMOS DO VÃO DE TESTE	. 44
	3.6 CONDIÇÕES DO CONDUTOR	45
	3.7 TERMINAIS DE FIXAÇÃO	45
	3.8 GERADOR DE VIBRAÇÕES	. 46
	3.9 METODOLOGIA DE TESTE	47
	3.10 MEDIÇAO DE POTENCIA	47 47
4	METODOLOGIA DE ENSAIOS	50
-	4.1 DESCRIÇÃO GERAL DA BANCADA DE ENSAIOS	. 50
	4.2 MECANISMO DE TRACIONAMENTO DE CABOS	.51
	4.3 COMPONENTES DA BANCADA	52
	4.3.1 Excitador Eletrodinâmico	53
	4.3.2 Sistema para Controle Vibracional	54
	4.3.3 Cabos Condutores	55
	4.4 DISPOSITIVOS	56
	4.4.1 Células de Carga	56
	4.4.2 Acelerômetros	56
	4.5 ENSAIOS DE AUTO AMORTECIMENTO	56
	4.5.1 Método da Potência	57
	4.5.2 Método da Onda Estacionária	58
5	CONCLUSÃO	60
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÀFICAS	61

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Principais elementos das linhas de transmissão (Fuchs, 1992)	. 1
Figura 2 - Vibrações Livres com ou sem amortecimento	. 6
Figura 3 - Sistemas com um, dois e três graus de liberdade	. 7
Figura 4 - Mecanismo de Scotch Yoke gerando um movimento harmônico (Piccoli, 2000)	. 8
Figura 5 - Sistema massa mola de um grau de liberdade com amortecimento	10
Figura 6 - Sistema Massa Mola Vertical (Piccoli, 2000).	10
Figura 7 - Sistema de um grau de liberdade com amortecimento viscoso (Nabarrete, 2005)	13
Figura 8 - Comparação entre movimentos com diferentes tipos de amortecimentos.	15
Figura 9 - (a) corda vibrante engastada. (b) componentes verticais das tensões que agem sobre um	
elemento dx da corda esticada (modificado. Den Hartog 1985)	18
Figura 10 - Os quatro primeiros modos naturais de movimento de vibração lateral de uma corda	
uniforme	21
Figura 11 - (a) Cabo sujeito a esforco de tensão, cisalhamento e momento fletor (b) um elemento	
infinitesimal do cabo (modificado, Steidel, 1989).	22
Figura 12 - Corda engastada (Santos, 2008).	23
Figura 13 - Gráfico do comportamento das curvas de corda e cabo (modificado, Steidel, 1989),	28
Figura 14 - Modos Normais de propagação para um feixe de dois condutores (Oliveira, 1982)	30
Figura 15 – Escoamento do ar em torno de um cilindro (Irvine, 2006).	32
Figura 16 - Relação entre o número de Strouhal e o número de Revnolds para cilindros circulares	
(modificado, Heinecke, 1981).	33
Figura 17 - Mapa da distribuição de velocidade média anual do vento no Brasil (CEPEL, 2010)	35
Figura 18 - Catenária, Flecha e Vão formados por um condutor (Camacho, 2013)	36
Figura 19 - Classificação dos métodos de Auto Amortecimento.	42
Figura 20 - Representação Esquemática do Vão com Condutor Vibrando (modificado, IEEE STD 56	3.
1978)	43
Figura 21 - Configuração do vão de teste (modificado, IEEE STD 563, 1978)	44
Figura 22 - Terminal flexível adicionado ao final do cabo condutor (IEEE STD 563, 1978).	46
Figura 23 - Gerador de Vibrações (IEEE STD 563, 1978).	46
Figura 24 - Exemplo das da dissipação de potência no condutor (modificado, IEEE STD 563, 1978).	49
Figura 25 - Desenho esquemático da bancada.	50
Figura 26 - (a) Tifor (talha de alavanca) (b) Grampo de ancoragem (prateado) e Grampo de fixação	
(preto).	51
Figura 27 - Sistema de tração do cabo com atuador linear	52
Figura 28 - Célula de carga (à esquerda, entre as argolas vermelhas) e seu calibrador (à direita) (Mur	ça
& Kage, 2009).	52
Figura 29 - Foto ilustrativa do excitador Eletrodinâmico GW-V400/DSA5-10K (shaker)	53
Figura 30 - haste atuadora do shaker e braçadeira utilizada para conectar o cabo condutor ao shaker.	54
Figura 31 - Foto ilustrativa do sistema para controle vibracional LDS LASER USB LAS-200	54
Figura 32 – Bobina dos cabos da marca Nexans, Alubar e Prysmian.	55
Figura 33 - Dispositivo de conexão flexível entre o shaker e o cabo condutor, com esquema de	
montagem utilizado na bancada de ensaios LABCABOS/UnB.	57
Figura 34 - Posicionamento dos acelerômetros e <i>shaker</i> para o ensaio de auto amortecimento	
	=0

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Relação entre número de Reynolds e Strouhal para uma secção circular (modificado, 1	Irvine,
2006)	33
Tabela 2 - Comparação entre características de diferentes tipos de vibração (Irvine, 2006, Fadel,	
2010)	34
Tabela 3- Modelo de tabela para o Método da Potência (modificado, IEEE STD 563)	48
Tabela 4 - Lista de símbolos (modificado, IEEE STD 563, 1978)	49
Tabela 5 - Características estruturais e dimensionais do condutor e propriedades mecânicas dos o	cabos
CAL900 MCM, CAA795 MCM (Tern) e CA 636 MCM (Orchid).	55
Tabela 6 - Faixa de frequência para ensaios de auto amortecimento.	58

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

A	amplitude de vibração	[mm]
Α	área da seção transversal	[m ²]
a_n	amplitude dupla no enésimo nó;	[mm]
C_c	amortecimento critico	[Ns/m]
С	constante de proporcionalidade	[Ns/m]
D	diâmetro do condutor	[mm]
Ε	módulo de elasticidade	[GPa]
F	força de excitação – amplitude simples	[N]
F	força aplicada no acoplamento cabo/shaker	[N]
f	frequência	[Hz]
f_n	frequência natural	[Hz]
f	flecha	[mm]
F_s	frequência de desprendimento de vórtices	[Hz]
f(t)	força periódica	[N]
8	gravidade	[m/s ²]
H	tensão aplicada no cabo condutor	[N]
Ι	momento de inércia	[kg.m ²]
k	rigidez da mola	[N/m]
L	comprimento da corda	[m]
l	distância entre dois nós	[mm]
т	massa	[kg]
Р	potência dissipada por unidade de comprimento	[mW/m]
S	variável no domínio de laplace	
t	tempo	[s]
Т	tensão aplicada no cabo	[N]
Т	Período de vibração	[s]
U	energia cinética	[J]
U	velocidade do fluxo livre (fluido)	[m/s]
V	velocidade de amplitude simples no antinó	[m/s]
V_S	velocidade do shaker	[m/s]
W	carregamento	[N]
W	peso por unidade de comprimento	[Kg/m]
x(t)	deslocamento	[m]
$\dot{x}(t)$	velocidade	[m/s]
$\ddot{x}(t)$	aceleração	[m/s ²]
Y	amplitude dupla, pico a pico	[mm]
у	amplitude simples	[mm]

Símbolos Gregos

Δ	variação entre duas grandezas similares	
δ	decremento logarítmico	
μ	densidade linear	[N/m]
ν	coeficiente de viscosidade cinemática	[Pa.s]

5	fator de amortecimento	
ρ	densidade	[kg/m ³]
ϕ	ângulo de fase	[rad]
ϕ_{FVs}	ângulo de fase entre força e velocidade	[rad]
ω	frequência angular	[rad/s]
ωn	frequência natural	[rad/s]
ω _d	frequência natural amortecida	[rad/s]

Grupos Adimensionais

Re	número de Reynolds
S	número de Strouhal
ζ	fator de amortecimento
δ	decremento logarítmico
n	número de ciclos

Siglas

Institute of Electrical and Electronics Engineers
Electric Power Research Institute
Rated Tensile Strength
Every Day Stress
Centro de Pesquisa de Energia Elétrica
Conference Internacionale des Grands Reseaux Electriques

1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de uma região é caracterizado pela qualidade de seu serviço de transporte de energia, sendo este fator responsável pelo crescimento econômico e social do país, pois com o aumento de oferta de energia no país a viabilização da expansão das indústrias e infraestrutura do país é comprovado, facilitando a execução das tarefas cotidianas, melhorando a qualidade de vida, gerando riqueza e renda (Carvalho, 2009). Entendendo assim que o crescimento econômico e social do país se relaciona com serviço de transporte de energia assim gerando um círculo virtuoso ou um círculo vicioso, entendendo que quanto maior oferta de energia estabelece condições para o crescimento econômico e social de um país e assim o crescimento incorpora mais energia ao processo produtivo e o contrário também é provado, sendo que menor oferta de energia tem-se crescimento do país freado, e que, por sua vez, desarticula o setor de produção de energia elétrica.

A energia elétrica gerada nas usinas (unidade de geração), sejam elas térmicas, hidráulicas, termonucleares, eólicas, solares, etc., é transportada até uma unidade de distribuição através de linhas aéreas de transmissão, também conhecidas como LT, uma LT tem a seguinte composição (Figura 1):

- Cabos condutores de energia;
- Estruturas isolantes isoladores;
- Estruturas de suporte torres;
- Fundações;
- Para raios;
- Aterramentos;
- Acessórios diversos, etc.



Figura 1 – Principais elementos das linhas de transmissão (Fuchs, 1992).

O projeto de uma linha de transmissão envolve o dimensionamento e cálculo de diversas grandezas como: escolha dos condutores, distâncias entre condutores de fases distintas e entre condutores e estrutura/solo, altura e posicionamento relativo dos cabos, etc. A escolha adequada do condutor em um projeto de linhas aéreas de transmissão é bastante complexa, envolvendo desde critérios econômicos, perdas, e a sua escolha impacta diretamente na escolha da torre e consequentemente na isolação empregada e nos esforços mecânicos envolvidos no projeto da linha de transmissão (Fuchs, 1992). Portanto nas últimas décadas os cabos condutores como parte fundamental e essencial das linhas de transmissão vem sendo pesquisados e estudados, com o intuito de segurança, maior qualidade, confiabilidade, otimização, aumento de vida do equipamento e diminuição de custos na transmissão de energia elétrica e em todo o projeto das linhas de transmissão.

Nas últimas décadas a vibração em cabos condutores vem sendo estudada, e esse problema decorrente da ação dos ventos sobre os cabos condutores, que talvez seja o maior problema mecânico das linhas de transmissão de energia elétrica conhecida. A vida útil dos cabos está diretamente ligada a ocorrência de vibrações, e suas amplitudes. A ação dos ventos sobre as linhas de transmissão provoca oscilações dos condutores, as quais, se não forem amortecidas, poderão chegar a valores críticos, culminando com o rompimento dos cabos, seja pela fadiga, seja pelo efeito de grande amplitude, e até afetar seriamente os suportes, as oscilações típicas observadas nas linhas de transmissão são as eólicas (ressonância), longitudinais, e oscilações de sub-vão (Fuchs, 1992). As vibrações eólicas são constatadas como vibrações de maior incidência nas linhas de transmissão brasileiras e são caracterizadas por terem baixas velocidade, por pequenas amplitudes e frequências relativamente altas e não são facilmente detectáveis em inspeções visuais.

A vibração eólica é um tipo de vibração auto excitada, na qual a ação continua do vento, após iniciada a vibração, estará introduzindo energia, na qual a taxa de energia introduzida se equilibra com a taxa de energia dissipada pelo auto amortecimento, tendendo a manter o movimento. Definindo assim o auto amortecimento de um cabo a característica física que define a sua capacidade de dissipar energia internamente enquanto vibra. Sendo esta característica de muita importância no projeto de linha de linhas de transmissão de energia elétrica e nas decisões de projeto como a carga de tração, número de torres e comprimento de cabo envolvidos no projeto, pois o auto amortecimento varia inversamente com a carga de tração, e por este motivo a carga de tração deve ser tão baixa como economicamente viável, o que será explicado com maiores detalhes com as teorias envolvidas e técnicas de medição do auto amortecimento que serão descritas ao longo do trabalho.

1.1 OBJETIVO

O objetivo básico do trabalho é o estudo das técnicas de medição de auto amortecimento de cabos condutores detalhando toda a parte teórica com as principais técnicas de auto amortecimento usadas para a bancada de ensaio de auto amortecimento do Laboratório de Fadiga e Integridade Estrutural de Cabos Condutores de Energia do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília, podendo assim comprovar e qualificar a bancada de ensaios.

Assim sendo, em um projeto de linhas de transmissão de energia, que é de grande importância para um país, este trabalho surge como um processo inicial para qualificar a bancada de ensaios de auto amortecimento pelos estudos de técnicas de medição de auto amortecimento, que serão empregados na bancada e assim permitir a aplicação em trabalhos futuros e no desenvolvimento de projeto de linhas de transmissões brasileiras.

1.2 JUSTIFICATIVA

O governo brasileiro tem investido pesado na construção de linhas de transmissão, encarregadas de levar a energia produzida para as regiões brasileiras, e essa malha de linhas de transmissão são baseadas em cabos condutores. Sendo de fundamental importância o conhecimento de todas as características mecânicas envolvidas nos projetos de linhas de transmissão, pois essas obras ligadas ao setor de transmissão de energia são de fato responsável pelo crescimento econômico brasileiro, no que tange a indústria nacional e envolve uma grande quantidade de investimentos.

Nesse contexto de projeto de linhas de transmissão, no dimensionamento de cabos de linhas de transmissão, os fenômenos de vibrações não são frequentemente considerados, tendo como explicação a pequena quantidade de referências experimentais das ações dinâmicas, em particular aos cabos das linhas de transmissão, explicado pelo alto custo da instrumentação de estudos e monitoração do comportamento dinâmico das linhas de transmissão. O estudo do comportamento dinâmico de cabos de linhas elétricas aéreas tem razões de segurança, mas também tem razões económicas, pois atualmente é muito importante o transporte de energia a longas distâncias com torres cada vez mais altas e mais espaçadas e com os cabos sujeitos a trações mecânicas cada vez mais elevadas.

Neste ponto, a importância de um bom conhecimento das propriedades mecânicas das linhas de transmissão elétrica desenvolvidos em testes de durabilidade ou fadiga de cabos condutores, de desempenho de absorvedores para linhas de transmissão, e de auto amortecimento permitam-se que sejam desenvolvidos projetos para aperfeiçoar e reduzir os custos na produção dos cabos condutores nas empresas responsáveis.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O texto deste trabalho está dividido em cinco capítulos. O primeiro capítulo apresenta uma introdução, contextualizando o tema estudado, evidenciando a justificativa para a realização do projeto, os objetivos propostos e a descrição da estrutura do trabalho.

O segundo capítulo é dedicado a uma revisão da bibliografia acerca de Vibrações Mecânicas, seja de sistemas discreto e de sistemas contínuos considerando o estudo da corda vibrante. Seguindo com o estudo de vibrações em cabos condutores, o capítulo conta com uma explicação sobre os tipos de cabos condutores utilizados nas linhas de transmissão e com uma breve explicação do parâmetro H/w que representa a razão entre o valor da tensão (H) e o peso por unidade de comprimento (w).

No terceiro capítulo é apresentado o Guia IEEE STD 563 que descreve e orienta a respeito dos procedimentos utilizados para se executar ensaios de auto amortecimento, sendo tratado então como a bibliografia chave para os ensaios de auto amortecimento.

O quarto capítulo é dedicado a metodologia de ensaios de auto amortecimento, constando uma descrição da bancada, os materiais e dispositivos utilizados na bancada, e a metodologia utilizada nos ensaios de auto amortecimento no caso do Método da Potência e o Método da Onda Estacionária.

A conclusão assume o posto de quinto capítulo a qual constará com propostas para trabalhos futuros que darão continuidade ao estudo iniciado no projeto de graduação.

2 REVISÃO CONCEITUAL

2.1 CONCEITOS BÁSICOS SOBRE VIBRAÇÕES

As vibrações mecânicas compreendem o estudo do movimento oscilatório (ou vibratório) dos corpos, assim como das forças (ou torques). Todos os corpos dotados de massa e de elasticidade são capazes de vibrar. Assim, máquinas e estruturas estão sujeitas a um certo grau e vibração e o seu projeto requer o exame de seus comportamentos vibratórios que lhes estão associadas (Molina, 2001).

O estudo de vibrações tem também íntima relação com a Manutenção Preditiva, pois a maior causa de desgaste de peças móveis é, além do atrito, o movimento vibratório a que elas estão sujeitas. Conhecendo o comportamento vibratório de uma peça de um mecanismo é possível prever a sua vida útil, providenciando a sua substituição antes que aconteça a falha.

A vibração, na maioria dos casos, é um fenômeno indesejável, como, por exemplo, a vibração que uma máquina transmite às demais máquinas de uma oficina, através do solo, ou a vibração que as irregularidades de uma estrada provocam sobre a carroceria de um automóvel, e no caso do presente trabalho as vibrações sobre os cabos condutores. Nesses casos, busca-se reduzir ao máximo tais vibrações, pois elas tendem a causar malefícios, exemplificando tais malefícios tem-se os caso das máquinas de uma oficina, o acabamento superficial das peças usinadas será prejudicado, ao passo que no caso do automóvel, o conforto dos passageiros será afetado e no caso do cabos condutores as vibrações poderá chegar a valores críticos, culminando com o rompimento dos cabos condutores, seja pela fadiga ou pelo efeito de grandes amplitudes, podendo afetar seriamente os suportes e toda a estrutura das linhas de transmissão aérea, acarretando em prejuízos enormes. Casos existem, no entanto, em que a vibração é um fenômeno desejável, constituindo-se no próprio princípio de funcionamento de algumas máquinas, como no caso de transportadores automáticos, peneiradores, britadores, misturadores, aparelhos de barbear, máquinas de lavar roupa, etc.

Repetindo, a vibração ou oscilação é qualquer movimento que se repete, regular ou irregularmente, depois de um intervalo de tempo (Piccoli, 2000). As vibrações podem ser classificadas das seguintes formas:

a) Quanto à existência ou não da excitação:

Vibração livre é aquela produzida por uma perturbação inicial que não persiste durante o movimento vibratório. Como exemplo tem-se a vibração do pêndulo simples. Depois de deslocado de sua posição de equilíbrio, o pêndulo simples permanece em movimento oscilatório sem que nenhum efeito externo intervenha.

Vibração forçada é provocada por um efeito externo que persiste durante o tempo em que o movimento vibratório existir. O movimento de um rotor desbalanceado é típico de uma vibração forçada.

b) Quanto à existência ou não do amortecimento:

Vibração amortecida é aquela em que a energia vibratória se dissipa com o transcorrer do tempo de forma que os níveis vibratórios diminuem progressivamente.

Vibração não amortecida é aquela em que a energia vibratória não se dissipa de forma que o movimento vibratório permanece imutável com o passar do tempo. Os sistemas em que ocorre a vibração não amortecida são sistemas ideais, pois sempre alguma energia será dissipada em um sistema físico. Entretanto, em muitos casos, o amortecimento é tão pequeno que é possível desprezá-lo, pois os níveis vibratórios diminuem muito pouco durante o tempo em que o movimento é observado e a análise do problema se torna matematicamente mais simples. Em se tratando de um sistema real, as resistências passivas estão sempre presentes fazendo com que a energia oscilatória se dissipe. Esta dissipação de energia é representada pela característica chamada amortecimento. A Figura (2) ilustra uma vibração livre não amortecida e uma amortecida.



Figura 2 - Vibrações Livres com ou sem amortecimento.

c) Quanto a linearidade:

Vibração linear é aquela que ocorre em um sistema cujos componentes atuam linearmente (a força de mola é proporcional ao deslocamento, a força de amortecimento é proporcional à velocidade e a força de inércia é proporcional à aceleração).

Vibração não linear é aquela em que um ou mais componentes do sistema não se comporta linearmente, ou seja a força produzida não apresenta uma relação linear com a variável cinemática a que se associa (relações quadráticas, cúbicas, logarítmicas, exponenciais, senoidais, etc.).

d) Quanto a previsibilidade de sua ocorrência:

Vibração determinística é aquela em que se pode prever todas as características do movimento vibratório em qualquer instante de tempo.

Vibração aleatória ou não determinística é aquela em que não é possível prever o que irá acontecer no movimento vibratório.

e) Quanto a natureza do movimento

Vibrações translacionais ou longitudinais neste caso, a massa é submetida a um movimento de translação. A medida do deslocamento da massa é feita em unidade de comprimento, por exemplo uma massa presa numa mola helicoidal, e uma massa que cai sobre uma viga apoiada, dá origem a um movimento vibratório translacional na direção vertical.

Vibrações torcionais neste caso, a massa executa movimento de rotação em torno de um eixo, sendo que a medida de deslocamento é angular, exemplificado por uma barra de torção ou uma mola de torção.

f) Quanto a quantidade de graus de liberdade

Grau de liberdade é o número de coordenadas independentes necessárias para a descrição do movimento. A Figura (3) mostra exemplos esquemáticos de sistemas com um, dois e três graus de liberdade.



Figura 3 - Sistemas com um, dois e três graus de liberdade.

Os sistemas com parâmetros concentrados possuem um número finito de graus de liberdade, ao passo que os sistemas com parâmetros distribuídos ou os sistemas contínuos possuem um número infinito de graus de liberdade, pois, nesse último caso, a rigor, seria necessária uma coordenada para

a) Exemplos de Sistemas com 1 GDL

descrever o movimento de cada molécula da massa vibrante. Portanto, de acordo com a quantidade de graus de liberdade, pode-se ter vibrações com um grau de liberdade (ou unidimensionais), com dois graus de liberdade (ou bidimensionais), com 3, 4, ..., n graus de liberdade (ou multidimensionais) ou, mesmo, com infinito graus de liberdade (sistemas contínuos).

2.1.1 Movimento harmônico

Se depois de um intervalo de tempo o movimento é repetido, o mesmo é chamado de movimento periódico. O movimento harmônico é a forma mais simples com que uma vibração se apresenta e também o tipo mais simples de movimento periódico, a expressão que determina o deslocamento x em função do tempo t, para uma partícula que executa o movimento harmônico e representado pela Eq. (1).

$$x = A\sin(\omega t). \tag{1}$$

Sendo A, a amplitude, ω a frequência angular, e ϕ representando o ângulo de fase.

Se a origem do movimento não coincidir com *sin* $\omega t = 0$, o deslocamento *x* pode então ser representado pela Eq. (2).

$$x = A\sin(\omega t + \phi). \tag{2}$$

A forma do movimento harmônico não muda se ao invés de seno se utilizar cosseno ou uma soma de seno e cosseno com o mesmo argumento. Estas formas apenas provocam um deslocamento da função no tempo, refletida no valor do ângulo de fase ϕ . Na Figura (3), tem-se uma ilustração do movimento harmônico.



Figura 4 - Mecanismo de Scotch Yoke gerando um movimento harmônico (Piccoli, 2000).

A velocidade e a aceleração com que se movimenta verticalmente a haste do mecanismo de Scotch Yoke, Fig. (4), são obtidos derivando a Eq. (1):

$$v = \dot{x} = \omega A \cos(\omega t) \,. \tag{3}$$

$$a = \ddot{x} = -\omega^2 A \sin(\omega t) \,. \tag{4}$$

As principais características do movimento harmônico são listadas abaixo.

- Amplitude A é o máximo valor atingido por x (deslocamento).
- Período T é o tempo transcorrido até que o movimento se repita (x, x, x). O período é expresso por unidade de tempo.
- Frequência f é o número de repetições que ocorrem em uma determinada unidade de tempo. É definida como o inverso do período.

$$f = \frac{1}{T}.$$
(5)

A frequência é normalmente medida em ciclos por segundo (Hertz - Hz). Uma outra unidade de frequência bastante comum em engenharia mecânica é a RPM (rotações por minuto) ou CPM (ciclos por minuto), frequentemente utilizada para medir velocidade de rotação em sistemas rotativos.

Frequência angular -@- é a velocidade angular de um vetor de amplitude A. De forma que suas projeções horizontal e vertical são movimentos harmônicos. Relaciona-se com a frequência *f* pela Eq. (6).

$$\omega = 2\pi f \ . \tag{6}$$

Uma vez que um período de oscilação corresponde a uma volta completa do vetor, e equivale a $2\pi rad$. A frequência angular é medida em *rad/seg*.

Ângulo de fase – ϕ - é o ângulo inicial do argumento da função senoidal que descreve o movimento harmônico. Deve ser normalmente representado em radianos.

2.1.2 Características de um sistema vibratório

Nas características dos sistemas mecânicos, três são as que apresentam importância especial sob o aspecto da vibração: elasticidade, inércia e amortecimento. Isto porque a vibração é, em essência um processo de troca de energia mecânica, na forma de energia cinética (associada à velocidade) e energia potencial (associada à deformação). A elasticidade é uma característica que se relaciona com a capacidade do sistema em armazenar energia potencial. A inércia, por sua vez, se liga à capacidade de

armazenar energia cinética. O amortecimento, finalmente, é consequência das perdas de energia que ocorrem, em função das resistências passivas (Piccoli, 2000).

Nos modelos físicos destes sistemas mecânicos, estas características serão representadas pelos elementos: mola (elasticidade, energia potencial) e representado por k, massa ou momento de inércia (inércia, energia cinética) representado por m, e amortecedor (amortecimento, dissipação de energia) representado por c. Na Fig. (5) tem-se a idealização de um sistema vibratório.



Figura 5 - Sistema massa mola de um grau de liberdade com amortecimento.

2.1.3 Vibração livre de sistemas não amortecidos

A Figura (6) demonstra um sistema massa mola com 1 grau de liberdade e vibração livre, ou seja, seu movimento resulta apenas de condições iniciais, não havendo nenhuma causa externa atuando durante o movimento.



Figura 6 - Sistema Massa Mola Vertical (Piccoli, 2000).

Aplicando a 2^{a} Lei de Newton, pode se construir seu diagrama de corpo livre de massa *m* e mostrado na Fig. (5), podendo chegar na equação do movimento, representada abaixo pela Eq. (7).

$$m\ddot{x} = -k(x + \delta_{st}) + mg.$$
⁽⁷⁾

Pela condição de equilíbrio estático, sabe-se que $mg = k\delta_{st}$. Pode-se escrever a equação diferencial do movimento, em sua forma conhecida abaixo:

$$m\ddot{x} + kx = 0. \tag{8}$$

A Equação (8), sendo uma equação diferencial de segunda ordem linear e de coeficientes constantes (m e k que não variam com o tempo) e homogênea (termo independente igual a 0), tem-se a solução da equação dada por:

$$x(t) = C_1 \sin(\omega t) + C_2 \cos(\omega t).$$
⁽⁹⁾

Sendo C_1 e C_2 constantes de integração, derivando duas vezes a Eq. (9), e substituindo na Eq. (8) encontra –se:

$$(k - m\omega^2)(C_1\sin(\omega t) + C_2\sin(\omega t)) = 0.$$
⁽¹⁰⁾

Da equação (10), para ser satisfeita tem-se o seguinte:

$$(k - m\omega^2) = 0 \quad ou \quad \omega^2 = \frac{k}{m} \,. \tag{11}$$

A solução da Eq. (9) no caso presente se apresenta no domínio do tempo e é conhecido como problema de valor inicial e as constantes C_1 e C_2 dependem das condições iniciais do movimento, se os valores iniciais do deslocamento e da velocidade (que representam a energia total introduzida para gerar o movimento livre), são conhecidos e dados por x_0 e v_0 , tem-se:

$$x(t=0) = x_0 = C_1,$$

 $\dot{x}(t=0) = v_0 = \omega C_2.$

Então, a solução da equação diferencial de movimento fica:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \cos(\omega t).$$
⁽¹²⁾

Sendo o movimento representado na Eq. (12) um movimento harmônico de frequência igual a ω . Esta frequência com que o sistema oscila quando está livre sem amortecimento, é conhecida como frequência natural de oscilação. A Equação (12) pode ser reescrita com o auxílio das relações trigonométricas de uma maneira mais simples:

$$x(t) = X_0 \cos(\omega t - \phi).$$
⁽¹³⁾

Onde:

$$X_0 = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2},$$
$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{v_0}{x_0\omega}\right).$$

2.1.4 Vibração livre de sistemas com amortecimento

Em observações reais, percebe-se que as oscilações livres em sistemas mecânicos se reduzem ao longo do tempo até que sejam totalmente extintas, a resposta em deslocamento obtida pelo modelo do sistema massa-mola mostra que a oscilação ocorre para sempre com a mesma amplitude. O modelo massa-mola resolve apenas o problema do cálculo de frequências naturais. Então, para incluir o efeito do decaimento da amplitude deve-se incluir a energia dissipada pelo sistema durante as oscilações. Sendo portanto o amortecimento a capacidade do sistema em dissipar energia. O amortecimento viscoso, é o modelo mais simples de amortecimento, é chamado assim pois representa a força dissipativa por um fluido viscoso, e essa força tem como característica principal ser proporcional à velocidade relativa entre as superfícies em movimento quando existe um fluido separando-as, a proporcionalidade garante a permanência das características da Eq. (8).

A força de amortecimento é dada por:

$$F_{amortecimato} = -c\dot{x} \ . \tag{14}$$

Sendo que *c* representa a constante de amortecimento.

A Figura (7) mostra o esquema de um sistema de um grau de liberdade com amortecimento e seu diagrama de corpo livre.



Figura 7 - Sistema de um grau de liberdade com amortecimento viscoso (Nabarrete, 2005). A equação do movimento do DCL da Fig. (7), é então representada: $m\ddot{x} = -c\dot{x} - kx$. (15)

A Equação (15) pode ser escrita da seguinte forma:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0. \tag{16}$$

Esta equação diferencial tem solução homogênea que corresponde fisicamente a uma resposta transiente de movimento, ou seja, não duradora. A solução da Eq. (16) é dada por:

$$x(t) = Ce^{st} \,. \tag{17}$$

Introduzindo a solução (17) na Eq. (16) tem-se que:

$$(ms^2 + cs + k)Ce^{st} = 0. (18)$$

Como a constante *C* não pode ser nula, tem-se:

$$ms^2 + cs + k = 0.$$
 (19)

As soluções possíveis para equação (19) são descritas como:

$$s_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} .$$
⁽²⁰⁾

Como as duas raízes satisfazem a Eq. (16), a solução resultante será uma combinação linear das mesmas na forma:

$$x(t) = C_1 e^{s1t} + C_2 e^{s2t} . (21)$$

A forma funcional de (21) depende fundamentalmente da natureza das raízes de (20) e se elas são complexas ou reais. Para facilitar a notação, antes de estudar a influência da natureza das raízes na forma funcional, deve-se definir alguns parâmetros auxiliares conhecidos como:

Constante de amortecimento critico: A constante de amortecimento crítico c_c é definida como o valor de c que faz com que o discriminante Δ de (20) se anule. Isto porque, é do sinal deste discriminante que depende a natureza das raízes: $\Delta > 0$ implica em raízes reais enquanto que para $\Delta < 0$ as raízes formarão um par complexo. Se $\Delta = 0$, se apresenta como o limite entre estas duas situações distintas. Tem-se então:

$$\left(\frac{c_c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0 \ de \ forma \ que \ c_c = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2m\omega_n.$$
⁽²²⁾

Fator de amortecimento: A constante de amortecimento dá uma indicação da relação entre a força de amortecimento e a velocidade relativa entre as partes em movimento. Ela, porém, não proporciona uma visão da quantidade de amortecimento que atua sobre o sistema real, uma vez que uma força de amortecimento pode ser grande para um sistema e pequena para outro, dependendo, fundamentalmente das massas envolvidas e da rigidez. Define-se, então o fator de amortecimento que é uma quantidade adimensional e não depende da ordem de grandeza dos parâmetros do sistema, indicando expressamente o quanto o sistema está sendo amortecido. O fator de amortecimento é definido como a relação entre a constante de amortecimento do sistema e a constante de amortecimento crítica representado pela Eq. (23).

$$\zeta = \frac{c}{c_c}.$$
(23)

Com o valor de c_c da Eq. (22) tem-se que:

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} \,. \tag{24}$$

Considerando que $\omega_n^2 = k/m$ e com a Eq. (23) as raízes de (20) podem ser escritas na seguinte forma:

$$s_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm \sqrt{(\zeta \omega_n)^2 - {\omega_n}^2} = \left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\right) \omega_n.$$
⁽²⁵⁾

E introduzindo (25) em (21) chega se na expressão geral para um movimento vibratório de um sistema de um grau de liberdade:

$$x(t) = C_1 e^{\left(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n t} + C_2 e^{\left(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n t}.$$
(26)

Pode-se mostrar facilmente que com $\zeta = 0$, esta expressão transforma-se na Eq. (9), que representa o movimento de um sistema de um grau de liberdade sem amortecimento.

Quando $\zeta \ll 1$, tem se o sistema sub-amortecido, o que significa que sua constante de amortecimento é menor que a constante de amortecimento crítico.

Quando $\zeta = 1$, tem-se o sistema criticamente amortecido, a constante de amortecimento *é* igual o amortecimento crítico.

Quando $\zeta > I$, tem-se o sistema sobre-amortecido, ou seja a constante de amortecimento é maior que a constante de amortecimento crítico.

A Figura (8) mostra uma comparação entre movimentos com diferentes tipos de amortecimentos.



Figura 8 - Comparação entre movimentos com diferentes tipos de amortecimentos.

2.1.5 Decremento Logarítmico

O Decremento Logarítmico é a medida da taxa de decréscimo da amplitude das oscilações livres, seja o amortecimento explicito ou não. Quanto maior o amortecimento, maior a taxa de decréscimo.

Quando se possui um registro, resultado de uma medição, de um movimento vibratório, é possível observar a queda exponencial da amplitude de vibração com o tempo. O método do decremento logarítmico se fundamenta na comparação entre duas amplitudes, consecutivas ou não, medidas de um movimento vibratório livre amortecido.

Quando se trata de um movimento oscilatório, o sistema é sub-amortecido e a expressão que descreve o movimento do sistema sub-amortecido é dado pela Eq. (27):

$$x(t) = Xe^{-\zeta\omega_n t} \cos(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t - \phi).$$
⁽²⁷⁾

Se x_1 é o deslocamento medido no tempo t_1 e x_2 é o deslocamento medido no tempo t_2 , a relação entre x_1 e x_2 é expressa através de:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{Xe^{-\zeta\omega_n t^1}\cos(\omega_d t_1 - \phi)}{Xe^{-\zeta\omega_n t^2}\cos(\omega_d t_2 - \phi)}.$$
(28)

Onde ω_d é a frequência natural amortecida, $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$, e se os dois deslocamentos são medidos em tempos separados por um período inteiro, então $t_2 = t_1 + \tau_d$. Com $\tau_d = 2\pi/\omega_d$, de forma que:

$$\cos(\omega_d t_2 - \phi) = \cos(2\pi + \omega_d t_1 - \phi) = \cos(\omega_d t_1 - \phi).$$
⁽²⁹⁾

Tornando a Eq. (28) em:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{e^{-\zeta\omega_n t 1}}{e^{-\zeta\omega_n (t + \tau_d)}} = \frac{1}{e^{-\zeta\omega_n \tau_d}} = e^{\zeta\omega_n \tau_d} = e^{\frac{\zeta\omega_n - 2\pi}{\sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n}} = e^{\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}}.$$
(30)

O decremento logarítmico, então é definido:

$$\delta = \ln \frac{x_1}{x_2} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \,. \tag{31}$$

Se $\zeta \ll 1$ (sistemas com baixo amortecimento), então a Eq. (31) pode ser aproximada para:

$$\delta = 2\pi\zeta \,. \tag{32}$$

Em uma grande quantidade de casos, é difícil distinguir entre dois deslocamentos separados por um único período, o decremento logarítmico, seguindo o mesmo raciocínio apresentado acima pode ser obtido a partir de duas medidas x1 e xm+1. Tem –se então:

$$\frac{x_1}{x_{m+1}} = \frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{x_2}{x_3} \cdot \frac{x_3}{x_4} \cdots \frac{x_{m-1}}{x_m} \cdot \frac{x_m}{x_{m+1}} = \left(e^{\zeta \omega_n \tau_d}\right)^m.$$
(33)

Obtendo assim a equação geral de decremento logarítmico:

$$\delta = \frac{1}{m} \ln \left(\frac{x_1}{x_{m+1}} \right). \tag{34}$$

2.2 VIBRAÇÃO DE SISTEMAS CONTÍNUOS

Visto anteriormente, sistemas discretos tem um número finito de graus de liberdade aonde a massa a mola e amortecedor são assumidos estarem em certos pontos discretos do sistema, nos sistemas contínuos isto não é possível, os sistemas contínuos têm infinito graus de liberdade, e para tal sistemas devemos considerar uma continua distribuição da massa, mola e amortecedor, assumindo assim que todas as partes que constituem o corpo vibram livremente. Os sistemas discretos são governados por equações diferencias ordinárias, enquanto os sistemas contínuos são governados por equações diferenciais parciais.

Os sistemas contínuos têm soluções exatas apenas em casos especiais, essencialmente quando os parâmetros que caracterizam o sistema são uniformemente distribuídos. No presente trabalho, as soluções dos sistemas contínuos se restringirão ao caso da equação das cordas vibrantes, o qual supõem uma corda sem rigidez flexional e a dedução da corda vibrante considerando o efeito da rigidez flexional no qual considera um pequeno elemento de cabo sujeito a forças de tensão, de esforço cortante e momento fletor.

2.2.1 Equação das cordas vibrantes

Da dissertação de Santos (2008), e segundo Den Hartog (1985), considera-se uma corda representada na Fig. (9), que ao longo do seu comprimento um número infinito de massas seja posicionado. Tal hipótese leva ao conceito de uma corda uniforme de massa distribuída.



Figura 9 - (a) corda vibrante engastada, (b) componentes verticais das tensões que agem sobre um elemento dx da corda esticada (modificado, Den Hartog 1985).

A equação do movimento é deduzida através da 2^a lei de Newton para um elemento infinitesimal dxFig. (9b) da corda, da qual a tensão T é considerada constante ao longo da corda. Adotando-se y(x,t)como a curva de deflexão durante a vibração, sendo que as ordenadas variam com a posição ao longo da corda e com tempo. Ainda da Fig. (9b), pode-se observar na Eq. (35) a componente vertical da tensão T, que atua para a esquerda em determinado ponto x da corda.

$$T_{1v} = -T\sin\theta. \tag{35}$$

E considerando o ângulo θ muito pequeno tem-se que:

$$T_{1y} = -T\sin\theta = -Ttg\theta.$$
(36)

Daí, através da definição geométrica de derivada, a Eq. (36), poderá ser reescrita como:

$$T_{1y} = -T\frac{\partial y}{\partial x}.$$
(37)

Explicando a Eq. (37), temos que a componente de tração é negativa, pois tem seu sentido no eixo y para baixo, o coeficiente diferencial é parcial, isso devido a y também ser uma função de t, isto é a curva de deflexão não é obtida variando-se apenas a posição ao longo da corda, pois sua posição depende do tempo. Na extremidade direita do elemento dx, pode-se obter através da Eq. (38), o valor do componente vertical.

$$T_{2y} = T\frac{\partial y}{\partial x} + \partial \left(T\frac{\partial y}{\partial x}\right) = T\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(T\frac{\partial y}{\partial x}\right)dx = T\frac{\partial y}{\partial x} + T\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}dx.$$
(38)

O termo da Eq. (38), representado por $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx$ representa o aumento da inclinação ao longo de dx.

Sendo que as duas forças verticais sobre o elemento dx, não são iguais, há um diferencial de solicitação no sentido positivo do eixo y sendo essa diferença, responsável para acelerar o elemento para cima. Considerando a unidade de comprimento (densidade linear) da corda igual a μ_1 , a massa de dx será $\mu_1 dx$, aplicando a 2^a lei de Newton, tem se que:

$$\mu_1 dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx.$$
⁽³⁹⁾

E dividindo a Eq. (39) por dx, obtém-se a equação da onda unidimensional, representada abaixo pela Eq. (40).

$$\mu_1 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \,. \tag{40}$$

Para solucionar a equação da onda unidimensional (40), deve-se supor que a corda vibre harmonicamente e, na frequência natural, a corda terá uma configuração semelhante as formas modais de vibração, e isto implica dizer matematicamente que a função y(x,t) pode ser reescrita através da Eq. (41) que apresenta a separação das variáveis x e t.

$$y(x,t) = y(x)\sin(\omega t).$$
(41)

E, derivando a Eq (41) são obtidas as seguintes equações:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \omega y \cos(\omega t), \qquad (42)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 \sin(\omega t), \tag{43}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial x} \sin(\omega t), \qquad (44)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{d^2 y}{dx^2} \sin(\omega t) \,. \tag{45}$$

Substituindo as equações (43) e (45) na Eq. (40) obtém-se a Eq. (46), que é uma equação diferencial ordinária de segunda ordem:

$$-\mu_{1}\omega^{2}\sin(\omega t) = T \frac{d^{2}y}{dx^{2}}\sin(\omega t),$$

$$-\mu_{1}\omega^{2}y = T \frac{d^{2}y}{dx^{2}},$$

$$\frac{d^{2}y}{dx^{2}} = -\frac{\mu_{1}\omega^{2}}{T}y.$$
(46)

A solução geral da Eq. (46) é dada pela Eq. (47), a qual determina a forma da corda no instante de deflexão máxima.

$$y(x) = C_1 \sin\left(\sqrt{\frac{\mu_1 \omega^2}{T} x}\right) + C_2 \cos\left(\sqrt{\frac{\mu_1 \omega^2}{T} x}\right).$$
(47)

Sendo que as constantes de integração C_1 e C_2 são determinadas através das condições de contorno. Assumindo que as amplitudes nos extremos da corda sejam iguais a zero, tem-se:

$$y = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = l \end{cases}.$$

Substituindo x = 0, tem se:

$$y(0) = 0 = C_1 \cdot 0 + C_2 \cdot 1 .$$
⁽⁴⁸⁾

Assumindo assim, que $C_2 = 0$, tem-se que para x = l que:

$$y(l) = 0 = C_1 \sin\left(\sqrt{\frac{\mu_1 \omega^2}{T}}l\right).$$
⁽⁴⁹⁾

A solução da Eq. (49), pode ser alcançada da seguinte forma:

- Com que $C_1 = 0$, que fornece uma solução correta, mas particular, com a corda permanecendo estacionária.
- A Equação (49) também pode ser satisfeita fazendo o argumento do seno igual a um múltiplo inteiro de π, que é representado pela Eq. (50).

$$\sqrt{\frac{\mu_1 \omega^2}{T}} l = n\pi .$$
⁽⁵⁰⁾

Sendo n = 0, 1, 2, 3, ..., a variável inteira que representa o modo de vibração. Pode-se isolar ainda na Eq. (50) o valor da frequência natural e chegar a Eq. (51).

$$\omega_n = \frac{n\pi}{l} \sqrt{\frac{T}{\mu_1}} \,. \tag{51}$$

A Eq. (51), determina as frequências naturais e as formas modais de vibração correspondentes podem ser encontradas através da substituição da Eq. (51) na Eq. (49). Os resultados são ilustrados na Fig. (9).



Figura 10 - Os quatro primeiros modos naturais de movimento de vibração lateral de uma corda uniforme.

O movimento em cada um dos modos naturais de vibração é tal que a amplitude de cada ponto da corda varia harmonicamente com o tempo, e consequentemente, a curva natural permanece semelhante a si mesma. Se uma corda é defletida numa das formas da Fig. (10) e depois abandonada, ela voltará

para sua posição original em um intervalo de tempo (t/4) determinado pelo período natural de vibração (t). Então nessa frequência e forma, as forças de inércia e mola de cada elemento dx, estão em equilíbrio entre si e cada instante.

2.2.2 Equação das cordas vibrantes considerando o efeito da rigidez flexional

A frequência natural de vibração de um cabo pode ser encontrada assumindo que o mesmo é igual uma corda. Tal suposição negligencia as propriedades elásticas do cabo e a flexão do mesmo nos pontos próximos aos suportes, que é a causa de falhas, portanto a rigidez a flexão não pode ser ignorada.

A equação da corda vibrante que leva em consideração a rigidez flexional, pode ser encontrada da seguinte forma: considere um pequeno elemento de cabo dx, representado na Fig. (11), que está sujeito a forças de tensão, de esforço cortante e momento fletor.



Figura 11 - (a) Cabo sujeito a esforço de tensão, cisalhamento e momento fletor (b) um elemento infinitesimal do cabo (modificado, Steidel, 1989).

O desbalanceamento de forças causa uma aceleração no elemento de cabo na direção vertical. Aplicando a 2^a lei de Newton em um elemento infinitesimal dx do cabo, tem-se:

$$\sum F = \frac{w}{g} dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}.$$
(52)

Onde $g \in w$, são respectivamente, a aceleração da gravidade e o carregamento (peso) para um elemento de comprimento dx. O segundo termo da equação é a aceleração do movimento. Desenvolvendo ao somatório de forças da Fig. (11b) tem-se que:

$$\sum F = -T sen \theta + T \left[sin \left(\theta + \frac{\partial \theta}{\partial x} dx \right) \right] - V + V + \frac{\partial V}{\partial x} dx,$$

$$\sum F = -T cos \theta + T \left(sin \theta cos \frac{\partial \theta}{\partial x} dx + cos \theta sen \frac{\partial \theta}{\partial x} dx \right) + \frac{\partial V}{\partial x} dx.$$
(53)

Considerando que:

$$\sin \frac{\partial \theta}{\partial x} dx \approx \frac{\partial \theta}{\partial x} dx,$$
$$\cos \frac{\partial \theta}{\partial x} dx \approx 1,$$
$$H = T \cos \theta.$$

Desta forma, tem-se que:

$$\sum F = -T\sin\theta + T\sin\theta + T\cos\theta\frac{\partial\theta}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial x}dx,$$

$$\sum F = H\frac{\partial\theta}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial x}dx.$$
(54)

Igualando o lado direito da Equação (54) e equação (52), tem-se:

$$H\frac{\partial\theta}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial x}dx = \frac{w}{g}dx\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}.$$
(55)

Considerando a corda engastada, representada na figura (12), tem-se que:



Figura 12 - Corda engastada (Santos, 2008).

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \theta,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) dx = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx.$$

Aplicando as relações gerais de deflexão, esforço cortante e momento fletor novamente, a forma final da Eq. (55) do movimento é uma equação parcial diferencial de quarta ordem, dada por:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) dx - H \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx + \frac{w}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} dx = 0.$$
(56)

A Equação (56), tem a solução obtida pelo método de separação de variáveis. Podendo assim escrever a solução como um produto de duas funções separadas que individualmente dependem de x e t. Sendo assim:

$$y(x,t) = f_1(t) \cdot f_2(x).$$
(57)

Logo, as derivadas da Eq. (56) assumindo a função y(x, t) descrita na Eq. (57) são:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 f_1(t)}{\partial t_2} \cdot f_2(x), \qquad (58)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f_2(t)}{\partial x_2} \cdot f_1(t), \qquad (59)$$

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \frac{\partial^4 f 2(t)}{\partial x^4} \cdot f_2(t) \,. \tag{60}$$

As componentes diferenciais das equações são:

$$\frac{d^2 f_1(t)}{dt^2} + \omega_n^2 f_1(t) = 0,$$
(61)

$$EI\frac{d^4f_2(x)}{dx^4} - H\frac{d^2f_2(x)}{dx^2} - \frac{w}{g}\omega_n^2 f_2(x) = 0.$$
(62)

Assumindo a solução dependente do tempo, sendo uma função harmônica da forma:

$$f_1(t) = A\cos(\omega_n t) + B\sin(\omega_n t).$$
(63)

Substituindo na Eq. (62), independente do tempo, a solução exponencial dada por $f_2(t) = Ce^{rx}$ e suas respectivas derivadas. Tem se então a equação do movimento dada por:

$$EI\frac{r^{4}Ce^{rx}}{dx^{4}} - H\frac{r^{2}Ce^{rx}}{dx^{2}} - \frac{w}{g}\omega_{n}^{2}Ce^{rx} = 0 \quad \div (EI),$$

$$\left(r^{4} - \frac{H}{EI}r^{2} - \frac{w\omega_{n}^{2}}{gEI}\right)Ce^{rx} = 0.$$
(64)

Sabendo que o segundo termo da multiplicação não é nulo da Eq. (64), tem-se que:

$$r^{4} - \frac{H}{EI}r^{2} - \frac{w\omega_{n}^{2}}{gEI} = 0.$$
 (65)

Assumindo $k \in \lambda$ como raízes quadráticas da equação característica, tem-se que:

$$k^{2} = \frac{H}{2EI} + \left(\frac{H^{2}}{4(EI)^{2}} + \frac{w\omega_{n}^{2}}{gEI}\right)^{\frac{1}{2}} (Parte real),$$

$$\lambda^{2} = \frac{H}{2EI} - \left(\frac{H^{2}}{4(EI)^{2}} + \frac{w\omega_{n}^{2}}{gEI}\right)^{\frac{1}{2}} (Parte imaginária).$$
(66)

Esta solução pode ser expressa através de uma função exponencial ou também funções circulares e hiperbólicas, desde que se tenha usado anteriormente no desenvolvimento funções circulares e hiperbólicas. Portanto, é possível escrever a solução $f_2(x)$ sendo:

$$f_2(x) = C_1 \cosh kx + C_2 \sinh kx + C_3 \cos \lambda x + C_4 \sin \lambda x.$$
(67)

Esta solução é admitida a partir da Eq. (66), que mostra as raízes quadráticas sendo:

 $k^{2} = Parte \ positiva(\operatorname{Re} al),$ $\lambda^{2} = Parte \ negativa(imaginária).$

A primeira raiz fornece uma exponencial com números reais Eq. (68) e a segunda fornece uma exponencial complexa Eq. (69). A solução é dada por pela soma de funções hiperbólicas e circulares visto na Eq. (67) e são mostradas a seguir.

$$f_{21} = Ce^{\pm kx} = C_1 \cosh kx + C_2 \sinh kx , \qquad (68)$$

$$f_{21} = Ce^{\pm \lambda x} = C_3 \cos \lambda x + C_4 \sin \lambda x.$$
(69)

Substituindo na Eq. (62) as derivadas de segunda e quarta ordem resultantes da Eq. (67), obtém-se a Eq. (70).

$$\left(Elk^{4} - Hk^{2} - \frac{w}{g}\omega_{n}^{2}\right)\left(\underbrace{C_{1}\cosh kx + C_{2}\sinh kx}_{funçãohiperbolia}\right) + \left(El\lambda^{4} + H\lambda^{2} - \frac{w}{g}\omega_{n}^{2}\right)\left(\underbrace{C_{3}\cos \lambda x + C_{4}\sin \lambda x}_{funçãocircular}\right) = 0.$$
(70)

O termo hiperbólico da Eq. (70) não assume o valor zero, ou seja, apresenta uma tendência assintótica para o valor nulo, mais isto não acontece, o termo circular da Eq. (70) assume o valor zero em certos instantes de tempo, porém como a solução encontrada é válida para qualquer instante de tempo t, admite-se então que este valor é diferente de zero. Para que a igualdade da Eq. (70) seja satisfeita, os outros dois termos devem ser iguais a zero. As constantes C_1 , C_2 , C_3 , C_4 são determinadas satisfazendo as condições de contorno.

Para um vão simplesmente apoiado, as condições de contorno para as extremidades pinadas, devem ser tais que o deslocamento na vertical e o momento fletor sejam ambos iguais a zero em qualquer instante de tempo. Assumindo que estas condições de condições de contorno sejam iniciais para a equação de frequência, Eq. (71), que será demonstrada a seguir, é realizada um simples procedimento matemático mostrado para encontrar o valor de ω_n demonstrado na Eq. (72).

$$EI\lambda^{4} + H\lambda^{2} - \frac{w}{g}\omega_{n}^{2} = 0.$$

$$\frac{w}{g}\omega_{n}^{2} = EI\lambda^{4} + H\lambda^{2},$$

$$\omega_{n}^{2} = \lambda^{2} \left[\lambda^{2} \left(\frac{EIg}{w}\right) + \left(\frac{gH}{w}\right)\right],$$

$$\omega_{n} = \lambda \sqrt{\lambda^{2} \left(\frac{EIg}{w}\right) + \left(\frac{gH}{w}\right)}.$$
(72)

O termo λ deve ser encontrado através da solução da equação de frequência, Eq. (71), e negligenciado a rigidez de flexão a equação de frequência, Eq. (71) assumirá a forma para o caso padrão de cordas vibrantes. Negligenciando a tensão axial, a equação de frequência, Eq. (71) assumirá a forma para o caso de uma viga uniforme simplesmente apoiada.
Portanto, para o cálculo de λ , negligencia a rigidez de flexão na Eq. (72), logo tem-se:

$$\omega_n^2 = \lambda^2 \frac{Hg}{w} \Leftrightarrow \omega_n^2 = \lambda^2 \frac{H}{\mu_1}.$$
(73)

E, considerando que:

$$w = \frac{m_{corda}g}{L} ,$$
$$\mu_1 = \frac{m_{corda}}{L} .$$

Comparando a Eq. (73) com a equação da corda vibrante, Eq. (51), tem-se que:

$$\lambda = \frac{n\pi}{L} \,. \tag{74}$$

A Equação (72) pode ser reescrita para o resultado em Hertz, então:

$$f_n = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\lambda^2 \frac{EI}{\mu_1} + \left(\frac{H}{\mu_1}\right)}.$$
(75)

Se for negligenciada a tensão axial e adotada a consideração da Eq. (76), a Eq. (72), assume as formas das Equações (77) e (78).

$$\lambda = \frac{n\pi}{L} \Longrightarrow \lambda^2 = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \,. \tag{76}$$

$$f_n = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\mu_1}}.$$

$$f_n = \frac{n^2 \pi}{2L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu_1}}.$$
(77)

$$\omega_n = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu_1}} \,. \tag{78}$$

A Equação (78) demonstra que desprezando a tensão do cabo na Eq. (72), a equação assume a forma que determina os valores da frequência natural para uma viga uniforme Den Hartog (1985).

2.2.3 Considerações Quanto a Rigidez De Cabos Condutores

Uma comparação é feita no estudos de Steidel (1989), através de um gráfico de frequência versus comprimento, representado na Fig. (13), no qual tem a comparação da corda vibrante, de um cabo engastado e um cabo apoiado, é observável o comportamento das curvas para cada caso, e nos casos dos cabos com extremidades engastadas ou apoiadas, a adição de rigidez a flexão provoca um aumento na frequência natural de cabos e cordas, e essa variação ocorre até determinado comprimento, nos casos de linhas de transmissão o efeito da rigidez a flexão pode ser desprezado nos estudos das vibrações.



Figura 13 - Gráfico do comportamento das curvas de corda e cabo (modificado, Steidel, 1989).

Concluindo assim, que a parcela da equação que considera a rigidez a flexão torna-se desprezível com o aumento do comprimento dos cabos, e assim o comportamento linear dos cabos de linhas de transmissão pode ser considerado igual ao das cordas vibrantes. Quando a linha de transmissão apresenta grande comprimentos deve-se destacar outros tipos de fatores que passam a ser importantes, um exemplo é a não linearidade geométrica (Den Hartog, 1985).

2.3 VIBRAÇÃO EM CABOS CONDUTORES

Desde a as primeiras linhas de construção de energia elétrica, observa se a ruptura de fios e cabos depois de algum tempo aparente de serviço, sem razão aparente. Na procura das causas possíveis,

observou se que aparece vibrações nos diversos elementos, principalmente nos condutores. Elas podem ser vistas do solo, ouvidas e medidas, fazendo tremer ferragens e estruturas. São produzidas pela passagem do vento continuo através das linhas. E chegou se a conclusão, que as vibrações são uma das grandes responsáveis pela ruptura dos cabos (Fuchs, 1992).

A vibração nos cabos condutores devido à ação do vento é talvez o maior problema mecânico das linhas aéreas de transmissão de energia elétrica e que a vida útil dos cabos está diretamente relacionada com a ocorrência de vibração e com os níveis de sua amplitude (Henriques, 2006; Fadel, 2010, Torres, 1994).

Os movimentos dos condutores são caracterizados de acordo com o mecanismo de transferência de energia, os diferentes padrões de movimento, as faixas de frequência de ocorrência de vibrações, as amplitudes de vibração, e os diferentes efeitos sobre o condutor, braçadeiras, grampos e outros componentes das linhas de transmissão. Esses tipos de movimentos dos condutores são conhecidos como: vibração eólica, oscilações induzidas por esteira e galope do condutor, e serão comentados com maiores detalhes.

2.4 TIPOS DE VIBRAÇÃO EM CABOS CONDUTORES

Tipicamente, linhas de transmissão aérea podem ser submetidas a vários tipos de oscilações mecânicas devido a ação do vento sobre os cabos condutores. Podendo separar esses tipos de oscilações, principalmente pelas trajetórias percorridas pelos condutores, pelas diferentes faixas de amplitudes e frequência do movimento, bem como pelo mecanismo físico de excitação causado pelo vento (Freire 1997, EPRI, 1979; CIGRÉ, 1989). Os movimentos mais relevantes são comumente classificados na literatura em como vibração eólica, oscilações induzidas por esteira e galope do condutor.

2.4.1 Oscilações Induzidas por Esteira

As oscilações de sub-vão também conhecidas como oscilações induzidas por esteira são peculiares a feixes condutores expostos a ventos laterais de intensidade de moderada ou forte (4 a 18 m/s) e ocorrem quando da presença de um condutor na esteira de outro a barlavento. As oscilações induzidas por esteira ocorrem em baixas frequências (0,2 Hz a 10 Hz), podem ficar restritas a um único sub-vão ou a um pequeno número de sub-vãos adjacentes. Devido à natureza das forças aerodinâmicas geradas pela esteira, o condutor descreve órbitas elípticas, podendo atingir amplitudes da ordem de até 20 vezes o diâmetro do condutor (Torres, 1994).

As forças aerodinâmicas geradas pela esteira de um condutor, mesmo com velocidade constante do vento, são de natureza complexa e variável e que dependendo das magnitudes e relações de fase entre as forças envolvidas, o movimento do condutor dentro da esteira, pode ser suprimido ou assumir a forma de orbitas elípticas ou irregulares (Freire, 1997, Oliveira, 1982).

Quando um movimento se inicia, uma parte da energia mecânica gerada pela esteira é transmitida de volta ao condutor cuja esteira deu origem ao movimento, através dos espaçadores ou outros elementos que formam o acoplamento mecânico entre os condutores no feixe. Nessas condições, o condutor gerador da esteira pode se mover segundo trajetórias que frequentemente diferem em fase e amplitude daquelas assumidas pelo condutor que está dentro da esteira, complicando enormemente as forças aerodinâmicas e mecânicas que atuam sobre determinado condutor, dificultando a modelagem matemática para o problema.

Como dito anteriormente, as oscilações de sub-vão, sob certas condições, pode ficar restrito a um único sub-vão ou então a um pequeno número de sub-vãos adjacentes, dependendo de como a energia fornecida pelo vento se distribui ao longo da linha. A distribuição de energia dá-se na forma de uma complexa propagação de ondas ao longo do vão, onde o amortecimento dinâmico e os vínculos da estrutura desempenham um papel fundamental na forma da partição de energia para cada um dos sub-vãos. Em determinadas situações, o movimento pode se propagar ao longo de todo o vão, e, nestes casos, dizemos que o feixe oscila. O movimento global do feixe é uma combinação desses movimentos de ondas em vários sub-vãos, que apesar de complexos, podem ser resolvidos em termos de quatro tipos básicos, conhecidos como modos normais de propagação representados na Fig. (14) e qualquer movimento estacionário do feixe, pode ser entendido como uma combinação dos modos normais (Oliveira, 1982).



Figura 14 - Modos Normais de propagação para um feixe de dois condutores (Oliveira, 1982).

2.4.2 Galope do Condutor

Este tipo de vibração se caracteriza por baixas frequências (0,1 a 3 Hz) e grandes amplitudes (5 a 300 diâmetros do condutor), com um movimento primariamente vertical. O galope do condutor é causado por ventos laterais fortes (7 a 18 m/s) atuando sobre um condutor com depósito de gelo, que apresenta uma seção transversal não circular e pode desenvolver movimentos com elevadas cargas dinâmicas, introduzindo perigosos esforços nos condutores e nas estruturas (Torres, 1994). O galope do condutor é bem menos frequente que os demais tipos de vibrações em cabos condutores, já que se restringe a áreas onde o acumulo de gelo pode ocorrer sobre os condutores e sob certas condições meteorológicas. No Brasil, não existe nenhum tipo de ocorrência deste tipo de vibração.

Devido a presença de gelo ao redor dos cabos, os cabos têm a área da seção transversal e sua geometria alteradas, tornando o escoamento ao redor do cabo aerodinamicamente e aero elasticamente instável, sendo assim, há uma distribuição de forças assimétricas com relação a seção transversal do condutor devido a mudança no campo de pressão causado pela alteração da geometria da seção transversal (Chabart, 1998).

2.4.3 Vibrações Eólicas

A vibração eólica em cabos condutores caracteriza-se pelas pequenas amplitudes que raramente excedem um diâmetro do condutor, e por esse motivo não é facilmente detectada em uma inspeção visual. São causadas por ventos moderados e de baixa velocidade (0,8 a 8 m/s), com frequências de vibrações que podem ser elevadas situadas na faixa de 3 a 150 Hz. Essas vibrações produzem flexão alternadas e de pequenas amplitudes, mas que resultam em deformações específicas elevadas em pontos de transição de rigidez flexional do condutor, principalmente nos pontos de suspensão e ancoragem do condutor, podendo levar a ruptura do condutor por fadiga (Torres, 1994).

Segundo (Oliveira, 1982) a causa básica da vibração eólica, é o desprendimento alternado dos vórtices induzidos pelo vento, na parte superior e inferior do condutor (vórtices de Karman). Esta ação, cria um desbalanceamento das pressões, forçando o condutor a se mover para cima e para baixo ou seja um movimento transversal alternado, que se auto alimenta com a continuidade do fluxo de ar, com velocidade U.

Dois parâmetros principais são usados na análise da formação do vórtice: o número de Reynolds, que define o tipo de escoamento em função da velocidade do vento (laminar, turbulento) e o número de Strouhal que fornece a frequência de oscilação perpendicular do cabo devido ao vento transversal.

O número de Reynolds *Re* que define o tipo de escoamento em função da velocidade, relacionando a velocidade do fluxo livre *U*, o diâmetro do condutor *D*, e o coeficiente de viscosidade cinemática v, é demonstrado na Eq. (79):

$$\operatorname{Re} = \frac{UD}{v} \approx \frac{efeitos inerciais}{efeitos vis \cos os}$$

A Figura (15) mostra diferentes regimes de escoamento, para o ar passando através de um condutor cilíndrico.



Figura 15 – Escoamento do ar em torno de um cilindro (Irvine, 2006).

O número adimensional *S* (número de Strouhal), relacionando a velocidade do fluxo livre (U), o diâmetro do condutor *D* e a frequência de desprendimento de vórtice f_s , caracterizam a vibração eólica, demonstrado na Eq. (80):

$$S = \frac{f_s D}{U}.$$
(80)

O número de Strouhal *S*, para condutores nas linhas de transmissão, está na faixa de 0,15 a 0,25). Para o caso específico de cabos em linhas elétricas aéreas, considera-se o número de Strouhal igual a0,185, o que corresponde à faixa do número de Reynolds entre 50 e 500 (Rocha, 2012). A Tab. (1), demonstra a relação entre o número de Reynolds e Strouhal para uma seção circular.

Se a frequência da força alternada resultar de um vento transversal uniforme e constante, tal que corresponda aproximadamente a frequência de um modo de vibração do condutor do vão, o condutor

tenderá a vibrar no plano vertical, negligenciando o valor de amortecimento nas extremidades do vão, a vibração pode obter a forma de ondas com nós fixos (Santos, 2008).

No gráfico da Fig. (16), apresenta-se o número de Strouhal em função do número de Reynolds para dois cilindros circulares estacionários imersos em fluxo subsônico, sendo um liso e outro rugoso.

Número de Reynolds, <i>Re</i>	Número de Strouhal, S
< 30	0
50	0,13
500	0,20
1000	0,21
104	0,20
10 ⁵	0,19
106	0,21
107	0,23

Tabela 1 - Relação entre número de Reynolds e Strouhal para uma secção circular (modificado, Irvine, 2006).



Figura 16 - Relação entre o número de Strouhal e o número de Reynolds para cilindros circulares (modificado, Heinecke, 1981).

Este tipo de vibração (vibração eólica), pode vir a ser o fator fundamental do encurtamento da vida útil das linhas, de acordo com o regime do vento e características do terreno por onde ele passa, e, principalmente, de suas características mecânicas, em especial, o tracionamento da linha. Sempre que estas vibrações estão presentes, desenvolve-se um processo cumulativo de fadiga que pode levar, entre outros efeitos danosos para a linha e seus componentes, até a ruptura do cabo condutor. Nesta situação de condição extrema, se a torre que o sustenta não possuir uma resistência longitudinal suficiente para suportar este desequilíbrio, ela cairá. Sendo assim, a falha inicial desta única torre serve para causar um desequilíbrio na próxima estrutura da linha. Se isto não for contido por uma resistência longitudinal suficiente da linha, ou algum outro fator externo, a falha pode progredir por vários vãos ao longo da linha (Freire, 1987).

Depois da breve explicação dos três tipos de vibrações mais comuns em cabos condutores, tem se a Tab. (2) que mostra os tipos e característica mais comuns em cabos condutores.

PARÂMETRO	TIPO DE VIBRAÇÃO			
	EÓLICA	GALOPE	SUBVÃO	
Tipo de condutores afetados	Todos	Todos	Linhas paralelas no plano horizontal	
Faixa de Frequências [Hz]	3 a 150	0.08 a 3	0,15 a 10	
Amplitude de pico a pico (n de diâmetro)	0,01 a 1	5 a 300	0,5 a 80	
Tipo de vento	Regular	Regular	Regular	
Velocidade do vento [m/s]	1 a 7	7 a 18	15 a 60	
Superfície do condutor	Nua ou uniformemente congelada.	Com gelo depositado assimetricamente no cabo	Nua, seca	
Tempo estimado para desenvolvimento de anos 3 meses a 20 anos ou ma		1 a 48 horas	1 mês a 8 ou mais anos	
Causa dos danos	Causa dos danos Fadiga do metal		Colisão dos cabos e desgaste físico acelerado	
Componentes mais afetados pelos danos	Cabos e fios do cabo	Cabos, cadeias de isoladores, acessórios e postes	Acessórios de suspensão, separadores, amortecedores e superfície dos cabos.	

Tabela 2 - Comparação entre características de diferentes tipos de vibração (Irvine, 2006, Fadel, 2010).

Em função da inexistência de acúmulo de gelo nas linhas, que provoca o galope, sendo assim as vibrações por galope de condutor, raramente está presente nas linhas de transmissão aérea brasileiras. Vibrações do tipo sub-vão também são pouco comuns graças ao regime de ventos brasileiros, conforme se observa ao comparar os dados da Tab. (2) com a Fig. (17) que apresenta o mapa de velocidade média de ventos, desenvolvidas no território brasileiro. De acordo com a classificação anterior dos tipos de vibrações em função das velocidades de ventos, comprova-se a maior incidência da vibração eólica nos cabos brasileiros a partir dos dados da Fig. (17) que será demonstrada logo abaixo:



Figura 17 - Mapa da distribuição de velocidade média anual do vento no Brasil (CEPEL, 2010).

Concluindo que a vibração eólica por ser a mais recorrente no território brasileiro, é a que normalmente inspira maiores cuidados quando do projeto de linha de transmissão (Henriques, 2006). Dessa forma o presente trabalho se focará diretamente no estudo das técnicas de auto amortecimento, considerando a vibração eólica.

2.5 CABOS CONDUTORES

Os condutores de uma linha aérea de transmissão são condutores sem isolação. Esses cabos podem ser de alumínio, liga alumínio-aço, e alumínio com alma de aço. A principal razão da escolha do alumínio se deve ao preço. Em sistemas de cabos subterrâneos por exemplo, é comum o uso do cobre. Porém, os cabos aéreos são submetidos a maiores esforços mecânicos e por este motivo é necessário um cuidado extra com relação a sua carga mecânica de ruptura. A carga de ruptura é o ponto de rompimento um cabo, quando este é submetido a um esforço de tração maior do que sua resistência mecânica (Lima, 2011).

Os condutores das linhas aéreas de transmissão, para se manterem suspensos acima do solo são submetidos a forças axiais. Estas variam com a mudança das condições ambientais: abaixamentos de temperatura provocam aumentos nas trações e vice-versa. O vento atmosférico incidindo sobre a superfície dos condutores, exerce sobre os mesmos uma pressão, que se traduz em aumento na tração axial. Quando a tração resultante atingir valores maiores do que a resistência dos condutores à ruptura, esta poderá ocorrer. O vento, por outro lado, induz nos condutores vibrações de frequência elevadas, que podem provocar a sua ruptura por fadiga junto aos seus pontos de fixação e isoladores. Quanto maior for a taxa de trabalho a tração nos condutores, maiores serão os problemas decorrentes das vibrações. Quanto menor a tração maior será a flecha resultante, exigindo estruturas mais altas, ou um maior número delas (Fuchs, 1992).

Na Fig. (18), é demonstrado a representação de um condutor de peso uniforme entre apoios A e B situados a mesma altura, formando uma curva conhecida como catenária, sendo que a distância f entre o ponto mais baixo situado no centro da curva e a reta AB, que une os apoios recebendo o nome de flecha, e o vão é a distância entre os pontos A e B.



Figura 18 - Catenária, Flecha e Vão formados por um condutor (Camacho, 2013).

Os cabos são especificados pelo seu diâmetro nominal, a área de sua seção transversal nominal, o número de fios componentes, e pelos metais de ligas com que são confeccionados. O diâmetro nominal do cabo é o diâmetro do círculo que tangencia a geratriz externa dos fios componentes da camada

externa, e a área de seção transversal é determinada pela soma das áreas das seções transversais dos fios componentes.

2.5.1 Tipos de cabos para condutores de linhas de transmissão

Mencionado por (Lima, 2011), os cabos condutores em alumínio é a principal escolha para linhas aéreas de transmissão, o cobre apesar da elevada condutividade elétrica, vem sendo cada vez menos usado, por razões econômicas. Sendo assim o alumínio, inteiramente dominante para a fabricação de cabos condutores para linhas aéreas de transmissão, tanto em sua forma pura, como em liga com outros elementos, ou associados com o aço e suas objeções históricas ao seu uso, estão inteiramente superadas (Fuchs, 1992). Algumas características do uso do alumínio para cabos condutores são listadas, extraídas de (Fuchs, 1992):

- Condutividade: O alumínio para condutores apresenta uma condutividade cerca de 61% daquela do cobre usados em cabos, mais devido ao seu baixo peso específico, a condutividade do alumínio é mais do que o dobro daquela do cobre por unidade de peso.
- Resistência mecânica: Tem-se que a resistência mecânica do alumínio é praticamente a
 metade daquela de cobre, sendo esse inconveniente sanado com o uso de condutores de liga
 de alumínio, ou através de sua associação com o aço, resultando nos cabos de alumínio com
 alma de aço.
- Resistência a corrosão: Os fios de alumínio e suas ligas, no fim do processo de trefilação e ao serem resfriados sofrem um processo de oxidação que recobre os fios com um filme de pequena espessura, esse filme protege o fio contra agressões externa.
- Baixo Preço: Seu preço por unidade de peso é cerca da metade do preço de igual quantidade cobre, conclui se que o investimento necessário em cabos para transportar uma mesma corrente, com o mesmo rendimento em condutor de alumínio, é cerca de um quarto daquela necessária á sua realização por condutor de cobre.

Os cabos mais utilizados em projetos de linhas aéreas de transmissão são:

- AAC ("all aluminum conductor"): Este tipo de cabo é composto por vários fios de alumínio encordoados.
- AAAC ("all aluminum alloy conductor"): Mesmo princípio dos cabos AAC, porém neste caso são utilizadas ligas de alumínio de alta resistência. É o cabo com menor relação peso/carga de ruptura e menores flechas, mas é o de maior resistência elétrica entre os aqui citados.
- ACSR ("aluminum conductor steel-reiforced"): É também denominado de cabos CAA. Composto por camadas concêntricas de fios de alumínio encordoados sobre uma alma de aço, que pode ser um único fio ou vários fios encordoados.

4) ACAR ("aluminum conductor, aluminum alloy-reinforced"): É composto de maneira idêntica aos cabos do tipo ACSR, porém ao invés de se utilizar alma com cabos de aço, utiliza-se alma com fios de alumínio de alta resistência mecânica. Assim, a sua relação peso/carga de ruptura fica ligeiramente maior do que a do cabo ACSR.

No Brasil, praticamente todas as linhas de transmissão de alta e extra alta tensão (acima de 230 kV) utilizam cabos condutores do tipo ACSR. A relação entre o número de fios de alumínio e de fios de aço dá a formação do cabo. Dependendo da situação, esta formação resulta no melhor peso/carga de ruptura para o projeto. Os cabos condutores ACSR possuem alma de aço com o objetivo de dar maior resistência mecânica ao cabo. Devido ao efeito pelicular e a diferença de condutividade, a corrente elétrica circulará apenas pelo condutor de alumínio (Lima, 2011).

2.6 PARÂMETRO DA RAZÃO ENTRE O VALOR DA TENSÃO E O PESO POR UNIDADE DE COMPRIMENTO (H/W)

O parâmetro *EDS* (*Every Day Stress*) ou carga diária de tração *H* a qual o cabo é submetido ao longo da vida em serviço é representado por um porcentual da Tensão Limite de Ruptura. Por muito tempo a IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) e a CIGRÉ (*Conference Internacionale des Grands Reseaux Electriques*) concordaram em utilizar o método baseado no parâmetro *EDS* como guia para avaliar o dano por fadiga em cabos condutores. O parâmetro EDS foi estudado e estabelecido por um grupo da CIGRE denominado "*EDS Panel*". Este grupo fez seu estudo quando a maior parte das linhas de transmissão pelo mundo eram constituídas de Cabos de Alumínio com Alma de Aço (CAA), na época, quase não se utilizava cabos com razões menores e principalmente, não eram utilizadas ligas de alumínio (Fadel et al, 2012).

A CIGRÉ fixou os limites do EDS entre 18-20% para condutores sem amortecedor e 21-23% para condutores com amortecedor. Alguns tipos cabos condutores falham apesar de aplicar o critério EDS recomendado, o que indica que este parâmetro foi suficiente para explicar os danos em cabos com configurações parecidas com aquelas encontradas até a realização do estudo pela CIGRE, porém não se adequa bem aos modelos fabricados mais recentemente. Para solucionar o problema, a CIGRÉ e a IEEE vêm aplicando o parâmetro H/w como critério guia para investigar a fadiga em cabos condutores. O parâmetro H/w representa a razão entre o valor da tensão H e o peso por unidade de comprimento w e também é conhecido como constante catenária.

Comparado com o *EDS*, o parâmetro H/w apresenta várias vantagens como critério guia para o estudo de fadiga em cabos. Sem ser uma resposta completa aos problemas, a incidência deste parâmetro em outras características do cabo, permite comparar os riscos de falhas por fadiga em diferentes condutores. Alguns dos parâmetros mais relevantes em que o critério H/w incide nos cabos condutores: (*i*) O H/w está relacionado com o diâmetro do condutor, que influencia na energia induzida pelo vento e na frequência do vórtice; (*ii*) O H/w pode ser expresso como uma relação das áreas e das densidades dos fios de alumínio e de aço; (*iii*) A tensão de tração estática também está relacionada com o parâmetro

H/w com incidência na vida do cabo condutor (Fadel et al, 2012); *(iv)* O auto amortecimento do condutor é função da tensão EDS, do comprimento de onda, da frequência da vibração e da amplitude de deslocamento do nó. O auto amortecimento do condutor pode ser uma das principais fontes de dissipação de energia durante a vibração eólica, porém, à medida que se aumenta a tensão no condutor *H*, o escorregamento dos fios é reduzido. Isto tem como resultado a diminuição do auto amortecimento do condutor e, em consequência, uma redução na vida em fadiga; *(v)* O parâmetro H/w também está relacionado com o valor da flecha da catenária formada pelo cabo quando esticado. Está provado de que todo condutor terá a mesma flecha quando H/w constante (Barret, 2001).

Atualmente nos ensaios de auto amortecimento, vem sendo adotado o parâmetro H/w por ser uma melhor referência quando comparado ao EDS.

3 O GUIA IEEE STD 563 1978

3.1 AUTO AMORTECIMENTO

A vibração eólica é uma vibração do tipo auto excitada na qual a ação contínua do vento, após iniciada a vibração, estará introduzindo energia no sistema atingindo uma amplitude de saturação na qual a taxa de energia introduzida se equilibra com a taxa de energia dissipada pelo auto amortecimento do cabo condutor, tendendo a manter o movimento, na prática, a existência do auto amortecimento do cabo condutor resulta no acoplamento de modos próximos em frequência e a vibração apresenta variações na amplitude devido a batimentos (EPRI, 1979, Torres, 1994).

O parâmetro preponderante para o controle da vibração eólica, de forma a suprimir a sua ocorrência, é a tração mecânica do condutor na linha. O auto amortecimento varia inversamente com a carga de tração, por esse motivo a tração mecânica nos cabos condutores deve ser tão baixa quanto economicamente viável, com cargas de tração reduzidas, a dissipação de energia devido o auto amortecimento do condutor é suficientemente elevado para que vibrações não atinjam níveis perigosos. Em contrapartida, cargas de tração reduzida aumentam os custos de construção das linhas de transmissão com a necessidade de utilização de torres mais elevadas, ou um maior número de torres reduzindo os vãos, além da utilização de um maior comprimento de condutores (Torres, 1994).

Os cálculos que permitirão trabalhar com valores elevados de tração, dentro de uma faixa de segurança razoável, demandam levantamentos minuciosos, complexos e precisos dos parâmetros envolvidos, dentre ele o auto amortecimento de cabos condutores.

O auto amortecimento de um cabo condutor definido como a característica física que define a capacidade do cabo dissipar energia internamente enquanto o mesmo vibra, essa dissipação de energia vibratória no cabo ocorre através de três processos distintos:

- O atrito entre as superfícies deslizantes dos fios em contato, normalmente o responsável pela maior parte de energia dissipada;
- O atrito interno do material dos fios;
- O atrito do condutor com o ar, que representa a menor parcela no total de energia dissipada no caso de pequenas vibrações

Numerosas investigações têm indicado que o amortecimento interno do material é pequeno, em comparação com o atrito entre as superfícies deslizantes dos fios em contato. Testes experimentais tem, de fato, mostrado que o aumento do deslizamento entre os fios sempre leva a um aumento da dissipação de energia, em tal proporção que a influência do amortecimento interno do material tem sido comprovadamente pequena (Fuchs, 1992).

O conhecimento do auto amortecimento do condutor, de modo geral, pode ser obtido a partir de ensaios em vãos internos de laboratórios, cujos resultados são apresentados na forma de potência dissipada pelo condutor por unidade de comprimento ($\Delta P/l$), em função da amplitude e da frequência de vibração, para uma determinada força de tração no condutor. Usualmente estes resultados são aproximados pela seguinte relação (Hardy, 1988).

$$\frac{\Delta P}{l} = \frac{aY^b f^c}{T^d}.$$
(81)

Sendo a, b, $c \in d$, coeficientes determinados experimentalmente, T é a tensão no cabo, $f \in Y$ são respectivamente a frequência e amplitude vibração.

Alguns métodos têm sido usados na investigação do auto amortecimento de cabos condutores, sendo o Guia IEEE STD 563 o principal responsável nestas investigações, pois o mesmo Guia IEEE STD 563 descreve e orienta a respeito dos procedimentos utilizados para se executar ensaios de auto amortecimento. O presente trabalho utiliza como principal referência o guia IEEE STD 563 para o estudo das técnicas de medição de auto amortecimento, adotando os seus procedimentos para realizar os ensaios do auto amortecimento.

3.2 DESCRIÇÃO DO GUIA IEEE STD 563 E SUAS METODOLOGIAS

Com o aumento do interesse em estudar a vibração de condutores suspensos, há grande preocupação em melhorar os métodos existentes e desenvolver novas técnicas para controlar o problema fazendo crescer a exigência por informações que sejam confiáveis sobre as características de auto amortecimento dos condutores. O guia foi preparado com o propósito de encorajar pesquisadores a fazer medições das características de amortecimento inerente de condutores adotando os métodos descritos nele e assim prevendo-se que as informações resultantes, forneceram uma base confiável de estudos do auto amortecimento de cabos condutores.

Existem diversos métodos disponíveis para se medir o quanto de energia é dissipada pelo cabo vibrando em um dos seus modos harmônicos ou frequências naturais, esses métodos podem ser divididos em dois grupos principais chamados de métodos de "vibração livre" e "vibração forçada"

A "vibração livre" é obtida quando há a introdução de uma perturbação inicial no cabo deixando- o vibrar livremente após a força de excitação ter sido desconectada. A energia dissipada pode ser derivada da taxa de decaimento da vibração. Esse método pode ser muito afetado pelo processo usado para desconectar o cabo do dispositivo que aplica a força de excitação já que a menor perturbação adicional no condutor introduzirá outros modos de vibração, devendo isto ser evitado.

A "vibração forçada" acontece quando há uma força externa que excita o sistema com uma frequência próxima à frequência de ressonância de um de seus modos de vibração, sendo necessário

garantir que essa força seja de baixa magnitude para evitar que haja qualquer dano ao sistema. Esse método permite a investigação, em particular, dos modos de vibração desejados.

O guia IEEE 563 sugere duas metodologias de vibração forçada, o "método da potência" e o "método da onda estacionária" fornecendo informação sobre os requerimentos para o vão de testes e para as condições de realização destes testes, e sugerindo a forma como os resultados devem ser apresentados.





Figura 19 - Classificação dos métodos de Auto Amortecimento.

3.2.1 Método da Potência

O método da potência consiste em utilizar um *shaker* eletrodinâmico, que se trata de um dispositivo eletrodinâmico de vibração, acoplado ao condutor para fazê-lo a vibrar em uma de suas frequências de ressonância. A potência de entrada no sistema é determinada diretamente pelo produto feito entre a força aplicada para excitação do cabo e a velocidade resultante no ponto de aplicação da força. Quando a frequência de excitação é próxima da frequência de ressonância os sinais coletados da força e da aceleração no ponto de aplicação são perfeitamente senoidais. A condição ideal de ressonância é atingida quando a diferença de fase entre a força fornecida e a aceleração do cabo no ponto de excitação é de 90^o.

A potência fornecida pode ser diretamente calculada a partir do produto da força de excitação pela velocidade resultante no ponto de aplicação do carregamento. Por um balanço de energia, pode-se afirmar que a potência fornecida pelo *shaker* é igual à potência dissipada no cabo. Além disso, a razão entre a força e a velocidade nos permite determinar diretamente a resistência mecânica do cabo por unidade de comprimento.

Esse método assume que a perda de energia nos terminais de fixação tem uma ordem de grandeza muito inferior à da energia dissipada no cabo condutor.

3.2.2 Método da Onda Estacionária

O método da Onda Estacionária se baseia em medir a dissipação da energia fornecida, ao longo do cabo. Pode-se efetuar essa medição calculando a diferença de potência entre dois nós quaisquer consecutivos $P_n - P_{n+1}$. O cálculo da potência é feito em função da razão das amplitudes entre um nó e um anti-nó subsequente, também chamado de razão da onda estacionária, como mostrado na Eq. (82).

$$P_1 = \sqrt{Tm} \frac{V^2}{2} \left(\frac{a_n}{Y}\right). \tag{82}$$

Onde: *T* - é a tensão de tração no condutor; *m* - é a massa do condutor por unidade de comprimento; *V* - é a velocidade de amplitude simples no antinó; a_n - é amplitude dupla no enésimo nó; \sqrt{Tm} - este termo é chamado de impedância característica ou impedância de onda; *Y* - é a amplitude dupla no antinó (pico a pico) e $\left(\frac{a_n}{Y}\right)$ - este termo representa o inverso da razão de onda estacionária.

A Figura (20) ilustra uma representação esquemática de um condutor vibrando no vão com os parâmetros indicados, onde y é a amplitude simples do antinó.



Figura 20 - Representação Esquemática do Vão com Condutor Vibrando (modificado, IEEE STD 563, 1978).

Quando as perdas nas terminações puderem ser consideradas pequenas, o método da potência seria mais simples, rápido e demandaria instrumentação menos sofisticada, além de ser eficiente para a maioria das medições. Porém, onde não é conveniente mudar o comprimento do vão é necessário que o método da onda estacionária seja empregado, assim, as perdas devido o terminal do condutor poderão ser determinadas. Muitos pesquisadores preferem este método, mesmo sendo necessário mais tempo para sua realização. O método da onda estacionária requer cuidado especial quanto à medição das

amplitudes, principalmente em nós onde essas amplitudes são muito pequenas, e quanto a garantir que somente a componente na frequência de excitação seja medida.

3.3 DEFINIÇÃO DE AUTO AMORTECIMENTO

O auto amortecimento de um cabo condutor que está sujeito a um carregamento T é definido pela potência dissipada por unidade de comprimento de um condutor vibrando em um de seus modos naturais, com comprimento nodal l, amplitude simples no antinó y, e frequência f. A potência por unidade de comprimento P no enésimo modo de vibração é expressa como função na Eq. (83).

$$P = f_n(T, l, f, y).$$
(83)

3.4 CONDUTOR

O condutor no qual serão realizados os experimentos deverá ser claramente descrito. Informações como o número de fios, o peso por unidade de comprimento, a resistência à tração, o tipo de lubrificação, a não utilização de lubrificante e a origem da amostra utilizada nos ensaios. A história pregressa do cabo também deverá ser detalhada.

3.5 REQUISITOS MÍNIMOS DO VÃO DE TESTE

O vão onde serão realizados os ensaios deve ser brevemente descrito e ilustrado esquematicamente de forma similar à ilustrada na Fig. (21)



Figura 21 - Configuração do vão de teste (modificado, IEEE STD 563, 1978).

O comprimento *L* do vão livre requerido para medidas de amortecimento em problemas de vibração eólica deve ser preferencialmente, dez vezes maior que o maior que o mais longo comprimento nodal. Ou seja, cinco vezes o comprimento de onda. Para resultados mais consistentes, o comprimento do vão

mais recomendado é o de 50 metros. Porém, bons resultados podem ser obtidos com vãos da ordem de 30 metros.

Esse comprimento mínimo é estabelecido de forma a evitar que haja uma grande dissipação relativa de energia nos terminais, o que é observado em vãos de comprimentos menores. Em casos em que não se pode evitar essa configuração recomenda-se o uso do Método da Onda Estacionária.

3.6 CONDIÇÕES DO CONDUTOR

Do guia IEEE 563, o cabo condutor deve ser esticado de modo que seja aplicada a maior tensão na qual os testes serão realizados, por um período de duas horas preferencialmente à noite.

Deve ser descrito claramente o método que foi utilizado para garantir que as perdas de energia do cabo para os terminais de fixação, e as folgas no cabo sejam mínimas. Assim como os métodos utilizados para medir as perdas, a acurácia dos métodos de medição da tensão de carregamento do cabo, tendo o cuidado em garantir que a variação do carregamento não deve exceder 2% de *T*.

O ensaio deve ser realizado em um ambiente fechado, sem a ocorrência de ventos.

A temperatura ambiente durante o posicionamento do cabo no vão de testes e durante o ensaio deve ser registrada. A recomendação é de que a temperatura seja constante ao longo do vão e durante todo o ensaio, caso haja variações estas devem ser mínimas e propriamente registradas

3.7 TERMINAIS DE FIXAÇÃO

Os tipos de fixação do cabo, para testes de amortecimento, devem ser escolhidos de forma a minimizar a dissipação de energia nessas extremidades. Se existem dúvidas ou grandes incertezas a respeito da quantidade de energia dissipada nos terminais de fixação, deve ser dada preferência ao Método da Onda Estacionária.

O guia IEEE 563 sugere que algumas precauções sejam tomadas para minimizar a dissipação de energia nos terminais de fixação do cabo:

 As terminações fixas devem ser engastadas em um bloco de concreto. O peso desse bloco deve ser da ordem de 10% da força que ocasiona a tensão de ruptura no condutor mais resistente a ser testado. O bloco deve ser único e de preferência fazer parte da fundação, caso contrário, deve estar firmemente conectado a ela. O importante é minimizar o movimento relativo dos componentes do sistema.

As perdas podem ser minimizadas instalando terminais flexíveis, representado na Fig.
 (22). Dessa maneira pode-se evitar curvar o cabo sobre a junção do conector



Figura 22 - Terminal flexível adicionado ao final do cabo condutor (IEEE STD 563, 1978).

3.8 GERADOR DE VIBRAÇÕES

A união do gerador de vibrações como cabo condutor deve ser localizada diretamente ou próximo ao ponto do antinó, representado na Fig. (23). Por razões práticas, normalmente é escolhido um ponto próximo ao vão de teste. Se isso não for possível, as medidas de velocidade da onda devem ser corrigidas de modo que se obtenha a velocidade equivalente no antinó.

O shaker não pode possuir uma massa muito grande, de modo que não possa influenciar diretamente no comprimento de onda do condutor e influir diretamente nas medidas dos valores de amortecimento. Esse efeito ocasionado pela massa do *shaker* deve ser tal que não provoque uma distorção maior que 10% no comprimento de onda. Para isso recomenda-se o uso de um equipamento cuja massa não exceda 10% da massa do condutor por unidade de comprimento.



Figura 23 - Gerador de Vibrações (IEEE STD 563, 1978).

3.9 METODOLOGIA DE TESTE

Durante o ensaio, o método adotado para conduzir o cabo condutor a vibrar em ressonância em um de seus modos principais deve ser descrito. Devendo ser fornecido o detalhamento do tipo de equipamento utilizado e quais tipos de conexões foram feitas entre ele e o cabo condutor.

O método utilizado para atingir as condições de ressonância e a acurácia da frequência, força, amplitude ou medições de velocidade, etc., devem ser apresentados.

O movimento do condutor deve ser harmônico. Distorções no sinal podem ser determinadas diretamente a partir do sinal equivalente ao deslocamento ou à velocidade. Alternativamente, é aceitável uma distorção se a diferença entre as amplitudes máximas e mínimas no antinó forem iguais ou menores que 5% quando comparadas com uma média de medidas tomadas ao longo no vão.

É necessário certificar que os resultados são consistentes e podem ser reproduzidos em um novo teste. Além disso, deve-se assegurar que o sinal está estabilizado. Pode-se garantir essa condição quando após sucessivas leituras (quatro ou cinco) da energia dissipada por ciclo, estas não apresentam significativas mudanças – 10% no máximo. Isso pode ser garantido se a variação da frequência em um mesmo período de tempo permanece abaixo de 0,1% e as variações de amplitudes são praticamente nulas.

3.10 MEDIÇÃO DE POTÊNCIA

Os parâmetros que forem medidos no ensaio visando-se obter a potência dissipada devem ser claramente apresentados.

Se as medidas forem tomadas com base na força e no deslocamento no ponto de contato do *shaker* com o cabo a energia dissipada por ciclo deve ser obtida a partir do movimento de histerese do ciclo.

Deve ser dada preferência para os métodos mais simples e diretos, como medições de velocidade e amplitude através de dinamômetros e transdutores de deslocamento ligados diretamente ao cabo condutor.

Se os parâmetros de medida forem força e velocidade, então a potência medida pode ser obtida através de equipamentos como wattímetro ou instrumentação similar.

3.11 VALORES RECOMENDADOS DE T, I, f e Y

O valor para a carga *T* aplicada no cabo durante o teste é expresso em termos da porcentagem da tensão de ruptura do cabo RTS (*Rated Tensile Strength*). Os valores recomendados são: 15 (17.5), 20 (22.5), 25 (7.5), 30 (35), 40 (50), sendo os valores em parênteses opcionais.

Três diferentes valores de carregamentos T no mínimo devem ser utilizados. Esses valores escolhidos, devem ser tais que a média dos carregamentos corresponda ao carregamento médio a que o cabo é submetido na linha da tensão.

Recomenda-se que sejam testadas no mínimo cinco valores diferentes de comprimentos nodais *l*. Os valores máximo e mínimo do comprimento nodal devem corresponder à mínima e à máxima frequência geradas na variação do vento de 3 a 30 km por hora para o diâmetro do cabo condutor de interesse. A Eq. (84) demonstra a relação entre frequência, velocidade do vento e diâmetro do condutor.

$$f(Hz) = \frac{50 \times velocidadedo vento \binom{Km/h}{h}}{diametrodo condutor(mm)}.$$
(84)

No mínimo três diferentes valores de amplitude dupla no antinó *Y* para cada valor de comprimento nodal *l* deve ser testado e seus valores devem estar entre 25/f e 150/f.

É recomendado que os resultados dos testes para cada tensão sejam tabelados no modelo apresentado na Tab. (3) e ilustrados como na Fig. (24), onde a potência dissipada por unidade de comprimento P é indicada em função da razão entre a amplitude no antinó e o diâmetro do condutor Y/D, é importante notar a presença de um quadro contendo alguns dados do cabo condutor ensaiado e a legenda explicativa dos dados que foram utilizados para obtenção de cada curva.

No mesmo diagrama podem ser dispostas curvas distintas referentes a múltiplos comprimentos nodais e suas frequências correspondentes, deve-se no entanto utilizar símbolos diferentes para sinalizar cada curva. É recomendado apresentar diferentes diagramas para cada tensão aplicada, ao menos que haja necessidade de comparação entre as curvas.

Tabela 3- Modelo de tabela para o Método da Potência (modificado, IEEE STD 563).

Frequência	l	Y	1	V	1	F	Р	Y/D
(Hz)	(m)	(mm)	(m/s)	(ft/s)	(N)	(lb)	(mW/m)	(adimensional)



Figura 24 - Exemplo das da dissipação de potência no condutor (modificado, IEEE STD 563, 1978).

Os diagramas devem ser exibidos de forma clara, para cada valor de T, l, f, Y, todos os valores efetivamente medidos de P. As unidades devem ser indicadas em uma lista de símbolos, demonstrados na Tab. (4).

Símbolo	Unidade (S.I.)				
Р	Potência dissipada por unidade de comprimento	mW/m			
Т	Tensão de Tração	Ν			
l	Comprimento nodal	m			
У	Amplitude simples do antinó	mm			
Y	Amplitude dupla do antinó (pico-a-pico)	mm			
V	Velocidade Transversal do antinó (amplitude simples)	m/s			
a_n	Amplitude dupla do n-ésimo modo de vibração	mm			
f	Frequência	Hz			
т	Massa por unidade de comprimento	Kg/m			
D	Diâmetro do condutor	mm			
F	Força de excitação – amplitude simples	N			
RTS	Valor de resistência à tração do cabo	N			
L	Comprimento de vão livre	m			

Tabela 4 - Lista de símbolos (modificado, IEEE STD 563, 1978).

4 METODOLOGIA DE ENSAIOS

4.1 DESCRIÇÃO GERAL DA BANCADA DE ENSAIOS

O Laboratório de Fadiga e Integridade Estrutural de Cabos Condutores de Energia do Departamento de Engenharia Mecânica da UnB – LABCABOS/UnB é o espaço onde se realizam os testes relacionados ao estudo da fadiga e da vibração eólica de cabos condutores. Este laboratório desenvolve pesquisas, treinamentos e prestação de serviços na área de cabos condutores, desde o ano de 2001 e os ensaios referentes a este trabalho Os ensaios referentes ao auto amortecimento são realizados no LABCABOS/UnB, especificamente na bancada de ensaios de auto amortecimento. São ao todo três bancadas de ensaios oferecendo realização simultânea de ensaios de fadiga, e ensaios de auto amortecimento conforme a norma IEEE Std 563 1978 do LABCABOS/UnB.

Na Figura (25) é apresentado um desenho esquemático da configuração da bancada de ensaios. O cabo é disposto sobre os dois pontos de apoio, que funcionam como pontos de articulação: o grampo de suspensão e a roldana, isto é conhecido como vão ativo, e então as extremidades do cabo são fixadas por meio de grampos de ancoragem para aplicação da carga de tracionamento, a qual define o parâmetro H/w. Enquanto o vão ativo indica o comprimento do cabo ensaiado, o vão passivo está relacionado com a fixação do cabo no bloco de ancoragem posterior (Fadel et al, 2012).



Figura 25 - Desenho esquemático da bancada.

O Bloco de Ancoragem Posterior e o Bloco de Ancoragem Frontal demonstrados na Fig. (25) são responsáveis pela fixação e sustentação do mecanismo de tração do cabo. Nas posições intermediárias estão o Bloco Móvel, responsável pela determinação do tamanho do vão ativo do cabo, o Bloco Fixo é responsável pela sustentação do dispositivo eletrodinâmico, o "*shaker*".

No vão ativo está localizado o excitador eletromecânico, mais conhecido como *shaker*, responsável por gerar as vibrações no cabo a uma frequência e amplitude estabelecidas. Estas variáveis são controladas por meio de acelerômetros e um controlador para manter o ensaio parametrizado.

4.2 MECANISMO DE TRACIONAMENTO DE CABOS

Preso ao Bloco de Ancoragem Posterior existe um mecanismo de estiramento do cabo, o Tifor ou talha de alavanca que é conectado ao grampo de ancoragem, que por sua vez se conecta ao grampo de fixação. O grampo de fixação é o responsável por prender o cabo de modo que não permita um deslocamento relativo cabo e grampo. Já o grampo de ancoragem é o responsável por conectar o Tifor ao grampo de fixação (Murça & Kage, 2009). Na Figura (26), tem-se a ilustração do Tifor, grampo de ancoragem e o grampo de fixação explicados pelo texto.



Figura 26 - (a) Tifor (talha de alavanca) (b) Grampo de ancoragem (prateado) e Grampo de fixação (preto).

Elevando com o uso da talha ou braço da alavanca situado na extremidade direita da bancada e demonstrado na Fig. (25), para o ângulo final desejado, aliviando a carga sobre a amostra. Então acionando o Tifor localizado na extremidade esquerda da bancada preso ao Bloco de Ancoragem Posterior para esticar o cabo até que seja registrado cerca de 90% da carga final desejada. A talha é liberada para que pesos colocados na balança possam atuar mantendo a carga desejada com o braço de alavanca na posição pré-definida.

O sistema de alavanca é suportado por um atuador linear hidráulico (pistão eletro-hidráulico). Esse atuador é o responsável por contrabalancear a força que é transmitida ao cabo. Este sistema é automatizado de forma que a tensão no cabo seja mantida sempre constante, sendo assim as informações sobre a tensão no cabo são obtidas através de uma célula de carga (figura 28) colocada entre o grampo de ancoragem e o braço de alavanca. O sinal da célula de carga é enviado a um controlador do atuador que ajusta o posicionamento do atuador eletro-hidráulico representado na Fig. (27). O atuador linear



Figura 27 - Sistema de tração do cabo com atuador linear.



Figura 28 - Célula de carga (à esquerda, entre as argolas vermelhas) e seu calibrador (à direita) (Murça & Kage, 2009).

4.3 COMPONENTES DA BANCADA

Nesta seção serão apresentados os componentes mais importantes usados nos ensaios de auto amortecimento da bancada do Laboratório de Fadiga e Integridade Estrutural de Cabos Condutores de Energia do Departamento de Engenharia Mecânica da UnB – LABCABOS/UnB.

4.3.1 Excitador Eletrodinâmico

O excitador eletrodinâmico Signal Force GW-V400/DSA5-10K, apresentado na Fig. (29), com capacidade de força senoidal de 5,3kN, capacidade de força randômica de 5,0 kN, deslocamento máximo de 25,4 m pico-pico, faixa de frequência DC-3kHz, diâmetro da armadura 333 mm, massa da armadura 5,22 Kg, aceleração máxima 108 g, velocidade máxima de 1,45 m/s e intensidade de campo magnético inferior a 5 Gauss.

Este excitador eletrodinâmico é utilizado para realizar ensaios de fadiga em cabos condutores de energia elétrica. Dessa forma, simula num ambiente controlado as vibrações mecânicas ás quais esses cabos estão sujeitos quando aplicados em campo.



Figura 29 - Foto ilustrativa do excitador Eletrodinâmico GW-V400/DSA5-10K (shaker).

De acordo com o guia IEEE 563 STD, o *shaker* deve conter uma massa de no máximo 10 % da massa do condutor. O que ocorre é que o acoplamento do excitador ao cabo foi feito através de uma haste regulável com esferas na sua base, evitando que a massa do *shaker* interfira no movimento do cabo, devendo-se preocupar exclusivamente com o peso da haste presa ao cabo.

O mecanismo utilizado para prender a haste do *shaker* ao cabo condutor é uma braçadeira. Na base inferior e superior da braçadeira são instalados, respectivamente, um transdutor de forca, e um acelerômetro, para monitoramento da força aplicada e a frequência impostas pelo *shaker* sobre o condutor. A Figura (30) tem-se a representação da haste atuadora do *shaker*, e a braçadeira utilizada para conectar o cabo condutor ao *shaker*.



Figura 30 - haste atuadora do shaker e braçadeira utilizada para conectar o cabo condutor ao shaker.

4.3.2 Sistema para Controle Vibracional

O sistema para controle vibracional (Figura 31) apresenta quatro canais padronizados mais quatro canais extras (LAS-201) incluindo pacote de software LDS SW BUNCLE 1 PREMIER (SCO-101). Este será aplicado para controlar o excitador eletrodinâmico que será instalado na terceira bancada de ensaio de fadiga de cabos condutores, permitindo controles de amplitude, velocidade e aceleração do *shaker*.



Figura 31 - Foto ilustrativa do sistema para controle vibracional LDS LASER USB LAS-200.

4.3.3 Cabos Condutores

No presente trabalho, serão utilizados cabos do tipo: Alumínio-Liga (CAL 900MCM) da Nexans, Alumínio com Alma de Aço (CAA 795MCM/Tern) da Alubar e Alumínio (CA 636MCM/Orchid) da Prysmian. Na Tabela (5) são apresentadas as características estruturais e dimensionais do condutor e as propriedades mecânicas dos cabos mencionados.

Propriedades do Cabo	Cabo Condutor		
	CAL 900 MCM	CAA 795 MCM	CA 636 MCM
Carga de Ruptura (kgf)	13.421	10.010	5.143
Carga de Ruptura (kN)	131,66	98,20	50,45
Massa Linear (kg/m)	1,252	1,339	0,889
Peso Nominal (N/m)	12,282	13,134	8,718
Densidade (kg/m³)	2.690	2.703	2.703
Diâmetro Nominal (mm)	27,74	27,03	23,30
Número de fios	37	45/7*	37

Tabela 5 - Características estruturais e dimensionais do condutor e propriedades mecânicas dos cabos CAL900 MCM, CAA795 MCM (Tern) e CA 636 MCM (Orchid).

*O número de fios 45/7 corresponde para este tipo de cabo como 45 fios de alumínio e 7 de aço.

A Figura (32), demonstra as bobinas dos cabos condutores que serão utilizados nos ensaios de auto amortecimento.



Figura 32 - Bobina dos cabos da marca Nexans, Alubar e Prysmian.

4.4 **DISPOSITIVOS**

Nesta seção serão apresentados os dispositivos mais relevantes que permitem realizar a montagem, execução e controle de auto amortecimento disponibilizados pelo LABCABOS/UnB.

4.4.1 Células de Carga

Serão utilizadas duas células de carga, uma para monitorar a carga de tracionamento, permitindo o controle do parâmetro H/w durante o ensaio, e a outra para o método da potência dos testes de auto amortecimento, será posicionada no acoplamento entre o *shaker* e o cabo. Para monitorar a carga de tracionamento a célula de carga estará localizada entre a roldana e o grampo de ancoragem.

4.4.2 Acelerômetros

Antes de descrever a configuração e a função do acelerômetro na bancada, será descrito brevemente o que venha a ser um acelerômetro para uma melhor compreensão sobre o princípio de funcionamento do mesmo.

Um acelerômetro é um dispositivo eletromecânico que mede as forças de aceleração. Estas forças podem ser estáticas, como força da gravidade ou dinâmicas, causadas pela movimentação ou vibração do acelerômetro.

Sabendo que a aceleração é a taxa de mudança de velocidade de um objeto. E a velocidade é a taxa de mudança de posição do mesmo objeto. Em outras palavras, a velocidade é a derivada da posição e a aceleração é a derivada da velocidade:

$$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt}, \ \dot{x} = \frac{dx}{dt} \therefore \ \ddot{x} = \frac{x(dx)}{dt^2}.$$
(85)

Assim para ter o valor da velocidade ou amplitudes de deslocamento, é possível através da integração. Podendo assim o acelerômetro ser utilizado para medição de aceleração, velocidade e deslocamento.

Na bancada de ensaio do LABCABOS/UnB, no ensaio de auto amortecimento os acelerômetros são empregados para medir as amplitudes de deslocamento. Um acelerômetro, localizado na parte do cabo que está sendo sujeitada pelo *shaker*, faz controle no momento de determinar a frequência de ensaio. Para testes de auto amortecimento segundo o método da onda estacionária, serão utilizados, além destes, mais três acelerômetros instalados no cabo.

4.5 ENSAIOS DE AUTO AMORTECIMENTO

Os três métodos (Potência, Onda Estacionária e Decaimento) de extração do auto amortecimento necessitam de uma configuração diferente da bancada.

O Método da Potência é mais simples, relativamente mais rápido e requer instrumentos menos sofisticados, sendo satisfatório quando as perdas nas extremidades são pequenas. As perdas nas extremidades podem ser determinadas por comparação das potências alimentadas para dois vãos diferentes, mas com terminações semelhantes. Quando se torna difícil ou não conveniente a mudança do comprimento do vão de teste, é recomendado o uso do Método da Onda Estacionária.

Serão feitos testes de auto amortecimento nos cabos descritos na subseção 4.3.3, e será considerando cinco diferentes relações de H/w, serão utilizadas duas metodologias de ensaio para a determinação do auto amortecimento dos cabos condutores: Método da Potência e Método da Onda Estacionária. Os resultados serão comparados para verificar a validade dos testes.

4.5.1 Método da Potência

O Método da Potência afirma que a potência fornecida pelo *shaker* é igual à potência dissipada no cabo A potência pode ser calculada pela Eq. (85).

$$P = FV_S \cos(\phi_{FV_S}). \tag{86}$$

Onde: P é a potência dissipada pelo cabo, F é a força aplicada no acoplamento cabo/*shaker*, Vs é a velocidade na base do *shaker* e ϕ_{FVs} é o ângulo de fase entre a força e a velocidade.

A força aplicada é obtida a partir de uma célula de carga posicionada no acoplamento, enquanto um acelerômetro posicionado na abraçadeira que envolve o cabo fará a leitura da velocidade, apesar de a conexão entre o cabo e o *shaker* deve ser flexível para diminuir a influência do peso da armadura na resposta em frequência do cabo. O dispositivo de acoplamento (conexão entre cabo condutor e o *shaker*) com esquema de montagem, é demonstrado na Fig. (33).



Figura 33 - Dispositivo de conexão flexível entre o *shaker* e o cabo condutor, com esquema de montagem utilizado na bancada de ensaios LABCABOS/UnB.

Cada cabo será tracionado com os mesmos valores de H/w, de modo que possa ser feita a comparação do amortecimento de cada um deles. Para cada H/w o cabo será excitado em cinco diferentes frequências de ressonância, correspondendo a cinco comprimentos de onda. Recomenda-se que estas frequências sejam geradas para simular uma faixa de velocidades de vento entre 3 e 30 km/h. Considerando esta faixa foram calculados os valores mínimos e máximos a partir da Eq. (84).

As frequências calculadas são apresentadas na Tab. (6). Com isso, será realizada uma varredura em frequência no cabo, abrangendo toda a faixa recomendada, verificando os comprimentos de onda que se aproximem mais dos limites. Esta varredura gera vários picos de ressonância, devido à flexibilidade do cabo. Mais três frequências serão utilizadas para cada cabo, além das duas próximas aos limites, distribuídas igualmente entre o restante dos picos. Para garantir a estabilidade e repetibilidade dos testes, serão feitas leituras enquanto as frequências são aumentadas e, novamente, de forma decrescente.

Cabo	F _{MíN} (Hz)	F _{MÁX} (Hz)
ORCHID	5,55	55,49
TERN	6,44	64,38
CAL900	5,41	54,07

Tabela 6 - Faixa de frequência para ensaios de auto amortecimento.

Serão utilizados três valores de deslocamento (medidos pelo acelerômetro instalado no dispositivo de acoplamento do cabo e o *shaker* para cada frequência estudada. Serão utilizados deslocamentos, seguindo a recomendação do guia IEEE 563, na faixa entre 25/f e 150/f.

O deslocamento do cabo e a força no acoplamento com o *shaker*, assim como o ângulo de fase entre eles, serão gravados por um sistema de aquisição de dados e tratados para o levantamento de curvas de potência dissipada em função de vários aspectos do cabo.

4.5.2 Método da Onda Estacionária

Para os ensaios usando a metodologia da onda estacionária, são necessárias medidas de deslocamento em dois nós e um antinó, além da medida para controle do *shaker*. Assim, são necessários quatro acelerômetros posicionados como indicado na Fig. (34).



Figura 34 - Posicionamento dos acelerômetros e *shaker* para o ensaio de auto amortecimento utilizando o Método da Onda Estacionária.

As frequências e amplitudes utilizadas para estes testes são as mesmas do Método da Potência, gerando resultados comparáveis, o que permitirá avaliar a consistência dos resultados obtidos.

O cálculo da potência dissipada será realizado utilizando a Eq. (82) apresentada na subseção 3.3.2, e que será demonstrada novamente.

$$P_1 = \sqrt{Tm} \frac{V^2}{2} \left(\frac{a_n}{Y}\right). \tag{87}$$

Onde: *T* - é a tensão de tração no condutor, *m* - é a massa do condutor por unidade de comprimento, *V* - é a velocidade de amplitude simples no antinó, a_n - é amplitude dupla no enésimo nó, \sqrt{Tm} - este termo é chamado de impedância característica ou impedância de onda, *Y* - é a amplitude dupla no antinó (pico a pico), $\left(\frac{a_n}{Y}\right)$ - este termo representa o inverso da razão de onda estacionária.

5 CONCLUSÃO

O projeto de graduação se resumiu na busca de informações na literatura para o entendimento do conceito abordado, sendo então estudado diversos temas que se relacionam ao conceito chave do projeto "auto amortecimento de cabos condutores" dando uma base sólida para o entendimento completo do guia IEEE 563, referência primária no assunto, foi também discutido e visualizado a bancada de ensaios e todos os equipamentos que serão utilizados nos testes experimentais e os procedimentos para os ensaios de auto amortecimento dando uma clareza no que foi apresentado pelo guia IEEE 563.

Foi previsto inicialmente no projeto de graduação a manipulação da parte experimental com a realização dos ensaios de auto amortecimento, assim a bancada de ensaios seria qualificada com base nos estudos acerca do tema objetivo do texto e sua relação com os resultados experimentais. Infelizmente a montagem da bancada de ensaios relativo ao auto amortecimento não foi findada, sendo assim são propostas futuras a realização dos ensaios experimentais de auto amortecimento para a validação completa da bancada de ensaios LABCABOS/UnB.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Achenbach, E. and Heinecke, E. "On vortex shedding from smooth and rough cylinders in the range of Reynolds numbers 6×103 to 5×106 ". Journal of Fluid Mechanics, 109:239 251, 1981.

Calvacante, T. F. B., "Implantação do sistema de qualidade no laboratório de Fadiga em cabos condutores da Universidade de Brasilia". Dissertação de Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade de Brasilia – UnB, 2012.

Camacho, C. "Transmissão de Energia Elétrica", A Engenharia Elétrica e suas Ênfases, <u>http://www.camacho.eng.br/TEEL.htm</u>; 2013.

Chabart, O., Lilien, J. L. "Galloping of electrical lines in wind tunnel facilities. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics", 1998

Carvalho, L. H. C, "Revista Ação Ambiental". Entrevista com Luiz Henrique de Castro Carvalho.

http://www.cemig.com.br/pt-

br/A_Cemig_e_o_Futuro/sustentabilidade/nossos_programas/ambientais/peixe_vivo/publicacoes/Doc uments/A%C3%A7%C3%A30%20Ambiental%20_41_Toda.pdf

CEPEL, Centro de Estudos de Produção de Energia Elétrica (2010), Atlas de Potencial Eólico Brasileiro, http://www.cresesb.cepel.br/atlas_eolico; 2010.

CIGRE WG 01SC 22, "Report on Aeolican Vibration", Electra nº124, 1989.

Den Hartog, J. P., "Vibrações nos Sistemas Mecânicos"; Editora Blucher, 1985.

EPRI – Electrical Power Research Institute, Transmission Line Reference Book, "Wind Induced Conductor", Motion Palo Alto, CA, 1979.

Fadel, A. A., "Avaliação do Efeito de Tracionamento em Elevados Níveis de EDS sobre a Resistência em Fadiga do Condutor Ibis" Tese de Doutorado em Ciências Mecânicas, Universidade de Brasília – UnB, 2010.

Fadel, A., A., Rosa, D., Murça L., B., Fereira, J., L., A., Araújo, J., A., "Effect of high mean tensile stress on the fretting fatigue life of an Ibis steel reinforced aluminium conductor", International Journal of Fatigue 42 (2012) 24–34.

Freire, D. G., "Vibrações Eólicas de condutores singelos em linhas aéreas de Transmissão" Dissertação de Doutorado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Rio de Janeiro – UFRJ, 1994.

Fuchs, R. D., Labegalini, P. R., Labegalini, J.A. e Almeida, M. T., "Projetos Mecânicos de Linhas Aéreas de Transmissão", Editora Edgard Blucher Ltda, 2ª Edição, 1992.

Hardy, C., Leblond, A., "Comparison of Conductor Self-Damping Measurements", CIGRÉ 22-93 (WG-11), 1988. Henriques, A. M. D., "Bancada de Ensaios Mecânicos a Fadiga de Cabos Condutores de Energia" Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Universidade de Brasília – UnB, 2006.

IEEE STD 563, "Guide on Conductor Self-Damping Measuraments", 1978.

Irvine, T., "Acoustic, Shock, Vibration & Signal Processing. Vibrationdata. Newsletter May 2006.

Lima, A. C. S., "Notas de Aula Transmissão de Energia Elétrica" Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, 2011.

Murça, L. B., Kage, C. T., "Estudo Experimental de Auto-Amortecimento em Cabos Condutores" Dissertação de Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade de Brasilia – UnB, 2009.

Molina, R. S., "Apostila de Vibrações Mecânicas" PUC/RS - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul departamento de Engenharia Mecânica, 2001.

Nabarrete, A. "Notas de Aula Vibrações em Sistemas Mecânicos" 4ª Edição, Centro Universitário da FEI – Faculdade de Engenharia Industrial, 2005.

Piccoli, H. C., "Mecânica das Vibrações" Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, 2000.

Oliveira, A. R. E., "Análise não linear e simulação das oscilações de sub-vão em linhas de transmissão" Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Rio de Janeiro – UFRJ, 1982.

Steidel, R. F. "An Introduction to Mechanical", 3rd New York, 1989.

Santos, A. S., "Estudo de Vibrações Eólicas em Linhas de Transmissão de Energia Elétrica de Alta Tensão" Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Pará – UFPA, 2008.

Torres, M.S., "Medição de Amortecimento Próprio em Cabos utilizando Ondas Progressivas" Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Rio de Janeiro – UFRJ, 1994.