



Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA
Engenharia Eletrônica

Kit Eletrônico de Apoio Didático para a Disciplina de Sistemas de Controle

Autor: Ronei Delfino da Fonseca
Orientador: Me. Thiago Felipe Kurudez Cordeiro

Brasília, DF
2014



Ronei Delfino da Fonseca

Kit Eletrônico de Apoio Didático para a Disciplina de Sistemas de Controle

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Eletrônica da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Eletrônica.

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade UnB Gama - FGA

Orientador: Me. Thiago Felipe Kurudez Cordeiro

Brasília, DF

2014

Ronei Delfino da Fonseca

Kit Eletrônico de Apoio Didático para a Disciplina de Sistemas de Controle/
Ronei Delfino da Fonseca. – Brasília, DF, 2014-
107 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Me. Thiago Felipe Kurudez Cordeiro

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA , 2014.

1. controle. 2. servomecanismo. I. Me. Thiago Felipe Kurudez Cordeiro. II.
Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Kit Eletrônico de Apoio
Didático para a Disciplina de Sistemas de Controle

CDU 02:141:005.6

Ronei Delfino da Fonseca

Kit Eletrônico de Apoio Didático para a Disciplina de Sistemas de Controle

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Eletrônica da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Eletrônica.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 16 de junho de 2014:

Me. Thiago Felipe Kurudez Cordeiro
Orientador

**Dr. Suélia de Siqueira Rodrigues
Fleury Rosa**
Convidado 1

Me. Renato Vilela Lopes
Convidado 2

Brasília, DF
2014

Agradecimentos

Primeiramente, a Deus.

Aos meus pais, Leonilda e José, meus exemplos de dignidade, sabedoria e perseverança.

Agradeço a toda a minha família pela compreensão nos vários momentos em que eu não pude estar presente, embora meus pensamentos sempre estivessem com eles.

Aos meus amigos da DIMEQ - Unb, por todo apoio durante este curso.

Ao meus grandes amigos Rodrigo e Rammy.

Aos meus professores que de uma forma ou de outra contribuíram para o meu crescimento profissional e como pessoa.

Meu agradecimento a professora Dra. Suélia por disponibilizar o L.E.I. para elaboração deste trabalho.

Ao meu orientador, Me. Thiago Felipe Kurudez Cordeiro por sua notória dedicação ao ensino e imensurável apoio neste trabalho.

Em especial, agradeço a Tina, pelas palavras de apoio e incentivo, pela força para prosseguir e superar as adversidades nos pontos de mínimo e de máximo dessa jornada. Atitudes estas que foram de grande importância e me fizeram continuar caminhando...

Resumo

O presente Trabalho de Conclusão de Curso - TCC, tem por objetivo o desenvolvimento de um kit eletrônico didático de baixo custo a ser utilizado por professores e estudantes para a análise de conceitos e prática experimental na área de controle. Através da implementação de um servossistema, de um controlador PID e com o auxílio do Matlab, pretende-se explorar conceitos tais como estabilidade, critérios de desempenho em regime permanente e transitório gráficos de Bode, LGR, métodos de sintonia de controladores PID, dentre outros.

Palavras-chaves: controle. servossistemas. PID.

Abstract

The present final work aims to development a low cost electronic kit to be used by teachers and students to verify concepts and experimental practices in control area. By observing a servo system, a PID control and with Matlab, intends to explore concepts related to control system course, e.g., stability study, Bode graphics, PID controller tuning, and others.

Key-words: control. servo. PID.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Sistema de malha aberta(NISE, 2009, p. 9).	26
Figura 2 – Sistema de malha fechada (NISE, 2009, p. 9).	27
Figura 3 – Circuito equivalente de um motor D.C. (MATHWORKS, 2014)(com adaptações.).	27
Figura 4 – Função Impulso	29
Figura 5 – Função Degrau	30
Figura 6 – Função rampa	30
Figura 7 – Função parábola	31
Figura 8 – Função <i>seno</i>	31
Figura 9 – Representação de polos(X) e zeros (O) do sistema $G(s) = \frac{k(s+2)(s+10)}{s(s+1)(s+5)(s+15)^2}$	32
Figura 10 – Regiões do plano s em que as respostas do sistema são otimizadas. (OGATA, 2013, p. 147)	33
Figura 11 – (a) Diagrama de blocos para um sistema de primeira ordem e b) diagrama simplificado. (OGATA, 2013, p. 147)	34
Figura 12 – Curva de resposta a uma entrada do tipo degrau.	34
Figura 13 – Curva de resposta a uma entrada do tipo rampa.	35
Figura 14 – Curva de resposta a uma entrada do tipo impulso.	36
Figura 15 – Componentes da resposta ao degrau gerados por polos complexos. (OGATA, 2013)	38
Figura 16 – Resposta ao degrau para um sistema de segunda ordem dado pela equação 2.16.	39
Figura 17 – Curva de resposta ao degrau mostrando os parâmetros t_p , t_r , t_s , M_p e t_d	40
Figura 18 – Gráfico da resposta de um sistema sem compensação(A) e um sistema compensado(B) (NISE, 2009).	41
Figura 19 – Controlador Proporcional. (BRÄUNL, c2006.) com adaptações.	41
Figura 20 – Efeitos do controlador proporcional no controle da velocidade de um motor Bräunl (c2006.)	42
Figura 21 – Efeitos do controlador integral no controle da velocidade de um motor Bräunl (c2006.) com adaptações.	42
Figura 22 – Controlador PID. Fonte: NISE (2009, p. 376)	43
Figura 23 – Servomecanismo para o controle de uma garra robótica Fonte: NISE (2009, p. 376)	44
Figura 24 – Diagrama de um servossistema. (OGATA, 2013, p. 84)	45
Figura 25 – Diagrama em blocos do servossistema. (OGATA, 2013, p. 84)	46
Figura 26 – Diagrama em blocos simplificado do servossistema. (OGATA, 2013, p. 84)	47

Figura 27 – Diagrama de blocos do projeto.	50
Figura 28 – Protótipo de interface de controle do Sistema.	51
Figura 29 – Fluxograma implementado no microcontrolador.	53
Figura 30 – Fluxograma implementado no Matlab	54
Figura 31 – Módulo FT232rl	55
Figura 32 – Sinal PWM. Fonte: Nisarga (2011, p. 2)com adaptações.	56
Figura 33 – Análise de um sinal PWM.(ALTER, 2008, p. 5)	57
Figura 34 – Espectro de frequências de um sinal PWM. (MICROCHIP, 2002, p. 1)	58
Figura 35 – Obtenção de um sinal DC a partir de um sinal PWM.(NISARGA, 2011, p. 2)	58
Figura 36 – Gráfico de bode para o filtro RC com polo em 1000Hz.	59
Figura 37 – Circuito para obtenção de tensões positivas e negativas.	60
Figura 38 – Diagrama eletrônico do módulo de Aquisição.	61
Figura 39 – PCI do módulo de Aquisição.	61
Figura 40 – Amplificador inversor	62
Figura 41 – Amplificador integrador	63
Figura 42 – Diagrama de Bode integrador ideal e prático. Fonte: (TERRELL., 2010)com adaptações.	65
Figura 43 – Diagrama de Bode do Amplificador integrador proposto	65
Figura 44 – Amplificador diferenciador	66
Figura 45 – Diagrama de Bode do diferenciador ideal e do prático.Fonte: (TERRELL., 2010)com adaptações.	68
Figura 46 – Diagrama de Bode do Amplificador diferenciador proposto	69
Figura 47 – Amplificador Subtrator	69
Figura 48 – Amplificador somador	70
Figura 49 – Controlador PID	71
Figura 50 – PCI do Controlador PID	71
Figura 51 – Módulo driver.	72
Figura 52 – Módulo Driver.	72
Figura 53 – Servo utilizado.	73
Figura 54 – Adaptação do servo.	74
Figura 55 – Versão final do kit eletrônico.	74
Figura 56 – Circuito gerador de sinais PWM	75
Figura 57 – Sinais de saída PWM obtidas no Simulink	76
Figura 58 – Resposta obtida na simulação para uma entrada rampa.	77
Figura 59 – Resposta obtida do filtro implementado para uma entrada rampa.	77
Figura 60 – Resposta obtida na simulação do filtro para uma entrada de uma onda seno de 5 Hz	78
Figura 61 – Resposta obtida do filtro implementado para uma entrada seno.	78

Figura 62 – Resultado do circuito para um sinal PWM com ciclo de 50%	79
Figura 63 – Resultado do circuito para um sinal PWM com ciclo de 99%	79
Figura 64 – Sinal de saída do DAC (azul) para uma entrada de um degrau (amarelo) com um filtro com freq. de corte em 1000 Hz	80
Figura 65 – Sinal de saída do DAC (azul) para uma entrada de uma onda rampa (amarelo) com um filtro com freq. de corte em 1000 Hz	80
Figura 66 – Sinal de saída do DAC(linha azul) para uma entrada de uma onda seno de 5 Hz(linha preta) com um filtro com freq. de corte em 1000 Hz	81
Figura 67 – Simulação do circuito PID para uma entrada rampa (amarelo), Saída P (azul), saída I (violeta) e do controlador D (verde)	82
Figura 68 – Resposta prática do controlador P(azul) submetido a uma entrada do tipo rampa(amarelo)	82
Figura 69 – Resposta prática do controlador I(azul) submetido a uma entrada do tipo rampa(amarelo)	83
Figura 70 – Resposta prática do controlador D(azul) submetido a uma entrada do tipo degrau(amarelo)	83
Figura 71 – Avaliação do driver do motor do servossistema. Tensão de teste (ama- relo),saída do seguidor de tensão (azul) e tensão aplicada ao motor (violeta).	84
Figura 72 – Avaliação do driver do motor do servossistema. Tensão de teste (ama- relo),saída do seguidor de tensão (azul) e tensão aplicada ao motor (violeta).	84
Figura 73 – Resposta obtida do sistema para uma onda degrau.	85
Figura 74 – Resposta obtida do sistema para uma onda rampa.	85
Figura 75 – Resposta obtida do sistema para uma onda seno.	86

Lista de abreviaturas e siglas

AmpOp.	Amplificador Operacional
DAC	Digital to Analog Converter (Conversor Digital para analógico)
LPF	Low Pass Filter (Filtro passa baixa)
PID	Proporcional Integral e Derivativo
PWM	Pulse Width Modulation (Modulação por largura de Pulso)
LGR	Lugar Geométrico das Raízes
B	Atrito viscoso (N.m.s)
K_d	Ganho derivativo
K_i	Ganho integral
K_p	Ganho ganho proporcional
J	Momento de inércia ($Kg.m^2$)
L	Indutância (Henry)
M_p	Máximo sobressinal
R	Resistência (Ω)
SS	Steady State (estado estacionário)
T	Constante de tempo
T_d	Tempo de atraso
T_p	Tempo de pico
T_r	Tempo de subida
T_s	Tempo de acomodação

Lista de símbolos

ζ	Fator de amortecimento
ω_n	Frequência natural (rad/s)

Sumário

	Introdução	21
1	OBJETIVOS	23
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	25
2.1	Sistemas de controle	25
2.2	Malha aberta e malha fechada	26
2.3	Modelagem matemática de sistemas de controle	27
2.4	Resposta transitória e permanente de um sistema	28
2.5	Estabilidade absoluta, relativa e erro estacionário	28
2.5.1	Influência dos pólos na estabilidade	31
2.6	Sistemas de primeira Ordem	33
2.6.1	Resposta de sistemas de primeira Ordem a uma entrada degrau	33
2.6.2	Resposta de sistemas de primeira Ordem a uma rampa	34
2.6.3	Resposta de sistemas de primeira Ordem ao impulso unitário	35
2.7	Sistemas de segunda Ordem	36
2.8	Especificações da resposta transitória	38
2.9	Compensadores	40
2.10	Controlador proporcional p	40
2.11	Controlador Integral I	41
2.12	Controlador Derivativo D	43
2.13	Controlador PID	43
2.14	Servomecanismos	43
2.15	Lugar Geométrico das Raízes - LGR	47
2.15.1	Regras básicas para obtenção do LGR	48
3	DESENVOLVIMENTO	49
3.1	Descrição do Sistema	49
3.2	Programação do microcontrolador e Matlab	51
3.3	Comunicação USB-Serial	54
3.4	Conversão de sinal digital para analógico mediante o uso de PWM (Pulse Width Modulation)	56
3.4.1	Análise no domínio da frequência de um sinal PWM	56
3.5	Filtragem do Sinal PWM	57
3.6	Geração de Tensões Negativas	60
3.7	Implementação do controlador PID	61

3.8	Driver para o motor	70
3.9	Servomotor	73
3.10	Kit eletrônico final	73
4	RESULTADOS	75
4.1	Resultados obtidos no Simulink[®] e implementação em hardware .	75
4.1.1	Geração de sinais PWM	75
4.1.2	Filtro de Segunda ordem	76
4.1.3	Conversor Digital para analógico por meio de PWM	79
4.2	Simulações realizadas no Multisim e Resultados práticos[®]	81
4.2.1	Simulações do controlador PID	81
4.2.2	Simulações do driver de saída	83
5	CONCLUSÕES	87
	Referências	89
	ANEXOS	91
	ANEXO A – TABELAS DE CUSTOS DO PROJETO	93
	ANEXO B – SCRIPT MATLAB	97
	ANEXO C – CÓDIGO MICROCONTROLADOR	101

Introdução

A disciplina de sistemas de controle está presente em vários cursos, sejam eles técnicos ou superiores. A complementação laboratorial é um item importante, pois permite ao estudante a verificação prática de diversos conceitos estudados na teoria. Por exemplo, é possível visualizar o sobressinal em uma resposta ao degrau de um sistema subamortecido, ou então estudar como a adição e sintonia de um filtro PID ao sistema pode afetar seu desempenho.

A lacuna existente de kits didáticos a preços acessíveis não se restringe a realidade local mas abrange outras Instituições o que motiva o projeto de kits que possam ser replicáveis a baixo custo como a UFRN ([PEREIRA; OLIVEIRA, 2009](#)) que desenvolveram um kit para para o controle e supervisão aplicado a nível, ou ainda ([OLIVEIRA et al., 2012](#)) que o utilizam para controle dinâmico.

Neste projeto, se propõe o desenvolvimento de um kit composto por um servomecanismo e um controlador PID. Para a geração de sinais de teste e obtenção de diagramas da resposta do sistema propõe-se o uso do software Matlab[®]. Apesar de ser um software pago, a utilização do Matlab se fundamenta devido a sua ampla utilização no meio acadêmico e por possuir uma ampla gama de pacotes que permitem trabalhar com identificação de sistemas, sintonia de controladores PID, geração de diagramas de Bode e LGR de forma otimizada.

1 Objetivos

O presente Trabalho de Conclusão de Curso - TCC, tem por objetivo preencher uma lacuna existente na área de controle, ao se dar enfoque a parte teórica em detrimento do ponto de vista prático. Mediante o desenvolvimento de um kit eletrônico para estudo de servomecanismos pretende-se que tanto professores quanto estudantes possam realizar experimentos simples, contudo que demonstrem os conceitos de controle.

A partir da prática de experimentos com servossistemas, permitirá ao aluno a análise de conceitos relacionados à disciplina de controle por meio de experimentos que explorará conceitos tais como a gráficos de Bode, LGR, métodos de sintonia de controladores PID, dentre outros.

Apesar da disponibilidade de kits comerciais, os mesmos nem sempre são acessíveis devido ao alto custo. Dessa forma, este trabalho buscará implementar um kit didático de servomecanismos que possa ser replicado a um custo baixo, contudo, mantendo qualidade nos experimentos a serem desenvolvidos.

No capítulo 2 deste trabalho é feita uma breve revisão de sistemas de controle tais como a definição de um sistema em malha aberta e fechada, modelagem matemática de um sistema, tipos de respostas, compensadores, lugar geométrico das raízes e servomecanismos. No capítulo 3 será apresentada a descrição do projeto e seu desenvolvimento. Em seguida no capítulo 4 será realizada a análise de simulações realizadas no Matlab[®] para se verificar a viabilidade do uso de um conversor analógico para digital mediante o uso de um PWM para se obter tensões analógicas necessárias para se controlar o módulo PID proposto neste trabalho, No mesmo capítulo serão apresentados os resultados do sistema completo. Por fim, no capítulo 5 serão apresentadas as conclusões e proposições de melhorias deste projeto.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Sistemas de controle

No dia a dia, nos deparamos com sistemas de controle. Ao pegarmos um elevador e pressionarmos o botão do 4^o andar, por exemplo, tão logo as portas estejam fechadas, o elevador começa a ganhar velocidade e logo chegamos ao andar desejado. Mal notamos quão preciso e suave foi o percurso. Se mais pessoas tomarem o mesmo elevador, não perceberemos alteração em sua velocidade e precisão.

Isso se deve, em grande parte, a um bom projeto de sistemas de controle que garante que, independentemente da quantidade de pessoas (dentro da margem de capacidade máxima) que ocupem o elevador, ele sempre manterá a velocidade e precisão da posição pré-programadas, dentro de uma margem de erro esperada (NISE, 2009).

Na indústria, o corte automático de chapas, o controle da velocidade de esteiras, o posicionamento de componentes a serem soldados em placas eletrônicas são exemplos de sistemas de controle (DORF; BISHOP, 2009).

Nosso próprio corpo utiliza sistemas de controle (OGATA, 2013), por exemplo, o pâncreas que regula a taxa de açúcar no sangue; a adrenalina liberada em situações de “luta ou fuga”, controlando a quantidade de oxigênio liberada para nossas células ou mesmo a temperatura corporal de acordo com o ambiente ao qual estamos submetidos são exemplos de sistemas de controle.

Dessa forma, se defini um sistema de controle como subsistemas e processos que juntos, a partir de uma entrada, fornecem uma saída específica de um sistema (NISE, 2009). Já o controle está relacionado às ações necessárias para que o sistema atinja as características de desempenho desejadas. Na sociedade moderna, podemos encontrar diversos dispositivos que utilizam o controle.

Em sistemas de controle, pode-se identificar as seguintes partes, conforme cita OGATA (2013, p. 3):

- **Variável controlada:** Trata-se da grandeza manipulada ou medida. Consiste na variável de interesse que se deseja controlar, sendo portanto, o objetivo principal do sistema de controle;
- **Sinal de controle ou variável manipulada :** A grandeza manipulada pelo controlador que afeta a variável controlada;

- **Plantas** : Consiste em um conjunto de partes que interagem para realizar determinada operação. Trata-se de um objeto físico a ser controlado;
- **Processos**: Uma operação contínua progressiva, artificial ou voluntária, que consiste em uma série de ações ou movimentos controlados para atingir resultados (processos químicos, econômicos e biológicos);
- **Distúrbios ou perturbações**:consistem em sinais que afetam a variável controlada, ou seja, influenciam na saída do sistema;
- **Controle com realimentação**: refere-se a uma operação que, na presença de distúrbios, tende a diminuir a diferença entre a entrada e a saída de um sistema e alguma entrada de referencia e atua com base nessa diferença.

2.2 Malha aberta e malha fechada

Em um sistema de malha aberta, não é verificado se a variável de controle assumiu o valor desejado (entrada de referência). Por exemplo, um liquidificador doméstico com velocidades predeterminadas de fabrica terá sua velocidade de processamento alterada de acordo com o tipo de alimento sendo processado. Alimentos com maior peso e dureza oferecem maior resistência a serem fatiados, o que reduz, de forma indesejada, a velocidade do liquidificador, que não é corrigida de forma automática pelo equipamento.

A figura 1 representa um sistema em malha aberta.

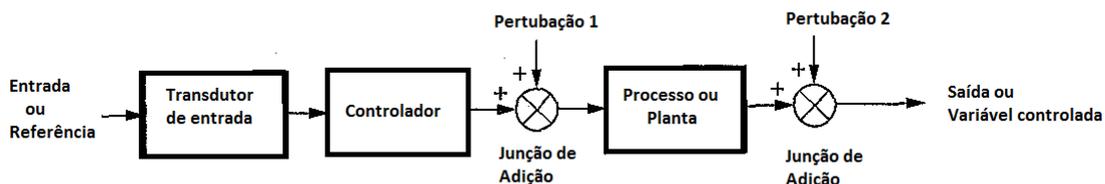


Figura 1 – Sistema de malha aberta(NISE, 2009, p. 9).

Já em um sistema em malha fechada (2), a saída é medida e realimentada. Então, é comparada com o sinal de referência, influenciando o sinal de controle e, com isso, a saída do sistema. Em um sistema corretamente projetado, se um distúrbio afeta a saída, o sinal de controle será alterado de modo a minimizar a alteração causada na variável controlada.

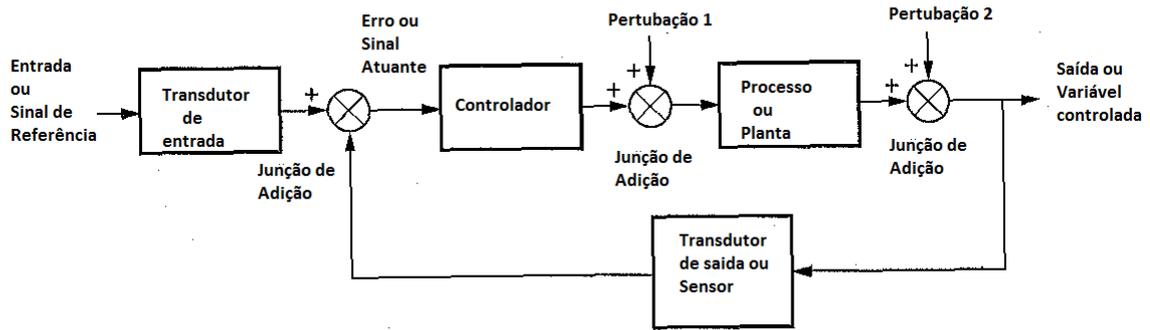


Figura 2 – Sistema de malha fechada (NISE, 2009, p. 9).

2.3 Modelagem matemática de sistemas de controle

Um sistema pode ser modelado matematicamente de tal forma que seu comportamento dinâmico possa ser caracterizado com precisão ou razoavelmente bem. A dinâmica de um sistema seja ele biológico, físico, químico, econômico ou qualquer outro, pode ser definida utilizando-se equações diferenciais. Para-se obter tais equações, utiliza-se as leis que regem o sistema, como as leis de Kirchoof para circuitos elétricos, as leis de Newton para sistemas mecânicos, etc. Por exemplo, a equação do motor de da figura 3 pode ser obtida utilizando-se a segunda lei de Newton e a lei Kirchof:

$$\begin{aligned}
 T &= K_t i \\
 e &= K_e \dot{\theta} \\
 J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} &= K i \\
 L\frac{di}{dt} + Ri &= V - \dot{\theta}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Onde o torque (T) é proporcional a corrente (i) que circula na armadura. A força contra eletromotriz (e) é proporcional a velocidade angular do rotor, ($\dot{\theta}$). A indutância do motor (L), (R) a resistência e (V) a tensão aplicada ao motor. $K_e = K_t = K$

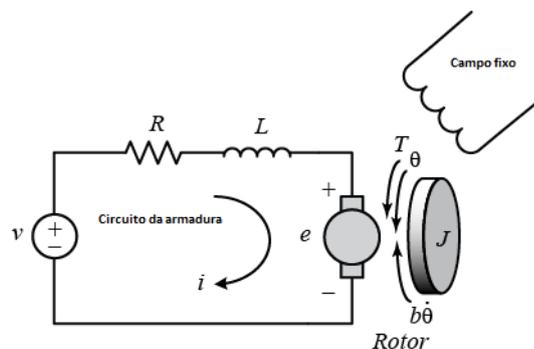


Figura 3 – Circuito equivalente de um motor D.C. (MATHWORKS, 2014)(com adaptações).

A caracterização da saída de um sistema, mediante uma determinada entrada corresponde a uma função de transferência. A função de transferência de um circuito pode ser obtida a partir das equações diferenciais lineares invariantes no tempo do sistema. A função de transferência é obtida por meio da transformada de Laplace da saída dividida pela transformada de Laplace da entrada quando todas as condições iniciais do sistema são nulas (NISE, 2009, p. 45) .

Considerando-se o circuito equivalente de um motor D.C 3, a sua função de transferência é obtida aplicando-se a transformada de Laplace em ambos os lados da equação 2.1:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\{\ddot{\theta} + b\dot{\theta}\} &= \mathcal{L}\{Ki\} \\ s(Jsb)\theta(s) &= JI(s) \\ \mathcal{L}\{L\frac{di}{dt} + Bi\} &= \mathcal{L}\{V - \dot{\theta}\} \\ (Ls + R)I(s) &= V(s) - Ks\theta(s)\end{aligned}\tag{2.2}$$

Eliminando-se $I(s)$ da equação e lembrando que a saída é $\dot{\theta}(s)$ e a entrada $V(s)$:

$$\frac{\dot{\theta}(s)}{V(s)} = \frac{K}{(Js+b)(Ls+R)+K^2} \left[\frac{rad}{\frac{sec}{V}} \right]\tag{2.3}$$

2.4 Resposta transitória e permanente de um sistema

A análise da resposta temporal de um sistema de controle apresenta duas partes: a parte transitória que é a resposta do sistema que com o decorrer do tempo de funcionamento do sistema se extingue. A outra parte é a resposta permanente, a resposta do sistema para tempos longos de funcionamento do sistema.

Dessa forma, a resposta do sistema, $c(t)$, é dada por : $c(t) = c_{tr}(t) + c_{ss}(t)$. Onde $c_{tr}(t)$ é a resposta transitória e $c_{ss}(t)$ ¹ é a resposta permanente.

Ao se analisar qualitativamente um sistema, observa-se tanto sua resposta transitória quanto a sua resposta de regime estacionário.

2.5 Estabilidade absoluta, relativa e erro estacionário

É desejável no projeto de sistemas de controle que se possa prever seu comportamento dinâmico. É de extrema importância obter formas exatas de prever se um sistema é instável fisicamente e se é possível estabiliza-lo. Assim, a estabilidade absoluta nos diz se um sistema é estável ou instável.

Um sistema está em equilíbrio se, na ausência de sinais de entrada ou distúrbios, a saída permanece no mesmo estado. Um sistema de controle linear e invariante no tempo

¹ ss - steady state (estado estacionario), no contexto deste texto, tanto regime estacionário quanto regime permante são sinônimos.

é dito estável, se quando submetido a uma condição inicial, o sistema sempre retorna à condição de equilíbrio. Um sistema pode ser criticamente estável se a saída oscilar de maneira contínua. Por fim, um sistema pode ser instável se a saída divergir sem limites a partir do seu ponto de equilíbrio quando sujeito a uma condição inicial (OGATA, 2013, p. 146).

Um sistema possui energia interna armazenada. Esta energia armazenada impede que a saída do sistema siga a entrada imediatamente, ou seja, ao aplicarmos um sinal de controle o sistema leva algum tempo para responder ao estímulo. A saída ao atingir o regime permanente, conterà, então, um erro devido a este atraso. Este erro é denominado erro estacionário.

De posse da função de transferência do sistema, pode-se, a partir de funções de teste, obter as características transitória e permanente do sistema. As principais funções utilizadas em controle são:

Função impulso

A função impulso é utilizada para gerar uma energia inicial ao sistema para se obter a resposta transitória do sistema. A partir da função impulso é possível obter um modelo matemático do sistema. O gráfico da função impulso é o visto na figura 4 a seguir:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{se } t = 0 \\ 0 & \text{se } t \neq 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

Sendo que $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1$.

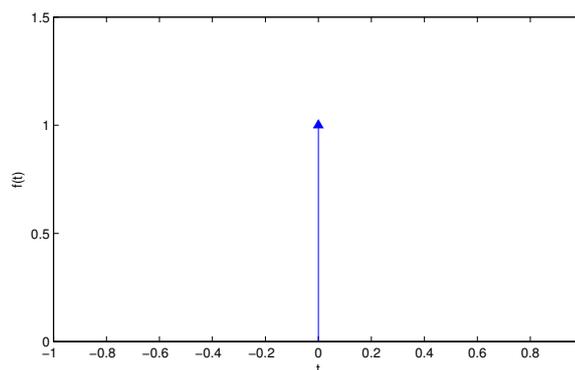


Figura 4 – Função Impulso

Função degrau unitário

A função degrau representa um comando para o sistema como posição, velocidade, temperatura. Geralmente, possui a mesma dimensão do sinal de saída. A partir da resposta à função degrau, obtêm-se a resposta transitória do sistema e o erro em regime

estacionário do sistema. Seu gráfico é o visto na figura 5 .

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } t > 0 \\ 0 & \text{se } t < 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

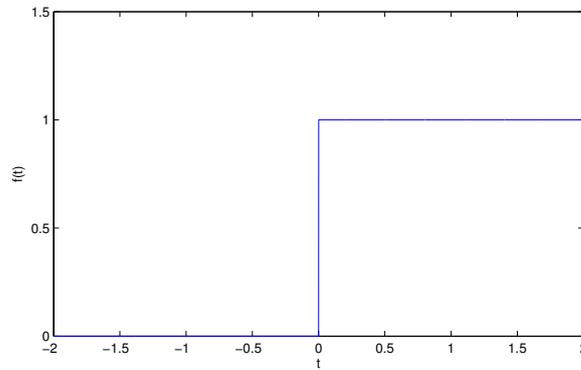


Figura 5 – Função Degrau

Função rampa

A função rampa representa um comando com um aumento linear. Se a entrada é uma posição a função rampa representa um aumento linear na posição. O erro em regime estacionário do sistema pode ser obtido a partir do gráfico da resposta da função rampa.

$$tu(t) = \begin{cases} t & \text{se } t \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.6)$$

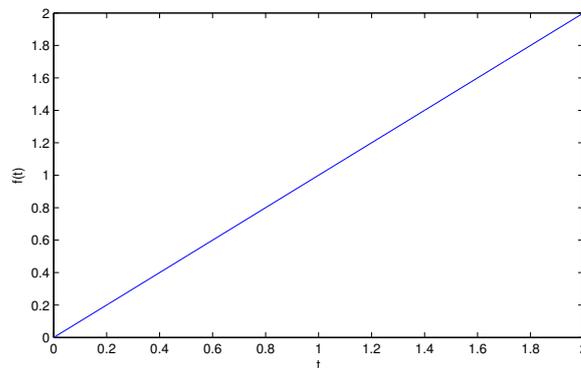


Figura 6 – Função rampa

Função parábola

Da mesma forma que a função rampa, a parábola representa uma variação no sinal de entrada o que permite avaliar o erro em regime estacionário. O gráfico da função

parábola é o visto na figura a seguir:

$$\frac{1}{2}t^2u(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}t^2 & \text{se } t \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.7)$$

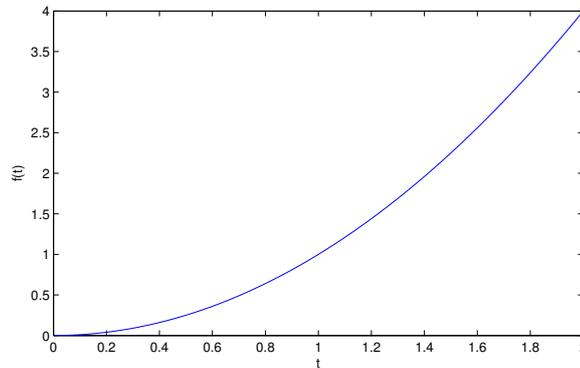


Figura 7 – Função parábola

Função seno

Utilizada para se obter uma modelagem matemática do sistema. As ferramentas de análise em frequência de sistemas também dependem da resposta do sistema a entradas *seno* com frequências distintas. Seu gráfico é o visto na figura a seguir:

$$\text{sen}(wt) \quad (2.8)$$

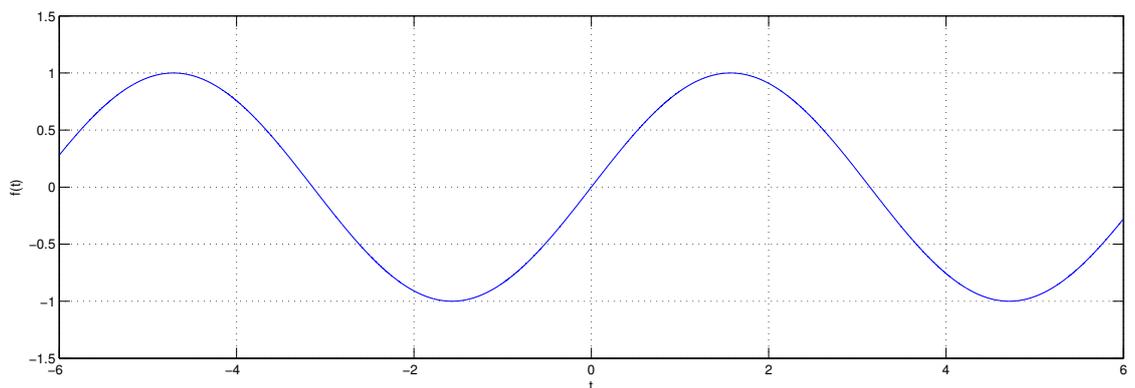


Figura 8 – Função *seno*

2.5.1 Influência dos pólos na estabilidade

Os pontos no plano s nos quais a função de transferência é analítica são conhecidos como pontos ordinários. Os pontos onde a função de transferência não é analítica são os

pontos singulares da função. Nos pontos singulares onde a função tende ao infinito, estes pontos são conhecidos como pólos da função e os pontos onde a função se anula são tidos como os zeros da função (OGATA, 2013). Como exemplo, seja a função:

$$G(s) = \frac{k(s+2)(s+10)}{s(s+1)(s+5)(s+15)^2}$$

A função de transferência $G(s)$ possui zeros em $s = -2$, e $s = -10$ e pólos simples em $s = 0$, $s = -1$, $s = -5$ e um pólo duplo em $s = -15$. A figura 9 mostra a localização dos pólos (x) e zeros (O).

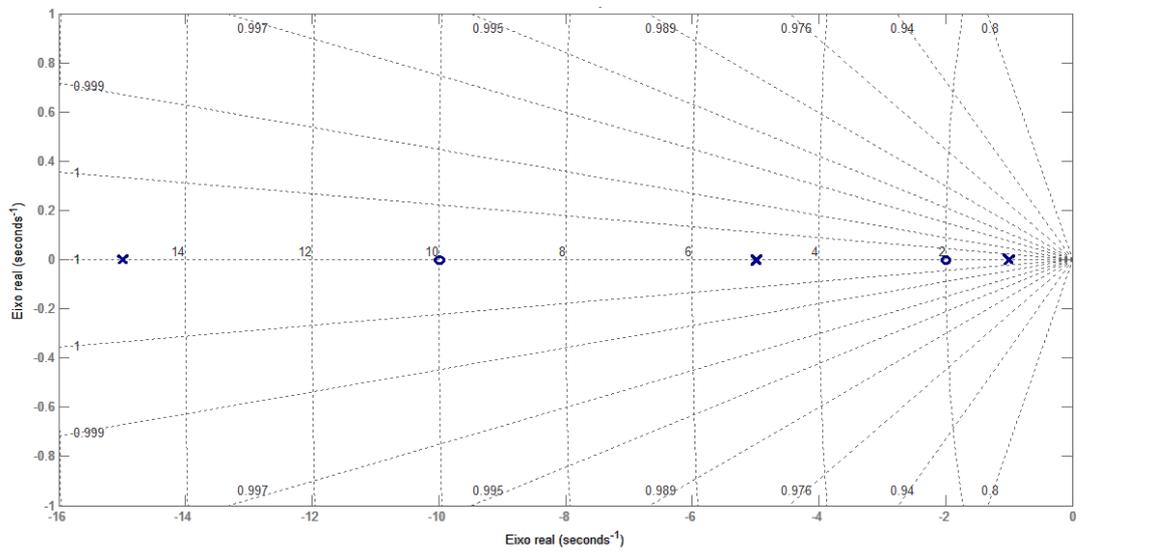


Figura 9 – Representação de polos(X) e zeros (O) do sistema $G(s) = \frac{k(s+2)(s+10)}{s(s+1)(s+5)(s+15)^2}$.

A estabilidade de um sistema pode ser determinada a partir da análise da localização dos polos em malha fechada do sistema. Se pelo menos um polo estiver localizado à direita do eixo $j\omega$, a resposta transitória do sistema aumentará monotonicamente ou oscilará com amplitude crescente gerando um sistema instável. Como um sistema real não pode ter sua saída aumentada infinitamente, caso não haja alguma limitação física que impeça este aumento, como uma chave fim de curso, ou algum circuito de saturação o sistema falhará, acarretando danos ao sistema.

Se os polos do sistema estiverem situados no semiplano esquerdo do plano s , o sistema irá atingir o equilíbrio gerando um sistema estável. A estabilidade não depende da entrada ou da função de excitação, sendo uma propriedade intrínseca do sistema, segundo OGATA (2013, p. 165). Os polos da função de excitação não influenciam a estabilidade porém contribuem com os termos da resposta permanente da solução.

Para que as características da resposta transitória de um sistema sejam satisfatórias, é desejável que haja um amortecimento rápido das oscilações transitórias. Para que

isso aconteça, não basta que os polos em malha fechada estejam situados no semiplano esquerdo do plano s . O fato do polo estar no semiplano esquerdo do plano s irá gerar oscilações amortecidas, porém, se os polos de malha fechada estiverem próximos do eixo $j\omega$, a resposta poderá gerar oscilações excessivas ou apresentar um amortecimento lento. Dito isto, há uma região do plano s na qual o desempenho do sistema é otimizado, conforme se vê na figura 10.

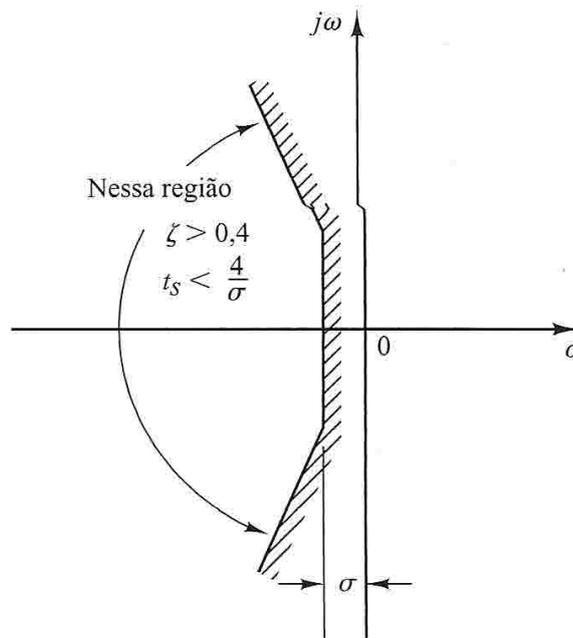


Figura 10 – Regiões do plano s em que as respostas do sistema são otimizadas. (OGATA, 2013, p. 147)

2.6 Sistemas de primeira Ordem

Seja o sistema de primeira ordem dado pela figura 11 . O sistema pode representar um sistema térmico, um circuito RC ou algum outro circuito com apenas um polo. Os sistemas de primeira ordem possuem uma função de transferência do tipo:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts+1} \quad (2.9)$$

Para se obter as características do sistema, substitui-se $R(s)$ pelas função de teste.

2.6.1 Resposta de sistemas de primeira Ordem a uma entrada degrau

Para uma entrada do tipo degrau, $R(s) = \frac{1}{s}$, a equação 2.9 resulta em:

$$C(s) = \frac{1}{Ts+1} \frac{1}{s} \quad (2.10)$$

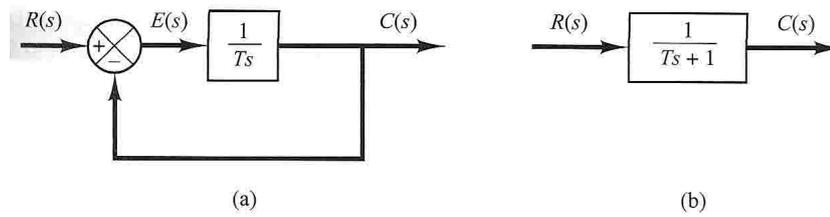


Figura 11 – (a) Diagrama de blocos para um sistema de primeira ordem e b) diagrama simplificado. (OGATA, 2013, p. 147)

Aplicando-se a transformada inversa de Laplace à equação 2.10, obtém-se:

$$C(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}} \text{ para } t \geq 0 \quad (2.11)$$

A partir da figura 12, nota-se que a resposta $c(t)$, inicialmente é zero e no fim, torna-se unitária. Após transcorridos $t = T$ segundos, ou seja, uma constante de tempo, a resposta atinge 63,32% do seu valor inicial.

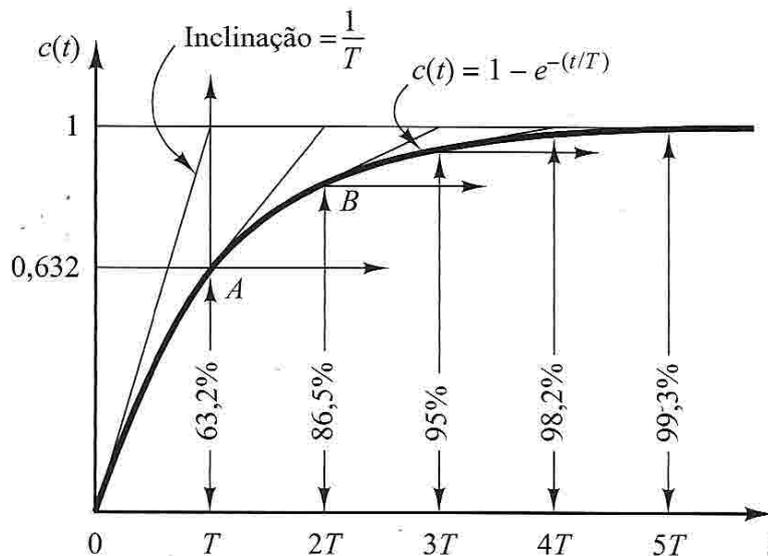


Figura 12 – Curva de resposta a uma entrada do tipo degrau.

2.6.2 Resposta de sistemas de primeira Ordem a uma rampa

A transformada de Laplace para uma função rampa, $f(t) = t$ é $f(s) = \frac{1}{s^2}$. Aplicando-se o sinal a entrada $R(s)$ do sistema da figura 11, obtém-se:

$$C(s) = \frac{1}{Ts+1} \frac{1}{s^2} \quad (2.12)$$

Aplicando-se Laplace e resolvendo por frações parciais:

$$C(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T^2}{Ts+1} \quad (2.13)$$

$$c(t) = t - T - Te^{-t/T} \text{ para } t \geq 0$$

O sinal de erro $e(t)$ que é a diferença da entrada rampa e da resposta do sistema é dado por:

$$e(t) = r(t) - c(t)$$

$$e(t) = t - t - T - T \exp -t/T \quad (2.14)$$

$$e(t) = T(1 - e^{-t/T})$$

Assim, nota-se que o erro para $t \rightarrow \infty$ é igual a T . A resposta do sistema é a vista na figura 13.

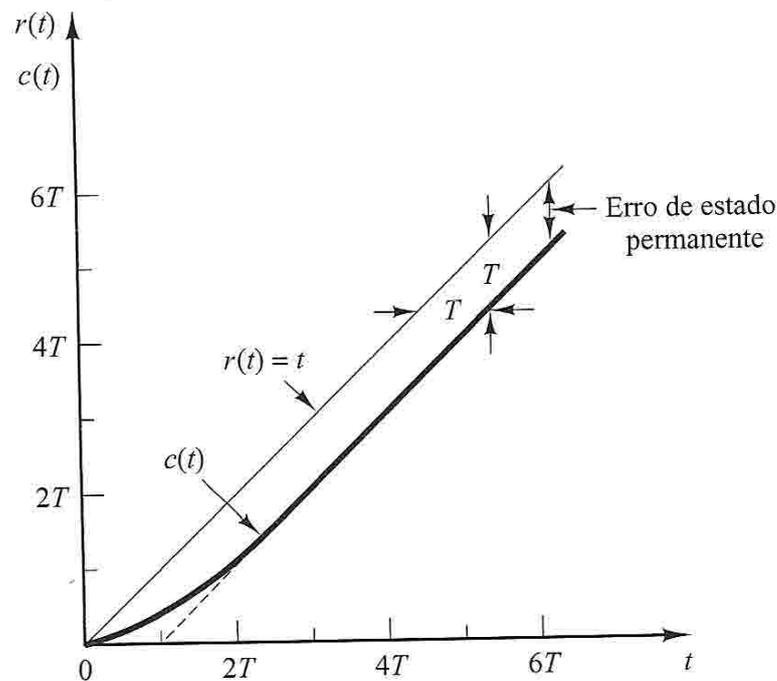


Figura 13 – Curva de resposta a uma entrada do tipo rampa.

2.6.3 Resposta de sistemas de primeira Ordem ao impulso unitário

A transformada de Laplace do impulso unitario $\delta(t)$ é igual a 1. Assim, a resposta ao impulso unitario é obtido por:

$$c(s) = \frac{1}{Ts+1} \quad (2.15)$$

$$c(t) = \frac{1}{T}e^{-t/T}$$

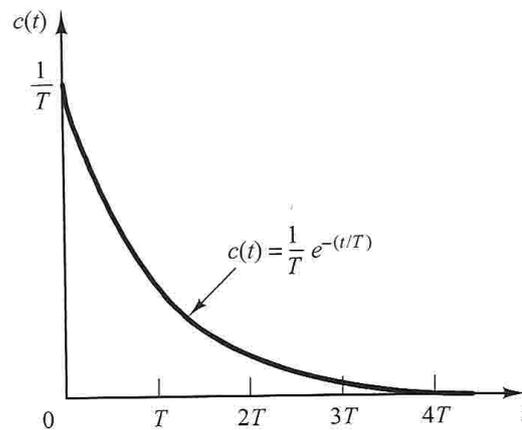


Figura 14 – Curva de resposta a uma entrada do tipo impulso.

2.7 Sistemas de segunda Ordem

A resposta de um sistema de segunda ordem, diferentemente dos sistemas de primeira ordem nos quais uma mudança no parâmetro do sistema altera a velocidade da resposta, nos sistemas de segunda ordem a mudança nos parâmetros influencia no tipo de resposta do sistema (NISE, 2009, p. 129).

Grande parte dos sistemas de segunda ordem apresentam uma função de transferência do tipo dado pela equação 2.16:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.16)$$

Onde ω_n é a frequência natural do sistema, ξ é a relação de amortecimento do sistema que é definida como:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\text{Frequência exponencial de decaimento (rad/s)}}{\text{Frequência natural (rad/s)}} \\ \xi &= \frac{1}{2\pi} \frac{\text{Período natural (s)}}{\text{Constante de tempo natural (s)}} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Os polos da equação 2.16 determinarão o tipo de resposta do sistema. Resolvendo-se o denominador da equação obtém-se:

$$\begin{aligned} s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 &= 0 \\ \text{polos} &= -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Assim, para um sistema de segunda ordem dado pela equação 2.16, a resposta será influenciada pelos parâmetros ξ e ω_n da equação 2.16. A resposta poderá ser de 4 tipos:

1. Resposta superamortecidas: Quando $\xi > 1$ os polos do sistema são reais, negativos e desiguais. A resposta do sistema ao degrau é do tipo:

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + \xi\omega_n + \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1})(s + \xi\omega_n - \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1})} \quad (2.19)$$

Aplicando-se Laplace, obtém-se a resposta dada pela equação 2.20 onde verifica-se que a resposta é constituída por duas exponenciais decrescentes.

$$\begin{aligned} C(t) &= 1 + \frac{\omega_n}{2\sqrt{\xi^2 - 1}} \left(\frac{e^{-s_1}}{s_1} - \frac{e^{-s_2}}{s_2} \right) \\ s_1 &= (\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}) \\ s_2 &= (\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Se um dos polos puder ser desprezado devido a sua posição estar muito distante do eixo $j\omega$ a equação poderá ser aproximada pela equação 2.21, segundo OGATA (2013):

$$C(t) = 1 - e^{-(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})t} \quad \text{para } t \geq 0 \quad (2.21)$$

2. Resposta subamortecidas: Quando $0 < \xi < 1$, os polos do sistema são complexos conjugados. A resposta do sistema ao degrau é do tipo:

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + \xi\omega_n + j\omega_d)(s + \xi\omega_n - j\omega_d)} \quad (2.22)$$

Onde $\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \xi^2}$ é a frequência natural amortecida do sistema. Resolvendo-se a equação 2.22, obtém-se a resposta vista na equação 2.23 onde se nota que a resposta é composta por uma exponencial multiplicada por uma senoide com frequência ω_d . Assim, a saída é uma senoide amortecida conforme observa-se no gráfico 15. O erro em regime permanente ($t = \infty$) é nulo, não existindo erro entre o sinal de entrada e a resposta do sistema.

$$C(t) = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \text{sen}(\omega_d t + \arctan \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}) \quad (2.23)$$

3. Resposta sem amortecimento: Para um coeficiente de amortecimento $\xi = 0$, os polos do sistema são puramente imaginários. A resposta do sistema a uma entrada degrau corresponde à ilustrada pela equação 2.24. Em um sistema sem amortecimento, a saída é puramente senoidal e não apresenta decaimento com o tempo :

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{K}{s(s^2 + k)} \\ c(t) &= K_1 + K_2 \cos(\sqrt{kt} + \phi) \end{aligned} \quad (2.24)$$

4. Resposta criticamente amortecida: Quando o coeficiente de amortecimento $\xi = 1$, os polos do sistema só possuem a parte real e as mesmas são iguais. A resposta do

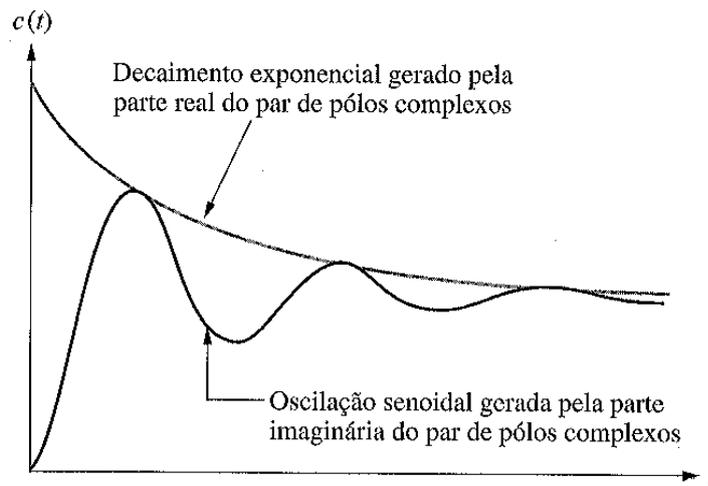


Figura 15 – Componentes da resposta ao degrau gerados por polos complexos. (OGATA, 2013)

sistema ao degrau é do tipo da equação 2.25 onde a saída é composta por um exponencial decrescente com uma constante de tempo dada pelo inverso da localização do polo e um termo t que multiplica uma exponencial com a mesma constante de tempo.

$$c(t) = 1 - e^{-\omega_n t}(1 + \omega_m t) \text{ para } t \geq 0 \quad (2.25)$$

A figura 16 resume os tipos de respostas possíveis para os sistemas de segunda ordem dados pela equação 2.16.

2.8 Especificações da resposta transitória

Ao se comparar dois sistemas, frequentemente é utilizada uma entrada degrau para especificar-se os parâmetros de desempenho do sistema. A resposta de um sistema a um sinal depende do estado inicial do sistema. Para que as comparações sejam concisas, é admitido que o sistema possua condições iniciais nulas, ou seja, o sistema parte do seu estado de repouso, onde o valor das variáveis de saída e todas as derivadas em função do tempo são iguais a zero OGATA (2013, p. 154). Antes do sistema atingir o regime permanente, a resposta transitória, em um sistema de segunda ordem podemos identificar alguns parâmetros tais, como tempo de atraso, tempo de subida, tempo de pico, máximo sobressinal e tempo de acomodação: Para um sistema de segunda ordem dado pela equação 2.16 esses parâmetros são dados por:

1. Tempo de atraso, t_d : Corresponde ao tempo necessário para que o sistema atinja

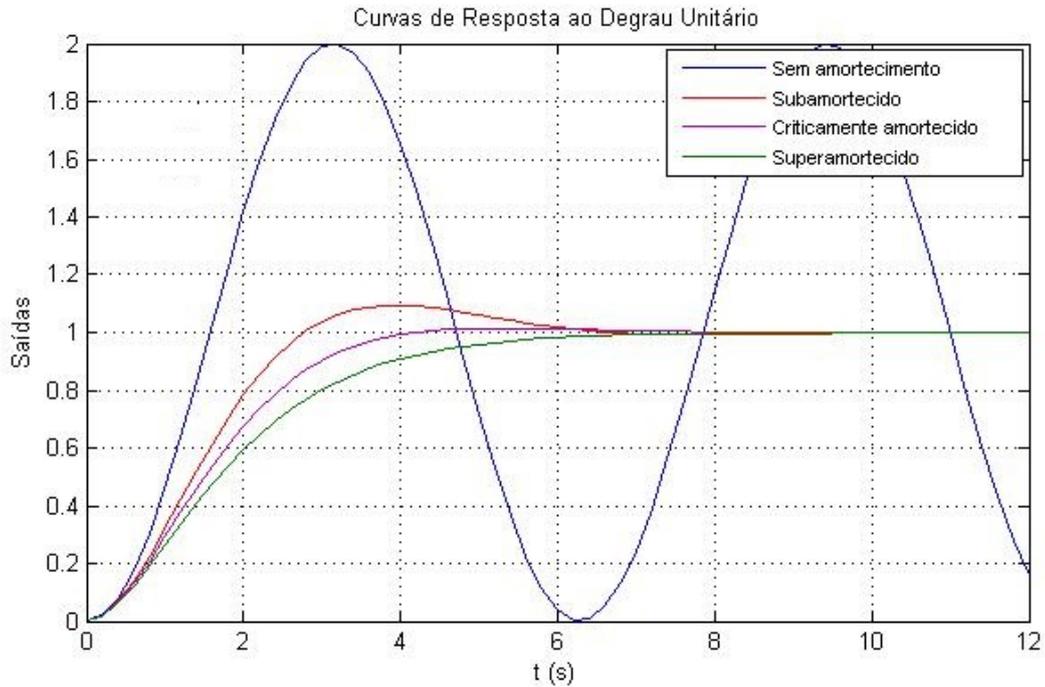


Figura 16 – Resposta ao degrau para um sistema de segunda ordem dado pela equação 2.16.

metade do valor final a partir de um instante inicial.

2. Tempo de subida, t_r : Refere-se ao tempo para que a resposta passe de 0% a 100%, em sistemas subamortecidos, ou de 10% a 90% para sistemas superamortecidos.

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} \text{ onde } \beta = \text{tg}^{-1} \frac{\omega_d}{\sigma} \quad (2.26)$$

3. Tempo de pico, t_p : É o tempo necessário para que a resposta atinja o primeiro pico de sobressinal.

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \quad (2.27)$$

4. Máximo sobressinal, M_p : indica o valor máximo de pico da curva de resposta, medido a partir do valor final da resposta (a unidade para uma entrada degrau unitária). Este parâmetro indica diretamente a estabilidade relativa do sistema.

$$M_p = e^{-\left(\frac{\sigma}{\omega_d}\right)} e^{(\xi \sqrt{1-\xi^2})\pi} \quad (2.28)$$

5. tempo de acomodação, t_s : É o tempo necessário para que a curva de resposta alcance valores em uma faixa (geralmente de 2% ou 5%) em torno do valor final, permanecendo neste patamar indefinidamente.

$$\begin{aligned} t_s &= \frac{4}{\sigma} = \frac{4}{\xi \omega_n} \text{ (critério de 2\%)} \\ t_s &= \frac{3}{\sigma} = \frac{3}{\xi \omega_n} \text{ (critério de 5\%)} \end{aligned} \quad (2.29)$$

A figura 17 a seguir ilustra tais parâmetros.

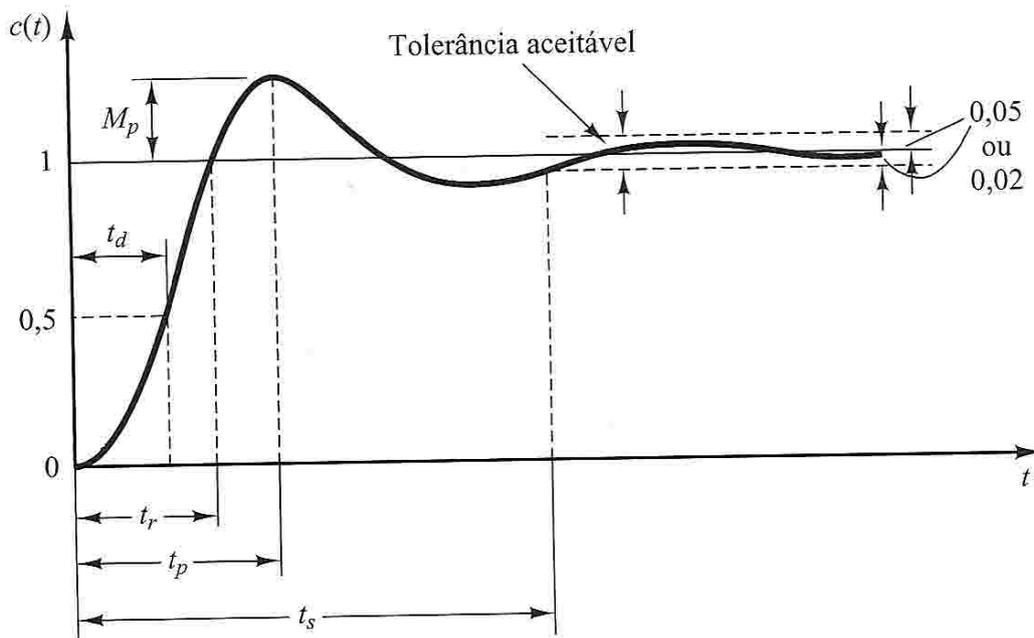


Figura 17 – Curva de resposta ao degrau mostrando os parâmetros t_p , t_r , t_s , M_p e t_d .

2.9 Compensadores

Em um sistema de controle, as especificações do projeto são feitas para atenderem as respostas em regime transitório e às respostas em regime permanente. Pode-se utilizar, como pré-requisito de projeto o tempo de acomodação, t_p , e o máximo sobressinal, M_p . Se, ao projetar um sistema e obtermos uma resposta, por exemplo, como a vista no gráfico 18 poderíamos aprimorá-la diminuindo-se o tempo de acomodação passando do ponto A para o B sem afetar o pré-requisito de sobressinal.

Para se conseguir tal objetivo é necessário fazer com que o sistema apresente polos e zeros adicionais.

Ao inclui-se polos e zeros adicionais estamos criando um compensador e o novo sistema é dito compensado (NISE, 2009). Com o uso de compensadores dinâmicos, pode-se alterar, independentemente, as características do regime transitório e permanente de tal forma a atingir os requisitos desejados. Os compensadores podem ser modelados em cascata, onde são colocados na parte de baixa potência do sistema, ou com retroalimentação do sinal de saída.

2.10 Controlador proporcional p

Consiste na aplicação de um ganho k ao sistema fazendo com que o erro em regime estacionário seja diminuído. Contudo, o aumento no ganho do sistema implica que, caso seja excedido certos limites, a resposta tenderá a apresentar oscilações (BRäUNL, c2006.).

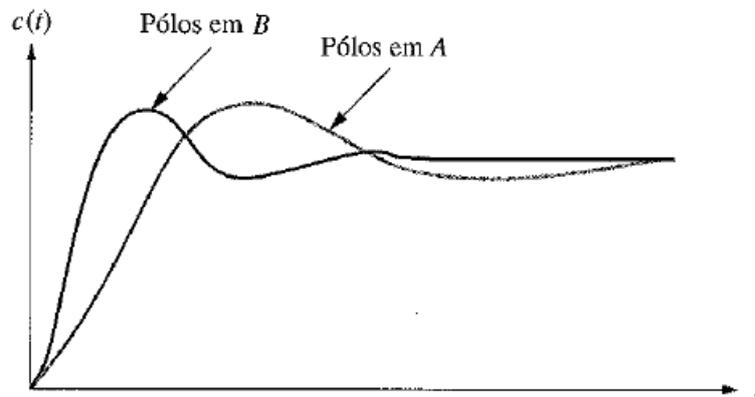


Figura 18 – Gráfico da resposta de um sistema sem compensação(A) e um sistema compensado(B) (NISE, 2009).

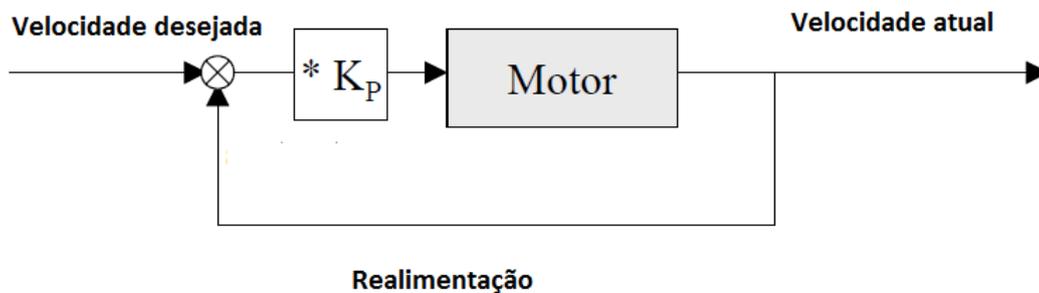


Figura 19 – Controlador Proporcional. (BRäUNL, c2006.) com adaptações.

A figura 20 mostra, como exemplo, o efeito do controlador proporcional no controle da velocidade de um motor. Na figura observa-se que o erro em estado estacionário pode ser diminuído com o aumento do ganho K , entretanto, o sistema começa a apresentar oscilações para valores grandes de ganho K .

2.11 Controlador Integral I

Geralmente, um controlador integral não é utilizado sozinho e sim em conjunto com um controlador proporcional ou derivativo. No controle integral, se adiciona um polo extra ao sistema em malha aberta. Isto faz com que o erro em estado estacionário seja melhorado pois o tipo de sistema é aumentado com a adição do polo. Por exemplo, um sistema do tipo 0, ao se adicionar um novo polo, passará a apresentar erro nulo para uma entrada do tipo degrau (NISE, 2009, p. 356). A função de transferência do controlador PI é dada pela equação 2.30.

$$G_c(s) = k_1 + \frac{K_2}{s} = \frac{k_1(s + \frac{k_2}{k_1})}{s} \quad (2.30)$$

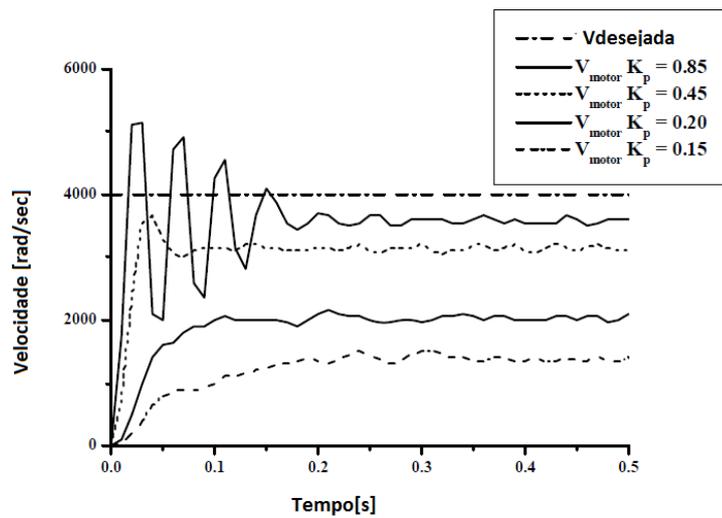


Figura 20 – Efeitos do controlador proporcional no controle da velocidade de um motor [Bräunl \(c2006.\)](#)

O efeito da ação do controlador PI pode ser visto na figura 21 onde a variável a ser controlada é a velocidade de um motor.

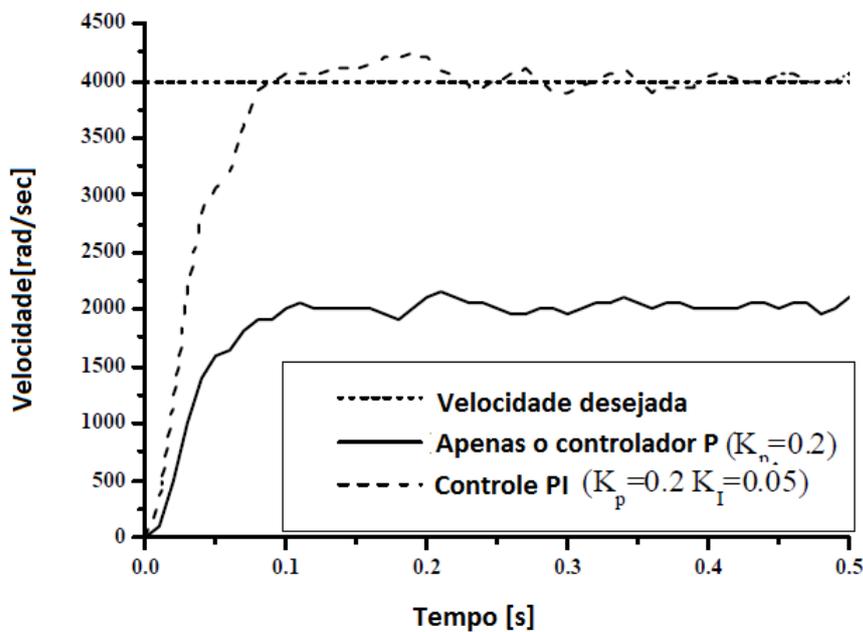


Figura 21 – Efeitos do controlador integral no controle da velocidade de um motor [Bräunl \(c2006.\)](#) com adaptações.

2.12 Controlador Derivativo D

Com o uso do controlador derivativo, a intenção é a de buscar melhorias no tempo de resposta do regime transitório. O tempo de subida pode ser melhorado com a adição de zeros simples ao percurso direto do sistema, conforme nos diz NISE (2009, p. 366). O compensador pode ser representado por uma função de transferência como a da equação 2.31. Este controlador não é utilizado sozinho por não corrigir a resposta final do sistema e sim suas características transitórias.

$$G_c(s) = s + z_c \quad (2.31)$$

2.13 Controlador PID

A resposta geral do sistema, tanto transitória quanto a de regime estacionário podem ser melhorada com a junção dos controladores proporcional(P), integral(I) e derivativo(D) formando, assim, o controlador PID.

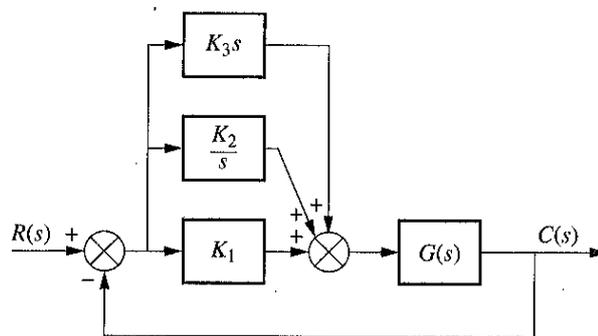


Figura 22 – Controlador PID. Fonte: NISE (2009, p. 376)

A função de transferência do controlador PID é obtida a partir do diagrama de blocos da figura 22. A função apresenta dois zeros e um polo na origem. Um zero e um polo na origem podem ser implementados pelo controlador PI ao passo que o outro zero pode ser manipulado pelo controlador derivativo.

$$G_c(s) = K_1 + \frac{k_2}{s} + k_3 s \quad (2.32)$$

$$G_c(s) = \frac{k_3(s^2 + \frac{k_1}{k_2}s) + \frac{k_2}{k_3}}{s}$$

2.14 Servomecanismos

O termo servomecanismos foi introduzido por Hazen ², em 1934, para sistemas de controle de posição (OGATA, 2013, p. 1). Entretanto, o termo é utilizado hoje para

² Harold Locke Hazen (1901 – 1980) engenheiro eletricista americano.

se descrever sistemas cujo o objetivo abrange tanto o controle de posição quanto o de velocidade.

A título de exemplo, podemos citar um servomecanismo para controle do ângulo de abertura de uma garra robótica, como ilustra a figura 23. Na figura, podemos ver que se trata de um sistema de malha fechada cujo ângulo de abertura é realimentado e comparado com o o ângulo desejado gerando um sinal de erro. Outro exemplo seria o controle da velocidade de uma mesa rotatória utilizada em dispositivos como leitores de cd/dvd, HD's etc. Tais dispositivos necessitam de uma velocidade constante, independentemente do desgaste do motor, de variações de carga e de alterações de outros componentes (DORF; BISHOP, 2009, p. 16).

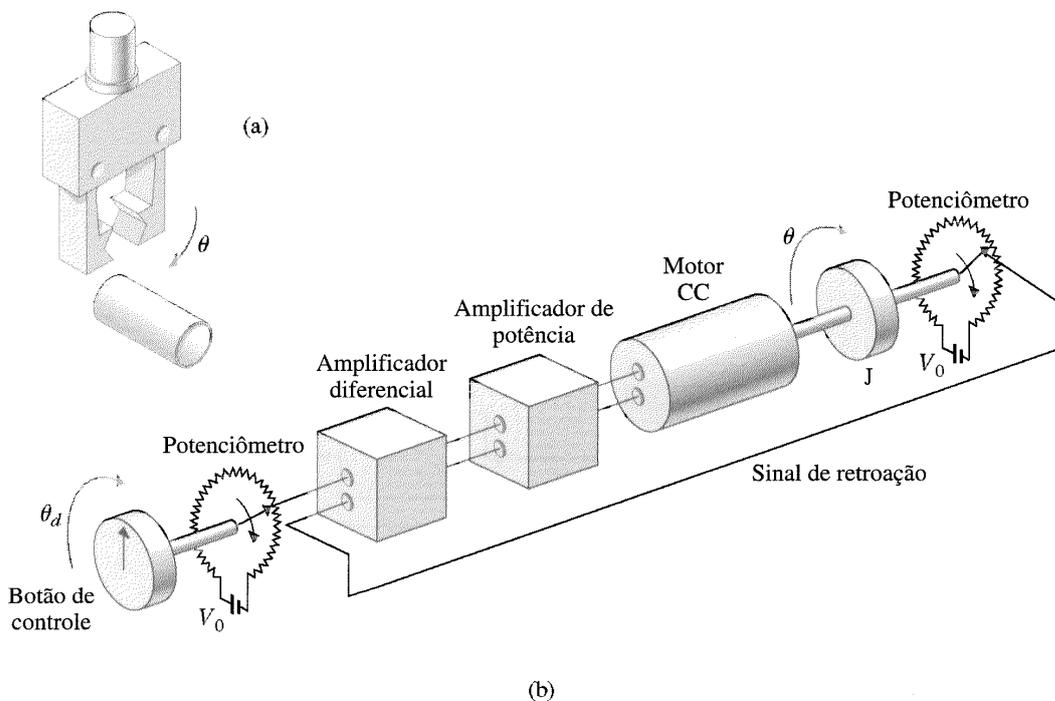


Figura 23 – Servomecanismo para o controle de uma garra robótica Fonte: NISE (2009, p. 376)

Considerando um servomecanismo, como o visto na figura 24, podemos obter seu modelo como se segue:

Tem-se um par de potenciômetros. O primeiro (r) é ajustado por uma pessoa para uma posição de entrada qualquer. O segundo potenciômetro (c) mede a posição atual da garra. Um circuito eletrônico realiza a subtração do sinal proveniente do potenciômetro da posição da garra com o da entrada gerando uma tensão de erro.

A diferença entre a posição r do braço de entrada e a do braço de saída c, corresponde ao sinal de erro, $e = r - c$. A tensão de erro, e_v , pode ser modelada como:

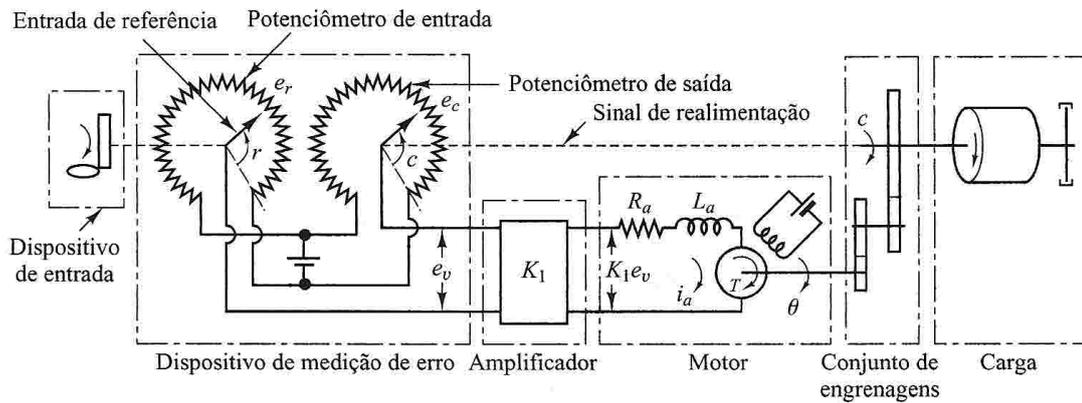


Figura 24 – Diagrama de um servossistema. (OGATA, 2013, p. 84)

$$\begin{aligned}
 e_v &= e_r - e_c \\
 e_r &= k_0 r \\
 e_c &= k_0 c
 \end{aligned}
 \tag{2.33}$$

Onde e_r e e_c são as tensões referentes ao potenciômetro de entrada e saída, respectivamente. k_0 é uma constante de proporcionalidade.

Para um motor de corrente contínua, o torque desenvolvido pelo motor é dada por:

$$T = K_2 i_a \tag{2.34}$$

Sendo que K_2 é uma constante de torque do motor e i_a a corrente da armadura do motor. Quando a armadura do motor gira, uma tensão proporcional ao produto do fluxo pela velocidade angular é induzida na armadura. Essa tensão é dada por:

$$e_b = K_3 \frac{d\theta}{dt} \tag{2.35}$$

Sendo que e_b é a força contra eletromotriz (fcem), k_3 é a constante de fcem do motor e θ o deslocamento angular do eixo do motor. A equação do circuito da armadura é dada por:

$$\begin{aligned}
 L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + e_b &= e_a \\
 L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + K_3 \frac{d\theta}{dt} &= K_1 e_v
 \end{aligned}
 \tag{2.36}$$

A equação do equilíbrio do torque:

$$J_0 = \frac{d^2\theta}{dt^2} + b_0 \frac{d\theta}{dt} = T = k_2 i_a \tag{2.37}$$

Onde J_0 é o momento de inércia da combinação motor, carga e conjunto de engrenagens acopladas ao eixo do motor e b_0 é o coeficiente de atrito viscoso dos mesmos

componentes acoplados ao motor. Trabalhando-se no domínio s , e eliminando-se i_a das equações 2.36 e 2.37:

$$\frac{\Theta(s)}{E_v(s)} = \frac{k_1 k_2}{s(L_a s + R_a)(J_0 s + b_0) + k_2 k_3 s} \quad (2.38)$$

Se utilizarmos um conjunto de engrenagens, onde o eixo de saída gira n vezes para cada volta do eixo do motor, tal que:

$$C(s) = n\Theta(s) \quad (2.39)$$

Pode-se relacionar $E_0(s)$, $R(s)$ e $C(s)$ da seguinte forma:

$$E_0(s) = k_0[R(s) - C(s)] \quad (2.40)$$

O diagrama em blocos do sistema pode ser visto na figura 25. A função de transferência do ramo direto do sistema é dada por:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\Theta(s)}{E_0(s)} \frac{E_0(s)}{E(s)} \\ G(s) &= \frac{k_0 k_1 k_2 n}{s[(L_a s + R_a)(J_0 s + b_0) + k_2 k_3]} \end{aligned} \quad (2.41)$$

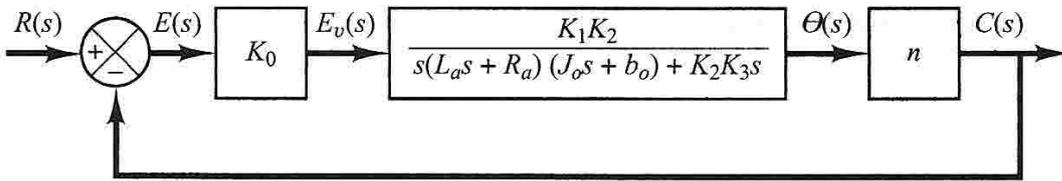


Figura 25 – Diagrama em blocos do servossistema. (OGATA, 2013, p. 84)

Quando a indutância L_a for pequena, a mesma pode ser desprezada segundo OGATA (2013, p. 85) e a equação 2.41 pode ser simplificada para:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{k_0 k_1 k_2 n}{s[R_a(J_0 s + b_0) + k_2 k_3]} \\ G(s) &= \frac{k_0 k_1 k_2 n / R_a}{J_0 s^2 + (b_0 + \frac{k_2 k_3}{R_a})s} \end{aligned} \quad (2.42)$$

A inércia J_0 e o atrito viscoso $b_0 + (\frac{k_2 k_3}{R_a})$ referem-se ao eixo do motor. Porém, nosso interesse é no eixo de saída. Assim, multiplicamos por $\frac{1}{n^2}$ para obter novos parâmetros:

$$\begin{aligned} J &= \frac{J_0}{n^2} = \text{momento de inércia referente ao eixo de saída} \\ B &= \frac{[b_0 + (\frac{k_2 k_3}{R_a})]}{n^2} = \text{coeficiente de atrito viscoso referente ao eixo de saída} \\ K &= k_0 k_1 k_2 / n R_a \end{aligned} \quad (2.43)$$

Dessa forma, a equação 2.42 pode ser simplificada para:

$$G(s) = \frac{K}{Js^2+B} \text{ ou} \quad (2.44)$$

$$G(s) = \frac{K_m}{s(T_m s+1)}$$

Onde $K = \frac{K}{B}$, $T_m = \frac{J}{B} = \frac{r_0 J R_a}{R_a b_0 + k_2 k_3}$.

A figura 26 mostra o diagrama em blocos simplificado do servossistema. A função de transferência em malha fechada é dada por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{Js^2+Bs+K} \quad (2.45)$$

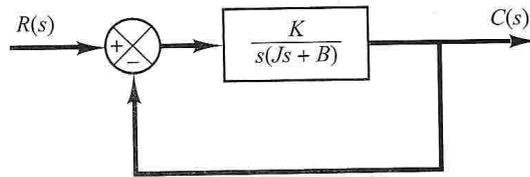


Figura 26 – Diagrama em blocos simplificado do servossistema. (OGATA, 2013, p. 84)

Por conveniência, se escrevermos :

$$\begin{aligned} \frac{K}{J} &= \omega_n^2 \\ \frac{B}{J} &= 2\tau\omega_n^2 \\ \tau &= \frac{B}{2\sqrt{JK}} \end{aligned} \quad (2.46)$$

A equação 2.44 pode ser reescrita como:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.47)$$

Que é a *forma-padrão* já obtida para um sistema de segunda ordem. Este será o modelo matemático a ser usado neste trabalho.

2.15 Lugar Geométrico das Raízes - LGR

O lugar geométrico das raízes constitui-se em um método gráfico de auxílio na determinação da estabilidade de um sistema com realimentação. Os pólos em malha aberta de um sistema são facilmente determinados e não sofrem influência com o ganho. De forma contrária, os pólos em malha fechada são difíceis de se obter e mudam com o ganho do sistema (NISE, 2009, p. 304).

Assim, o LGR permite o estudo da faixa de valores do ganho do sistema que geram estabilidade, instabilidade e condições oscilatórias (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2013, p. 189).

O método consiste em se avaliar o denominador da função de transferência em malha fechada de um sistema. Por exemplo, para o sistema pela função de transferência dada pela equação 2.48.

$$T(s) = \frac{KG(s)}{1+KG(s)H(s)} \quad (2.48)$$

Existe um polo na equação 2.48 quando o polinômio característico se anula. ou seja:

$$\begin{aligned} 1 + KG(s)H(s) &= 0 \\ KG(s)H(s) &= -1 \end{aligned} \quad (2.49)$$

Em forma polar, tem-se:

$$KG(s)H(s) = 1 \angle (2k + 1)180^\circ \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (2.50)$$

$$|KG(s)H(s)| = 1 \quad (2.51)$$

Para que um polo s , pertença ao LGR, ele deve satisfazer as condições de angulo (2.50) e módulo (2.51). O ganho K do sistema pode ser obtido a partir da 2.51:

$$K = \frac{1}{|G(s)H(s)|} \quad (2.52)$$

2.15.1 Regras básicas para obtenção do LGR

1. Número de ramos: O número de ramos é igual ao número de polos à malha aberta;
2. Simetria: O LGR é simétrico em relação ao eixo real;
3. Sobre o eixo real, para $k > 0$ o lugar das raízes existe à esquerda de um número ímpar de pólos e/ou zeros a malha aberta finitos sobre o eixo real;
4. Pontos de inicio e término: O LGR se inicia nos pólos finitos e infinitos de $G(s)H(s)$ e termina nos zeros finitos e infinitos de $G(s)H(s)$;
5. Assíntotas:

$$\sigma_a = \frac{\sum \text{polos finitos} - \sum \text{zeros finitos}}{\# \text{polos finitos} - \# \text{zeros finitos}} \quad (2.53)$$

$$\theta_a = \frac{(2k+1)\pi}{\# \text{polos finitos} - \# \text{zeros finitos}}$$

3 Desenvolvimento

3.1 Descrição do Sistema

O projeto desenvolvido consistiu no desenvolvimento de um circuito eletrônico que, em conjunto com uma interface desenvolvida no Matlab, permite a análise de circuitos de segunda ordem por meio de um servomecanismo.

A finalidade do kit proposto consiste em fornecer um recurso a mais para o professor/estudante de sistema de controle demonstrar ou assimilar os conceitos relacionados à disciplina, dentre eles:

1. Estudo da estabilidade;
2. Análise da resposta em frequência;
3. Diagramas de Bode;
4. Estudo de controladores e compensadores;
5. Sintonia de controladores PID por Ziegler-Nichols;
6. Servomecanismos.

O esquema geral do projeto pode ser visto na figura 27 e será detalhada adiante.

Assim, o projeto é constituído da seguinte forma.

1. Interface entre o usuário e o módulo de aquisição de dados. Abrange a parte de interface entre o usuário e a parte eletrônica do projeto. Foi desenvolvida por meio do Matlab e permite a geração de sinais de testes tais como degrau, rampa e seno. A interface de usuário gera gráficos da resposta do sistema provenientes do kit eletrônico. A figura 28 ilustra um protótipo de interface para aquisição de dados e controle do sistema.
2. Módulo de Aquisição de Dados: Refere-se à parte eletrônica que permite a comunicação entre a interface do Matlab e os módulos PID e driver de acionamento do motor. Este módulo possui uma interface de comunicação USB-serial a qual realiza a comunicação com a interface recebendo os sinais de testes e retornando as respostas obtidas dos sistemas.

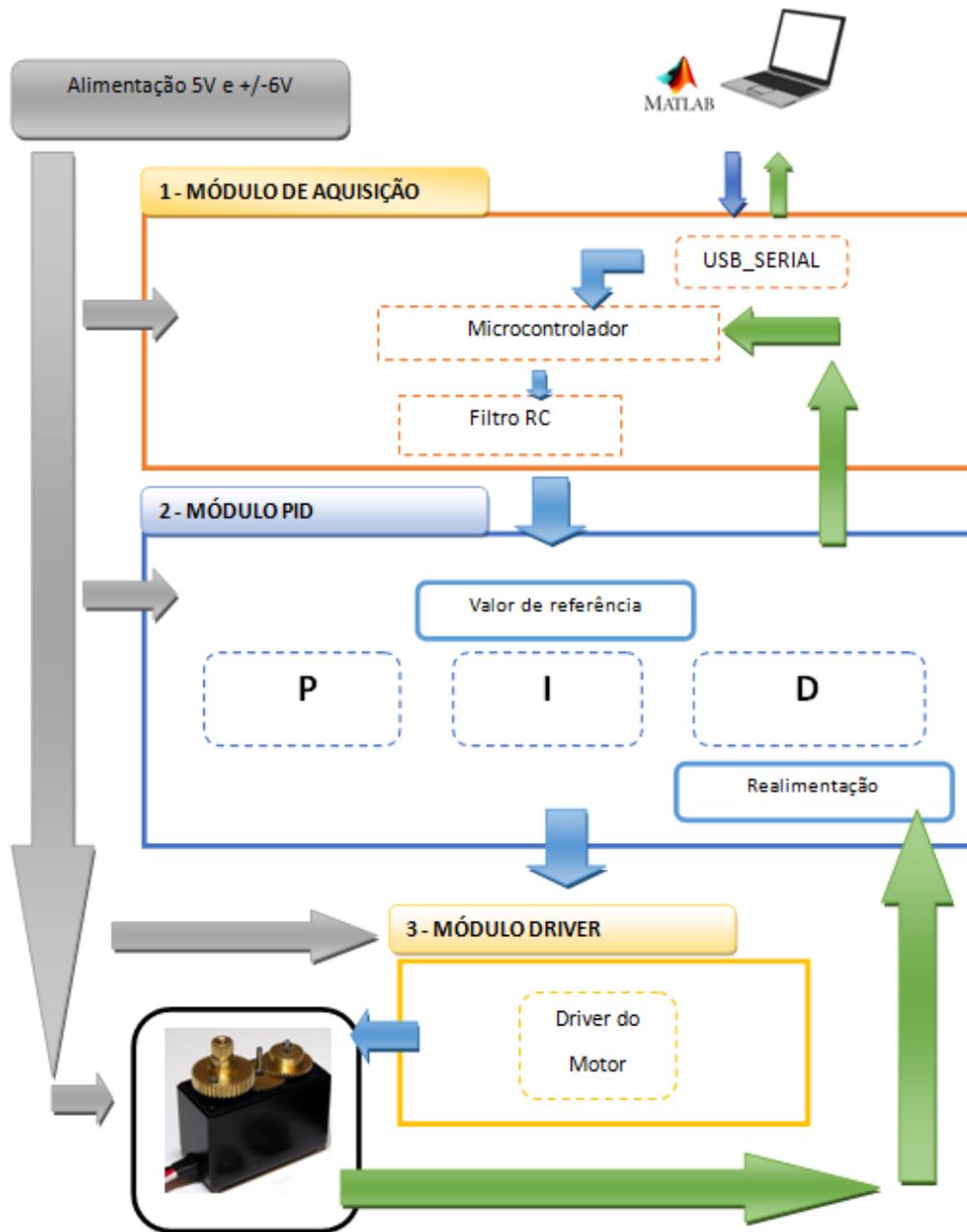


Figura 27 – Diagrama de blocos do projeto.

3. Módulo controlador PID: projetado com amplificadores operacionais permite que seja estudado os tipos de influência de cada controlador no sistema: proporcional (K_p), integral (K_i), e derivativo (K_d) e sua atuação conjunta.
4. Driver de potência: Consiste em um circuito que faz o acionamento do motor do servo. O sinal proveniente do módulo PID não é capaz de fornecer a corrente necessária para se acionar o motor do servo. Sendo necessário um circuito que, a partir de uma corrente pequena, forneça uma corrente maior. Assim, a finalidade do módulo driver é assegurar que o PID acionará o motor de forma correta elevando a potência entregue ao mesmo.

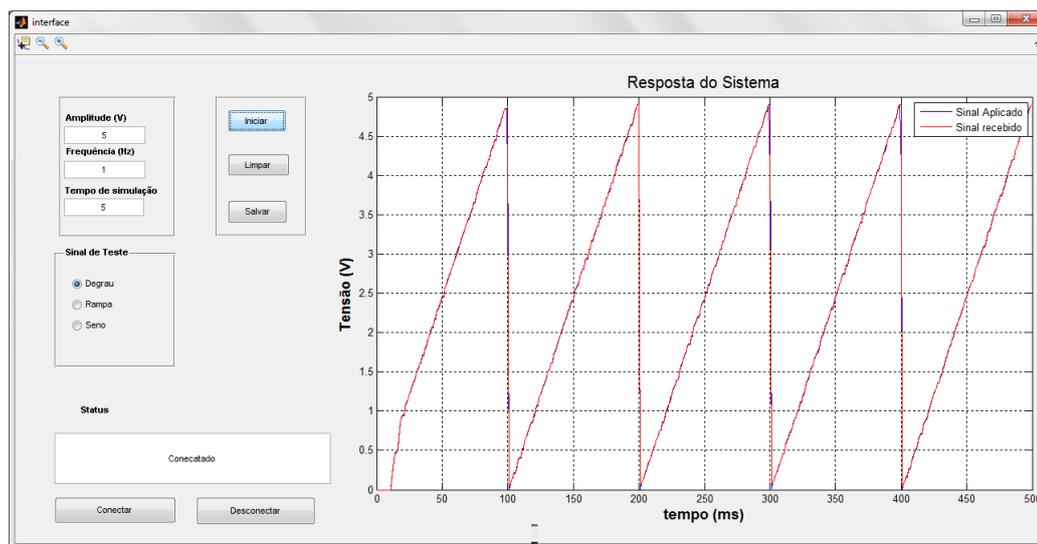


Figura 28 – Protótipo de interface de controle do Sistema.

5. modulo de servomecanismo: Este modulo permitirá a análise de circuitos de segunda ordem mediante a simulação de um servomecanismo onde a velocidade angular e posição de um disco acoplado ao eixo de um motor D.C. poderão ser estudadas.

A leitura da posição (ângulo) do disco é realizada por meio de um potenciômetro para gerar uma tensão proporcional à posição do disco.

Como a velocidade do motor é alta e com baixo torque, faz-se necessário o uso de um conjunto de engrenagens de redução para que o sistema apresente uma resposta lenta e tenha torque o suficiente para acionar o disco e o tacômetro acoplados ao seu eixo.

A aquisição/construção de engrenagens consiste em um ponto critico e optou-se por utilizar um servo adaptado. Em sua construção, o servo já possui um potenciômetro e um conjunto de engrenagens de redução.

3.2 Programação do microcontrolador e Matlab

Para realizar a comunicação serial e a geração de sinal PWM optou-se por utilizar um microcontrolador AVR ATMEGA328, utilizado na placa ARDUINO UNO[®] que consiste em um kit de desenvolvimento opensource com vasta documentação e projetos. Além disso, a programação do microcontrolador é feita no próprio módulo não havendo a necessidade de aquisição ou montagem de circuito externo para programação. Sendo assim, o kit ARDUINO será utilizado para programar o microcontrolador sendo posteriormente desenvolvida uma placa de circuito impresso (PCI) para a integração do microcontrolador e chip de comunicação USB (descrito adiante).

Tabela 1 – Características Técnicas ATMEGA328

Frequência de operação	16 MHz
Tensão de operação	5V
Canais PWM	6
frequência PWM	60 Hz a 62.5kHz
Canais AD	6 (10 bits)
Memoria Flash	32KB
Memoria SRMA	2KB
Memoria EEPROM	2B

Para o desenvolvimento do código utilizou-se a IDE ATMEL STUDIO6[®] configurada para se trabalhar com a linha ARDUINO. O fluxograma do código (figura 29) consiste em receber a quantidade de pontos contidos em um ciclo do sinal, e repeti-los pelo tempo definido na variável tempo de simulação. Para haver sincronismo entre o sinal recebido e o devolvido pelo microcontrolador utilizou-se uma interrupção do timer. Com esta interrupção o timer1 executa a cada 10ms a geração de sinais PWM e a posterior leitura do sinal presente no canal AD.

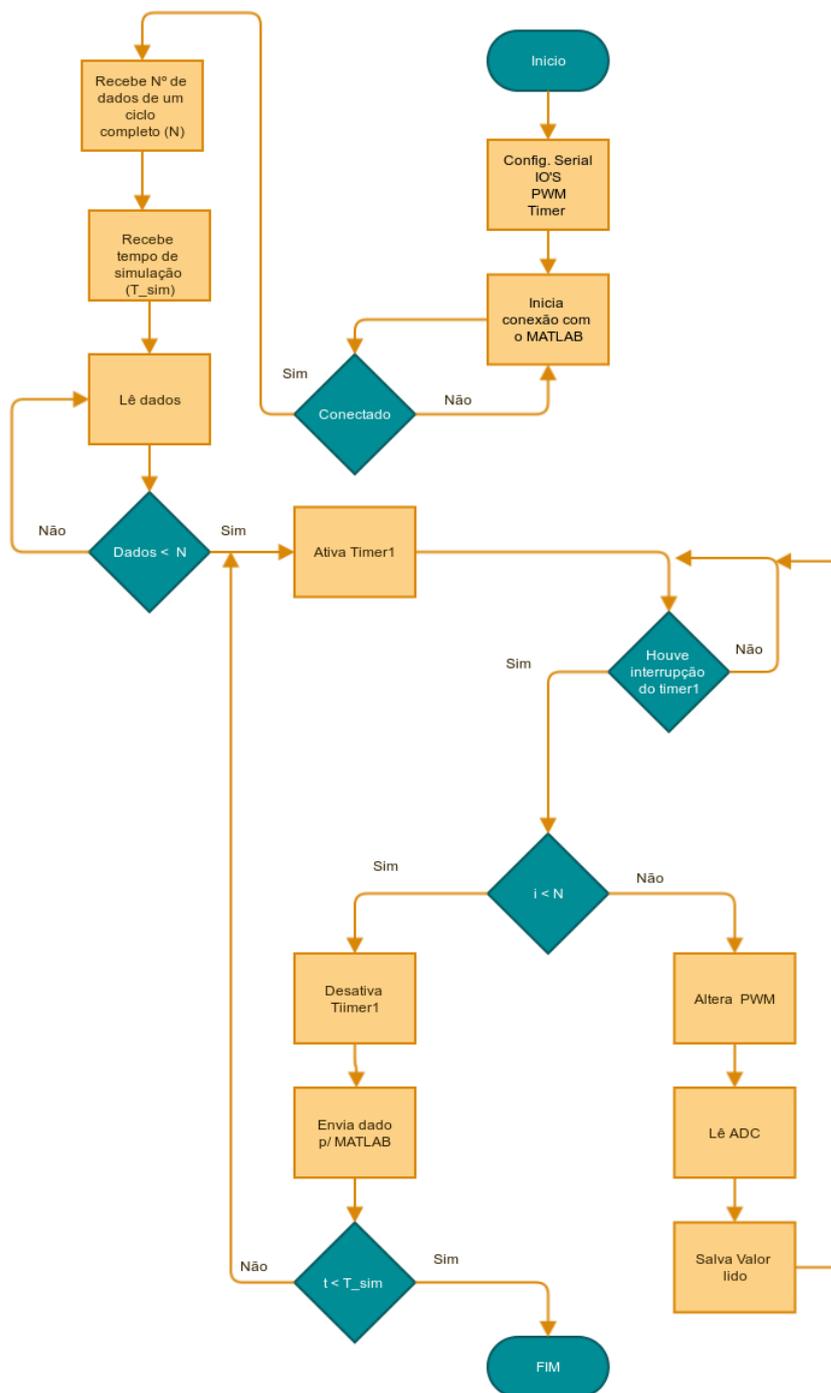


Figura 29 – Fluxograma implementado no microcontrolador.

O Matlab será o responsável por enviar e receber os dados obtidos do sistema. Assim, desenvolveu-se um script para realizar a aquisição de dados. O fluxograma (figura 30) implementa a comunicação serial e envia, primeiramente, a quantidade de pontos contidos em um ciclo do sinal e em seguida o tempo de simulação desejado. Em seguida o script, fica em loop até receber todos os dados gerando, em seguida, um gráfico dos dados obtidos.

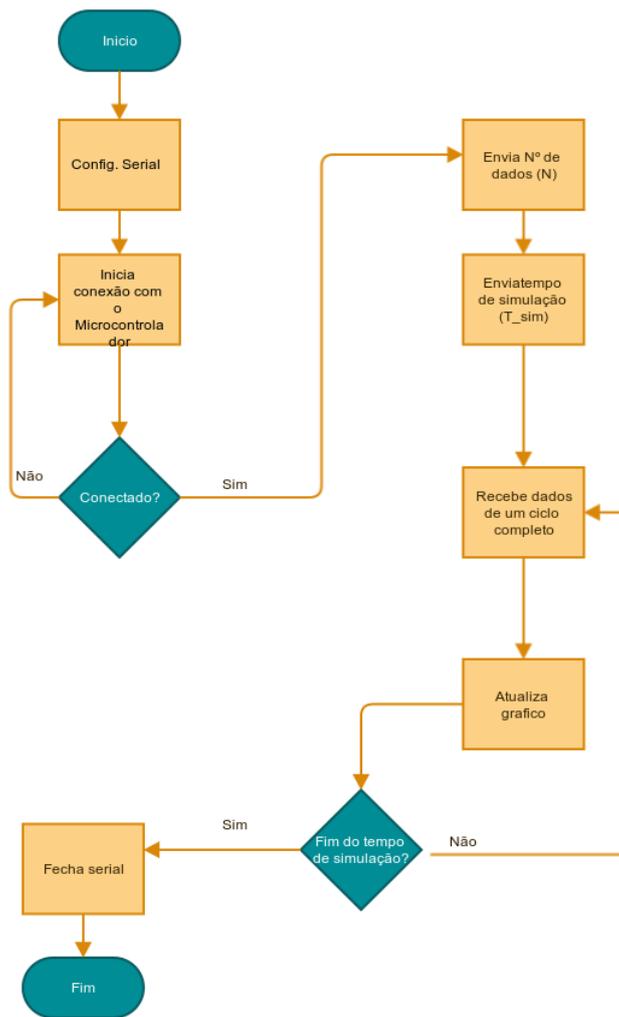


Figura 30 – Fluxograma implementado no Matlab

3.3 Comunicação USB-Serial

O kit ARDUINO UNO possui um chip interno que realiza a adequação dos níveis USB e protocolo para que o chip AVR presente no kit os interprete corretamente pelo módulo serial. Contudo, não se pretende utilizar o kit ARDUINO e sim apenas o microcontrolador. Com isso, fez-se necessário a utilização de um chip externo para realizar a conversão USB-serial. Utilizou-se o chip FTDI[®] FT2232rl (figura 31). Este chip permite tanto transferências USB como Serial FTDI (2010). Este chip permite trabalhar com Baudrates de até 1Mbits/s. O microcontrolador utilizado possui um Baudrate máximo de 2Mbits/s. Com essa limitação o sistema só pode transferir à menor das taxas, no caso a do chip FT2232rl que é de 1Mbits/s. Ao se enviar um sinal com um período de 100 ms (10 Hz) o microcontrolador deve acionar o PWM, aguardar o AD converter a tensão presente em seu canal de leitura para só, assim, retornar o valor lido. A comunicação serial também introduz erros de temporização, devendo ser mantida à máxima taxa de Baudrate.



Figura 31 – Módulo FT232rl

As principais características do módulo FT232rl são dadas a seguir:

1. A UART suporta 7 e 8 bits de dados; 1/2 stop bits e paridade par/impar/marca/espaco e nenhuma.
2. Taxa de transferência entre 300 a 3M Baud (TTL).
3. Taxa de transferência entre 300 a 1M Baud (RS232).
4. Taxa de transferência entre 300 a 3M Baud (RS422/RS485).
5. Compatível com bus USB 1.1 e 2.0
6. Tensão de alimentação entre 4,35V a 5,25V fornecida pela porta USB.
7. Regulador integrado de 3.3v para Entrada/Saída USB
8. Compatível com os controladores Host: UHCI/OHCI/EHCI

3.4 Conversão de sinal digital para analógico mediante o uso de PWM (Pulse Width Modulation)

Ao se utilizar um computador para geração de sinais de teste por meio do Matlab, o sinal gerado não será um sinal analógico contínuo e sim uma representação discretizada do sinal de teste. A entrada de *setup point* dos controladores PID deve ser um sinal analógico contínuo. Quando se deseja obter um sinal analógico a partir de um sinal digital é necessário o uso de um conversor digital para analógico (DAC).

Apesar de alguns microcontroladores atuais possuírem DAC's internamente, com resoluções de 10 a 12 bits, os mesmos costumam ser caros. Há também a opção de comprar um DAC separado, porém, seu custo também não é baixo. As clássicas redes resistivas com pesos binários, escada R-2R, fontes de correntes binárias, entre outras possuem a limitação da quantidade de componentes crescer de acordo com o número de bits dos dados digitais de entrada, além de exigirem precisão nos resistores usados.

Optou-se, dessa forma, por implementar um DAC de baixo custo, por meio da conversão de um sinal Modulado por Largura de Pulso (PWM) e posterior filtragem do sinal para se eliminar as altas frequências presentes no sinal PWM.

Tal escolha por este método se deve, em princípio, a proposta de ser um kit didático que utilize componentes de baixo custo e fácil aquisição para que o kit possa ser replicado pelos alunos que tiverem interesse.

Dessa forma, buscou-se utilizar o microcontrolador para gerenciar os sinais de controle e resposta do sistema. A própria implementação do controle PID que poderia, inclusive, ser feita no microcontrolador foi feita utilizando-se componentes discretos (Amplificadores Operacionais, resistores e capacitores). Assim, a geração do sinal analógico para o controlador PID é feita a partir do uso de um PWM interno do microcontrolador e é submetido a um filtro de 2ª ordem RC.

3.4.1 Análise no domínio da frequência de um sinal PWM

Um sinal Modulado por Largura de Pulso (PWM) consiste em uma onda quadrada de frequência fixa, porém com o ciclo ativo variável conforme ilustra a figura.

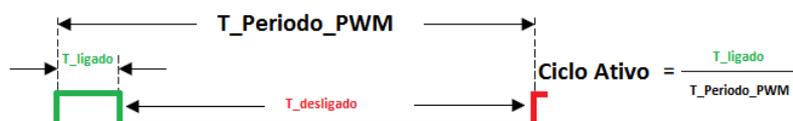


Figura 32 – Sinal PWM. Fonte: Nisarga (2011, p. 2) com adaptações.

A teoria de Fourier afirma que qualquer sinal periódico pode ser representado por

uma soma infinita de senos e cossenos múltiplos de uma frequência fundamental. Dessa forma, um sinal periódico pode ser matematicamente representada pela equação 3.1.

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(\frac{2n\pi}{T}) + B_n \sin(\frac{2n\pi}{T})] \quad (3.1)$$

$$A_0 = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t) dt \quad (3.2)$$

$$A_n = \frac{1}{T} \int_{-T}^T f(t) \cos(\frac{2n\pi}{T}) dt \quad (3.3)$$

$$B_n = \frac{1}{T} \int_{-T}^T f(t) \sin(\frac{2n\pi}{T}) dt \quad (3.4)$$

Assim, um sinal PWM pode ser decomposto em uma componente D.C com a soma de uma onda quadrada com media zero para cada ciclo do sinal, conforme se vê na figura 33 onde suas componentes A_0 , A_n e B_n são dadas pela equação 3.5:

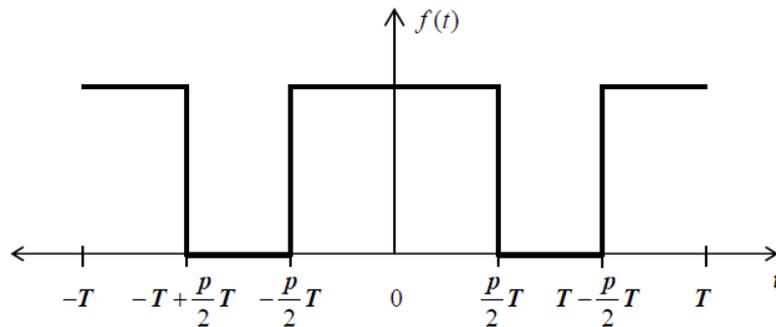


Figura 33 – Análise de um sinal PWM. (ALTER, 2008, p. 5)

$$\begin{aligned} A_0 &= k.p \\ A_n &= k \frac{1}{np} [\text{sen}(n\pi p) - \text{sen}(2n\pi p(1 - p/2))] \\ B_n &= 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

A partir das equações 3.5, pode-se ver que o nível D.C. do sinal, dado pela componente A_0 é determinada pelo período do sinal PWM e que as harmônicas do sinal PWM são obtidas pelo termo A_n e são múltiplas da frequência fundamental do PWM.

3.5 Filtragem do Sinal PWM

O sinal PWM representado pela equação 3.5 pode ser representada no domínio da frequência conforme se ilustra na figura 34. Dito isto, se verifica que ao se submeter o

sinal PWM a um filtro passa baixas, retirando-se as harmônicas, dadas pelo termo A_n , pode-se obter um nível dc do sinal que é regulado por meio do ciclo ativo do PWM (figura 35).

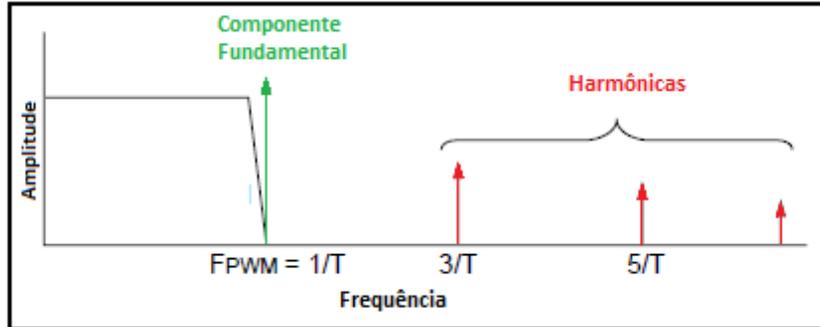


Figura 34 – Espectro de frequências de um sinal PWM. (MICROCHIP, 2002, p. 1)

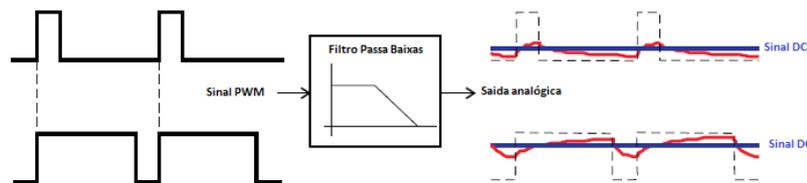


Figura 35 – Obtenção de um sinal DC a partir de um sinal PWM. (NISARGA, 2011, p. 2)

Para eliminar as harmônicas indesejadas do sinal, utilizou-se um filtro de segunda ordem RC, implementado pelo cascadeamento de dois filtros RC de primeira ordem, com um polo em 1000 HZ. A função de transferência para o filtro é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \\ \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} &= \frac{(2*\pi*1000)^2}{s^2 + 2*0,72*\pi*1000s + (2*\pi*1000)^2} \end{aligned} \quad (3.6)$$

A resposta em frequência do filtro é a vista no gráfico de bode da figura 36

A resolução do sinal filtrado dependerá de quantos níveis o PWM pode representar. Tendo em vista que o ciclo ativo do PWM gerado pelo microcontrolador possui passos discretos de 0 a 100%. A resolução do sinal é dado pela equação 3.7

$$\begin{aligned} F_{CLOCK} &= \frac{2^N}{F_{PWM}} \\ 2^N &= \frac{F_{CLOCK}}{F_{PWM}} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Onde F_{PWM} é frequência do PWM, F_{CLOCK} é a frequência do sinal aplicado ao circuito gerador de PWM (obtido a partir de um cristal externo) e N corresponde a resolução do PWM.

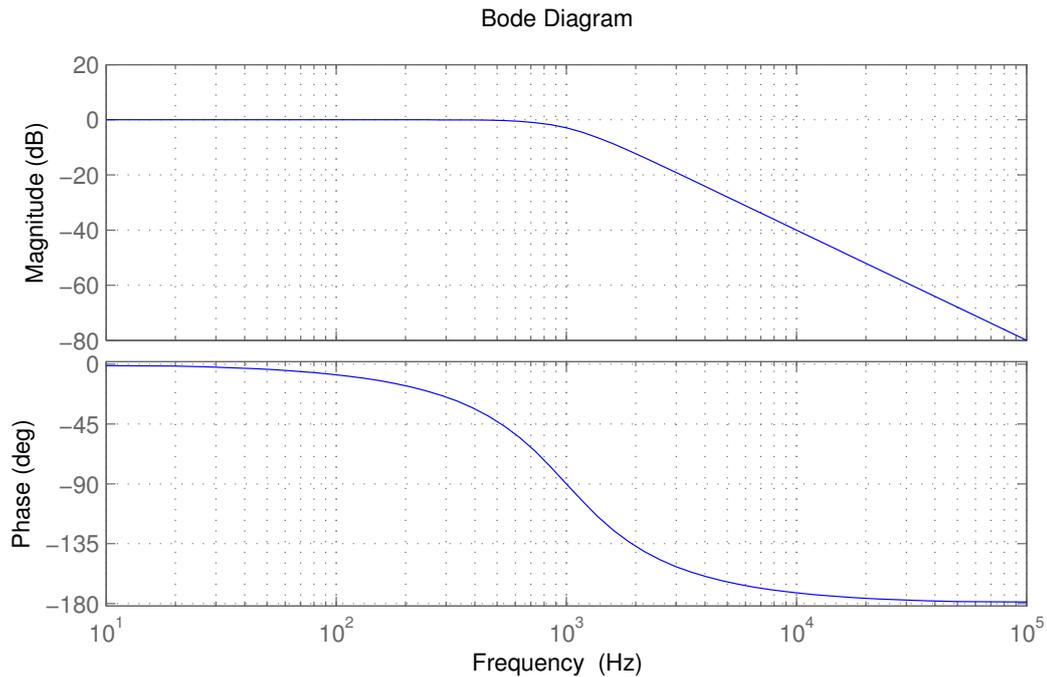


Figura 36 – Gráfico de bode para o filtro RC com polo em 1000Hz.

Pela equação 3.7, nota-se que quanto maior o *clock* utilizado ou maior a frequência do sinal PWM resultará em uma resolução maior.

Contudo há limitações: O sinal filtrado conterá harmônicas (frequências inteiras múltiplas da frequência do PWM) não filtradas devido a imperfeições do filtro real para o idealizado. Estas harmônicas causaram *ripple* no sinal. O ripple pode ser reduzido de 3 maneiras (NISARGA, 2011, p. 5):

1. aumentando a inclinação com que o ganho decresce até a banda de rolagem: Implica no desenvolvimento de filtros de maior ordem e complexidade.
2. diminuindo a frequência de corte: Afeta a largura de banda do DAC e consequentemente a largura do sinal filtrado.
3. aumentando-se a frequência do PWM: Como visto na equação 3.7 isto implica na redução da resolução do PWM.

Face a este impasse, escolheu-se o extremo, mantendo-se uma frequência de PWM alta e um filtro simples, mesmo implicando em algum *ripple* no sinal.

O microcontrolador utilizado permite a geração de sinais PWM de 490 Hz a 62.5 kHz com 255 níveis possíveis. Utilizou-se a frequência de 62.5 kHz e um filtro com uma frequência de corte em 1000 Hz. Com uma alimentação de 5V, a resolução do conversor fica em 19.6 mV/bit.

3.6 Geração de Tensões Negativas

Devido ao microcontrolador ser alimentado por uma tensão positiva e não possuir internamente um circuito para gerar tensões negativas, o microcontrolador só é capaz de fornecer tensões na faixa de 0 a 5V. Assim, faz-se necessário a implementação de um circuito externo para se obter valores negativos.

A figura 37 apresenta a solução proposta por esse trabalho para se obter os sinais de amplitude negativa.

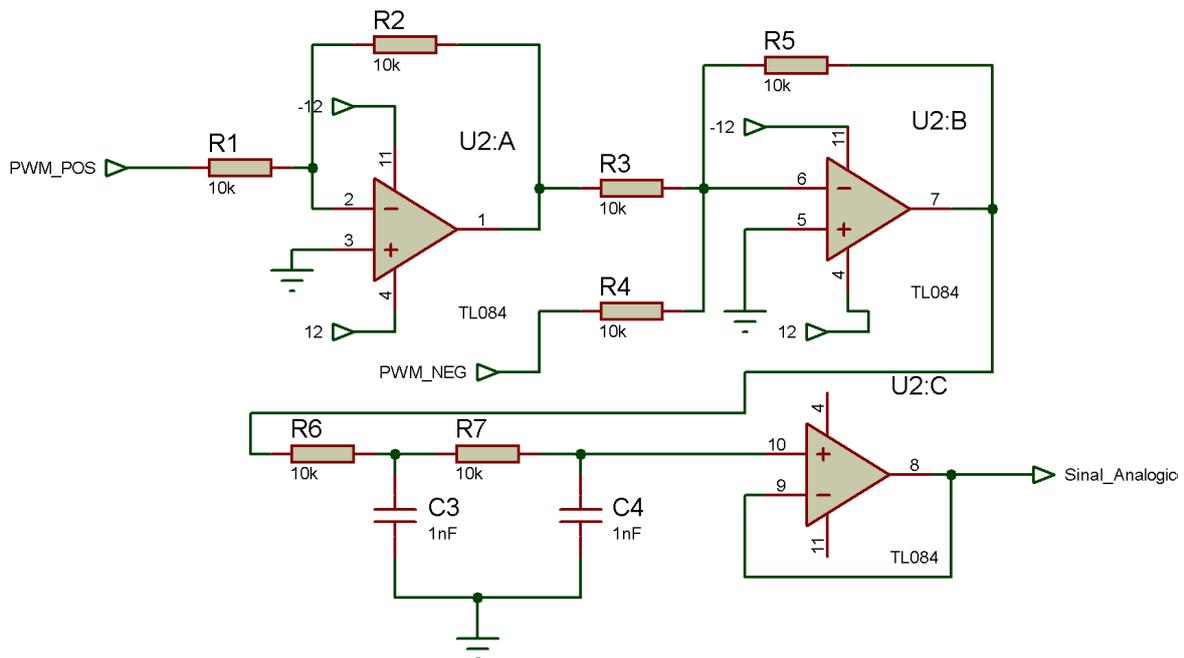


Figura 37 – Circuito para obtenção de tensões positivas e negativas.

O circuito da figura 37 consiste em um circuito inversor (U2:A) e um somador (U2:B). No micro, são gerados dois sinais PWM's iguais: um para o ciclo negativo e outro para o ciclo positivo, no caso de um sinal de teste senoidal, por exemplo. Internamente, o microcontrolador verifica se o sinal é positivo ou negativo e ativa a saída correspondente aterrando o pino de saída complementar.

Ou seja, se o sinal de teste está no ciclo positivo a saída positiva do microcontrolador terá um sinal PWM enquanto a saída negativa estará em nível lógico 0. Quando o sinal de teste estiver no ciclo negativo o inverso ocorre; a saída positiva é aterrada ao passo que a saída negativa recebe o sinal PWM.

No circuito gerador de tensão negativa e positiva, quando a entrada PWM_{POS} recebe um sinal PWM, a entrada PWM_{NEG} está aterrada e a saída do circuito é um sinal que varia de 0 a 6 V. Quando a entrada PWM_{POS} esta em 0 e a PWM_{NEG} recebe um sinal PWM a saída será um sinal negativo. O diagrama eletrônico e PCI do módulo

de aquisição, composto pelo circuito de comunicação USB, filtro e circuito de geração de tensões negativas e positivas é visto nas figuras 38 e 39, respectivamente.

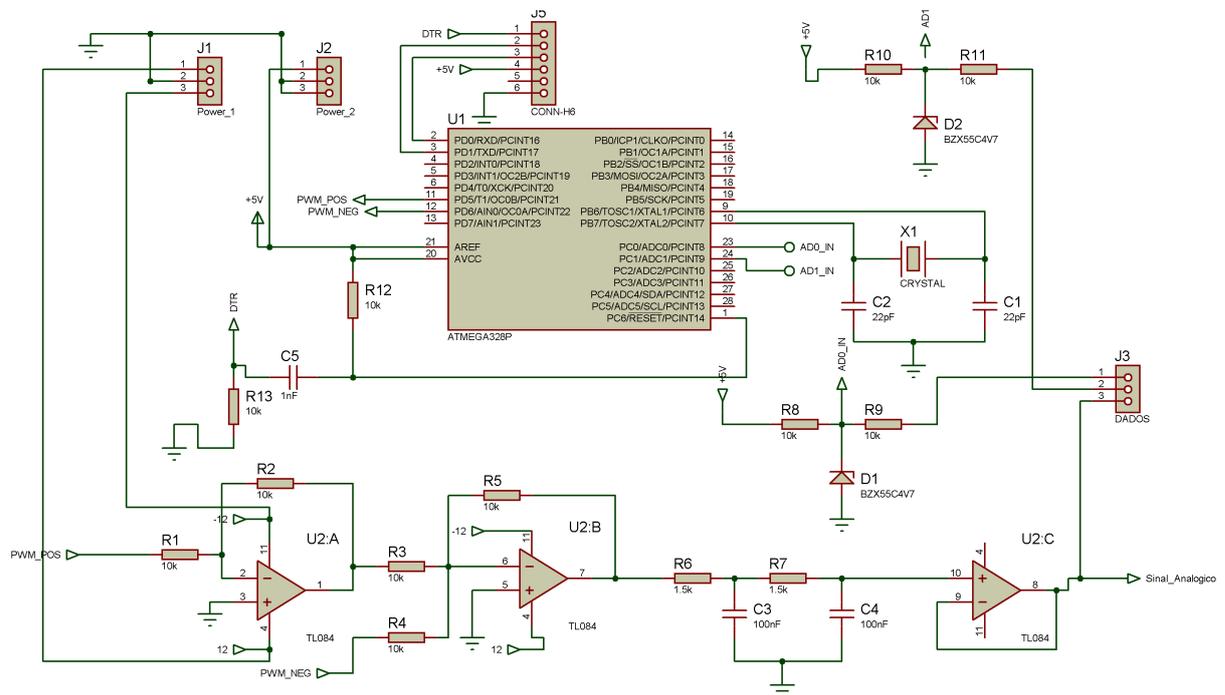


Figura 38 – Diagrama eletrônico do módulo de Aquisição.

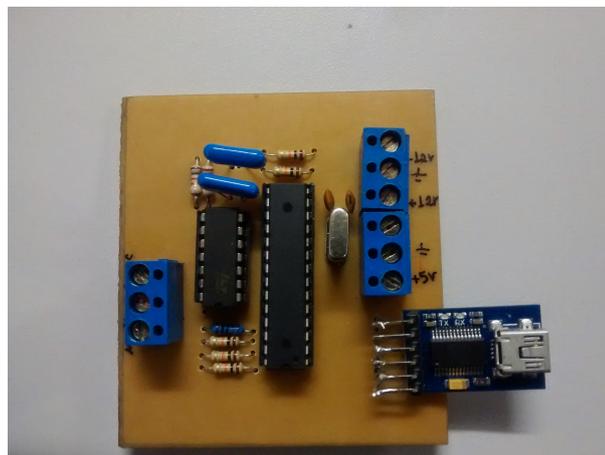


Figura 39 – PCI do módulo de Aquisição.

3.7 Implementação do controlador PID

Um controlador PID pode ser implementado por apenas um componente ativo (MEHMET; MUHAMMET; AYTEN, 2013; MICHAL; PRÉMONT, 2010). Entretanto, por se tratar de um projeto didático, optou-se por utilizar amplificadores operacionais

(AmpOp) de forma a proporcionar ganhos proporcional (P), o ganho integral (I) e o derivativo (D)) de forma independentemente. Assim, a solução adotada consiste em se utilizar os AmpOp's nas seguinte configurações (TERRELL., 2010, p. 39-72):

1. Amplificador inversor: Este circuito amplifica o sinal com um ganho P(JUNG, 2005). Sua função de transferência é dada pela equação 3.8 e o circuito é mostrado na figura 40:

$$\begin{aligned} v_o &= -\frac{R_f}{R_1} V_s \\ \frac{v_o}{v_s} &= -\frac{R_f}{R_1} \\ P &= \frac{R_f}{R_1} \end{aligned} \quad (3.8)$$

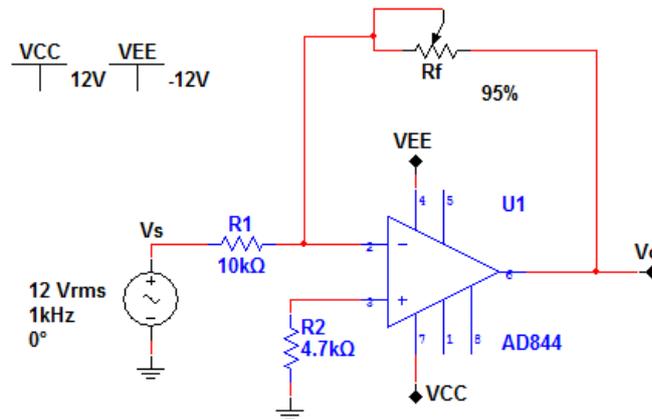


Figura 40 – Amplificador inversor

2. Amplificador Integrador: Produz um sinal de saída que é proporcional à amplitude e duração do sinal de entrada. Um integrador prático é apresentado na figura 41 onde os erros devido ao offset e corrente de polarização foram minimizados (BAKSHI A. P GODSE, 2008, p. 96).

Sua função de transferência pode ser obtida da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{V_{in}-V_a}{R_1} &= \frac{V_{in}}{R_1} \\ I_1 &= C \frac{d(V_a-V_o)}{dt} = -C \frac{dV_o}{dt} \\ I_2 &= \frac{V_a-V_o}{R_2} = -\frac{V_o}{R_2} \\ I &= I_1 + I_2 \\ V_{in} &= -C \frac{dV_o}{dt} - \frac{V_o}{R_2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Aplicando-se Laplace:

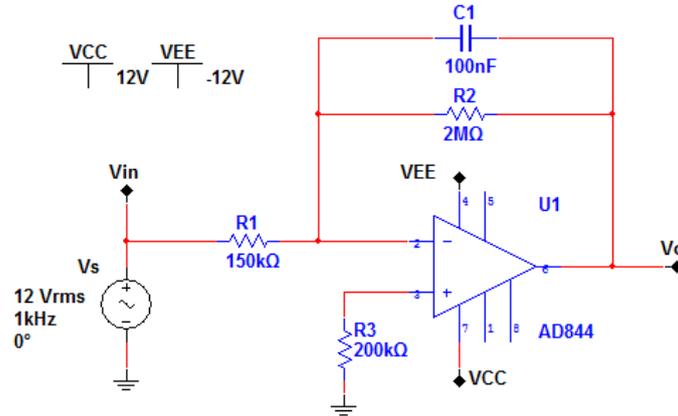


Figura 41 – Amplificador integrador

$$\begin{aligned}
 \frac{V_{in}}{R_1} &= -sCV_o - \frac{V_o(s)}{R_2} \\
 \frac{V_{in}}{R_1} &= -V_o(s) \left[sC + \frac{1}{R_2} \right] \\
 \frac{V_{in}}{R_1} &= \frac{-V_o(s) + [1 + sCR_2]}{R_2} \\
 V_o(s) &= \frac{R_2}{R_1(1 + sCR_2)} V_{in}(s)
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Para os casos em que R_2 for muito grande, o circuito se comporta como um integrador ideal:

$$\begin{aligned}
 \frac{V_0}{V_{in}} &= -\frac{1}{sR_1C} \\
 V_0(t) &= -\frac{1}{sR_1C} V_{in}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Rearranjando-se a equação 3.10 obtém-se o ganho do circuito:

$$\begin{aligned}
 \frac{V_o(s)}{V_{in}(s)} &= -\frac{R_2/R_1}{1 + sCR_2} \\
 \frac{V_o(jw)}{V_{in}(jw)} &= -\frac{R_2/R_1}{1 + jwCR_2} \\
 A &= \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + j2\pi fCR_2} \\
 A &= \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + j\frac{f}{f_a}} \\
 \text{onde: } f_a &= \frac{1}{2\pi CR_2}
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

O ganho D.C. permanece constante para todas as frequências menores do que f_a (frequência de corte). Ao atingir a frequência de corte o ganho se reduz à 20 dB/década.

A magnitude do ganho é dada por:

$$|A| = \frac{R_2/R_1}{\sqrt{1 + (\frac{f}{f_a})^2}} \tag{3.13}$$

Em $f = 0$, condição dc:

$$\begin{aligned}
 |A| &= \frac{R_2}{R_1} \\
 |A|_{dB} &= 20 \log \frac{R_2}{R_1}
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

E para $f = f_a$ (frequência de corte):

$$\begin{aligned}
 |A| &= \frac{R_2/R_1}{\sqrt{1+1}} \\
 |A| &= 0.707 \frac{R_2}{R_1} \\
 |A|_{dB} &= 20 \log 0.707 \frac{R_2}{R_1} \\
 |A|_{dB} &= 20 \log 0.707 + 20 \log \frac{R_2}{R_1} \\
 |A|_{dB} &= -3_{dB} + \text{ganh}_{odc}
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Com isso, para frequências menores do que f_a o circuito possui um ganho constante dado por 3.14. Para frequências acima de f_a o integrador apresenta um ganho de -20 dB/década até atingir $f_b = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$ onde o ganho se anula.

Para que o circuito funcione na parte integral, o período do sinal deve ser maior do que $R_2 C_1$ e a razão $\frac{R_2}{R_1} > 10$. Os valores possíveis do ganho K_i estão na faixa de 0.067 a 13.3 (Tabela 2).

Tabela de ganho do circuito Integrador (Ki)		
R1	1,50E+005	
C1	1,00E-007	
f	1	
fb	10,6103295	
R2	K i	K i dB
2,00E+006	13,333	22,499
1,90E+006	12,667	22,053
1,80E+006	12,000	21,584
1,70E+006	11,333	21,087
1,60E+006	10,667	20,561
1,50E+006	10,000	20,000
1,40E+006	9,333	19,401
1,30E+006	8,667	18,757
1,20E+006	8,000	18,062
1,10E+006	7,333	17,306
1,00E+006	6,667	16,478
9,00E+005	6,000	15,563
8,00E+005	5,333	14,540
7,00E+005	4,667	13,380
6,00E+005	4,000	12,041
5,00E+005	3,333	10,458
4,00E+005	2,667	8,519
3,00E+005	2,000	6,021
2,00E+005	1,333	2,499
1,00E+005	0,667	-3,522
9,00E+004	0,600	-4,437
8,00E+004	0,533	-5,460
7,00E+004	0,467	-6,620
6,00E+004	0,400	-7,959
5,00E+004	0,333	-9,542
4,00E+004	0,267	-11,481
3,00E+004	0,200	-13,979
2,00E+004	0,133	-17,501
1,00E+004	0,067	-23,522

Tabela 2 – Variação do ganho k_i para diversos valores de R_2

A resposta do integrador ideal e do prático são vista a seguir:

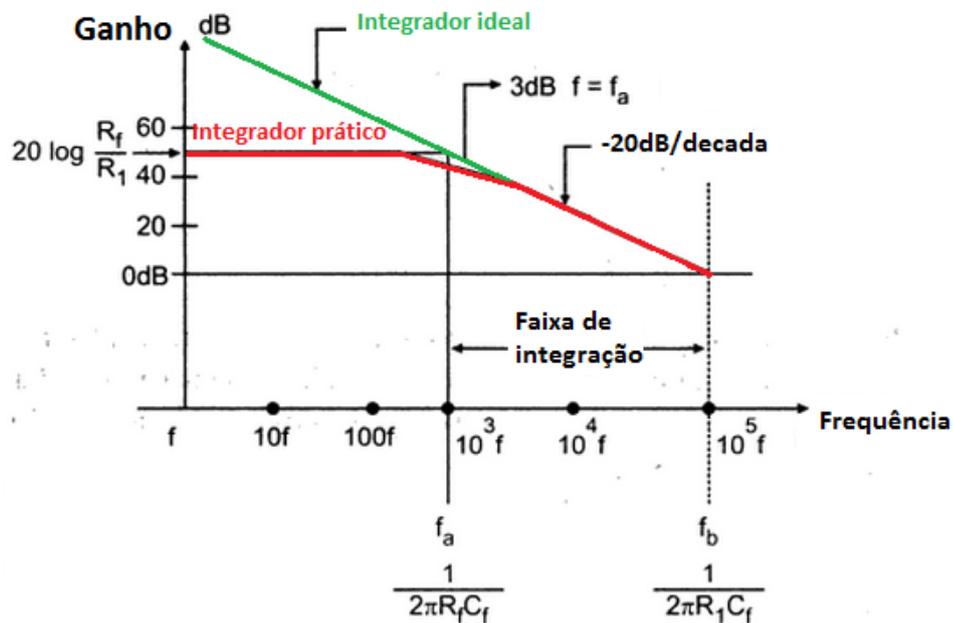


Figura 42 – Diagrama de Bode integrador ideal e prático. Fonte: (TERRELL., 2010) com adaptações.

A figura 43 apresenta a resposta em frequência para o circuito integrador proposto (41).

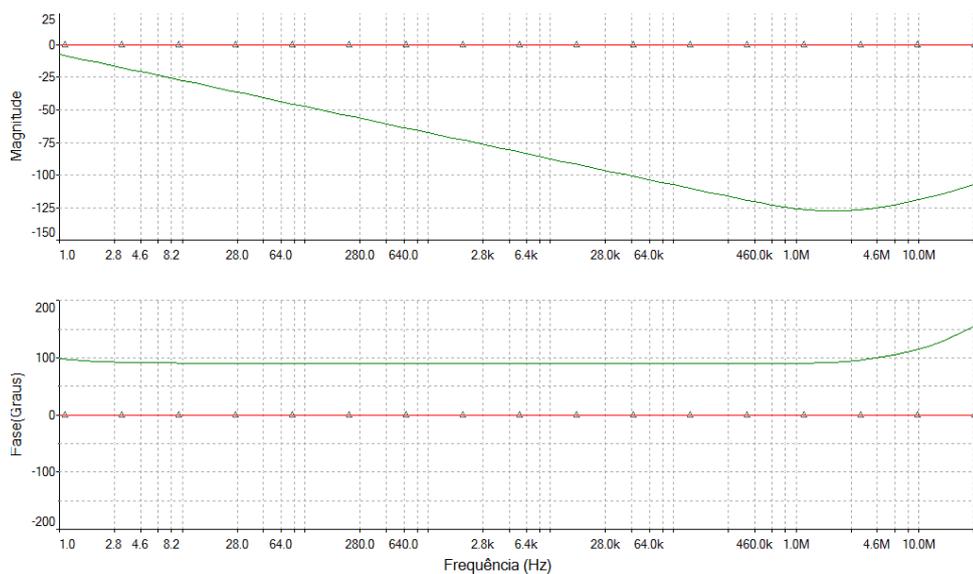


Figura 43 – Diagrama de Bode do Amplificador integrador proposto

3. Diferenciador: A tensão de saída é proporcional a taxa de variação instantânea do sinal de entrada. Sua função de transferência pode ser obtida a partir da figura 44:

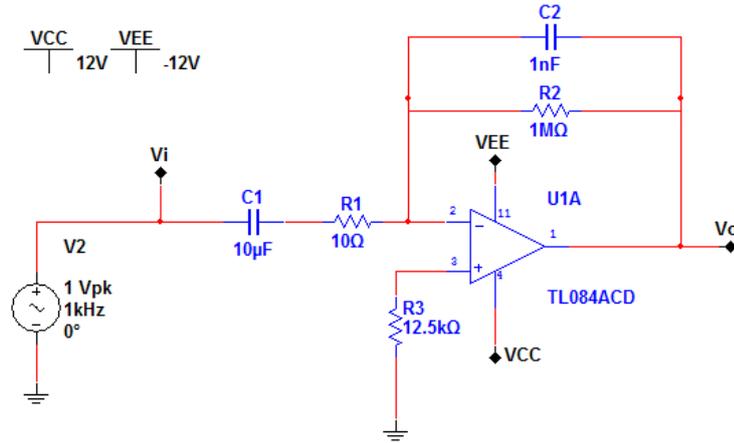


Figura 44 – Amplificador diferenciador

$$\begin{aligned}
 \frac{V_{in} - V_a}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} &= -\frac{V_0(s)}{R_2} - sC_2 V_0(s) \\
 \frac{sC_1 V_{in}(s)}{(1 + sR_1 C_1)} &= -\frac{V_0(s)}{R_2} - sC_2 V_0(s) \\
 \frac{sC_1 V_{in}(s)}{(1 + sR_1 C_1)} &= -V_0(s) \left[\frac{1 + sR_2 C_2}{R_2} \right] \\
 V_0(s) &= \frac{-sR_2 C_1 V_{in}(s)}{(1 + sR_2 C_2)(1 + sR_1 C_1)}
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Se $R_2 C_2 = R_1 C_1$:

$$V_0(s) = \frac{-sR_2 C_1 V_{in}(s)}{(1 + sR_1 C_1)^2} \tag{3.17}$$

A constante de tempo de $R_2 C_1$ for muito maior do que $sR_1 C_1$ ou $sR_2 C_2$, a equação 3.17 se reduz a equação do diferenciador ideal:

$$V_0(s) = -sR_2 C_1 V_{in}(s) \tag{3.18}$$

A resposta em frequência pode ser obtida a partir da equação 3.17:

$$\begin{aligned}
 \frac{V_0(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} &= \frac{-j\omega R_2 C_1}{(1 + j\omega R_2 C_2)^2} \\
 \frac{V_0(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} &= \frac{-j2\pi f R_2 C_1}{(1 + j2\pi f R_1 C_1)^2} \\
 f_a &= \frac{1}{2\pi f R_2 C_1} \\
 f_b &= \frac{1}{2\pi f R_1 C_1} \\
 \frac{V_0(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} &= \frac{-j(\frac{f}{f_a})}{(1 + j\frac{f}{f_b})^2}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Onde f_a e f_b correspondem as frequências de corte inferior e superior, respectivamente.

$$\begin{aligned}
 |H(j\omega)| = |A| &= \frac{(\frac{f}{f_a})}{\sqrt{1 + (\frac{f}{f_b})^2}^2} \\
 |A| &= \frac{(\frac{f}{f_a})}{1 + (\frac{f}{f_b})^2}
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Como R_2C_1 é muito maior do que R_1C_1 , tem-se que $f_a < f_b$. Dessa forma, quando a frequência aumenta, o ganho aumenta até que $f = f_b$, com taxa de +20 dB/década e decai a -20 dB/década quando $f = f_b$. Para que o circuito funcione na parte diferencial, o período do sinal deve ser muito menor do R_2C_1 . Em $f \geq f_b$ o circuito deixa de funcionar como integrador.

A faixa de ganho K_d estão na faixa de 0.067 a 13.3 (Tabela 3).

Tabela de ganhos do circuito Derivativo (Kd)			
R1	1,00E+006	f	1
C1	1,00E-005		
C2	1,00E-07	fb	1,59
fa	0,015915494		
R2	K d	K d dB	
1,00E+006	1,000	0,000	
1,90E+006	1,900	5,575	
1,80E+006	1,800	5,105	
1,70E+006	1,700	4,609	
1,60E+006	1,600	4,082	
1,50E+006	1,500	3,522	
1,40E+006	1,400	2,923	
1,30E+006	1,300	2,279	
1,20E+006	1,200	1,584	
1,10E+006	1,100	0,828	
1,00E+006	1,000	0,000	
9,00E+005	0,900	-0,915	
8,00E+005	0,800	-1,938	
7,00E+005	0,700	-3,098	
6,00E+005	0,600	-4,437	
5,00E+005	0,500	-6,021	
4,00E+005	0,400	-7,959	
3,00E+005	0,300	-10,458	
2,00E+005	0,200	-13,979	
1,00E+005	0,100	-20,000	
9,00E+004	0,090	-20,915	
8,00E+004	0,080	-21,938	
7,00E+004	0,070	-23,098	
6,00E+004	0,060	-24,437	
5,00E+004	0,050	-26,021	
4,00E+004	0,040	-27,959	
3,00E+004	0,030	-30,458	
2,00E+004	0,020	-33,979	
1,00E+004	0,010	-40,000	

Tabela 3 – Variação do ganho k_d para diversos valores de R_2

A resposta do diferenciador ideal e do prático são vista a seguir:

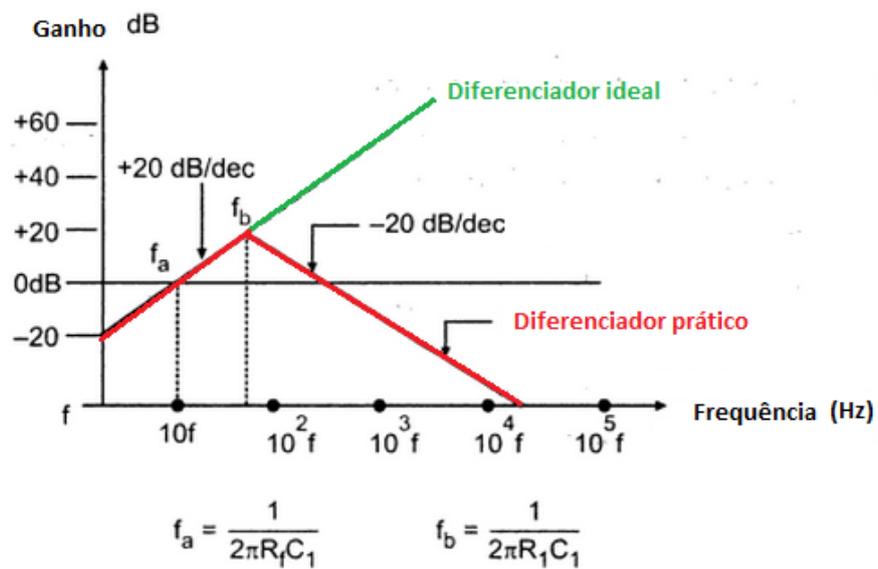


Figura 45 – Diagrama de Bode do diferenciador ideal e do prático. Fonte: (TERRELL., 2010) com adaptações.

A resposta em frequência do circuito implementado é visto na figura 46

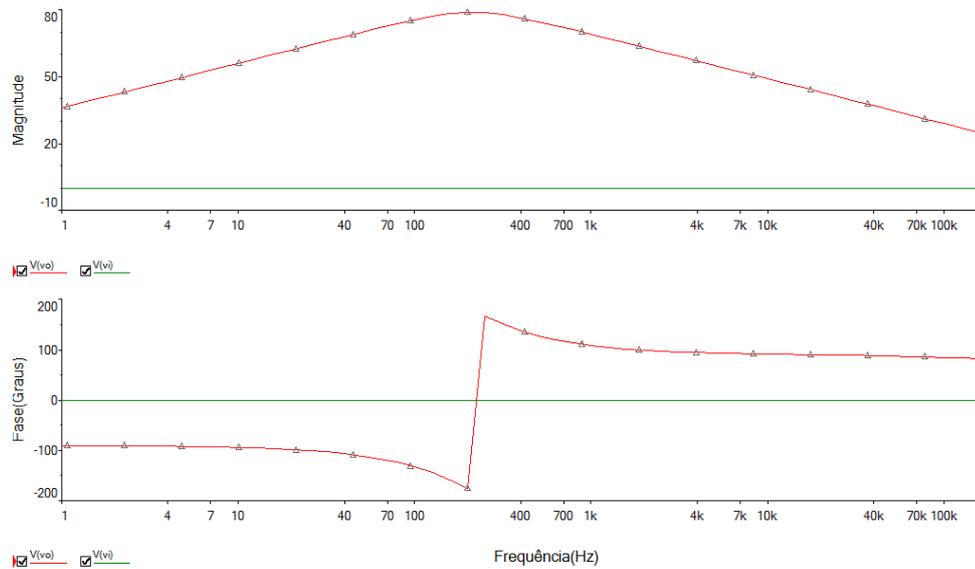


Figura 46 – Diagrama de Bode do Amplificador diferenciador proposto

4. Subtrator: Consiste em uma configuração que amplifica a diferença entre duas entradas, rejeitando qualquer sinal comum às duas entradas(SADIKU, 2011).

$$v_o = \frac{R_2(1 + \frac{R_1}{R_2})}{R_2(1 + \frac{R_3}{R_4})} v_{s2} - \frac{R_2}{R_1} v_{s1} \quad (3.21)$$

Quando $R_1 = R_2$ e $R_3 = R_4$, tem-se:

$$v_o = v_{s2} - v_{s1} \quad (3.22)$$

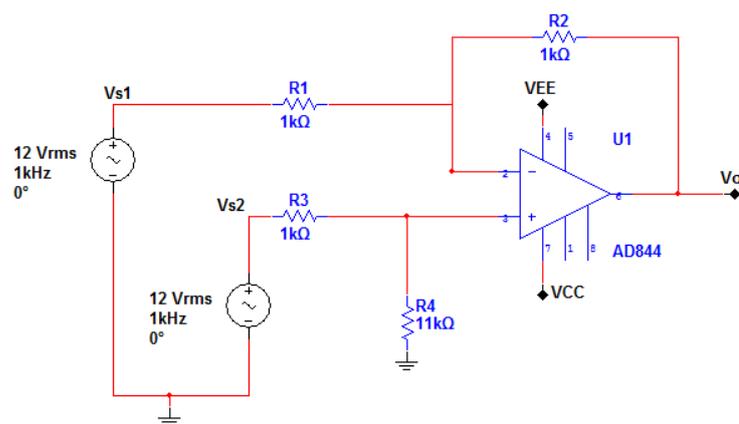


Figura 47 – Amplificador Subtrator

5. Somador: O circuito que realiza a soma ponderada das tensões presentes em suas entradas.

$$v_o = -\left(\frac{R_f}{R_1} v_{s1} + \frac{R_f}{R_2} v_{s2} + \frac{R_f}{R_3} v_{s3}\right) \quad (3.23)$$

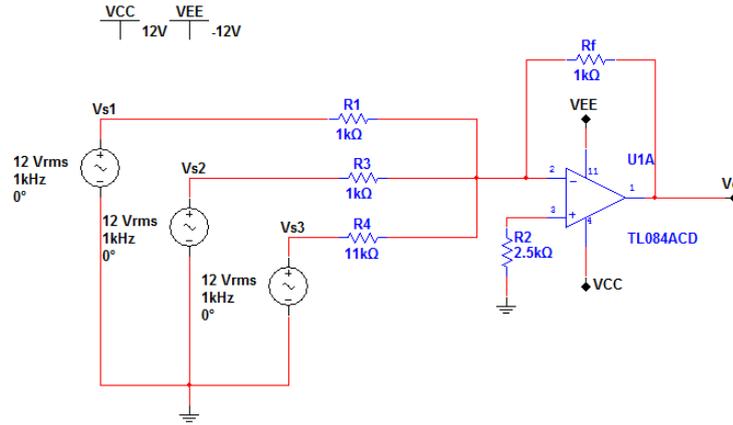


Figura 48 – Amplificador somador

A partir das configurações básicas descritas anteriormente projetou-se o controlador PID visto na figura 49. A função de transferência global do circuito corresponde a soma das contribuições do amplificador inversor (equação 3.8), do integrador equação 3.11) e do derivativo equação 3.18):

$$\begin{aligned}
 \frac{v_o}{v_{in}} &= (P) + (I) + (D) \\
 \frac{v_o}{v_{in}} &= \left(-\frac{RV_1}{R_5}\right) + \left(-\frac{R_2/R_1}{1+sCR_2}\right) + \left(-\frac{sR_2C_1}{(1+sR_2C_2)^2}\right) \\
 \frac{v_o}{v_{in}} &= -\left(\frac{RV_1}{R_5} + \frac{R_2/R_1}{1+sCR_2} + \frac{sR_2C_1}{(1+sR_2C_2)^2}\right) \\
 \frac{v_o}{v_{in}} &= \left(\frac{RV_1}{R_5} + \frac{R_2/R_1}{1+sCR_2} + \frac{sR_2C_1}{(1+sR_2C_2)^2}\right) \text{ O amplificador somador inverte o sinal de entrada.}
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

A placa de circuito impresso é vista na figura 50,

3.8 Driver para o motor

A saída do controlador PID não é capaz de fornecer corrente o suficiente para excitar o motor do servo. Os AmpOp's utilizados (TL084) são capazes de fornecer apenas 1.4mA.

Dessa forma, utilizou-se um circuito driver para aumentar a potência total entregue ao servo. O circuito driver consiste em um AmpOp seguidor de tensão com realimentação da tensão aplicada a carga. A saída do AmpOp aciona dois transistores bipolares, em configuração push-pull. Cada transistor é capaz de fornecer 3A contínuos. A figura 51 mostra o esquema do modulo driver de potência enquanto a 52 a sua PCI.

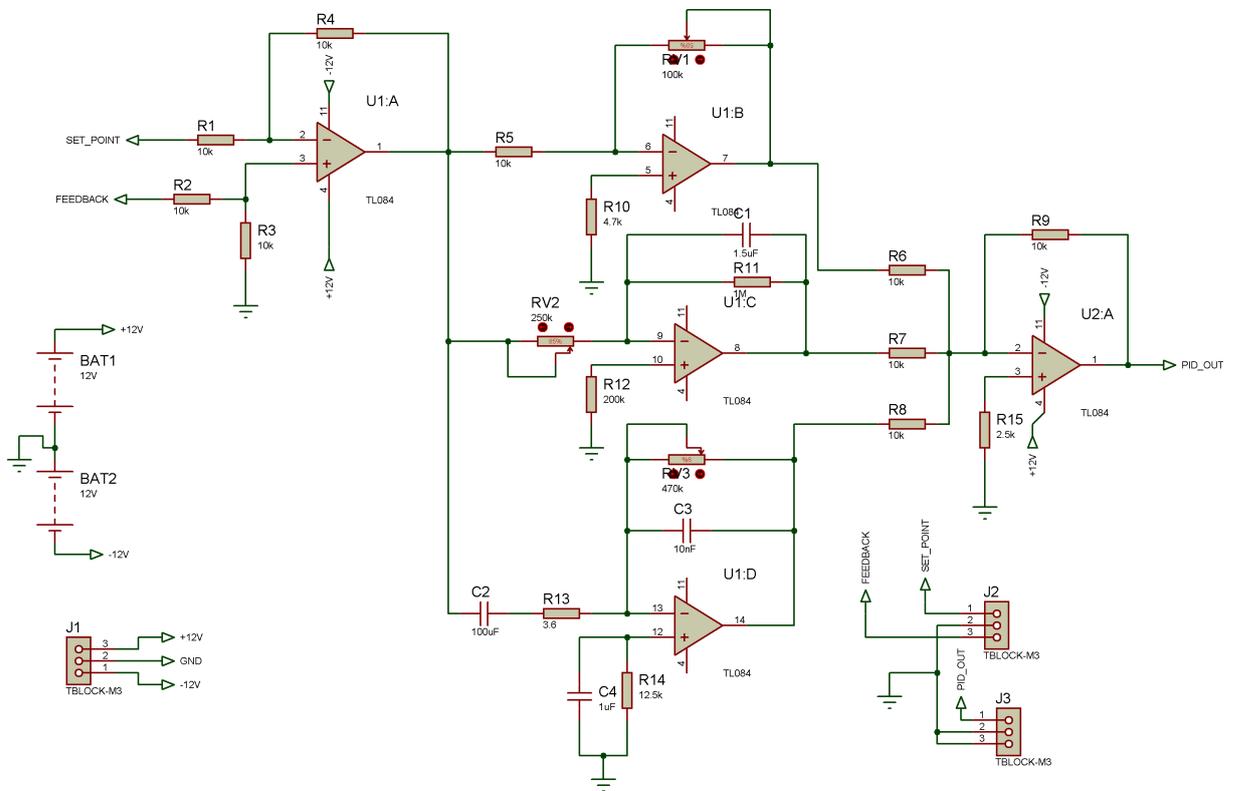


Figura 49 – Controlador PID

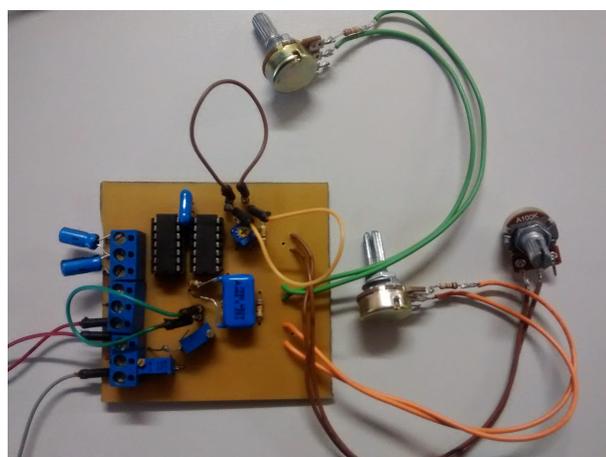


Figura 50 – PCI do Controlador PID

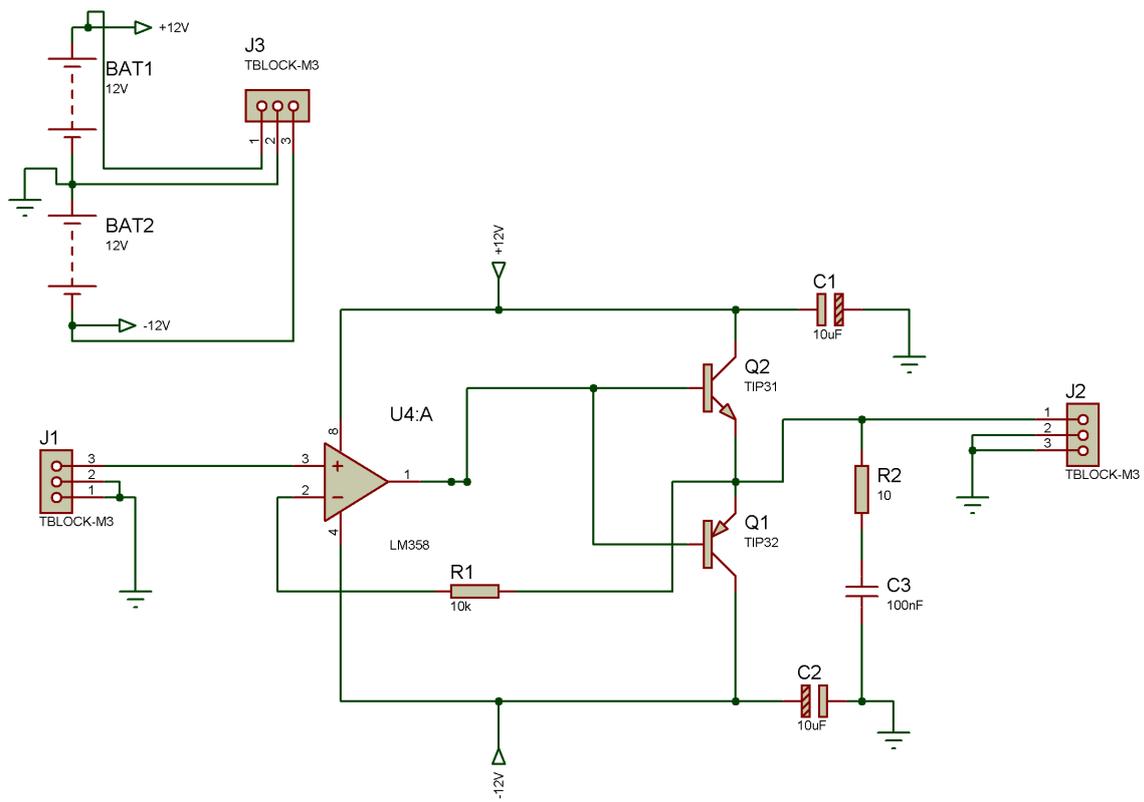


Figura 51 – Módulo driver.

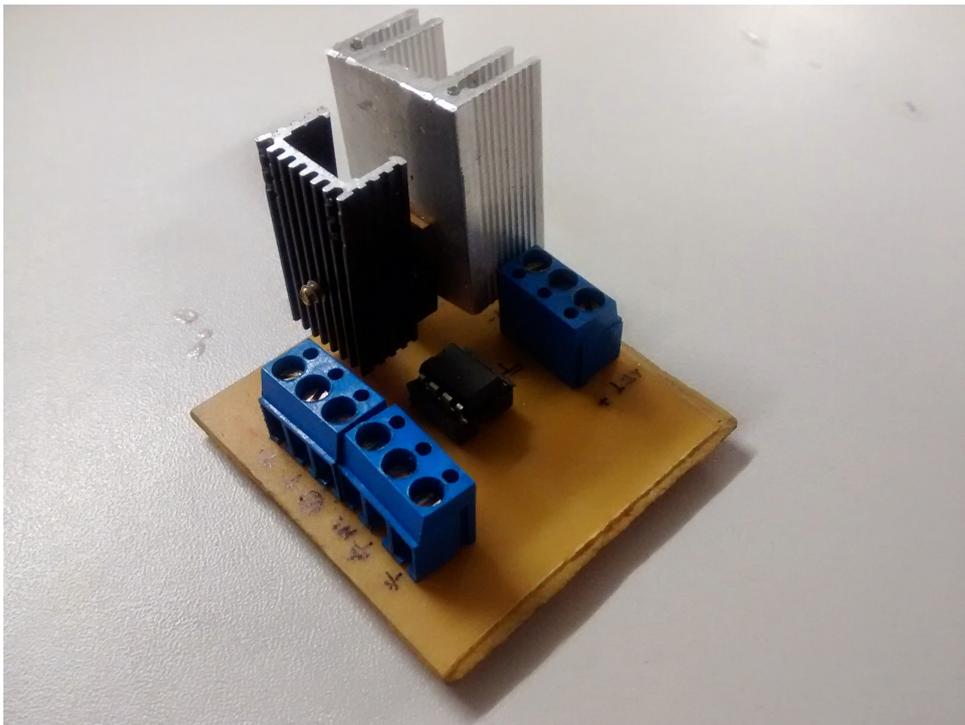


Figura 52 – Módulo Driver.

3.9 Servomotor

O servo utilizado neste projeto é um TowerPro MG955 com as especificações a seguir:

Modulação:	Analogica
Torque (4.8V)	10kg.cm
Velocidade (4.8V)	0.20sec/60°
Tipo de engrenagem	Metalica
Faixa de rotação	180°



Figura 53 – Servo utilizado.

Para ser utilizado no projeto, foi retirada a placa de controle e desconectado os fios (brancos) que estavam conectados ao motor e potenciômetro. Em seguida, adicionou-se 3 fios novos ao potenciômetro (cinza, azul e amarelo) e 2 ao motor (preto e vermelho) (figura 54).

3.10 Kit eletrônico final

O kit final foi acondicionado em uma caixa plástica onde os controles do PID forma ligados à chaves e potenciômetros para facilitar o acionamento dos ganhos do controlador. A versão final é vista na figura 55

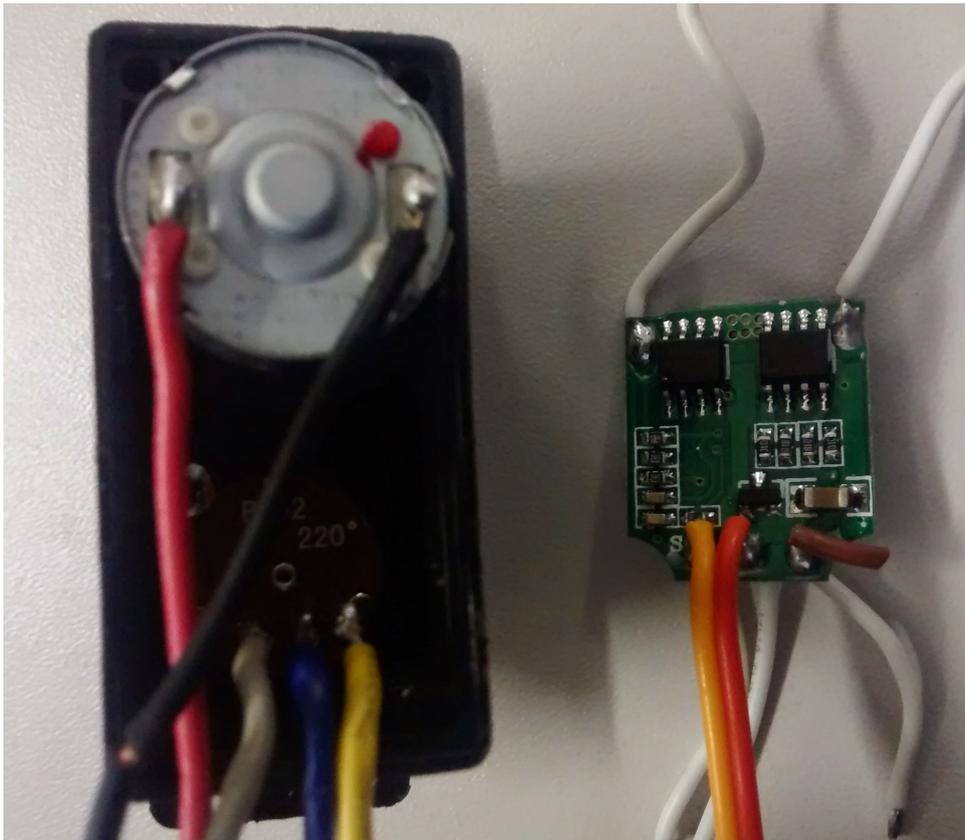


Figura 54 – Adaptação do servo.



Figura 55 – Versão final do kit eletrônico.

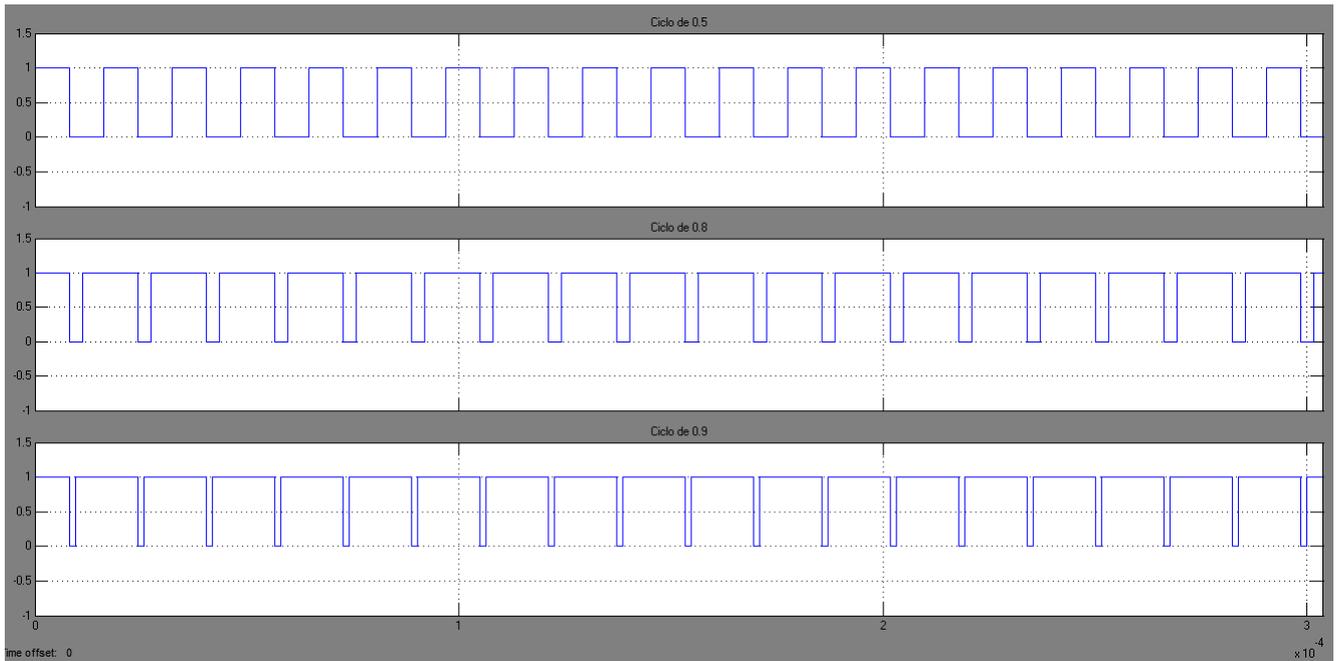


Figura 57 – Sinais de saída PWM obtidas no Simulink

4.1.2 Filtro de Segunda ordem

A finalidade deste filtro consiste em se retirar as harmônicas de alta frequência presente no sinal PWM. O filtro Implementado consiste em um filtro de segunda ordem com uma frequência de corte em 1000 Hz. Como se pretende trabalhar com sinais de teste na faixa de 5 a 10 Hz, um filtro com corte em 1000Hz não atenuará e nem irá alterar a fase do sinal como se mostrou no diagrama de bode na pagina 59. Para verificar a eficiência do filtro na frequência de interesse (5 - 10Hz), aplicou-se uma rampa e uma senoide. Os resultados da simulação para uma onda rampa(figuras 58) e uma onda seno (figura 60)concordam com o obtido do circuito implementado (figuras 59 e61, respectivamente).Conforme o esperado, o filtro apresenta baixa atenuação na frequência de interesse e pouca defasagem do sinal de entrada.

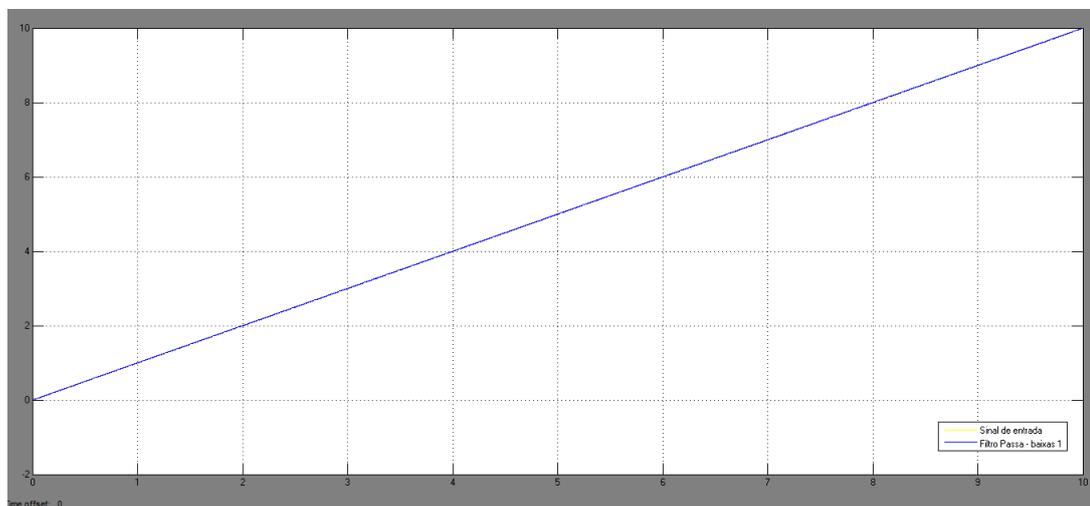


Figura 58 – Resposta obtida na simulação para uma entrada rampa.

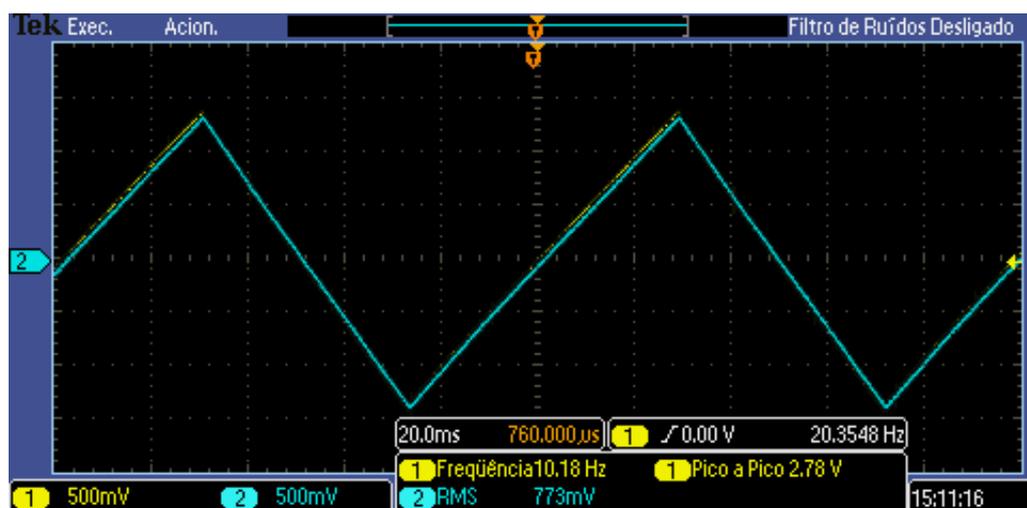


Figura 59 – Resposta obtida do filtro implementado para uma entrada rampa.

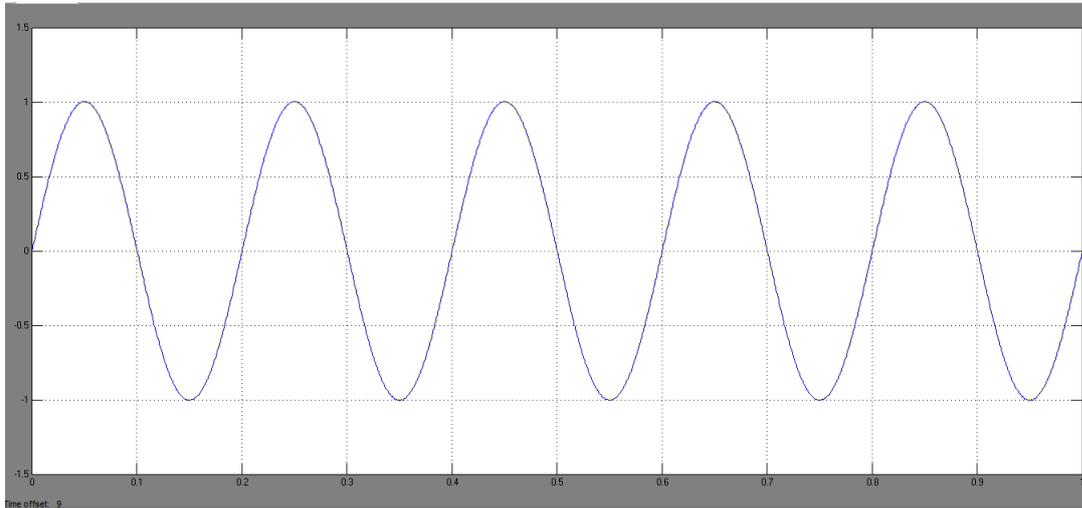


Figura 60 – Resposta obtida na simulação do filtro para uma entrada de uma onda seno de 5 Hz

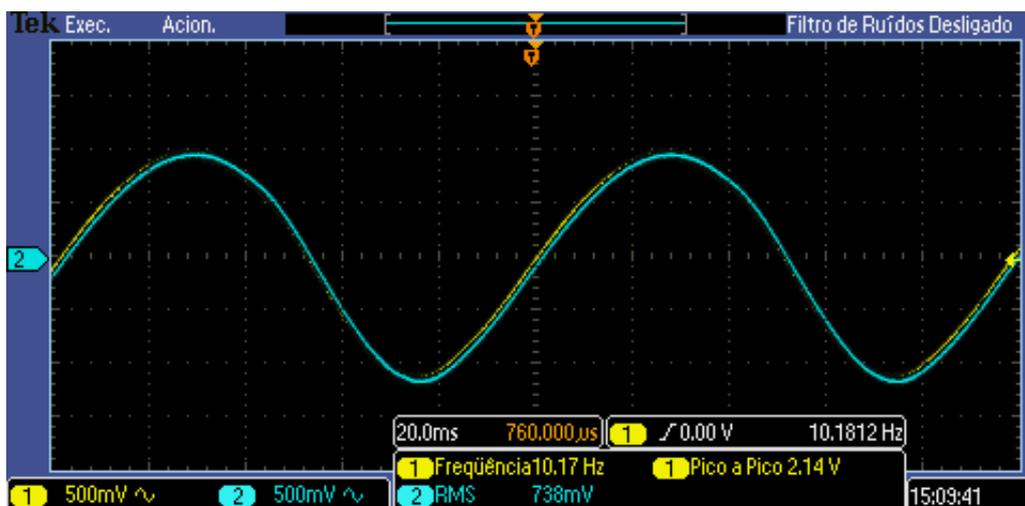


Figura 61 – Resposta obtida do filtro implementado para uma entrada seno.

Os resultados reais para uma onda seno, rampa e degrau apresentam um pequeno atraso de fase e pouca atenuação. Aplicou-se ao filtro um sinal PWM com um período ativo de 50% e 99%, figuras 62 e 63 respectivamente. Espera-se que, de acordo com a equação 3.5 na página 57, o nível d.c. seja a metade da amplitude do sinal, no caso 2.44 volts e 4.83 volts. Obteve-se 2.44 e 4.89, respectivamente, o que leva a um erro de 12% que está próximo da margem de erro dos componentes utilizados que está na faixa de 10%.

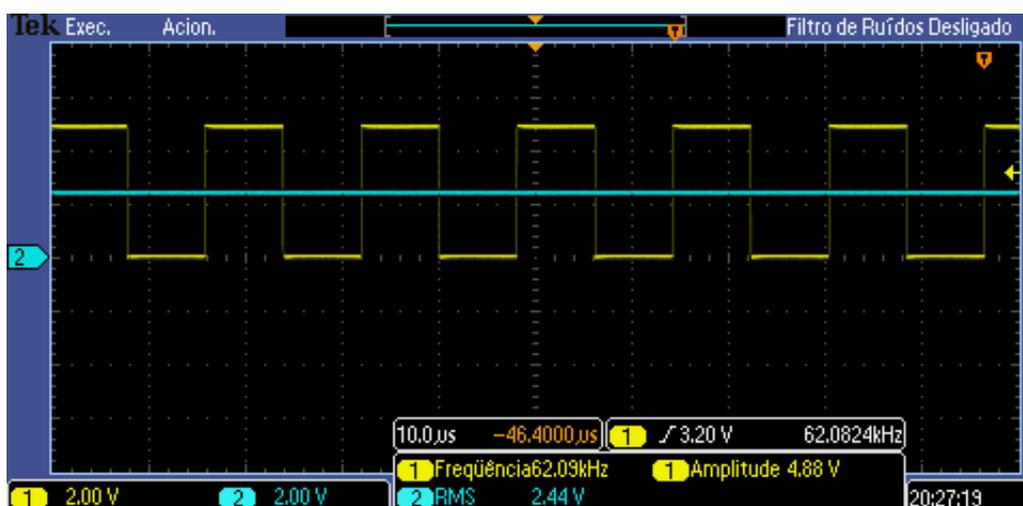


Figura 62 – Resultado do circuito para um sinal PWM com ciclo de 50%.

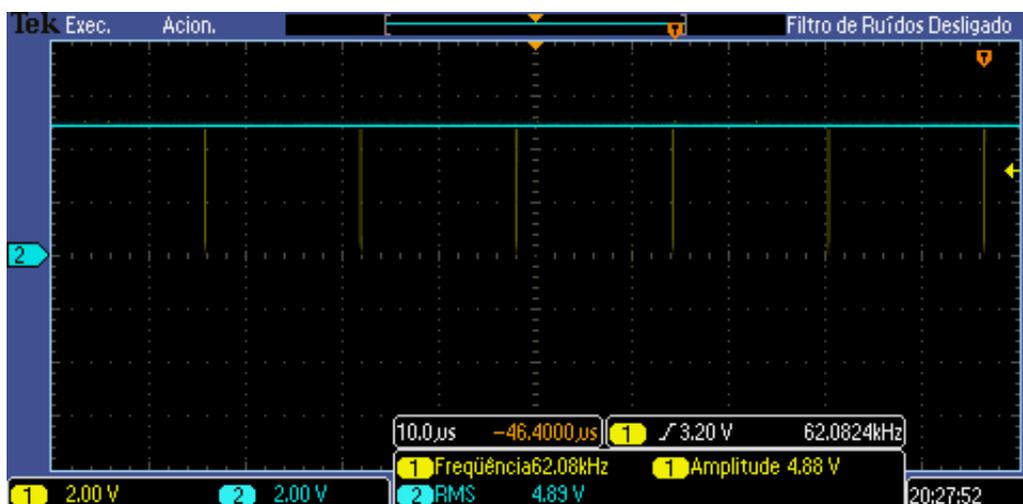


Figura 63 – Resultado do circuito para um sinal PWM com ciclo de 99%.

4.1.3 Conversor Digital para analógico por meio de PWM

O circuito completo do DAC realizado no Simulink[®] é formado pelo bloco gerador de sinais PWM mais o filtro de segunda ordem. Aplicando-se um sinal dc de 0 a 1V, este irá controlar o ciclo ativo do PWM. O ciclo ativo foi definido como sendo 0 para 0% e 1 para 100% de ciclo ativo, porém na implementação do circuito real este valor é reescalonado para se adequar às tensões de operação do microcontrolador (5V).

O conversor gera um sinal PWM o qual após filtrado produz um nível DC correspondente. Este sinal DC será utilizado como o sinal de entrada do controlador PID.

O PWM foi conectado ao filtro resultando nas saídas vistas nas figuras 64, 65 e 66 a seguir.

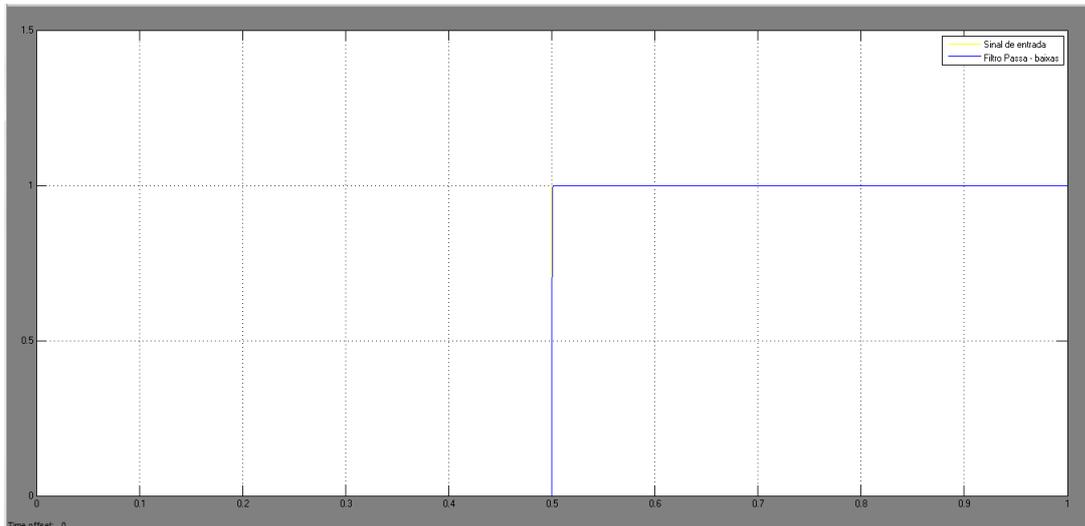


Figura 64 – Sinal de saída do DAC (azul) para uma entrada de um degrau (amarelo) com um filtro com freq. de corte em 1000 Hz

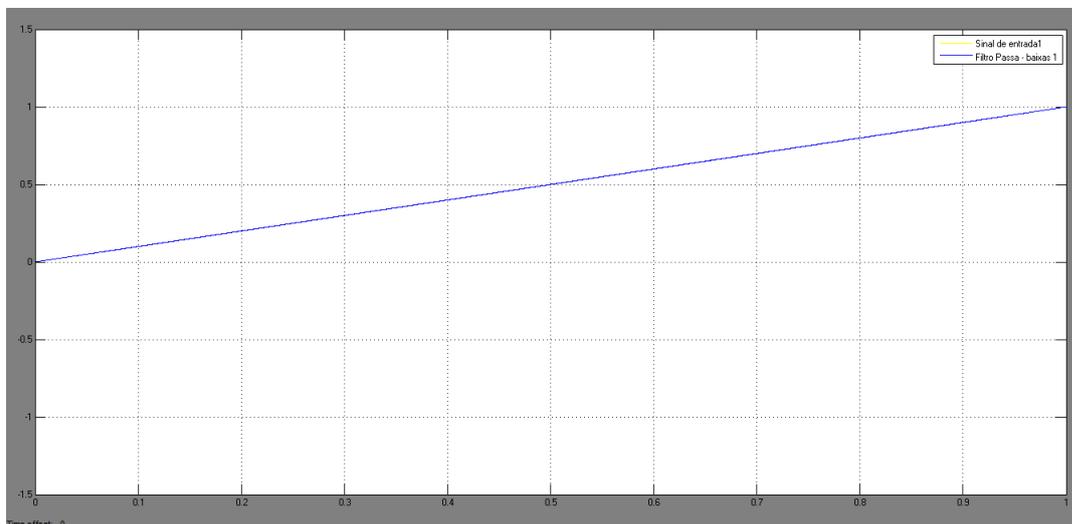


Figura 65 – Sinal de saída do DAC (azul) para uma entrada de uma onda rampa (amarelo) com um filtro com freq. de corte em 1000 Hz

A figura 66 mostra a saída do circuito para uma senoide com frequência de 5Hz. O sinal de entrada está representado pela linha preta ao passo que a saída está em azul. Na figura se vê que a saída corresponde a uma senoide como esperado, com os pulsos negativos (linha azul) sendo refletidos devido ao PWM só gerar pulsos positivos.

O módulo DAC implementado é capaz de gerar tensões de -6 a 6V

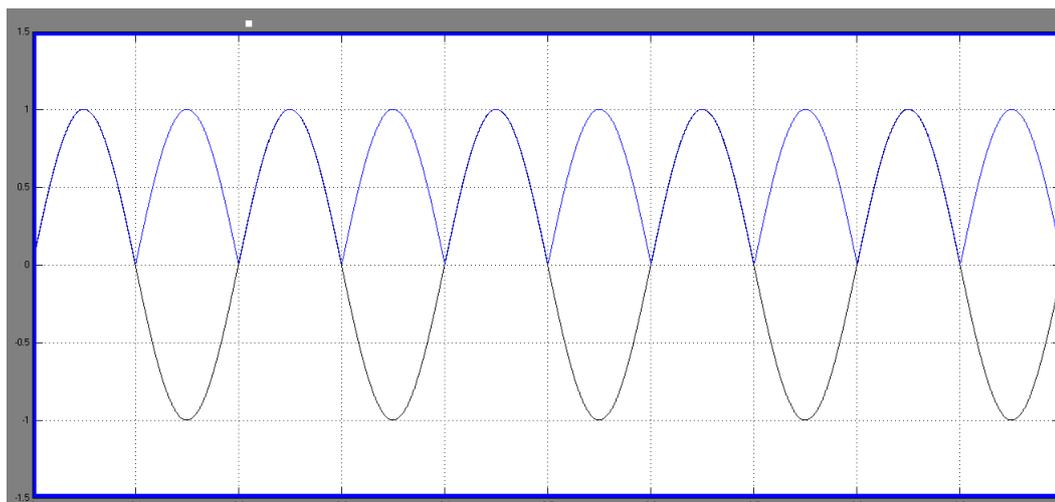


Figura 66 – Sinal de saída do DAC(linha azul) para uma entrada de uma onda seno de 5 Hz(linha preta) com um filtro com freq. de corte em 1000 Hz

4.2 Simulações realizadas no Multisim e Resultados práticos[®]

O software Multisim[®] da National Instruments é uma ferramenta computacional para análise de circuitos eletrônicos analógicos e digitais. Através dele é possível se obter uma avaliação do desempenho do circuito eletrônico final por meio de simulações. Dessa forma, pode-se avaliar os circuitos que executariam as funcionalidades avaliadas pelo Simulink. Com isso, se pretende minimizar a possibilidade de erros de engenharia ainda no processo de concepção do projeto. Utilizou-se, assim, o Multisim para avaliar a resposta do controlador PID e do driver de saída do motor utilizado no servossistema.

4.2.1 Simulações do controlador PID

Para se avaliar a funcionalidade do controlador PID (esquema na página 71), conectou-se à entrada do circuito um gerador de sinais e aplicou-se uma onda do tipo rampa.

Obteve-se o gráfico visto na figura 67, onde o canal 1 (amarelo) corresponde a entrada do sinal de teste, o canal 2 (azul) à saída do controlado P com um ganho sintonizado em 5; o canal 3 (violeta) que está ligado à saída integral do controlador e por fim, o canal 4 (verde) foi ligado à saída derivativa. Observa-se que para o sinal de entrada do tipo rampa, a saída do controlador P é o mesmo sinal com um ganho de 5, a saída do integral é uma parábola e a do derivativo uma onda quadrada (constante), conforme esperava-se.

Apos o teste do controlador PID no software Multisim, implementou-se o controlador em uma placa de circuito impresso (PCI) e realizou-se testes de funcionalidades do mesmo.

Para o controlador P, a faixa de ganho foi projetada para estar entre 1 e 10,

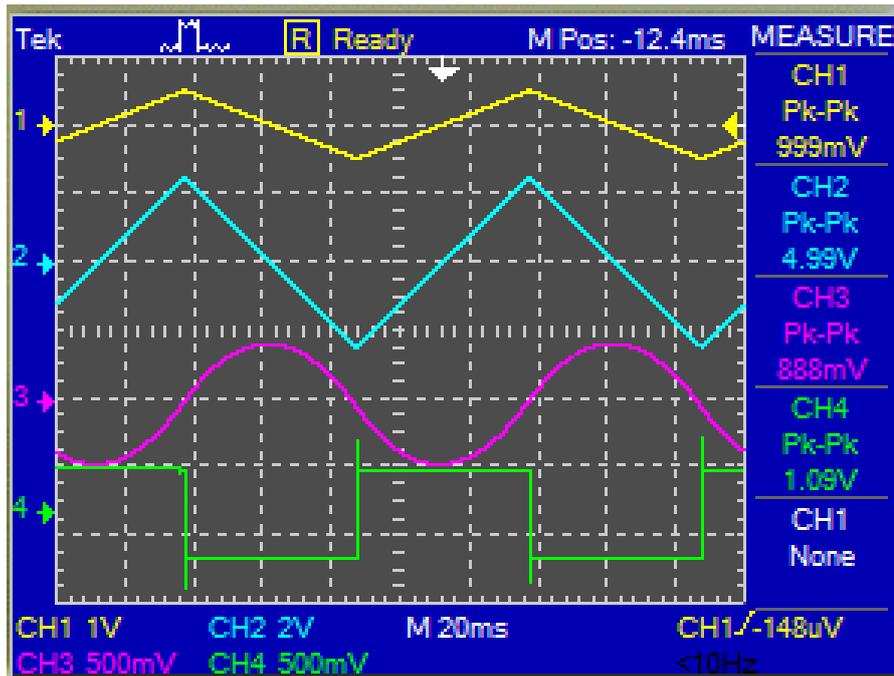


Figura 67 – Simulação do circuito PID para uma entrada rampa (amarelo), Saída P (azul), saída I (violeta) e do controlador D (verde)

não admitindo-se valores negativos de ganho. Para um sinal de entrada do tipo rampa, obteve-se um ganho de 7 (figura 68):

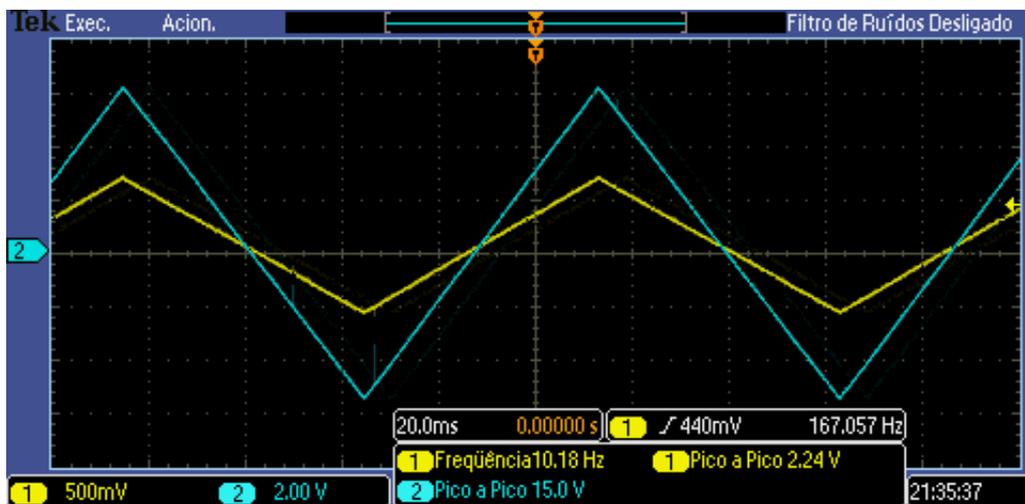


Figura 68 – Resposta prática do controlador P (azul) submetido a uma entrada do tipo rampa (amarelo)

O controlador I (figura 69) foi submetido a uma entrada do tipo rampa, onde espera-se uma parábola como resposta .

Por fim, o controlado derivativo (D) foi testado com uma onda quadrada e apresenta a resposta vista na figura 70.

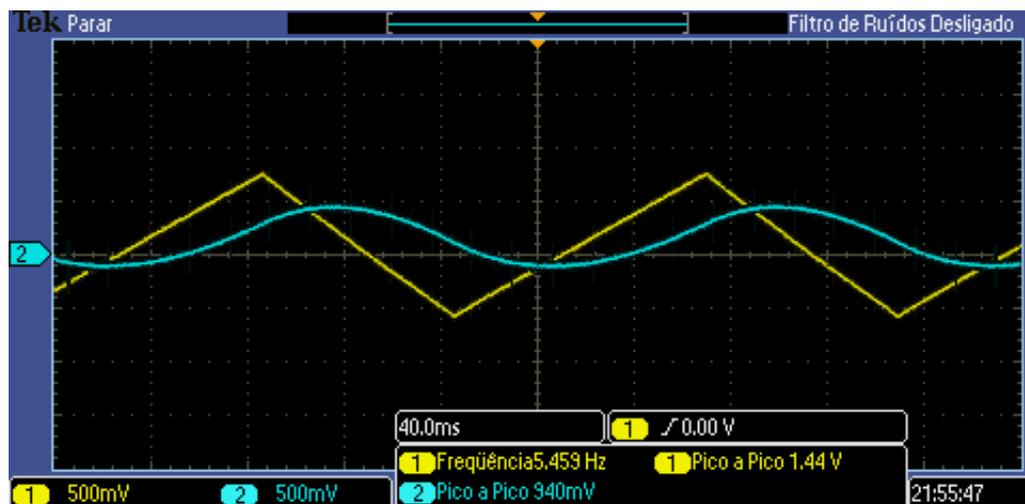


Figura 69 – Resposta prática do controlador I (azul) submetido a uma entrada do tipo rampa (amarelo)

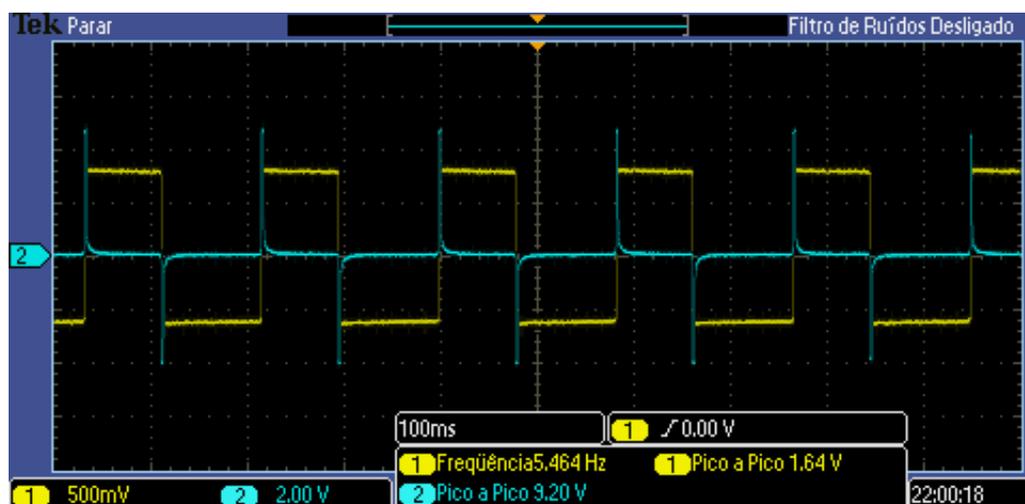


Figura 70 – Resposta prática do controlador D (azul) submetido a uma entrada do tipo degrau (amarelo)

Os Resultados obtidos foram equivalentes à simulação o que demonstra a funcionalidade do circuito proposto.

4.2.2 Simulações do driver de saída

A utilidade do circuito driver consiste, principalmente, em se obter uma corrente que seja capaz de excitar o motor do servo tendo em vista que a saída do controlador PID não é capaz de acionar o motor. Com isso, o circuito driver irá gerar uma corrente significativa a partir de uma corrente pequena na entrada.

Assim, o circuito driver foi submetido a uma onda degrau aplicada, a qual foi aplicada a um AmpOp seguidor de tensão cuja saída está ligada a um par de transistores

bipolar complementares. Obteve-se a resposta vista na figura 71 onde se vê que a corrente de saída é de 1.12mA para uma tensão de entrada de 10 V com uma corrente de disparo de 5mA.

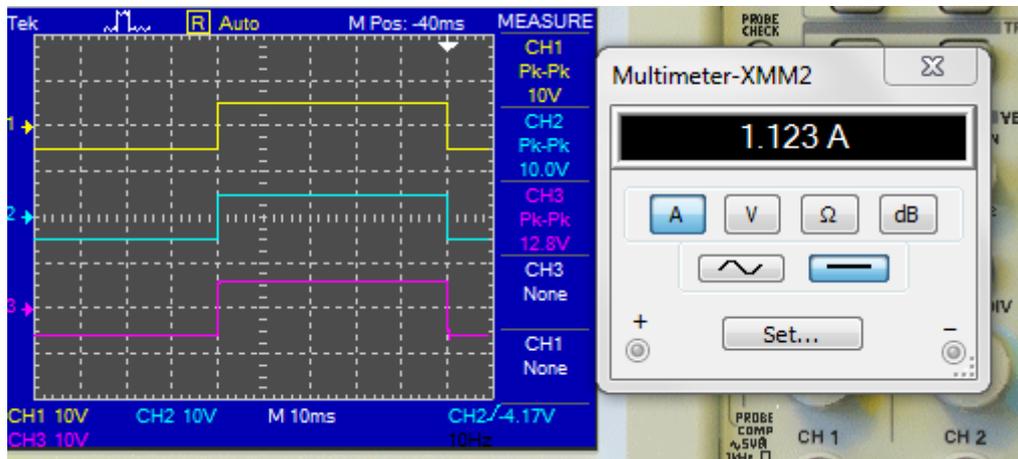


Figura 71 – Avaliação do driver do motor do servossistema. Tensão de teste (amarelo),saída do seguidor de tensão (azul) e tensão aplicada ao motor (violeta).

Em seguida, avaliou-se a capacidade do driver seguir uma tensão de entrada, resultando na figura 72 onde utilizou-se uma rampa com amplitude de -5 a 5V. A distorção sofrida na onda se justifica devido a característica indutiva do motor utilizado como carga.

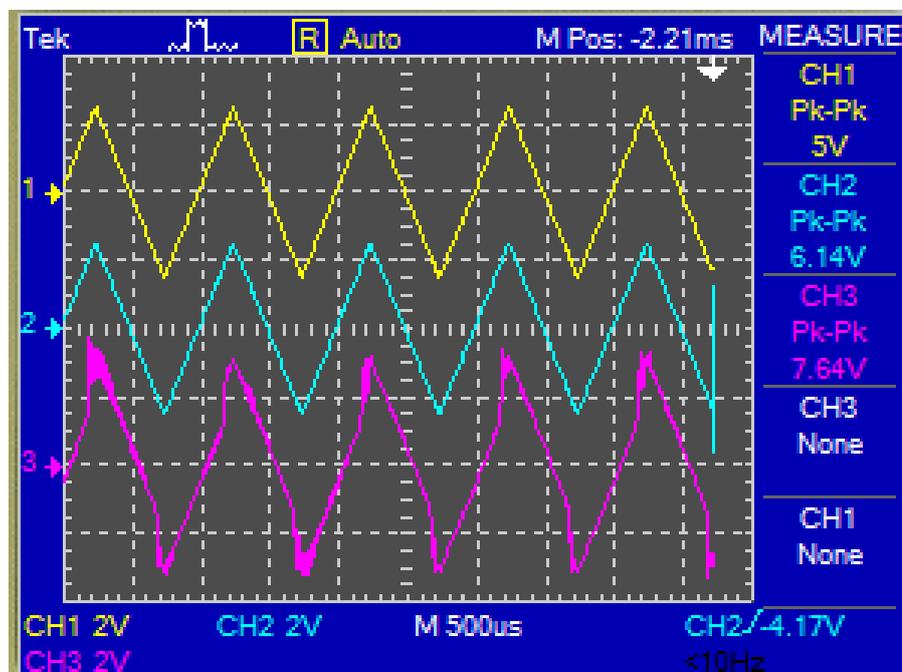


Figura 72 – Avaliação do driver do motor do servossistema. Tensão de teste (amarelo),saída do seguidor de tensão (azul) e tensão aplicada ao motor (violeta).

Para se verificar a funcionalidade do kit final, aplicou-se no Matlab uma onda

degrau, rampa e seno observando-se a resposta do sistema. O sinal de controle aplicado ao controlador PID com apenas o ganho P ligado é vista nas figuras 75, ?? e ??.

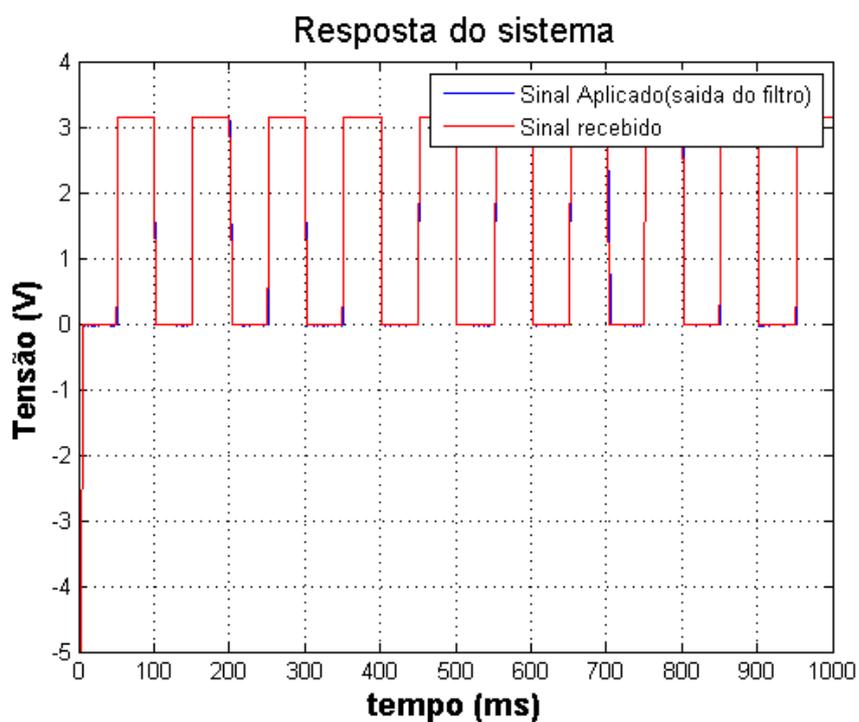


Figura 73 – Resposta obtida do sistema para uma onda degrau.

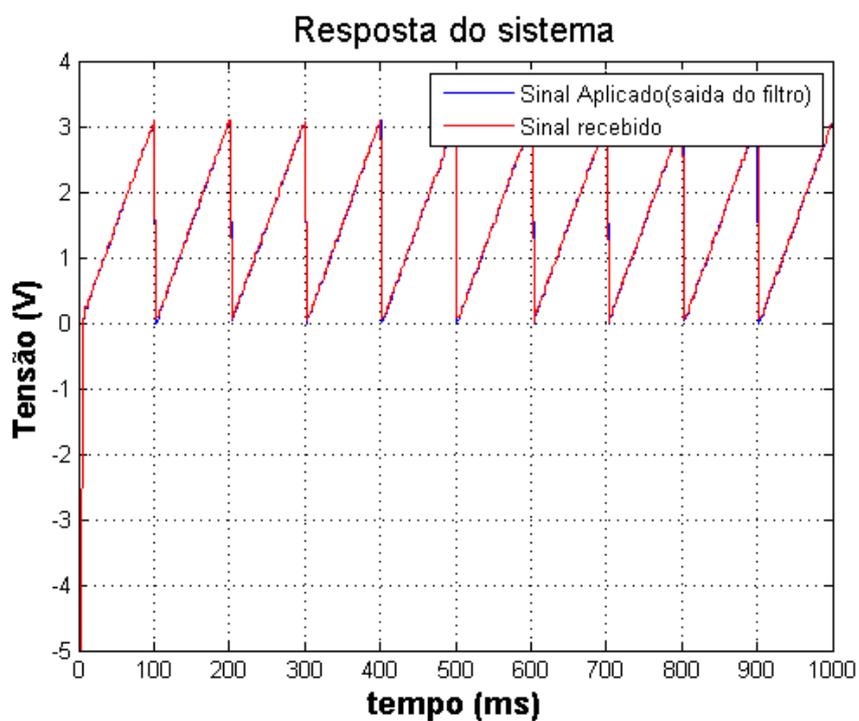


Figura 74 – Resposta obtida do sistema para uma onda rampa.

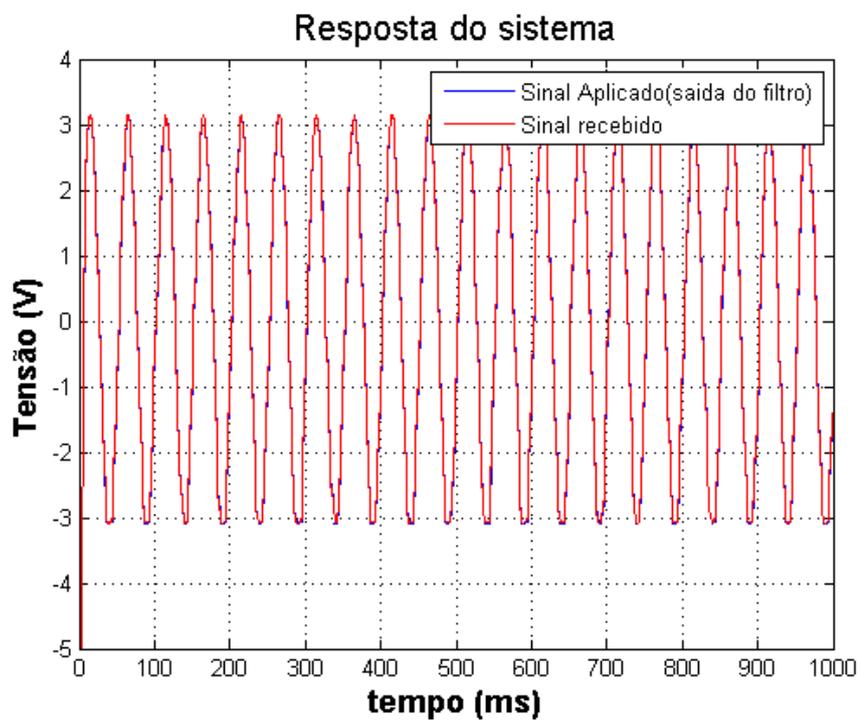


Figura 75 – Resposta obtida do sistema para uma onda seno.

5 Conclusões

Neste trabalho, buscou-se o desenvolvimento de um kit didático para experimentos com servossistemas. Constituído por 3 módulos: aquisição de dados, módulo PID e driver, o kit foi concebido com a intenção de se demonstrar, de forma prática conceitos relacionados a disciplina de controle.

Mediante o módulo de aquisição é possível, a partir do software MATLAB, gerar sinais de controle diretamente para um servo ou utilizar um controlador PID (por software ou hardware) para estudar a influência de cada parâmetro do sistema. O controlador PID, projetado permite que seja estudado métodos de sintonia como o conhecido Ziegler-Nichols.

Os resultados obtidos para o controle de posição do servo foram satisfatórios, contudo, a visualização do sistema ficou muito lenta. Isso se deve ao fato do conjunto de engrenagens que constituem o servo utilizado apresentarem uma baixa redução. Assim, para uma visualização adequada dos parâmetros das resposta a um sinal de controle, a frequência do sinal deve ser baixa, entre 1 e 2 Hz.

O projeto teve um custo final de R\$83,84, um valor moderado devido ao servo e a comunicação USB os quais correspondem a 64% do custo total do projeto. A planilha de custo total do projeto encontra-se em anexo.

O kit desenvolvido pode ser futuramente melhorado adicionado-se a leitura de velocidade, um sistema anti-windup para o controlador PID, o projeto de um conjunto de redução adequado o que permitiria trabalhar com sinais de frequência maiores que 2 Hz. O código do microcontrolador pode ser otimizado para se obter velocidade na leitura do canal AD e envio ao MATLAB.

Referências

- ALTER, D. M. *Using PWM Output as a Digital-to-Analog Converter on a TMS320F280x Digital Signal Controller*. [S.l.], 2008. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 57.
- BAKSHI A. P GODSE, A. V. B. U. *Linear integrated circuits*. [S.l.]: Englewood, 2008. Citado na página 62.
- BRÄUNL, T. *Embedded robotics : mobile robot design and applications with embedded systems*. New York: [s.n.], c2006. Citado 4 vezes nas páginas 11, 40, 41 e 42.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. *Sistemas de controle modernos*. 11. ed. Rio de Janeiro: [s.n.], 2009. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 44.
- FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. *Sistemas de controle para Engenharia*. [S.l.]: Bookman, 2013. Citado na página 47.
- FTDI. *FTDI CHIP USB UART*. [S.l.], 2010. Versao 2.10. Disponível em: <http://www.ftdichip.com/Support/Documents/DataSheets/ICs/DS_FT232R.pdf>. Citado na página 54.
- JUNG, W. *Op Amps Applications Handbook*. [S.l.]: Elsevier Science, 2005. Citado na página 62.
- MATHWORKS. *DC Motor Speed: System Modeling*. 2014. Disponível em: <<http://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=MotorSpeed§ion=SystemModeling>>. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 27.
- MEHMET, S.; MUHAMMET, K.; AYTEN, U. E. Design of dominantly proportional pid controller using a single commercially available active component. *IEEE explore*, 2013. Citado na página 61.
- MICHAL, V.; PRÉMONT, C. P. Single active element pid controllers. *20th International Conference Radioelektronika*, 2010. Citado na página 61.
- MICROCHIP. *Using PWM to Generate Analog Output*. [S.l.], 2002. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 58.
- NISARGA, B. *PWM DAC Using MSP430 High-Resolution Timer*. [S.l.], 2011. Citado 4 vezes nas páginas 12, 56, 58 e 59.
- NISE, N. S. *Engenharia de sistemas de controle*. 5. ed. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2009. Citado 11 vezes nas páginas 11, 25, 26, 27, 28, 36, 40, 41, 43, 44 e 47.
- OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*. 5. ed.. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2013. Citado 12 vezes nas páginas 11, 25, 29, 32, 33, 34, 37, 38, 43, 45, 46 e 47.
- OLIVEIRA, C. J. et al. Desenvolvimento de praticas de laboratÓrio de controle dinÂMico utilizando o labview®. *Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia -COBENGE*, 2012. Citado na página 21.

PEREIRA, J.; OLIVEIRA, J. C. Kit educacional para controle e supervisão aplicado a nível. *UFRN*, 2009. Citado na página 21.

SADIKU, C. K. A. . M. N. *Fundamentos de circuitos elétricos*. 3. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011. Citado na página 69.

TERRELL., D. L. *OP AMPS : design, application & troubleshooting*. [S.l.]: Elsevier Science, 2010. Citado 4 vezes nas páginas 12, 62, 65 e 68.

Anexos

ANEXO A – Tabelas de custos do projeto

Módulo de aquisição	
Componente	Valor (R\$)
Resistor, "R1", 10k,	0,04
Resistor, "R2", 10k,	0,04
Resistor, "R3", 10k,	0,04
Resistor, "R4", 10k,	0,04
Resistor, "R5", 10k,	0,04
Resistor, "R6", 10k,	0,04
Resistor, "R7", 10k,	0,04
Resistor, "R8", 10k,	0,04
Resistor, "R9", 10k,	0,04
Capacitor, "C1", 22pF,	0,21
Capacitor, "C2", 22pF,	0,21
Capacitor, "C3", 1nF,	0,21
Capacitor, "C4", 1nF,	0,21
Circuito Integrado, "U1", ATMEGA328P,	14,9
Circuito Integrado, "U2", TL084,	0,69
Diversos, "J4", TBLOCK-M3,	0,69
Diversos, "X1", CRYSTAL,	0,49
SUBTOTAL	17,97

Módulo PID	
Componente	Valor(R\$)
Resistor,"R1",10k,	0,04
Resistor,"R2",10k,	0,04
Resistor,"R3",10k,	0,04
Resistor,"R4",10k,	0,04
Resistor,"R5",10k,	0,04
Resistor,"R6",10k,	0,04
Resistor,"R7",10k,	0,04
Resistor,"R8",10k,	0,04
Resistor,"R9",10k,	0,04
Resistor,"R10",4.7k,	0,04
Resistor,"R11",1M,	0,04
Resistor,"R12",200k,	0,04
Resistor,"R13",3.6,	0,04
Resistor,"R14",12.5k,	0,04
Resistor,"R15",2.5k,	0,04
Capacitor,"C1",1.5uF,	0,09
Capacitor,"C2",100uF,	0,21
Capacitor,"C3",10nF,	0,21
Capacitor,"C4",1uF,	0,09
Circuito Integrado,"U1",TL084,	0,89
Circuito Integrado,"U2",TL084,	0,89
Diveros,"J1",TBLOCK-M3,	0,69
Diveros,"J2",TBLOCK-M3,	0,69
Diveros,"J3",TBLOCK-M3,	0,69
Diveros,"RV1",100k,	0,95
Diveros,"RV2",250k,	0,95
Diveros,"RV3",470k,	0,95
SUBTOTAL	7,90

Módulo Driver	
COMPONENTE	Valor (R\$)
Resistor,"R1",10k,	0,04
Resistor,"R2",10,	0,04
Capacitor,"C1",10uF,	0,09
Capacitor,"C2",10uF,	0,09
Capacitor,"C3",100nF,	0,21
Circuito Integrado,"U4",LM358,	0,43
Transistor,"Q1",TIP32,	1,5
Transistor,"Q2",TIP31,	1,5
Diveros,"J1",TBLOCK-M3,	0,09
Diveros,"J2",TBLOCK-M3,	0,09
Diveros,"J3",TBLOCK-M3,	0,09
SUBTOTAL	4,17

Servo	
COMPONENTE	Valor (R\$)
Servo motor TowerPro M955	29,90
Conversor USB-serial FTDI FT232rl	23,90
SUBTOTAL	53,80

CUSTO TOTAL DO PROJETO	
COMPONENTE	Valor (R\$)
MODULO AQUISIÇÃO	17,97
MODULO PID	7,90
MODULO DRIVER	4,17
Servo motor TowerPro M955, "S1",	29,90
Conversor USB-serial FTDI FT232rl	23,90
TOTAL	83,84

Alguns custos foram omitidos como fios utilizados, soldas, PCI e mão de obra.

ANEXO B – Script MATLAB

```

clc
clear all
close all
delete(instrfindall)

%% =====sinais de teste
seno =5* onda_seno(20);
rampa = 0:0.05:4.95;
degrau = 5*[zeros(1,50) ones(1,50)];
sinal_teste = rampa;

%% =====Parametros de simulaco=====
N = size(sinal_teste,2);
tempo_simulacao = 2;
tf = tempo_simulacao;
dados_recebidos = zeros(1,tempo_simulacao*N);
dados_enviados = zeros(1,tempo_simulacao*N);
t=0:tempo_simulacao*N-1;

%%
ok = 1;
try
%% =====Abre serial =====
fprintf('abrindo serial...\n');
s = serial('COM4', 'BaudRate',38400,'Terminator', 'CR', 'Stopbit',1);
fopen(s);

%% =====conecta=====
while ok == 1
    msg = fscanf(s, '%s ');

    if ( strcmp (msg, 'ARDUINO'))
        while ok == 1
            fprintf(s, 'MATLAB');
            msg = fscanf(s, '%s ');

```

```

        if ( strcmp (msg, 'MATLAB'))
%           fprintf(fscanf(s));%conectado
            ok = 0;

        end

    end

end

    fprintf(fscanf(s));%conectado
%% =====Envia tempo de simula e quantidade de dados=====
    fprintf(s, '%d\r ', tempo_simulacao);
    fprintf(s, '%d\r ', N);
%     fprintf(fscanf(s));%tempo

    fprintf(fscanf(s));%tempo
    fprintf(fscanf(s));%dados

%% =====envia os dados de um ciclo completo=====
    for k = 1: N
        fprintf(s, '%f\r ', sinal_teste(k));
    end

tic
while tempo_simulacao
%Recebe os dados do Arduino
    for k = 1: N*tempo_simulacao
%         dados_enviados(k) = fscanf(s)
%         if(s.BytesAvailable)

        dados_enviados(k) = fscanf(s, '%f ');
        dados_recebidos(k) = fscanf(s, '%f ');

%% =====Grafico=====
%         if mod(k,10) == 1
%             plot(t(1:k), dados_recebidos(1:k), '-r', t(1:k), dados_enviados(1:k),
%             %             hold on
%             %             axis([0, tf*N, -5 5])

```

```
%          drawnow
%          end

    end

tempo_simulacao = tempo_simulacao-1;

end

catch ME
    fprintf('Erro ao abrir serial...\n');
    fclose(s);
    delete(instrfind({'Port'},{'COM11'}));
    delete(instrfind('Type','serial'));
    clear s
    close all

end
toc

    plot(t,dados_enviados,'-b',t,dados_recebidos,'-r');

delete(instrfind({'Port'},{'COM11'}));
delete(instrfind('Type','serial'));
clear s
```


ANEXO C – Código microcontrolador

```

/*
 * ComSerialPWM_Pos_Neg.ino
 *
 * Created: 9/27/2014 4:32:54 PM
 * Author: Ronei
 * Descrição: Este código executa a comunicação serial com o MATLAB.
 * A quantidade de dados em um ciclo lida e armazenada em NUM_DADOS e o
 * tempo de simulação de dados
 * O timer1 configurado para executar a cada 10ms uma função que ativa
 * enviara pela serial os dados presentes no ADC.
 */
#include "TimerOne.h"
#include <util/delay.h>
#include <string.h>

//Pinos de entrada e saída
const int STATUS_LED = 13;
const int EntradaSinal = A0;
const int saidaPwmPositiva = 5;
const int saidaPwmNegativa = 6;

//constantes de simulação
int tempo_Simulacao;
int NUM_DADOS;

//buffers de dados
double buffer_entrada[101];
double buffer_saida[101];

//auxiliares
int count = 0, count2 = 0;
boolean flag = false;
boolean flag2 = false;
boolean exec_1 = false;
boolean flag_timer = false;

```

```

char tmp_buffer [20];
int n = 0;
//prototipos
void conecta ();
void conecta2 ();
void ativa_PWM ();
void le_dado ();
void salva_dado ();
void envia_dado ();
/*****
/*setup():Primeira fun o a ser executada. Inicializa a serial,
configura as entradas e saidas
e seta as interrup oes
*/
/*****/

void setup () {

    Serial.begin(38400); //Inicializa a serial a 112500
    pinMode(STATUS_LED, OUTPUT);
    pinMode(saidaPwmNegativa, OUTPUT); //configura a saida para o cilco n
    pinMode(saidaPwmPositiva, OUTPUT); //configura a saida para o cilco p
    analogWrite(saidaPwmPositiva, 0); //incializa com zero na saida
    analogWrite(saidaPwmNegativa, 0);

    /*configura o timer0 para gerar no pinos 5 e 6 um PWM de 3921.16 Hz
    TCCR0B = TCCR0B & B11111000 | B00000001; // set timer 1 divisor t
8 for PWM frequency of 3921.16 Hz

    /*configura o timer1 para gerar interrupcoes de 10ms*/
    TCCR1A = 0;
    TCCR1B = 0;
    TCNT1 = 0;
    /* Valor final da contagem  $t = (t_{desejado}/T_{PWM}) - 1 = t = 16M/1024$ 
-1 = 15624 */
    OCR1A = 156; // =  $(16*10^6) / (1*1024) - 1$  (must be <65536)
    /*Habilita CTC*/
    TCCR1B |= (1 << WGM12);
    /*Prescaler de 1024 ->>  $F_{PWM} = 16M/1024 = 15.625Hz$   $T_{PWM} = 6.4E-5s$ 

```

```

TCCR1B |= (1 << CS10);
TCCR1B |= (1 << CS12);
/* habilita a interrupcao devido a comparacao */
//TIMSK1 |= (1 << OCIE1A);

    _delay_ms(500);
    conecta2(); //executa a conex o
    le_dado(); //le os dados de um ciclo completo
    _delay_ms(500);
}

void conecta ()
{
    Serial.println("conectado ao Arduino...");
    Serial.readBytesUntil (13,tmp_buffer,20); //recebe tempo de sim
    tempo_Simulacao = atoi(tmp_buffer);
    Serial.println(tempo_Simulacao);

    Serial.readBytesUntil (13,tmp_buffer,20); //recebe a quantidade d
    NUM_DADOS = atoi(tmp_buffer);
    Serial.println(NUM_DADOS);
}

/*
*****
*/
/* conecta(): executa a conex o com matlab. Realiza um duplo loop para c
conex o devido ruidos
*/
*****

void conecta2 ()
{
    do
    {

        Serial.println("ARDUINO");

        Serial.readBytesUntil (13,tmp_buffer,20); //receb

        if (!(strcmp(tmp_buffer,"MATLAB")))

```

```

        {
            Serial.println("MATLAB");
            break;
        }

    } while(1);

    Serial.println("conectado ao Arduino...");
    memset(tmp_buffer, 0, sizeof(tmp_buffer));

    Serial.readBytesUntil(13, tmp_buffer, 20); //recebe tempo de simulacao
    tempo_Simulacao = atoi(tmp_buffer);
    Serial.println(tmp_buffer);

    Serial.readBytesUntil(13, tmp_buffer, 20); //recebe tempo de simulacao
    NUM_DADOS = atoi(tmp_buffer);
    Serial.println(tmp_buffer);
}

/*****
/* Rotina executada pela interrupção do timer a cada 10ms
*/
*****/

ISR(TIMER1_COMPA_vect)
{
    ativa_PWM(); //executada a cada 10ms
}

/*****
/* Função principal executada após a função setup
*/
*****/

void loop()
{

    for (int k=0; k < tempo_Simulacao; k++)

```

```

        {
            envia_dado();
        }
    }
    /******
    /* le_dado(): faz a leitura dos N dados de um ciclo do sinal de teste
    enviado pelo matlab. Ao finalizar, habilita a interrupção do timer1.
    */
    /******
    void le_dado()
    {
        char entrada[21];
        //memset(buffer_entrada,0,sizeof(buffer_entrada));
        //memset(buffer_saida,0,sizeof(buffer_saida));

        while (count < NUM_DADOS)//enquanto n o receber todos os dados
        {

            if (Serial.available())
            {
                Serial.readBytesUntil (13,entrada,20);
                buffer_entrada[count] = atof(entrada);
                count++;
            }
        }

        TIMSK1 |= (1 << OCIE1A);//habilita o timer
    }

    /******
    /* ativa_PWM(): executada a cada 10ms. Aciona nos pinos 5 e 6 o sinal PWM
    corresponde a amplitude do sinal de teste
    */
    /******
    void ativa_PWM()
    {
        int valorSaida;

```

```

if ((count2 < NUM_DADOS))//leu 100 pontos e não o ultimo dado
{
    valorSaida = (buffer_entrada[count2]/5)*255;

    if (valorSaida >= 0)//ciclo positivo
    {

        analogWrite(saidaPwmNegativa,0);
        analogWrite(saidaPwmPositiva,valorSaida);

    }

    else//ciclo negativo
    {

        analogWrite(saidaPwmPositiva,0);
        analogWrite(saidaPwmNegativa,-valorSaida);

    }

    salva_dado(count2++);

    if (count2 == NUM_DADOS)
    {

        //\TIMSK1 &= ~(1 << OCIE1A);//desabilita timer
        flag_timer = true;
        count = 0;
        count2 = 0;

    }

}

}

/*****/
/* salva_dado(): Armazena os dados presentes no canal AD para ser enviado pelo
serial quando o timer for desligado.
*/
/*****/

```

```

void salva_dado(int n)
{
    double dado, valorLido = 0, tensao_lida;

    valorLido = analogRead(EntradaSinal);
    dado = (valorLido/1023)*5;

    tensao_lida = 2*dado - 5;
    buffer_saida[n] = tensao_lida;

}
/*****
/* Envia_dado(): Ao fim de um ciclo o timer1 desligado e os dados s o
enviados pela serial.
*/
/*****

void envia_dado()
{
    for(count = 0; count < NUM_DADOS; count++)
    {
        TIMSK1 &= ~(1 << OCIE1A); //desabilita timer
        Serial.println(buffer_entrada[count]);
        Serial.println(buffer_saida[count]);
        ///* habilita a interrupcao devido a comparacao */
        TIMSK1 |= (1 << OCIE1A);
    }

}

```