



Universidade de Brasília
Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Ciência da
Informação e Documentação - FACE.
Departamento de Economia

Estudo de Correlação em Mercados usando Redes Complexas

Aluno: Thiago Ramos Serra
Orientador: Daniel Oliveira Cajueiro

Brasília-DF

Julho, 2012.



Universidade de Brasília
Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Ciência da
Informação e Documentação - FACE.
Departamento de Economia

Estudo de Correlação em Mercados usando Redes Complexas

Monografia de
conclusão de
curso de Bacharel
em Ciências
Econômicas.
Universidade de
Brasília – UnB.

Aluno: Thiago Ramos Serra

Orientador: Daniel Oliveira Cajueiro

Brasília-DF

Julho, 2012.

Dedico este trabalho aos meus pais, por todo o amor e dedicação para comigo, por terem sido a peça fundamental para que eu tenha me tornado a pessoa que hoje sou.

A minha companheira Paula, pelo carinho e apoio dispensados em todos os momentos que precisei.
A minha família, que foi a base e o alicerce nessa minha longa jornada.

AGRADECIMENTO

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus, pela força e coragem durante toda esta longa caminhada.

Aos meus pais, José Ribamar e Irene Áurea que, com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.

A minha querida Paula, pelo seu amor, compreensão e apoio incondicionais nos momentos mais difíceis.

Ao professor Daniel Cajueiro, pela paciência na orientação e incentivo que tornaram possível a conclusão desta monografia.

Aos amigos e colegas, pelo incentivo e pelo apoio constantes.

Resumo

Neste trabalho investigamos as propriedades topológicas das redes bancárias e construímos a árvore geradora mínima (MST), que é baseada no conceito de ultrametricidade, utilizando a matriz de correlações para um grande número de variáveis bancárias. Os resultados empíricos sugerem que os bancos privados e estrangeiros tendem a formar grupos dentro da rede e, além disso, os bancos com diferentes tamanhos são também fortemente ligados entre si e tendem a formar aglomerados. Estes resultados são robustos ao uso de diferentes variáveis para a construção da rede, como a lucratividade dos bancos, ativos, patrimônio, receitas e empréstimos. Utilizamos também a metodologia da MST e sua árvore taxonômica para investigar as propriedades topológicas da estrutura a prazo da rede das taxas de juros brasileira, usando a matriz de correlação entre as taxas de juros de diferentes vencimentos.

Nós mostramos que a taxa de juros de curto prazo é a mais importante dentro da rede das taxas de juros, que está em consonância com a hipótese de expectativas de taxas de juros e, além disso, descobrimos que a rede das taxas de juros brasileira forma aglomerados por prazo de vencimento.

Palavras-Chave: Redes Complexas, econofísica, mercados emergentes, árvore geradora mínima, setor bancário, taxas de juros, estrutura de vencimentos das taxas de juros.

Sumário

1	Introdução.....	7
2	Revisão Bibliográfica	9
3	Redes de Bancos Brasileiros	14
3.1	Medidas de redes ponderadas.....	16
3.2	Dados.....	17
3.3	Resultados empíricos	18
4	Redes de taxas de juros.....	41
4.1	Medidas de redes ponderadas.....	43
4.2	Dados.....	46
4.3	Resultados Empíricos	46
5	Conclusão	61

1 Introdução

A literatura atual tem utilizado a teoria das redes complexas para desvendar algumas características importantes de redes econômicas focando particularmente em redes geradas por correlações de preços de ações (Mantegna, 1999; Bonanno et al., 2000; Bonanno et al., 2003; Onnela et al., 2003a; Onnela et al., 2003b; Jung et al., 2006; Jung et al., 2008; Coelho et al., 2007a; Coelho et al., 2007b). Essa mesma abordagem pode ser usada com sucesso para explorar a topologia das correlações encontradas no setor bancário brasileiro. Este estudo é particularmente interessante, pois nos permite analisar uma grande variedade de características bancárias, tais como, ativos totais, patrimônio, receitas, lucros e empréstimos totais para desenvolver interações bancárias, que formam um sistema complexo.

Vários motivos tornam o setor bancário brasileiro um caso interessante a ser estudado, sendo o primeiro, o fato do setor bancário brasileiro ser um dos mais importantes da América Latina, devido principalmente à solidez e a maturidade de seus bancos e, em segundo lugar, o grande número de bancos estrangeiros que se fazem presentes na rede bancária, o que permite estudar se esses bancos formam aglomerados na rede e as possíveis implicações desse resultado. Além disso, os bancos públicos continuam a desempenhar um papel importante na economia, apesar dos esforços de privatização que ocorreram na década de noventa, e, portanto, estudar sua importância relativa na rede pode adicionar alguns insights sobre a organização bancária brasileira.

Neste trabalho, iremos estender a nossa análise ao estudarmos uma rede gerada por diversos vencimentos de juros¹ e o objetivo principal é de caracterizar a topologia e a taxonomia das redes de taxas de juros e estudar a dinâmica dessas redes. A rede brasileira de taxas de juros apresenta um caso interessante por diversos motivos, dentre eles, o fato de ser um dos mais importantes na América Latina e também de existir um mercado de títulos bem desenvolvido. Além disso, há um grande número de taxas de juros para os diferentes vencimentos - o que permite testar a hipótese das expectativas das taxas de juros, que é uma das principais teorias para explicar a dinâmica das taxas de juros².

¹ A estrutura de prazo das taxas de juros pode ser definida como a relação entre as taxas de juros e o prazo para o vencimento.

² A hipótese das expectativas de taxas de juros, afirma que as taxas de juro de longo prazo são formadas basicamente como as expectativas futuras das taxas de juros de curto prazo.

Este trabalho contribui à literatura, ao explicar se a hipótese das expectativas para as taxas de juros se mantém para a estrutura de vencimentos das taxas de juros brasileira. Por esta razão, o estudo da rede de taxas de juros é um assunto de grande relevância e nossa análise pretende mostrar como os diferentes vencimentos dessas taxas se relacionam para formar uma rede e como se dá essa relação através de ferramentas de teoria gráfica. Este é um tema de extrema importância, pois pode revelar padrões dentro da rede de taxas de juros.

O restante do trabalho está estruturado conforme a seguir. No próximo capítulo é feita uma revisão da literatura das redes do setor bancário brasileiro e das taxas de juros, enquanto o Capítulo 3 apresenta a metodologia, os procedimentos de amostragem, os dados e os resultados para o setor bancário. No Capítulo 4 é apresentada a metodologia, os procedimentos de amostragem, os dados e os resultados empíricos para a rede de taxas de juros e no Capítulo 5, as conclusões e considerações finais.

2 Revisão Bibliográfica

Existe uma extensa literatura sobre o estudo das propriedades topológicas das redes, as quais possuem uma taxonomia econômica associada muito significativa. Mantegna (1999), num trabalho seminal, mostra que a árvore geradora mínima (MST) e a árvore ultramétrica subdominante associada a esta MST, obtida a partir de uma matriz de distâncias, fornece um espaço topológico para as ações de uma carteira, negociadas no mercado financeiro. Esta topologia é útil para descrever os mercados financeiros e na busca de fatores econômicos comuns que afetam grupos específicos de ações. Bonanno et al. (2000) reviram a abordagem de correlação baseada em redes de preços das ações financeiras e descobriram que o estudo da correlação-base de redes financeiras é um método fecundo, capaz de filtrar informações econômicas a partir da matriz de coeficiente de correlação de um conjunto de séries temporais financeiras. A topologia da rede detectada pode ser utilizada para validar ou refutar simples, embora generalizados, modelos de mercado. Em outro trabalho, Bonanno et al. (2003) compararam as propriedades topológicas da árvore geradora mínima (MST) de dados empíricos gravados no New York Stock Exchange (NYSE) com MSTs obtidas a partir de modelos simples de uma carteira dinâmica e acharam que a árvore empírica tem características de uma rede complexa que não pode ser reproduzida, assim como uma primeira aproximação, por um modelo de mercado aleatório e pelo modelo de um factor-generalizada. Onnela et al. (2003a), estudaram a dinâmica de árvores de ativos aplicando à análise de carteiras e demonstraram que a árvore evolui ao longo do tempo e descobriram que o comprimento normalizado da árvore diminui e permanece baixo durante uma crise. Em outro trabalho, Onnela et al. (2003b) deram uma demonstração de como o proeminente crash da bolsa de 1987, que culminou na Segunda-Feira Negra, pode ser visto a partir da perspectiva de árvores de ativos dinâmicas. Jung et al. (2006) apresentam uma estrutura de rede do mercado de ações coreano com a sua árvore geradora mínima (MST) através da matriz de correlação. Eles descobriram que o mercado acionário da Coreia, um dos mercados emergentes, não forma aglomerados do setor empresarial ou das categorias da indústria e que estes clusters somente eram formados quando o índice MSCI (Morgan Stanley Capital International Inc.) era explorado.

Sorensen e Gutierrez (2006) aplicaram técnicas de análise de cluster para examinar o grau de integração financeira na área do euro, com foco no setor bancário, utilizando tanto um método clássico de cluster hierárquico quanto um método de suavização, que é especialmente

adequado para a análise de alterações nos agrupamentos ao longo do tempo e descobriram que os países da zona euro, em geral, tornaram-se mais homogêneos depois da introdução do euro. É pequeno o número de trabalhos e de pesquisas que foram aplicadas a sistemas bancários dentro da literatura econofísica. Cajueiro e Tabak (2006) fizeram pesquisas nessa área e testaram para a presença de bolhas racionais em índices de ações bancárias e eles descobriram que a hipótese de não bilinearidade da raiz unitária é rejeitada e também que a dinâmica dos preços dos ativos bancários em países desenvolvidos e nas economias emergentes estão em conformidade com bolhas racionais e alta especulação. Em outro trabalho, Cajueiro e Tabak (2008) analisaram a estrutura da rede interbancária brasileira utilizando uma abordagem baseada em redes complexas e encontraram uma fraca evidência de estrutura de comunidade, grande heterogeneidade da rede bancária e que este mercado é caracterizado por centros monetários com exposições a muitos bancos.

Usando a abordagem MST, Coelho et al. (2007a) estudaram o grau e a evolução da interdependência entre os mercados acionários mundiais e descobriram que há uma forte tendência dos mercados se organizarem por localização geográfica e que as correlações médias mostram tendência de aumento ao longo de todo o período. Por outro lado, as distâncias médias na árvore geradora mínima e nas camadas ocupacionais médias vêm mostrando uma tendência declinante. Finalmente, mostram que ainda que os clusters de um determinado período estejam homogêneos, a probabilidade de eles permanecerem estáveis ao longo do período de uma determinada carteira é pequena.

Di Matteo et al. (2004a) pesquisaram dados semanais de taxas de juros nos mercados monetário e de capitais, ao longo de 16 anos, descobrindo que as correlações dentro das aglomerações estiveram fortes em cada parte do período sob análise. Em outro trabalho, Di Mateo et al. (2004b) propõem um método geral para estudar a organização hierárquica de dados financeiros, ao incorporar a estrutura de suas correlações em gráficos métricos em espaços multidimensionais. Os gráficos resultantes contêm a MST como um sub-gráfico, preservando sua estrutura hierárquica e mostrou-se também que esse procedimento de incorporação pode incluir superfícies de tipo mais elevado, desta forma construindo redes com diferentes graus de complexidade e teor informativo ajustados.

Apesar de amplas evidências de que a teoria de redes pode ser útil na análise das bolsas de valores, poucas pesquisas, p. ex. as de Di Matteo et al. (2004a;) e Di Matteo et al. (2004b), focaram o mercado de renda fixa e, no entanto, esses trabalhos não pesquisaram a

questão, se a hipótese das expectativas das taxas de juros se mantém. Neste trabalho, iremos caracterizar a rede brasileira de renda fixa, testando a hipótese das expectativas.

A hipótese das expectativas (EH), que afirma que a taxa de juros de longo prazo é a média das futuras taxas de curto prazo esperadas, mais um prêmio de risco independente, é uma maneira conveniente de lidar com a estrutura de vencimentos. A EH foi pesquisada por muitos pesquisadores (Seo, 2003; Jondeau e Ricart, 1999; Camarero e Tamarit, 2002; Gerlach, 2003; Longstaff, 2000; Carriero et al., 2006; Tabak, 2009; Christiansen, 2003; Curthbertson et al., 2000), entretanto, as evidências empíricas variam de pesquisa para pesquisa, dependendo de qual a implicação testada, qual o segmento da curva de rendimento examinado e qual o período pesquisado.

Longstaff (2000) testou a hipótese das expectativas na ponta da estrutura de vencimentos extremamente curta, usando taxas de recompra de curto prazo. Seo (2003) mostra o efeito dos custos de transição na possibilidade de previsões da estrutura de vencimentos das taxas de juros e descobriu que somente se o spread dos vencimentos supera os parâmetros de threshold é que a taxa de juros de curto prazo corresponde ao spread de vencimentos passado³. Ele também sugere o modelo de correção de erros de threshold, que é consistente com o fato estilizado da estrutura de vencimentos. O modelo de co-integração de threshold supera o modelo linear de co-integração e o modelo da caminhada aleatória e, portanto, pode ser usada na avaliação da política monetária e das previsões econômicas.

Jondeau e Ricart (1999) propõem uma abordagem alternativa à testagem da EH que leva em consideração a potencial não-estacionaridade das taxas de juros, dentro do arcabouço de um modelo de correção de erros (ECM). Eles também testaram a EH para as taxas em euro nos EUA, Alemanha, França e o Reino Unido, no período de 1975 a 1997 e descobriram que quase nunca rejeitam a teoria para as taxas francesas e do Reino Unido, ao passo que geralmente rejeitam a teoria para as taxas americanas e alemãs. Christiansen (2003) testou a EH, usando a regressão da taxa futura e, numericamente, ele descobriu que a EH estava próxima do nível de aceitação. Para um grande conjunto de dados, a EH é estatisticamente rejeitada para vencimentos entre 1 ano e 25 anos e para um conjunto de dados mais curto, não foi possível rejeitar a EH e esses resultados não variam com o vencimento das taxas futuras⁴.

Brown et al. (2008) descobriram que as expectativas se mantêm quando as taxas são menos voláteis, ou quando estamos entrando num período de menor volatilidade. Gerlach

³ Spreads de longo prazo são taxas de juros de longo prazo, menos taxas de juros de curto prazo.

⁴ Taxa futura é uma projeção das taxas de juros futuros, calculada a partir de taxas à vista ou da curva de rendimentos.

(2003) descobriu que os spreads de vencimentos não contêm informações sobre as taxas futuras de curto prazo; da mesma forma, a EH foi firmemente rejeitada pelos dados. Ele implementou uma versão modificada da EH, incorporando prêmios que variam com o prazo de vencimento; não pôde rejeitar a hipótese e, além disso, verificou que a hipótese de que os parâmetros tenham sido constantes antes e depois do início da crise asiática de julho de 1997 não foi rejeitada.

Esteve (2006) usando Modelos Vetoriais Autorregressivos (VAR), testou a co-integração de threshold da estrutura de taxas de juro espanhola no período 1980-2002 e testou também a hipótese das expectativas no contexto da teoria de co-integração - o que sugere que as taxas de juros de longo e curto prazo estão ligadas por uma relação de longo prazo com os parâmetros (1, -1), isto é, que o spread das taxas de juros é média reversiva. Ele descobriu que a co-integração não linear entre taxas de juros de longo e curto prazo é rejeitada, o que significa que um modelo linear de co-integração forneceria uma descrição empírica adequada da estrutura de vencimentos das taxas de juros espanhola. Camarero e Tamarit (2002) aplicaram diversos testes, usando como exemplo a hipótese de expectativas da estrutura de vencimentos das taxas de juros e seus resultados são consistentes com a existência de co-integração entre as taxas de juros espanholas de longo e curto prazos, com vetor (1, -1), conforme prediz a teoria.

Usando técnicas de co-integração, Tabak (2009) testou a hipótese de expectativas (EH) para vencimentos de 1 a 12 meses, no mercado brasileiro e encontrou evidências que sugerem que para o período de 1995 a 2006, a implicação de co-integração parece se manter, em geral. Também encontrou evidências fortes em apoio à causalidade das taxas de curto para longo prazo, e também na direção oposta e as evidências empíricas apoiaram a teoria das expectativas da estrutura de vencimentos das taxas de juros.

Cuthbertson et al. (2000) testaram a teoria das expectativas da estrutura de vencimentos das taxas de juros para o mercado monetário alemão, na ponta curta da gama de vencimentos, usando várias medidas e usaram a metodologia VAR para prever os futuros juros. A metodologia VAR, com base na literatura de co-integração, permite a consideração explícita da potencial não-estacionariedade dos dados, o que possibilitou descobrirem que os resultados tendem a apoiar a hipótese, e a EH pode adequadamente caracterizar os dados alemães; pois sob as metas de oferta de moeda, os juros têm sido relativamente voláteis, porém não extremamente voláteis, devido ao firme posicionamento antiinflacionário de longo prazo do Bundesbank.

Em geral, a literatura tem sugerido que é possível descobrir a formação de clusters dentro de bolsas, bancos e redes de commodities e que é possível definir uma taxonomia para as unidades populacionais dentro da rede. Estes resultados são importantes e têm muitas implicações para a concepção de portfólios e de modelos de gestão de risco. De modo geral, pouco se sabe sobre a topologia de redes de taxas de juros e suas propriedades dinâmicas e este trabalho visa preencher esta lacuna. Nós seguimos essa literatura e implementamos esses métodos também para o setor bancário brasileiro.

3 Redes de Bancos Brasileiros ⁵

Usamos os dados sobre os ativos de bancos para o período de 2000 a 2007⁶ e esses dados foram coletados em uma base semi-anual e, portanto, a matriz de correlação deve representar tendências de longo prazo. Variações nos ativos bancários foram calculados pela variação logarítmica do ativo $d(A_t) = \ln(A_t) - \ln(A_{t-1})$, onde A_t é o ativo do banco no semestre t .

Usando esta variável calcula-se a função de correlação cruzada como:

$$\rho_{i,j} = \frac{\langle dA_i \cdot dA_j \rangle - \langle dA_i \rangle \langle dA_j \rangle}{\sqrt{(\langle dA_i^2 \rangle - \langle dA_i \rangle^2)(\langle dA_j^2 \rangle - \langle dA_j \rangle^2)}}$$

em que $\langle dA_i \rangle$ representa a média estatística de $dA_{i,t}$ para um dado período de tempo e todas as correlações cruzadas variam de -1 a 1⁷. A matriz $\rho_{i,j}$ tem ordem $n \times n$ se houver n bancos na amostra e é simétrica como $\rho_{i,j} = \rho_{j,i}$. Nós gostaríamos de construir uma MST para estudar a topologia de tais redes mas, para isso, a MST requer a utilização de uma variável que possa ser interpretada como a distância, satisfazendo os três axiomas de distância euclidiana. Assim, a fim de construir uma matriz de distâncias da rede bancária, nós transformamos esta matriz empregando a distância métrica $d_{i,j} = \sqrt{2(1 - \rho_{i,j})}$, onde $\rho_{i,j}$ é a correlação entre mudanças nos ativos dos bancos i e j ⁸.

Se os bancos compartilham as mesmas tendências, então as correlações devem ser positivas, ou seja, quando o banco A tem um aumento ou diminuição nos lucros, em seguida, se o banco B tem também um aumento ou diminuição nos lucros, em média, a correlação seria positiva. Portanto, as correlações positivas refletem que os bancos possuem características semelhantes e estão ligados nesse sentido e compartilham as mesmas tendências, enquanto os bancos anti-correlacionados, têm distâncias maiores, assim como devem ter características e comportamentos distintos. Por estas razões, acreditamos que faz sentido a construção da rede usando semelhanças entre os bancos, utilizando pequenas

⁵ Estudo baseado no trabalho de Serra (2009) "Topological properties of bank network: the case of Brazil", publicado em International Journal of Modern Physics C.

⁶ Todos os bancos comerciais que tinham informações para todo o período entraram na análise.

⁷ Um valor de $\rho_{i,j} = 1$ implica que os bancos têm uma correlação perfeita entre eles, enquanto um valor de $\rho_{i,j} = -1$ sugere que esses bancos são perfeitamente anti-correlacionados.

⁸ Esta métrica satisfaz os três axiomas de distância Euclidiana: (i) $d_{i,j} = 0$ se, e somente se, $i = j$; (ii) $d_{i,j} = d_{j,i}$, e (iii) $d_{i,j} \leq d_{i,k} + d_{k,j}$.

distâncias para os bancos correlatos e mostrando que a rede, usando as definições acima, é bem definida.

A MST é um gráfico que conecta todos os n nós do gráfico com $n - 1$ arestas, tal que a soma de todos os pesos das arestas dado por $\sum_{i,j \in D} d_{ij}$, seja mínimo e D seja a matriz de distâncias. A MST extrai informações significativas a partir da matriz de distâncias e reduz o espaço de informação a partir de $\frac{n \times (n-1)}{2}$ correlações de $n - 1$ arestas da árvore, e é a árvore de amplitude do comprimento mais curto usando o algoritmo de Kruskal de $d_{i,j}$ e, portanto, é um gráfico sem ciclos conectando todos os nós com ligações⁹.

Defina a distância máxima d_{ij}^* entre dois bancos sucessivos quando se deslocam do banco i para banco j sobre o caminho mais curto da MST ligando estes dois bancos¹⁰, assim, a distância d_{ij}^* satisfaz os axiomas de distância euclidiana acima e também a desigualdade ultramétrica seguinte:

$$d_{i,j} \leq \max[d_{i,k}, d_{k,j}]$$

A distância ultramétrica subdominante d_{ij}^* nos algoritmos de clustering foi usada e empregamos os métodos de agrupamento simples e completo de ligação, onde o primeiro é um dos métodos mais simples de agrupamento hierárquico. A característica que define o método é a de que distância considerada é tida como a distância entre o mais próximo par de nós. No método de ligação simples a distância entre cada par de nós possível (i, j) é calculada, e o valor mínimo destas distâncias é dito para ser a distância entre os nós i e j e, em cada estágio de agrupamento hierárquico, os nós i e j para os quais $d_{i,j}$ é mínimo, são mesclados.

O método de ligação completa é o oposto de um método de ligação simples e a distância entre os nós é agora definida como a distância entre o par mais distante de nós. O valor máximo destas distâncias é dito para ser a distância entre os nós i e j e a distância entre dois nós é dado pelo valor da maior ligação entre os nós.

⁹O algoritmo de Kruskal tem as seguintes etapas: (1) Escolha um par de bancos com a distância mais próxima e conecte-os com uma linha proporcional a esta distância; (2) Conecte o par com a segunda menor distância; (3) Ligue o próximo par que não esteja ligado por uma mesma árvore, e (4) Repita o passo três até que todos os bancos estejam conectados em uma árvore.

¹⁰Esta distância é chamada de distância ultramétrica subdominante e um espaço ligado por estas distâncias fornece um espaço topológico que tem associada uma hierarquia indexada única.

3.1 Medidas de redes ponderadas

Calculamos uma variedade de medidas de rede para caracterizar a rede de bancos, dentre elas, está uma variável chamada poder de dominação, que mede os nós individuais que são capazes de encontrar a centralidade em uma rede e que leva em consideração a direção e o peso das relações. Van den Brink e Gilles (2000) desenvolveram uma medida de dominação baseada no grau, chamada de β -valor, conforme descrito abaixo:

$$\beta(i) = \sum_{j=1}^n \frac{w(i,j)}{\lambda(j)}$$

onde $w(i,j)$ é o peso das ligações conectadas ao vértice i e λ_j é o peso da dominação do nó j dado por

$$\lambda(j) = \sum_{i=1}^n w(i,j)$$

Juntamente como grau de um nó, uma medida muito significativa das propriedades da rede, em termos dos pesos, é obtida observando a força do vértice, chamada S_i e definida como:

$$S_i = \sum_{j \in \mathcal{Y}(i)} w_{i,j}$$

onde a soma ocorre ao longo do conjunto $\mathcal{Y}(i)$ de vizinhos de i . A força de um nó integra a informação tanto da conectividade quanto da importância dos pesos das suas ligações, e pode ser considerada como a generalização natural da conectividade. Quando os pesos são independentes da topologia, obtemos $s \simeq \langle w \rangle k$, onde $\langle w \rangle$ é o peso médio e, na presença de correlações obtemos, em geral, $s \simeq A k^\beta$ onde $\beta=1$ e $A \neq \langle w \rangle$ ou $\beta>1$.

Outra medida que calculamos foi a entropia da rede, que é dada por:

$$H = - \sum_k P(k) \log(P(k))$$

O valor máximo da entropia é determinado para um grau de distribuição uniforme, enquanto que o valor mínimo é zero (todos os vértices têm o mesmo grau)¹¹ e esta medida proporciona a heterogeneidade média da rede.

3.2 Dados

Foram avaliados 72 bancos, utilizando um painel equilibrado, operando no sistema bancário brasileiro para o período de 2000 a 2007 e utilizamos informações sobre os ativos totais, patrimônio, empréstimos totais, os lucros e as receitas totais das intermediações financeiras, além de construirmos a rede usando a correlação de distâncias entre os bancos da amostra, seguindo a metodologia de Mantegna (1999).

Nós estudamos o papel dos diferentes bancos na rede construída usando a MST anterior, baseada no conceito de ultrametricidade e comparamos o papel dos bancos por tamanho e propriedade. A variável *tamanho*, que é categórica, assume as seguintes categorias: grandes, médios, pequenos e micro bancos. O Banco Central do Brasil classifica o tamanho dos bancos com base nos ativos totais acumulados: até 75% como grandes bancos, entre 75% e 90% como bancos médios, entre 90% e 99% para os bancos pequenos e, micro para todos os restantes. Uma vez que a maioria das variáveis dos bancos podem ter tendências e, portanto, são não-estacionárias, a matriz de correlação pode produzir resultados falsos e para superar este problema potencial, seguimos a literatura e utilizamos as mudanças de log para construir a matriz de correlações e a matriz de distâncias associada.

A variável *propriedade* pode ser definida nas seguintes categorias: bancos estrangeiros, bancos privados nacionais, bancos com participação estrangeira e bancos estatais. Os bancos nacionais com participação estrangeira incluem os bancos em que investidores estrangeiros mantêm uma participação igual ou superior a 10% e inferior a 50% no patrimônio total, enquanto os bancos estrangeiros incluem bancos em que os investidores mantêm mais de 50% do patrimônio total. Os bancos estatais são definidos como aqueles em que o governo brasileiro detém mais de 50% do patrimônio total.

¹¹Os pesos relativos da matriz de distâncias são utilizados para calcular as probabilidades.

3.3 Resultados empíricos

A árvore hierárquica juntamente com a MST fornece informações úteis para que possamos investigar o número e a natureza dos fatores comuns que afetam os grupos de bancos que estão presentes em nossa amostra, assim como, a análise nos mostra que a influência desses fatores econômicos é específica para cada grupo de bancos. Os bancos ou grupos de bancos com altos valores das distâncias $d_{i,j}$ são influenciados por fatores que são específicos para esses bancos e, para valores baixos de $d_{i,j}$, os bancos são afetados, tanto por fatores que são comuns a todos os bancos como por fatores que são específicos para o grupo considerado de bancos. O comprimento dos segmentos observados para cada grupo, quantifica a relevância relativa destes fatores e os padrões que podemos observar são que, se os valores das distâncias de $d_{i,j}$ são baixos, os grupos de bancos tendem a formar aglomerados fortes e para valores elevados de $d_{i,j}$ estas relações tendem a ser fracas. O setor bancário brasileiro tem grupos de bancos fortemente ligados em clusters, mas as ligações entre esses grupos são significativamente fracas e este fato ocorre porque os bancos, com tendência a sofrer mais influência de riscos externos tendem a criar clusters mais completos e robustos.

Analisando os valores de $d_{i,j}$ para cada característica, podemos confirmar estas observações, achando valores de $d_{i,j}$ que variam de 0 a um valor máximo, inerente para cada característica. Os valores máximos que foram encontrados são de 1,98 para receitas, 1,93 para patrimônio, 1,98 para os lucros, 1,90 para os empréstimos e 1,92 para os ativos totais, confirmando que o setor bancário brasileiro é heterogêneo para todas as características.

A Figura 1 apresenta a MST e a taxonomia da árvore hierárquica ultramétrica subdominante associada à MST, para uma rede baseada nas distâncias dos ativos bancários e apresentamos a rede baseada na propriedade do banco: Bancos Privados (P), Bancos Estrangeiros (F), Bancos com Participação Estrangeira (FP), e Bancos Estatais (ST). A Figura 2, por outro lado apresenta a mesma rede, mas focando no tamanho dos bancos: Bancos Pequenos (S), Micro Bancos (M), Bancos Médios (MD) e Grandes Bancos (L).

A árvore de MST e a taxonomia apresentada na Figura 1, usando a estrutura baseada na propriedade, sugerem a emergência de clusters, o que pode ser visto pelo lado superior esquerdo da MST, onde há a formação de um cluster que tem bancos predominantemente

privados (P), enquanto que no lado superior direito há um aglomerado em que há participação predominantemente de bancos externos (F) e com participação estrangeira (FP). Os bancos estatais são mais distribuídos em toda a rede. Da Figura 2, podemos ver que os aglomerados parecem ser bastante heterogêneos com base no tamanho dos bancos, o que sugere que pode haver complementariedades importantes entre estes bancos.

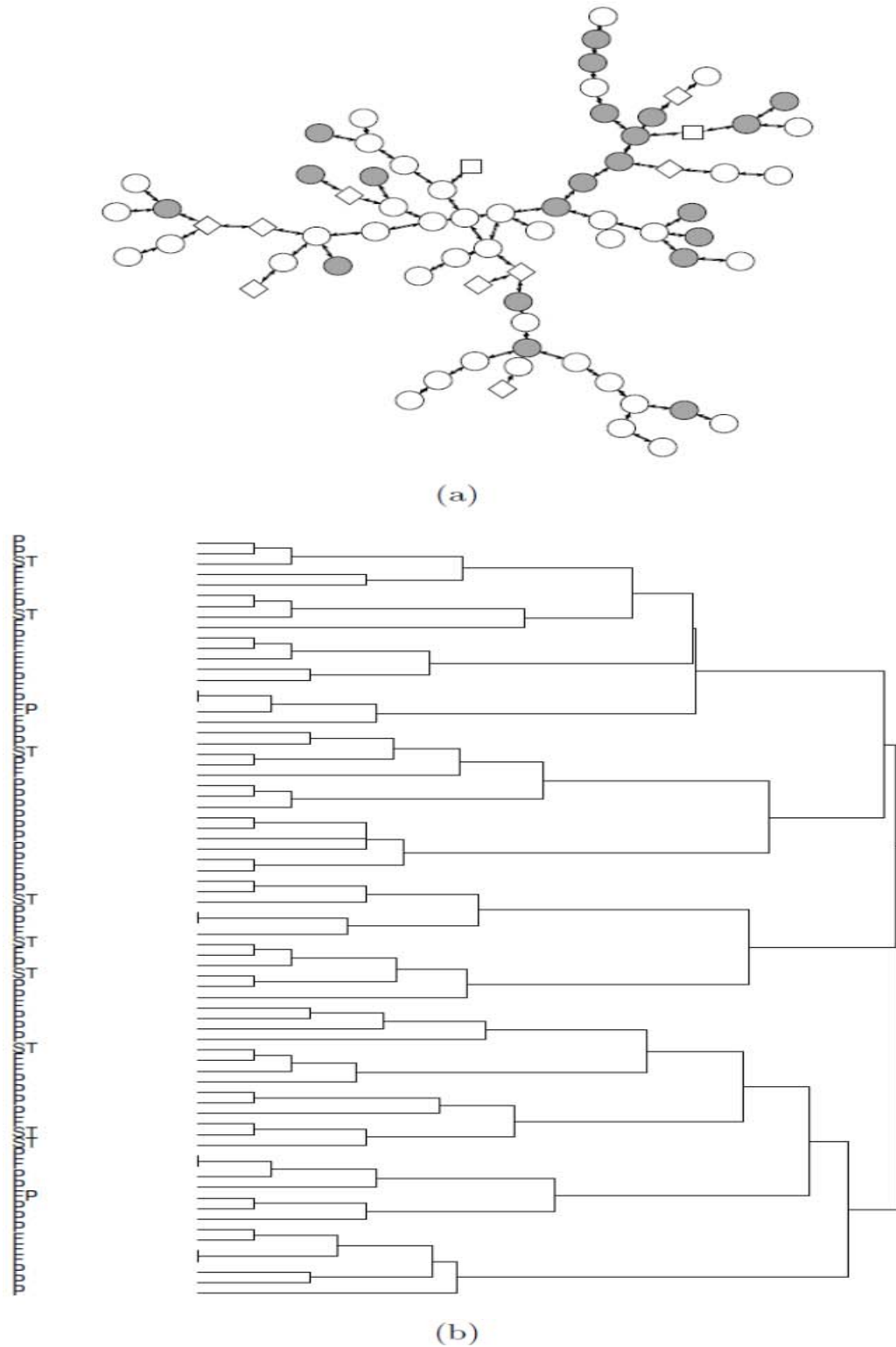


Figura 1. (a) Gráfico da MST de uma rede baseada na topologia das distâncias dos ativos bancários. O formato do nó é baseado na propriedade do banco. A correspondência é: elipse para Privado; elipse preta para bancos estrangeiros; quadrado para bancos com participação estrangeira e diamante para os bancos estatais, (b) Gráfico da taxonomia hierárquica da árvore ultramétrica subordinante associada à MST de distâncias dos ativos bancários. A correspondência é baseada na propriedade do banco: (P) para os bancos privados; (F) para bancos estrangeiros; (FP) para os bancos com participação estrangeira, e (ST) para os bancos estatais.

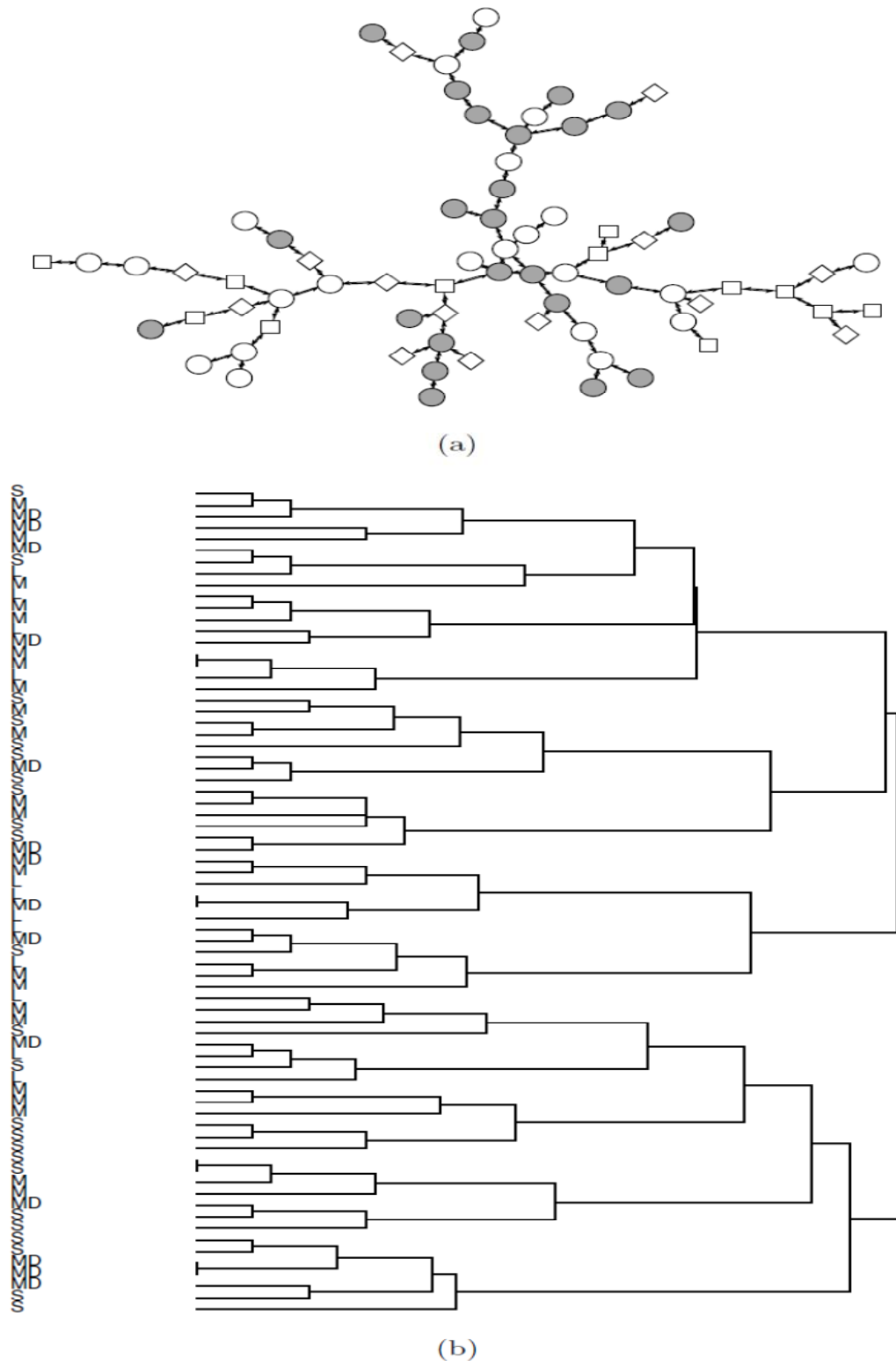


Figura2. (a) Gráfico da MST de uma rede baseada na topologia das distâncias dos ativos bancários. O formato do nó é baseado no tamanho do banco. A correspondência é: Elipse preta para bancos pequenos, elipse para bancos de tamanho micro, diamante para bancos médios e quadrado para os grandes bancos, (b) Gráfico da taxonomia hierárquica da árvore ultramétrica subdominante associada à MST de distâncias dos ativos bancários. A correspondência é baseada no tamanho do banco: (M) para bancos de tamanho micro; (S) para bancos pequenos; (MD) para bancos médios; e (L) para os grandes bancos.

A Figura 3 apresenta a MST e a árvore ultramétrica subdominante associada à MST, para uma rede baseada nas distâncias dos patrimônios dos bancos e focada na propriedade dos bancos, enquanto a Figura 4 apresenta a mesma rede mas focando no tamanho dos bancos. Neste caso, observamos alguns aglomerados de bancos privados (P), mas também observamos que os agrupamentos são heterogêneos quando nos concentramos no tamanho dos bancos.

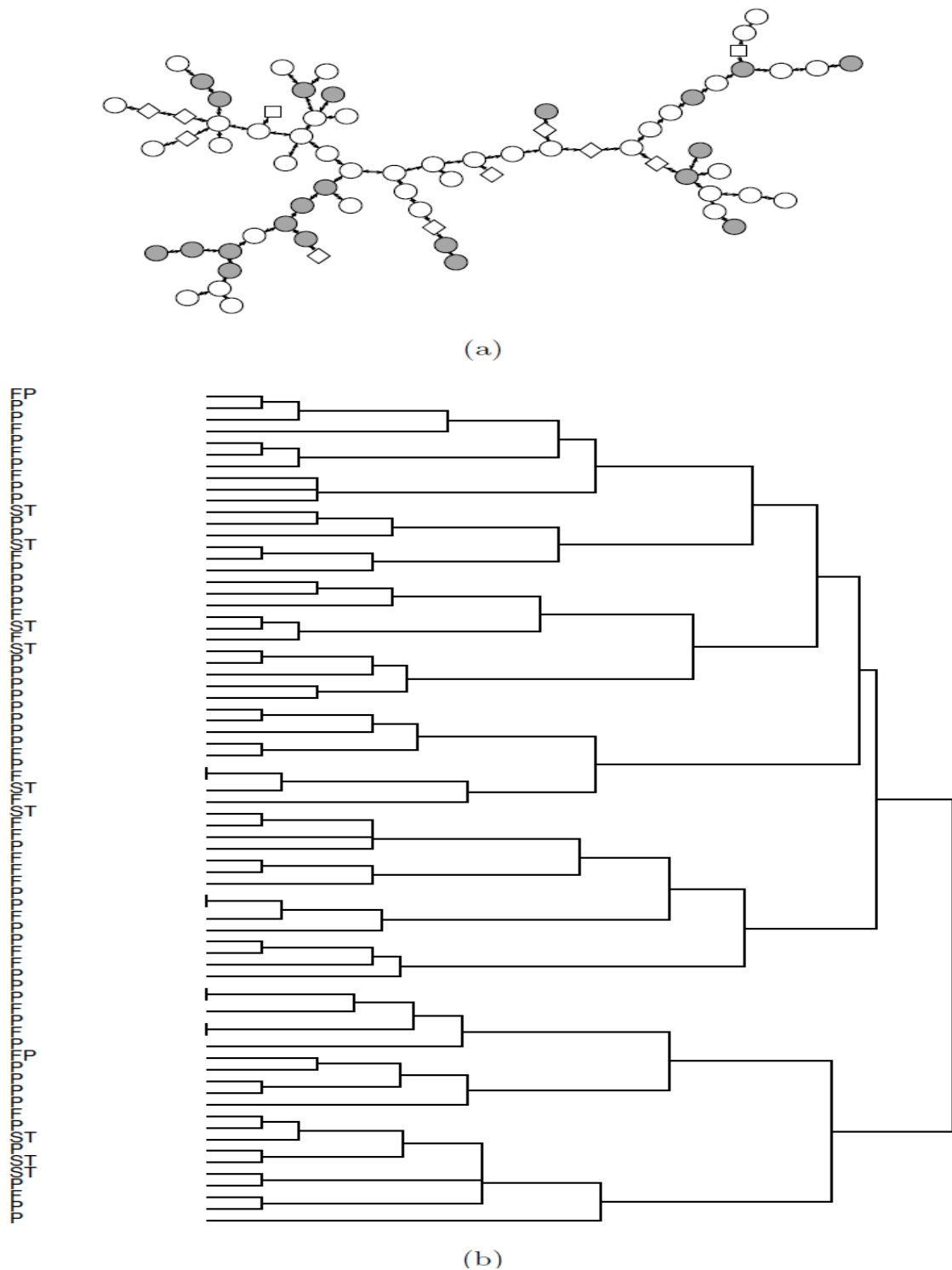


Figura 3. (a) Gráfico da MST de uma rede baseada na topologia das distâncias dos patrimônios dos bancos. O formato do nó é baseado na propriedade do banco. A correspondência é: elipse para Privado; elipse preta para bancos estrangeiros; quadrado para bancos com participação estrangeira e diamante para os bancos estatais, (b) Gráfico da taxonomia hierárquica da árvore ultramétrica subordinante associada à MST de distâncias dos patrimônios dos bancos. A correspondência é baseada na propriedade do banco: (P) para os bancos privados; (F) para bancos estrangeiros; (FP) para os bancos com participação estrangeira, e (ST) para os bancos estatais.

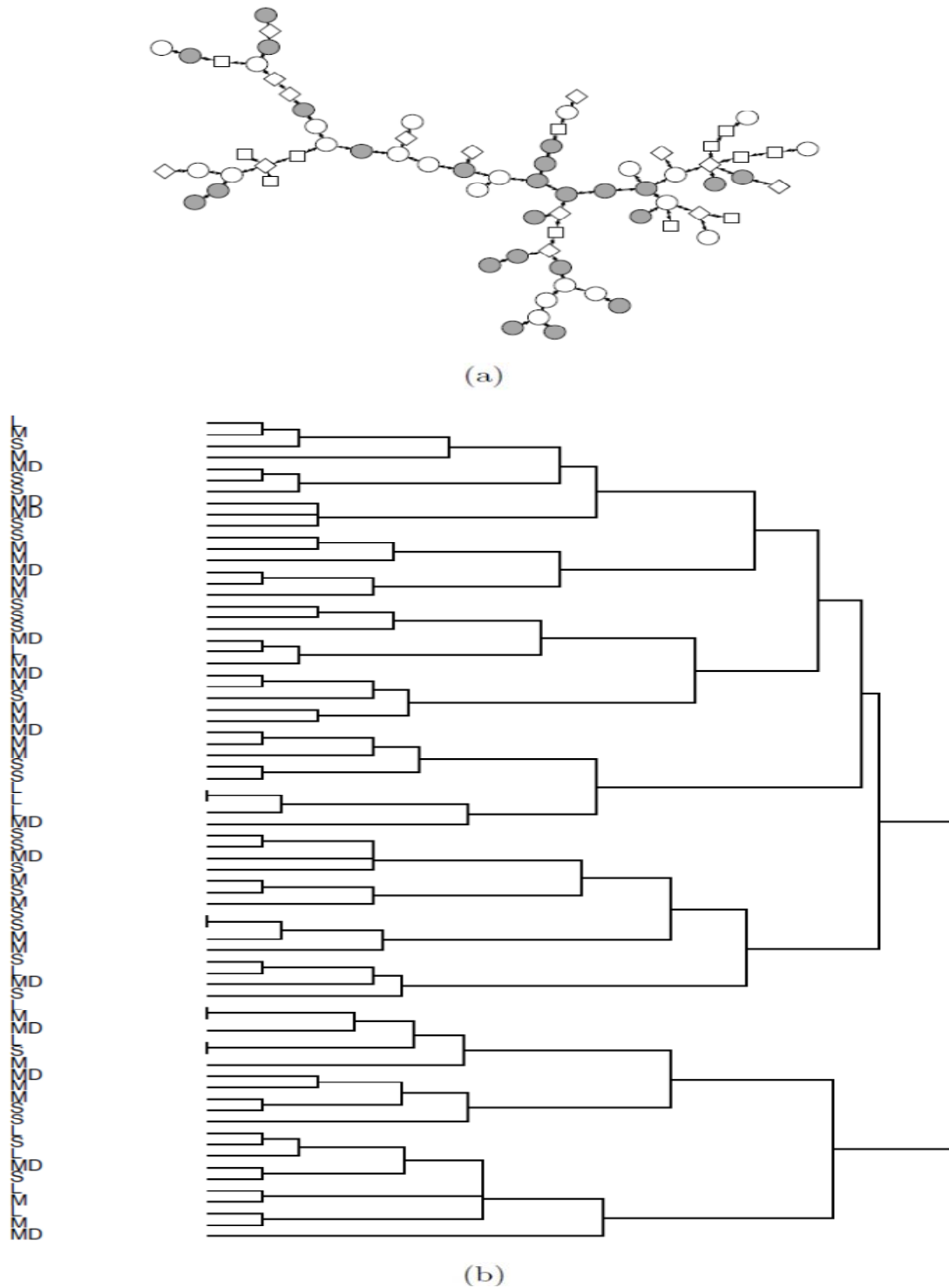


Figura 4. (a) Gráfico da MST de uma rede baseada na topologia das distâncias dos patrimônios dos bancos. O formato do nó é baseado no tamanho do banco. A correspondência é: Elipse preta para bancos pequenos, elipse para bancos de tamanho micro, diamante para bancos médios e quadrado para os grandes bancos, (b) Gráfico da taxonomia hierárquica da árvore ultramétrica subdominante associada à MST de distâncias dos patrimônios dos bancos. A correspondência é baseada no tamanho do banco: (M) para bancos de tamanho micro; (S) para bancos pequenos; (MD) para bancos médios; e (L) para os grandes bancos

As Figuras 5, 7 e 9 apresentam a MST e a árvore ultramétrica subdominante associada à MST, para uma rede com base nas distâncias dos lucros dos bancos, das receitas e dos empréstimos e baseada também na propriedade dos bancos, e as Figuras 6, 8 e 10 apresentam a mesma rede, mas mostrando o tamanho dos bancos. Resultados empíricos mostram semelhanças às descobertas anteriores, sugerindo que os bancos privados e estrangeiros parecem estar em clusters, ao passo que quando nos concentramos no tamanho dos bancos, os clusters são heterogêneos. Fizemos a mesma análise utilizando uma matriz de adjacência com uma correlação maior do que 0,5 ou 0,6 como um limiar, e resultados qualitativos são semelhantes (não mostrados).

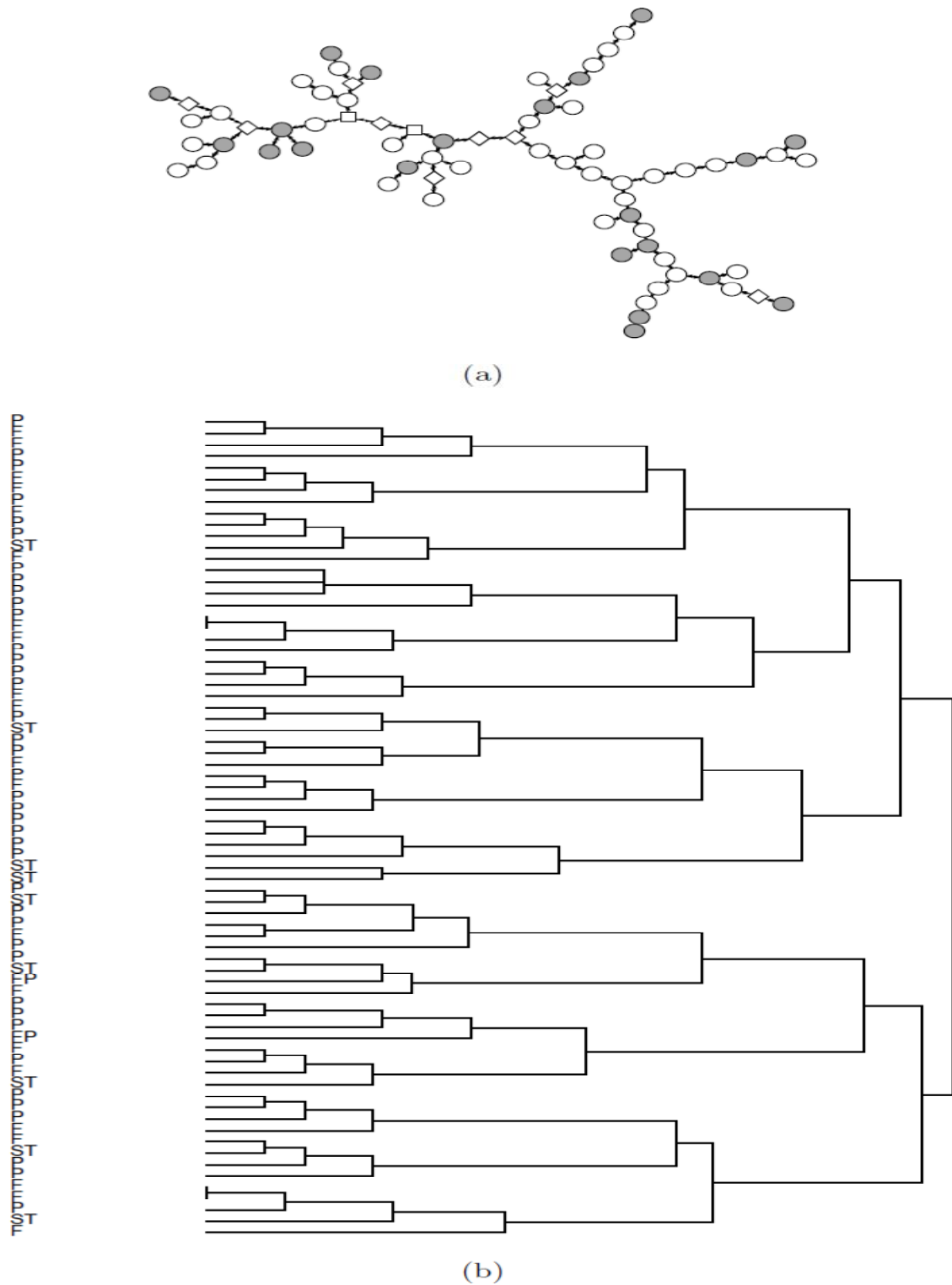


Figura 5. (a) Gráfico da MST de uma rede baseada na topologia das distâncias dos lucros dos bancos. O formato do nó é baseado na propriedade do banco. A correspondência é: elipse para Privado; elipse preta para bancos estrangeiros; quadrado para bancos com participação estrangeira e diamante para os bancos estatais, (b) Gráfico da taxonomia hierárquica da árvore ultramétrica subordinante associada à MST de distâncias dos lucros dos bancos. A correspondência é baseada na propriedade do banco: (P) para os bancos privados; (F) para bancos estrangeiros; (FP) para os bancos com participação estrangeira, e (ST) para os bancos estatais.

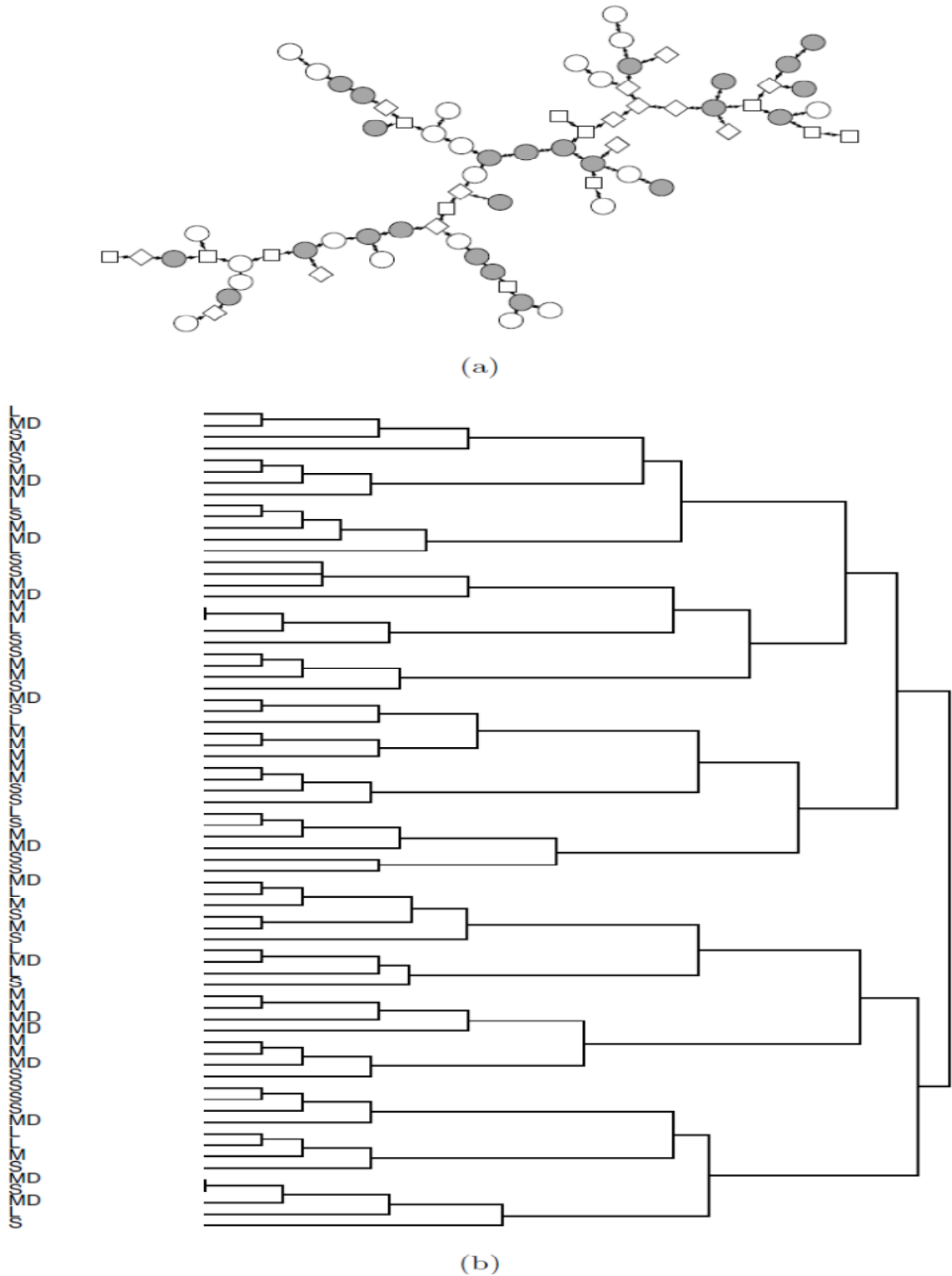


Figura 6. (a) Gráfico da MST de uma rede baseada na topologia das distâncias dos lucros dos bancos. O formato do nó é baseado no tamanho do banco. A correspondência é: Elipse preta para bancos pequenos, elipse para bancos de tamanho micro, diamante para bancos médios e quadrado para os grandes bancos, (b) Gráfico da taxonomia hierárquica da árvore ultramétrica subordinada à MST de distâncias dos lucros dos bancos. A correspondência é baseada no tamanho do banco: (M) para bancos de tamanho micro; (S) para bancos pequenos; (MD) para bancos médios; e (L) para os grandes bancos.

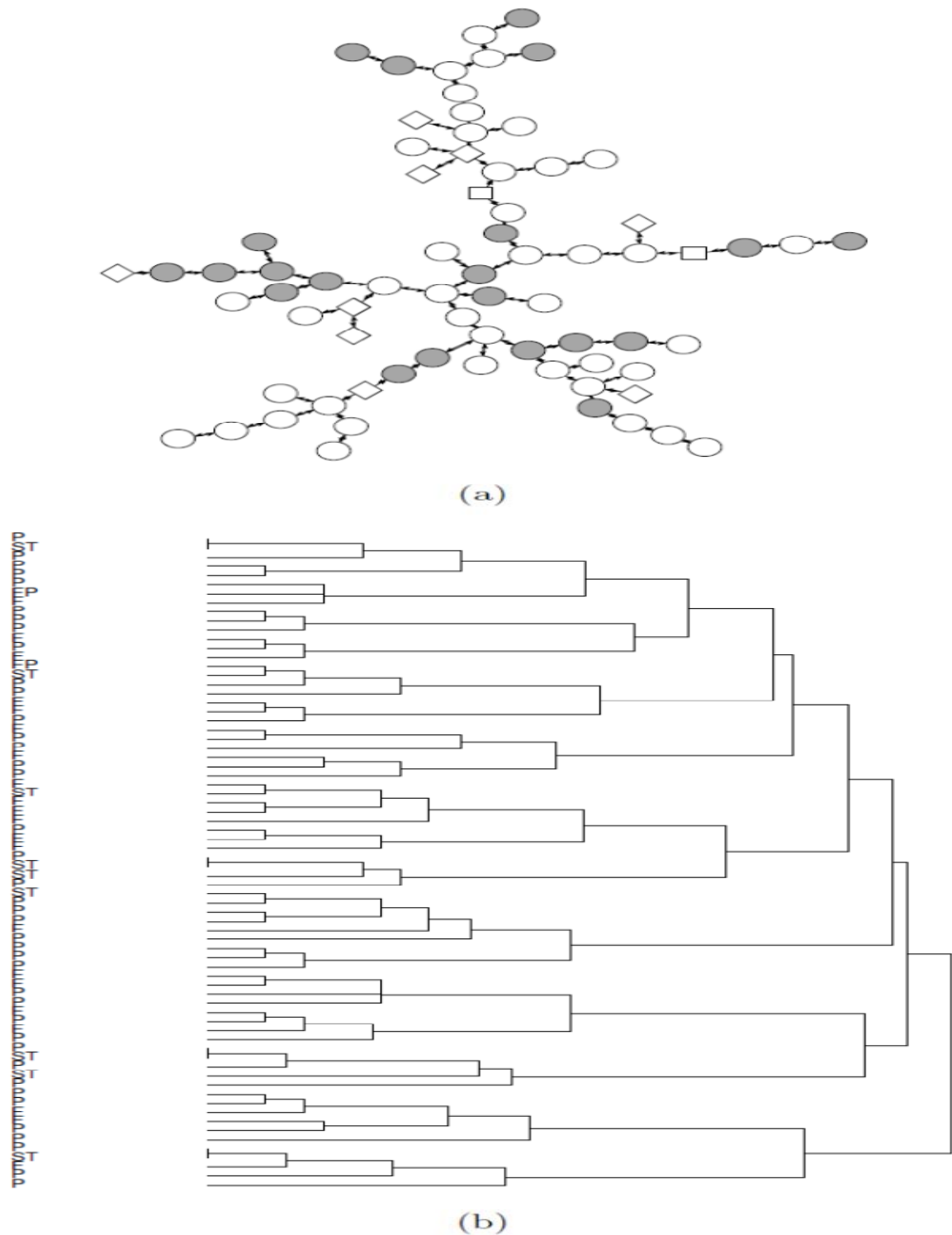


Figura 7. (a) Gráfico da MST de uma rede baseada na topologia das distâncias das receitas dos bancos. O formato do nó é baseado na propriedade do banco. A correspondência é: elipse para Privado; elipse preta para bancos estrangeiros; quadrado para bancos com participação estrangeira e diamante para os bancos estatais, (b) Gráfico da taxonomia hierárquica da árvore ultramétrica subordinante associada à MST de distâncias das receitas dos bancos. A correspondência é baseada na propriedade do banco: (P) para os bancos privados; (F) para bancos estrangeiros; (FP) para os bancos com participação estrangeira, e (ST) para os bancos estatais

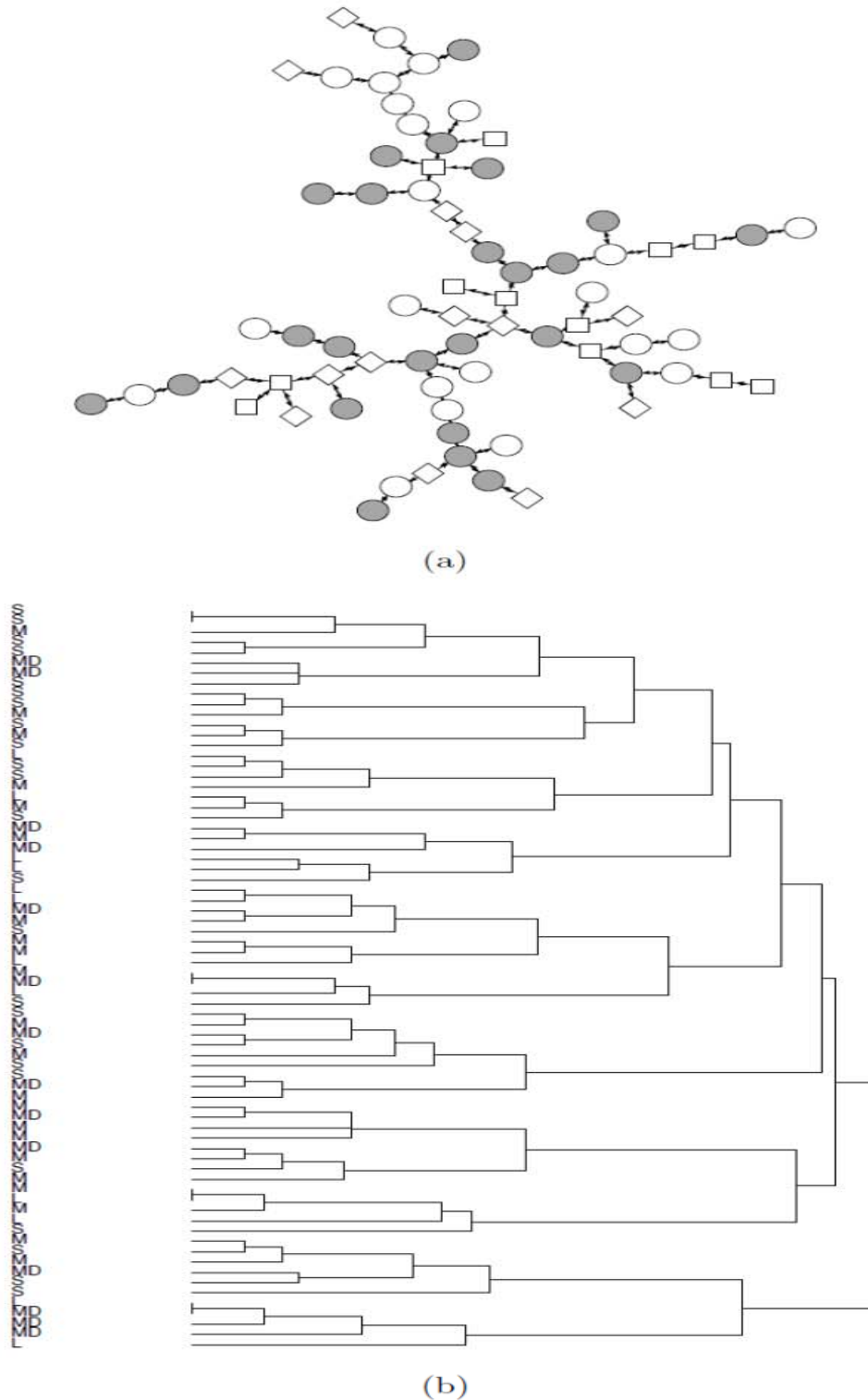


Figura 8. (a) Gráfico da MST de uma rede baseada na topologia das distâncias das receitas dos bancos. O formato do nó é baseado no tamanho do banco. A correspondência é: Elipse preta para bancos pequenos, elipse para bancos de tamanho micro, diamante para bancos médios e quadrado para os grandes bancos, (b) Gráfico da taxonomia hierárquica da árvore ultramétrica subdominante associada à MST de distâncias das receitas dos bancos. A correspondência é baseada no tamanho do banco: (M) para bancos de tamanho micro; (S) para bancos pequenos; (MD) para bancos médios; e (L) para os grandes bancos.

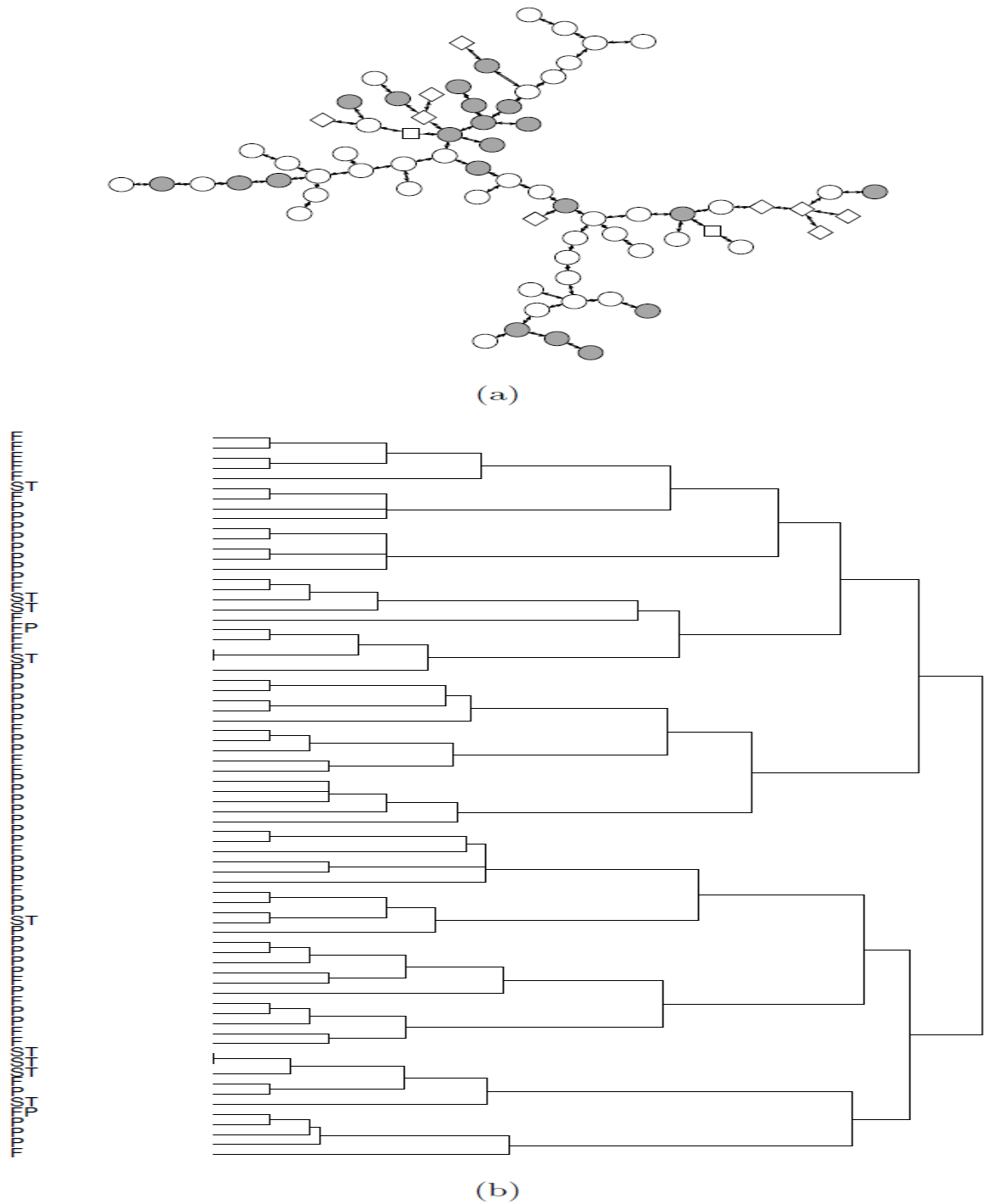


Figura 9. (a) Gráfico da MST de uma rede baseada na topologia das distâncias dos empréstimos dos bancos. O formato do nó é baseado na propriedade do banco. A correspondência é: elipse para Privado; elipse preta para bancos estrangeiros; quadrado para bancos com participação estrangeira e diamante para os bancos estatais, (b) Gráfico da taxonomia hierárquica da árvore ultramétrica subordinada associada à MST de distâncias dos empréstimos dos bancos. A correspondência é baseada na propriedade do banco: (P) para os bancos privados; (F) para bancos estrangeiros; (FP) para os bancos com participação estrangeira, e (ST) para os bancos estatais.

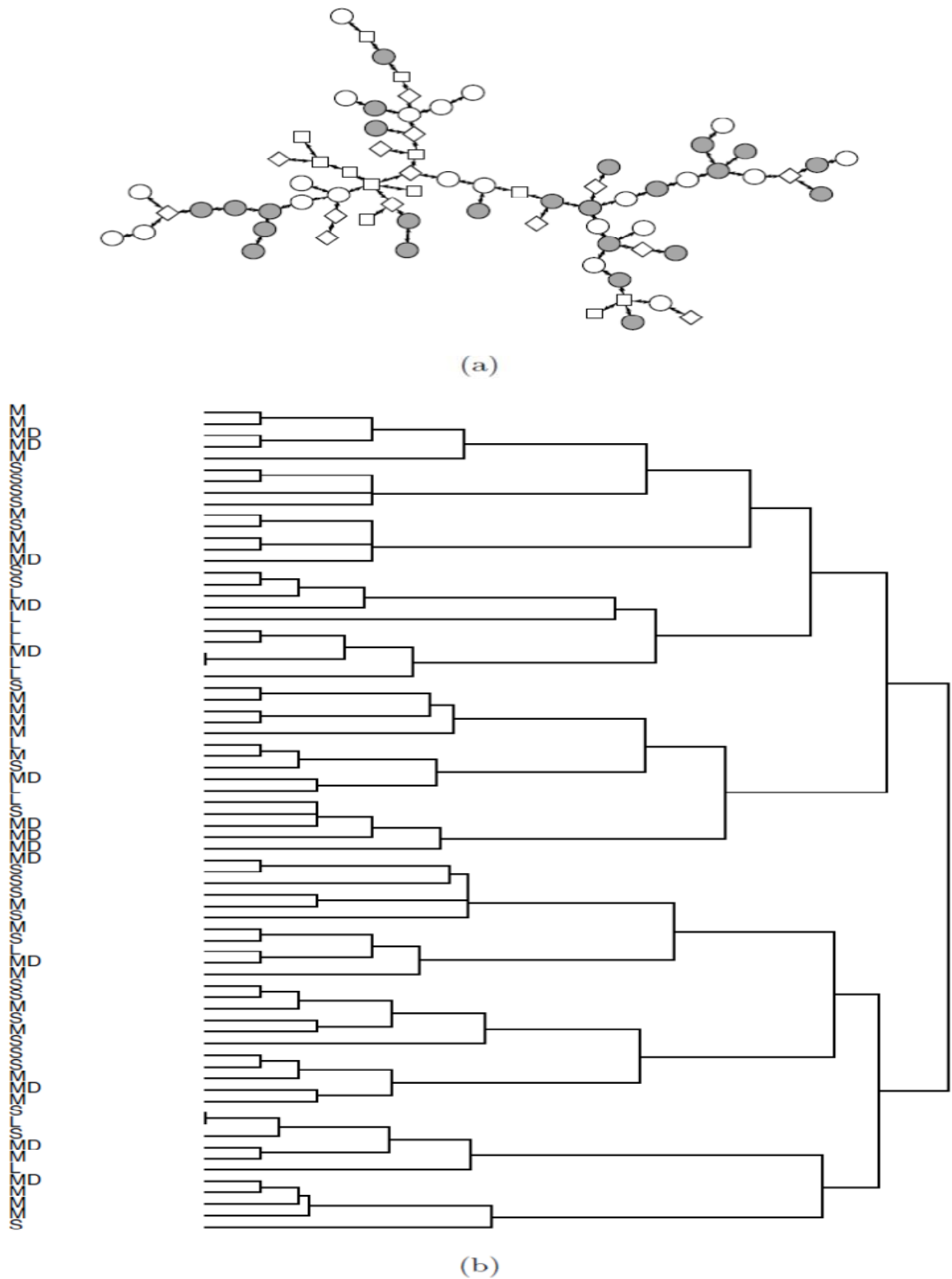


Figura 10. (a) Gráfico da MST de uma rede baseada na topologia das distâncias dos lucros dos bancos. O formato do nó é baseado no tamanho do banco. A correspondência é: Elipse preta para bancos pequenos, elipse para bancos de tamanho micro, diamante para bancos médios e quadrado para os grandes bancos, (b) Gráfico da taxonomia hierárquica da árvore ultramétrica subdominante associada à MST de distâncias dos lucros dos bancos. A correspondência é baseada no tamanho do banco: (M) para bancos de tamanho micro; (S) para bancos pequenos; (MD) para bancos médios; e (L) para os grandes bancos.

No geral, das árvores das MSTs e taxonomias hierárquicas, podemos inferir que a propriedade dos bancos parece ser mais relevante para a formação de clusters do que o tamanho dos mesmos e, portanto, os bancos que são semelhantes quanto à propriedade, podem perseguir as mesmas estratégias nos mercados de crédito. Por outro lado, as árvores são mais heterogêneas quando nos concentramos no tamanho dos bancos sugerindo que bancos com tamanhos diferentes podem ter objetivos e metas semelhantes.

A partir da Tabela 1, podemos inferir que a importância dos bancos com diferentes propriedades depende do tipo de rede que está sob análise. Na rede de ativos bancários, os bancos públicos são os mais dominantes (dominância maior média) mas, em contrapartida, os bancos com participação estrangeira têm a maior dominância média nas redes dos empréstimos, lucros e dos patrimônios.

A Tabela 3, que apresenta os resultados para a força de diferentes redes, confirmam estes resultados e um achado interessante é que os maiores bancos nem sempre são os mais importantes nessas redes (Tabela 2). Eles têm a maior dominância média nas redes dos empréstimos, lucros e das receitas, enquanto os bancos de médio porte são os mais importantes nas redes de ativos e os bancos pequenos são os mais importantes nas redes de patrimônio. Os resultados utilizando medidas de força (Tabela 4) também sugerem que os bancos pequenos têm um papel importante em duas redes (receitas e empréstimos), enquanto que os micro bancos têm a maior força média na rede de lucros. Quando fazemos a mesma análise utilizando uma matriz de adjacência com um limiar de correlação de 0,5 ou 0,6, os resultados permanecem qualitativamente os mesmos.

Tabela 1. Esta tabela mostra as medidas estatísticas da dominância (beta) das redes bancárias. Os bancos são classificados pela propriedade.

	Média	Mediana	Máximo	Mínimo	D. Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera	Probabilidade
Painel A - Ativos									
P	0.998	0.983	1.080	0.938	0.039	0.458	2.143	2.624	0.269
F	1.002	1.005	1.059	0.949	0.030	-0.184	2.296	0.553	0.759
ST	1.003	0.996	1.047	0.967	0.029	0.357	1.784	0.746	0.689
FP	0.998	0.998	1.008	0.987	0.015	0.000	1.000	0.333	0.846
Painel B - Empréstimos									
P	1.001	1.006	1.100	0.905	0.043	-0.024	2.697	0.157	0.925
F	1.009	1.018	1.082	0.892	0.044	-0.677	3.467	1.792	0.408
ST	0.970	0.972	1.002	0.928	0.026	-0.248	1.939	0.515	0.773
FP	1.028	1.028	1.065	0.991	0.052	0.000	1.000	0.333	0.846
Painel C - Lucros									
P	0.999	0.994	1.072	0.933	0.037	0.245	2.415	0.971	0.615
F	0.995	0.991	1.052	0.950	0.027	0.697	2.701	1.779	0.411
ST	1.013	1.008	1.063	0.973	0.032	0.268	1.709	0.733	0.693
FP	1.021	1.021	1.039	1.003	0.025	0.000	1.000	0.333	0.846
Painel D - Patrimônio									
P	1.026	0.969	1.331	0.919	0.126	1.408	3.496	13.625	0.001
F	0.956	0.957	1.006	0.907	0.026	-0.102	2.287	0.481	0.786
ST	0.974	0.964	1.099	0.939	0.050	2.025	5.860	9.220	0.010
FP	1.059	1.059	1.115	1.003	0.079	0.000	1.000	0.333	0.846
Painel E - Receitas									
P	1.000	0.981	1.122	0.925	0.059	0.849	2.490	5.241	0.073
F	1.001	0.990	1.101	0.933	0.050	0.699	2.579	1.865	0.394
ST	1.000	0.984	1.106	0.924	0.060	0.340	2.115	0.467	0.792
FP	0.999	0.999	1.022	0.976	0.033	0.000	1.000	0.333	0.846

A correspondência é baseada na propriedade do banco: (P) para os bancos privados; (F) para os bancos estrangeiros; (FP) para os bancos com participação estrangeira; (ST) para os bancos estatais.

Tabela 2. Esta tabela mostra as medidas estatísticas da dominância (beta) das redes bancárias. Os bancos são classificados pelo seu tamanho.

	Média	Mediana	Máximo	Mínimo	D. Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera	Probabilidade
Painel A - Ativos									
Grandes	1.000	1.000	1.059	0.947	0.030	0.148	2.767	0.071	0.965
Médios	1.007	1.001	1.069	0.966	0.028	0.654	2.713	1.046	0.593
Pequenos	1.005	1.006	1.080	0.964	0.034	0.418	2.132	1.452	0.484
Micros	0.991	0.980	1.073	0.938	0.039	0.492	2.045	1.721	0.423
Painel B - Empréstimos									
Grandes	1.026	1.034	1.100	0.953	0.047	-0.116	1.842	0.697	0.706
Médios	0.999	0.996	1.082	0.892	0.051	-0.350	2.614	0.373	0.830
Pequenos	1.004	1.008	1.054	0.928	0.031	-0.645	2.952	1.665	0.435
Micros	0.983	0.973	1.065	0.905	0.041	0.250	2.713	0.305	0.859
Painel C - Lucros									
Grandes	1.018	1.016	1.063	0.977	0.030	0.023	1.513	1.106	0.575
Médios	0.993	0.992	1.033	0.950	0.024	0.172	2.226	0.419	0.811
Pequenos	0.994	0.987	1.060	0.942	0.035	0.517	2.561	1.262	0.532
Micros	1.001	0.999	1.072	0.933	0.038	0.195	2.535	0.337	0.845
Painel D - Patrimônio									
Grandes	0.956	0.953	1.003	0.919	0.026	0.386	2.279	0.558	0.757
Médios	0.981	0.952	1.115	0.932	0.059	1.451	3.814	5.299	0.071
Pequenos	1.028	0.962	1.329	0.907	0.135	1.279	3.026	6.542	0.038
Micros	1.006	0.974	1.331	0.919	0.103	2.084	6.434	26.738	0.000
Painel E - Receitas									
Grandes	1.028	1.028	1.106	0.931	0.059	-0.282	1.986	0.673	0.714
Médios	1.014	0.988	1.120	0.936	0.058	0.693	2.128	1.566	0.457
Pequenos	0.993	0.982	1.122	0.924	0.053	1.105	3.527	5.165	0.076
Micros	0.984	0.970	1.101	0.925	0.048	1.133	3.634	5.071	0.079

Tabela 3. Esta tabela mostra as medidas estatísticas da força das redes bancárias. Os bancos são classificados pela sua propriedade.

	Média	Mediana	Máximo	Mínimo	D. Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera	Probabilidade
Painel A - Ativos									
P	53.31885	52.4706	57.788	50.0404	2.10429	0.474725	2.154935	2.692649	0.260195
F	53.52277	53.7573	56.6711	50.6773	1.620008	-0.180625	2.307208	0.534153	0.765614
ST	53.58898	53.1761	55.9889	51.5868	1.573545	0.336907	1.760167	0.746704	0.688423
FP	53.30215	53.30215	53.9171	52.6872	0.869671	0	1	0.333333	0.846482
Painel B - Empréstimos									
P	54.183	54.466	59.842	48.778	2.448	0.017	2.681	0.171	0.918
F	54.642	54.957	58.901	48.164	2.487	-0.605	3.414	1.432	0.489
ST	52.402	52.579	54.273	50.113	1.405	-0.178	1.936	0.472	0.790
FP	55.697	55.697	57.894	53.500	3.107	0.000	1.000	0.333	0.846
Painel C - Lucros									
P	52.761	52.504	56.901	49.193	2.063	0.323	2.448	1.202	0.548
F	52.558	52.357	55.777	50.088	1.519	0.713	2.711	1.850	0.397
ST	53.491	53.224	56.305	51.299	1.782	0.289	1.737	0.723	0.696
FP	53.912	53.912	54.864	52.960	1.346	0.000	1.000	0.333	0.846
Painel D - Patrimônio									
P	56.985	52.765	78.811	49.667	8.974	1.446	3.585	14.511	0.001
F	51.989	51.967	55.481	49.238	1.581	0.184	2.595	0.262	0.877
ST	53.329	52.580	62.136	51.150	3.404	2.201	6.358	11.493	0.003
FP	58.634	58.634	62.733	54.535	5.797	0.000	1.000	0.333	0.846
Painel E - Receitas									
P	55.016	53.817	62.153	50.758	3.441	0.875	2.509	5.506	0.064
F	55.156	54.587	61.189	51.120	2.941	0.715	2.602	1.928	0.381
ST	55.010	53.907	61.243	50.759	3.462	0.433	2.157	0.548	0.760
FP	54.885	54.885	56.314	53.455	2.021	0.000	1.000	0.333	0.846

A correspondência é baseada na propriedade do banco: (P) para os bancos privados; (F) para os bancos estrangeiros; (FP) para os bancos com participação estrangeira; (ST) para os bancos estatais.

Tabela 4. Esta tabela mostra as medidas estatísticas da força das redes bancárias. Os bancos são classificados pelo seu tamanho.

	Média	Mediana	Máximo	Mínimo	D. Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera	Probabilidade
Painel A - Ativos									
Grande	53.855	52.957	57.788	50.544	2.292	0.390	1.935	0.872	0.647
Médio	53.085	52.124	56.512	50.040	2.151	0.331	1.626	1.357	0.507
Pequeno	53.323	53.328	57.396	50.052	1.846	0.422	2.472	0.993	0.609
Micro	53.475	53.542	55.989	50.677	1.484	-0.176	2.341	0.512	0.774
Painel B - Empréstimos									
Grande	54.655	54.573	59.842	51.364	2.538	0.472	2.416	0.617	0.735
Médio	54.001	54.624	57.151	49.299	2.427	-0.393	2.044	0.894	0.640
Pequeno	54.679	54.950	58.901	48.778	2.422	-0.285	2.911	0.333	0.847
Micro	53.349	53.180	57.894	48.164	2.328	0.105	3.113	0.052	0.974
Painel C - Lucros									
Grande	52.868	52.669	56.258	50.319	1.705	0.604	2.577	0.818	0.664
Médio	52.183	52.344	56.901	49.193	2.255	0.605	2.798	0.877	0.645
Pequeno	52.869	52.632	56.777	49.420	1.933	0.366	2.335	0.978	0.613
Micro	53.161	52.850	56.305	50.917	1.620	0.503	2.043	1.766	0.413
Painel D - Patrimônio									
Grande	56.697	52.216	78.811	49.950	10.402	1.708	4.051	6.385	0.041
Médio	60.222	58.158	75.051	49.667	9.061	0.401	1.646	1.446	0.485
Pequeno	53.234	52.066	77.201	49.820	5.366	3.908	18.091	288.805	0.000
Micro	53.060	52.365	62.733	49.238	3.254	2.181	7.066	32.602	0.000
Painel E - Receitas									
Grande	55.052	53.816	62.153	50.763	3.705	0.911	2.454	1.810	0.405
Médio	53.297	52.712	57.680	50.758	1.979	0.858	2.945	1.721	0.423
Pequeno	56.345	55.454	62.140	51.120	3.390	0.332	1.804	1.870	0.392
Micro	54.760	53.875	61.243	50.759	2.957	0.789	2.908	2.291	0.318

A Figura 11 apresenta a entropia para cada rede, que é construída usando o histórico de ativos, empréstimos, lucros, patrimônio e receitas para os bancos da amostra. A evidência está em linha com diferentes graus de heterogeneidade de acordo com as variáveis que são usadas para construir a rede e, portanto, parece haver informações diferentes nestas variáveis, o que sugere que a análise destas redes diferentes pode valer a pena. A rede de patrimônios tem a maior heterogeneidade (medida pela entropia), o que implica que os bancos têm diferentes funções dentro desta rede, s ecomparado com as outras redes.

Comparou-se as medidas associadas à rede brasileira de bancos para as medidas associadas às versões randomizadas desta rede e uma vez que a distância métrica $d_{i,j}$ medida desta rede pertence ao intervalo $[0,2]$, nós podemos construir redes aleatórias que satisfaçam essa característica. Em uma versão randomizada da rede, a distância $d_{i,j}$ tem distribuição uniforme no intervalo $[0, 2]$ e noutra versão da rede randomizada, a distância $d_{i,j}$ tem uma distribuição normal com a mesma média e mesma variância da rede original truncada em 0 e 2. Para ambas as redes aleatórias, a entropia é sempre maior do que para a rede original e portanto, a desordem dentro das redes bancárias é aproximadamente 20% menor do que a encontrada em redes aleatórias. O mesmo resultado é válido para a medida de disparidade.

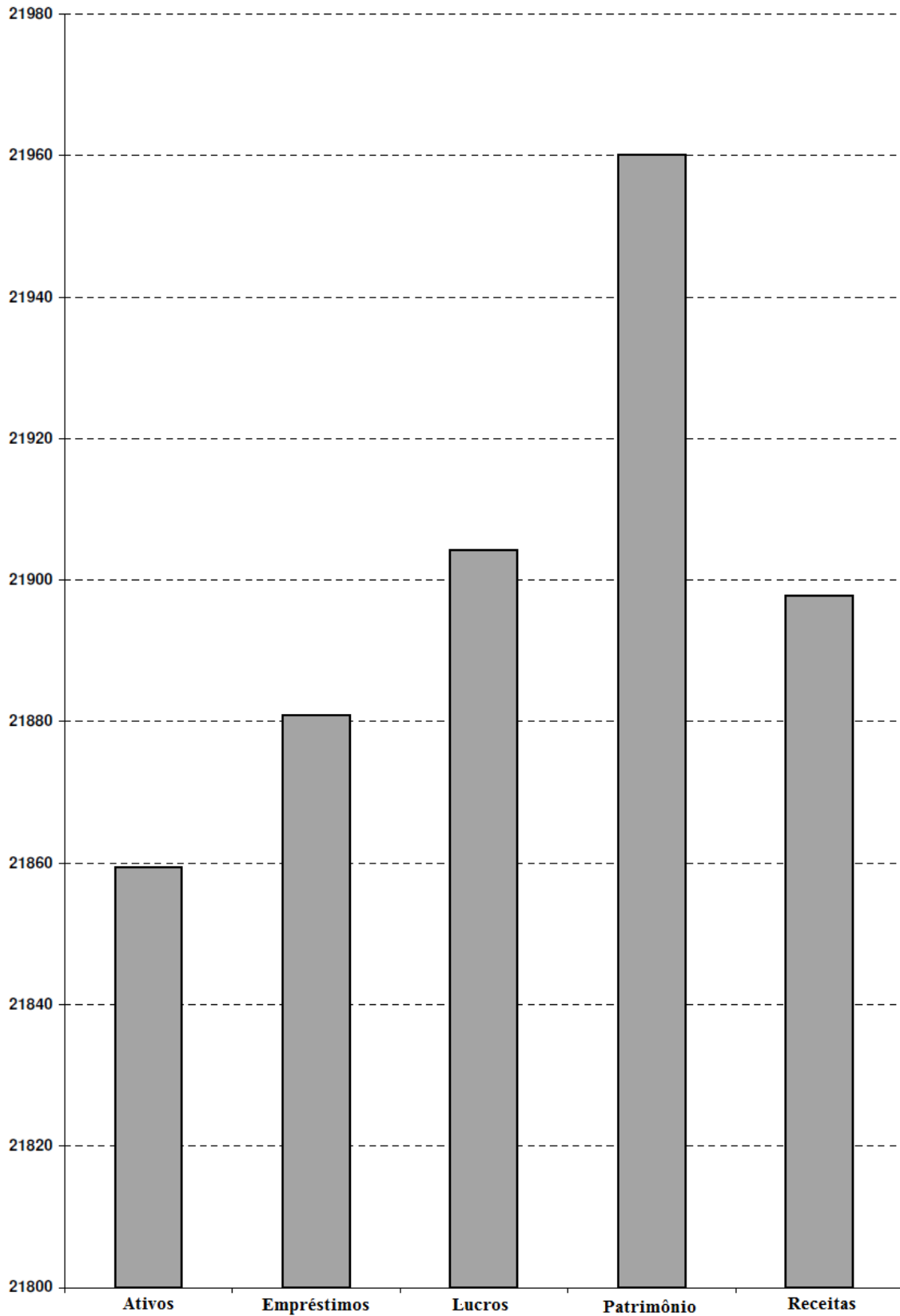


Figura 11. Gráfico da entropia para cada rede. As redes são construídas usando os históricos dos ativos, dos empréstimos, dos lucros, do patrimônio e das receitas para os bancos da amostra.

Nós também fizemos o box-plot do valor de dominância para a rede de ativos para bancos na amostra (ver Figura 12), onde os bancos são representados por suas propriedades e por seus tamanhos. A partir destes valores é evidente que a propriedade e o tamanho parecem ter importantes características e que diferentes bancos têm papéis distintos dentro da rede. Os bancos estrangeiros têm a maior dominância média na rede de ativos, seguidos pelos bancos públicos mas, no entanto, em linha com os resultados anteriores, essas descobertas mudam quando se analisam diferentes redes. Em média, parece que os grandes bancos desempenham um importante papel em todas as redes e quando fizemos os box-plot sde medidas de força, obtivemos qualitativamente os mesmos resultados.

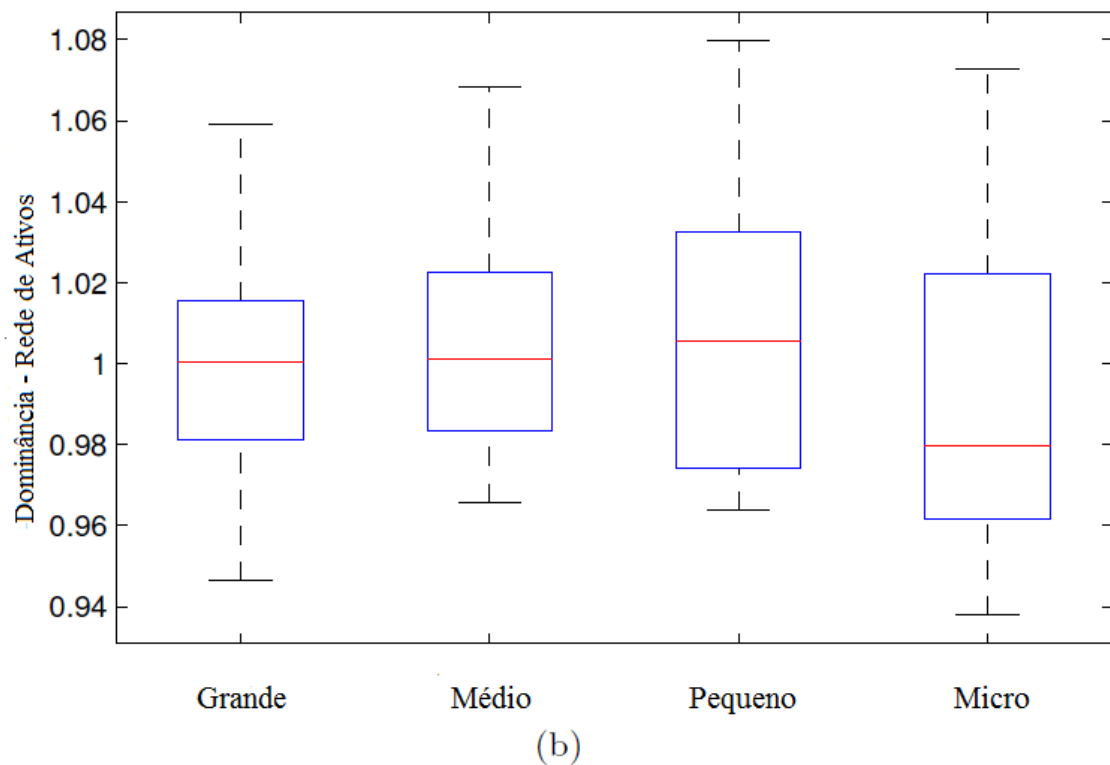
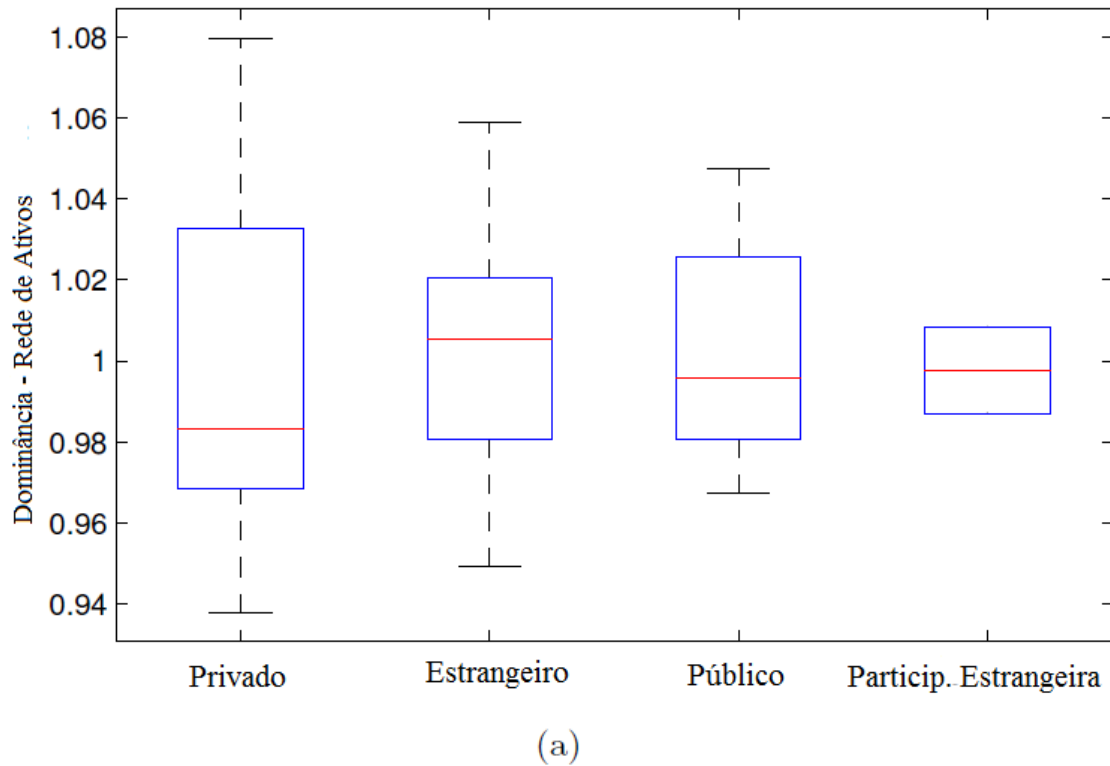


Figura 12.(a) Box-plot do valor de dominância para a rede de ativos de bancos privados, estrangeiros, públicos e com participação estrangeira,(b) Box-plot do valor de dominância para a rede de ativos para bancos com diferentes tamanhos (Grandes, Médias, Pequenas e Micro). Os topos e fundos de cada caixa são os percentis 25 e 75 das amostras, respectivamente. As distâncias entre os topos e fundos são os intervalos inter quartis. A linha no meio de cada caixa é a mediana da amostra.Os traços são linhas que se estendem acima e abaixo de cada caixa.

4 Redes de taxas de juros¹²

Utilizou-se a correlação cruzada das mudanças de taxas de juros de 05 de dezembro de 1997 a 11 de março de 2008, onde o conjunto de dados foi apresentado como os fechamentos diários nos vencimentos da estrutura a prazo das taxas de juros e a matriz de correlação pode representar tendências de longo prazo. A partir do retorno logarítmico das taxas de juros, que é definido como $S_i(t) = \ln(Y_i(t)) - \ln(Y_i(t-1))$, onde $Y_i(t)$ é a taxa de juros com vencimento i no tempo t , podemos calcular a função de correlação cruzada como:

$$\rho_{i,j} = \frac{\langle S_i \cdot S_j \rangle - \langle S_i \rangle \langle S_j \rangle}{\sqrt{(\langle S_i^2 \rangle - \langle S_i \rangle^2)(\langle S_j^2 \rangle - \langle S_j \rangle^2)}}$$

onde $\langle S_i \rangle$ representa a média estatística de $S_{i,t}$ para um dado período de tempo. Todas as correlações cruzadas variam de -1 até 1, onde um valor de $\rho_{i,j} = 1$ significa que as taxas têm uma correlação perfeita entre elas, e um valor de $\rho_{i,j} = -1$ sugere que as taxas são perfeitamente anticorrelacionadas e, além disso, a matriz $\rho_{i,j}$ tem ordem $n \times n$ se existem n taxas na amostra e é simétrica se $\rho_{i,j} = \rho_{j,i}$.

O estudo da topologia da rede de taxas de juros, precisa que a MST utilize uma variável que pode ser interpretada como a distância, satisfazendo os três axiomas de distância euclidiana. Para construir a rede de taxas de juros, utilizamos a a distância métrica proposta por Mantegna (1999), $d_{i,j} = \sqrt{2(1 - \rho_{i,j})}$, onde $\rho_{i,j}$ é a correlação entre mudanças dos vencimentos i e j . É a árvore de extensão do menor comprimento usando o algoritmo Kruskal de $d_{i,j}$, e é um gráfico sem ciclos conectando todos os nós com ligações.

Seja a distância máxima $d^*_{i,j}$ entre dois vencimentos sucessivos quando se deslocam da vencimento i para a vencimento j sobre o caminho mais curto do MST conectando esses dois vencimentos. A distância $d^*_{i,j}$ é chamada distância ultramétrica subdominante e, um espaço ligado por estas distâncias, fornece um espaço topológico que tem associada uma única hierarquia indexada, satisfazendo os axiomas de distância euclidiana acima e também a seguinte desigualdade ultramétrica:

$$d_{i,j} \leq \max[d_{i,k}, d_{k,j}]$$

¹²Estudo baseado no trabalho de Serra (2009) "The expectation hypothesis of interest rates and network theory: the case of Brazil", publicado em Physica A.

Para construir a árvore hierárquica, usamos a distância ultramétrica subdominante $d^*_{i,j}$ nos algoritmos de cluster. Para uma interpretação melhor da árvore hierárquica da rede de taxas de juros, aplicamos dois algoritmos de cluster: o método de ligação simples e o método de ligação completa. O método de ligação simplificado (também conhecido como o vizinho mais próximo) é um dos métodos mais simples de clustering hierárquico e a característica delimitante do método é que a distância considerada se define como a distância entre os dois nós mais próximos. No método de ligação simples, a distância D_s pode ser definida como:

$$D_s = \text{Min}(d_{i,j})$$

onde as distâncias entre todos os possíveis nós emparelhados (i, j) são computadas. Afirma-se que o valor mínimo dessas distâncias é a distância entre os nós i e j ou, em outras palavras, a distância entre dois nós é dada pelo valor da ligação mais curta entre os nós. Em cada etapa de aglomeração hierárquica, os nós i e j , para os quais $d_{i,j}$ é mínimo, estão ligados.

O método de clustering do tipo ligação completa (também conhecido como vizinho mais afastado) é o oposto do método de cluster do tipo ligação simples e, agora, a distância entre nós se define como a distância entre os dois nós mais distantes entre si. No método de ligação completa, a distância D_c pode ser definida como:

$$D_c = \text{Max}(d_{i,j})$$

onde as distâncias entre todos os possíveis nós emparelhados (i, j) são computadas. Assim, o valor máximo dessas distâncias é a distância entre os nós i e j , ou seja, a distância entre dois nós é dada pelo valor da ligação mais longa entre os nós.

Estudamos os métodos de ligação simples e de ligação completa, e descobrimos que o de ligação completa é mais adequado para a detecção de clusters numa rede de taxas de juros e esses resultados estão em conformidade com Di Matteo (2002).

4.1 Medidas de redes ponderadas

Com a finalidade de estudar a evolução dos parâmetros da rede ao longo do tempo, estimamos uma variedade de medidas de rede utilizando uma janela de deslocamento de tamanho fixo (1008 observações). Assim, estimamos os parâmetros para a amostra que compreende a observação de 1 a 1008, de 2 a 1009, e assim por diante, até que usou-se toda a amostra, permitindo o estudo da evolução da rede ao longo do tempo utilizando essa abordagem dinâmica.

Medidas de poder de dominação (Van den Brinke e Gilles, 2000), também chamadas β -medidas de nós individuais, são capazes de encontrar a centralidade em uma rede que leva a direção e o peso das relações em conta e, pode ser descrito como a seguir:

$$\beta(i) = \sum_{j=1}^n \frac{w(i,j)}{\lambda(j)}$$

onde $w(i,j)$ é o peso das ligações conectadas ao vértice i e $\lambda(j)$ é o peso da dominância do nó j dado por

$$\lambda(j) = \sum_{i=1}^n w(i,j)$$

Estudamos também a centralidade de aproximação (closeness centrality) (Sabidussi, 1966), que funciona como uma proxy para a proximidade com o resto dos vértices da rede e quanto maior seu valor, mais próximo o vértice está em relação aos outros vértices (em média). Dado um vértice k e um gráfico G , podemos defini-la como:

$$C(k) = \frac{1}{\sum_{h \in G} d_G(k,h)}$$

onde $d_G(k,h)$ é a distância mínima a partir do vértice k até vértice h , medindo assim, a influência de um vértice em um gráfico.

Para um dado vértice i com conectividade k_i e força S_i , todos os pesos $w(i,j)$ podem ser da mesma ordem se $S_i = k_i$ e se um peso (ou um pequeno número de vértices) domina sobre os demais, podemos ter um caso heterogêneo. Esta medida é a disparidade (Barthélemy et al., 2005) do vértice i e pode ser calculada como:

$$D(i) = \sum_{j \in v(i)} \frac{w_{ij}^2}{S_i}$$

onde $v(i)$ é o conjunto do vértices vizinhos de i .

O coeficiente de agrupamento ponderado (Saramki et al., 2007) pode ser medido como:

$$c_i^w = \frac{1}{S_i(k_i - 1)} \sum_{j,h} \frac{(w_{i,j} + w_{i,h})}{2} a_{ij} a_{ih} a_{jh}$$

onde S_i é a força do vértice e k_i é o grau do vértice i . Este coeficiente está dentro do intervalo $(0,1)$. Essas medidas não consideram apenas o número de trios fechados na vizinhança de um nó, mas também o seu peso relativo total com respeito à força do nó.

Nós calculamos a entropia (Costa et al., 2007) da rede, a qual é dada por:

$$H = \sum_k P(k) \log(P(k))$$

O valor máximo da entropia é determinada para um grau de distribuição uniforme, enquanto que o mínimo é zero (todos os vértices têm o mesmo grau)¹³ e, com essa medida podemos calcular a heterogeneidade média da rede.

Usamos o coeficiente ponderado de clustering proposto por Onnela et al. (2005), que reflete o tamanho das ponderações triangulares em comparação ao máximo na rede. O coeficiente ponderado de clustering pode ser medido como:

$$\tilde{C}_{i,0} = \frac{1}{k_i(k_i - 1)} \sum_{j,k} (\hat{w}_{i,j} \hat{w}_{i,k} \hat{w}_{j,k})^{\frac{1}{3}}$$

onde usam ponderações escalonadas conforme a maior ponderação na rede, $\hat{w}_{i,j} = \frac{w_{i,j}}{\max(\hat{w}_{i,j})}$ e a contribuição de cada ponderação triangular depende de todas suas ponderações de arestas.

¹³Os pesos relativos da matriz de distâncias são empregados para calcular as probabilidades.

Também usamos o coeficiente ponderado de clustering proposto por Zhang et al. (2005), que pode ser medido como:

$$\tilde{C}_{i,Z} = \frac{\sum_{j,k} (\hat{w}_{i,j} \hat{w}_{i,k} \hat{w}_{j,k})}{(\sum_k \hat{w}_{i,k})^2 - \sum_k \hat{w}_{i,k}^2}$$

onde as ponderações foram normalizadas por $\max(w_{i,j})$. Esse coeficiente ponderado de clustering é insensível ao ruído aditivo que pode resultar no aparecimento de arestas "falso positivas" com ponderações pequenas. Uma síntese desses métodos pode ser encontrada em Saramaki et al., 2007.

Calculamos a força dos vértices da rede (Barthélemy et al., 2005; Leung e Chau, 2007), que é dada por:

$$S_i = \sum_{j \in \Gamma(i)} w_{i,j}$$

onde $w_{i,j}$ é a ponderação das ligações conectadas à vértice i e $\Gamma(i)$ são os vizinhos mais próximos de i . A medida de força dá a informação sobre a conectividade do nó e a importância das ponderações das suas ligações.

A estrutura de vencimentos das taxas de juros varia com o tempo e depende das expectativas da futura política monetária e, em geral, as taxas de juros para os vencimentos de longo prazo são mais elevadas que as com vencimentos em curto prazo. Entretanto, se o Banco Central elevar as taxas de juros, e isso for percebido como um aumento temporário devido a um aumento na inflação de curto prazo, os agentes poderão achar que as taxas de juros de curto prazo vão diminuir no futuro. Nesse caso, as taxas de juros de longo prazo poderão temporariamente ser inferiores às de curto prazo - o que significa uma curva de rentabilidade (estrutura de vencimentos) invertida. Tal curva de rentabilidade fornece informações importantes: os agentes acham que as taxas de juros de curto prazo vão diminuir e, além disso, a curva de rentabilidade pode ser plana ou côncava.

As medidas de entropia e disparidade são úteis na avaliação do grau de heterogeneidade da rede, e como ela varia ao longo do tempo. Se o grau de entropia e disparidade aumenta ao longo do tempo, deve-se esperar uma mudança mais forte na configuração da curva de rentabilidade.

As medidas de dominância e força são úteis para avaliar a relativa importância de cada nó na rede e, portanto, elas podem ser usadas para verificar se a taxa de juros SELIC é o nó

mais importante na rede de taxas de juros. E se esse for o caso, então nossos resultados são favoráveis à hipótese das expectativas.

4.2 Dados

Há 2530 observações de taxas de juros para diversos vencimentos, desde SELIC (Overnight) a 30 meses. Os dados são amostrados diariamente, começando em 5 de dezembro de 1997 e terminando em 11 de março de 2008. Construímos a rede usando distâncias correlacionais entre os vencimentos na amostra, conforme Mantegna (1999)¹⁴ e usamos taxas de juros porque o nível é não estacionário. Temos 18 nós em nossa rede, constando de taxas de juros de diferentes vencimentos.

Estudamos os diferentes vencimentos das taxas de juros na rede construída usando a MST anterior, com base no conceito de ultrametricidade.

Também avaliamos a dinâmica da evolução das medidas de rede ao longo do tempo e empregamos uma abordagem recursiva, usando as primeiras 1008 observações para estimar a centralidade de aproximação, a disparidade, a entropia e o coeficiente de clustering. Para calcular essas medidas, usamos a matriz de correlações para cada período de tempo, recursivamente.

4.3 Resultados Empíricos

As análises de redes têm muitas propriedades que ajudam os pesquisadores a entenderem as interações entre os agentes num sistema complexo. A hierarquia, como propriedade das redes, ajuda perceber que as redes muitas vezes têm uma estrutura em que os vértices se aglomeram em grupos que, por sua vez, se juntam para formar grupos de grupos, desde os níveis mais baixos da organização até ao nível da rede inteira.

A árvore hierárquica ultramétrica, juntamente com a MST, fornece informações úteis à investigação do número e natureza dos fatores em comum que afetam as taxas de juros. A análise nos mostra que a influência dos fatores econômicos nas taxas de juros é específica para cada vencimento.

¹⁴ A fim de verificar se os resultados dependem da amostra específica, as 2530 observações foram divididas em duas amostras, com 1265 para o primeiro conjunto e 1265 para o segundo.

As taxas de juros com elevados valores das distâncias $d_{i,j}$ são influenciadas por fatores característicos dessas taxas e para valores baixos de $d_{i,j}$, as taxas de juros são afetadas ou por fatores que são comuns a todos os vencimentos ou por fatores que são específicos ao vencimento considerado das taxas de juros. O comprimento dos segmentos observado para cada grupo quantifica a relativa relevância desses fatores.

Os padrões que podemos observar são tais que se as distâncias de $d_{i,j}$ são baixas, as taxas de juros tendem a formar clusters fortes; e para valores elevados de $d_{i,j}$, essas ligações tendem a ser fracas. Para nossa amostra completa, identificamos valores de $d_{i,j}$ entre 0 e 1,4, indicando que a estrutura de vencimentos das taxas de juros brasileiras é homogênea no tocante aos vencimentos, e forma clusters fortes.

A Figura 13 apresenta a MST e a árvore hierárquica da taxonomia da ultramétrica subdominante associada com a MST, para uma rede baseada nas distâncias das taxas de juros da amostra completa (5 de dezembro de 1997 a 11 de março de 2008). Apresentamos a rede baseada no vencimento de cada taxa de juros.¹⁵ A Figura 13b mostra a árvore hierárquica da taxonomia baseada no método de cluster de ligações simples. A MST e a árvore da taxonomia apresentada na Figura 13 sugerem o surgimento de clusters, e podemos ver que essas taxas de juros são agrupadas em clusters por vencimento¹⁶.

¹⁵ Nós também dividimos a amostra em dois períodos de tempo e traçamos tanto a MST, quanto a árvore hierárquica ultramétrica subdominante associada à MST e encontramos qualitativamente os mesmos resultados.

¹⁶ Construimos os gráficos dividindo a amostra em dois períodos de tempo, com a divisão da amostra antes e depois do Regime de Metas de Inflação e os resultados são qualitativamente os mesmos.

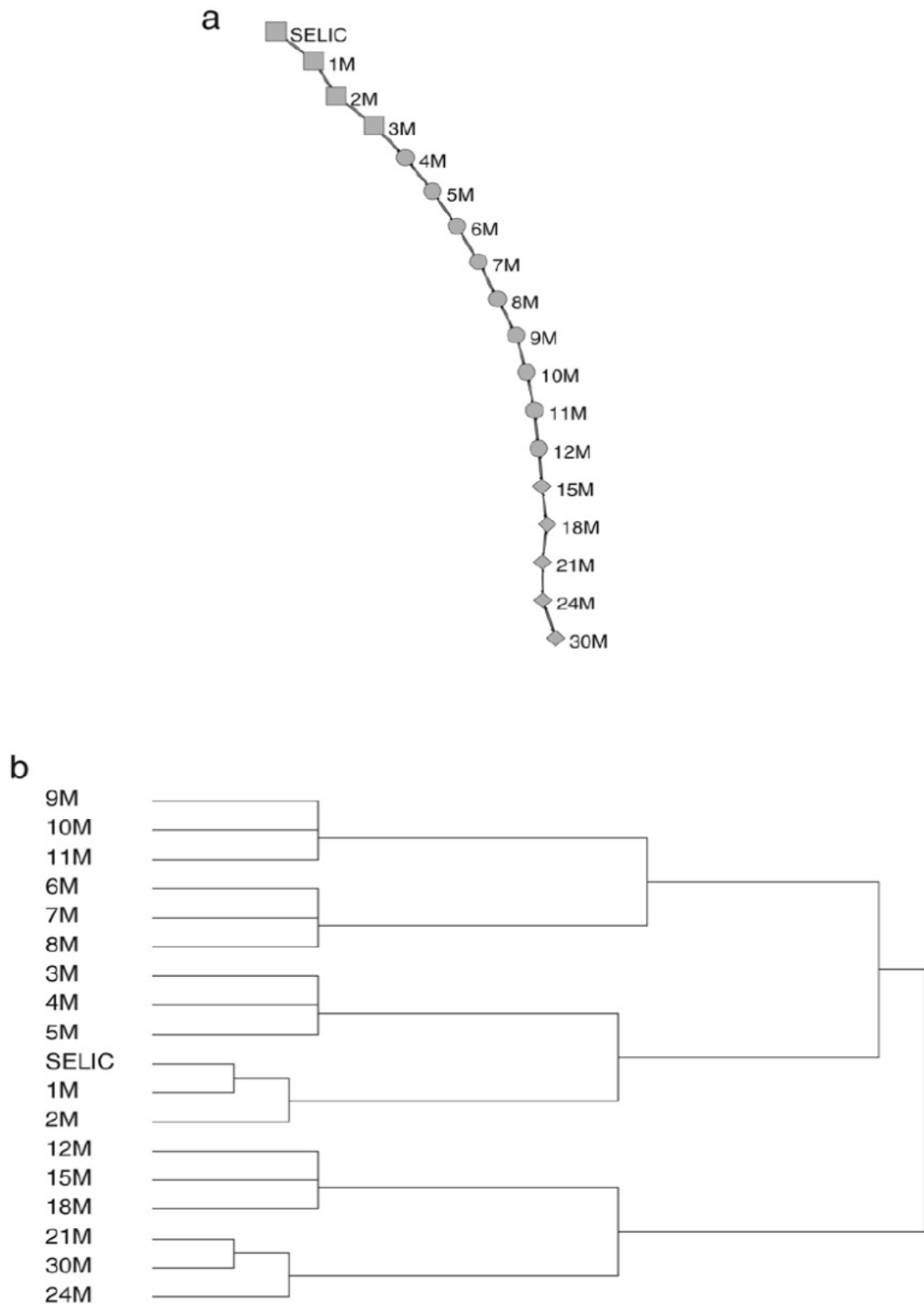


Figura 13. (a) Gráfico da MST de uma rede da amostra total das taxas de juros para o período de 05 de dezembro de 1997 a 11 de março de 2008. A forma dos nós é baseada nos seus prazos, em meses: (quadrado) para taxas de curto prazo, (elipse) para médio prazo e (losango) para taxas de longo prazo. (b) Gráfico da taxonomia da árvore hierárquica ultramétrica subdominante associada à MST da amostra total das taxas de juros, utilizando o método de agrupamento por ligação simples.

A Figura 14 apresenta a MST e a árvore hierárquica da taxonomia da ultramétrica subdominante associada com a MST, para uma rede baseada nas distâncias das taxas de juros da amostra completa (5 de dezembro de 1997 a 11 de março de 2008), mas a Figura 14b mostra a taxonomia da árvore hierárquica baseada no método de cluster de ligações completas. Apresentamos a rede baseada no vencimento de cada taxa de juros.

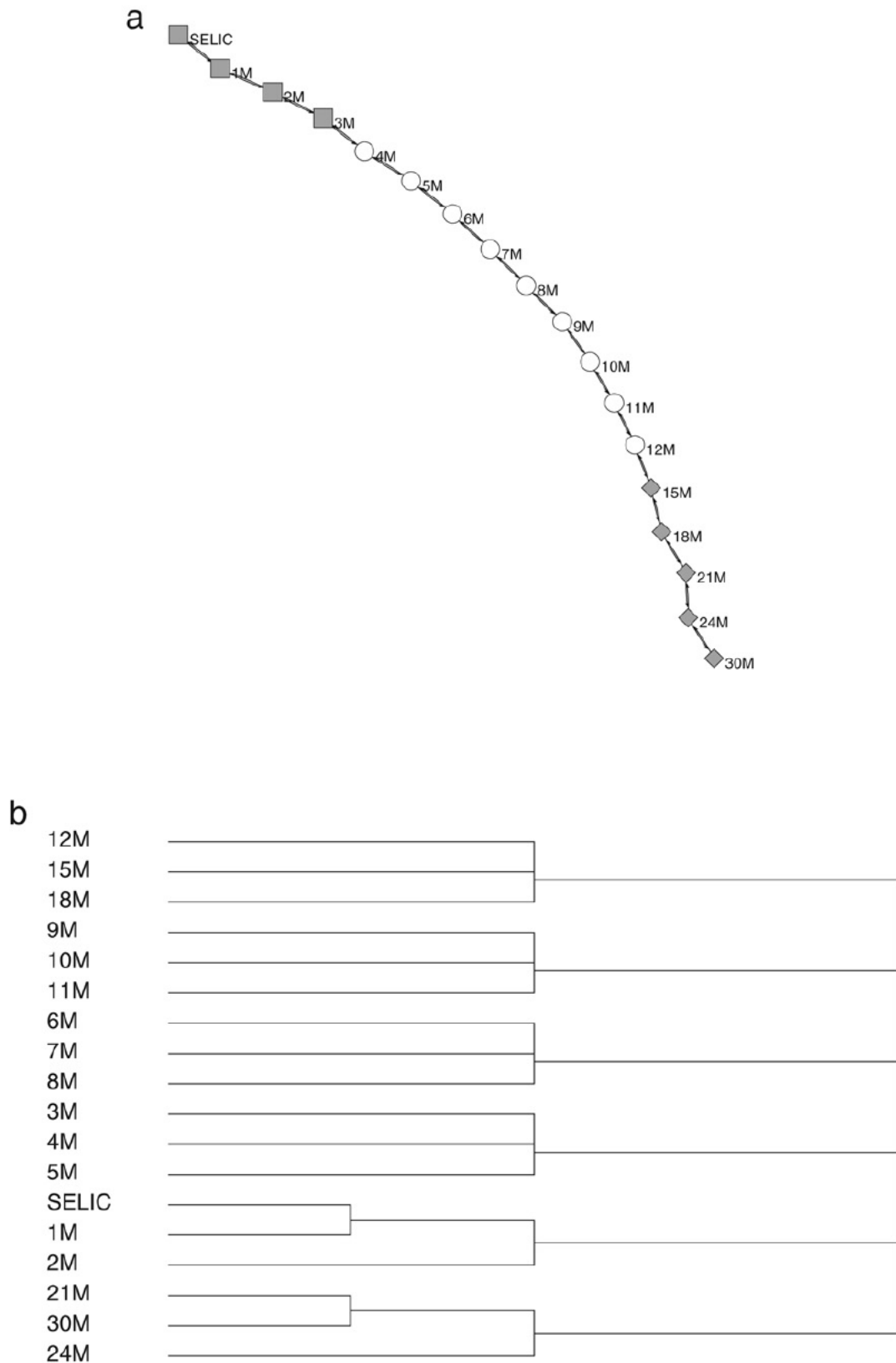


Figura 14. (a) Gráfico da MST de uma rede da amostra total das taxas de juros para o período de 05 de dezembro de 1997 a 11 de março de 2008. A forma dos nós é baseada nos seus prazos, em meses: (quadrado) para taxas de curto prazo, (elipse) para médio prazo e (losango) para taxas de longo prazo. (b) Gráfico da taxonomia da árvore hierárquica ultramétrica subdominante associada à MST da amostra total das taxas de juros, utilizando o método de agrupamento por ligação completa.

A Figura 15 apresenta a evolução das taxas de juros para diferentes vencimentos para o período de dezembro de 1997 a março de 2008. Percebemos que a dispersão das taxas de juros era muito maior no período anterior a 1999, quando foi implementado o sistema de metas inflacionárias e, além disso, vemos como as taxas de juros estão diminuindo ao longo do tempo.

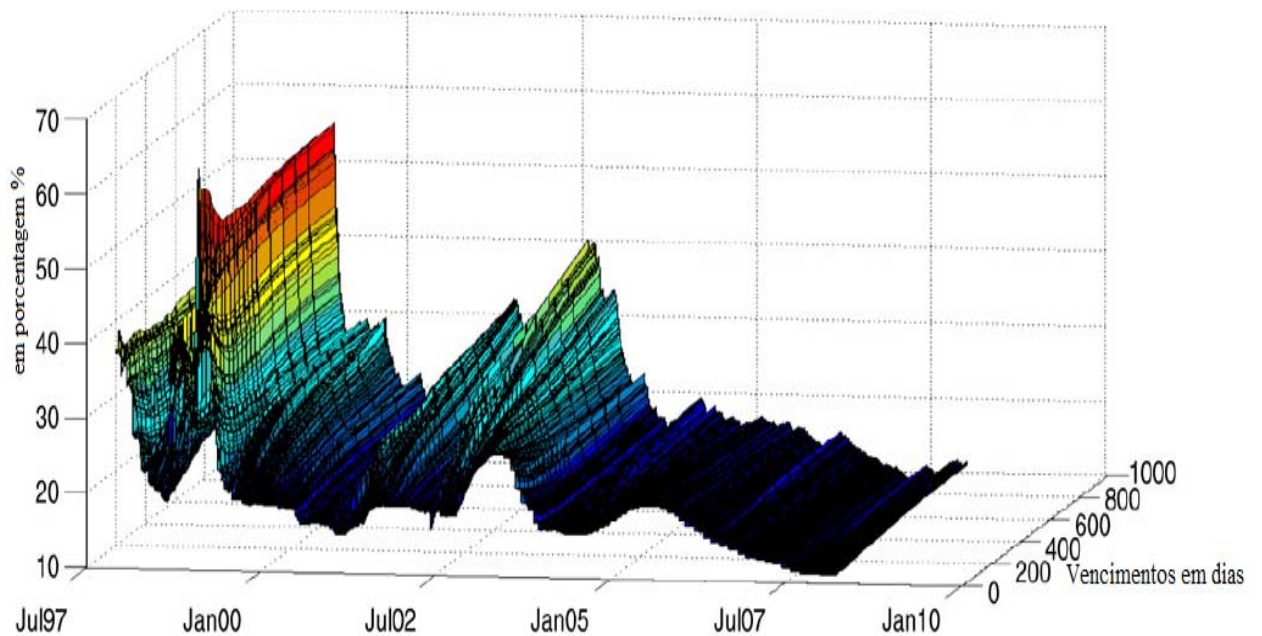


Figura 15. Gráfico da evolução das taxas de juros para diferentes vencimentos no período de 05 de dezembro de 1997 a 11 de março de 2008.

A Figura 16 apresenta a evolução dos coeficientes de clustering das médias ponderadas, $\tilde{C}_{i,0}$ (proposta por Onnela et al., 2005) e $\tilde{C}_{i,Z}$ (proposta por Zhang et al., 2005) para a rede de taxas de juros e essa figura mostra que esses coeficientes apresentam um baixo grau de heterogeneidade ao longo do tempo.

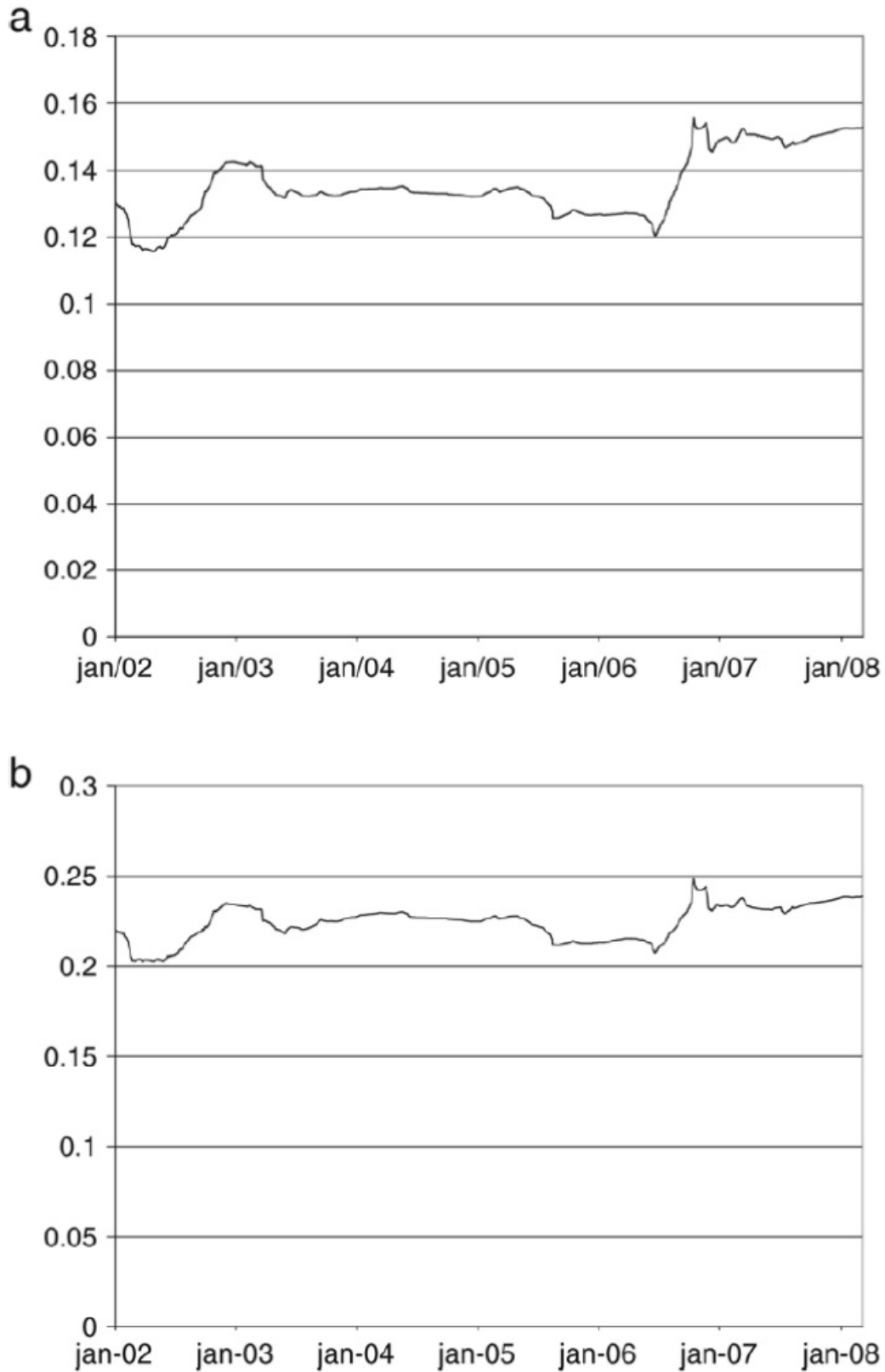


Figura 16. (a) Gráfico do coeficiente de clustering $\tilde{C}_{i,0}$, baseado no conceito de intensidade subgráfica proposto por Onnela et al., para taxas de juros. (b) Gráfico do coeficiente de clustering $\tilde{C}_{i,z}$ proposto por Zhang et al., em que os pesos foram normalizados por $\max(w)$, para taxas de juros.

A Figura 17 apresenta a evolução da centralidade de aproximação e da entropia e essas médias de centralidade de aproximação se posicionam dentro da dada (0.1465_0.2743). Essa medida diminuiu no período de 2001 a 2003; em seguida, estabilizou-se no período de 2004 a 2006, e aumentou nos anos recentes. Finalmente, as medidas de entropia implicam num aumento na heterogeneidade da rede no período de 2003 a 2006, seguido por uma queda no período de 2006 a 2007 e, portanto, o grau de heterogeneidade parece flutuar ao longo do tempo.

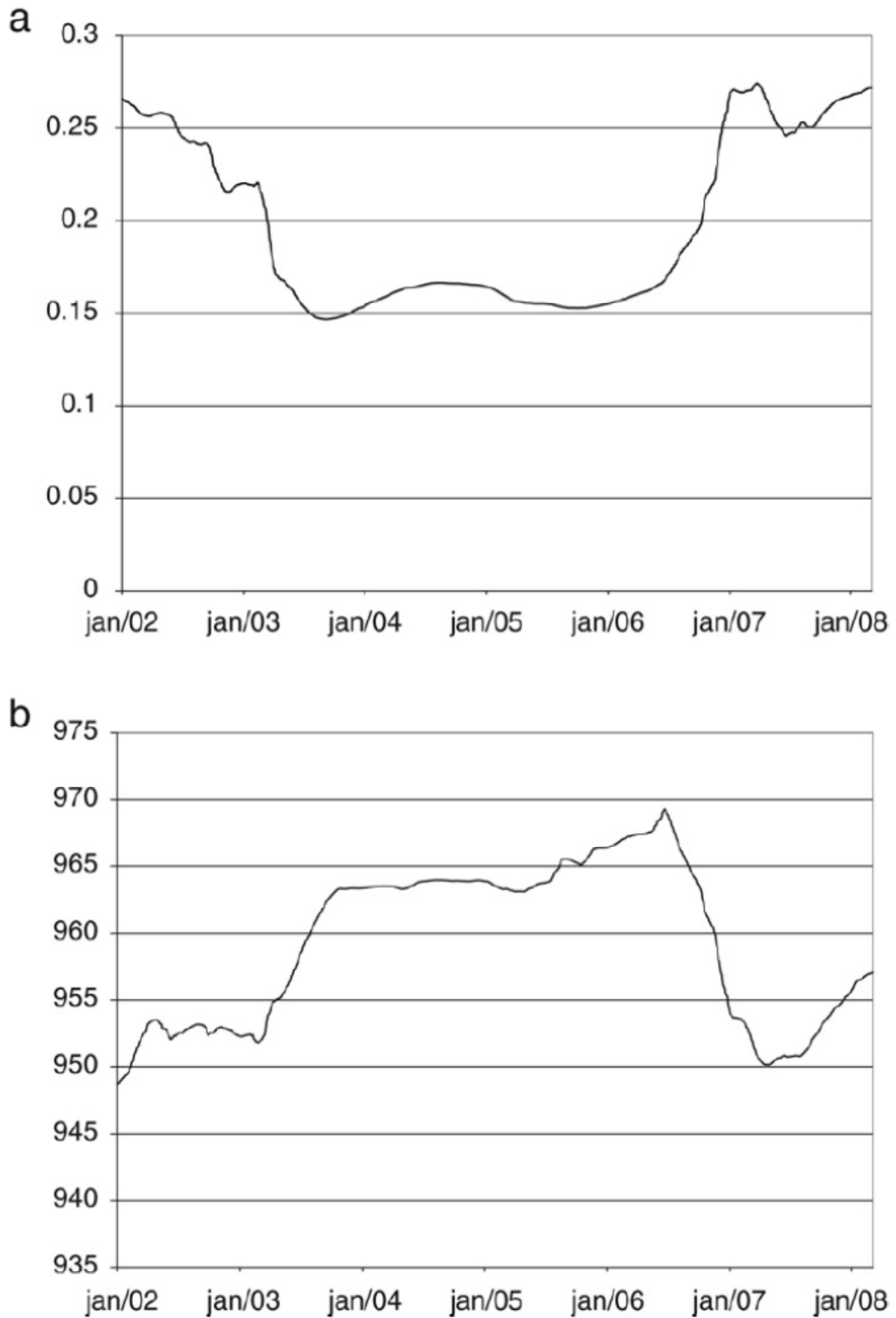


Figura 17. (a) Gráfico da centralidade de aproximação média das taxas de juros, (b) Gráfico da entropia para toda a rede ao longo do tempo. Nós empregamos 1008 observações para cada cálculo e estimamos essas medidas recursivamente em uma base de média móvel.

A Figura 18 mostra a evolução da disparidade média e essas medidas de disparidade média estão dentro da faixa de (0.0973 - 0.1095). A partir das medidas de entropia e disparidade, percebemos que em geral, o grau de heterogeneidade parece estar aumentando com o tempo. A implicação é que há mudanças na informação fornecida pela estrutura de vencimentos das taxas de juros e é importante notar que esses resultados significam que as mudanças nas taxas de juros para diferentes vencimentos não têm sido proporcionais. Vale à pena mencionar que tais mudanças são relativamente pequenas: aproximadamente 12,5% e 2,1% para as medidas de disparidade e entropia, respectivamente.

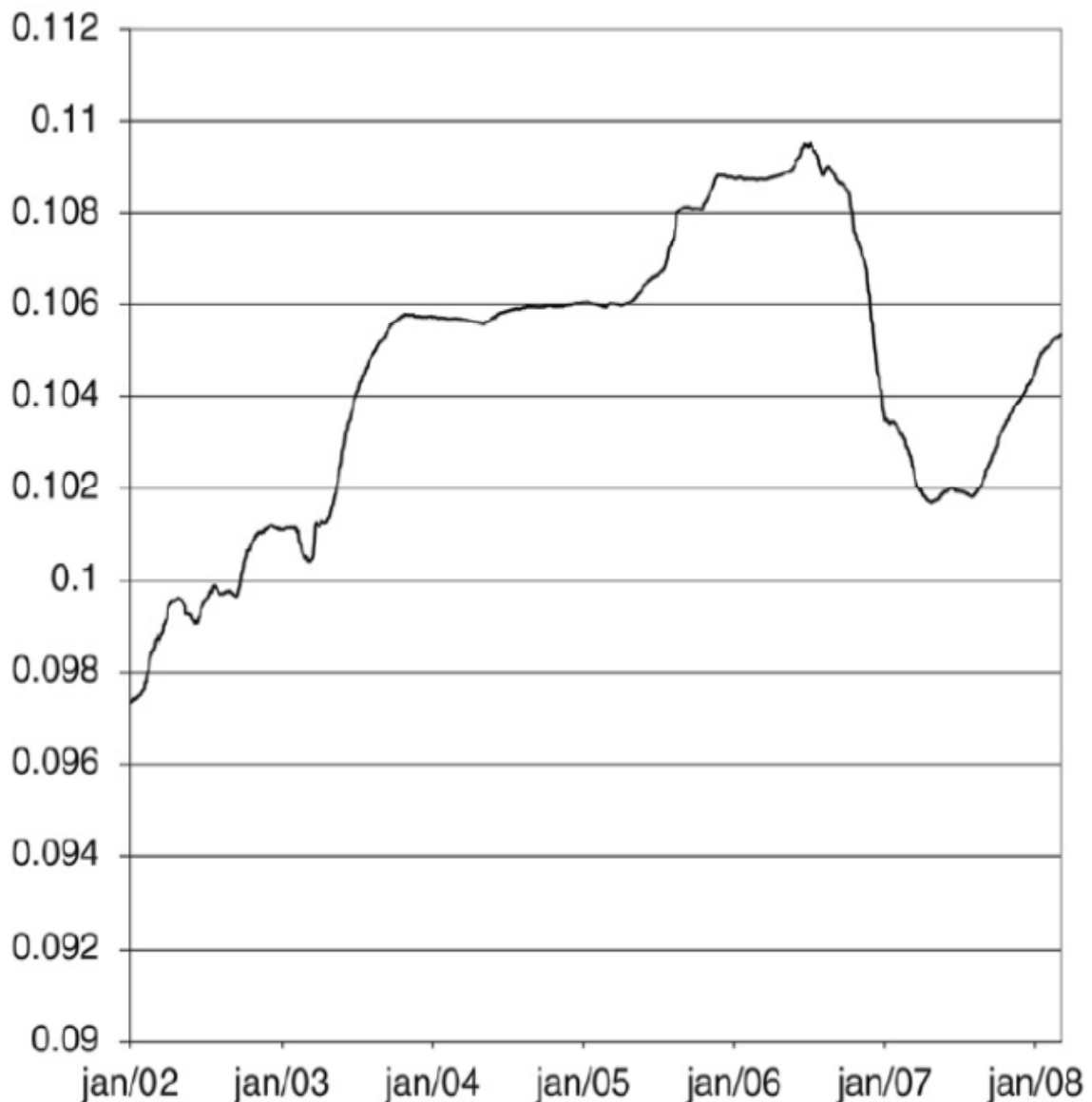


Figura 18. Gráfico da disparidade média das taxas de juros. Nós empregamos 1008 observações para cada cálculo e estimamos essas medidas recursivamente em uma base de média móvel.

Também estimamos um modelo de correção para erro vetorial (VEC) para as taxas de juros em nossa amostra, onde a escolha de lags no modelo se baseia nos critérios de informação Akaike, pois nessa modelagem, permitimos que as taxas de juros co-integrem. A implicação é que elas têm uma tendência em comum (o que precede, de fato, em nossa amostra) e, portanto, executamos a análise acima com estes dados filtrados. A MST e a árvore taxonômica para o modelo VEC estão apresentadas na Figura 19. Desta figura, podemos inferir que os clusters parecem modificar-se um pouco e, além disso, os resultados para as medidas de rede são qualitativamente iguais.

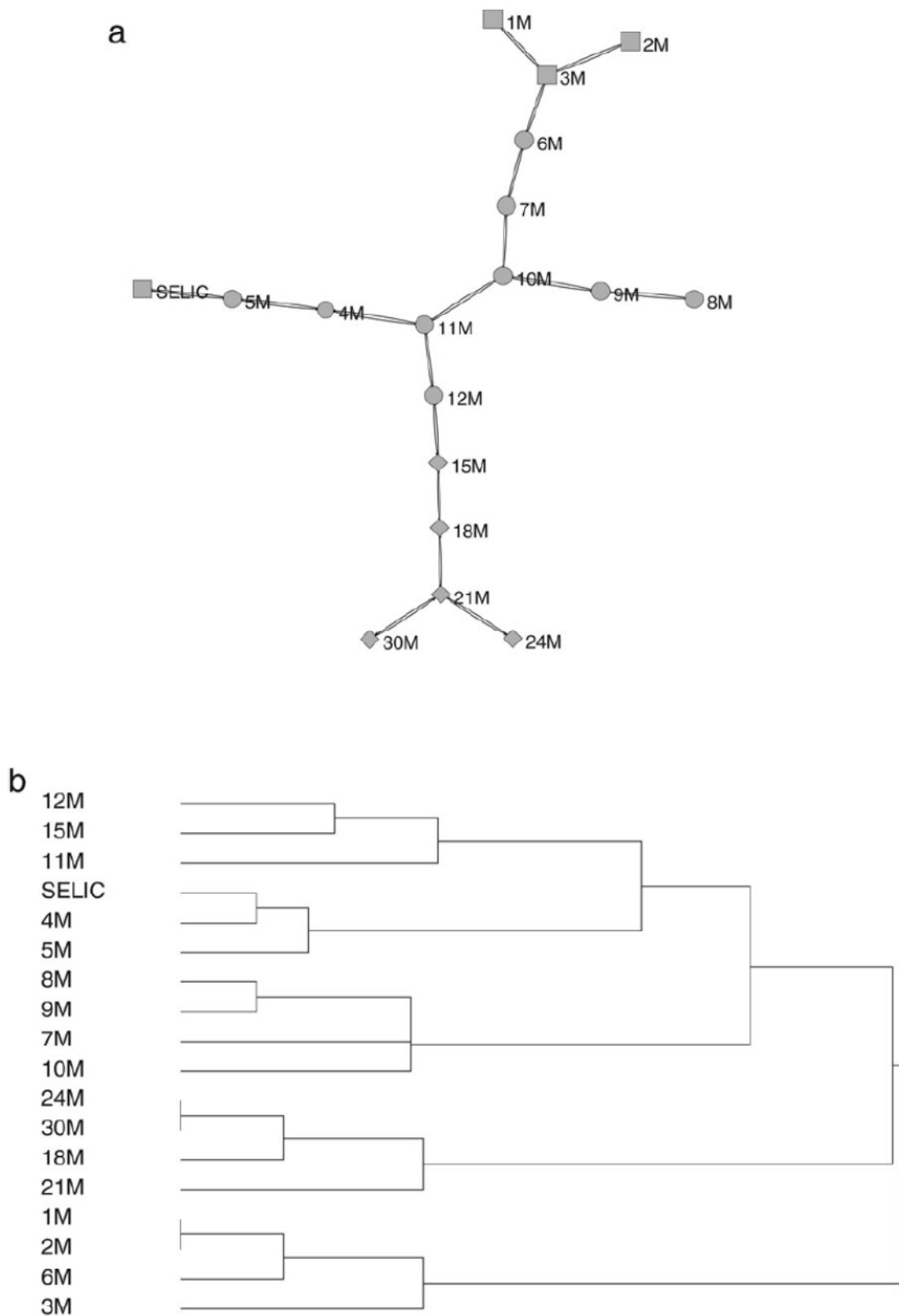


Figura 19. (a) Gráfico da MST, para o modelo VEC, de uma rede da amostra total das taxas de juros para o período de 05 de dezembro de 1997 a 11 de março de 2008. A forma dos nós é baseada nos seus prazos, em meses: (quadrado) para taxas de curto prazo, (elipse) para médio prazo e (losango) para taxas de longo prazo. (b) Gráfico da taxonomia da árvore hierárquica ultramétrica subdominante associada à MST da amostra total das taxas de juros.

A Tabela 1 apresenta as medidas de força, de centralidade gráfica, dominância e centralidade de aproximação para cada vencimento. Apresentamos os resultados para a amostra completa (Painel A), para o período antes das metas de inflação (Painel B), e para o período depois das metas de inflação (Painel C). Desta tabela, podemos inferir que a taxa de juros SELIC é a mais importante, dentro da rede. A dominância dela é aproximadamente o dobro daquela de quaisquer outras taxas de juros (mensurada pelo β) na amostra completa, e continua em nível elevado nas amostras Pré-Metas de Inflação e Pós-Metas de Inflação. Além disso, as taxas de juros de curto prazo parecem ser as mais importantes na rede, seguidas pelas taxas de longo prazo.

Tabela 1. Medidas de redes para as taxas de juros brasileiras.

Vencimentos	Força	Centralidade gráfica	Dominância (Beta)	Centralidade de aproximação
Painel A - Amostra Total				
SELIC	23.80	0.70	2.69	0.04
1M	12.81	0.73	1.38	0.08
2M	10.93	0.73	1.15	0.09
3M	9.89	0.71	1.02	0.10
4M	9.24	0.72	0.93	0.11
5M	9.26	0.72	0.92	0.11
6M	7.90	0.72	0.74	0.13
7M	7.72	0.72	0.72	0.13
8M	7.58	0.71	0.70	0.13
9M	7.54	0.72	0.69	0.13
10M	7.56	0.72	0.69	0.13
11M	7.65	0.72	0.70	0.13
12M	7.82	0.71	0.73	0.13
15M	8.10	0.71	0.78	0.12
18M	8.96	0.71	0.90	0.11
21M	9.87	0.70	1.01	0.10
24M	10.68	0.70	1.11	0.09
30M	11.08	0.70	1.16	0.09
Painel B - Período Pré Metas de Inflação				
SELIC	14.43	0.95	2.51	0.07
1M	10.08	1.23	1.74	0.10
2M	8.39	1.41	1.43	0.12
3M	7.19	1.61	1.19	0.14
4M	6.02	1.44	0.94	0.16
5M	5.52	1.34	0.82	0.18
6M	5.12	1.25	0.73	0.19
7M	4.87	1.19	0.67	0.20
8M	4.82	1.13	0.65	0.21
9M	4.90	1.09	0.65	0.20
10M	5.03	1.06	0.67	0.20
11M	5.16	1.04	0.69	0.19
12M	5.31	1.03	0.72	0.19
15M	5.33	1.02	0.73	0.18
18M	5.80	0.99	0.82	0.17
21M	6.40	0.97	0.94	0.15
24M	6.94	0.95	1.03	0.14
30M	6.99	0.95	1.04	0.14
Painel C - Período Pós Metas de Inflação				
SELIC	9.98	1.22	2.22	0.10
1M	7.80	1.42	1.73	0.12
2M	6.61	1.59	1.45	0.15
3M	5.63	1.79	1.20	0.18
4M	4.74	2.08	0.95	0.21
5M	4.25	2.03	0.81	0.23
6M	3.97	1.86	0.73	0.25
7M	3.80	1.75	0.67	0.26
8M	3.73	1.65	0.64	0.27
9M	3.72	1.59	0.64	0.27
10M	3.77	1.53	0.64	0.26
11M	3.85	1.49	0.66	0.26
12M	3.98	1.45	0.69	0.25
15M	4.39	1.37	0.79	0.23
18M	4.76	1.31	0.88	0.21
21M	5.12	1.28	0.97	0.19
24M	5.45	1.25	1.04	0.18
30M	6.10	1.22	1.19	0.16

A tabela mostra importantes medidas para a amostra total e para dados Pré-Metas de Inflação e Pós-Metas de Inflação, para diferentes vencimentos. Nós encontramos que a taxa de juros de curto prazo é a mais importante dentro da rede taxa de juros seguida pela taxa de juros de longo prazo e médio prazo, respectivamente, em todos os painéis. É possível ver isso, observando na tabela as medidas de força e de dominância.

Juntos, esses resultados indicam que a hipótese das expectativas das taxas de juros parece se manter no Brasil, visto que o nó mais importante é a taxa básica de juros (SELIC). Também estimamos um modelo de correção para erro vetorial (VEC), incluindo um termo de correção de erros para as taxas de juros em nossa amostra. Ao assim fazer, testamos se a matriz de distância das variáveis endógenas estimadas dentro do sistema VEC compartilha as mesmas características dos dados brutos - o que parece ser o caso. Portanto, nossos resultados são robustos para estimar um modelo VEC para as taxas de juros e permitir relações de longo prazo entre essas taxas de juros.

5 **Conclusão**

Este trabalho mostra que a árvore geradora mínima e a árvore hierárquica ultramétrica podem ser usadas para a análise do setor bancário brasileiro e, as evidências sugerem que o setor bancário brasileiro aglomera-se e é heterogêneo. Os resultados também fornecem uma indicação de que o setor é vulnerável à influência de riscos externos e tende a criar clusters completos e robustos, além de mostrar que as redes bancárias têm menor entropia e disparidade em comparação às redes aleatórias, o que sugere um menor grau de desordem. Outro resultado importante, é que os pequenos bancos são os mais importantes nas redes baseadas em patrimônio, enquanto os micro bancos são importantes (possuem maior força) na rede de lucros. Estes resultados sugerem que diferentes tipos de bancos podem desempenhar papéis importantes dentro da rede.

Estudos adicionais poderiam estender esta análise de várias maneiras, como por exemplo, analisando redes semelhantes para países diferentes, poderíamos achar e adicionar alguns insights sobre a estrutura das redes bancárias. Poderíamos também estudar a evolução dinâmica das redes bancárias e o impacto da recente crise financeira sobre essa dinâmica, que não foi explorado e é uma questão importante a ser pesquisada. Finalmente, avaliação de redes multidimensionais, em que se analisam diferentes características dos bancos e como elas estão inter-relacionadas, é um bom desafio e um grande tema para pesquisas futuras.

Este trabalho mostra que a árvore hierárquica ultramétrica pode ser usada para analisar a rede de estrutura de vencimentos brasileira e as evidências sugerem que a estrutura de vencimentos brasileira forma clusters e é homogênea. Os resultados também indicam que o setor é vulnerável à influência de riscos externos e tende a criar clusters completos e robustos e que tais clusters se definem pelo vencimento, ou seja, temos clusters de taxas de juros de curto, médio e longo prazo.

Também desenvolvemos uma análise dinâmica da rede de taxas de juros, usando medidas de redes ponderadas: centralidade de aproximação, disparidade, entropia, dominância e clustering. Da análise, inferimos que as taxas de juros SELIC são os nós mais importantes na rede - o que reforça a hipótese das expectativas das taxas de juros.

Este trabalho apresenta uma nova abordagem à análise da evolução da rede de taxas de juros e pesquisas adicionais poderiam focar as taxas de juros globais, a fim de avaliar as ligações entre os diferentes países. Igualmente, ao avaliar diversos países, o desenvolvimento

de gráficos de múltiplas dimensões poderá ser útil na análise simultânea das taxas de juros e das redes de taxas de câmbio. Finalmente, a análise das taxas de juros a prazo e à vista poderá proporcionar percepções interessantes sobre a busca de preços. Esses são temas importantes que devem compôr nossa pauta de pesquisas futuras.

Bibliografia

A. Carriero, C.A. Favero, I. Kaminska, Financial factors, macroeconomic information and the expectations theory of the term structure of interest rates, *Journal of Econometrics* 131, 339_358 (2006).

Banco Central do Brasil, in <http://www.bc.gov.br>

B.M. Tabak, Testing the expectations hypothesis in the Brazilian term structure of interest rates: A co integration analysis, *Applied Economics*, Volume 41, Issue 21 (2009).

B.M. Tabak, T.R. Serra, D.O. Cajueiro, The expectation hypothesis of interest rates and network theory: The case of Brazil, *Physica A* 388, 1137 (2009).

B.M. Tabak, T.R. Serra, D.O. Cajueiro, Topological Properties of Bank Networks: The case of Brazil, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 20, No. 8, 1121-1143 (2009).

B. Seo, Nonlinear mean reversion in the term structure of interest rates, *Journal of Economic Dynamics and Control* 27, 2243_2265 (2003).

B. Zhang, S. Horvath, A general framework for weighted gene co-expression network analysis, *Statistical Applications in Genetics and Molecular Biology* 4, 17 (2005).

C.C. Leung, H.F. Chau, Weighted assortative and disassortative networks model, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 378, 591_602 (2007).

C. Christiansen, Testing the expectations hypothesis using long-maturity forward rates, *Economics Letters* 78, 175_180 (2003).

C. K. Sorensen and J. M. P. Gutierrez, Euro Area Banking Sector Integration Using Hierarchical Cluster Analysis Techniques, *European Central Bank Working papers*, 627, (2006).

C.R. Brown, K.B. Cyree, M.D. Griffiths, D.B. Winters, Further analysis of the expectations hypothesis using very short-term rates, *Journal of Banking and Finance* 32, 600_613 (2008).

D. O. Cajueiro and B. M. Tabak, Testing for rational bubbles in banking indices, *Physica A* 366, 365 (2006).

D. O. Cajueiro; B. M. Tabak, The role of banks in the Brazilian interbank market: Does bank type matter? *Physica. A*, v. 387, p. 6825-6836, (2008).

D. Garlaschelli, T. di Matteo, T. Aste, G. Caldarelli, M.I. Loffredo, Interplay between topology and dynamics in the World Trade Web, *European Physical Journal B* 57, 159_164 (2007).

E. Jondeau, R. Ricart, The expectations hypothesis of the term structure: Tests on us, german, french, and uk euro-rates, *Journal of International Money and Finance* 18, 725_750 (1999).

F.A. Longstaff, The term structure of very short-term rates: New evidence for the expectations hypothesis, *Journal of Financial Economics* 58, 397_415 (2000).

G. Sabidussi, The centrality index of a graph, *Psychometrika* 31, 581 (1966).

G. Bonanno, G. Caldarelli, F. Lillo, R.N. Mantegna, Topology of correlation-based minimal spanning trees in real and model markets, *Physical Review E* 68 046130 (2003).

G. Bonanno, N. Vandewalle, R.N. Mantegna, Taxonomy of stock market indices, *Physical Review E* 62 R7615 (2000).

J.P. Onnela, A. Chakraborti, K. Kaski, J. Kertesz, A. Kanto, Dynamics of market correlations: Taxonomy and portfolio analysis, *Physical Review E* 68 056110 (2003).

J.P. Onnela, A. Chakraborti, K. Kaski, J. Kertesz, Dynamic asset trees and Black Monday, *Physica A* 324, 247 (2003).

J.P. Onnela, J. Saramaki, J. Kertesz, K. Kaski, Intensity and coherence of motifs in weighted complex networks, *Physica Review E* 71, 065103(R) (2005).

J. Saramki, M. Kivel, J.P. Onnela, K. Kaski, J. Kertesz, Generalizations of the clustering coefficient to weighted complex networks, *Physical Review E* 75, 027105 (2007)

- J.G. Brida, W.A. Risso, Multidimensional minimal spanning tree: the dow jones case, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 387 p. 5205_5210 (2008).
- K. Cuthbertson, S. Hayes, D. Nitzsche, Are german money market rates well behaved? *Journal of Economic Dynamics and Control* 24, 347_360 (2000).
- L.D. Costa, F.A. Rodrigues, G. Travieso, P.R.V. Boas, Characterization of complex networks: a survey of measurements, *Advances in Physics*, Volume 56, p.167 - 242, (2007).
- M. Barthélemy, A. Barrat, R. Pastor-Satorras and A. Vespignani, Characterization and modeling of weighted networks, *Physica A* 346, 34 (2005).
- M. Camarero, C. Tamarit, Instability tests in cointegration relationships. An application to the term structure of interest rates, *Economic Modelling* 19, 783_799 (2002).
- R. Coelho, S. Hutzler, P. Repetowicz, P. Richmond, Sector analysis for a ftse portfolio of stocks, *Physica A* 373, 615_626 (2007).
- R. Coelho, Claire G. Gilmore, B. Lucey, P. Richmond, S. Hutzler, The evolution of interdependence in world equity markets_evidence from minimum spanning trees, *Physica A* 376, 455_466 (2007).
- R.N. Mantegna, Hierarchical structure in financial markets, *European Physical Journal B* 11 p. 193_197 (1999).
- R. van den Brink, R.P. Gilles, Measuring domination in directed networks, *Social Networks* 22, 141 (2000).
- S. Gerlach, Interpreting the term structure of interbank rates in hong kong, *Pacific-Basin Finance Journal* 11, 593_609 (2003).
- T.D. Matteo, T. Aste, R.N. Mantegna, An interest rates cluster analysis, *Physica A* 339, 181_188 (2004).

T.D. Matteo, T. Aste, S.T. Hyde, S. Ramsden, Interest rates hierarchical structure, *Physica A* 355, 21_33 (2004).

T.D. Matteo, T. Aste, How does the eurodollar interest rate behave? *Journal of Theoretical and Applied Finance* 5, 122_127 (2002)

V. Esteve, A note on nonlinear dynamics in the spanish term structure of interest rates, *International Review of Economics and Finance* 15, 316_323 (2006).

W.S. Jung, S. Chae, J.S. Yang, H.T. Moon, Characteristics of the korean stock market correlations, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 361 p.263_271 (2006).

W.S. Jung, O. Kwon, F. Wang, T. Kaizoji, H.T. Moon, H.E. Stanley, Group dynamics of the Japanese market, *Physica A* 387 p. 537_542 (2008).