



PROJETO DE GRADUAÇÃO 2

**ANÁLISE DA VIBRAÇÃO INDUZIDA POR
VÓRTICES EM TUBOS FLEXÍVEIS
UTILIZANDO MODELO FENOMENOLÓGICO**

Por,
Paulo Marçal Fernandes Filho

Brasília, 04 de Outubro de 2012

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO 2

ANÁLISE DA VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES EM TUBOS FLEXÍVEIS UTILIZANDO MODELO FENOMENOLÓGICO

POR,

Paulo Marçal Fernandes Filho

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof. Eugenio Libório Feitosa Fortaleza, UnB/ ENM
(Orientador)

Prof^a. Aline Souza de Paula, UnB/ENM

Prof. Marcus Vinicius Girão de Moraes, UnB/ ENM

Brasília, 04 de Outubro de 2012

AGRADECIMENTOS

Eu agradeço a Deus e a toda a minha família pelo imenso apoio dado durante toda a minha vida.

Dedico ao meu pai, por ser minha inspiração, e à minha mãe, por ser a minha guia.

Dedico às minhas irmãs e à minha namorada por me ajudarem em várias etapas da minha vida, com muito carinho e paciência.

Dedico também a todos os meus amigos, que distantes ou não, me ajudaram a superar todas as dificuldades.

RESUMO

Este trabalho apresenta dois modelos fenomenológicos para a predição de vibração induzida por vórtices (VIV) em *risers*. A motivação e o desenvolvimento são apresentados de forma a deixar o leitor mais próximo do assunto, uma vez que esses modelos são recentes. Um código em matlab foi criado para resolver o sistema e apresentar os resultados da VIV. Posteriormente, dados experimentais foram utilizados para validar o código.

ABSTRACT

This paper presents two phenomenological models for the prediction of vortex induced vibration (VIV) on risers. The motivation and development are presented in order to let the reader closer to the subject, as long as these models are recent. A matlab code has been created to solve the system and present the results of the VIV. Subsequently, experimental data were used to validate the code.

Sumário

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 MOTIVAÇÃO	12
1.2 CONTEXTUALIZAÇÃO	13
1.3 OBJETIVOS	15
1.4 COMPOSIÇÃO DO TRABALHO	15
2 REVISÃO DE LITERATURA	16
2.1 FENÔMENO DE DESPRENDIMENTO DE VÓRTICE E VIV	16
2.2 PARÂMETROS ADIMENSIONAIS	18
3 MODELOS FENOMENOLÓGICOS	21
3.1 MODELO FACCHINETTI	21
3.1.1 OSCILADOR ESTRUTURAL	21
3.1.2 OSCILADOR DA ESTEIRA	23
3.1.3 ACOPLAMENTO FLUIDO-ESTRUTURA	24
3.2 MODELOS FORTALEZA (2011)	25
3.2.1 MODELO DESLOCAMENTO	26
3.2.2 MODELO VELOCIDADE	26
3.2.3 DIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES	28
4 DISCRETIZAÇÃO	31
4.1 DIFERENÇAS FINITAS	32
4.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO	34
5 MÉTODO DE SOLUÇÃO	36
5.1 ESPAÇO DE ESTADOS	36
5.2 SOLVER DO MATLAB	39
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES	40
6.1 VERIFICAÇÃO DOS MODELOS	40
6.1.1 DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA	40
6.1.2 NÚMEROS DE PONTOS DISCRETIZADOS	41
6.1.3 ANÁLISE DE LOCK-IN PARA ESTRUTURA FLEXÍVEL	42
6.2 COMPARAÇÃO COM DADOS EXPERIMENTAIS	44
6.2.1 CARACTERIZAÇÃO DO EXPERIMENTO	45
6.2.2 CASO 1	46
6.2.3 CASO 2	49
6.3 COMPARAÇÃO COM DADOS EXPERIMENTAIS UTILIZANDO PERFIL VARIÁVEL DE VELOCIDADE	51
6.3.1 CASO 1 COM PERFIL 1	52

6.3.2	CASO 1 COM PERFIL 2	54
6.3.3	CASO 2 COM PERFIL 1	55
6.3.4	CASO 2 COM PERFIL 2	58
7	CONCLUSÃO.....	60
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	61

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. ESQUEMA DA UTILIZAÇÃO DE UM <i>RISER</i> . (FORTALEZA, 2009)	12
FIGURA 2. ESQUEMA DO DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES. (TSUKADA, 2009)	13
FIGURA 3. MALHA USADA PARA CÁLCULO DE VIV. (NEWMAN, 1997)	14
FIGURA 4. INTERAÇÃO ENTRE O VÓRTICE E A CAMADA CISALHANTE. (GERRARD, 1966).....	17
FIGURA 5. VARIAÇÃO DA VELOCIDADE DO ESCOAMENTO AO LONGO DO <i>RISER</i> . (TSUKADA, 2009).....	19
FIGURA 6. ESQUEMA DO MODELO FENOMENOLÓGICO. (FACCHINETTI, 2004).....	21
FIGURA 7. DIAGRAMA FASORIAL DO MODELO DE DESLOCAMENTO (FORTALEZA, 2011)	26
FIGURA 8. DIAGRAMA FASORIAL DO MODELO DE VELOCIDADE. (FORTALEZA, 2011).....	27
FIGURA 9. MASSA-MOLA AMORTECIDO. (FORTALEZA, 2011)	28
FIGURA 10. COMPARAÇÃO MODELO DESLOCAMENTO ADIMENSIONAL E DIMENSIONAL.....	30
FIGURA 11. COMPARAÇÃO MODELO VELOCIDADE ADIMENSIONAL E DIMENSIONAL.....	30
FIGURA 12. ILUSTRAÇÃO DE UMA ESTRUTURA DISCRETIZADA SENDO SIMULADA EM CFD. (FACCHINETTI, 2004).....	31
FIGURA 13. ESQUEMA ESTRUTURA. (VIOLETTE, 2007)(ADAPTADA)	41
FIGURA 14. NÚMERO DE PONTOS DISCRETIZADOS IDEAL	41
FIGURA 15. ZONA DE <i>LOCK-IN</i> DO MODELO DESLOCAMENTO.....	42
FIGURA 16. ZONA DE <i>LOCK-IN</i> DO MODELO VELOCIDADE	43
FIGURA 17. ANÁLISE DE <i>LOCK-IN</i> PARA UMA MASSA- MODELO DESLOCAMENTO. (FORTALEZA, 2011)	43
FIGURA 18. ANÁLISE DE <i>LOCK-IN</i> PARA UMA MASSA- MODELO VELOCIDADE. (FORTALEZA, 2011).....	44
FIGURA 19. MONTAGEM EXPERIMENTAL (CHAPLIN ET AL, 2005).....	45
FIGURA 20. CASO 1 - EXPERIMENTAL. (CHAPLIN ET AL, 2005).....	47
FIGURA 21. CASO 1 - MODELO DESLOCAMENTO.....	47
FIGURA 22. CASO 1 - MODELO VELOCIDADE.	48
FIGURA 23. CASO 2 – EXPERIMENTAL. (CHAPLIN ET AL, 2005).....	49
FIGURA 24. CASO 2 - MODELO DESLOCAMENTO.....	49
FIGURA 25. CASO 2 - MODELO VELOCIDADE.	50
FIGURA 26. PERFIL 1. (CHAPLIN ET AL, 2005)(ADPTADA).....	51
FIGURA 27. PERFIL 2. (CHAPLIN ET AL, 2005) (ADAPTADA)	51
FIGURA 28. CASO 1 - PERFIL 1. (CHAPLIN ET AL, 2005) (ADAPTADA)	52
FIGURA 29. MODELO DESLOCAMENTO - CASO 1 - PERFIL 1.	53
FIGURA 30. MODELO VELOCIDADE - CASO 1 - PERFIL 1.	53
FIGURA 31. CASO 1 - PERFIL 2. (CHAPLIN ET AL, 2005) (ADAPTADA)	54
FIGURA 32. MODELO DESLOCAMENTO - CASO 1 - PERFIL 2.	54
FIGURA 33. MODELO VELOCIDADE - CASO 1 - PERFIL 2.....	55
FIGURA 34. CASO 2 - PERFIL 1. (CHAPLIN ET AL, 2005) (ADAPTADA)	56
FIGURA 35. MODELO DESLOCAMENTO - CASO 2 - PERFIL 1.	56

FIGURA 36. MODELO VELOCIDADE - CASO 2 - PERFIL 1.....	57
FIGURA 37. MODELO VELOCIDADE - CASO 2 - PERFIL 1 - 3D.....	57
FIGURA 38. CASO 2 - PERFIL 2. (CHAPLIN ET AL, 2005) (ADAPTADA)	58
FIGURA 39. MODELO DESLOCAMENTO - CASO 2 - PERFIL 2.	58
FIGURA 40. MODELO VELOCIDADE - CASO 2 - PERFIL 2.....	59

LISTA DE TABELAS

TABELA 1. COEFICIENTES DOS MODELOS VELOCIDADE E DESLOCAMENTO. (FORTALEZA, 2011)	28
TABELA 2. DADOS DA ESTRUTURA DE TESTE	40
TABELA 3. DADOS ESTIMADOS DO <i>RISER</i> EXPERIMENTAL.....	46

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

g	Gravidade aparente	[m/s ²]
Y	Deslocamento	[m]
D	Diâmetro	[m]
E	Módulo de Young	[GPa]
L	Comprimento Riser	[m]
U_c	Velocidade da correnteza	[m/s]
J	Momento Polar de Inércia	[m ⁴]
T	Tração do Riser	[N]
N	Número de Pontos da Discretização	[-]

Símbolos Gregos

μ	Viscosidade dinâmica	[Pa.s]
μ_i	Razão de massa	[-]
ρ	Massa específica	[kg/m ³]
ζ	Coefficiente de Amortecimento Estrutural	[-]
Ω_n	Frequência Natural do sistema massa-mola	[rad/s]
Ω_s	Frequência Natural da Estrutura	[rad/s]
Ω_f	Frequência de Emissão de Vórtices	[rad/s]

Grupos Adimensionais

Re	Número de Reynolds
S_t	Número de Strouhal

Siglas

VIV	Vibração Induzida por Vórtices
MDF	Método de Diferenças Finitas

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

A indústria de petróleo é reconhecida pela capacidade de criar e resolver grandes desafios da engenharia. Um dos grandes desafios enfrentados por essas empresas, hoje em dia, é a perfuração e extração de hidrocarbonetos em campos marítimos profundos e ultra-profundos, como é o caso dos campos do pré-sal encontrados no Brasil. Uma das dificuldades de executar as atividades petrolíferas em campos de elevada lâmina d'água é a instalação e preservação da integridade de *risers*.

Risers são tubulações que conectam a cabeça de poço à plataforma e podem ser classificados como *risers* de produção, injeção, completação e perfuração. O *riser* de produção conduz os fluidos produzidos no poço até a plataforma enquanto que o de injeção conduz fluidos da plataforma para o poço, ambos podem ser rígidos ou flexíveis. Os *risers* de completação e perfuração são normalmente rígidos. A Figura 1 ilustra a utilização de um *riser*.

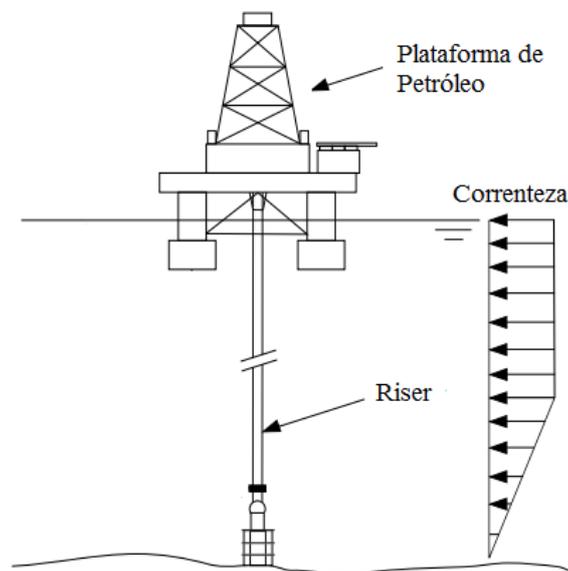


Figura 1. Esquema da utilização de um *riser*. (Fortaleza, 2009)

Assim que instalado, o *riser* fica submetido à correnteza, movimentação da plataforma e às ondas marítimas. A correnteza é responsável pelo aparecimento de forças oscilatórias que resultam na vibração induzida por vórtice (VIV) na estrutura.

Esse fenômeno ocorre em estruturas flexíveis submetidas a algum tipo de escoamento. A VIV ocorre quando um corpo, normalmente cilíndrico, é submetido a um escoamento, criando uma esteira instável na forma de vórtices alternativos. Esses vórtices se desprendem da estrutura em uma frequência definida pela lei de Strouhal, que leva em conta a velocidade do escoamento e o diâmetro do cilindro (Violette, 2007). A vibração ocorre porque o desprendimento dos vórtices fornece força de sustentação variável ao longo do cilindro, como mostra a Fig.2.

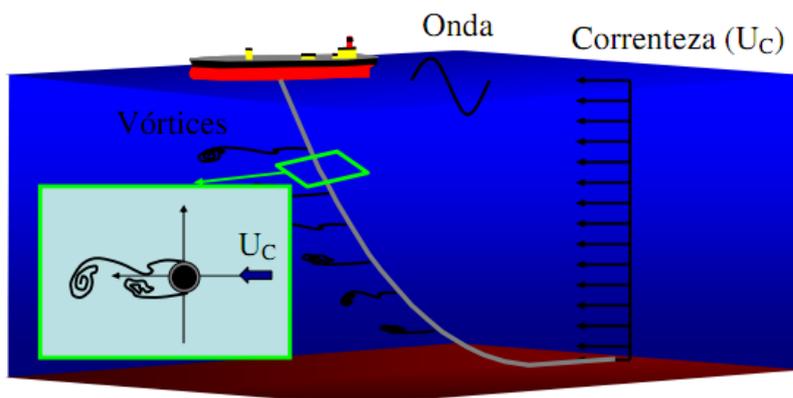


Figura 2. Esquema do desprendimento de vórtices. (Tsukada, 2009)

Diversas são as estruturas afetadas pela VIV, entre elas podemos citar as grandes chaminés, as linhas de transmissão de energia e cabos de pontes suspensas quando estão expostos ao vento. A atividade petrolífera é afetada pela VIV em suas instalações *offshore*, pois possuem longas estruturas subaquáticas sob forte influência das correntes marítimas.

O principal dano causado pela VIV em tubos longos é a fadiga mecânica seguida do rompimento da tubulação. Esse tipo de falha causa a paralisação da produção, motivo de grandes prejuízos financeiros, além de possíveis vazamentos de óleo causando grande impacto ambiental. A reposição dos tubos é uma tarefa que despense muito tempo, pois requer o deslocamento de embarcações específicas até a plataforma flutuante, podendo levar semanas para que ocorra completamente (Fortaleza, 2009).

1.2 CONTEXTUALIZAÇÃO

A VIV é um fenômeno bem conhecido entre os engenheiros, uma vez que ocorre em diversas estruturas. Apesar desse conhecimento, a VIV ainda é grande motivo de estudos, principalmente de *risers* com alta razão de aspecto ($L/D \sim 2000 - 3000$) submetidos a escoamentos que variam de intensidade com a profundidade (Violette, 2007).

Um grande esforço tem sido feito para desenvolver ferramentas capazes de identificar, ainda em fase de projeto, condições ambientais críticas para *risers* que o levariam a colapsar em pleno funcionamento. Os métodos experimentais são caros e de difícil manipulação, levando muito tempo para obter resultados satisfatórios.

Dentre os métodos numéricos, a simulação completa do escoamento envolvendo *risers* com grande razão de aspecto é, ainda, computacionalmente inviável se utilizarmos as técnicas convencionais de CFD (*Computational Fluid Dynamics*) que utilizam malhas computacionais para discretização do volume de controle no qual o escoamento se desenvolve. (Lima, 2011)

A modelagem da VIV utilizando técnicas CFD integradas ao método de elementos finitos, para cálculo da dinâmica estrutural, viabilizou a construção de uma ferramenta computacional capaz de avaliar o comportamento dinâmico da estrutura. (Lima, 2011)

Dentre os métodos utilizados em CFD, pode-se destacar o Método de Diferenças Finitas (MDF), o Método dos Elementos Finitos (MEF), o Método dos Volumes Finitos (MVF), e o Método dos Vórtices Discretos (MVD), sendo que os três primeiros necessitam de malhas cartesianas para representar o volume de controle em estudo e todos eles modelam de forma satisfatória as equações de *Navier-Stokes*. Uma vantagem do MVD, na sua formulação inteiramente Lagrangiana, é a ausência do uso de uma malha que é a principal razão de sua escolha. (Lima, 2011)

A Figura 3 ilustra a complexidade de uma simulação utilizando técnicas CFD.

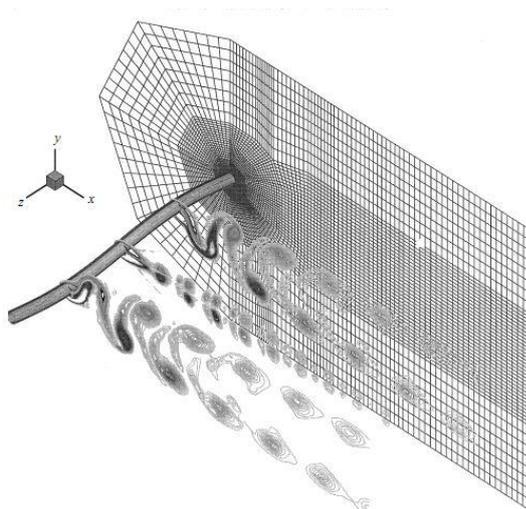


Figura 3. Malha usada para cálculo de VIV. (Newman, 1997)

Diante da complexidade dos softwares CFD métodos alternativos foram desenvolvidos para que a predição do fenômeno fosse menos onerosa. Um desses métodos alternativos foi

desenvolvido baseado no modelo do oscilador de van der Pol. Facchinetti et al. (2004) verificaram os efeitos do movimento de um cilindro rígido submetido a forças flutuantes de sustentação utilizando modelo fenomenológico através de três tipos de acoplamento: aceleração, velocidade e deslocamento. Segundo Facchinetti et al. (2004), somente o acoplamento utilizando aceleração mostrou-se adequado para a predição da VIV.

Outro modelo alternativo foi desenvolvido por Fortaleza (2011). Ele desenvolveu dois modelos fenomenológicos que utilizam o deslocamento e a velocidade como acoplamentos. Os modelos valem para um cilindro rígido e amortecido.

1.3 OBJETIVOS

A proposta do presente trabalho é desenvolver um método numérico capaz de modelar estruturas flexíveis, como *risers*, submetidas à VIV. A modelagem feita é baseada nos modelos de deslocamento e velocidade de Fortaleza (2011), que até então, se aplicavam apenas para um sistema massa-mola amortecido. A passagem do modelo discreto para o contínuo é feita através da discretização de um cilindro rígido em pequenos cilindros.

Posteriormente pretende-se verificar a validade do método através de comparação com resultados presente na literatura.

Os modelos desenvolvidos por Fortaleza (2011) serão mostrados mais a frente, bem como a modelagem para a aplicação em *risers*.

1.4 COMPOSIÇÃO DO TRABALHO

O trabalho inicia com o posicionamento do leitor com relação ao assunto através da introdução. Uma revisão de literatura é feita com o objetivo de introduzir conceitos mais complexos que são base dos modelos fenomenológicos.

Os modelos são apresentados no item 3, onde são expostos diferentes tipos de acoplamentos: deslocamento, velocidade e aceleração.

Após a apresentação dos modelos, é descrita a maneira como foi feita a solução das equações diferenciais do sistema.

Finalmente, alguns resultados são apresentados e comparados com dados experimentais, gerando algumas conclusões a cerca do funcionamento do código numérico.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 FENÔMENO DE DESPRENDIMENTO DE VÓRTICE E VIV

Segundo a mecânica dos fluidos, o fenômeno do desprendimento de vórtices em cilindros está relacionado ao estudo do escoamento de fluidos viscosos, que podem ser modelados pelas equações de Navier-Stokes (White, 1991). Em 1904, Ludwig Prandtl publicou sua formulação sobre a existência da camada limite, que leva em conta tanto a compressibilidade quanto a viscosidade do fluido (Schlichting, 1955).

Quando um corpo é submetido a um escoamento, em determinada velocidade ocorre o descolamento da camada limite fazendo com que surja uma esteira na parte traseira do corpo. O descolamento da camada limite acontece depois que o fluido próximo à parede perde quantidade de movimento devido às forças cisalhantes, ocorrendo o surgimento de um gradiente adverso de pressão.

A modelagem da formação e desprendimento de vórtice no escoamento em torno de um cilindro foi descrito por Gerrard (1966) e está presente em Tsukada (2009). Gerrard (1966) mostra que o principal elemento no processo de formação dos vórtices da esteira deve ser a interação mútua entre as duas camadas cisalhantes geradas pelo desprendimento da camada limite.

Ainda segundo Gerrard (1966), um vórtice irá crescer devido à circulação oriunda da camada cisalhante a qual ele está conectado. Em um dado instante, o vórtice aumenta de tal forma que pode atrair a camada cisalhante oposta, que apresenta vorticidade com sinal oposto. A interação do vórtice em formação com a camada cisalhante oposta encerrará a alimentação de circulação do vórtice em crescimento ocorrendo o seu desprendimento para a esteira.

A interação entre o vórtice e a camada cisalhante é ilustrada pela Fig.4, que foi elaborada por Gerrard (1966).

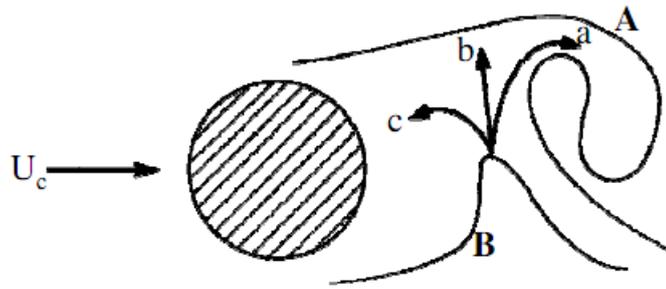


Figura 4. Interação entre o vórtice e a camada cisalhante. (Gerrard, 1966)

Tsukada (2009) elaborou uma explicação da Fig.4, que será mostrada abaixo, visando um fácil entendimento do processo de desprendimento de vórtices. As setas (a), (b) e (c) indicam parcelas do fluido da camada cisalhante oposta interagindo com o vórtice em formação (A). O processo será descrito em três etapas.

1. A parcela do escoamento com direção à seta (a) é incorporada ao vórtice em formação (A). Como esta parcela possui vorticidade de sinal contrário ao fluido do vórtice em formação (A), ela colabora para a diminuição da circulação total desse último;
2. A parcela do escoamento que segue o caminho indicado pela seta (b) causa interrupção da alimentação de circulação para o vórtice de formação (A);
3. A parcela do escoamento que segue o caminho indicado pela seta (c) colabora com a formação de um novo vórtice (B), fechando dessa maneira o ciclo de geração e desprendimento de vórtice.

O desprendimento de vórtices é chamado de *vortex shedding*. Esse fenômeno foi observado por Leonardo da Vinci no século XV. Em 1878, Strouhal também notou a ocorrência do *vortex shedding* através do som emitido por um fio sob ação do vento (Pinhata, 2006). Strouhal também percebeu que a frequência do som era proporcional a velocidade do vento pela espessura do fio.

A partir de diversos experimentos, observou-se a existência de uma constante de proporcionalidade, chamada de número de Strouhal (S_t). Essa constante leva em conta a frequência de emissão dos vórtices (f_v), velocidade do escoamento (U_c) e o diâmetro do fio (D). A relação é dada pela Eq.(1).

$$S_t = \frac{f_v U_c}{D} \quad (1)$$

O número de Strouhal depende do regime do escoamento, estando relacionado diretamente ao número de Reynolds, calculado a partir da Eq.(2), onde L é o comprimento característico, ρ é a densidade do fluido e μ é a viscosidade dinâmica do fluido.

$$R_e = \frac{\rho U_c L}{\mu} \quad (2)$$

2.2 PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

Essa parte do trabalho tem a função de introduzir e explicar alguns parâmetros adimensionais que serão empregados nos cálculos da VIV.

Número de Reynolds (R_e): é a relação entre as forças de inércia e as forças viscosas e sua formulação já foi apresentada na Eq.(2). Esse número adimensional é fator importante na determinação do regime de escoamento.

Número de strouhal (S_t) : é uma constante de proporcionalidade utilizado no cálculo da frequência de emissão de vórtices. O cálculo desse número está apresentado na Eq.(1).

Taxa de variação do escoamento: esse parâmetro demonstra como a velocidade varia ao longo de determinada parte do cilindro. A Figura 5 ilustra como acontece a variação e como ela pode ser calculada.

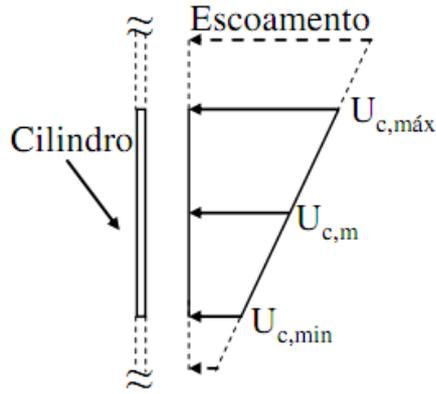


Figura 5. Variação da velocidade do escoamento ao longo do riser. (Tsukada, 2009)

A taxa de variação pode ser então calculada pela Eq.(3), em que $U_{c,m}$ é a velocidade média do escoamento, que equivale a um perfil constante resultando em uma mesma vazão.

$$\frac{\Delta U_c}{U_{c,m}} = \frac{U_{c,máx} - U_{c,min}}{U_{c,m}} \quad (3)$$

Razão de aspecto (R_a): é a relação entre o comprimento do tubo e seu diâmetro (Eq.4). Esse parâmetro é utilizado para determinar quão esbelto é o corpo. A vibração induzida por vórtice é mais prejudicial para altas razões de aspecto, como é o caso da maioria dos *risers*.

$$R_a = \frac{L}{D} \quad (4)$$

Razão de massa (μ_i): é a relação entre a massa da estrutura e a massa de fluido deslocada. Esse número representa a inércia da estrutura ao deslocamento durante a vibração decorrente do escoamento, além de proporcionar medidas dos efeitos de flutuação dessa estrutura. A razão de massa pode ser calculada pela Eq.(5), em que m é a massa da estrutura por unidade de comprimento.

$$\mu_i = \frac{m}{\rho D^2} \quad (5)$$

Velocidade Reduzida (V_r): esse fator leva em conta a velocidade da correnteza (U_c), frequência natural do harmônico excitado (f_0) e diâmetro do cilindro (D). A velocidade

reduzida funciona como um indicador do fenômeno de *lock-in*, que é quando ocorre a proximidade da frequência de emissão dos vórtices e a frequência natural da estrutura. A Equação (6) mostra como é feito o cálculo de V_r .

$$V_r = \frac{U_c}{f_0 D} \quad (6)$$

Amplitude normalizada (A_n): a amplitude normalizada é a razão da amplitude da vibração e o diâmetro da estrutura. Esse parâmetro serve para facilitar a comparação entre estruturas de diâmetros diferentes. A Equação (7) mostra como deve ser feito o cálculo.

$$A_n = \frac{A}{D} \quad (7)$$

Coefficiente de arrasto (C_d): esse coeficiente é resultado da normalização da força de arrasto pela pressão dinâmica, como mostra a Eq.(8). A força de arrasto é representada por F_d .

$$C_d = \frac{F_d}{0,5\rho D U_c^2 L} \quad (8)$$

Coefficiente de sustentação (C_l): esse coeficiente é resultado da normalização da força de sustentação pela pressão dinâmica, como mostra a Eq.(9). A força de sustentação é representada por F_l .

$$C_l = \frac{F_l}{0,5\rho D U_c^2 L} \quad (9)$$

3 MODELOS FENOMENOLÓGICOS

3.1 MODELO FACCHINETTI

Em Facchinetti (2004) um modelo é descrito envolvendo duas equações. A primeira equação é a formulação do movimento de um massa-mola, que possui rigidez (K) e amortecimento (C). A segunda equação é baseada no oscilador de Van der Pol, e representa a influência da esteira sobre a estrutura. A Figura 6 ilustra o modelo, em que $q(t)$ é a variável fluídica e será explicada mais a frente.

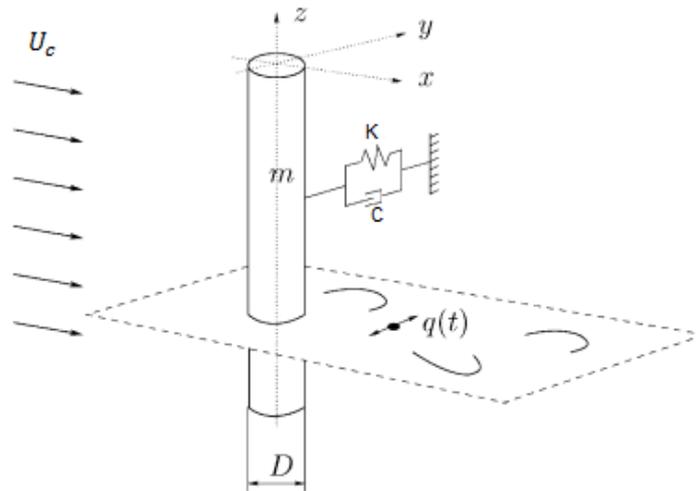


Figura 6. Esquema do modelo fenomenológico. (Facchinetti, 2004)

As letras x , y e z representam os deslocamentos na três direções do espaço, como ilustra a Fig.6. A vibração que ocorre na direção x é chamada *in-line*, e a vibração que ocorre na direção y é chamada *cross-flow*.

Nesse trabalho apenas os deslocamentos *cross-flow* foram analisados.

3.1.1 OSCILADOR ESTRUTURAL

A Equação (10) representa um oscilador linear, em que Y representa o deslocamento dimensional transversal à correnteza e (\cdot) representa a derivada em relação ao tempo.

$$m\ddot{Y} + C\dot{Y} + KY = S \quad (10)$$

Na Equação (10), m é a massa da estrutura por unidade de comprimento (m_s) mais a massa do fluido adicionado por unidade de comprimento (m_f), como mostra a Eq.(11).

$$m = m_s + m_f \quad (11)$$

A massa de fluido que é adicionada durante o movimento pode ser calculado pela Eq.(12), em que C_m é o coeficiente de massa adicionada.

$$m_f = C_m \rho D^2 \frac{\pi}{4} \quad (12)$$

A partir das propriedades descritas acima é possível calcular a razão de massa (μ_i), como mostra a Eq.(13).

$$\mu_i = \frac{m}{\rho D^2} \quad (13)$$

O amortecimento do movimento é resultado da contribuição do amortecimento da estrutura (C_s) e do amortecimento hidrodinâmico (C_f), como mostra a Eq.(14).

$$C = C_s + C_f \quad (14)$$

As Equações (15) e (16) definem C_s e C_f , respectivamente.

$$C_s = 2\zeta m \Omega_n \quad (15)$$

$$C_f = \gamma \Omega_f \rho D^2 \quad (16)$$

Onde Ω_f é a pulsação do *vortex shedding* (Eq.17), Ω_n é a frequência natural do sistema massa-mola (Eq.18), γ é um coeficiente da amplitude de oscilação (Eq.19) e ζ é coeficiente de amortecimento estrutural (Eq.20)

$$\Omega_f = \frac{2\pi S_t U_c}{D} \quad (17)$$

$$\Omega_n = \left(\frac{K}{m}\right)^{0.5} \quad (18)$$

$$\gamma = \frac{C_d}{4\pi S_t} \quad (19)$$

$$\zeta = \frac{C_s}{2m\Omega_n} \quad (20)$$

Definidos todos os parâmetros, a Eq.(10) pode ser reescrita na forma da Eq.(21).

$$\ddot{Y} + \left(2\zeta\Omega_n + \frac{\gamma}{\mu_i}\Omega_f\right)\dot{Y} + \Omega_n^2 Y = \frac{S}{m} \quad (21)$$

O termo S faz parte do acoplamento fluido-estrutura que será explicado a seguir.

3.1.2 OSCILADOR DA ESTEIRA

A força de sustentação oscilatória gerada pelo *vortex shedding* é modelada por uma equação não linear que obedece a equação de Van der Pol, representada na Eq.(22).

$$\ddot{q} + \varepsilon\Omega_f(q^2 - 1)\dot{q} + \Omega_f^2 q = F \quad (22)$$

A variável q possui diversas fundamentações que explicam a sua origem e seu significado físico. Facchinetti (2004) em seu artigo cita algumas explicações encontradas na literatura, enumeradas a seguir. O termo F será detalhado adiante.

1. A variável q está relacionada com as flutuações da força de sustentação na estrutura causadas pela emissão dos vórtices.
2. A variável q pode ser explicada como uma variável de um fluxo oculto relacionada à média ponderada da componente transversal do escoamento.
3. A variável q é também associada à média do deslocamento transversal da camada de fluido próximo à esteira.

3.1.3 ACOPLAMENTO FLUIDO-ESTRUTURA

O acoplamento fluido-estrutura é feito com base nos termos S e F citados anteriormente. Facchinetti (2004) define S pela Eq.(23).

$$S = Mq \tag{23}$$

$$M = \frac{C_{L0}}{2} \frac{1}{8\pi^2 S_t^2 \mu_i} \tag{24}$$

Para o termo F , Facchinetti (2004) sugere três tipos de acoplamentos: deslocamento, velocidade e aceleração. As equações são mostradas a seguir.

- *Deslocamento*

$$F = AY \tag{25}$$

- *Velocidade*

$$F = A\dot{Y} \tag{26}$$

- *Aceleração*

$$F = A\ddot{Y} \quad (27)$$

Onde A é uma constante e seu valor é mostrado a frente.

O tipo de acoplamento que apresentou resultados satisfatórios foi o de aceleração. Para maiores detalhes, consultar Facchinetti (2004).

3.2 MODELOS FORTALEZA (2011)

No trabalho de Fortaleza (2011), novos modelos de acoplamentos são propostos para VIV de um cilindro rígido. Os acoplamentos de deslocamento e velocidade, que foram ineficientes em Facchinetti (2004), foram reformulados.

Fortaleza (2011) propõe uma adaptação aos modelos de deslocamento e velocidade através de uma análise fasorial, que será explicada a seguir.

As Equações (28) e (29), apresentadas no trabalho de Fortaleza (2011), são adimensionais, bem como os seus termos de acoplamento.

$$\ddot{y} + y + \left(\frac{\gamma}{\mu_i} + 2\zeta\right)\dot{y} = F \quad (28)$$

$$\ddot{q} + \varepsilon\omega_f(q^2 - 1)\dot{q} + \omega_f^2 q = G \quad (29)$$

Onde y é o deslocamento adimensional (Eq.30), ω_f é a frequência de emissão de vórtices adimensional (Eq.31) e ε é uma constante.

$$y = \frac{Y}{D} \quad (30)$$

$$\omega_f = \frac{\Omega_f}{\Omega_n} \quad (31)$$

3.2.1 MODELO DESLOCAMENTO

Nesse modelo, G é proporcional ao deslocamento como mostra a Eq.(32).

$$G = \omega_f A y \quad (32)$$

O esquema fasorial desse modelo é mostrado pela Fig.7.

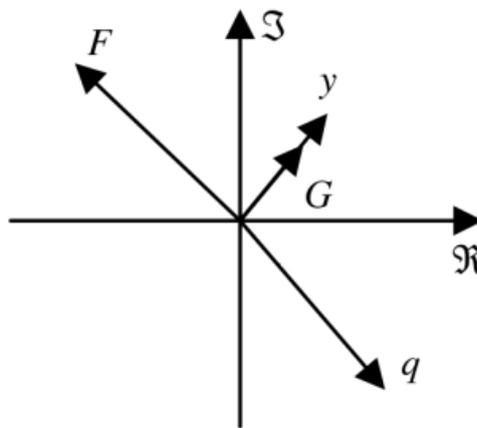


Figura 7. Diagrama fasorial do modelo de deslocamento (Fortaleza, 2011)

Como podemos ver na Fig.7, os fasores y e G estão juntos pois são proporcionais. O fasor q é gerado com defasagem de 90° do fasor G . Como o fasor F é proporcional ao fasor q , é necessário que F tenha um sinal negativo a fim de que ele possa gerar outro fasor y de maneira estável.

O termo F está definido pela Eq.(33).

$$F = -\omega_f^2 M q \quad (33)$$

3.2.2 MODELO VELOCIDADE

Nesse modelo o termo G é proporcional à velocidade da estrutura, como mostra a Eq.(34).

$$G = \omega_f A \dot{y} \quad (34)$$

O esquema fasorial desse modelo é mostrado pela Fig.8.

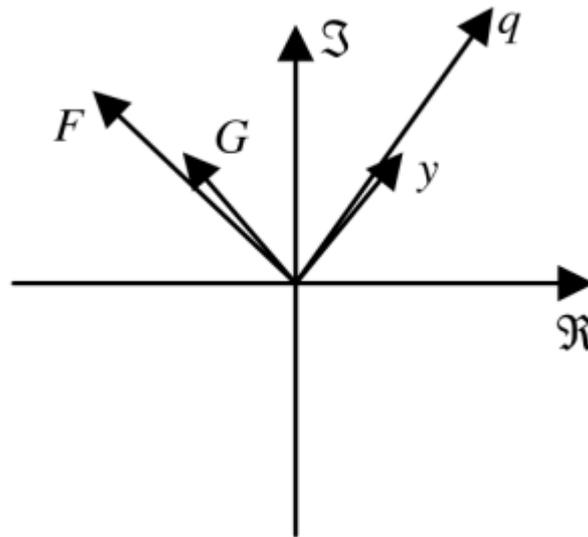


Figura 8. Diagrama fasorial do modelo de velocidade. (Fortaleza, 2011)

Como dito anteriormente, o termo G é proporcional à derivada de y , portando o fasor G está adiantado 90° em relação a Y . O mesmo acontece com F , que está adiantado 90° de q , pois um é proporcional à derivada do outro. A Equação (35) mostra o cálculo de F .

$$F = \omega_f M \dot{q} \quad (35)$$

Como foi dito acima, os modelos de deslocamento e velocidade foram testados para o caso de um massa-mola amortecido, representando um cilindro rígido. A Figura 9 ilustra essa aplicação.

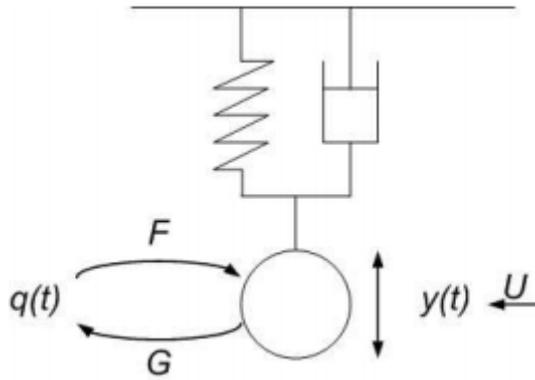


Figura 9. Massa-Mola amortecido. (Fortaleza, 2011)

Em ambos os modelos os coeficientes utilizados estão mostrados na Tab.1.

Tabela 1. Coeficientes dos modelos velocidade e deslocamento. (Fortaleza, 2011)

Coeficiente	Valor
A	6
C_d	1.9
C_{l0}	0.3
S_t	0.2
ε	0.5
M	$\frac{C_{L0}}{4\pi^2 S_t^2 \mu_i}$

3.2.3 DIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES

As Equações (28) e (29) são adimensionais, pois sofreram algum processo de normalização em seus termos. A fim de tornar o processo de discretização, tratado a frente, mais simples, optou-se pela re-dimensionalização das referidas equações.

As Equações (36) e (37) representam o modelo deslocamento dimensional.

$$\ddot{Y} + \Omega_n^2 Y + \left(\frac{\gamma \Omega_f}{\mu_i} + 2\zeta \Omega_n \right) \dot{Y} = -\Omega_f^2 M q \quad (36)$$

$$\ddot{q} + \varepsilon \Omega_f \left(q^2 - \frac{1}{D^2} \right) \dot{q} + \Omega_f^2 q = \Omega_f \Omega_n A Y \quad (37)$$

As Equações (38) e (39) representam o modelo velocidade dimensional.

$$\dot{Y} + \Omega_n^2 Y + \left(\frac{\gamma \Omega_f}{\mu_i} + 2\zeta \Omega_n \right) \dot{Y} = \Omega_f M \dot{q} \quad (38)$$

$$\dot{q} + \varepsilon \Omega_f \left(q^2 - \frac{1}{D^2} \right) \dot{q} + \Omega_f^2 q = \Omega_f A \dot{Y} \quad (39)$$

O processo de re-dimensionalização foi abordado com bastante cautela para evitar que fosse feito de maneira errada. Uma falha nesse processo comprometeria todos os resultados dos modelos propostos.

Para garantir que os modelos dimensionais estivessem corretos, foram feitos testes em que um sistema massa-mola era submetido à VIV. Em ambos os modelos utilizou-se $D \neq 1$ e $\Omega_f \neq 1$ de maneira a garantir a dimensionalização espacial e temporal, respectivamente.

As Figuras 10 e 11 mostram o comportamento dos modelos de deslocamento e velocidade com a re-dimensionalização.

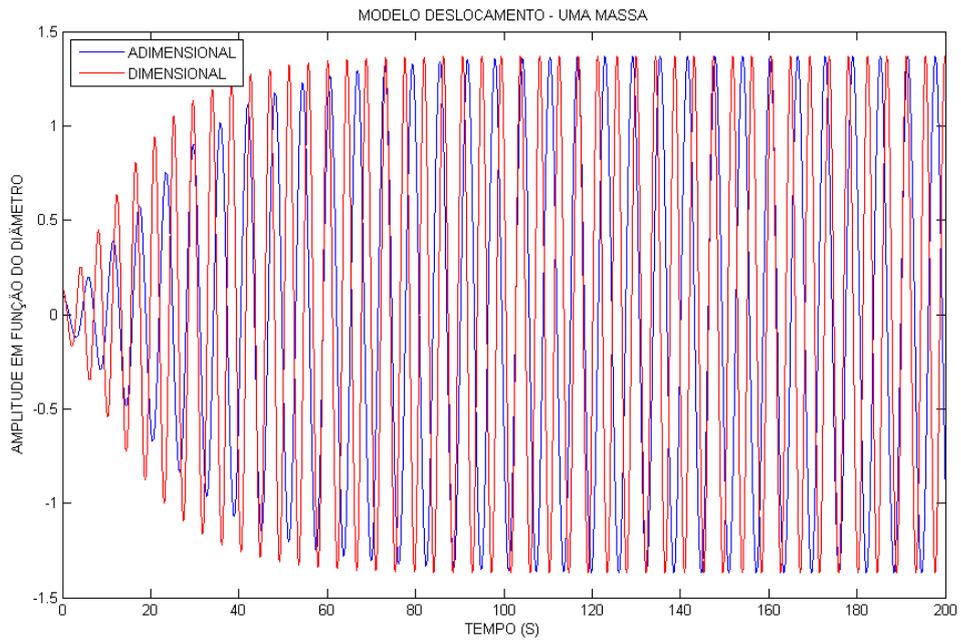


Figura 10. Comparação modelo deslocamento adimensional e dimensional

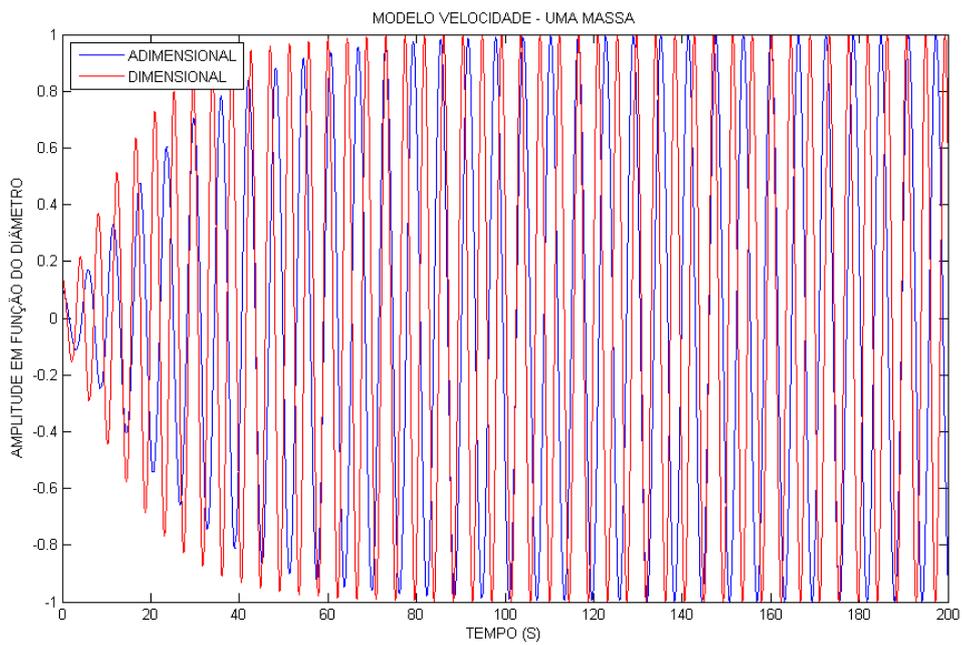


Figura 11. Comparação modelo velocidade adimensional e dimensional

Os modelos dimensionais se mostraram coerentes quando comparados aos modelos adimensionais, pois a amplitude de vibração é coincidente tanto para o modelo de deslocamento quanto para o de velocidade.

4 DISCRETIZAÇÃO

A partir dos novos modelos (deslocamento e velocidade) desenvolvidos por Fortaleza (2011), é proposta a discretização dos mesmos, a fim de analisar suas eficiências na predição da VIV em estruturas flexíveis. A Figura 12 ilustra o resultado da discretização em uma estrutura.

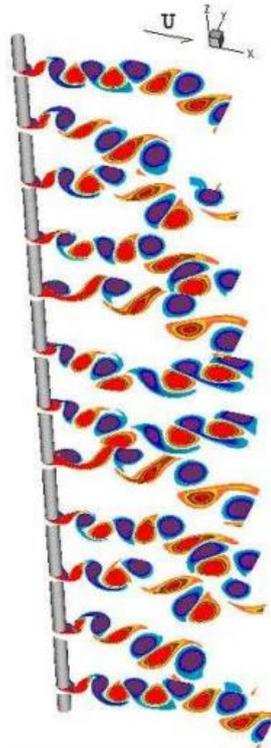


Figura 12. Ilustração de uma estrutura discretizada sendo simulada em CFD. (Facchinetti, 2004)

No modelo de um sistema massa-mola a rigidez era representada por K . Agora, é necessário expressar a rigidez de uma estrutura flexível em termos da componente de viga K_v (Eq.40) e da componente de cabo K_c (Eq.41).

$$K_v = -EJ \frac{\partial^4 Y}{\partial z^4} \quad (40)$$

$$K_c = \frac{\partial}{\partial z} \left(T(z) \frac{\partial Y}{\partial z} \right) \quad (41)$$

Considerando as Eq.(40) e Eq.(41), pode-se definir uma nova equação que rege as oscilações estruturais, como mostra a Eq.(42).

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = -\frac{EJ}{m} \frac{\partial^4 Y}{\partial z^4} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{T(z)}{m} \frac{\partial Y}{\partial z} \right) - (\tau + 2\zeta\Omega_s) \frac{\partial Y}{\partial t} + F \quad (42)$$

Onde τ é o coeficiente de amortecimento hidrodinâmico (Eq.43) e Ω_s é a frequência natural da estrutura, obtida através do cálculo dos autovalores da matriz rigidez. O termo F é um termo de acoplamento, como apresentado anteriormente.

O termo E representa o módulo de elasticidade do material do *riser*, J representa o momento polar de inércia da seção do mesmo e $T(z)$ é a tração a que ao *riser* está submetido.

$$\tau = \frac{\gamma}{\mu_i} \Omega_f \quad (43)$$

A discretização foi feita utilizando o método das diferenças finitas, a partir do qual foi criado um código em Matlab para executar os cálculos e exibir resultados da VIV.

4.1 DIFERENÇAS FINITAS

A Equação (42) não apresenta solução analítica definida, portanto é necessária a aplicação de um método numérico para que uma solução aproximada seja obtida.

O deslocamento transversal Y foi discretizado ao longo de N pontos equidistantes utilizando o método das diferenças finitas (MDF).

Denotando L como o comprimento da estrutura, a distância entre dois pontos equidistantes é definida por l , que é dado pela Eq.(44), que desconsidera os elementos de borda, pois esses recebem condições impostas.

$$l = \frac{L}{N+1} \quad (44)$$

A tração $T(z)$ é representada por $T = T_0 + mgz$, em que T_0 é a tração imposta ao *riser* e g é a gravidade aparente, mostrada na Eq.(45).

$$g = \frac{9.8 * m_{t,s} - 9.8 * V_{riser} \rho_{agua}}{m_{t,s}} \quad (45)$$

Onde V_{riser} é o volume do *riser* e $m_{t,s}$ é a massa total da estrutura.

A primeira derivada discreta de Y em relação a z pode ser calculada pela Eq.(46).

$$\frac{\partial Y_n}{\partial z} = \frac{Y_{n+1} - Y_{n-1}}{2l} \quad (46)$$

As Equações (47) e (48) mostram como é feito o cálculo da segunda e quarta derivada de Y com relação a z , respectivamente.

$$\frac{\partial^2 Y_n}{\partial z^2} = \frac{Y_{n-1} - 2Y_n + Y_{n+1}}{l^2} \quad (47)$$

$$\frac{\partial^4 Y_n}{\partial z^4} = \frac{Y_{n-2} - 4Y_{n-1} + 6Y_n - 4Y_{n+1} + Y_{n+2}}{l^4} \quad (48)$$

Utilizando a regra do produto das derivadas, é possível discretizar o termo da rigidez da corda (k_c), como mostra a Eq.(49).

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{T(z)}{m} \frac{\partial Y_n}{\partial z} \right) = (T_0 + mgz) \frac{Y_{n-1} - 2Y_n + Y_{n+1}}{ml^2} + g \frac{(-Y_{n-1} + Y_{n+1})}{2l} \quad (49)$$

Considerando $z = nl$ em Y_n , a Eq.(42) pode ser reescrita para um caso geral, com mostra a Eq.(50).

$$\begin{aligned} \frac{d^2 Y_n}{dt^2} = & EJ \frac{-Y_{n-2} + 4Y_{n-1} - 6Y_n + 4Y_{n+1} - Y_{n+2}}{ml^4} + (T_0 + mgnl) \frac{Y_{n-1} - 2Y_n + Y_{n+1}}{ml^2} + \\ & g \frac{(-Y_{n-1} + Y_{n+1})}{2l} - (\tau + 2\zeta\Omega_s) \frac{dY_n}{dt} + F \end{aligned} \quad (50)$$

As Equações (51) e (52) representam o modelo deslocamento, enquanto que as Eq.(53) e Eq.(54) representam o modelo velocidade, ambos para uma estrutura flexível.

○ **MODELO DESLOCAMENTO**

$$\ddot{Y}_n = EJ \frac{-Y_{n-2} + 4Y_{n-1} - 6Y_n + 4Y_{n+1} - Y_{n+2}}{ml^4} + (T_0 + mgnl) \frac{Y_{n-1} - 2Y_n + Y_{n+1}}{ml^2} + g \frac{(-Y_{n-1} + Y_{n+1})}{2l} - (\tau + 2\zeta\Omega_s)\dot{Y}_n - \Omega_f^2 M q_n \quad (51)$$

$$\ddot{q}_n = -\varepsilon\Omega_f \left(q_n^2 - \frac{1}{D^2} \right) \dot{q}_n - \Omega_f^2 q_n + \Omega_f \Omega_{s0} A Y_n \quad (52)$$

Onde Ω_{s0} é a primeira frequência natural da estrutura.

○ **MODELO VELOCIDADE**

$$\dot{Y}_n = EJ \frac{-Y_{n-2} + 4Y_{n-1} - 6Y_n + 4Y_{n+1} - Y_{n+2}}{ml^4} + (T_0 + mgnl) \frac{Y_{n-1} - 2Y_n + Y_{n+1}}{ml^2} + g \frac{(-Y_{n-1} + Y_{n+1})}{2l} - (\tau + 2\zeta\Omega_s)\dot{Y}_n + \Omega_f M \dot{q}_n \quad (53)$$

$$\dot{q}_n = -\varepsilon\Omega_f \left(q_n^2 - \frac{1}{D^2} \right) \dot{q}_n - \Omega_f^2 q_n + \Omega_f A \dot{Y}_n \quad (54)$$

4.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições de contorno são definidas com o propósito de fixar as duas extremidades da estrutura. Os dois tipos de fixações mais usadas em engenharia são as fixações de engaste e de rótula.

A fixação através do engaste da extremidade possui condições de contorno do tipo $Y(0) = 0, Y(L) = 0$ e $\frac{\partial Y}{\partial z}(0) = 0, \frac{\partial Y}{\partial z}(L) = 0$.

Fazendo $n = 1$ e $n = N$, temos:

$$\ddot{Y}_1 = EJ \frac{-6Y_1 + 4Y_2 - Y_3}{ml^4} + (T_0 + mgl) \frac{-2Y_1 + Y_2}{ml^2} + g \frac{Y_2}{2l} - (\tau + 2\zeta\Omega_s)\dot{Y}_1 + F \quad (55)$$

$$\ddot{Y}_N = EJ \frac{-Y_{N-2} + 4Y_{N-1} - 6Y_N}{ml^4} + (T_0 + mgNl) \frac{Y_{N-1} - 2Y_N}{ml^2} + g \frac{-Y_{N-1}}{2l} - (\tau + 2\zeta\Omega_s)\dot{Y}_N + F \quad (56)$$

A fixação através de rótulas possui condições de contorno do tipo $Y(0) = 0, Y(L) = 0$ e $\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2}(0) = 0, \frac{\partial^2 Y}{\partial z^2}(L) = 0$.

Fazendo $n = 1$ e $n = N$, temos:

$$\ddot{Y}_1 = EJ \frac{-5Y_1 + 4Y_2 - Y_3}{ml^4} + \left(T_0 + \frac{mgl}{2}\right) \frac{-2Y_1 + Y_2}{ml^2} + g \frac{Y_2}{2l} - (\tau + 2\zeta\Omega_s)\dot{Y}_1 + F \quad (57)$$

$$\ddot{Y}_N = EJ \frac{-Y_{N-2} + 4Y_{N-1} - 5Y_N}{ml^4} + (T_0 + mgNl) \frac{Y_{N-1} - 2Y_N}{ml^2} + g \frac{-Y_{N-1}}{2l} - (\tau + 2\zeta\Omega_s)\dot{Y}_N + F \quad (58)$$

5 MÉTODO DE SOLUÇÃO

5.1 ESPAÇO DE ESTADOS

O modelo contínuo usado é definido pelas Eq.(51) e Eq.(52) ou Eq.(53) e Eq.(54). As considerações feitas foram de estrutura vertical, pequenos ângulos de deslocamento e força de arrasto linear (Fortaleza, 2009).

A partir das equações dos modelos fenomenológicos propostos, foi obtido o espaço de estado do sistema, na forma da Eq.(59) ou Eq.(60).

$$\dot{X} = AX + T \quad (59)$$

Ou

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_0 \\ \vdots \\ \dot{X}_{4N-1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} X_0 \\ \vdots \\ X_{4N-1} \end{bmatrix} + T \quad (60)$$

Onde X é o vetor de estados do sistema e A é matriz de estados. O termo T foi elaborado para representar um componente não linear e será descrito mais a frente.

Para definirmos o vetor de estados X de maneira a transformar $2N$ equações de segunda ordem, em $4N$ equações de primeira ordem tem-se que fazer os seguintes passos.

Onde N é o número de massas em que a estrutura foi discretizada.

Para determinar X , temos que:

$$\begin{aligned} Y_1 &= X_0 \\ &\vdots \\ Y_N &= X_{N-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_1 &= X_N \\ &\vdots \\ q_N &= X_{2N-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{Y}_1 &= X_{2N} \\ &\vdots \\ \dot{Y}_N &= X_{3N-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_1 &= X_{3N} \\ &\vdots \\ \dot{q}_N &= X_{4N-1} \end{aligned}$$

Para determinar \dot{X} , temos que:

$$\begin{aligned} \dot{X}_0 &= \dot{Y}_1 = X_{2N} \\ &\vdots \\ \dot{X}_{N-1} &= \dot{Y}_N = X_{3N-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_N &= \dot{q}_1 = X_{3N} \\ &\vdots \\ \dot{X}_{2N-1} &= \dot{q}_N = X_{4N-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_{2N} &= \ddot{Y}_1 \\ &\vdots \\ \dot{X}_{3N-1} &= \ddot{Y}_N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_{3N} &= \ddot{q}_1 \\ &\vdots \\ \dot{X}_{4N-1} &= \ddot{q}_N \end{aligned}$$

O arranjo mostrado pela Eq.(59) é incapaz de representar o termo não linear $\varepsilon\Omega_f \left(q^2 - \frac{1}{D^2} \right) \dot{q}$, que aparece nas Eq.(52) e Eq.(54). Dessa forma, um novo arranjo foi elaborado para que esse termo pudesse ser representado. Ele é mostrado pela Eq.(61).

$$\dot{X} = AX + A_2X * [A_1(X * X)] \tag{61}$$

Onde o sinal (*) representa um produto indicial¹.

¹ Produto Indicial (*): $A * B = A_i B_i$

A_1 é uma matriz permutação; A_2 é um escalar que multiplica todos os termos da matriz resultante e vale $-\frac{\varepsilon\Omega_f}{D^2}$. Para ilustrar façamos $N = 2$ para achar A_1 .

$$X = [Y_1, Y_2, q_1, q_2, \dot{Y}_1, \dot{Y}_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2]^T$$

$$X * X = [Y_1^2, Y_2^2, q_1^2, q_2^2, \dot{Y}_1^2, \dot{Y}_2^2, \dot{q}_1^2, \dot{q}_2^2]^T$$

$A_1 =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dessa forma,

$$[A_1(X * X)] = [0, 0, 0, 0, 0, 0, q_1^2, q_2^2]^T$$

O vetor de estados X obtido através da solução diferencial possui os valores do deslocamento e da velocidade de cada ponto da estrutura, bem como os valores de q e \dot{q} .

$$X = (Y_1, \dots, Y_N, q_1, \dots, q_N, \dot{Y}_1, \dots, \dot{Y}_N, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_N)^T$$

Embora o vetor X apresente a solução de todas as variáveis do modelo, o deslocamento é a grandeza que interessa a esse trabalho.

5.2 SOLVER DO MATLAB

O programa Matlab possui uma série de ferramentas para a solução de equações diferenciais ordinárias, chamadas ODE (*Ordinary Differential Equation*). Todas essas ferramentas funcionam de maneira parecida, como mostra o esquema abaixo.

$$[t, x] = \text{solver}(\text{funçãoODE}, \text{tspan}, x_0)$$

O termo $[t, x]$ é a solução do problema, onde cada linha do vetor solução x corresponde a um instante de tempo do vetor coluna t . O *solver* pode ser *ODE23*, *ODE45*, *ODE113*, *ODE15s*, *ODE23s*, *ODE23t* e *ODE23tb*, sua escolha depende do problema tratado. A *funçãoODE* é a função $\dot{x} = f(t, x)$, que nesse trabalho é a função descrita na Eq.(61). O termo *tspan* é o intervalo de tempo utilizado na solução e x_0 é um vetor de condições iniciais.

Para resolver as equações diferenciais do problema, utilizou-se a função *ode45* do programa matlab, pois essa apresentou boa convergência e menor tempo de cálculo. O passo de tempo é calibrado de acordo com cada problema, visando alcançar o momento de vibração estabilizada. A condição inicial dada normalmente é uma matriz de zeros de dimensão $N \times 1$, em que um elemento referente a variável q recebe um valor aleatório da ordem de 10^{-3} .

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1 VERIFICAÇÃO DOS MODELOS

Esse tópico tem como objetivo verificar o comportamento dos modelos de deslocamento e velocidade quando aplicados a uma estrutura flexível. Essa verificação foi baseada na análise de como e quando ocorre o *lock-in* da estrutura para os diferentes modelos propostos.

6.1.1 DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA

A verificação dos modelos foi feita a partir de uma estrutura arbitrária, elaborada de maneira a facilitar as simulações.

Os principais parâmetros utilizados nas simulações estão presentes na Tab.2.

Tabela 2. Dados da estrutura de teste

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Diâmetro Externo (D)	30 mm	Tração	300 N
Comprimento (L)	15 m	C_m	2
E	207 GPa	μ_t	7.73
$\rho_{aço}$	$7850 \frac{Kg}{m^3}$	$\rho_{água}$	$1000 \frac{Kg}{m^3}$

A fixação das extremidades dessa estrutura é feita através do engaste, o que implica na utilização das Eq.(55) e Eq.(56) como condições de contorno.

A Figura 13 ilustra de maneira simplificada como a estrutura é exposta ao escoamento, que possibilita o aparecimento da VIV.

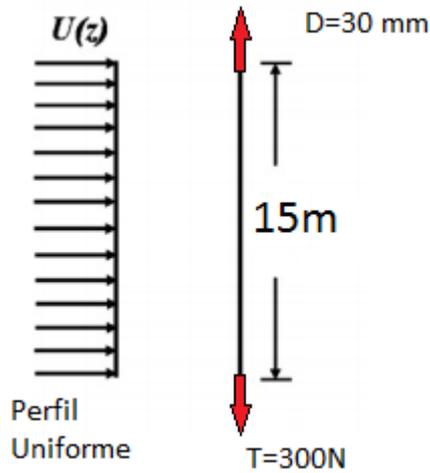


Figura 13. Esquema Estrutura. (Violette, 2007)(Adaptada)

6.1.2 NÚMEROS DE PONTOS DISCRETIZADOS

Um rápido estudo foi feito para determinar o número máximo de pontos a serem discretizados. Dessa forma, chega-se a um valor que representa bem o modelo contínuo e que ao mesmo tempo não exija grande gasto computacional.

Um gráfico foi feito variando o número de pontos N e verificando o valor das três primeiras frequências naturais da estrutura. A Figura 14 mostra que a frequência relativa ao terceiro harmônico exige maiores valores de N para estabilizar. Dessa forma, o número de pontos a serem discretizados não é influenciado pelo primeiro e segundo harmônico.

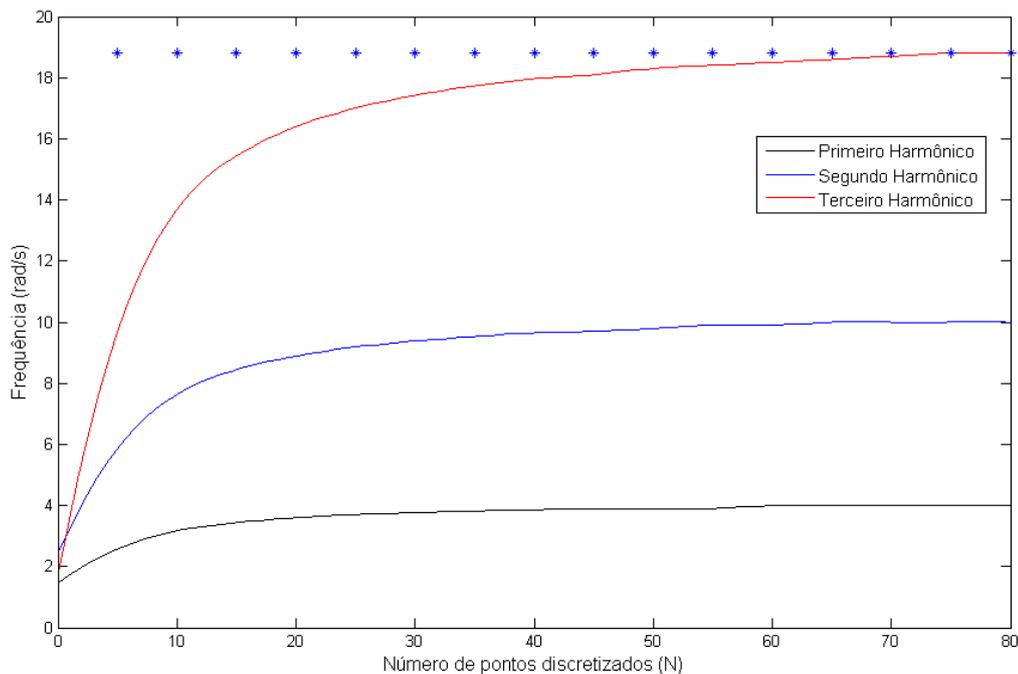


Figura 14. Número de pontos discretizados ideal

Apesar de $N = 70$ ser o ponto ideal, foi escolhido $N = 60$ por apresentar grande proximidade da frequência estável aliado ao baixo custo computacional. Para $N = 70$ houve grande tempo de processamento e pouca diferença no resultado se comparado a $N = 60$.

6.1.3 ANÁLISE DE LOCK-IN PARA ESTRUTURA FLEXÍVEL

O fenômeno chamado *lock-in*, como já foi dito anteriormente, é quando ocorre a aproximação da frequência de excitação (Ω_f) da frequência natural da estrutura (Ω_s), resultando em um aumento da amplitude de vibração.

Uma vez que uma estrutura tem diversas frequências naturais, o *lock-in* pode acontecer para diferentes frequências de excitação, ou seja, para diferentes valores de correnteza (no caso da VIV). Dessa forma, é interessante fazer essa análise através da velocidade reduzida (V_r), pois essa leva em conta a velocidade da correnteza, o diâmetro da estrutura e a frequência natural do harmônico excitado (Eq.6).

Vandiver (1993) e Fortaleza (2011) também utilizam a velocidade reduzida para analisar a zona de *lock-in*. Vandiver (1993) define um *lock-in* típico para velocidades reduzidas entre 5 e 6.5.

Para verificar o comportamento dos modelos de deslocamento e de velocidade, submeteu-se a estrutura descrita no item 6.1.1 a vários valores de velocidades reduzidas correspondentes ao primeiro harmônico, como mostram as Fig.15 e Fig.16.

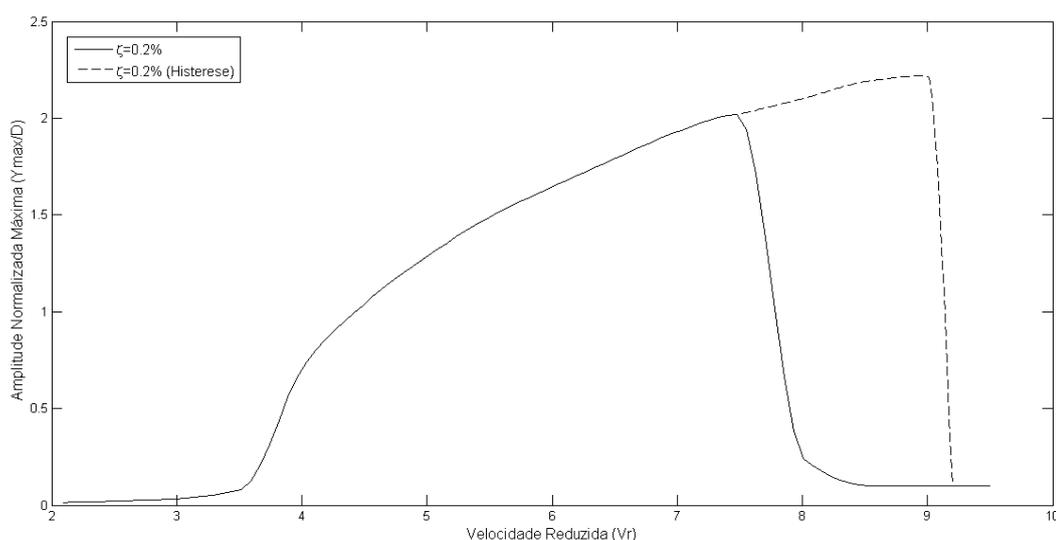


Figura 15. Zona de *lock-in* do modelo deslocamento.

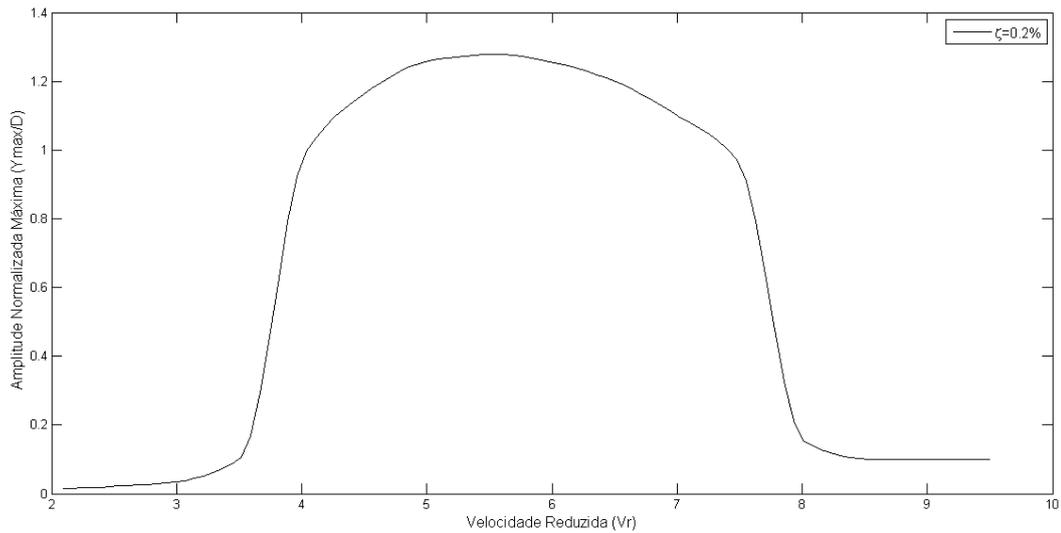


Figura 16. Zona de *lock-in* do modelo velocidade.

Tanto para o modelo deslocamento quanto para o modelo velocidade, valores de V_r entre 2 e 3.5, aproximadamente, ainda não foi iniciado o *lock-in*. A forma como esse fenômeno começa depende do modelo.

O modelo deslocamento é caracterizado pelo início gradual do *lock-in*, compatível com Fortaleza (2011), como mostra a Fig.17.

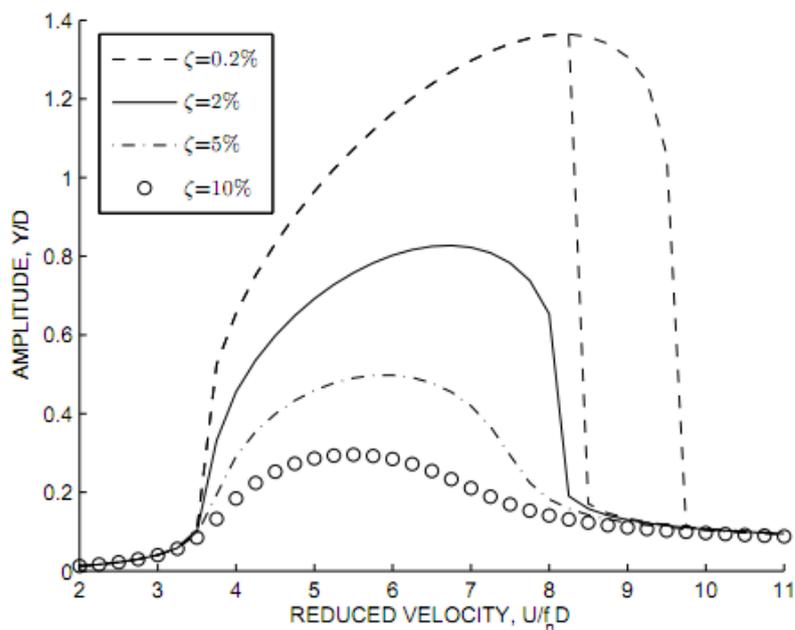


Figura 17. Análise de *lock-in* para uma massa- Modelo Deslocamento. (Fortaleza, 2011)

O modelo de velocidade já apresenta o início mais brusco, também compatível com Fortaleza (2011), como mostra a Fig.18.

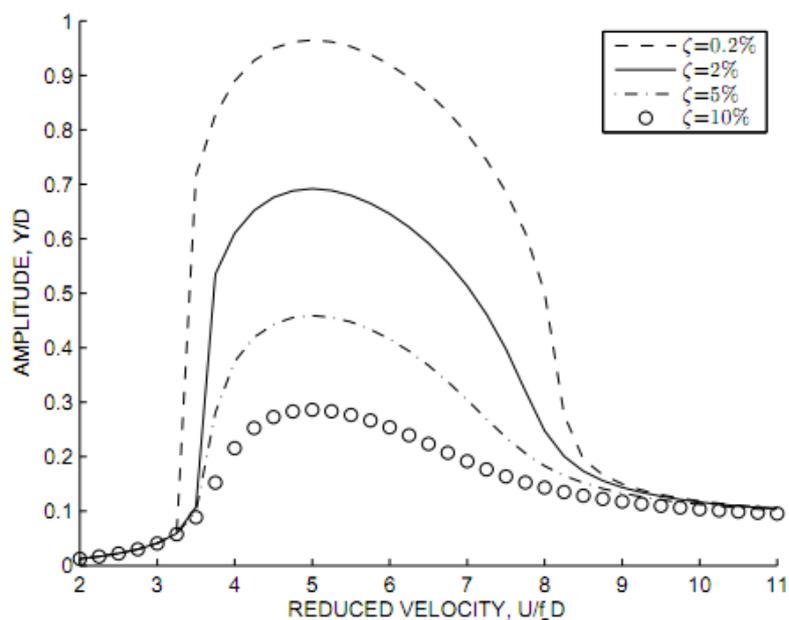


Figura 18. Análise de *lock-in* para uma massa- Modelo Velocidade. (Fortaleza, 2011)

As Figuras 15 e 16 mostram que o modelo deslocamento tende a vibrar com maiores amplitudes quando comparado com o modelo velocidade, assim como nas Fig.17 e Fig.18.

Nas Figuras 15 e 17 é possível notar que, para determinados valores de V_r , o modelo deslocamento apresenta duplo comportamento. Esse comportamento é uma histerese, que ocorre quando é dada uma condição inicial na estrutura de maior magnitude (ordem de 10^0), fazendo com que a estrutura experimente *lock-in* quando era esperado que a mesma estivesse vibrando com baixas amplitudes. Esse fenômeno ocorre apenas para velocidades reduzidas acima 8 e abaixo 9.5, aproximadamente.

A rápida diminuição da amplitude, mesmo para o comportamento com histerese, revela que a estrutura começa a ser excitada no modo seguinte. Nesse caso, a transição acontece do primeiro para o segundo modo de vibração.

6.2 COMPARAÇÃO COM DADOS EXPERIMENTAIS

Os dois modelos propostos foram comparados com resultados experimentais. A referência para a comparação é o trabalho de Chaplin et al (2005), no qual foi possível avaliar a evolução no desenvolvimento de softwares para a predição da VIV. Nesse trabalho é feita a

comparação de dados experimentais com dados de simulação numérica de vários softwares existentes no mercado. Para efeito de validação do código somente os dados experimentais foram considerados nesse trabalho.

6.2.1 CARACTERIZAÇÃO DO EXPERIMENTO

O experimento foi realizado em laboratório com uma viga cilíndrica cujo material é um bronze fosforado revestido de uma fina camada (5 mm) de plástico pouco rígido. A viga de bronze funciona como um *riser* e possui 27 mm de diâmetro e 13.12 m de comprimento.

Todo o comprimento do *riser* está dentro da água, porém só 45% de seu comprimento inferior está submetido ao escoamento. A Figura 19 ilustra com detalhes a montagem do experimento.

A fixação das extremidades do *riser* é feita através de rótulas, o que implica na utilização das Eq.(57) e Eq.(58) com condições de contorno.

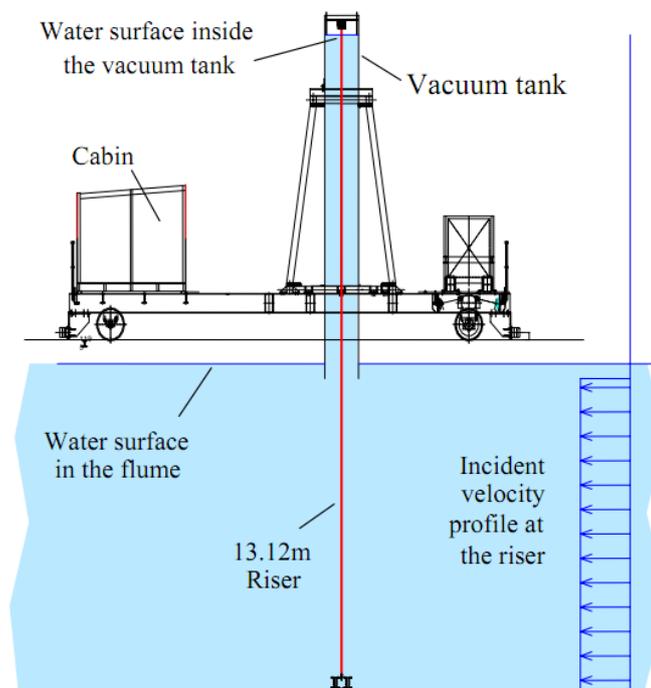


Figura 19. Montagem Experimental (Chaplin et al, 2005)

Os dados utilizados para realizar as simulações estão descritos na Tab.3.

Tabela 3. Dados estimados do *riser* experimental.

Característica	Valor
Módulo de Elasticidade (E)	100 <i>GPa</i>
Densidade	8800 <i>Kg/m³</i>
μ_i	8.48
ζ	0.2 %

A comparação foi feita entre os dados experimentais e os dados obtidos com os modelos de deslocamento e de velocidade para dois casos distintos. O número de pontos N utilizado nas simulações foi de 60, obtido através de análise semelhante à do item 6.1.2.

O termo y/D indica a amplitude de vibração normalizada (*cross-flow*).

6.2.2 CASO 1

No caso 1, o experimento submeteu o *riser* a uma correnteza de 0.16 *m/s* e a uma tração de 405 *N*. As amplitudes de vibração *cross-flow* foram plotadas de maneira a facilitar a comparação. A Figura 20 mostra o resultado obtido experimentalmente, enquanto que as Fig.21 e Fig.22 mostram os resultados obtidos através do código.

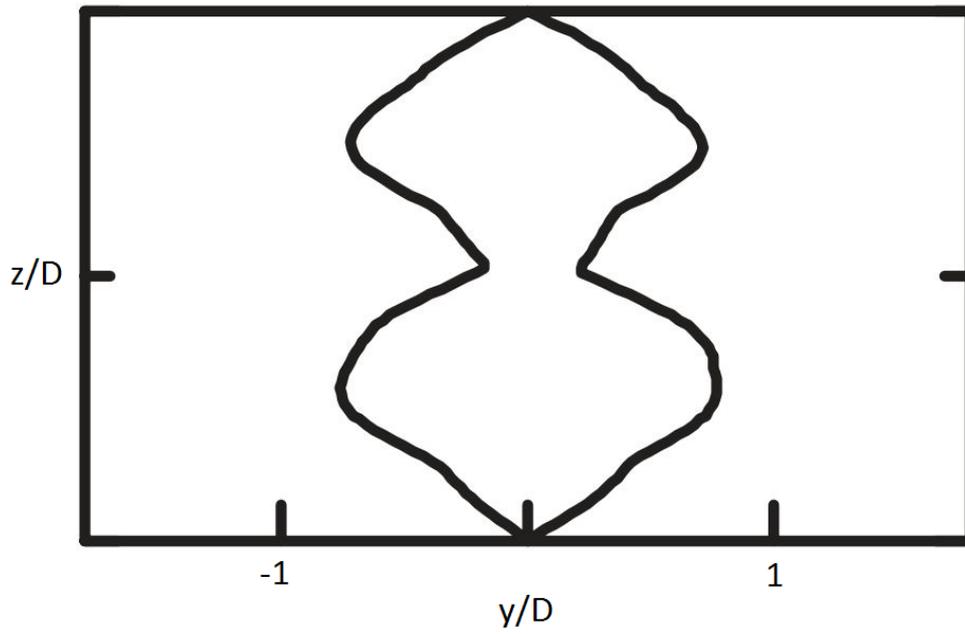


Figura 20. Caso 1 - Experimental. (Chaplin et al, 2005)

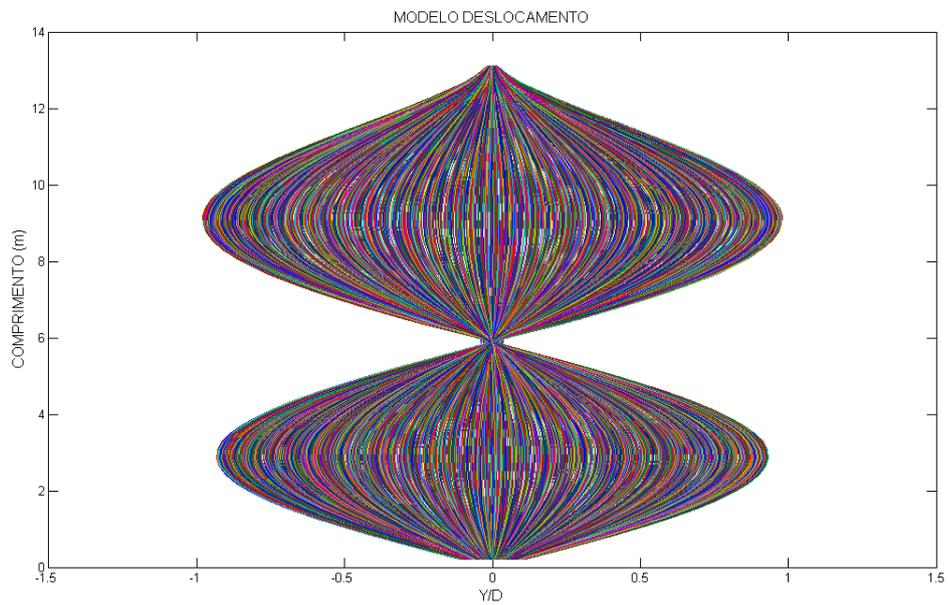


Figura 21. Caso 1 - Modelo Deslocamento.

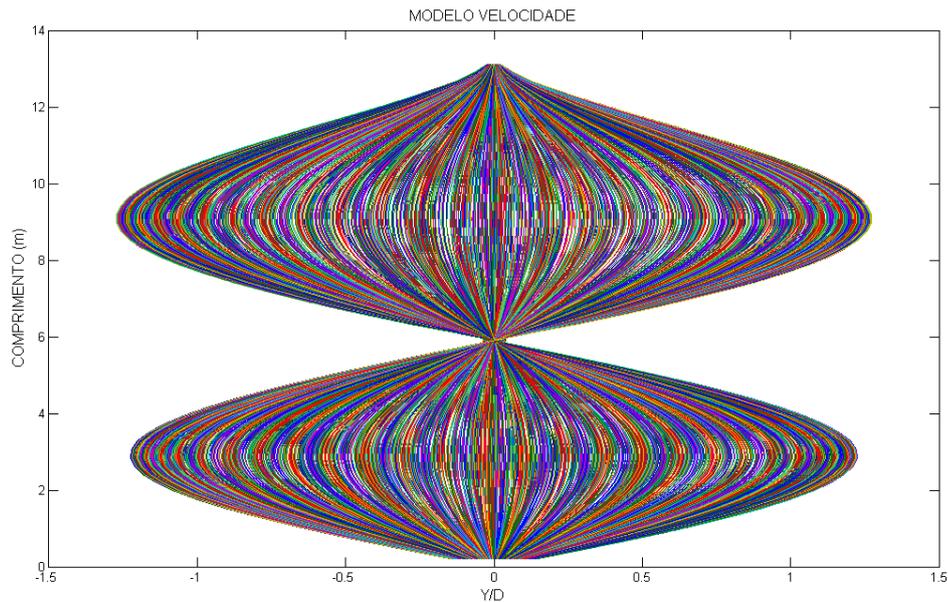


Figura 22. Caso 1 - Modelo Velocidade.

No caso 1, tanto o modelo deslocamento quanto o modelo velocidade foram bastante compatíveis com o resultado experimental. O segundo modo de vibração presente na Fig.20 também está presente nas Fig.21 e Fig.22, e as amplitudes de vibração estão na ordem de $1D$.

Considerando as velocidades reduzidas para facilitar na análise dos resultados, temos:

$$V_{r1} = 9.79$$

$$V_{r2} = 4.23$$

$$V_{r3} = 2.34$$

Onde V_{rn} é a velocidade reduzida relativa ao harmônico n .

O valor de V_{r2} indica excitação do segundo modo de vibração, com maiores amplitudes do modelo velocidade do que do modelo deslocamento. Esse último comportamento ocorre, pois o modelo deslocamento entra em *lock-in* depois do modelo velocidade, e o valor de V_{r2} indica o início da fase de *lock-in*.

6.2.3 CASO 2

No caso 2, o experimento submeteu o *riser* a uma correnteza de 0.31 m/s e a uma tração de 457 N . A Figura 23 mostra os resultados experimentais de vibração *cross-flow* e as Fig. 24 e Fig.25 representam os resultados obtidos pelo código.

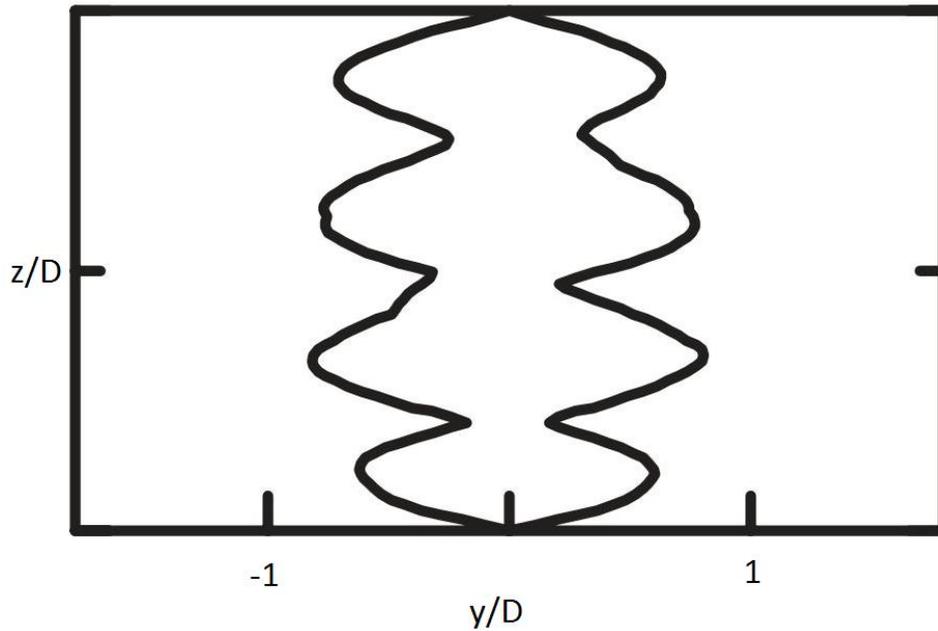


Figura 23. Caso 2 – Experimental. (Chaplin et al, 2005)

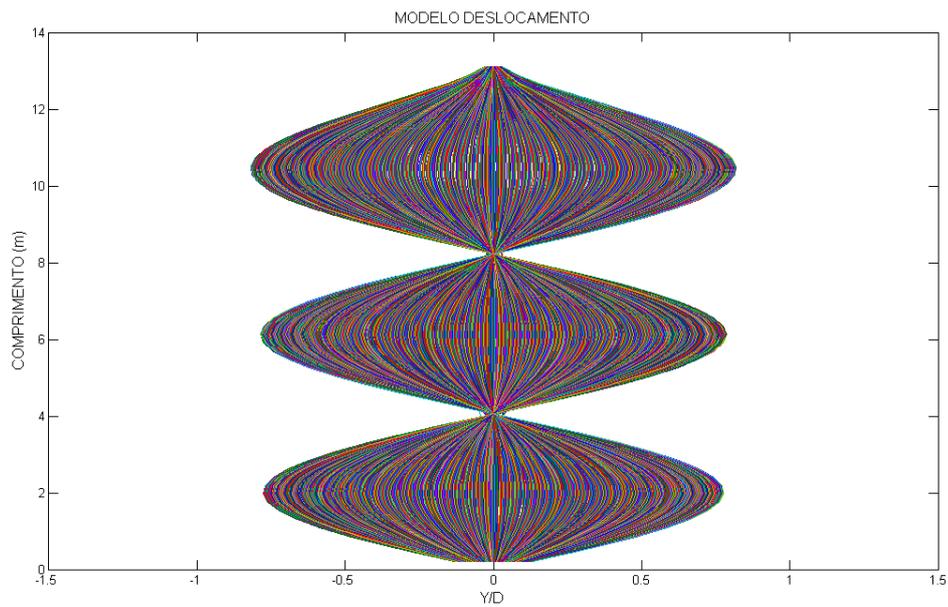


Figura 24. Caso 2 - Modelo Deslocamento.

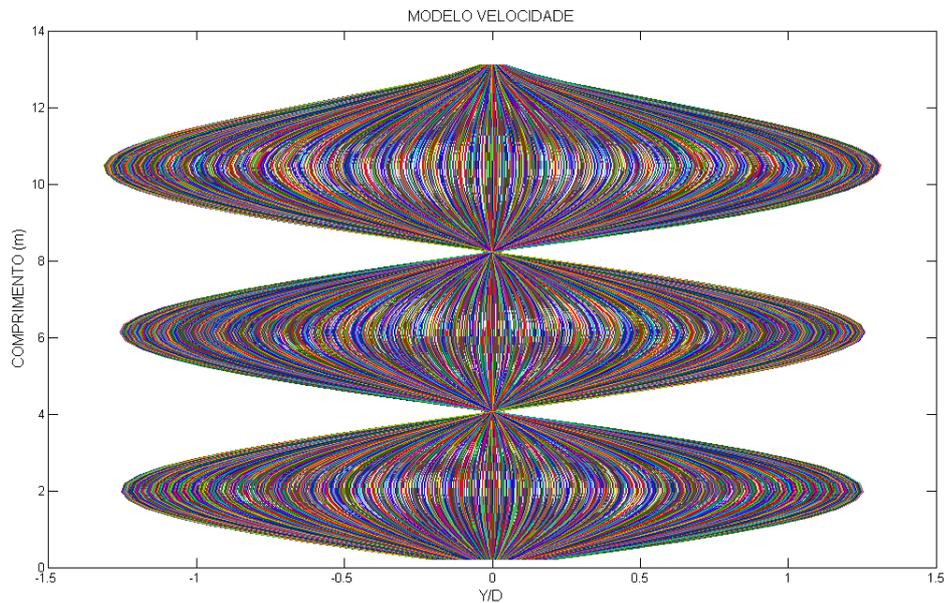


Figura 25. Caso 2 - Modelo Velocidade.

No caso 2, tanto o modelo deslocamento quanto o modelo velocidade foram relativamente compatíveis com o resultado experimental. O quarto modo de vibração, que está presente na Fig.23, não é compatível com o terceiro modo das Fig.24 e Fig.25, mas as amplitudes de vibração estão na ordem de $1D$.

Considerando as velocidades reduzidas para facilitar na análise dos resultados, temos:

$$V_{r1} = 19.98$$

$$V_{r2} = 8.10$$

$$V_{r3} = 4.53$$

$$V_{r4} = 2.92$$

O valor de V_{r3} indica excitação do terceiro modo de vibração, com maiores amplitudes do modelo velocidade do que do modelo deslocamento, funcionando de maneira parecida com o caso 1.

6.3 COMPARAÇÃO UTILIZANDO PERFIL VARIADO DE VELOCIDADE

O experimento descrito no item 6.2.1 possui um perfil de velocidade constante incidindo sobre parte do *riser*. Nessa etapa são propostos dois outros tipos de perfis que variam ao longo da mesma estrutura descrita no item 6.2.1. O perfil 1 tem velocidade nula no chão e velocidade máxima na superfície do canal, como mostra a Fig.26. O perfil 2 inicia com a metade da velocidade média e alcança velocidade máxima na superfície do canal, com mostra a Fig.27.

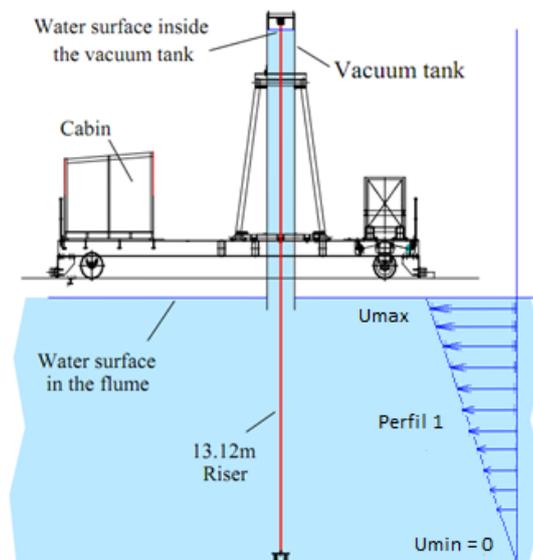


Figura 26. Perfil 1. (Chaplin et al, 2005)(Adptada)

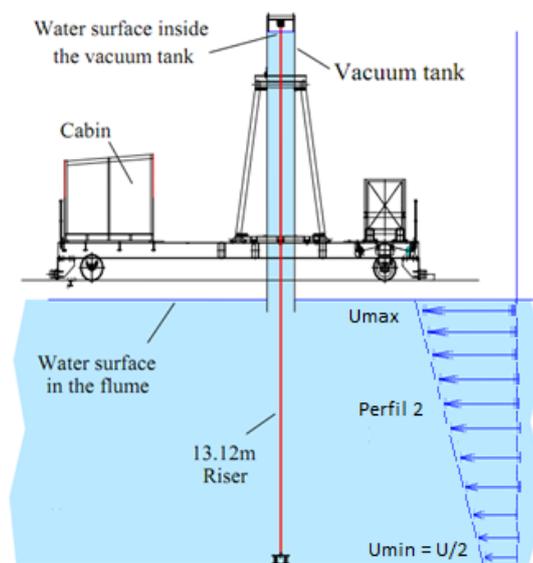


Figura 27. Perfil 2. (Chaplin et al, 2005) (Adaptada)

Apesar de o perfil de velocidade variar, a velocidade média U_m foi mantida em 0.16 m/s para o Caso 1 e em 0.31 m/s para o caso 2.

Para o perfil 1, a velocidade máxima $U_{max,1}$ é calculada pela Eq.(62).

$$U_{max,1} = 2U_m \quad (62)$$

Para o perfil 2, a velocidade máxima $U_{max,2}$ é calculada pela Eq.(63).

$$U_{max,2} = \frac{3U_m}{2} \quad (63)$$

Cada caso foi simulado com os perfis 1 e 2, e o número de pontos N depende de cada caso e será especificado.

6.3.1 CASO 1 COM PERFIL 1

Nessa simulação U_m vale 0.16 m/s , U_{min} vale 0 m/s e $U_{max,1}$ vale 0.32 m/s , como mostra a Fig.28. Utilizou-se $N = 100$.

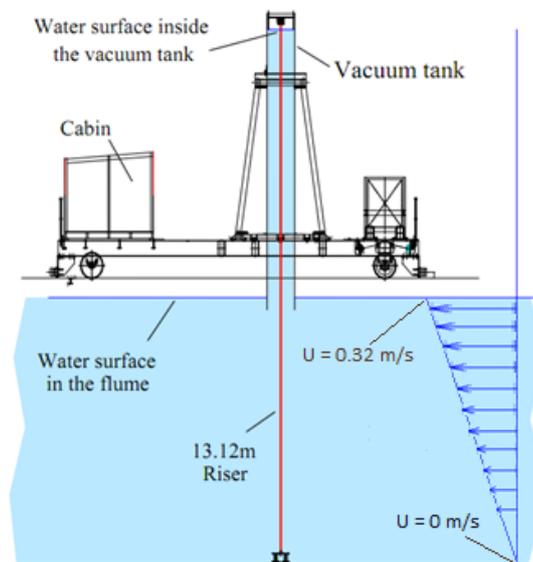


Figura 28. Caso 1 - Perfil 1. (Chaplin et al, 2005) (Adaptada)

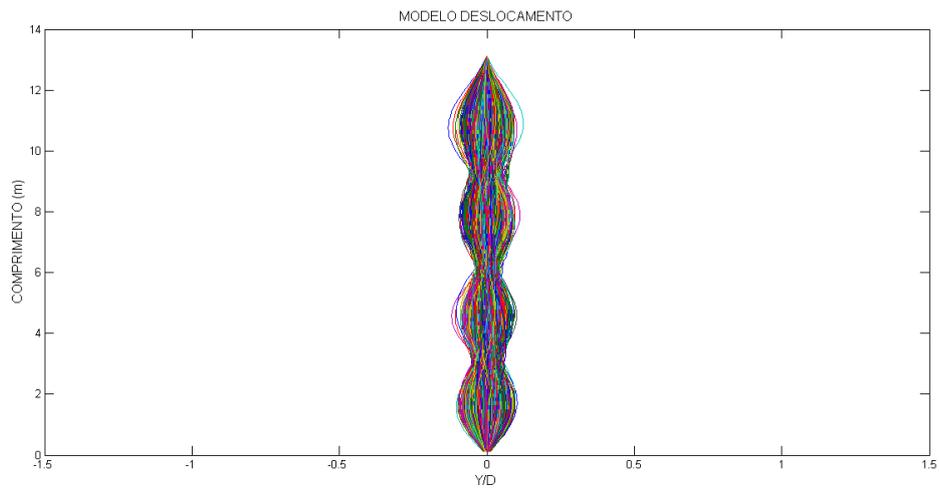


Figura 29. Modelo Deslocamento - Caso 1 - Perfil 1.

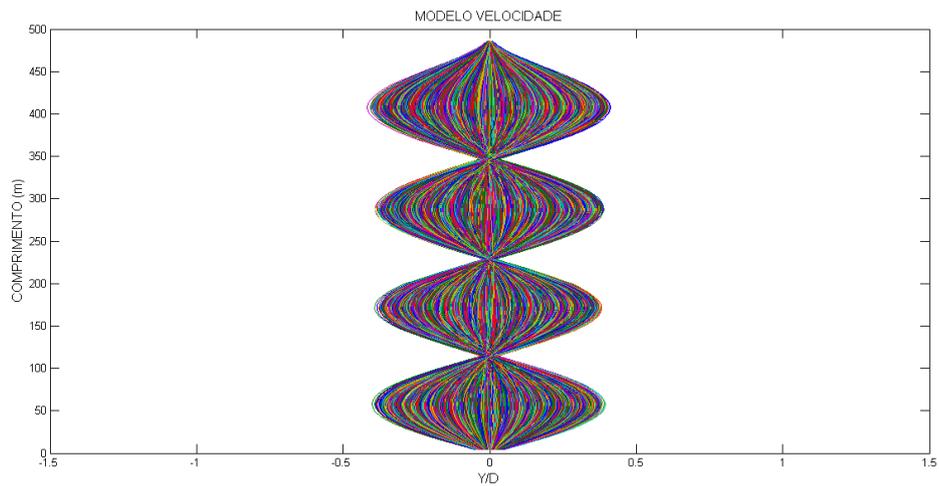


Figura 30. Modelo Velocidade - Caso 1 - Perfil 1.

Nesse arranjo houve o aparecimento do quarto modo de vibração (Fig.29 e Fig.30), dois modos acima do caso 1 com perfil uniforme (Fig.21 e Fig.22). Esse salto do segundo para o quarto modo, mesmo mantendo a velocidade média constante, ocorreu devido à alta excitação da parte superior do perfil de velocidade.

Como a excitação é variada ao longo do comprimento, ocorre uma resposta multimodal. A combinação dos vários modos excitados resultou na diminuição da amplitude de vibração final.

6.3.2 CASO 1 COM PERFIL 2

Nessa simulação U_m vale 0.16 m/s , U_{min} vale 0.08 m/s e $U_{max,2}$ vale 0.24 m/s , como mostra a Fig.31. Utilizou-se $N = 60$.

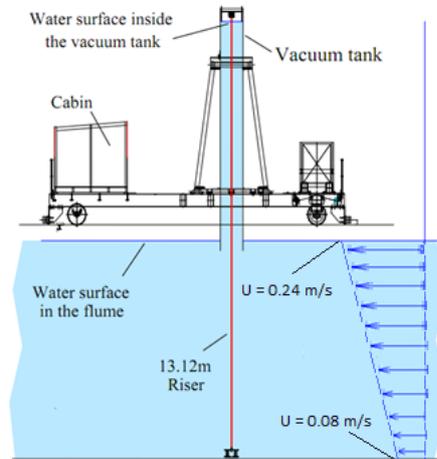


Figura 31. Caso 1 - Perfil 2. (Chaplin et al, 2005) (Adaptada)

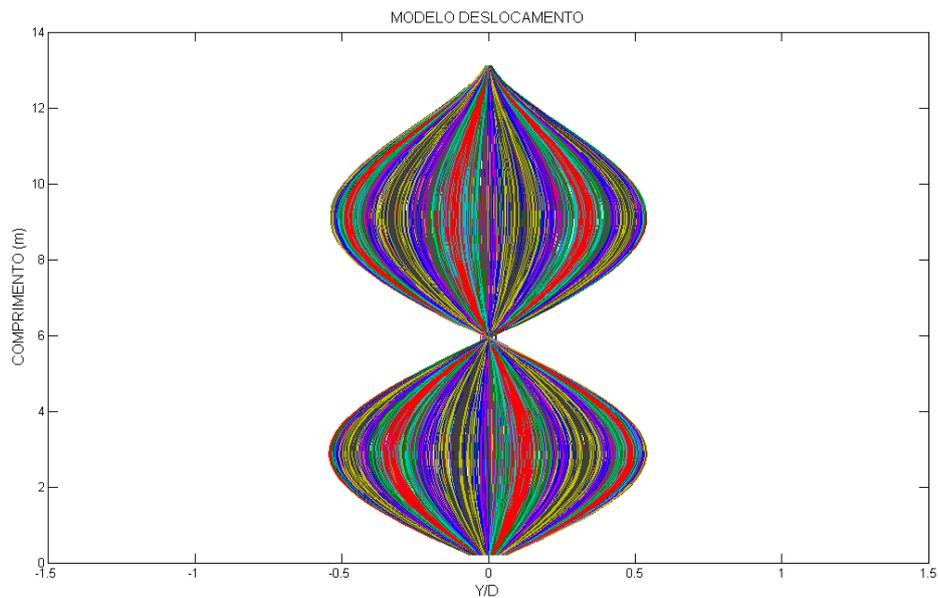


Figura 32. Modelo Deslocamento - Caso 1 - Perfil 2.

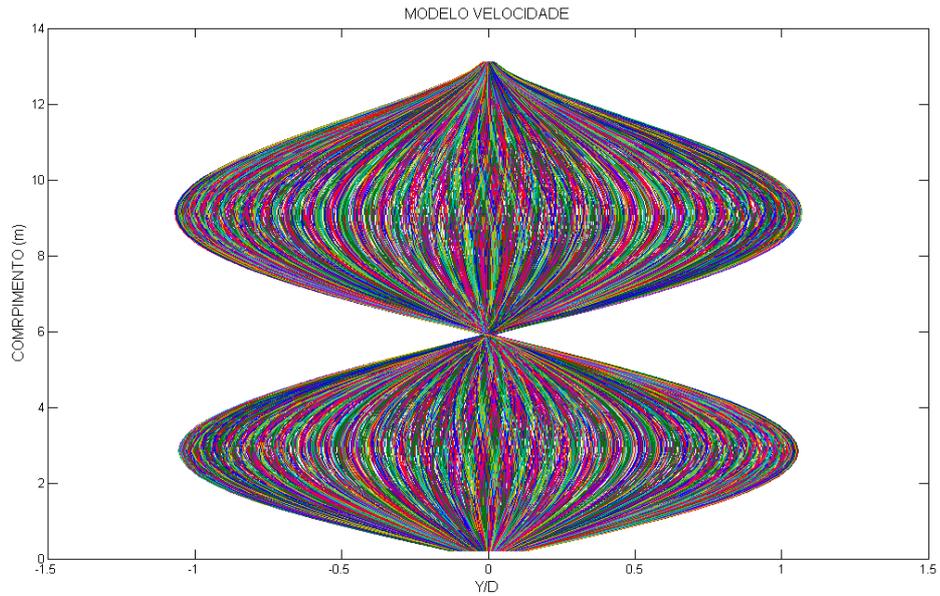


Figura 33. Modelo Velocidade - Caso 1 - Perfil 2.

Nessa situação, as Fig.32 e Fig.33 demonstram a manutenção do segundo modo de vibração apresentado pelos resultados do caso 1 com perfil uniforme (Fig.21 e Fig.22).

No perfil 2 também ocorre uma resposta multimodal, porém como o perfil 2 varia com menor intensidade do que o perfil 1, menos modos são excitados. Isso explica a manutenção do segundo modo de vibração seguido da diminuição da amplitude.

6.3.3 CASO 2 COM PERFIL 1

Nessa simulação U_m vale 0.31 m/s , U_{min} vale 0 m/s e $U_{max,1}$ vale 0.64 m/s , como mostra a Fig.34. Utilizou-se $N = 100$.

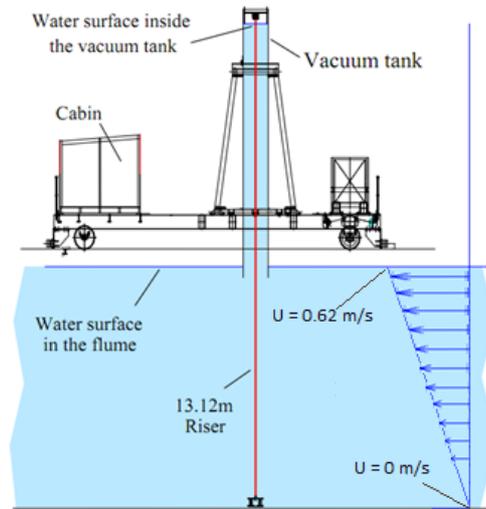


Figura 34. Caso 2 - Perfil 1. (Chaplin et al, 2005) (Adaptada)

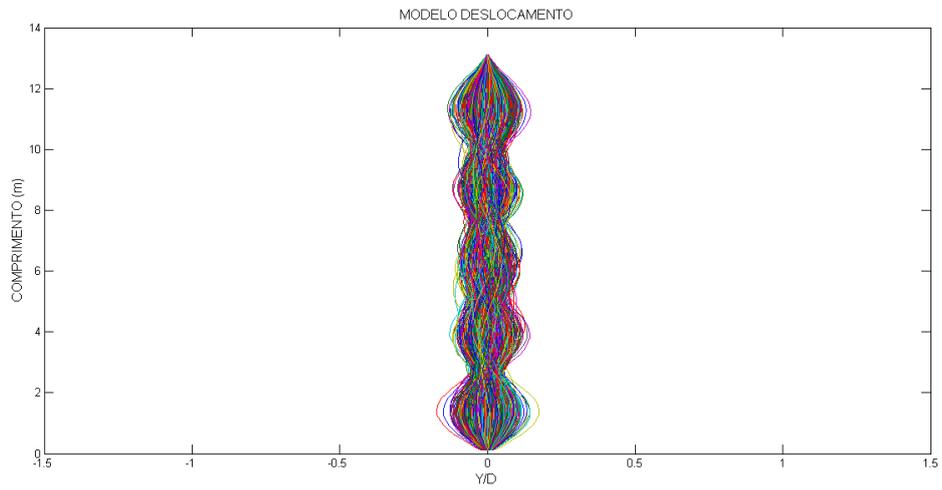


Figura 35. Modelo Deslocamento - Caso 2 - Perfil 1.

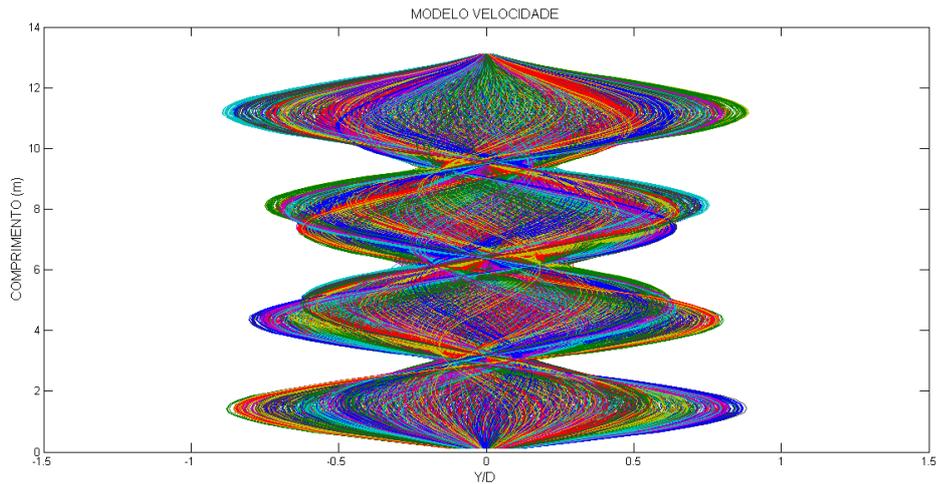


Figura 36. Modelo Velocidade - Caso 2 - Perfil 1.

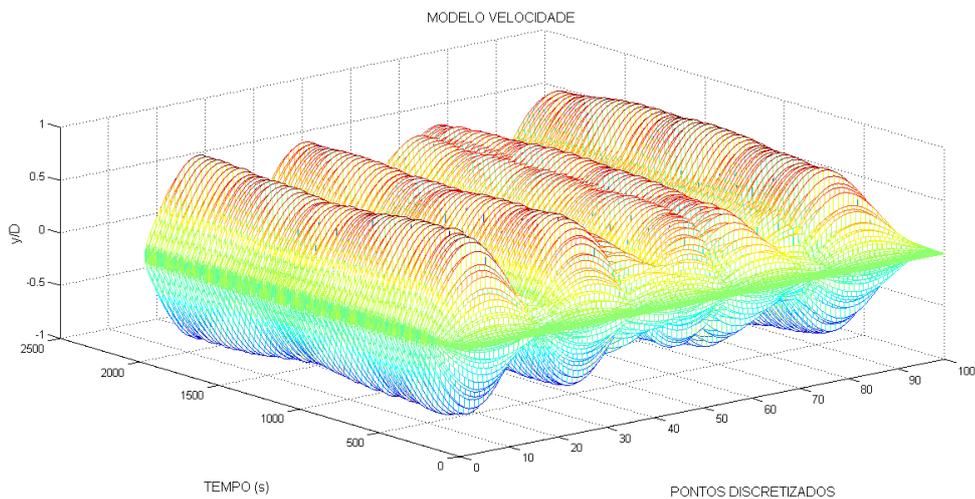


Figura 37. Modelo Velocidade - Caso 2 - Perfil 1 - 3D

Nesse arranjo houve o aparecimento do quinto modo de vibração (Fig.35 e Fig.36), dois modos acima do caso 2 com perfil uniforme (Fig.24 e Fig.25). Esse salto do terceiro para o quinto modo, mesmo mantendo a velocidade média constante, ocorreu devido à alta excitação da parte superior do perfil de velocidade.

Como a excitação é variada ao longo do comprimento, ocorre uma resposta multimodal. A combinação dos vários modos excitados resultou na diminuição da amplitude de vibração final.

A Figura 37 ilustra de maneira mais clara como ocorre a vibração para o modelo de velocidade nesse caso.

6.3.4 CASO 2 COM PERFIL 2

Nessa simulação U_m vale 0.31 m/s , U_{min} vale 0.155 m/s e $U_{max,2}$ vale 0.465 m/s , como mostra a Fig.37. Utilizou-se $N = 100$.

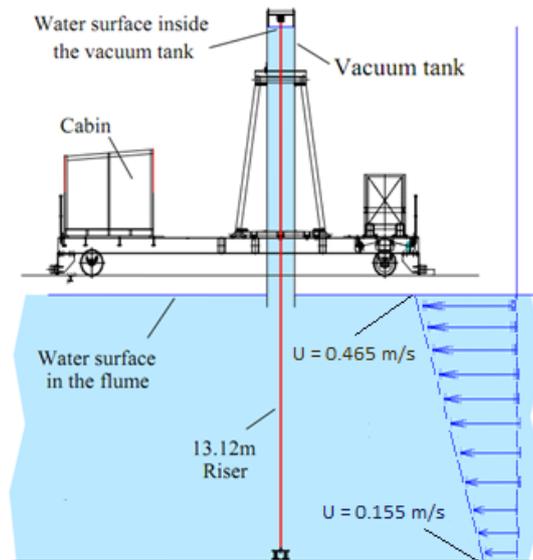


Figura 38. Caso 2 - Perfil 2. (Chaplin et al, 2005) (Adaptada)

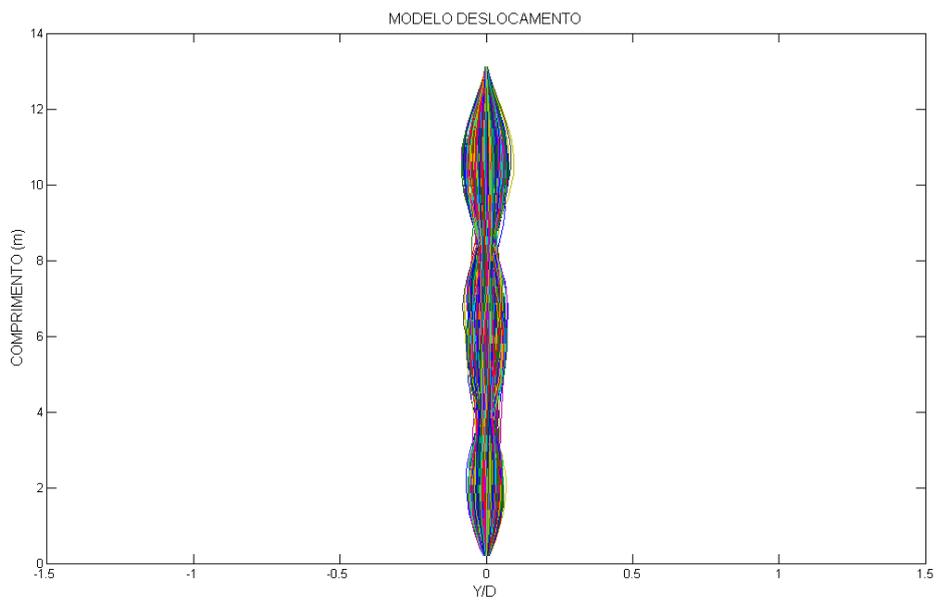


Figura 39. Modelo Deslocamento - Caso 2 - Perfil 2.

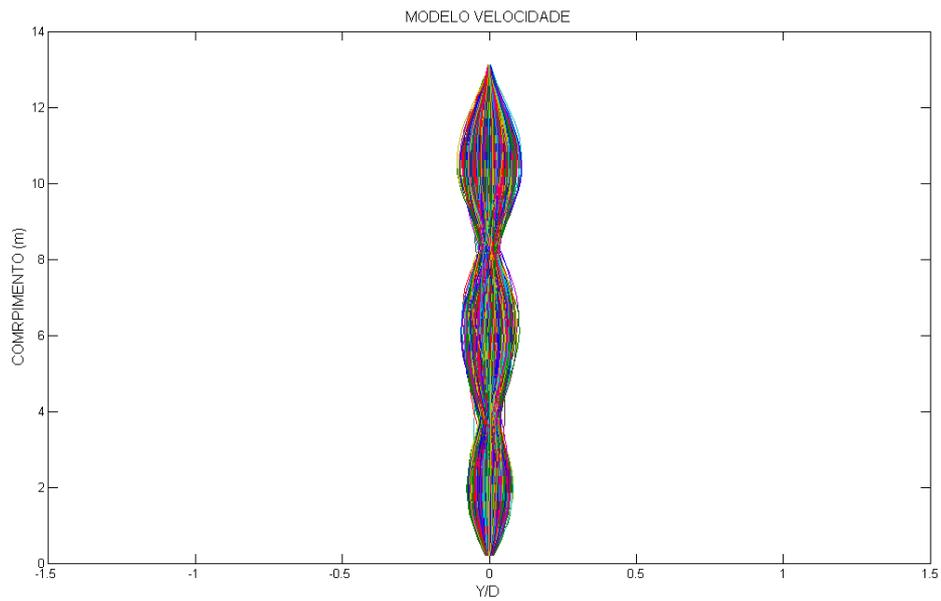


Figura 40. Modelo Velocidade - Caso 2 - Perfil 2.

Nessa situação, as Fig.39 e Fig.40 demonstram a manutenção do terceiro modo de vibração apresentado pelos resultados do caso 2 com perfil uniforme (Fig.24 e Fig.25).

Como no item 6.3.2, o perfil 2 provoca uma resposta multimodal, porém como o perfil 2 varia com menor intensidade do que o perfil 1, menos modos são excitados. Isso explica a manutenção do segundo modo de vibração seguido da diminuição da amplitude.

7 CONCLUSÃO

O presente trabalho cumpriu com seu principal objetivo, que era aplicar os modelos de Fortaleza (2011) para a predição da VIV em estruturas flexíveis. Para tanto, foi realizada, com sucesso, a dimensionalização das equações governantes e seus acoplamentos.

O comportamento da estrutura flexível submetido à VIV se mostrou coerente com o comportamento do massa-mola sob a mesma situação. Isso sugere que os modelos deslocamento e velocidade são válidos para grandes estruturas flexíveis.

O modelo desenvolvido apresentou grande versatilidade ao permitir simular *risers* submetidos a escoamentos com perfis uniformes, uniformes com interrupção e perfis que variam ao longo da estrutura. Todas essas possibilidades foram testadas, avaliadas e obtiveram êxito.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Chaplin, J. R. et al, (2005). **Blind predictions of laboratory measurements of vortex-induced vibrations of a tension riser**. *Journal of Fluid and Structures* 21 25-40.
- Facchinetti M. L., d. L. E., e F., B., (2004). **Coupling of structures and wake oscillator in vortex-induced vibrations**. *Journal of Fluid and Structures*, 19, pp. 123-140.
- Fortaleza, E, (2011). **Analysis of phenomenological models of vortex-induced vibrations**. OMAE 49403, Rotterdam, Noruega.
- Fortaleza, E., (2009). **Active Control Applied to Off-Shore Structures: Positioning and Attenuation of Vortex-Induced Vibrations**. *PhD Thesis, Centre Automatique et Systèmes – École des Mines de Paris*.
- Gerrard, J. H, (1966). **The Mechanics of the formation region of vortex behind bluff bodies**. *Journal of Fluid Mechanics*, v.25, p.401-413.
- Lima, A. A., (2011). **Estudo numérico do escoamento ao redor de cilindros flexíveis**. Tese de Doutorado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- Newman, D., e Karniadakis, G. E, (1997). **A direct numerical simulation study of flow past a freely vibration cable**. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 344, pp. 95-136.
- Pinhata, G. M, (2006). **Estudo do número de Strouhal em função do número de Reynolds em um anteparo triangular utilizando a técnica da análise tempo-frequência**. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo. São Carlos.
- Schlichting H, (1955). **Boundary-layer theory**. Nova Iorque: McGraw-Hill, 535 p.
- Tsukada, R. I., (2009). **Comportamento Dinâmico de Riser Rígido em Catenária Devido à Vibração Induzida por Vórtices em Águas Profundas**. Dissertação de Mestrado, Universidade de Campinas.
- Vandiver, J. K, (1993). **Dimensionless Parameters Important to the Prediction of Vortex-Induced Vibration of Long Flexible Cylinders in Ocean Currents**. *Journal of Fluid and Structures*, v.5, p.423-455.
- Violette, R., d. L. E., e Szydlowski, J., (2007). **Computation of vortex-induced vibrations of long structures using a wake oscillator model: Comparison with DNS and experiments**. *Computers and Structures* 85 1134-1141.
- White, F. M., (1991). **Viscous Fluid Flow**, segunda edição. Nova Iorque: MecGraw-Hill. 614p. (McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering).