

# 光周波数掃引法による光回路素子の非破壊的内部診断・特性評価システムの構築

著者	飯山 宏一
著者別表示	Iiyama Koichi
雑誌名	平成9(1997)年度 科学研究費補助金 基盤研究(A) 研究成果報告書
巻	1996-1997
ページ	89p.
発行年	1998-03
URL	<a href="http://doi.org/10.24517/00053783">http://doi.org/10.24517/00053783</a>

光周波数掃引法による光回路素子の  
非破壊的内部診断・特性評価システムの構築

(08555090)

平成8年度～平成9年度 科学研究費補助金(基盤研究(A)(2))  
研究成果報告書

平成10年3月

研究代表者 飯山 宏一  
(金沢大学工学部助教授)



## はしがき

高度情報化社会において、多種多様な情報形態 (マルチメディア) があり、ますます大容量、超高速の情報伝送の重要性が高まっている。昨今のマルチメディア構想は、このような情報の受け手側として一般加入者、すなわち、個人レベルまでを対象にしている。このような構想に対処できる通信システムとして、光通信がある。光通信は、現在は海底光ファイバケーブルなどの国際間や日本国内における都市間などの幹線系に実用化されているが、21世紀初頭には、各加入者宅にまで光ファイバケーブルを敷設する計画 (Fiber To The Home (FTTH) 計画) があり、双方向通信や情報の提供が計画されている。この計画の実現に伴い膨大な量の光ファイバケーブルが敷設されることになるが、信頼性の高い通信実現のためには、宅内機器間の光ファイバケーブルの相互接続状態を監視する必要がある。加入者宅内への光ファイバケーブル敷設の際には、比較的短い光ファイバが用いられるので、監視システムに要求される性能として、空間分解能 10 m 以下、監視可能距離として 10 km 以上が必要であるといわれている。

また、上記の光通信システムや光計測システムの社会的要請に伴い、光導波路・光集積回路や光学素子の研究開発が盛んになり、その特性評価が重要な問題となっている。これらの素子は比較的小型 (10 cm 以下) であるので、その特性評価には高い空間分解能 (1 mm 以下) が必要とされる。

そこで、本研究では、FMCW リフレクトメトリを用いて、(1) 小型の光導波路診断のためのシステム構築と、(2) 長尺の光ファイバ診断のためのシステムを構築する。FMCW リフレクトメトリの基本構成を図 1 に示す。レーザ光源から出射した光を 2 つに分け、一方を診断対象である光素子に入射し、他方は鏡に向かう。診断対象である光素子からの反射光 (不連続点でのフレネル反射光や後方散乱光など) と鏡からの反射光 (参照光と呼ぶことにする) とを合波し、光検出器上で混合・検波する。レーザ光源の光周波数を図 2 に示すように時間に対して線形に掃引したとすると、反射光と参照光の間には、その光路長差 (反射光の位置に対応) に比例した周波数差 (ビート周波数) がある。そこで、光検出器での受光信号をスペクトル解析すれば、診断対象の光素子の長さ方向の情報を得ることができる。得られた成果をまとめると、以下のとおりである。

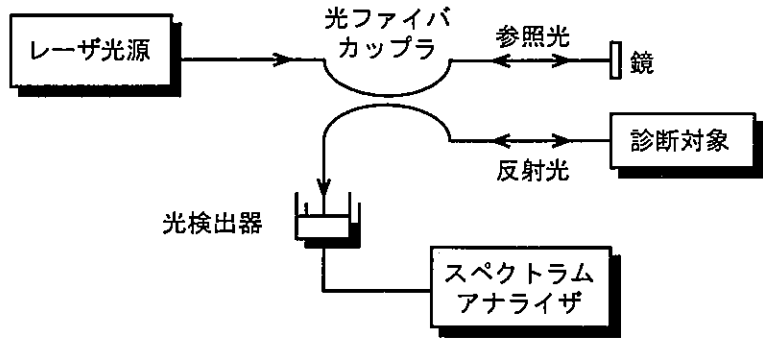


図 1: FMCW リフレクトメトリのシステム構成



8000-59973-2

金沢大学附属図書館

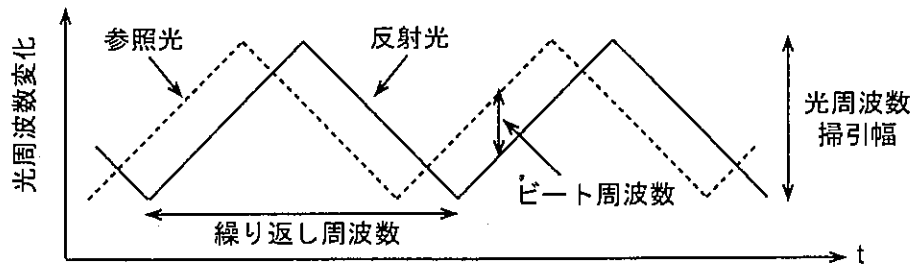


図 2: FMCW リフレクトメトリの動作原理

### (1) 光周波数掃引の非線形性の影響とその補正法の開発

光源に半導体レーザを用い、その注入電流変調により光周波数掃引を行うと、診断スペクトルが低周波側に大きく広がり、空間分解能が劣化することを実験的および理論的に示した。この空間分解能の劣化は、半導体レーザの光周波数変化の応答遅れにより生じる光周波数掃引の非線形性によることを理論的に示した。

上記の光周波数掃引の非線形性を補正する方法として、(1) デジタルフィルタを用いる方法、(2) 半導体レーザの変調波形である三角波に、それに同期した方形波を重畳する方法の 2 つの方法を提案した。(1) の方法は、半導体レーザの光周波数応答をあらかじめ測定し、光周波数応答の逆特性を持つ逆フィルタを DSP (Digital Signal Processor) を用いてデジタル的に構成し、このデジタルフィルタにより半導体レーザの変調波形を補正する方法である。(2) の方法は、半導体レーザの光周波数応答の時間波形は、三角波変調時と方形波変調時とで逆方向に歪むことを利用し、三角波に同期した方形波を重畳する方法である。これらの方法を用いて半導体レーザの変調波形を補正することにより空間分解能は約 6 倍向上し、理論値とほぼ等しい値 (2 mm) を得た。

### (2) 最大エントロピー法による空間分解能向上

FMCW リフレクトメトリにおいて、理論的空間分解能より優れた空間分解能を得るため、受光信号を最大エントロピー法を用いてスペクトル解析する方法を提案した。最大エントロピー法を用いることにより、理論的空間分解能 (7.5 mm) を上回る空間分解能 (2.5 mm) を得た。また、拡張された最大エントロピー法を用いることにより、最高で 100  $\mu\text{m}$  程度の空間分解能が得られることを実験的に示した。また、最大エントロピー法の最適次数や入出力の線形性などについても議論した。

### (3) 中距離・長距離の光ファイバ診断のためのシステム構成

FMCW リフレクトメトリは基本的には光の干渉を用いているので、診断可能距離は半導体レーザのスペクトル線幅 (可干渉距離) で決まり、10 m 程度が一般的である。より長い診断可能距離を得るため、狭線幅の半導体レーザを光源に用いてシステムを構成した結果、88 m の

診断距離と光ファイバの後方レイリー散乱光を検出できることを示した。

さらに長い診断距離を得るため、光の干渉を用いないシステムを構成した。基本的なシステム構成は干渉を用いる方法と同じであるが、参照光と反射光との光路長差が光源の可干渉距離よりも長いのが特徴である。この非干渉のシステムでは、空間分解能は光源のスペクトル線幅で決定され、スペクトル線幅が狭いほど空間分解能は向上する。そのため、外部共振器構造の半導体レーザを光源に用いて非干渉の FMCW リフレクトメトリを構成し、5 km 遠方において空間分解能 23 m、11 km 遠方において空間分解能 60 m を得た。また、光ファイバの後方レイリー散乱光を高感度で検出できること、検出した後方レイリー散乱光から光ファイバの伝搬損失、コネクタ接続された光ファイバの接続損失の評価が可能であることを示した。

## 研究組織

研究代表者：飯山 宏一（金沢大学工学部助教授）

研究分担者：猪熊 孝夫（金沢大学工学部講師）

研究協力者：高宮 三郎

研究協力者：橋本 松進

## 研究経費

平成 8 年度	8,100 千円
平成 9 年度	2,600 千円
<hr/>	
計	10,700 千円

## 研究発表

### (1) 学会誌等

- (1) 飯山宏一、岡本卓也、能川昌久、林 健一：“FMCW リフレクトメトリのための半導体レーザーの線形光周波数掃引 — デジタルフィルタを用いた実現 —”、電子情報通信学会 レーザ・量子エレクトロニクス研究会、**LQE96-18**、pp. 103-108 (1996).
- (2) 飯山宏一、林 健一：“最大エントロピー法を用いた高分解能FMCW リフレクトメトリ”、電子情報通信学会 レーザ・量子エレクトロニクス研究会、**LQE96-19**、pp. 109-113 (1996).
- (3) Koichi Iiyama and Ken-ichi Hayashi : “High resolution FMCW reflectometry by the maximum entropy method”, *11th International Conference on Optical Fiber Sensors*, Hokkaido, Japan, pp. 674-677 (1996).
- (4) 飯山宏一、岡本卓也、鶴家伸治郎：“方形波重畳三角波変調による半導体レーザーの線形光周波数掃引とそのFMCW リフレクトメトリへの応用”、電子情報通信学会 レーザ・量子エレクトロニクス研究会、**LQE97-17**、pp. 97-101 (1997).
- (5) Koichi Iiyama and Yoshinori Itou : “Mid-range frequency-modulated continuous-wave reflectometry using a narrow-linewidth laser diode with linearized optical frequency sweep”, *The Pacific Rim Conference on Lasers and Electro-Optics '97*, Chiba, Japan, pp. 290 (1997).
- (6) 飯山宏一、岡本卓也、高宮三郎：“方形波重畳三角波変調による半導体レーザーの線形光周波数掃引とそのFMCW リフレクトメトリへの応用”、電子情報通信学会論文誌、**J81-C-1(2)**、pp. 74-80 (1998).
- (7) 飯山宏一、板倉章太郎、前田隆宏、橋本松進、高宮三郎：“外部共振器レーザーを用いた光ファイバ診断用FMCW リフレクトメトリ”、電子情報通信学会 レーザ量子エレクトロニクス研究会、(発表予定) (1998).

### (2) 口頭発表

- (1) 岡本卓也、能川昌久、飯山宏一、林 健一：“FMCW リフレクトメトリのための半導体レーザーの線形光周波数掃引 — デジタルフィルタを用いた実現 —”、1996年電子情報通信学会エレクトロニクスソサイエティ大会、**C-225**、(1996).
- (2) 飯山宏一、板倉章太郎、林 健一：“最大エントロピー法を用いた高分解能FMCW リフレクトメトリ(第2報)”、1996年電子情報通信学会エレクトロニクスソサイエティ大会、**C-226**、(1996).

- (3) 板倉章太郎、橋本松進、飯山宏一：“最大エントロピー法を用いた高分解能 FMCW リフレクトメトリ”、平成 8 年度電気関係学会北陸支部連合大会、**D-25** (1996).
- (4) 飯山宏一、伊藤良憲：“狭線幅半導体レーザを用いた中距離 FMCW リフレクトメトリ”、1997 年電子情報通信学会総合大会、**C-3-136**、(1997).
- (5) 橋本松進、飯山宏一、高宮三郎：“長尺光ファイバ診断のためのインコヒーレント FMCW リフレクトメトリ”、平成 9 年度電気関係学会北陸支部連合大会、**D-38** (1997).
- (6) 荻野昌宏、橋本松進、飯山宏一、高宮三郎：“Wavelet による光リフレクトメトリの信号解析”、平成 9 年度電気関係学会北陸支部連合大会、**D-39** (1997).
- (7) 能川昌久、橋本松進、飯山宏一、高宮三郎：“不均一サンプリングによる FMCW リフレクトメトリの高分解能化”、平成 9 年度電気関係学会北陸支部連合大会、**D-40** (1997).

# 第1章

## 序論

### 1.1 本研究の背景

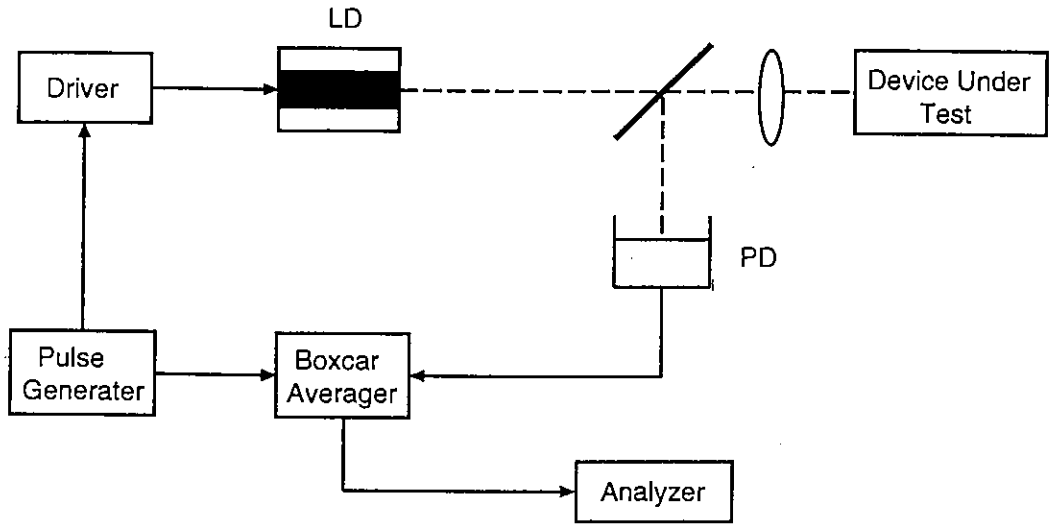
近年における光通信の実用化や高度情報処理の社会的要請に伴って、光導波素子、光集積回路の研究・開発が盛んに行われている。これに伴い、これらの光素子の評価診断技術の確立も重要な課題となってきた。特に、今後、益々開発が進む導波路型の光機能素子や光集積回路などの短距離導波路の評価には、より高分解能な評価法の開発が強く望まれている。また、光ファイバケーブルの導入拡大に対して、光線路の保守技術が重要視されており、光線路の破断点・障害点の検出、ケーブル損失および接続損失などの特性評価を行う必要があり、遠距離での高い空間分解能も要求される。代表的な内部診断法には次のものがある。

- OTDR (Optical Time Domain Reflectometry) 法
- OFDR (Optical Frequency Domain Reflectometry) 法
- Low Coherence OTDR 法
- FMCW (Frequency Modulated Continuous Wave) 法

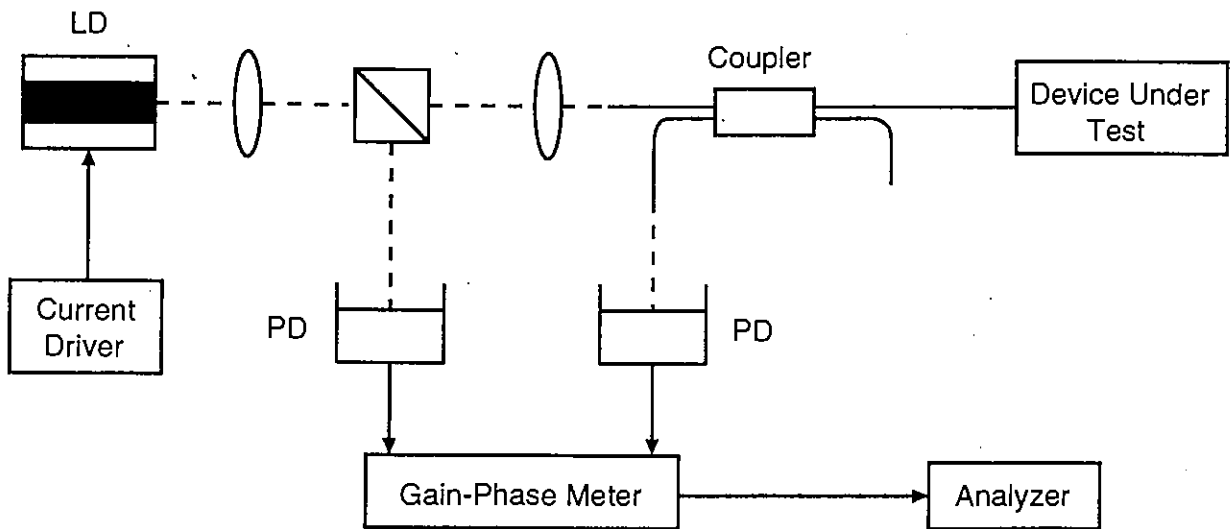
これらの診断法の基本構成図を図 1.1 および図 1.2 に示す。

パルス OTDR 法は、高出力のレーザからの短パルスが被診断光素子に入射し、その内部で生じる後方レイリー散乱光や、接続点や破断点で生じるフレネル反射光などの後方散乱光を時間軸で検出する方法であり、すでに実用化されている。OFDR 法は、光源の強度を正弦波で掃引し、参照光に対する後方散乱光の反射係数（振幅と位相）を測定する方法である。これらは、光ファイバのような長尺の光素子の診断には適するが、空間分解能が数十 cm 程度と低いため、光集積回路のような微小な素子の内部診断法には適さない。



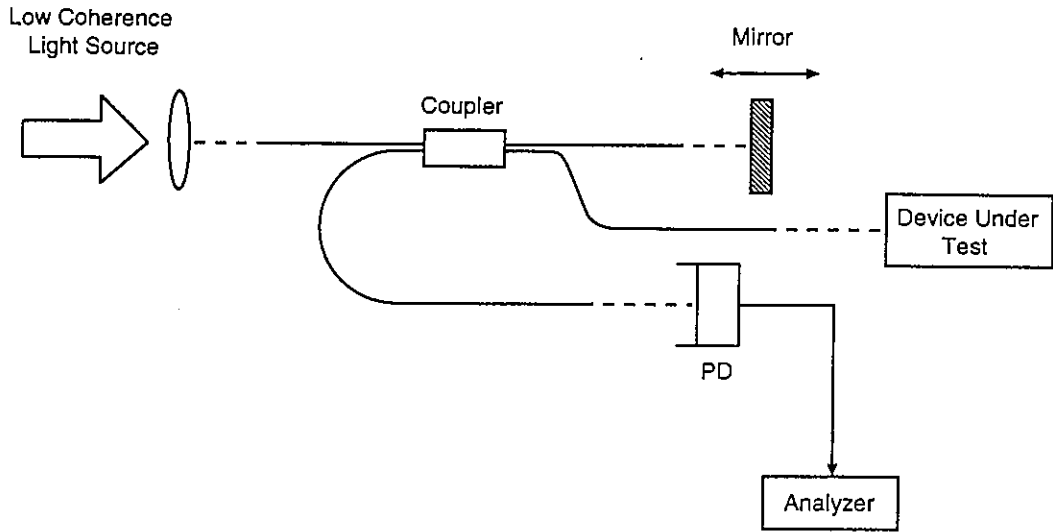


OTDR 法

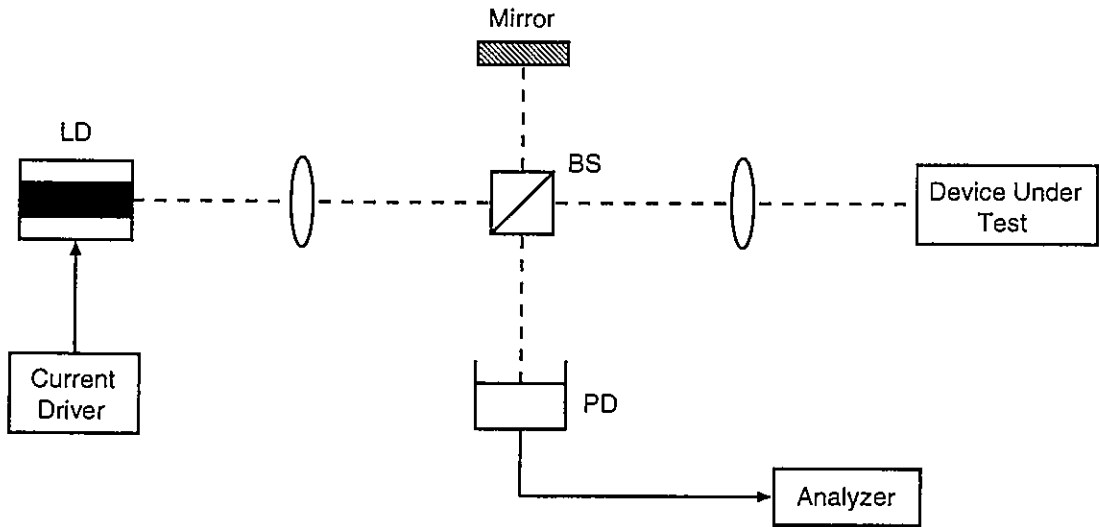


OFDR 法

図 1.1 : 光導波素子の内部診断法の基本構成図 (1)



Low Coherence OTDR 法



FMCW 法

図 1.2 : 光導波素子の内部診断法の基本構成図 (2)

Low Coherence OTDR 法は、低コヒーレンス光源であるスーパールミネッセントダイオード (SLD) を用い、参照光と後方散乱光とを干渉させる診断法であり、図中の Mirror を移動させて参照光の光路長を変化させて、被診断光素子内の長さ方向の診断を行う。その空間分解能は数十 $\mu\text{m}$  と高いが、Mirror を光素子長 (数 cm~数 10cm) にわたって光源のコヒーレンス長以下の精度 (数 $\mu\text{m}$  以下) で移動するための精巧な機械的移動装置が必要となり、移動の誤差による測定誤差およびコスト増大などの点で不利である。

FMCW 法は、光源の光周波数を三角波 (あるいはのこぎり波) で掃引し、参照光と後方散乱光を干渉させ干渉信号のビート周波数を測定する方法である。空間分解能は数 mm と比較的高く、システム構成も簡単である。

このように、内部診断法は、診断可能距離、空間分解能、システム構成などによりさまざまな方法があり、診断の目的および診断対象によって適切な方法を選ぶことが必要となる。下に、それぞれの内部診断法の特徴をまとめる。

表 1.1 : 内部診断法の特徴

	診断可能距離	空間分解能	システム構成
OTDR 法	○	×	△
OFDR 法	○	×	△
Low Coherence OTDR 法	×	○	×
FMCW 法	○	○	○

○ : 優良      △ : 普通      × : 不適

## 1.2 本研究の目的と概要

本研究では、主に空間分解能の向上を目的とし、FMCW リフレクトメトリによる種々の光導波素子の内部診断、特に、反射点・接続点の検出を行う。その手段として、比較的小型の被診断光素子に対しては、最大エントロピー法 (MEM) によるスペクトル解析を用い、長尺の光ファイバに対しては、外部共振器を用いた非干渉 FMCW リフレクトメトリを採用した。以下に本研究の主な内容について簡単に述べる。

第2章では、FMCW 法の基本測定原理について説明し、また本研究の重要な評価指数である空間分解能の理論値の導出、および定義づけを行う。

第3章では、FFT よりも高分解能が得られる最大エントロピー法 (MEM) について詳しく説明し、その理論式の導出を行う。さらに、空間分解能向上の一手法として、改良された MEM の理論についても述べ、従来の MEM との空間分解能の比較・検討を行う。また、簡単な時間信号を用いてシミュレーションを行い、MEM と FFT の空間分解能を比較することにより、MEM の有効性を示す。

第 4 章では、比較的小型の被診断光素子に対して、MEM を FMCW リフレクトメトリに適用し、その反射プロファイルの測定を行うことにより、内部診断の周波数解析に通常用いられる FFT よりも高分解能な反射プロファイルが得られることを示す。

第 5 章では、長尺の光ファイバを高分解能で測定するための、外部共振器 LD を用いた非干渉 FMCW リフレクトメトリについて述べる。まず、スペクトル線幅が外部共振器によって狭窄化されることを示す。そして、外部共振器を用いることにより、反射スペクトルの分解能が向上する様子を示す。また、反射スペクトルの数値計算と測定結果との比較を行う。

第 6 章では、以上の結果をまとめ、結論とする。

## 第2章

# FMCW リフレクトメトリ

### 2.1 まえがき

光導波素子の内部診断法は、第1章で述べたようにさまざまな方法が研究されている。その中から本研究では FMCW リフレクトメトリを取り上げる。FMCW リフレクトメトリは、測定範囲、空間分解能、システム構成などの要素を考える上で、比較的バランスがとれており、応用範囲の広い方法だと言える [1]–[5], [26]–[32]。

本章では、FMCW リフレクトメトリの原理とその空間分解能の定義、および周波数掃引の非線形性による空間分解能の劣化について述べ、その問題点を示す。

### 2.2 FMCW 法の原理

図 2.1 に FMCW 法の基本原理図を示す。基本的には図のようなマイケルソン干渉計を構成する。半導体レーザー（以下 LD）からの出射光はレンズ、アイソレータを通過し、ビームスプリッタ（以下 BS）によって 2 方向に等分され、一方は鏡へ向かい、他方は被診断光素子に入射する。鏡からの反射光（参照光）と光導波素子内部の診断点からの後方散乱光（信号光）は BS で再び混合され、光検出器（以下 PD）で干渉信号を得る。このとき、半導体レーザーの発振周波数を三角波（あるいはのこぎり波）注入電流で時間に対して線形に掃引すると、この干渉信号は参照光と後方散乱光の光路長差に比例するビート周波数を持つ。このビート周波数は反射位置に相当し、ビート信号パワーは反射された光パワーに相当する。従って、非診断光素子長に沿った欠陥や損失の分布を周波数軸上で観測することができる。以下に式を用いて説明する。

BS から鏡までの距離と、BS から光導波素子内部の診断点までの距離との差を  $\Delta D$  とすると、参照

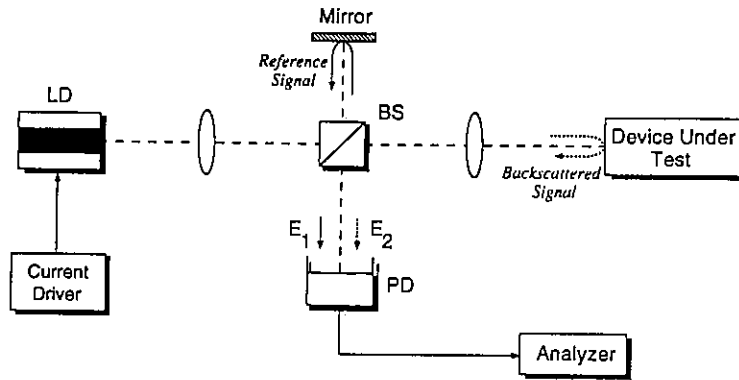


図 2.1 : FMCW 法の基本原理図

光と後方散乱光は、次式で与えられる時間差 $\tau$ を持つ。

$$\tau = \frac{2n\Delta D}{c} \quad (2.1)$$

ここで、 $n$  は屈折率、 $c$  は真空中での光速である。時刻  $t$  に PD に同時に到着する参照光と後方散乱光の電界をそれぞれ  $E_1(t)$ 、 $E_2(t)$  とすると

$$\begin{cases} E_1(t) = E_1 \exp(j2\pi f_1 t) \\ E_2(t) = E_2 \exp(j2\pi f_2 t) \cdot \exp(-j\delta) \end{cases} \quad (2.2)$$

で表される。ここで、 $\delta$  は参照光と後方散乱光の光路差による位相差で

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (2\Delta D) \quad (2.3)$$

である。従って、PD 上での光強度  $I(t)$  は

$$\begin{aligned} I(t) &\propto (E_1(t) + E_2(t)) \cdot (E_1^*(t) + E_2^*(t)) \\ &= E_1(t) \cdot E_1^*(t) + E_1^* \cdot E_2(t) + E_1(t) \cdot E_2^*(t) + E_2(t) \cdot E_2^*(t) \\ &= E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos[2\pi(f_1 - f_2)t + \delta] \\ &= E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos[2\pi f_B t + \delta] \end{aligned} \quad (2.4)$$

となる。ここで、 $f_B (=f_2 - f_1)$  がビート周波数であり、参照光と後方散乱光との周波数の差で表される。また、図 2.2 に示した光周波数の時間変化の様子より

$$\frac{1}{2f_m} : \Delta F = \tau : f_B \quad (2.5)$$

なる関係が得られる。ここで、 $f_m$  は三角波変調信号の繰り返し周波数、 $\Delta F$  は光周波数掃引幅である。式 (2.1) および式 (2.5) より

$$\Delta D = \frac{c}{4n f_m \Delta F} \cdot f_B \quad (2.6)$$

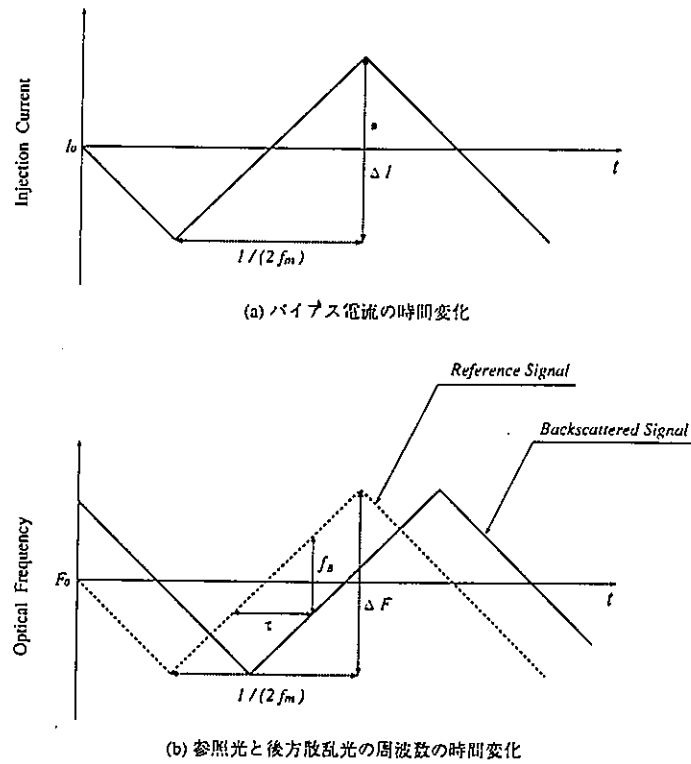


図 2.2 : 三角波掃引による光周波数の時間変化の様子

が得られる。従って、干渉信号における参照光と後方散乱光の距離差に比例するビート周波数  $f_B$  を測定することにより、後方散乱光の距離分布を周波数軸上で観測することができる。

本研究では、第3章、第4章では干渉信号（ビート信号）に対して高速フーリエ変換（Fast Fourier Transform : FFT）または最大エントロピー法（Maximum Entropy Method : MEM）を用いて周波数解析を行い、反射スペクトル（反射プロファイル）を得る。また、第5章においては、スペクトルアナライザを用いて検波信号を周波数解析することにより反射スペクトル（反射プロファイル）を得る。

さらに、式(2.6)により周波数軸から距離軸への変換を行い、後方散乱光の反射点の位置およびそのプロファイルを観測する。

### 2.3 空間分解能の定義

リフレクトメトリの一つの性能指数に空間分解能がある。空間分解能は隣接した複数の診断点（反射点）の反射プロファイルの識別を行うにあたって、非常に重要な評価指数となる。そこで、反射プロファイルの空間分解能について定義する。

2.3.1 理論的空間分解能の導出

2.2節で述べたように、単一反射点のビート信号の変化分(交流成分)は、式(2.4)の通り余弦波(cos関数)である。これをフーリエ変換することによって得られるビートスペクトルは次のようなデルタ関数となる。

$$S = 2E_1 E_2 \delta(f - f_B) \tag{2.7}$$

これは一本の鋭い線スペクトルとなり、その幅は0である。

光源の光周波数掃引幅が無限に大きい時には、時間に対して常にビート周波数は一定となるため、式(2.7)で与えられるように理想的な鋭いピークを持つスペクトルが得られる。しかし、実際には光周波数掃引幅には限界があり、三角波の折り返し点で干渉信号の位相が反転するため、正常なビート信号は有限の掃引時間のみに制限される。光周波数掃引幅の限界は以下のようにスペクトル広がりを引き起こし、原理的に分解能が制限される要因となる。光源の光周波数変調の繰り返し周波数が  $f_m$  で与えられる時、周波数解析されたスペクトルは、ビート信号に対して時間幅  $1/(2f_m)$  の方形波の窓関数を掛けることによって得られ

$$\begin{aligned} S' &= S * \text{sinc}\left(\frac{f}{2f_m}\right) \\ &= E_1 E_2 \text{sinc}\left(\frac{f - f_B}{2f_m}\right) \end{aligned} \tag{2.8}$$

で与えられる。ここで、 $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/\pi x$ 、\*はコンボリューション(畳み込み積分)を表す。したがって、ビートスペクトルは線スペクトルから sinc 関数に変わり、広がりを持つ。図2.3にその様子を示す。

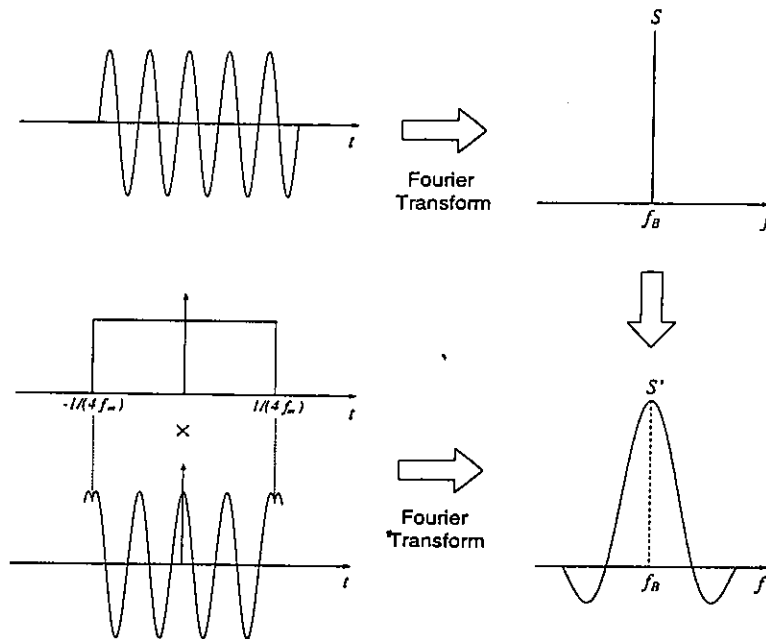


図 2.3 : スペクトルの広がり



今、FMCW リフレクトメトリにおいて、2つの反射点が近接している場合を考える。参照点と2つの反射点までの空間距離差をそれぞれ $\Delta D_1$ 、 $\Delta D_2$ とおくと、測定される2つのビート周波数は式(2.6)より

$$\begin{cases} f_{B1} = \frac{4nf_m\Delta F}{c} \cdot \Delta D_1 \\ f_{B2} = \frac{4nf_m\Delta F}{c} \cdot \Delta D_2 \end{cases} \quad (2.9)$$

となる。周波数軸上で2つのスペクトルの間隔を $\delta f (= f_{B1} - f_{B2})$ とすると、この2つのスペクトルは図2.4のようになる。また、式(2.9)より $\delta D = \Delta D_1 - \Delta D_2$ とすれば

$$\delta f = \frac{4nf_m\Delta F\delta D}{c} \quad (2.10)$$

となる。

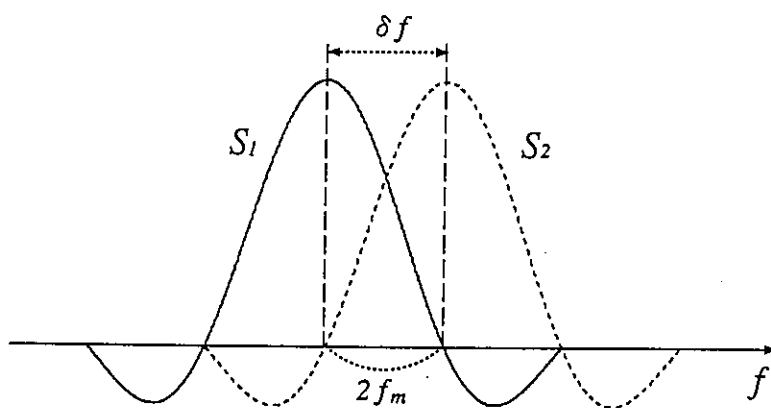


図 2.4: スペクトルの分解能

ここで、レーレーの分解能の定義にしたがって、スペクトルの互いのピークの位置に互いの第一の0点がある場合を2点の分解限界とする<sup>[6]</sup>。sinc関数のピーク値から第一の0点までの周波数間隔は図のように $2f_m$ であるので、スペクトルの分解可能条件は

$$\delta f = \frac{4nf_m\Delta F\delta D}{c} \geq 2f_m \quad (2.11)$$

である。よって、スペクトルの分解可能限界値から理論的な空間分解能が得られ

$$\delta D = \frac{c}{2n\Delta F} \quad (2.12)$$

によって定義される。従って、光周波数掃引幅 $\Delta F$ が大きいほど、空間分解能 $\delta D$ は向上することになる。図2.5に $\Delta F$ と $\delta D$ の関係を示す。また、光周波数掃引の時間線形性も分解能や診断位置の精度、安定性に対して重要な要因となる。一方、診断可能距離の範囲は光源のコヒーレンス長でほぼ決まり、コヒーレンスの高い光源を用いることによって長尺の素子の診断が可能となる。コヒーレンス長を超える長距離の内部診断については第5章で述べる。

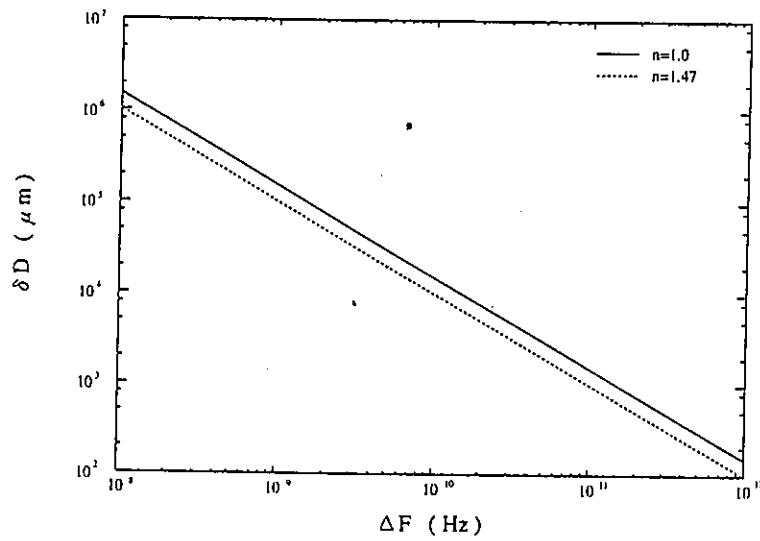


図 2.5 :  $\delta D$ と $\Delta F$ の関係

### 2.3.2 本研究での分解能の定義

2.3.1節では理論的な空間分解能を定義したが、ここでは実際に周波数解析されたスペクトルに対して評価の対象とするスペクトル幅について述べる。

2.3.1節で求めた理論的空間分解能 $\delta D$ とは、本来2本のスペクトルの分離可能距離の限界値を示しているが、本研究では、FFT や MEM による周波数解析で得られたスペクトルに対して、図 2.6 のように分解能を半値全幅 (Full Width of Half Maximum : FWHM)  $\delta f$ によって定義する。半値全幅とは、スペクトルのピーク地点の高さを100%として、その50%の高さの所で測ったスペクトルの

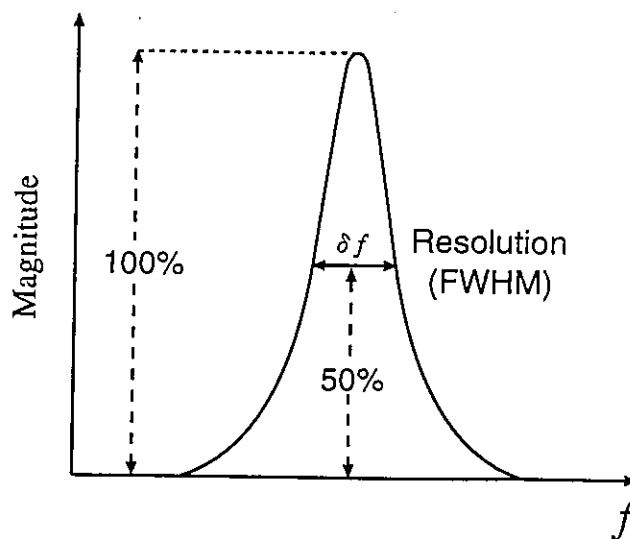


図 2.6 : 分解能の定義

幅である。また、空間分解能 $\delta D'$ もプロファイルの半値全幅で定義し、式(2.6)より、次式のように求まる。

$$\delta D' = \frac{c}{4n f_m \Delta F} \delta f \quad (2.13)$$

半値全幅 $\delta D'$ は理論的空間分解能 $\delta D$ とは異なり、その値は $\delta D$ の約1.2倍になることが経験的に知られているが、ほぼ同じ値であるので、スペクトル(プロファイル)の分解能の比較は半値全幅の値を用いて行う。

## 2.4 空間分解能の劣化要因

FMCW リフレクトメトリの空間分解能は式(2.12)で理論的な値を導出したが、実際の測定、周波数解析では空間分解能は種々の原因により劣化を余儀なくされる。その主な要因に強度変調の影響や光周波数掃引の非線形性が挙げられる。

まず、強度変調による影響について述べる。FMCW リフレクトメトリでは、LDの注入電流変調によりLDの光周波数変調を行っているが、同時に発振パワーも強度変調を受ける。図2.7に本研究で用いたLDの一般的な注入電流と発振パワーの関係(I-L特性)を示す。図のように、LDの発振パワーは発振の始まる閾値(25mA)を超えた後、注入電流に比例してほぼ直線的に増加する。光周波数変調はこの直線部分で行われるため、同時に強度変調を受けることになる。LDの注入電流の直流バイアスが小さいほど、強度変調の割合は大きくなり、スペクトルの分解能は強度変調の影響を受け、劣化することがわかっている[35]。よって、強度変調による影響は、直流バイアスを大きくすることによって、根本的に抑えることができる。強度変調の周波数成分は、変調電流の繰り返し周波数であるので、実際にはFFTあるいはMEMで干渉信号を周波数解析する際、干渉信号を変調電流で

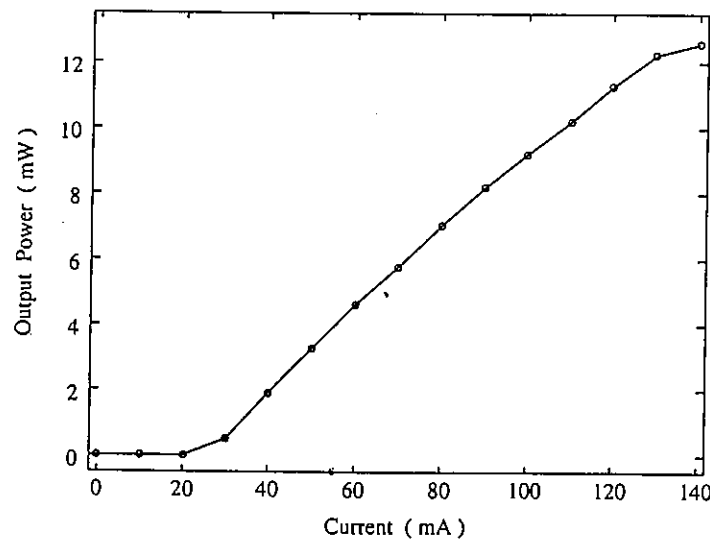
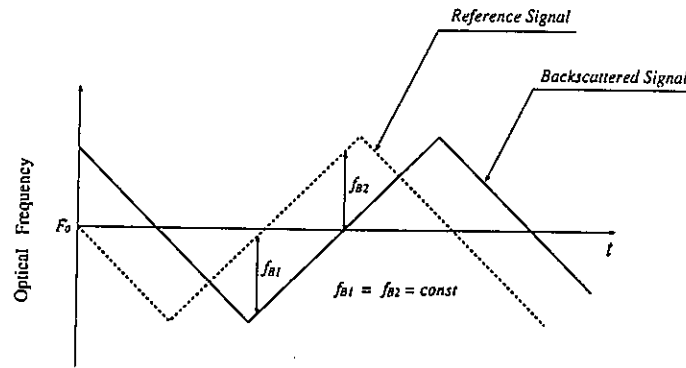


図 2.7 : 半導体レーザの I-L 特性

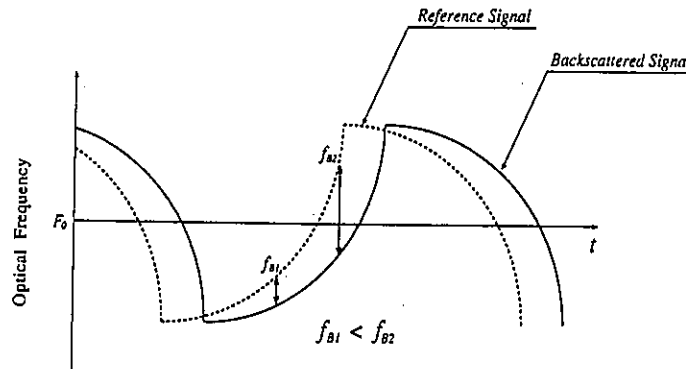
除算することにより、強度変調成分を取り除き、空間分解能の劣化を防いでいる。

強度変調による影響は、注入電流変調という変調方式に起因しているのでその根本的な解決は比較的容易であり、また、測定条件を適切に選ぶことにより、その影響をほとんど無視できるのに対し、光周波数掃引の非線形性は空間分解能劣化の主要素となる。次にこれについて述べる。

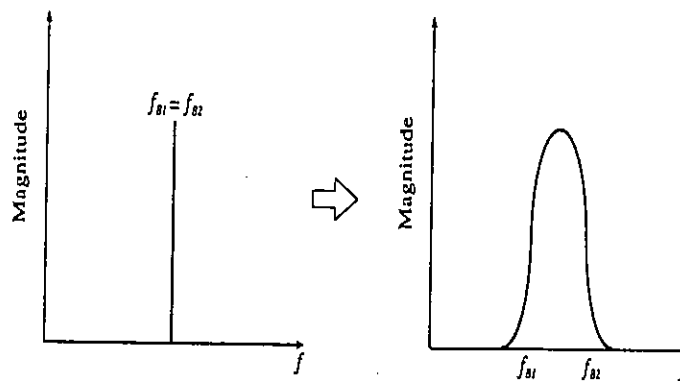
注入電流による LD の直接変調では、注入電流を変化させることによって発振周波数を変化させているが、そのときの変化には非直線性があると考えられる。つまり、注入電流を直線的に変化させ



(a) 線形な場合



(b) 非線形な場合



(b) スペクトル変化

図 2.8 : 光周波数の非線形性

ても、発振周波数は非線形に変化する。また、注入電流変化による光周波数の変化は、実際にはLD内部の活性層の屈折率が熱によって変化することで行われている。このとき、LDの温度変化は注入電流の変化に追従しきれず、特に電流波形の折り返し点などにおいて顕著な時間遅れが生じる。この光周波数応答の遅れもまた光周波数の非線形に大きく影響する。この非線形性の様子を図2.8に示す。光周波数の変化が線形な場合(図2.8(a))、一つの上り(あるいは下り)スロープ中において参照光と後方散乱光の光周波数の差であるビート周波数は、三角波の折り返し付近を除けば一定に保たれている。この三角波の折り返し付近でのビート周波数の低下によって、ビートスペクトルの低周波側への広がりが生じ、空間分解能の劣化につながるが、この部分を排した信号をフーリエ変換することによって得られるスペクトルは、理論的には図2.8(c)のような単一スペクトルとなる(実際には、2.3.1節でも述べたように光周波数掃引幅の制限により、スペクトルはsinc関数による幅を持つ)。これに対して、図2.8(b)に示すように非線形な場合では、同一スロープ中でビート周波数 $f_B$ が変化し、そのスペクトルは図2.8(c)のように広がってしまう。FMCWリフレクトメトリにおいては、測定対象物の空間的分布を周波数軸上に置き換えて観察しているので、このようにスペクトルが広がることは、リフレクトメトリの空間分解能が劣化したことを意味する。

これらの要因によるLDの発振周波数の非線形性は、注入電流である三角波に同期した方形波を重畳することにより補正することができ、他にもいくつかの補正法がある<sup>[35],[36]</sup>。ただし、本研究では、特に非線形性の補正に対する考慮は行っていない。

## 2.5 まとめ

本章では、FMCWリフレクトメトリについてその原理について述べた。また、その性能指数となる空間分解能について述べ、理論的分解能の導出を行った。さらに、実際の測定においては光周波数掃引の非線形性などにより、空間分解能が悪化することを述べ、本研究における評価としての分解能を新たに定義し、先の理論的分解能との比較および関連づけを行った。

## 第3章

# 最大エントロピー法 (MEM)

### 3.1 まえがき

FMCW リフレクトメトリの内部診断において、信号処理の面から分解能を向上させるために、本研究では最大エントロピー法 (Maximum Entropy Method : MEM) を採用する。MEM は、高速フーリエ変換 (Fast Fourier Transform : FFT) などの従来の時系列信号の周波数解析法よりも極めて優れた分解能が得られるスペクトル推定法である [18]-[20]。MEM による周波数解析は、より微細化が進む光導波路、光集積回路の内部診断に適しており、大きな効果をもたらすと思われる。

そこで、本章では、MEM の理論を述べ、MEM により推定されるスペクトルを表す式を導出する。また、MEM のアルゴリズムを改善することにより、従来 of MEM を上回る分解能が得られることを示す。また、FMCW リフレクトメトリに適用する前に、MEM の有効性を確認するため、周波数解析のシュミレーションを行い、FFT とのスペクトル分解能の比較について述べる。

### 3.2 MEM の理論

#### 3.2.1 MEM の概念

信号処理において十分な数のデータが得られない場合、推定によりデータを補って処理する方法が考えられる。この推定を行うにあたって、FFT などの一般的な周波数解析法 (スペクトル推定法) に対し、MEM は全く異なった考え方に立つスペクトル推定法として提案された。MEM と FFT の根本的な相違は未知のデータ領域に対する対処の仕方にある。MEM の基本的な考え方は、未知の部分に対しては、情報エントロピーが最大になるようにスペクトル推定を行う、ということである。情報エントロピーとは、熱力学、統計力学におけるエントロピーの概念を考慮して名付けられたものであり、いずれも系のあいまいさや無秩序の程度を表している。情報エントロピーは推定値に関し

て情報が得られていない場合ほどその値が大きくなり、逆に推定 (予測) が確率 1 で行われる場合、その値は 0 となる。

FFT では、推定値を求めるにあたって、与えられたデータを本来のデータの一部と考え、データが得られないところではデータ値を 0 にするといった作為的な推定を行っている。これに対し、MEM ではデータは与えられたものしかないと考え、推定すべき信号についての情報があらかじめ得られていないという事実を最大限に生かすようにして推定している点が本質的に異なっている。つまり、MEM は未観測の部分はできるだけ不確実なままに残しておき、新しく推定したデータに関してエントロピーが最大になるようすれば最も合理的であるとの観点に基づいたスペクトル推定法である。与えられたデータしか使わないということは、いわゆる統計処理による細部構造のつぶしをまぬがれることとなり、分解能は増大する。エントロピーを媒介にしたスペクトル推定である MEM の定式化を次に述べる。ただし、解析する時系列信号の確率過程は定常でエルゴード性が成り立つものと仮定する。

### 3.2.2 スペクトルの導出

いま、信号  $x = x(t)$  が連続的であるとして  $x$  の確率密度関数を  $p(x)$  とすれば、情報エントロピー  $H$  は

$$H = - \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \log_2 p(x) dx \tag{3.1}$$

で定義される。従って、サンプリング間隔を  $T$  として観測データを  $x_i = x(iT) (i = 0, 1, \dots, m)$  とすれば、これらの結合確率密度関数を  $p(x_0, x_1, \dots, x_m)$  として式 (3.1) を書き直せば次式のようなになる。

$$H = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} p(x_0, x_1, \dots, x_m) \log_2 p(x_0, x_1, \dots, x_m) dx_0 dx_1 \dots dx_m \tag{3.2}$$

ここで、 $\mathbf{x} = (x_0, x_1, \dots, x_m)^T$  と置いて、 $\mathbf{x}$  が平均値 0、自己相関行列 (共分散行列)  $C_m$  の  $m + 1$  次元ガウス分布に従うとすれば、 $\text{Det } C_m$  は行列式の値を表すとすると

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{m+1} (\text{Det } C_m)}} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{x}^T C_m^{-1} \mathbf{x}\right) \tag{3.3}$$

となるので、エントロピーと自己相関行列間には次の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} H &= - \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{x}) \log_2 p(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ &= \frac{m+1}{2} \log_2(2\pi e) + \frac{1}{2} \log_2(\text{Det } C_m) \end{aligned} \tag{3.4}$$

ただし

$$C_k = E\{x_i x_{i-k}\} \tag{3.5}$$

である。ここに、 $E\{\}$  は期待値を意味し、 $E\{x_i x_{i-k}\}$  は元の信号  $x_i$  とそれを  $k$  だけ遅らせた信号  $x_{i-k}$  との積和演算となる。また、この値は時系列信号の自己相関関数であり  $C_k = C_{-k}$  である。 $C_m$  は次

のようになり、テプリッツ (Toeplitz) 行列といわれる自己相関行列となる。

$$C_m = \begin{bmatrix} C_0 & C_1 & \cdots & C_m \\ C_1 & C_0 & \cdots & C_{m-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_m & C_{m-1} & \cdots & C_0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

さらに相関行列と信号のパワースペクトル密度  $S(f)$  との間には次の関係があることが知られている。

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \text{Det } C_m^{1/(m+1)} = 2f_N \exp \left\{ \frac{1}{2f_N} \int_{-f_N}^{f_N} \log_2 S(f) df \right\} \quad (3.7)$$

ここに、 $f_N = 1/(2T)$  はナイキスト周波数である。式 (3.4) において  $m \rightarrow \infty$  にすれば右辺の定数項が発散するので、これを避けるため、次のエントロピー率  $h$  を用いる。式 (3.4) および式 (3.7) より

$$\begin{aligned} h &= \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{H}{m+1} \\ &= \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \ln \text{Det } C_m^{1/(m+1)} + \frac{1}{2} \ln(2\pi e) \\ &= \frac{1}{4f_N} \int_{-f_N}^{f_N} \ln S(f) df + \frac{1}{2} \ln(4\pi e f_N) \end{aligned} \quad (3.8)$$

となる。ただし、積分計算の簡便化を図るため、対数は自然対数とし、情報エントロピーの単位はビットからナットになる。式 (3.8) において定数項を除いて時系列信号のエントロピー  $H$  としては次のものを改めて定義する。

$$H = \int_{-f_N}^{f_N} \ln S(f) df \quad (3.9)$$

ここで、ウィーナー・ヒンチン (Wiener-Khintchine) の関係式から、連続時間系ではパワースペクトルと自己相関関数はフーリエ変換対となっているが、離散時間系では  $S(f)$  を周期  $2f_N$  の周期関数に拡張して周波数領域でフーリエ級数展開すれば、パワースペクトル  $S(f)$  と自己相関関数  $C_k$  は次の関係式で結びつけられる。

$$C_k = \int_{-f_N}^{f_N} S(f) \exp(j2\pi f k T) df \quad (3.10)$$

$$S(f) = T \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \exp(-j2\pi f k T) \quad (-m \leq k \leq m) \quad (3.11)$$

ここで、スペクトル推定を行おうとしているものは、相関データから得られる式 (3.11) で表されるパワースペクトルである。パワースペクトルは式 (3.9) でエントロピー  $H$  と関係づけられているので、エントロピーの性質を推定方法に結びつけられれば、エントロピーを媒介にしてスペクトル推定が行えることになる。

いま、自己相関関数  $C_k$  が  $k = \pm m$  まで求まっているとする。このとき、式 (3.11) より

$$S(f) = T \sum_{|k| > m} C_k \exp(-j2\pi f k T) \quad (3.12)$$



は未知である。このような不確実さへの対策として、FFT などの標準的な周波数解析法では窓関数を利用しているが、窓関数を掛けた代償として分解能の劣化が生じる。未知の  $C_k$  を決めることは Wiener-Khintchine の関係の制約のもとで、 $S(f)$  を適切に決めることと同じである。このような  $S(f)$  は無数に存在するが、MEM では式 (3.8) の  $h$  あるいは式 (3.4)、式 (3.9) の  $H$  を最大にする  $S(f)$  を採用している。エントロピーを最大にするということは、Wiener-Khintchine の拘束条件を満足する  $S(f)$  の中からなるべく偏見のないものを選ぶことに等しい。

よって、 $|k| > m$  の未知のものに対するパワースペクトルを式 (3.9) のエントロピー  $H$  を最大にする条件のもとで求めてゆく。従って、式 (3.11) を式 (3.9) に代入して  $H$  を  $C_k$  で偏微分した値を 0 と置いて次式を得る。

$$\frac{\partial H}{\partial C_k} = T \int_{-f_N}^{f_N} \frac{\exp(-j2\pi f k T)}{S(f)} df = 0 \quad (|k| \geq m + 1) \quad (3.13)$$

ここで、 $1/S(f)$  を周期  $2f_N$  の周期関数とみなしてフーリエ級数展開する。

$$\frac{1}{S(f)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k \exp(j2\pi f k T) \quad (3.14)$$

ここに、係数  $b_k$  は次のように求まる。

$$b_k = \frac{1}{2f_N} \int_{-f_N}^{f_N} \frac{\exp(-j2\pi f k T)}{S(f)} df \quad (3.15)$$

式 (3.13) と式 (3.15) を比べると、 $\partial H / \partial C_k$  と  $b_k$  が同じものであり、式 (3.13) の結果より  $|k| \geq m + 1$  の  $k$  については  $b_k = 0$  となる。また、 $S(f)$  はパワースペクトルなので非負の実数であり、 $S(f) = S^*(f)$  である。このことを考慮すると、式 (3.15) より、 $b_{-k} = b_k^*$  であるので、独立な係数は  $m + 1$  個だけである。これを係数  $a'_k$  とすると、式 (3.14) は

$$\begin{aligned} \frac{1}{S(f)} &= |A(f)|^2 = A(f)A^*(f) \\ A(f) &= \sum_{k=0}^m a'_k \exp(j2\pi f k T) \end{aligned} \quad (3.16)$$

の形で表すことができる。さらに、係数  $a'_k$  を調整すると次式が得られる。

$$\frac{1}{S(f)} = \frac{1}{TP_m} \left[ \sum_{k=0}^m a_k \exp(j2\pi f k T) \right] \left[ \sum_{k=0}^m a_k^* \exp(-j2\pi f k T) \right] \quad (3.17)$$

ここに、 $a_0 = a_0^* = 1$  と選ぶ。  $P_m$  は後出の方程式を解くことによって得られる係数である。さらに  $z = \exp(j2\pi f T)$  と置いて式 (3.11) の関係を用い式 (3.17) を書き直すと、次式が得られる。

$$\left[ \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k z^{-k} \right] \left[ \sum_{k=0}^m a_k z^k \right] = \frac{P_m}{\sum_{k=0}^m a_k^* z^{-k}} \quad (3.18)$$

式(3.18)の右辺は定数を除けば $z^{-1}$ の冪乗のみの項からなる。一方、左辺の $z$ の冪乗の項を拾い出すと対応する冪乗の項が右辺にないので、これらの項を0と置いて次のユール・ウォーカー (Yule-Walker) 方程式が得られる。

$$\left. \begin{array}{l} C_0 + a_1 C_1 + a_2 C_2 + \dots + a_m C_m = P_m \quad (z^0) \\ C_1 + a_1 C_0 + a_2 C_1 + \dots + a_m C_{m-1} = 0 \quad (z^1) \\ C_2 + a_1 C_1 + a_2 C_0 + \dots + a_m C_{m-2} = 0 \quad (z^2) \\ \vdots \\ C_m + a_1 C_{m-1} + a_2 C_{m-2} + \dots + a_m C_0 = 0 \quad (z^m) \end{array} \right\} \quad (3.19)$$

ここで、 $C_{-k} = C_k$ を用いている。上式において係数 $a_k$ を $m$ 次のものであつたものとして $a_k^{(m)}$ として改めて行列形式に書き直すと次式を得る。

$$\begin{bmatrix} C_0 & C_1 & \dots & C_m \\ C_1 & C_0 & \dots & C_{m-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_m & C_{m-1} & \dots & C_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_1^{(m)} \\ \vdots \\ a_m^{(m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)'$$

式(3.19)は $m+1$ 個の方程式であり、 $m+1$ 個の自己相関関数( $C_0, C_1, \dots, C_m$ )の値が全て与えられていれば、この方程式を直接解くことにより $a_0^{(m)}=1$ を除く $m$ 個の未知係数( $a_1^{(m)}, a_2^{(m)}, \dots, a_m^{(m)}$ )と $P_m$ が求まることになる。これはユール・ウォーカー (Yule-Walker) 法と呼ばれる方法である。Yule-Walker 法では最初から自己相関関数を与えているのに対し、 $m=1$ から出発して次数 $m$ を増やし、そのたびごとに $C_m$ も未知数とみなして係数 $a_k^{(m)}$ と $P_m$ を求めてゆくブルグ (Burg) 法といわれるものがある。この両者の決定的な違いは結局のところ $a_m^{(m)}$ の求め方にあり、Burg 法での $a_m^{(m)}$ の導出は次節で述べる。 $a_m^{(m)}$ が求まれば、Yule-Walker 法および Burg 法のいずれも次式のレビンソン (Levinson) 漸化式を利用して、係数 $a_k^{(m)}$ と $P_m$ を求めることができる。

$$a_k^{(m)} = a_k^{(m-1)} + a_m^{(m)} a_{m-k}^{(m-1)} \quad (1 \leq k \leq m-1) \quad (3.20)$$

$$P_m = P_{m-1} \left( 1 - a_m^{(m)} a_m^{(m)} \right) \quad (3.21)$$

ただし、 $a_0^{(m-1)} = 1, a_m^{(m-1)} = a_k^{(0)} = a_{m-k}^{(0)} = 0$ である。

このようにして係数 $a_k^{(m)}$ ( $0 \leq k \leq m$ )が求まれば、パワースペクトルは式(3.17)より次のように求まる。

$$S(f) = \frac{TP_m}{\left| \sum_{k=0}^m a_k^{(m)} \exp(j2\pi f k T) \right|^2} \quad (3.22)$$

Burg 法は Yule-Walker 法よりも、短いデータから分解能の高い安定したスペクトル推定値が得られるので、本研究では、Burg 法を採用する。Burg 法を用いる際、自己相関関数も未知数としているので、未知数は、 $a_1^{(m)}, a_2^{(m)}, \dots, a_m^{(m)}, P_m, C_m$ の $m+2$ 個であるが、式(3.19)の方程式の数は $m+1$ 個であるので、条件が一つ不足している。Burg 法は次節に述べる予測誤差フィルタと密接な関係があり、これより不足した条件を補っている。

### 3.3 予測誤差フィルタと Burg アルゴリズム

MEM の理論はデジタルフィルタの理論と密接に関係しており、Burg アルゴリズムを説明する上からも図 3.1 の遅れ要素  $Z^{-1}$  を持つデジタルフィルタについて考える。図 3.1 は時系列信号  $x_i$  に関し次式で示される自己回帰 (Auto-Regressive: AR) 過程といわれるものである。

$$x_i = - \sum_{k=1}^m a_k^{(m)} x_{i-k} + \varepsilon_i \tag{3.23}$$

ここで、入力として用いられている  $\varepsilon_i$  は平均値が 0 の定常白色雑音である。図 3.1 は過去の信号  $x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_{i-m}$  から現在の信号  $x_i$  を予測しているともいえ、線形予測フィルタ (linear prediction filter) とも呼ばれる。このフィルタにおいて信号の流れを逆にすれば、 $x_i$  の入力に対して雑音  $\varepsilon_i$  が出力され、この雑音を予測値に対する誤差分とみなせば、これは予測誤差フィルタ (prediction error filter) と呼ばれるものになる。

式 (3.23) の両辺に  $x_i$  を掛けて期待値を計算すると、次式のようになる。

$$\begin{aligned} C_0 = E\{x_i^2\} &= - \sum_{k=1}^m a_k^{(m)} E\{x_i x_{i-k}\} + E\{x_i \varepsilon_i\} \\ &= - \sum_{k=1}^m a_k^{(m)} C_k + E\{\varepsilon_i^2\} \end{aligned} \tag{3.24}$$

式 (3.24) の変形は、信号  $x_j$  と雑音  $\varepsilon_i (i \neq j)$  が独立であることを利用して行っている。ここで、雑音の平均パワー  $E\{\varepsilon_i^2\}$  を  $P_m$  と置くと、式 (3.24) は式 (3.19) の第 1 行目の式と同じものとなる。同様

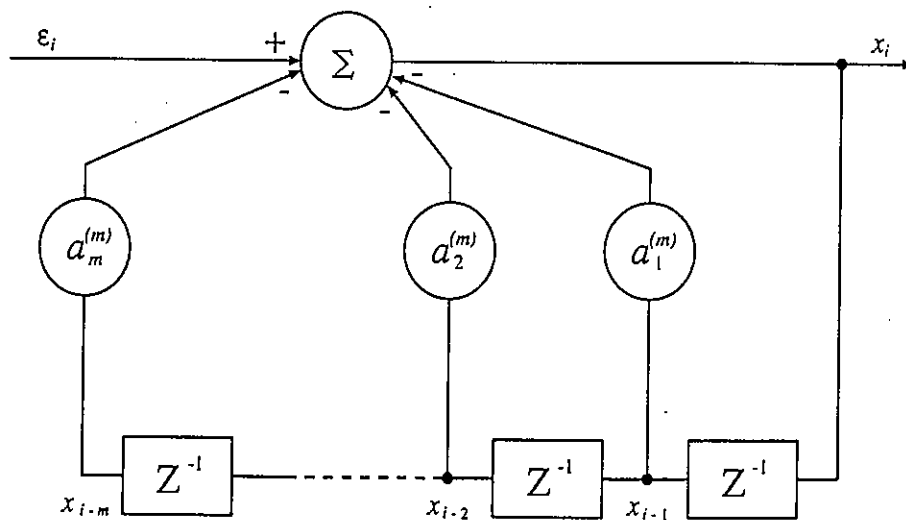


図 3.1: 自己回帰 (AR) 過程 (前向き予測誤差フィルタ)

に、式(3.23)に $x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_{i-m}$ を掛けて期待値を計算することによって得られる方程式をまとめて書けば式(3.19)が得られる。つまり、AR過程は式(3.19)のYule-Walker方程式で記述できるといえる。

MEMにおけるBurgのアルゴリズムといわれる計算法は、 $m-1$ 次までの係数 $a_k^{(m-1)} (0 \leq k \leq m-1)$ が求まったとして、次に $m$ 次の係数を求めてゆく方法である。この際、自己相関関数 $C_m$ は未知のものとしているので、方程式の数がひとつ不足する。このため、別に条件を加えて方程式の不足分を補っている。この条件とは「予測フィルタに信号を前向きに通す場合と逆向き(後向き)に通す場合との平均出力 $\bar{P}_m$ (予測誤差)を最小にする」というものである。平均出力 $\bar{P}_m$ を式で表すと次のように書ける。

$$\bar{P}_m = \frac{1}{2(N-m)} \sum_{i=m}^{N-1} [f_m^2(i) + b_m^2(i)] \quad (3.25)$$

ここに、 $N$ は信号の個数であり、 $m$ 次のフィルタでは $m$ 個の信号で一つの信号を予測するため有効な出力信号は $N-m$ 個となり、 $f_m(i)$ と $b_m(i)$ の2種類分の個数での平均出力が計算されている。 $f_m(i)$ は式(3.23)の $\varepsilon_i$ と同じものであり、前向き予測誤差と呼ばれるものである。 $b_m(i)$ は後向き予測誤差であり、 $f_m(i)$ とともに次式で与えられる。

$$f_m(i) = x_i + \sum_{k=1}^m a_k^{(m)} x_{i-k} = \sum_{k=1}^{m+1} a_{m-k+1}^{(m)} x_{i-m+k-1} \quad (3.26)$$

$$b_m(i) = x_{i-m} + \sum_{k=1}^m a_k^{(m)} x_{i-m+k} = \sum_{k=1}^{m+1} a_{m-k+1}^{(m)} x_{i-k+1} \quad (3.27)$$

$$i = m, m+1, \dots, N-1$$

式(3.26)および式(3.27)はレビンソン漸化式(3.20)を利用すれば次式のように変形できる。

$$\begin{aligned} f_m(i) &= x_i + \sum_{k=1}^m a_k^{(m)} x_{i-k} \\ &= x_i + \sum_{k=1}^m a_k^{(m-1)} x_{i-k} + \sum_{k=1}^m a_m^{(m)} a_{m-k}^{(m-1)} x_{i-k} \\ &\quad \left( \because a_k^{(m)} = a_k^{(m-1)} + a_m^{(m)} a_{m-k}^{(m-1)} \right) \\ &= f_{m-1}(i) + \sum_{k=1}^m a_m^{(m)} a_{m-k}^{(m-1)} x_{i-k} \\ &\quad \left( \because f_{m-1}(i) = x_i + \sum_{k=1}^m a_k^{(m-1)} x_{i-k}, \quad a_m^{(m-1)} = 0 \right) \\ &= f_{m-1}(i) + a_m^{(m)} b_{m-1}(i-1) \end{aligned} \quad (3.28)$$

同様にして

$$b_m(i) = b_{m-1}(i-1) + a_m^{(m)} f_{m-1}(i) \quad (3.29)$$

ただし、 $m = 1$  のとき、 $f_0(i) = x_i$ 、 $b_0(i-1) = x_{i-1}$  である。式 (3.28) および式 (3.29) を用いて式 (3.25) を書き直すと、次式のようになる。

$$\bar{P}_m = \frac{1}{2(N-m)} \sum_{i=m}^{N-1} \left[ \left( f_{m-1}(i) + a_m^{(m)} b_{m-1}(i-1) \right)^2 + \left( b_{m-1}(i-1) + a_m^{(m)} f_{m-1}(i) \right)^2 \right] \quad (3.30)$$

ここで、 $(m-1)$  次までの係数  $a_k^{(m-1)}$  ( $1 \leq k \leq m-1$ ) が求まっていれば、 $a_m^{(m)}$  を求めることにより Levinson 漸化式 (3.20) を用いて  $a_k^{(m)}$  ( $1 \leq k \leq m$ ) (AR 係数と呼ばれている) を求めてゆくことができる。Burg 法ではこの  $a_m^{(m)}$  を定めるのに式 (3.30) で表される平均出力を最小化する条件を用いるので、 $a_m^{(m)}$  で  $\bar{P}_m$  を偏微分した値を 0 と置いて

$$\frac{\partial \bar{P}_m}{\partial a_m^{(m)}} = \frac{1}{(N-m)} \sum_{i=m}^{N-1} \left[ \left( b_{m-1}(i-1) + a_m^{(m)} f_{m-1}(i) \right) f_{m-1}(i) + \left( f_{m-1}(i) + a_m^{(m)} b_{m-1}(i-1) \right) b_{m-1}(i-1) \right] = 0 \quad (3.31)$$

となり、上式より  $a_m^{(m)}$  が次式のように求まる。

$$a_m^{(m)} = \frac{-2 \sum_{i=m}^{N-1} f_{m-1}(i) b_{m-1}(i-1)}{\sum_{i=m}^{N-1} [f_{m-1}^2(i) + b_{m-1}^2(i-1)]} \quad (3.32)$$

以上のことから、Burg 法における計算の手順は、 $m-1$  次までの各係数が求まっている場合、 $m$  次の係数  $f_m(i)$ 、 $b_m(i)$  を式 (3.28) および式 (3.29) で求め、この値を式 (3.32) に代入して  $a_m^{(m)}$  を求める。 $a_m^{(m)}$  が求まれば式 (3.20) より  $m$  次の係数  $a_k^{(m)}$  ( $1 \leq k \leq m-1$ ) が求まり、式 (3.21) より  $P_m$  も求まる。求まった  $m$  次の係数を式 (3.22) に代入して級数和を計算することによりパワースペクトル  $S(f)$  が求まる。

MEM スペクトルの計算法には、Yule-Walker 法と Burg 法の二通りの方法があり、Yule-Walker 法では、 $a_m^{(m)}$  は Levinson 漸化式と自己相関関数の値を用いて求めることができる。しかし、式 (3.32) を用いることによって、Burg 法は Yule-Walker 法よりも短いデータからも分解能の高い安定度の良いスペクトル推定ができる。

### 3.4 最大エントロピー法の特徴

上述してきたように、MEM が他のスペクトル推定法と比較して大きく異なる点は、スペクトルの分解能が極めて高い、という優れた利点にある。光素子の集積化や微細化に伴い、それらの内部診断には、高い空間分解能が要求されるため、この利点は光素子の内部診断にかなり有効的であるといえる。また、フーリエ変換によるスペクトルは、信号として得られるデータ数が減少すれば、分解能は劣化するのに対し、MEM は短いデータ列からもスペクトルの計算が可能である。更に、従来の方法ではデータ長が解析波長に近いと分解能が低下し、またスペクトルピーク周波数が移動するとい

う欠点があるが、MEM ではこれからのがれることができる [20]。これらの長所に対し、MEM は計算時間が FFT より数倍長くなるという欠点を持つ。また、MEM のいま一つの弱点は、次数（予測誤差フィルタの打ち切り項数） $M$  を決定する合理的な基準がなく、最適な次数の見積りが困難なことであった。 $M$  を最適値より大きくとると、MEM は偽のスペクトル形を与え、正しいスペクトル推定を行わない。しかし、MEM と AR 過程との関係が明らかにされたことから、AR 過程についての最終予測誤差 (Final Prediction Error : FPE) に  $M$  決定の根拠を置くことができる。FPE は予測誤差の期待値であり、一般に次式で与えられる [18]。

$$\text{FPE}(m) = \frac{N + (m + 1)}{N - (m + 1)} S_m^2 \quad (3.33)$$

$$S_m^2 = \sum_{n=m}^{N-1} (x_n + a_1^{(m)} x_{n-1} + \cdots + a_m^{(m)} x_{n-m})^2 \quad (3.34)$$

式 (3.33) および式 (3.34) より  $\text{FPE}(m)$  が最小となる  $m$  の値が、最適な次数  $M$  とされている（ただし、本研究では、FPE に次数  $M$  の決定を委ねていない）。また、MEM によるスペクトル推定法は非線形推定法であるので、スペクトルの強度は必ずしも正確とは限らない。これは、FMCW リフレクトメトリにおいて MEM を活用する際、診断点からの反射光量が正確に得られないということにつながる。しかしこれに関しても、MEM により分解能を向上させ、フーリエ変換によりスペクトル強度を決定するという両者を組み合わせた像再生法が提案され、非線形推定に対する改善が試みられている [11]。しかし、これらの欠点を補って余りある効果を MEM の高分解能はもたらすと思われる。

### 3.5 改良 Burg 法

Burg 法を多少、改良、修正することにより、通常の Burg 法を上回る分解能を得ることが可能となる。ここでは、その改良 Burg 法の一つであるデータ拡張 Burg 法と窓関数を用いた修正 Burg 法について述べる。

#### 3.5.1 データ拡張 Burg 法

スペクトルの高分解能化に対して Burg 法は十分な結果をもたらすが、さらに Burg 法のスペクトル分解能を改善する、データ拡張 Burg 法が提案されている [13]。3.2 節、3.3 節では与えられるデータ列に対して Burg 法を施し、 $a_m^{(m)}$  を介して AR 係数を推定した後に、直接パワースペクトルを算出していた。しかし、データ拡張 Burg 法では、一度推定された AR 係数を用いて、与えられる観測時間外のデータを予測し、その予測データをも含めた拡張データから、再度 Burg 法によりパワースペクトルを推定する。

データ拡張 Burg 法は、周知の Burg 法を直接適用できる点に特徴がある。また、少数データほどその威力を発揮する。重み付き Burg 法などの Burg 法の改良法を利用することもでき、更には 2 次元スペクトル推定法への拡張も可能であるなどの特筆すべき性質を有する。

データ拡張 Burg 法の理論構成について述べる。まず、与えられる  $N$  個の有限データ  $x_i$  ( $i = 0, 1, \dots, N-1$ ) に対して Burg 法を次数  $M'$  まで施し、AR 係数  $a_k^{(M')} = a'_k$  ( $k = 1, 2, \dots, M'$ ) を得る。この AR 係数を用いて

$$\hat{x}_i = - \sum_{k=1}^{M'} a'_k \hat{x}_{i-k} \quad (i = N, N+1, \dots, L-1) \quad (3.35)$$

により与えられたデータ領域以外の未知のデータを  $L-N$  個予測する。そして  $x_i$  ( $i = 0, 1, \dots, N-1$ ) および式 (3.35) によって予測した  $\hat{x}_i$  ( $i = N, N+1, \dots, L-1$ ) から拡張データ列

$$y_i = \begin{cases} x_i & i = 0, 1, \dots, N-1 \\ \hat{x}_i & i = N, N+1, \dots, L-1 \end{cases} \quad (3.36)$$

を得る。ただし、式 (3.35) の再帰式の初期値には

$$\hat{x}_{N-1} = x_{N-1}, \hat{x}_{N-2} = x_{N-2}, \dots, \hat{x}_{N-M'} = x_{N-M'}$$

を用いることにする。このようにして得られた  $y_i$  に Burg 法を再び適用する。このときの次数は  $M$  である。ここで、次数  $M$  を既知データのみに対して使用した  $M'$  と区別している点に留意する。Burg 法の再適用により新たな AR 係数  $a_k$  ( $k = 1, 2, \dots, M$ ) および予測誤差パワー  $P_M$  を求め、式 (3.22) によってパワースペクトルを算出する。

上記のデータ拡張 Burg 法は、本質的には Burg 法に帰着される。すなわち、その推定精度は Burg 法に依存することになる。従って、データ拡張 Burg 法は、Burg 法が適用可能な比較的 SN 比の高い信号に対してまた適用可能である。また、式 (3.35) の再帰的フィルタリングを、安定性を保持しつつ行える AR スペクトル推定法に対してすべて適用可能である。推定される AR モデルの安定性を保証する方法としては、重み付き Burg 法などいくつかの改良 Burg 法が提案されている [14]。

正弦波信号を処理する場合、Burg 法の性質を保持するデータ拡張 Burg 法においては、初期位相に依存したスペクトルピークの偏差やラインスプリッティングの問題が残されることになる。しかし、上記の改良 Burg 法を適用することにより、これらの問題は大幅に低減されると予想される。

### 3.5.2 窓関数を用いた修正 Burg 法

3.4節でも述べたように、MEM はスペクトルピーク周波数の移動をまぬがれることができるが、それは比較的データ数が多い場合であり、少数データ列 (100 点以下程度) に対しては、多少の移動が生じる。ここでは、正弦波信号に対して Burg 法を施すことにより生じる周波数推定値の誤差とその改善法について述べる [8]。

有限な正弦波信号の解析において、解析するデータ点数が比較的少ない場合、雑音がない状態でさえ Burg 法による周波数推定誤差は存在することが知られている。この誤差は式 (3.19)' の解き方により生じると思われる。Burg 法は自己相関関数  $C_k$  も未知として扱い、式 (3.19)' を直接解かず、AR モデルにおける前向きおよび後向き予測誤差を用いた評価関数  $\bar{P}_m$  を最小とすることにより AR 係数を決定しているので、式 (3.19)' 左辺の行列が真の Toeplitz 行列からずれている恐れがあり、その

結果、周波数推定値の誤差につながると考えられる。このずれは、両端  $m$  個のデータ列が関与していることがわかっている [15]。

しかし、この周波数推定値の誤差は  $m$  次の予測誤差フィルタ  $(1, a_1^{(m)}, a_2^{(m)}, \dots, a_m^{(m)})$  中の係数を計算する過程において、簡単な窓関数を使用することによって減少する。もし雑音が存在せず誤差の問題が Toeplitz 行列にあるとして取り組まれるなら、誤差は理想的には完全に除去される。しかし、再帰的な Burg アルゴリズムの上品さや便利さを保持しつつ誤差を減らす一方案に、窓関数を用いた修正 Burg 法がある。この手法はデータ長の増加を必要とせず、その主な利点は既存する Burg 法の最小限の修正に留まるという点にある。

この修正アルゴリズムの核心部は、 $m$  次の予測誤差フィルタ中の係数  $a_m^{(m)}$  の計算部分にある。それは、 $a_m^{(m)}$  を求める式 (3.32) において簡単な窓関数  $W_i^{(m)}$  を導入し、修正する点である。すなわち、式 (3.32) を書き直すと

$$a_m^{(m)} = \frac{-2 \sum_{i=m}^{N-1} W_i^{(m)} f_{m-1}(i) b_{m-1}(i-1)}{\sum_{i=m}^{N-1} W_i^{(m)} [f_{m-1}^2(i) + b_{m-1}^2(i-1)]} \quad (3.37)$$

となる。窓関数  $W_i^{(m)}$  には次式のハミング窓を使う。

$$W_i^{(m)} = 0.54 - 0.46 \cos \left( \frac{2\pi i}{N-m} + \frac{\pi}{N-m} \right) \quad (3.38)$$

式 (3.37) を用いた Burg アルゴリズムと窓関数を用いない従来の方法による周波数推定値誤差の比較を行うとき、各々の最大誤差の比を改善指数に用いることがある。窓関数を用いた手法は比較的解析信号に含まれる雑音の影響を受けやすいが、一例としてガウス白色雑音を含む正弦波信号（データ点数 18）に対して次数  $M=2$  で比較を行った場合、その改善指数は 3.8、つまり約 4 倍の誤差修正（雑音を含まない正弦波信号に対しては次数  $M=7$  で約 11 倍）が得られたという報告がある [8]。

さらに、 $a_m^{(m)}$  の修正はスペクトルの高分解能化にもつながるので、今後 MEM によるスペクトル解析を行うにあたり、窓関数を用いた修正 Burg 法についても採り入れる。

## 3.6 シュミレーション

ここでは、実際にスペクトル解析のシュミレーションを行い、MEM の高分解能化を示す。さらに、改良 Burg 法を用いることにより、通常の Burg 法の分解能を上回ることが可能であることを示す。

### 3.6.1 FFT との比較

高分解能化に対する MEM の有効性を示すため、図 3.2 のような時間信号を用いて FFT と MEM によるスペクトル解析を行った。この時間信号は、式 (2.4) によって得られる FMCW リフレクトメトリによる干渉信号を計算したものであり、3 つの反射点を想定している。そのビート周波数は、10.5Hz、11Hz、11.05Hz とし、その強度は全て等しく 1 としている。また、干渉信号には、ガウス雑



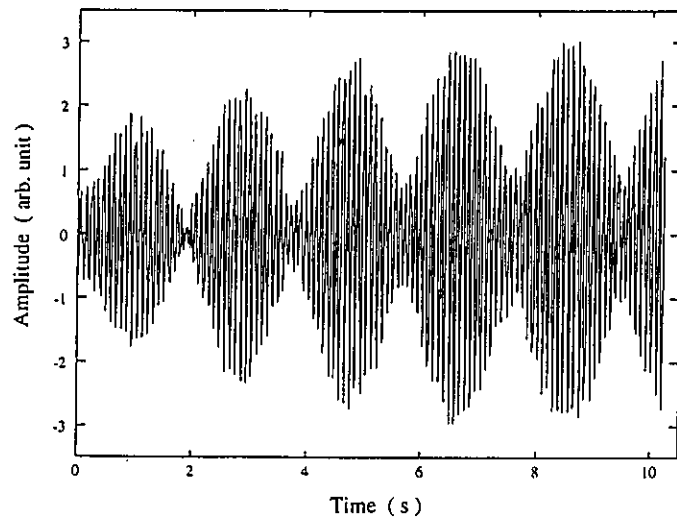


図 3.2 : 時間信号

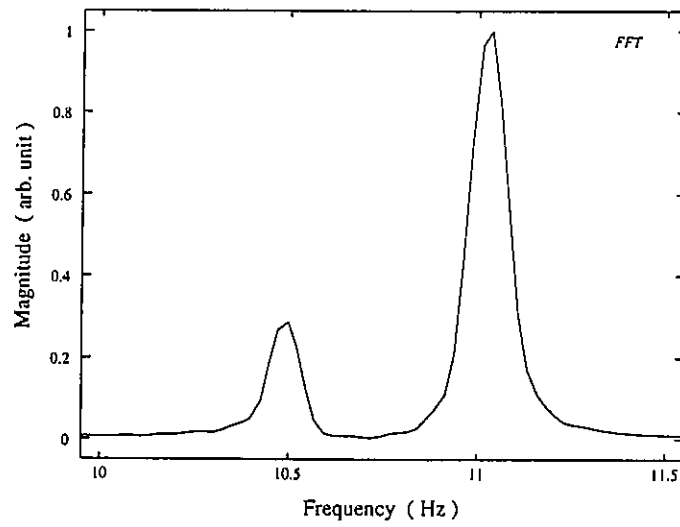


図 3.3 : FFT によるスペクトル

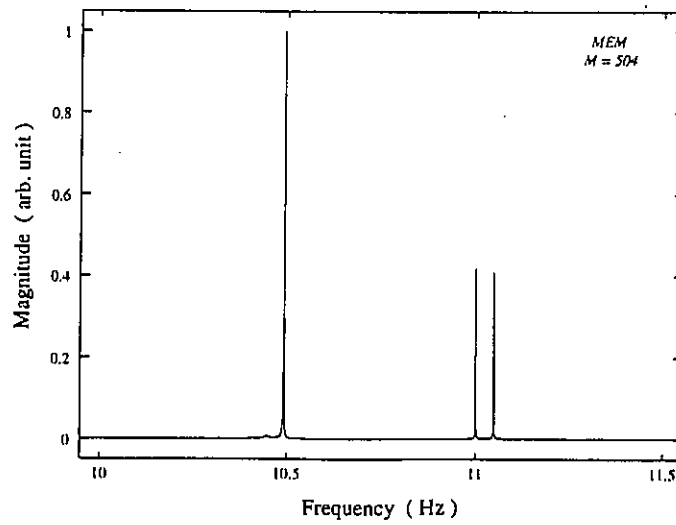


図 3.4 : MEM によるスペクトル ( $M=504$ )

音 (平均0、分散0.13) を付加している。なお、サンプル点数は1024点である。FFTによるスペクトル解析結果を図3.3に示す。図3.3より、FFTでは11Hzと11.05Hzのスペクトルが分離されておらず、区別ができない。1024点のサンプル点数では、極めて近い周波数の分離は不可能である。しかし、図3.4のMEMによるスペクトル解析では、3つのスペクトルが全て分離されており、識別が可能である。ここで、MEMの次数には $M=504$ を用いた。 $M=504$ は3つのスペクトルの分解能のバランスが最も良い次数の一つである。図3.4の3つのスペクトルの分解能を表3.1に示す。ただし、分

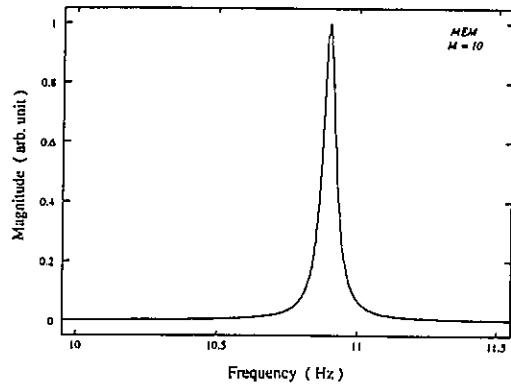
表 3.1 :  $M=504$  のときの分解能

ピーク周波数 (Hz)	分解能 (Hz)
10.5	0.00147
11	0.00145
11.05	0.00165

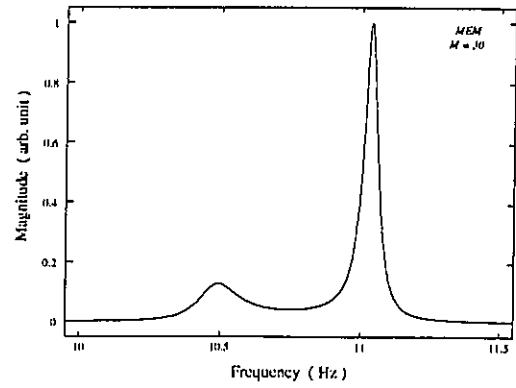
解能は、スペクトルの半値全幅で定義している。10.5Hzのスペクトルの分解能は、FFTは0.10Hz、MEMは0.00147Hzであり、MEMを用いることにより約68倍分解能は向上しており、MEMによるスペクトルの分解能はFFTと比較し格段に優れたものとなっている。これより、近接したスペクトルの高分解能化に対しMEMは非常に有効的な手法であることがわかる。しかし、MEMは非線形推定の性質を持つため、そのスペクトル強度はFFTとは一致していない。

### 3.6.2 次数による変化

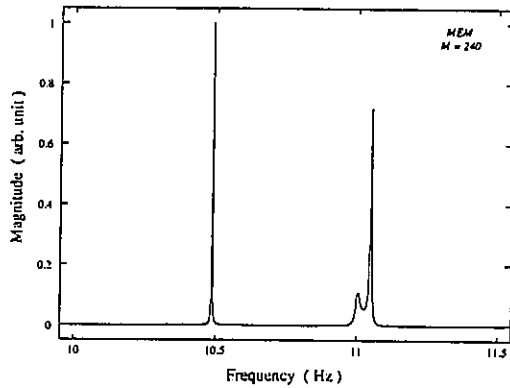
MEMによるスペクトル解析を行うにあたって、次数 $M$ は最も重要なパラメータである。 $M$ 次の予測誤差フィルタでは、 $M$ 個の過去の信号を用いて一つの信号を予測するため、一般に次数が大きいかほどスペクトルの推定精度は上がる(データ点数以上の値をとることは不可能)。しかし、次数 $M$ は最適な値を超えて用いると偽スペクトルが生じるため、適切に選ぶ必要がある。そこで、図3.2の時間信号を解析信号とし、次数 $M$ の値によってスペクトルがどのように変化するかを図3.5に示した。次数が $M=10$ のとき、11Hzと11.05Hzのスペクトルは分離されておらず、10.5Hzのスペクトルに至っては見えていない。解析結果は、3つのスペクトルを示さず、単一スペクトルとなっている(図3.5(a))。 $M=30$ では10.5Hzのスペクトルの存在を知ることができるが、スペクトルはなだらかで、形状は不完全である。また、11Hzと11.05Hzのスペクトルはまだ分離できていない(同図(b))。 $M=240$ では、10.5Hzのスペクトルは、線スペクトル状の鋭い形状を示している。11Hzと11.05Hzのスペクトルは完全に分離はしていないが、3つのスペクトルの存在を確認することができる(同図(c))。次数を $M=500$ よりも上げると、線スペクトルの形状は保持されるが、 $M=631$ 辺りから偽のスペクトルが生じ始め、 $M$ の増加とともに大きくなり、正確なスペクトル解析の障害となる。 $M=800$ では、10.5Hzのスペクトルの横に偽スペクトルが生じている(同図(d))。 $M=1022$ は次数



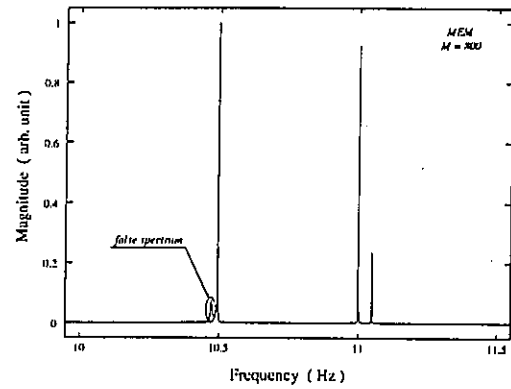
(a)  $M=10$



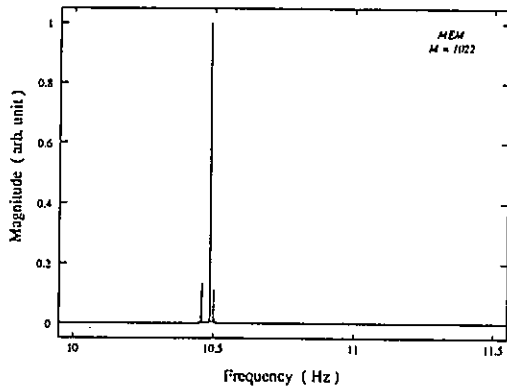
(b)  $M=30$



(c)  $M=240$



(d)  $M=800$



(e)  $M=1022$  (FPE によって決定された値)

図 3.5 : 次数によるスペクトル変化

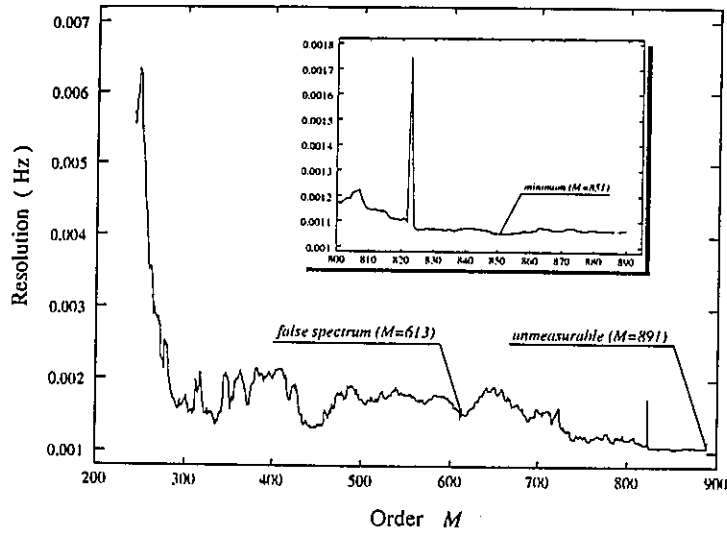


図 3.6 : 次数と分解能 (11.05Hz のスペクトル) の関係

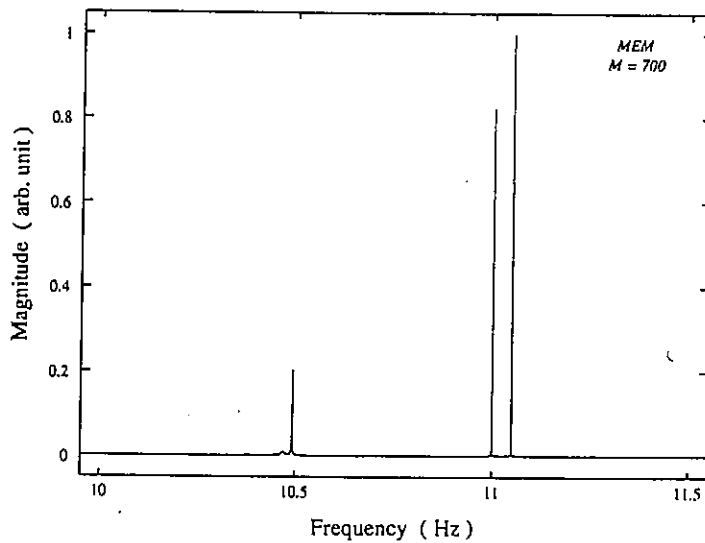


図 3.7 : 周波数データ間隔が 0.0005Hz のときのスペクトル ( $M=700$ )

打ち切りの判断基準とされる FPE によって決定された値であるが、もはや正確なスペクトル解析は不可能である (同図(e))。このように、次数決定を FPE に委ねることには問題があり、必ずしも正しい結果を生まないため、以降の MEM において次数  $M$  は分解能が最小となる値によって決定することとする。

また、次数と 11.05Hz のスペクトルの分解能の関係を図 3.6 に示す。11Hz と 11.05Hz のスペクトルが分離し、3つのスペクトルの分解能が測定可能となる次数は  $M=241$  からであり、測定可能限界は  $M=890$  である。また、分解能が最小となる次数は、 $M=851$  であり、分解能は 0.00105Hz であった。これより、多少の変動はあるものの、全体的な傾向として次数が大きくなるほど、分解能は高くなることがわかる。ただ、次数が  $M=800$  を超えてからは、分解能は飽和状態になり、0.001Hz を超

えることはない。これは、スペクトルの計算において、出力となる周波数データのプロット間隔は  $0.001\text{Hz}$  としているためであり、分解能は  $0.001\text{Hz}$  を超えることはできない。高分解能を求めるにつれて分解能は周波数データ間隔とほぼ等しくなり、大きな変化は見られず飽和状態となっている。従って、周波数データ間隔を狭めるほど最良の分解能も向上する。その例として、周波数データ間隔を  $0.0005\text{Hz}$  として計算したスペクトルを図 3.7 に示す (次数  $M=700$ )。周波数データ間隔が 2 分の 1 になっているので、図 3.7 のスペクトルの分解能は表 3.2 に示すように  $10.5\text{Hz}$  のスペクトルを除けば、表 3.1 のほぼ 2 分の 1 となっている。このように、周波数データ間隔が小さいほど分解能は小さくなるので、以降は周波数データ間隔を統一して分解能を評価することにする。

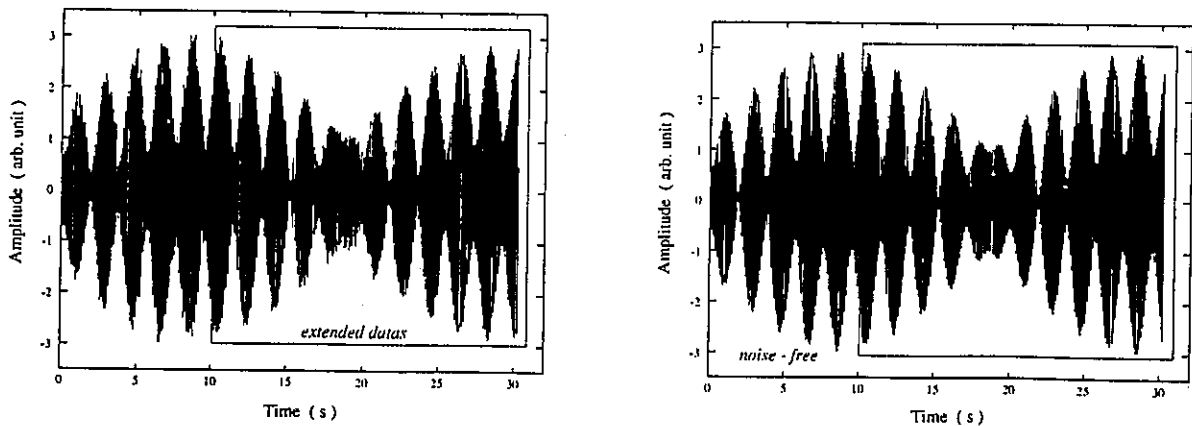
表 3.2: 周波数データ間隔が  $0.0005\text{Hz}$  のときの分解能 ( $M=700$ )

ピーク周波数 (Hz)	分解能 (Hz)
10.5	0.00152
11	0.000520
11.05	0.000523

### 3.6.3 改良 Burg 法を用いた場合

#### 3.6.3.1 データ拡張 Burg 法

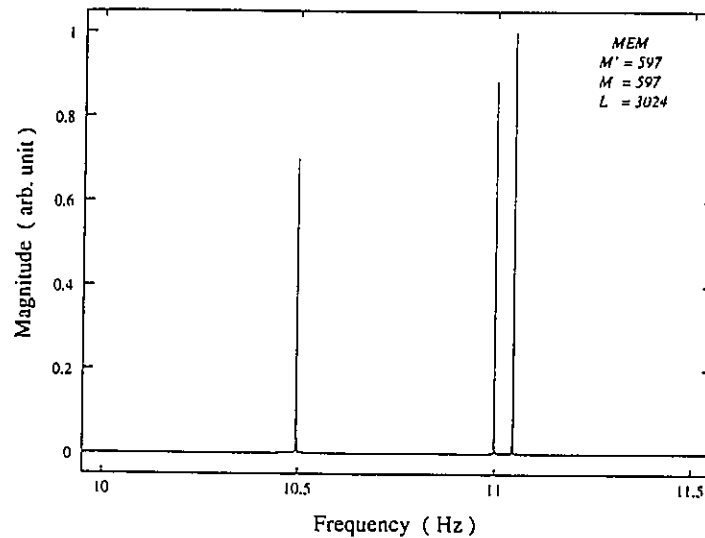
図 3.2 の時間信号に対してデータ拡張 Burg 法を用いてデータ予測とそのスペクトル解析を行った。式 (3.35) を用いて、データ点数を  $L=3024$  まで拡張 (2000 点の増加) し、次数は  $M' = M=597$  である。図 3.8(a) にデータ拡張した時間信号を、図 3.9 にスペクトル解析結果を示す。また、図 3.8(b) に図 3.2 で雑音を付加していない時間信号を示す。この拡張部のデータ予測は予測誤差を零、つまり



(a) データ拡張された時間信号

(b) 雑音が付加されていない時間信号

図 3.8: 拡張された予測データの比較

図 3.9 : データ拡張 Burg 法を用いたスペクトル ( $M' = M=597$ )表 3.3 : 図 3.9 のスペクトル分解能 ( $M' = M=597$ )

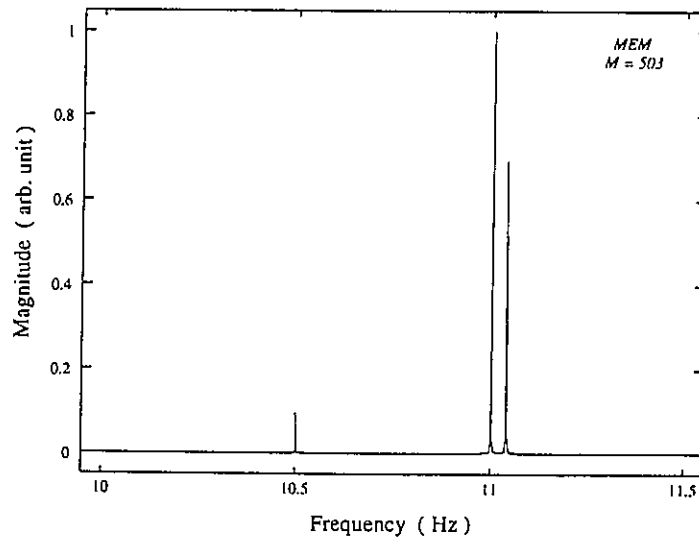
ピーク周波数 (Hz)	分解能 (Hz)	分解能の向上比 (対図 3.4)
10.5	0.00107	1.37
11	0.00103	1.40
11.05	0.00103	1.60

雑音を含まない信号を予測するので、図 3.8(a) の拡張部を同図 (b) と比較すると、良い予測が行われていることがわかる。よって、図 3.9 のデータ拡張 Burg 法を用いたスペクトルは、データ拡張を行っていない 3.6.1 節の図 3.4 と比較して平均して約 1.5 倍の分解能の向上比が見られる。また、スペクトル強度も変化していることに注意する必要がある。データ拡張 Burg 法は、少数データに対して有効的ではあるが、場合によっては零と仮定した予測誤差が大きくなり、逆に分解能が悪くなる場合もある。また、この例のように元々解析データ数が比較的多い場合ではあまりその変化が見られず、データ数が少ないほどその効果は顕著に見られると思われる。

図 3.9 の各々のスペクトルの分解能を表 3.3 に示す。

### 3.6.3.2 窓関数を用いた修正 Burg 法

3.6.3.1 節と同様に、窓関数を用いた修正 Burg 法によるスペクトル解析を行い、その効果を調べた。図 3.2 の時間信号に対し、窓関数を用いた修正 Burg 法を用いた結果を図 3.10 に示す。なお、次数は  $M=503$  を用いている。式 (3.37) および式 (3.38) により  $a_m^{(m)}$  を修正することにより、周波数推定の精度の向上だけでなく、表 3.4 のように、分解能も、窓関数を用いていない従来の MEM による結果

図 3.10 : 窓関数を用いた修正 Burg 法によるスペクトル ( $M=503$ )表 3.4 : 図 3.10 のスペクトル分解能 ( $M=503$ )

ピーク周波数 (Hz)	分解能 (Hz)	分解能の向上比 (対図 3.4)
10.5	0.00107	1.37
11	0.00115	1.26
11.05	0.00137	1.21

である図 3.4 より、平均して約 1.3 倍向上している。また、この手法も、図 3.4 と比較してスペクトル強度が変化している。しかし、窓関数を用いた手法は、データ点数を増やさずに分解能を向上させる効率の良い、有効的な方法であるといえる。

また、窓関数を用いた修正 Burg 法の最大の特長である周波数推定値誤差の減少の効果を調べるため、ピーク周波数が 10.5 Hz であり、ガウス雑音 (平均 0、分散 0.13) を付加した図 3.2 とは別の時間信号を用いて、窓関数の有無によるスペクトル解析を行った。なお、データ点数が少ないほど、より顕著な効果を示すことができるので、データ点数は 64 点とした。解析結果を図 3.11 に示す。次数は、窓関数を用いた場合では  $M=51$ 、窓関数を用いない通常の MEM の場合では  $M=43$  である。周波数データ間隔は 0.001 Hz である。窓関数を用いない場合の周波数推定値は 10.353 Hz であるのに対し、窓関数を用いた場合は 10.490 Hz であり、かなり推定誤差が減少されているのが分かる。改善指数である (窓関数を用いないときの誤差) / (窓関数を用いたときの誤差) の値は  $0.147/0.01=14.7$  となった。表 3.5 にそれぞれの分解能を示す。分解能も窓関数の有無で、およそ約 5 倍向上した。これより、窓関数を用いた手法は、分解能の向上と周波数推定値誤差の減少に大変有効な手法であることが分かった。しかし、解析データによっては良好な解析結果が得られない場合があるので注意しな

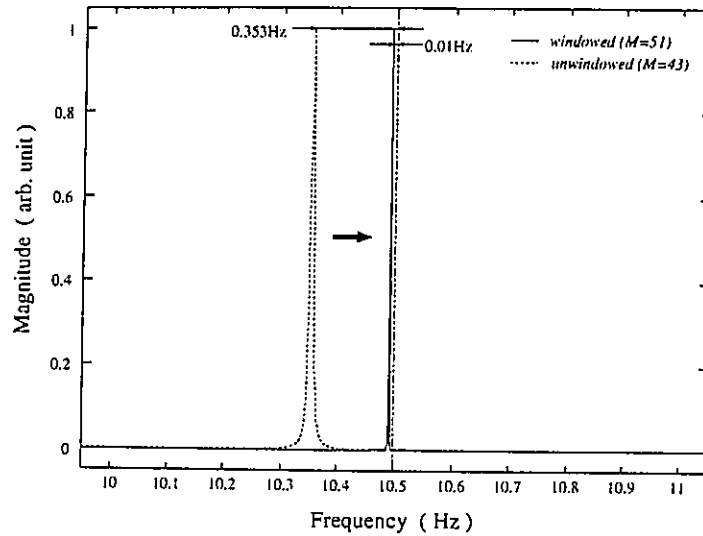


図 3.11 : 窓関数の有無によるスペクトル推定の比較

表 3.5 : 図 3.11 のスペクトルのピーク推定値と分解能

	ピーク周波数 (Hz)	ピーク推定値 (Hz)	分解能 (Hz)
窓関数なし	10.5	10.353	0.00590
窓関数あり	10.5	10.490	0.00109

ければならない。

### 3.7 まとめ

スペクトル推定法の一つである最大エントロピー法 (MEM) の概念と理論式導出について述べた。次に、実際に時系列信号を MEM と FFT により周波数解析を行い、MEM による分解能は FFT よりも極めて優れており、FFT では分離できない近接した2つのスペクトルを MEM では分離可能であることを示した。また、従来の MEM を改良したデータ拡張 Brug 法や窓関数を用いた修正 Brug 法は、従来の MEM を超える分解能を得ることができると示した。また、MEM はそのパラメータである次数の値に大きく依存することを示し、最適な値を選ぶ必要があることについて述べた。



## 第4章

# MEMによるFMCWリフレクトメトリの高分解能化

### 4.1 まえがき

FMCW リフレクトメトリに対するスペクトル解析には、通常、FFTを用いる。しかし、FMCW リフレクトメトリの空間分解能を表す式 (2.12) が示すように、光周波数掃引幅 $\Delta F$ の制限により空間分解能 $\delta D$ には限界がある。よって、空間分解能の向上を図るには、FFT 以外のスペクトル解析を行う必要があり、これまでニューラルネットワークや超解像法による高分解能化が報告されている [21]–[25]。

本研究では、FMCW リフレクトメトリに対するスペクトル解析にMEMを適用した。そこで、本章では、その有効性を確認するため、被診断光素子に鏡、スライドガラス、単一モード光ファイバ、光導波路を用いたMEMによるFMCW リフレクトメトリの高分解能化について示す。

### 4.2 鏡およびスライドガラスの診断

まず、被診断光素子に鏡およびスライドガラスを用いた。図 4.1に FMCW リフレクトメトリを用いた内部診断システムを示す。光源には  $1.55\mu\text{m}$  帯 DFB-LD を用い、注入電流を三角波で変調することにより光周波数を掃引した。三角波変調信号の繰り返し周波数  $f_m$  は  $8.5\text{Hz}$  である。また、光周波数掃引幅  $\Delta f = 20\text{GHz}$  である。まず最初に、被診断光素子に鏡を用い、ビームスプリッタ (BS) から参照鏡 (Reference Mirror) までの距離と診断対象の鏡 (Object Mirror) までの距離との差を  $\Delta D = 15\text{cm}$  に設定した。参照鏡から反射される参照光と診断対象の鏡からの後方散乱光との干渉信号を図 4.2に示す。

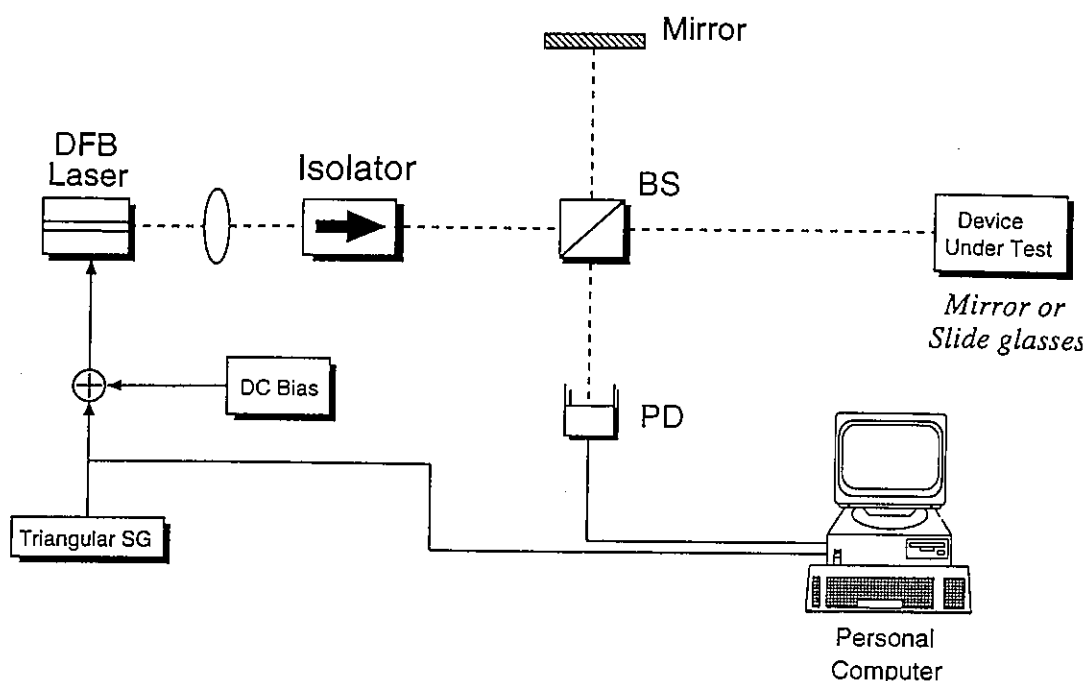


図 4.1 : 鏡およびスライドガラスの反射プロファイル測定系

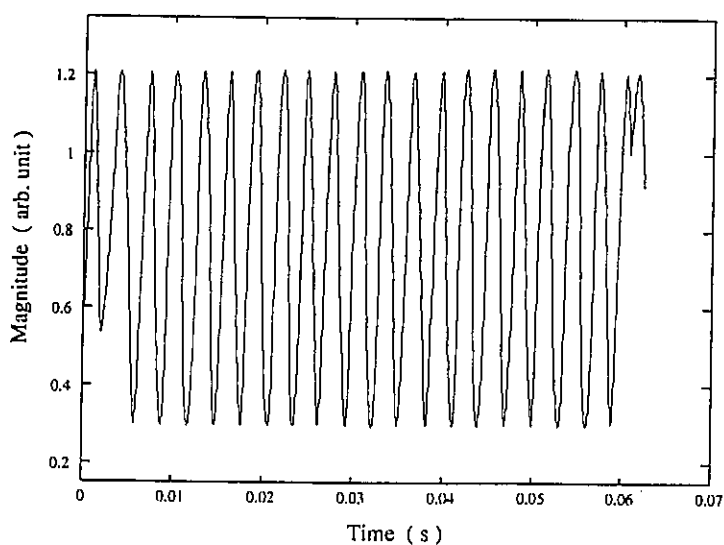


図 4.2 : 被診断光素子に鏡を用いたときの干渉信号

なお、第2章でも述べたようにDFB-LDの注入電流変調によるレーザ光の強度変調のため干渉信号には強度変調成分が含まれており、それが空間分解能の劣化の要因となっている。また、強度変調成分は干渉信号の包絡線として現れ、これを周期信号の一部とみなして周波数解析を行うと、正確な反射位置が得られない。よって、干渉信号を変調電流で除算することにより強度変調成分を除去している。さらに、干渉信号中の直流成分に相当する周波数0Hzのスペクトルも、ここでは不要のた

めこれを取り除いた。なお、データのサンプル数は2048点である。図4.2の干渉信号をFFTおよびMEMによりスペクトル解析を行い、その反射プロファイルを測定した。FFTによる反射プロファイルを図4.3に示す。式(2.6)より横軸を周波数軸から距離軸に変換してある。FFTによる反射プ

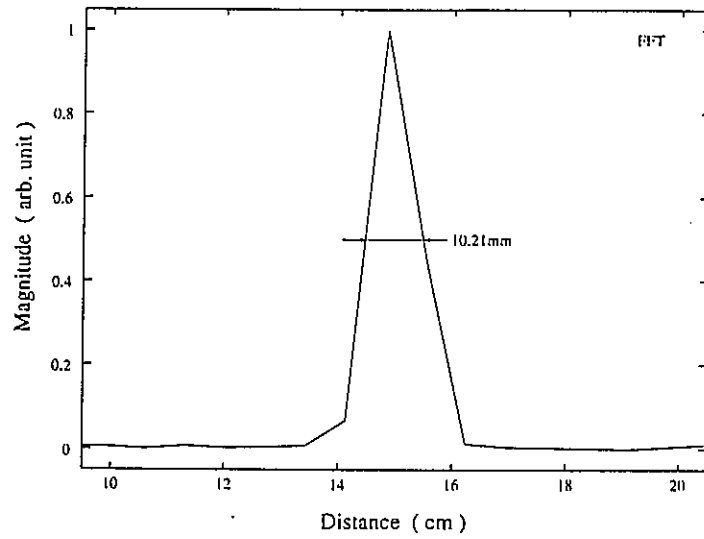


図4.3 : FFT による反射プロファイル

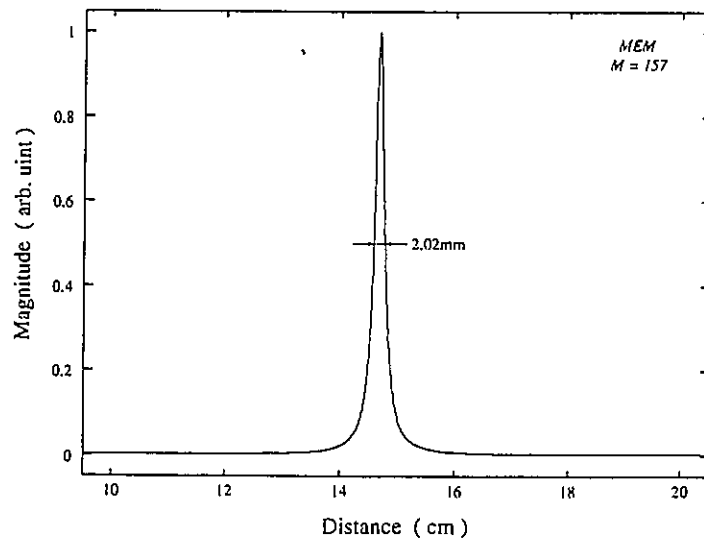


図4.4 : MEM による反射プロファイル ( $M=157$ )

ロファイルの空間分解能（半値全幅で定義）は、10.21mmである。ここでFMCWリフレクトメトリの理論的な空間分解能 $\delta D$ を再掲すると、

$$\delta D = \frac{c}{2n\Delta f} \tag{4.1}$$

である。この測定条件下における理論的な空間分解能は、 $\delta D=7.49\text{mm}$ であり、FFTによる空間分解能はこの値よりも大きな値となっている。しかし、これは第2章でも述べたように干渉信号の有限長（データ数の制約）によるものであり、本質的にFFTによる空間分解能と理論的な空間分解能 $\delta D$ は同一の値と考えてよい。

一方、MEMによる反射プロファイルを図4.4に示す。ただし、通常のBurgアルゴリズムを用いている。次数は $M=157$ であり、このとき最も空間分解能がよく、2.02mmであった。これは、FFTによる空間分解能よりも5倍向上している。また、MEMによる空間分解能は式(4.1)で与えられる値 $\delta D$ よりも向上していることは注目すべき点である。 $\Delta F$ の制約によらずに空間分解能を向上できる点において、MEMはFMCWリフレクトメトリに対して非常に有効な解析手段であることがわかる。

次に、次数 $M$ の依存性について調べた。 $M=26\sim 920$ と変化させたときの空間分解能の値を図4.5に、また $M$ を適当な値で変化させたときの反射プロファイルを図4.6にそれぞれ示した。第3章でも示したように、一般にMEMは次数が高いほど優れた分解能が得られる傾向がある。しかし、データによってその傾向はまちまちで、例外も多い。この場合においても次数が $M=157$ よりも大きくなると空間分解能は劣化の傾向にある。 $M=920$ 辺りから反射プロファイルの先端が分裂し始め（ラインスプリッティング）、偽プロファイルが生じ、診断不能となる。

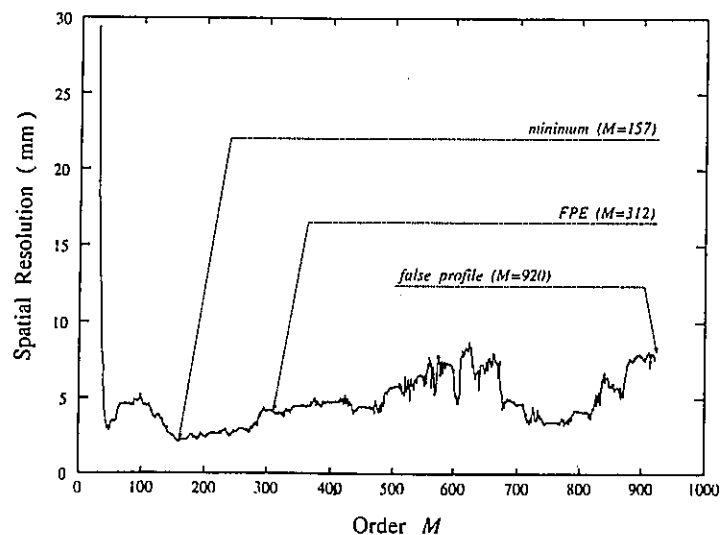
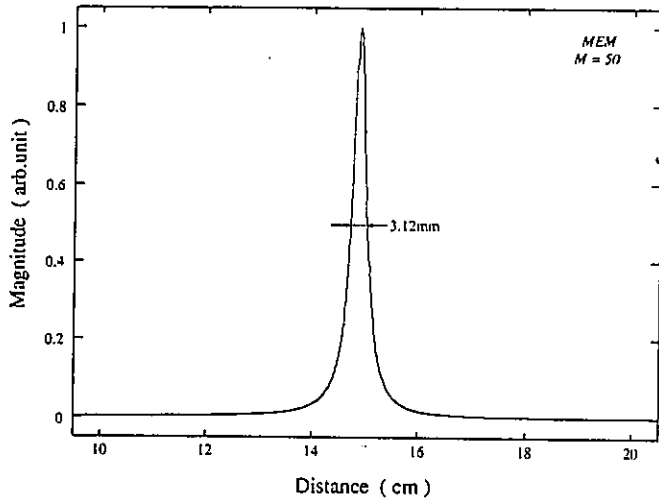
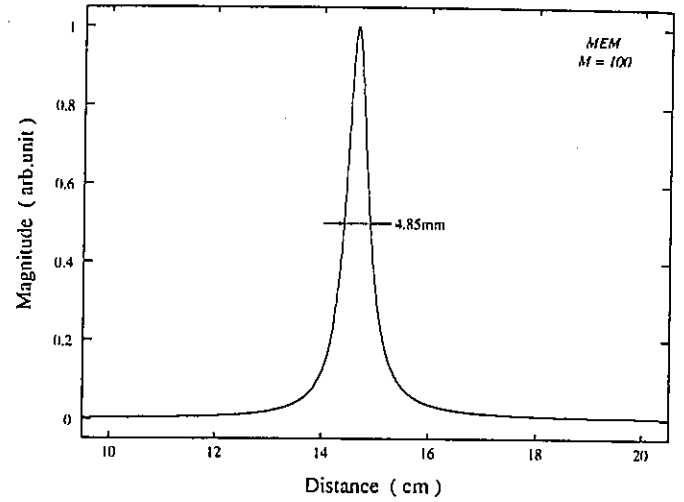


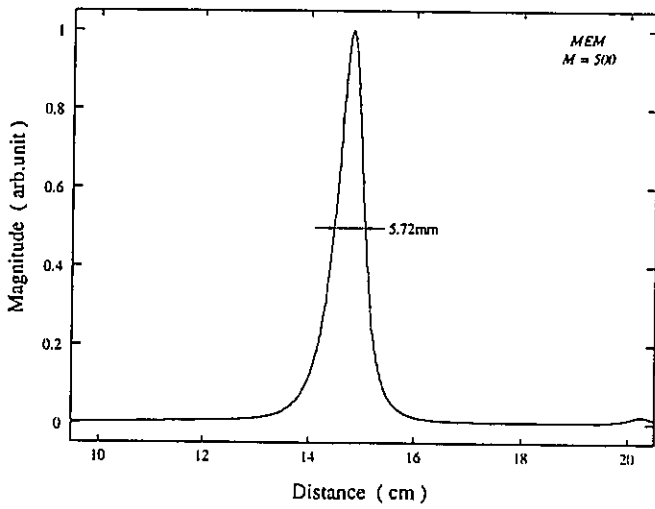
図4.5：次数 $M$ による空間分解能の変化



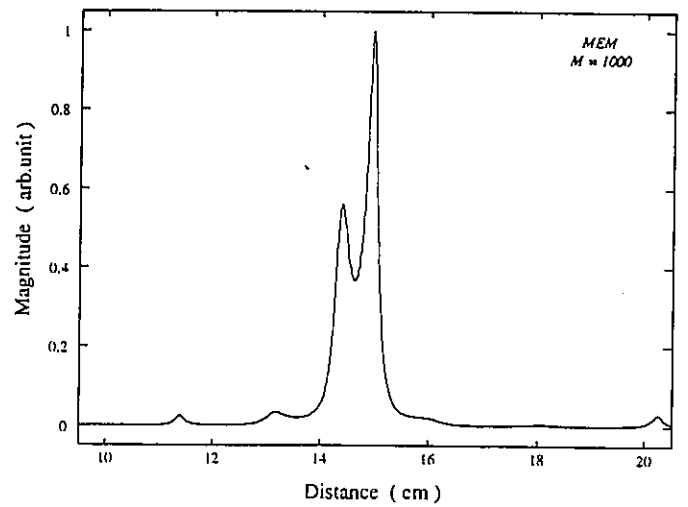
(a)  $M=50$  (空間分解能 3.12mm)



(b)  $M=100$  (空間分解能 4.85mm)



(c)  $M=500$  (空間分解能 5.72mm)



(d)  $M=1000$

図4.6 : 次数を変化させたときの反射プロフィール

第3章でも述べたが、本研究では、MEMによる反射プロファイルを測定する際、MEMの次数決定にFPEを用いない。図4.5からFPEが決定した次数は空間分解能が最小値をとる次数と大きく離れているので、次数決定にFPEを用いることは適切ではない。よって、最も適した次数は、空間分解能が最小となる値を用いる。反射プロファイルがピークとなるときの距離値は次数の値によって異なるが、FFTとの差はいずれも0.1mmから数mmと微小であり、正確なスペクトル推定が行われているといえる。

次に、データ拡張Burg法を用いてさらなる分解能の向上を図った。図4.7に $L=3048$ （拡張数1000）のときの反射プロファイルを示す。ここでは、 $M' = M=157$ とした。図4.7より、分解能は1.75mmとなり、通常のBurg法によって得られた最も良い分解能（図4.4）よりもさらに1.2倍、FFTとは5.8倍向上しており、データを予測し解析データを増加させることにより分解能の向上が窺える。

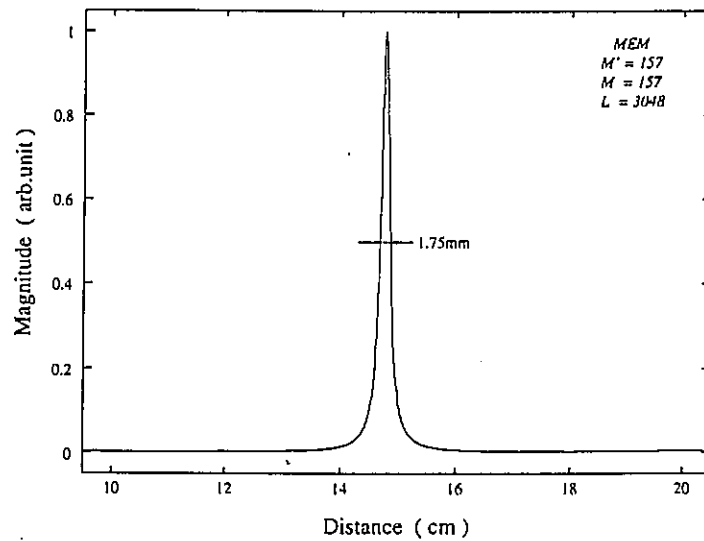


図4.7：データ拡張Burg法による反射プロファイル ( $M' = M=157$ )

また、窓関数を用いた修正Burg法によって得られた反射プロファイルを図4.8に示す。次数は $M=157$ とした。ここで、MEMによる反射位置の推定値について言及すると、窓関数を用いないBurg法による解析結果（図4.4）の反射推定位置は14.68cmであり、 $\Delta D=15\text{cm}$ と多少のずれがある。これはMEMのアルゴリズムに起因するものなのか、FMCWリフレクトメトリの周波数値から距離値に変換する式(2.6)中の光周波数掃引幅 $\Delta F$ の算出の元となる周波数変調効率 $\alpha$ の値に依存するものなのか定かではない。しかし、窓関数を用いることによって、前者のアルゴリズムによる推定誤差はかなり減少されると考えられるので、図4.8のように反射推定位置は14.95cmと大きく改善されている。

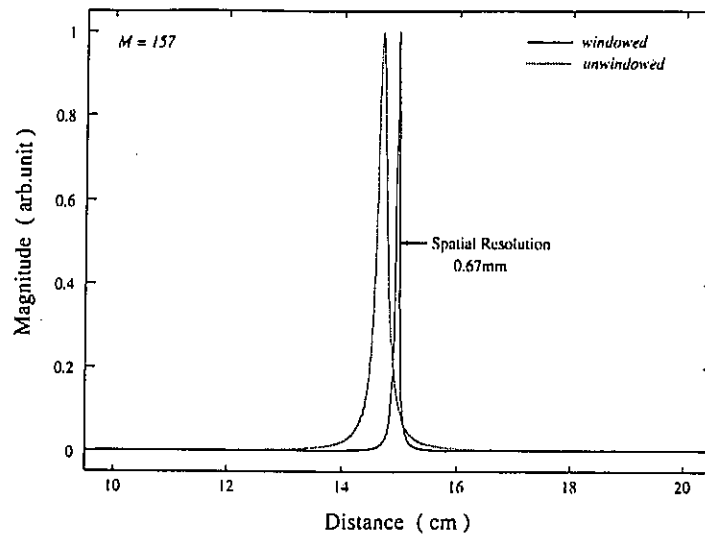


図 4.8 : 窓関数を用いた修正 Burg 法による反射プロファイル ( $M=157$ )

表 4.1 : MEM の反射プロファイルの比較 ( $M=157$ )

	ピーク位置 (cm)	ピーク推定値 (cm)	分解能 (mm)	分解能の向上比 (対 FFT)
通常 Burg 法	15	14.68	2.02	5.05
拡張 Burg 法	15	14.77	1.75	5.82
窓関数 Burg 法	15	14.95	0.67	15.23

また、窓関数を用いた場合、分解能も 0.67mm と通常の Burg 法による解析結果より 3 倍、FFT より 15 倍向上している。表 4.1 に改良 Burg 法を用いた反射プロファイルの分解能をまとめる。以上より、FMCW リフレクトメトリにおけるデータ解析においても両改良法の効果は認められる。特に、窓関数を用いた修正 Burg 法は、簡単な係数値の修正で、従来の Burg アルゴリズムよりも大きな成果が得られることがわかる。

次に、反射物体が 2 個の場合の反射点分離の可能性を調べるため、2 枚のスライドガラスを診断対象として実験を行った。2 枚のスライドガラスを間隔 14mm で設置し、( $\Delta D_1=18.6\text{cm}$ 、 $\Delta D_2=20\text{cm}$ )、その反射プロファイルを測定した。測定条件は鏡の場合と同じであり、データのサンプル数は 2048 点である。図 4.9 に FFT による反射プロファイルを示す。FFT の場合、理論的な空間分解能は 7.49mm であり、スライドガラスの間隔よりも広いいため、理論的には分離は可能である。実際、図 4.9 より 2 つの反射プロファイルを確認することは可能である。しかし、半導体レーザの光周波数掃引の非線形性により反射プロファイルが広がるため、2 つの反射プロファイルが重なり、2 つの反射点をはっきりと区別することはできない。一方、MEM による反射プロファイルを図 4.10 に示す。次数が  $M=300$

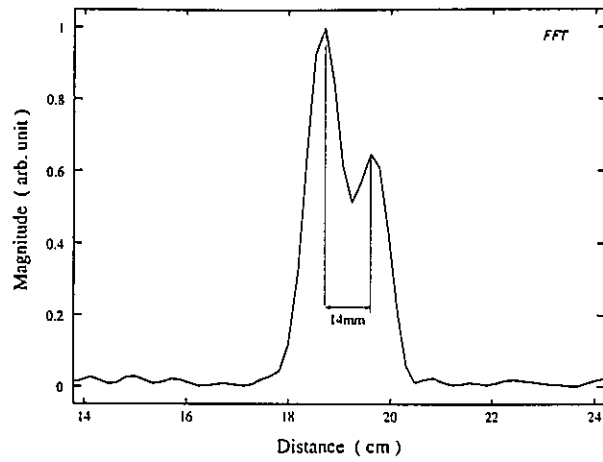
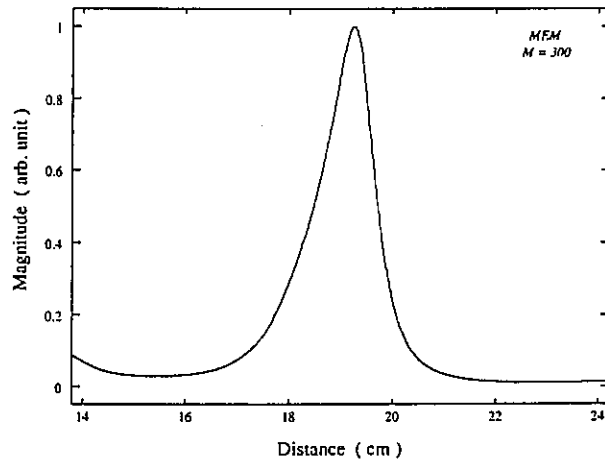
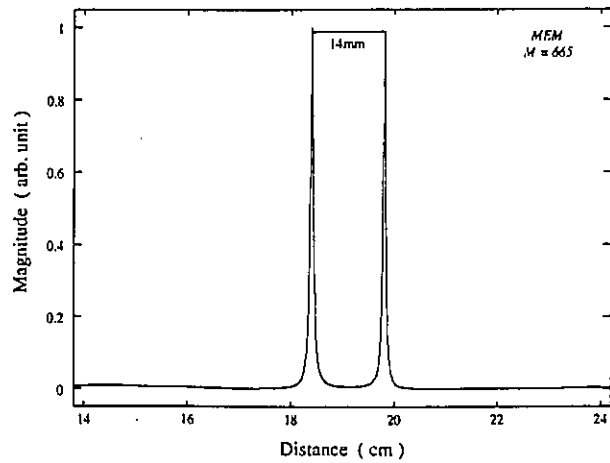


図4.9 : FFTによる2枚のライドガラス(間隔14mm)の反射プロファイル



(a)  $M=300$

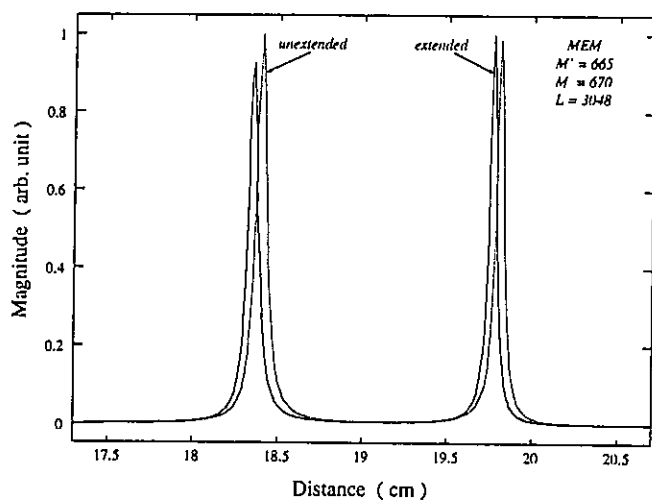


(b)  $M=665$

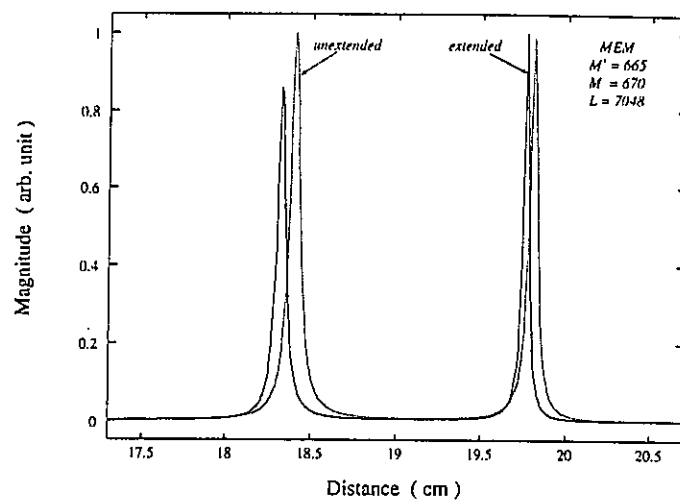
図4.10 : MEMによる2枚のライドガラス(間隔14mm)の反射プロファイル



のとき、2つの反射プロファイルは区別することはできない(図4.10(a))が、 $M=665$ ではFFTよりはっきりと区別することができる(同図(b))。 $M=665$ のときの反射プロファイルの空間分解能はそれぞれ0.69mm、0.56mmである。2つの反射プロファイルを区別できる次数はおよそ $M=350$ からである。また、データ拡張Burg法による反射プロファイルを図4.11に示す。拡張したデータ点数は同図(a)は1000点、同図(b)は5000点であり、両者とも次数は $M'=665$ 、 $M=670$ である。通常のBurg法に対し、データ拡張Burg法を用いた場合、それほど大きな変化は見られないが、多少の空間分解能の向上は認められる。図4.11(b)は同図(a)よりも解析データ数が多いので、当然空間分



(a)  $L=3048$  (拡張データ数1000)



(b)  $L=7048$  (拡張データ数5000)

図4.11: データ拡張Burg法を用いた反射プロファイル ( $M'=665$ 、 $M=670$ )

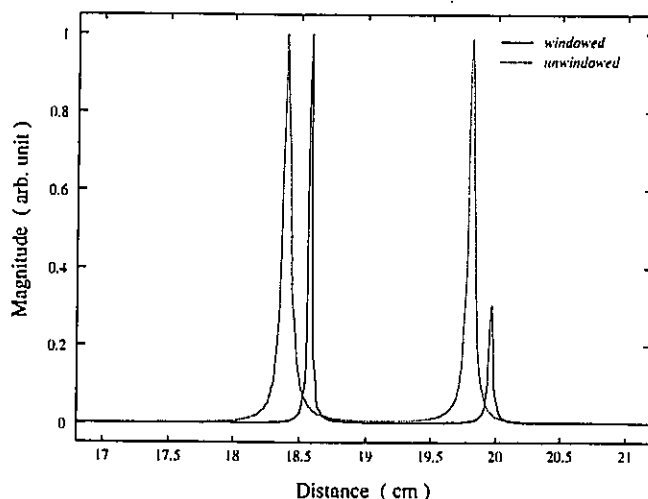


図4.12: 窓関数を用いた修正Burg法による反射プロファイル ( $M=665$ )

解能は良い。L=7048 の場合、それぞれの反射プロファイルの空間分解能は通常の Burg 法よりも、それぞれ 1.16 倍、1.39 倍向上している。また、通常の Burg 法と比較して、反射プロファイルの反射強度が変化することに注意しなければならない。また、窓関数を用いた修正 Burg 法による反射プロファイルを図 4.12 に示す。反射プロファイルの推定位置の誤差は大きく改善されている。通常の Burg 法と比較すると、空間分解能はそれぞれの反射プロファイルで 2.46 倍、1.38 倍の向上が見られた。空間分解能の値を表 4.2 にまとめるが、通常の Burg 法で十分な空間分解能が得られているといえる。

表 4.2 : MEM の反射プロファイルの比較

ピーク位置		ピーク推定位置 (cm)		空間分解能 (mm)	
		18.6cm	20cm	18.6cm	20cm
通常 Burg 法		18.397	19.809	0.70	0.56
拡張 Burg 法	L=3048	18.353	19.764	0.67	0.50
	L=7048	18.318	19.765	0.60	0.40
窓関数 Burg 法		18.582	19.968	0.28	0.41

次に 2 枚のスライドガラスを間隔 7mm で設置し ( $\Delta D_1=19.3\text{cm}$ 、 $\Delta D_2=20\text{cm}$ )、その反射プロファイルを測定した。FFT および MEM (通常の Burg 法) による測定結果をそれぞれ図 4.13 および 4.14 に示す。MEM の次数は  $M=1470$  である。FFT では 2 つの反射を区別できない。これは、この測定条件下における理論的な空間分解能は、 $\Delta D=7.49\text{mm}$  であり、2 枚のスライドガラスの間隔が理論的空間分解能よりも狭いからである。また、図 4.13 中の挿入図の点線と破線は式 2.8 を用いて、スライドガラスがそれぞれ単独に設置されていると仮定した場合の反射プロファイルを計算し、FFT と同間隔でプロットしたものである。この場合、2 つの反射プロファイルのピークの間隔がプロット間隔に等しくなるため、FFT では 2 つの反射プロファイルを区別することは不可能である。しかし、MEM では FFT では区別ができなかった 2 つの反射プロファイルが線スペクトル状となり、はっきりと区別することができる。2 つの反射プロファイルの空間分解能はそれぞれ  $0.16\text{mm}$ 、 $91.1\mu\text{m}$  であり、光集積回路などの微細な光素子の診断が可能である。2 つの反射点を区別するための次数  $M$  の境界値は  $M=400$  程度であった。なお、改良 Burg 法については、あまり空間分解能に大差がないので割愛した。

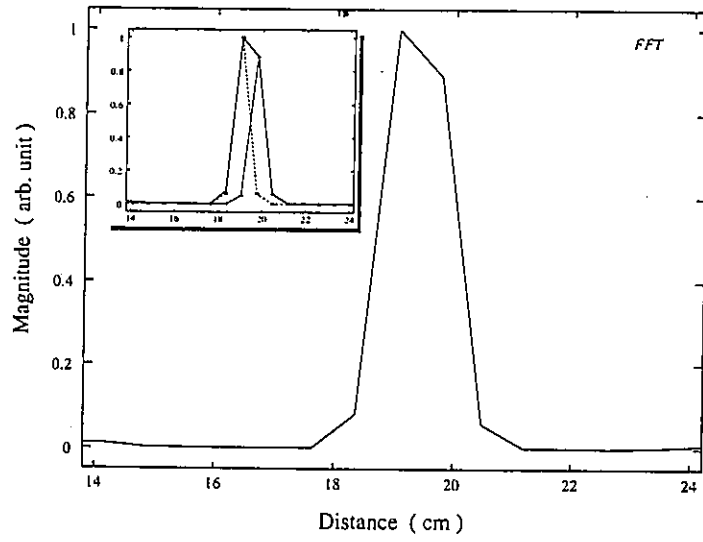


図 4.13 : FFT による反射プロファイル

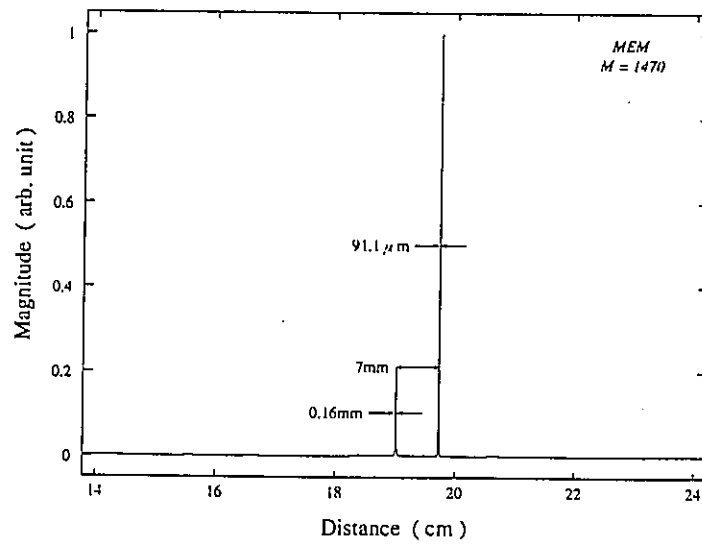


図 4.14 : MEM による反射プロファイル ( $M=1470$ )

### 4.3 短い光ファイバの診断

次に、被診断光素子に短い単一モード光ファイバを用い、その反射プロファイルを測定した。図4.15に測定システムを示す。光源に $1.55\mu\text{m}$ 帯DFB-LDを用い、LDの直流バイアス電流は $150\text{mA}$ （閾値電流 $I_{th}=25\text{mA}$ ）とした。また、繰り返し周波数 $19.2\text{Hz}$ 、変調振幅 $21.96\text{mA}$ 、光周波数掃引幅 $30.7\text{GHz}$ の対称三角波で光周波数掃引を行った。前節の測定システム（図4.1）とはBSの代わりに $3\text{dB}$ カップラを用いている点で異なる。解析データは、変調信号の上りスロープの時間長 $26\text{ms}$ のうち $10\text{ms}$ から $25.6\text{ms}$ までの部分を使用している。光ファイバの長さは $39\text{cm}$ と $48\text{cm}$ で、突き合わせにより接続している。カップラのアーム長はほぼ等しいので、参照アームと診断位置の距離差 $\Delta D$ は光ファイバ長に相当する。図4.16に反射の様子を示す。 $A$ と $B$ はReference1を参照光とした反射光であるので、 $A$ による反射プロファイルは $\Delta D=39\text{cm}$ の位置に現れ、 $B$ については2本の光ファイバ長を足した長さ $\Delta D=87\text{cm}$ となる。 $C$ はReference2、すなわち反射光 $A$ を参照光としているため、 $\Delta D$ は後方の光ファイバ長であり、 $\Delta D=48\text{cm}$ となる。よって、測定結果は図4.16のように3本の反射プロファイルが立つことになる。

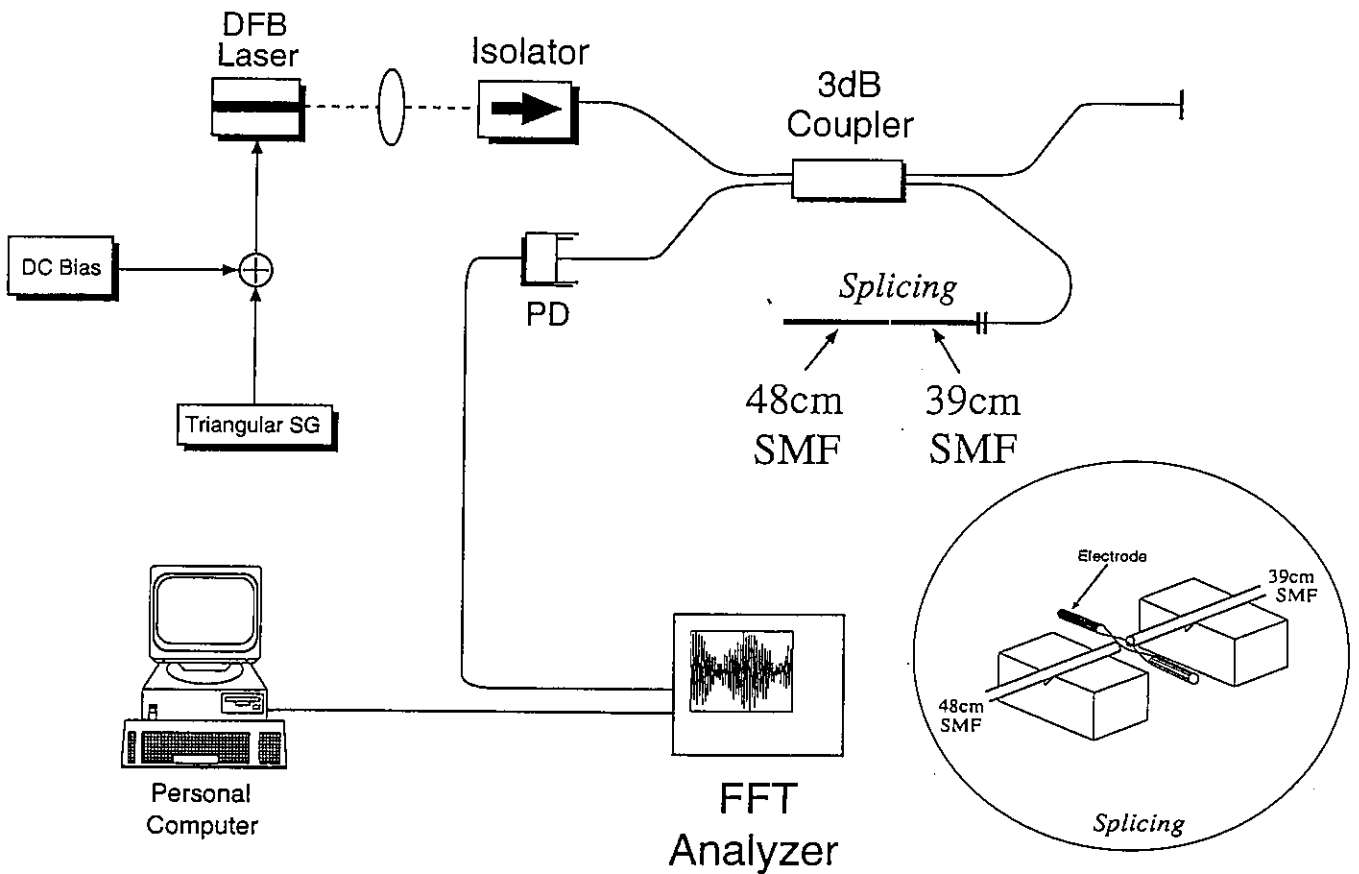


図 4.15 : 短い光ファイバの内部診断測定系

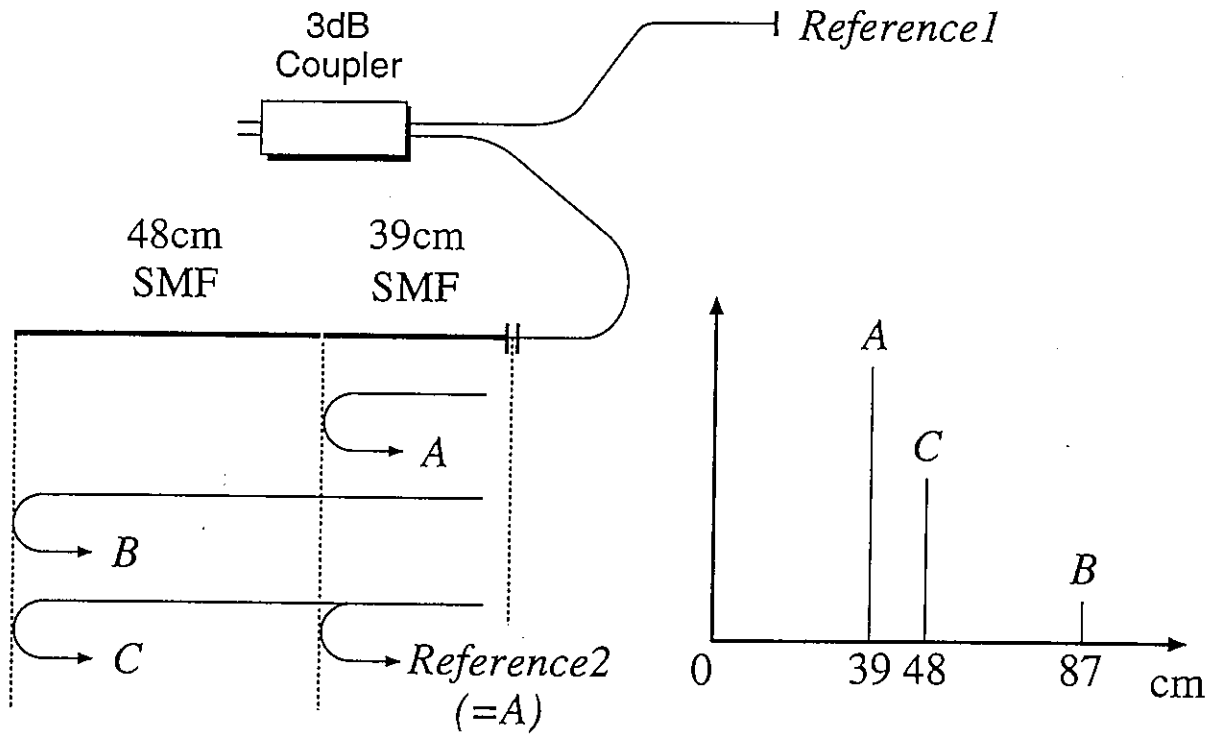
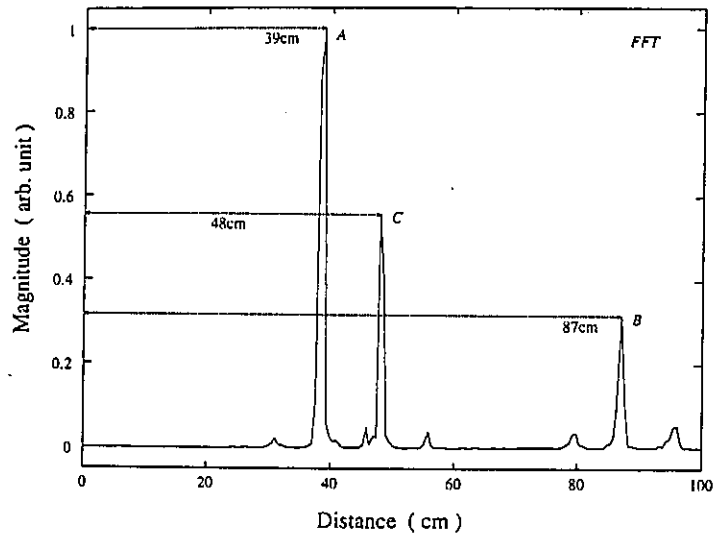
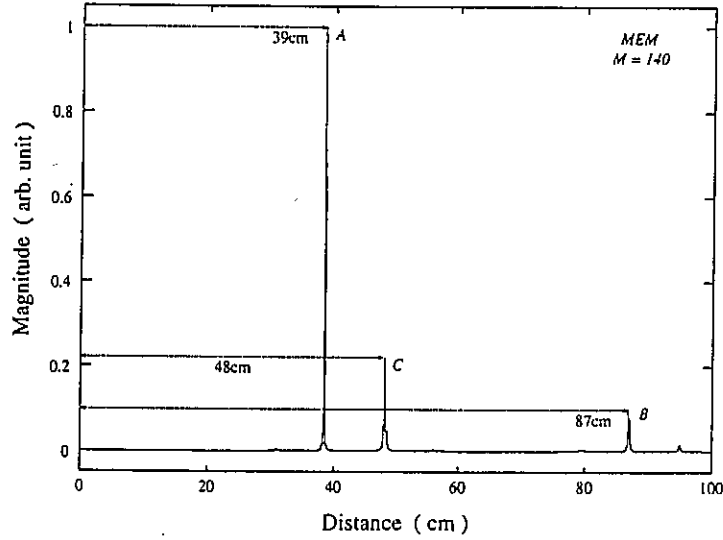


図 4.16 : 参照光と反射光の関係 (1)

図 4.17 に FFT および窓関数を用いた修正 Burg 法 (次数  $M=140$ ) による反射プロファイルを示す。入射側の光ファイバ端 (39cm) での反射プロファイル (A) の空間分解能は、MEM では 0.79mm であり、FFT より約 15 倍狭窄化されている。また、FFT に生じるサイドローブが抑えられており、より正確な内部診断が可能である。また、後方の光ファイバを 48cm からより短い 10cm に変えて同様の測定を行った。その測定結果を図 4.18 に示す。ただし、これも MEM は窓関数を用いた修正 Burg 法を使用しており、次数は  $M=140$  である。10cm と比較的短い光ファイバにおいても、MEM では高分解能な反射プロファイルが得られている。MEM の反射プロファイル C の空間分解能は 0.38mm であり、FFT より約 18 倍の向上比が見られ、光ファイバの接続点検出においても MEM は非常に有効であることがわかる。

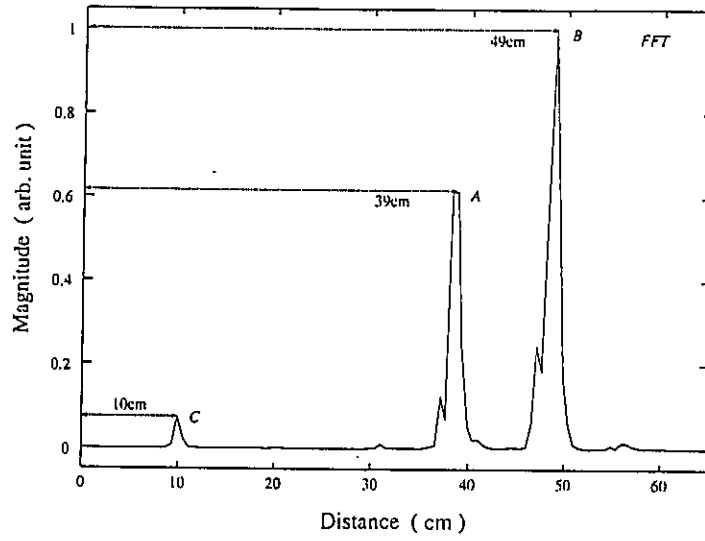


(a) FFT

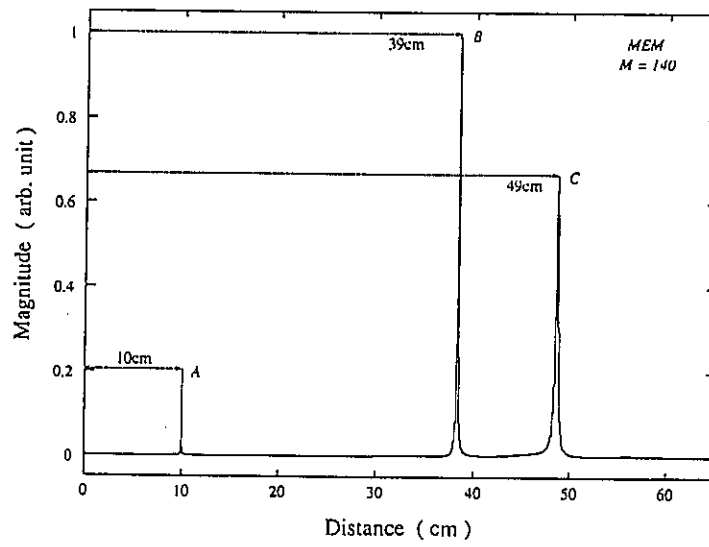


(b) 窓関数を用いた修正 Burg 法 ( $M=140$ )

図 4.17 : 39cm + 48cm 光ファイバの反射プロファイルの測定結果



(a) FFT



(b) 窓関数を用いた修正 Burg 法 ( $M=140$ )

図 4.18 : 39cm + 10cm 光ファイバの反射プロファイルの測定結果

### 4.4 光導波路の診断

次に、被診断光素子に光導波路を用い、FFTおよびMEMによる反射プロファイルを測定した。測定システムは前節と同じである。ただし、測定条件は、繰り返し周波数  $f_m=20\text{Hz}$ 、変調振幅は  $\Delta I=19.6\text{mA}$ 、 $29.4\text{mA}$ （光周波数掃引幅はそれぞれ  $\Delta F=27.4\text{GHz}$ 、 $41.2\text{GHz}$ ）である。変調信号の上りスロープのうち、 $8\text{ms}$  から  $23.6\text{ms}$  までの部分にあたる干渉信号を時系列データとして周波数解析する。被診断光素子は入射側に  $29\text{cm}$  の単一モード光ファイバ、出射側に  $6.2\text{cm}$  の光導波路を用いている。この光導波路は、コアの形状  $8 \times 8\mu\text{m}$ 、上部クラッド  $30\mu\text{m}$ 、下部クラッド  $20\mu\text{m}$ 、比屈折率差  $\Delta=0.3\%$  であり、方向性結合器形となっている。図4.19に反射光と参照光の関係を、図4.20（光周波数掃引幅  $\Delta F=27.4\text{GHz}$ ）、4.21（光周波数掃引幅  $\Delta F=41.2\text{GHz}$ ）にFFTおよびMEMによる反射プロファイルの測定結果を示す。MEMはデータ拡張Burg法を用いている。この測定において、用いているカップラの2本の出力アームの長さは等しくないため、その差  $\Delta d=1\text{cm}$  は光路長差に含まれる。図4.19中の反射光のうちA、B、Cの反射光はReference1を参照光としているため、それぞれの反射光から成る反射プロファイルの位置は、カップラの2本の出力アーム長差  $\Delta d=1\text{cm}$  を考慮して、 $A \rightarrow 1\text{cm}$ 、 $B \rightarrow 30\text{cm}$ 、 $C \rightarrow 36.2\text{cm}$  となる。D、Eの反射光は光コネクタ接続部で反射

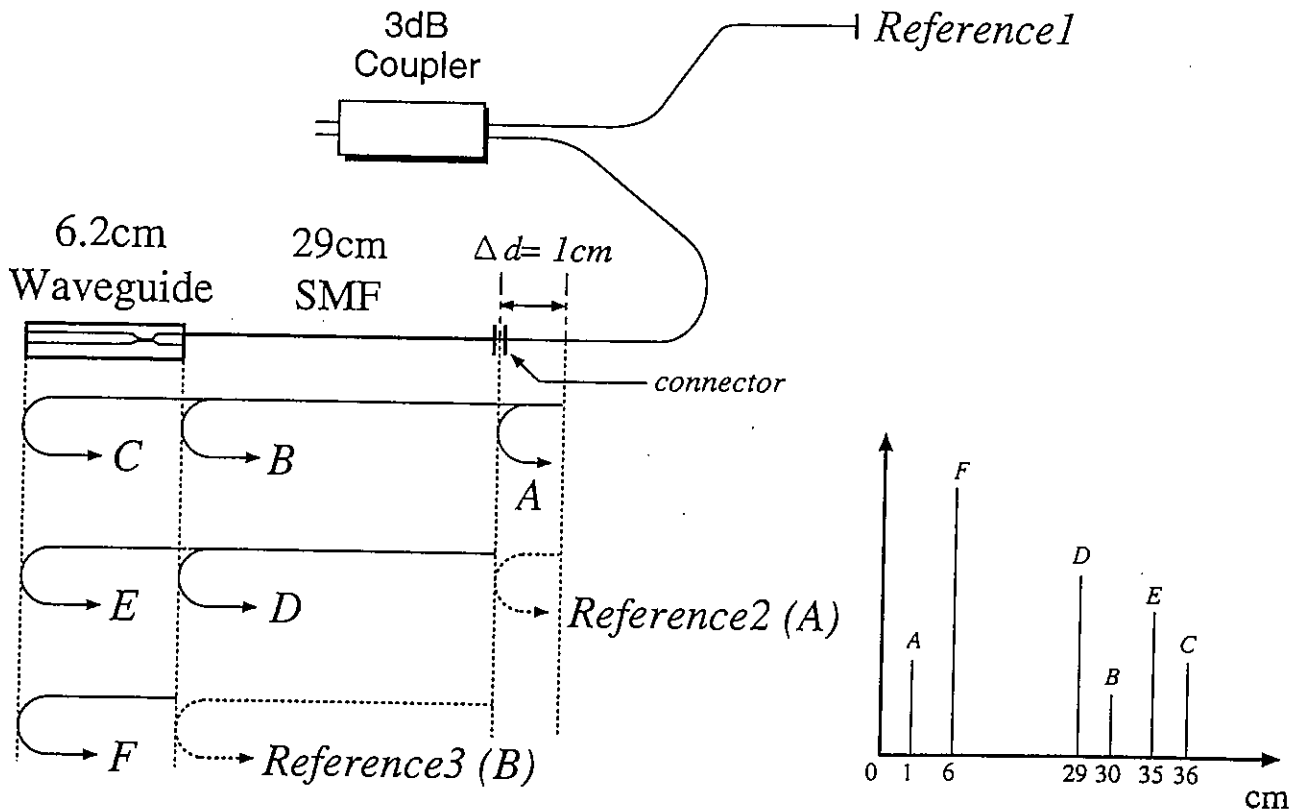
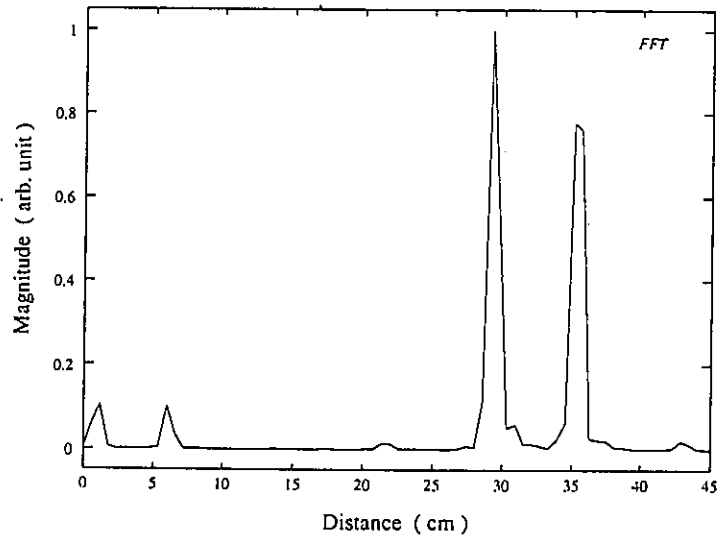


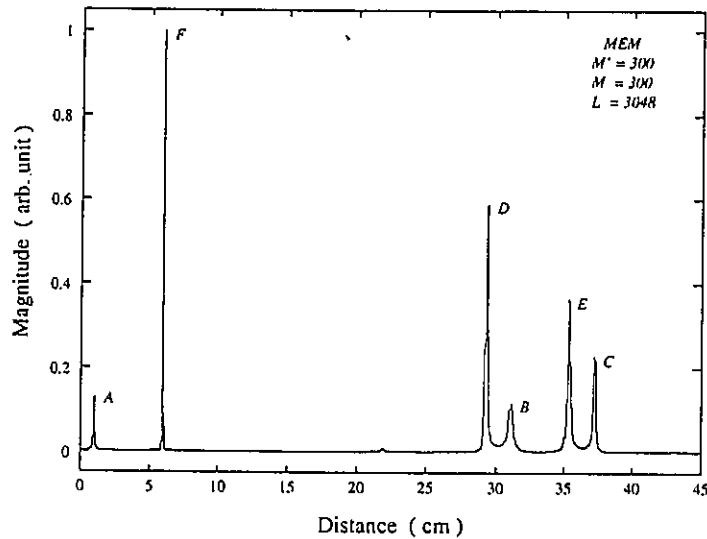
図4.19：参照光と反射光の関係(2)



された  $A$  を参照光としているため (*Reference2*)、光コネクタ接続部からの被診断光素子の累積長が光路長差に相当する ( $D \rightarrow 29\text{cm}$ 、 $E \rightarrow 35.2\text{cm}$ )。  $F$  の反射光も同様に反射光  $B$  を参照光としているため (*Reference3*)、 $F \rightarrow 6\text{cm}$  となる。以上に述べたように、測定された干渉信号中には6種類の光路長差が存在するので、反射プロファイルは図4.20および図4.21のようになる。図4.20(a)のFFTによる解析結果では、 $D$  と  $B$  および  $E$  と  $C$  の反射プロファイルが互いに分離されておらず、空



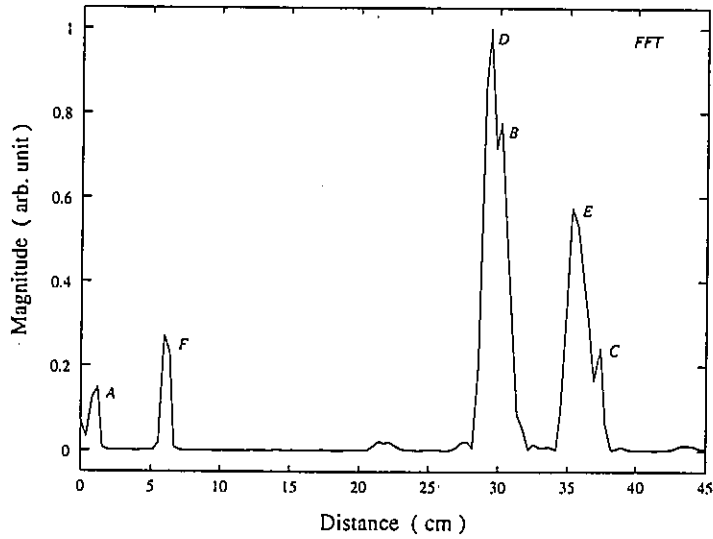
(a) FFT



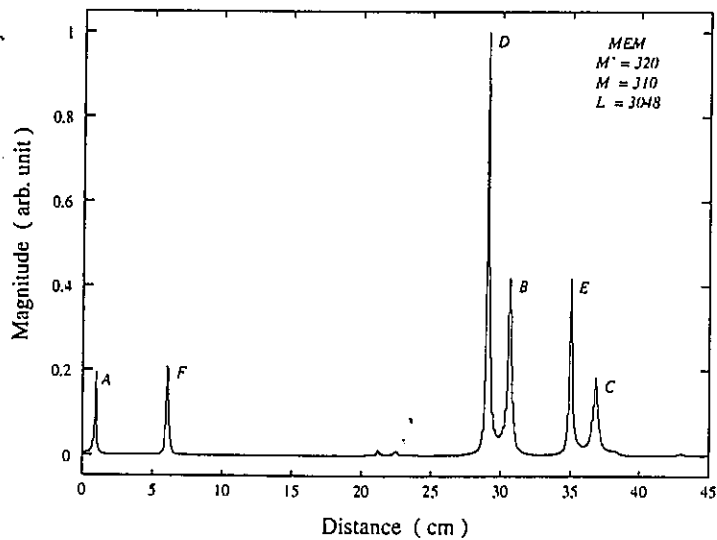
(b) データ拡張 Burg 法 ( $M' = M=300$ 、 $L=3048$ )

図 4.20 : 光ファイバ 29cm + 光導波路 6.2cm の反射プロファイルの測定結果  
(光周波数掃引幅 27.4GHz)

間分解能は極めて悪い。しかし、同図(b)のMEMでは、それぞれの反射プロファイルははっきりと分離されており、空間分解能はFFTよりもはるかに優れたものとなっている。特に、DとB、EとCのそれぞれの間隔は計算上1cmであるので、光導波路内の診断において、1cm程度の短い距離を診断・識別することが可能であることがわかる。図4.21(a)のFFTは、図4.20(a)と比較してBとCの反射プロファイルの確認が可能で、多少空間分解能が良くなっている。これは式(4.1)からもわ



(a) FFT



(b) データ拡張 Burg 法 ( $M'=320$ 、 $M=310$ 、 $L=3048$ )

図 4.21 : 光ファイバ 29cm + 光導波路 6.2cm の反射プロファイルの測定結果  
(光周波数掃引幅 41.2GHz)

かるように、光周波数掃引幅を大きくとることにより、空間分解能が向上したからである。しかし、MEMにおいては逆に空間分解能は劣化している。

### 4.5 診断距離と空間分解能の依存性

次に測定距離による空間分解能の変化を測定した。図4.22に測定システムを示す。測定対象であるObject Mirrorの位置を10~55cmまで変化させて(距離差5~50cm)、反射プロファイルを観測した。測定条件は $f_m=8\text{Hz}$ 、 $\Delta f=28\text{GHz}$ である。FFTおよび窓関数を用いた修正Burg法(次数 $M=40$ )による反射プロファイルの様子を図4.23に示す。また、FFTおよび通常のBurg法によるMEMの空間分解能の診断距離依存性を図4.24に示す。診断距離に対するそれぞれの干渉信号データを通常のBurg法で解析した場合、平均して次数は $M=40$ 程度が最適値に近く、 $M=100\sim 200$ で偽スペクトルが生じるので、次数は $M=20$ と $M=40$ を採用して比較を行った。これらの図より、診断距離が35cmより短い場合、次数 $M=40$ のときのMEMによる空間分解能はFFTよりも平均して3.3倍向上している。また次数が $M=20$ のときの結果は、次数が最適でない場合、FFTよりも空間分解能は劣化することを示している。これらの測定データの周波数解析結果には、0Hzの直流成分のスペクトルが存在するので(ただし、図中ではこれを削除している)、診断距離が比較的短いときの反射プロファイルは、0Hzのスペクトルに相当する反射プロファイルの影響を受ける。このような状況下においてMEMはFFTよりも大きな効果を発揮する。しかし、診断距離が35cmよりも長いときは、次数 $M=40$ のMEMとFFTの空間分解能の優劣性は逆転している。これは診断距離

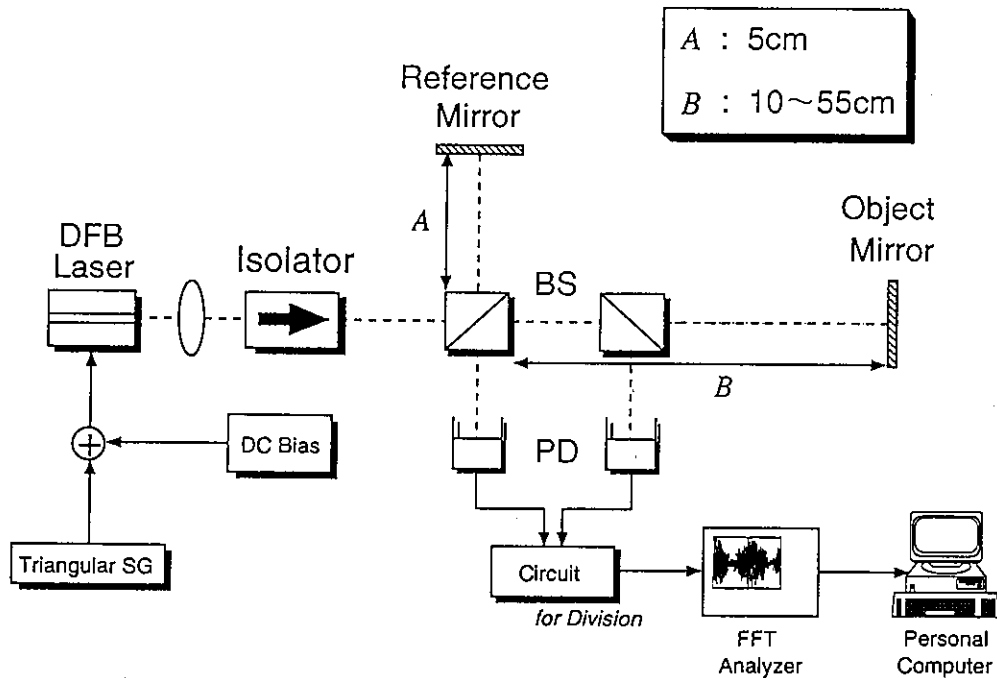


図4.22：測定システム

が長い場合、次数の最適値が  $M=40$  よりも小さな値 ( $M=10\sim 20$ ) に移動しているからである。実際、次数  $M=20$  はFFTよりも良い結果をもたらしている。

また、FFTと次数が最適であるMEMにおいては、距離が遠くなるにつれて反射プロファイル幅が広がり、空間分解能が悪くなっているのがわかる。これは、診断距離が近いときには参照光と後方散乱光との時間差が小さいために光周波数掃引は近似的に線形と見なせるが、診断距離が遠いときには時間差が大きいため、非線形性の影響を無視できなくなるからである。同様に、改良Burg法

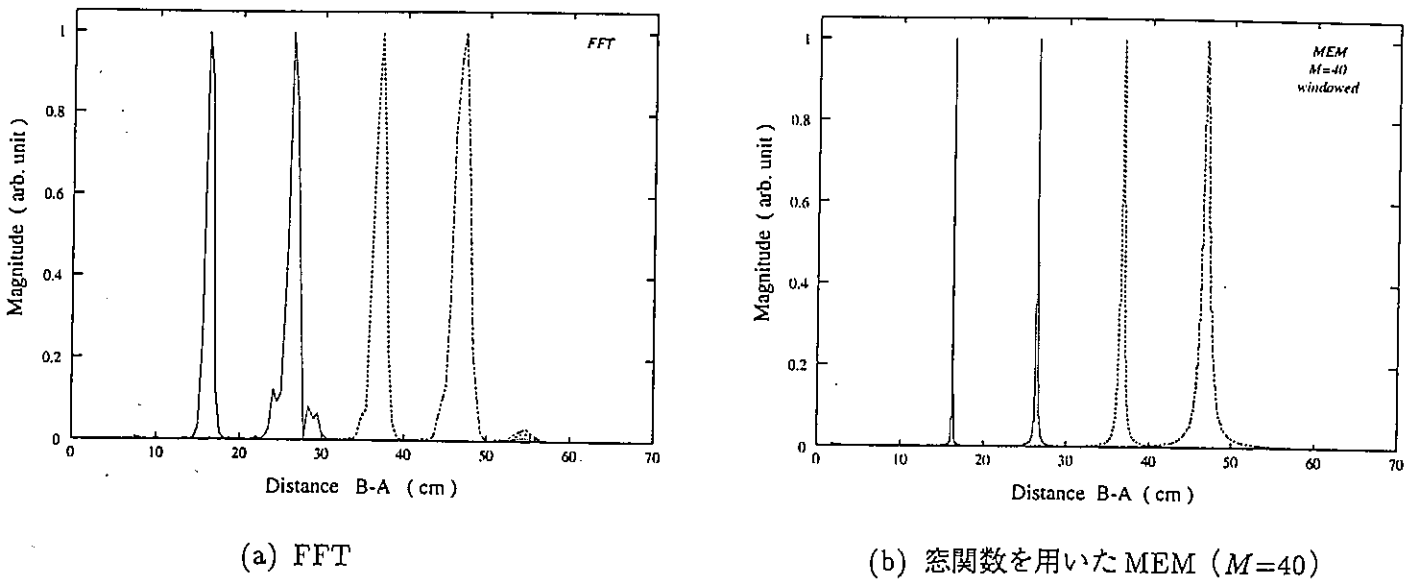


図 4.23 : 反射プロファイルの診断距離依存性

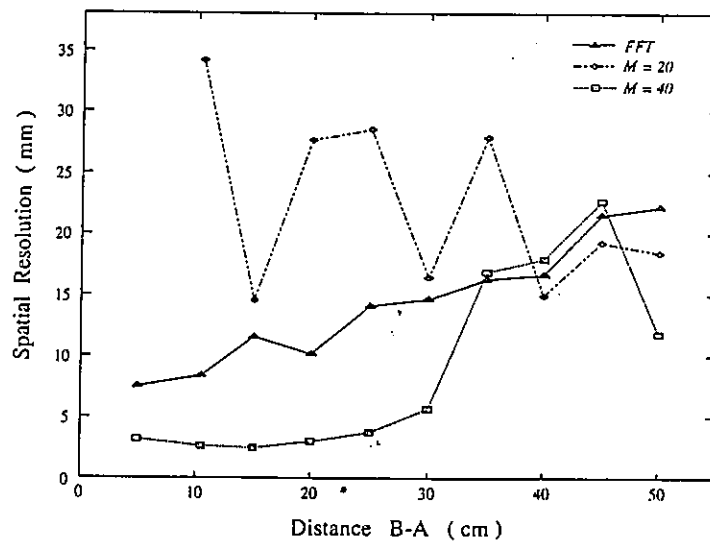


図 4.24 : 空間分解能の診断距離依存性

を用いた空間分解能の診断距離依存性を図4.25に示す。次数はすべて  $M=40$  であり、拡張 Burg 法において  $L=3048$  (拡張数 1000) である。データ拡張 Burg 法は従来の Burg 法と大差は見られないが、窓関数を用いた修正 Burg 法は、従来の Burg 法よりも平均して 2.8 倍、FFT とは 6.5 倍の向上が見られる。特に遠い距離でその向上比は大きく見られ、FFT や従来の Burg 法より遠い距離においても高分解能を得るのに有効であることがわかる。

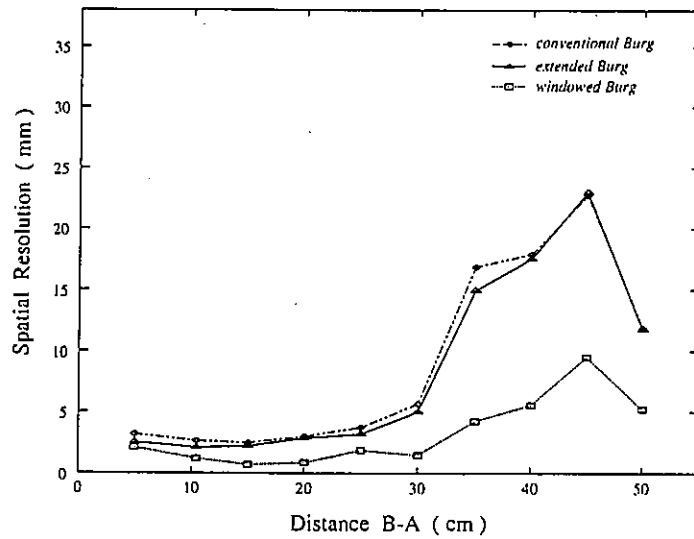
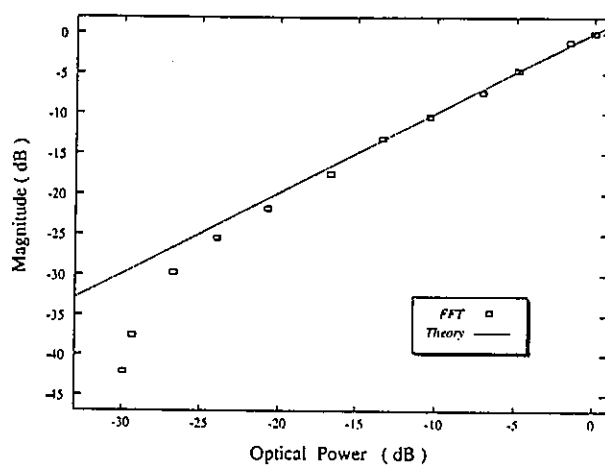


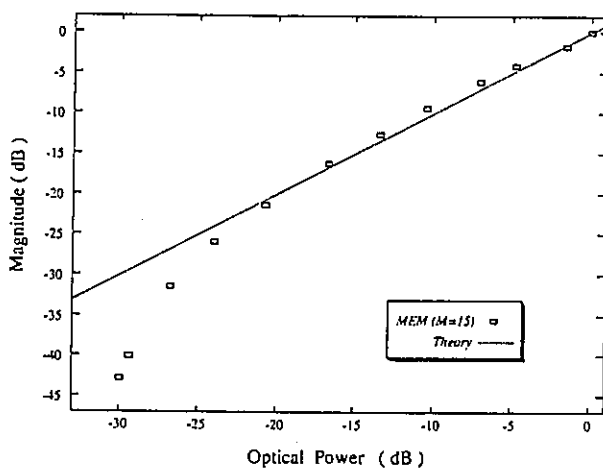
図 4.25 : 改良 Burg 法を用いた空間分解能の診断距離依存性 ( $M=40$ )

#### 4.6 反射プロファイル強度の線形性

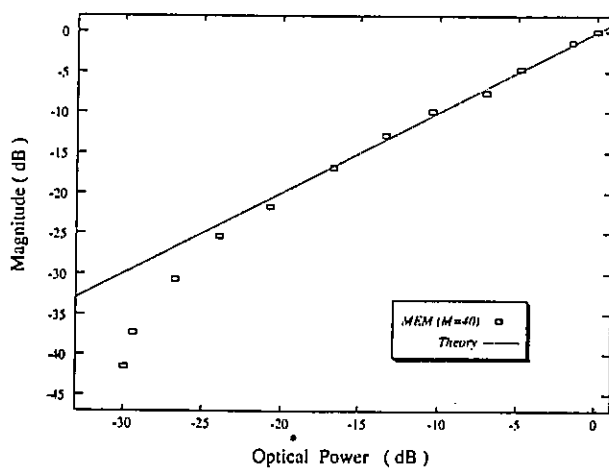
MEM は優れた分解能を得ることはできるが、その非線形推定法の性質ゆえに反射強度は正確な値を示さないときがある。そこで、FFT および MEM を用いて得られる反射プロファイルの強度についての実験的考察を行った。測定システムは前節と同じである。ただし、50cm の場所に 1 枚の鏡 (Object Mirror) を設置し、その鏡からの反射光量を光フィルタで変化させて、反射プロファイルの強度を測定した。図 4.26 にその測定結果を示す。横軸は鏡からの相対的な反射光量であり、縦軸は測定された反射プロファイルの相対強度である。図中の点線は理論値である。これらの解析データでは、MEM の最適な次数は  $M=40$  程度である。よって MEM の次数は  $M=15$  と  $M=40$  で比較を行った。これらの図より、相対光量が  $-20\text{dB}$  までの理論値からの平均誤差は、FFT は 6.6%、MEM は次数  $M=15$  では 8.6%、 $M=40$  では 5.7% である。これより、次数が  $M=40$  のときの MEM の相対強度は、FFT と同程度の良好な線形性が得られているといえ、次数が最適値に近いほど相対強度はより線形性を増すことがわかる。FFT、MEM のいずれも相対強度が  $-20\text{dB}$  程度で理論値から大きく離れたのは、データの除算が適切に行われなかったためだと思われる。一般に、MEM による反射強度の理論値との誤差は、FFT よりも大きい。しかし、MEM の反射強度の傾向は FFT による



(a) FFT



(b) MEM ( $M=15$ )



(c) MEM ( $M=40$ )

図 4.26 : FFT および MEM の反射プロファイル強度の線形性の測定

のほぼ一致しており、特に正確な反射強度を必要としなければMEMによる反射プロファイル測定は、FMCWリフレクトメトリにおいて、非常に有効な方法であるといえる。

#### 4.7 まとめ

FFTよりも高い空間分解能が得られる最大エントロピー法(MEM)をFMCWリフレクトメトリに適用し、光ファイバや光導波路などの光導波素子の端面・接続点の検出を行った。MEMはFFTでは分離できなかった近接した2つの反射点をはっきりと分離することができ、FFTよりも数倍～数十倍の空間分解能の向上が見られ、FMCWリフレクトメトリに対する有効性が示された。その空間分解能は、次数によって大きく変化するので、最適な次数を選ぶ必要がある。本研究では、最も高い空間分解能は0.1mm以下の値が得られた。また、MEMは、極めて高い空間分解能を有するので、微小な光素子に対して有効的であり、光導波路や光ファイバの診断にも応用できることが確認された。

## 第5章

# 外部共振器LDを用いた長距離FMCWリフレクトメトリ

### 5.1 まえがき

第4章で述べたFMCWリフレクトメトリによる被診断光素子の内部診断は、診断距離がコヒーレンス長よりもはるかに短い場合であり、参照光と反射光との干渉信号から反射プロファイルが得られる。しかし、診断距離が光源のコヒーレンス長と比較して極めて長い場合、参照光と反射光は干渉せずにその相関スペクトルが検出される。その結果、反射プロファイルは光源のスペクトル線幅に依存したローレンツ分布形状となるので、長距離光の内部診断における高分解能化の実現には、狭線幅のレーザ光源を構築する必要がある。このような場合、外部共振器を構成することによって光源のスペクトル線幅を狭窄化することができる。

そこで、本章では、主にコヒーレンス長よりも長い距離の光ファイバを高分解能で測定するための、非干渉FMCWリフレクトメトリについて述べる。また、外部共振器構造を用いた反射スペクトルの高分解能化について考察を行う。

### 5.2 非干渉FMCWリフレクトメトリ

#### 5.2.1 非干渉FMCWリフレクトメトリの原理

第2章、第4章で述べたFMCWリフレクトメトリでは、測定対象は、光路長差 $2\Delta D$ が光源のコヒーレンス長 $L_{coh}$ よりも短くなるように設置されている。 $\Delta D$ は第2章と同様、参照点と被診断光素子（ここでは光ファイバ）の内部診断点との空間距離差である（なお、ここでいう光路長差とは厳密的な光の進む距離ではなく、単に空間的な距離差を表すものとする）。この場合、参照光と後方散乱



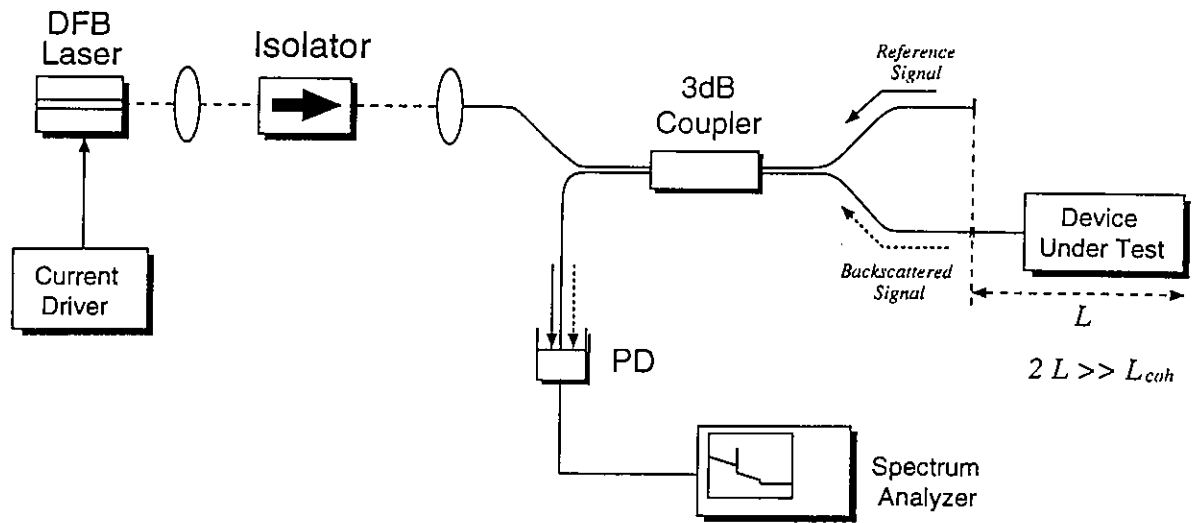


図 5.1：非干渉 FMCW リフレクトメトリのシステム構成

光（信号光）は位相が相互相関しており、干渉している。このとき、ビートスペクトルは周波数  $f_B$  で鋭い線スペクトルとなる。しかし、干渉を用いた FMCW リフレクトメトリでの測定可能な距離は、光源のコヒーレンス長によって大いに制限される。 $\Delta D$  が光源のコヒーレンス長の半分よりも極めて長くなる時、参照光と信号光が干渉することによって得られるビートスペクトルは次第に小さくなり、これを測定することは困難となる。

そこで、コヒーレンス長によって強い測定可能距離の限界をうまく対処するために、種々の手法が提案されている [26]。本章では、主に、参照光と後方散乱光との非干渉の FMCW リフレクトメトリによる内部診断により、反射スペクトルを測定する。非干渉 FMCW リフレクトメトリは光路長差  $2\Delta D$  がコヒーレンス長  $L_{coh}$  によって制限されない。なお、診断距離とコヒーレンス長の関係は 5.5.1 節で述べる。

図 5.1 に非干渉 FMCW リフレクトメトリのシステム構成図を示す。基本的システムは干渉形 FMCW リフレクトメトリとほとんど同じである。被診断素子には、主に単一モード光ファイバを用いる。光ファイバの長さを  $L$  とし、ファイバカップラのアーム長はすべて同じ長さとした場合、光路長差は  $2\Delta D = 2L$  となり、 $\Delta D$  は光ファイバ長に置き換えることができる。参照光と被診断光素子内部の診断点からの後方散乱光との光路長差  $2\Delta D$  が半導体レーザ (LD) のコヒーレンス長  $L_{coh}$  よりも長い場合、すなわち、 $2L \gg L_{coh}$  と仮定した場合、参照光と信号光は干渉せずに光検出器 (PD) 上で混合検波され、検波信号 (ビート信号) をスペクトラムアナライザで測定する。このとき、光源である LD の光周波数を掃引すると、検波信号は式 (2.6) より、次式で表される周波数差 (ビート周波数)  $f_B$  を持つ。

$$f_B = \frac{c}{4n f_m \Delta F} \cdot L \tag{5.1}$$

参照光と後方散乱光は干渉していないので、光の位相雑音により、スペクトラムアナライザ上では、参照光と信号光の相関スペクトルが中心周波数  $f_B$  の周りの広い周波数に現れる。しかし、式 (5.1) よ

り、 $f_B$ から反射位置を確認することができるので、コヒーレンス長よりも長い距離に渡って測定が可能となる。参照光と後方散乱光は同じLDから出射された光であるので、これらの相関スペクトルはLDのスペクトル分布により決定され、そのスペクトル形状はローレンツ分布で数値計算されることが多い。このことについては、5.5節で述べる。

### 5.2.2 空間分解能の向上

FMCWリフレクトメトリの原理から得られる $f_B$ と $L$ ( $=\Delta D$ )の関係式は式(5.1)で表されるが、ここでは、便宜上、別の表現に書き改める。 $f_B$ と $L$ の換算式は光周波数掃引率 $\gamma$ を用いて次のように関連づけられる。ただし、光周波数掃引は時間に関して線形であるとしている。

$$L = \frac{v_g}{2\gamma} f_B \quad (5.2)$$

ここで、 $v_g$ は、被診断光素子内の光の群速度であり、 $v_g = c/n$ である( $c$ :真空中の光速、 $n$ :被診断光素子の屈折率)。 $\gamma$ は周波数掃引時間 $T_{swp}$ 、光周波数掃引範囲 $\Delta F$ 、繰り返し変調周波数 $f_m$ を用いて、次式で与えられる。

$$\gamma = \frac{\Delta F}{T_{swp}} = 2f_m \Delta F \quad (5.3)$$

また、ビートスペクトルの半値全幅を $\delta f_b$ とすると、空間分解能 $\Delta z$ は、式(5.2)より

$$\Delta z = \frac{v_g}{2\gamma} \delta f_b \quad (5.4)$$

で表せる。以上の式を用いて、5.2.1節で述べた非干渉FMCWリフレクトメトリの空間分解能を考察する。この手法によるビートスペクトルの達成可能な空間分解能 $\Delta z_{tw}$ は、光源であるLDのスペクトルの線幅 $\Delta\nu$ によって制限される。ここで、 $\Delta\nu$ は、次のようにコヒーレンス長 $L_{coh}$ によって関係づけられる。

$$\Delta\nu = \frac{v_g}{\pi L_{coh}} \quad (5.5)$$

参照光と後方散乱光が干渉していないとき、ビートスペクトルは光位相雑音によってスペクトル広がりを受ける。すなわち、レーザのスペクトル形状をローレンツ分布と仮定し、スペクトル線幅を $\Delta\nu$ としたとき、ビートスペクトルの半値全幅は $2\Delta\nu$ となる。よって、空間分解能 $\Delta z_{tw}$ をビートスペクトルの半値全幅で定義すると、式(5.4)より、次式のようになる。

$$\Delta z_{tw} = \frac{v_g}{2\gamma} \cdot 2\Delta\nu = \frac{v_g \cdot \Delta\nu}{\gamma} \quad (5.6)$$

したがって、高い空間分解能を得るためには、式(5.6)より、LDのスペクトル線幅 $\Delta\nu$ を狭窄化すればよい。 $\gamma$ が高速周波数掃引率であるときも、空間分解能を改良するのに効果的である。 $\Delta\nu$ が十分に狭く、 $\gamma$ が十分に速ければ、達成可能な空間分解能は式(2.12)によって与えられる理論的な空間分解能に近づく。また、第2章でも述べたように、広範囲な光周波数掃引幅は空間分解能を向上させることが、式(5.3)と式(5.6)からわかる。また、光周波数掃引の繰り返し変調周波数 $f_m$ を高くすることによっても空間分解能は向上する。

しかし、先述したように、光位相雑音によって付加されるスペクトル広がりによって、ビートスペクトルは広い周波数領域に広がり、空間分解能は劣化する。また、実際の測定には光周波数掃引の非線形性によるスペクトル広がりを考慮しなければならない。非線形性は式(5.2)より、 $L$ が一定であっても $\gamma$ が変化することにより、 $f_B$ の変動を引き起こす。これにより、ビートスペクトル広がりが増加され、さらに空間分解能は劣化する。この光周波数掃引非線形性によって付加されたスペクトル広がり $\Delta f_{nl}$ から生ずる空間分解能の限界は

$$\Delta z_{nl} = \frac{v_g}{2\gamma} \cdot \Delta f_{nl} \quad (5.7)$$

によって与えられる。 $\Delta f_{nl}$ は、診断光ファイバが長くなるにつれ大きくなり、空間分解能に大きな影響を及ぼす。なぜなら、式(5.2)に示されるように、 $L$ が長くなると、 $\gamma$ の変動に対して $f_B$ の変動が増大するからである。それゆえ、長距離の光ファイバを測定するときは、特にスペクトル広がり $\Delta f_{nl}$ を減らす、つまり、より線形な光周波数掃引が求められる。

### 5.3 スペクトル線幅の外部共振器長依存性

前節より、反射スペクトルの分解能を向上させるには、LDのスペクトル線幅を狭窄化すれば良いことがわかる。外部共振器をLDに構成することは、スペクトル線幅の狭窄化に大きな効果をもたらす。ここでは、LDのスペクトル線幅を理論的に述べる。また、外部共振器を用いて、実際の内部診断に用いるLDのスペクトル線幅の狭窄化を行った。

#### 5.3.1 レーザのスペクトル線幅の理論的考察

レーザ光源のスペクトル線幅は光の電界振幅の瞬時値の分布曲線の幅と考えることができ、FM雑音（周波数変動）の低フーリエ周波数成分が主な寄与をする。

レーザの発振周波数 $\nu$ は、主に共振器の共鳴周波数で決まるため、機械的振動や温度変化等による共振器長の変動があったとき、発振周波数が揺らぎ、スペクトルが幅 $\Delta\nu$ を持つ。しかし、このような外乱が全くない場合でも、周波数 $\nu$ での線スペクトル状とはならず、スペクトル幅は零にはならない。これは、誘導放出と同時に起こる自然放出により、共振器中の光電界に揺らぎが引き起こされ、この中で位相揺らぎがレーザ光のスペクトル広がりを与えるからである。

スペクトル線幅 $\Delta\nu$ を式(5.5)とは異なる式で記述する。レーザ光の複素振幅を

$$b(t) = n_s^{1/2} \exp[j\phi(t)] \quad (5.8)$$

とする。ここで、 $n_s$ 、 $\phi(t)$ は光電界の共振器内の平均光子数、位相である。光電界のパワースペクトルは、 $b(t)$ の自己相関関数

$$\langle b^*(t)b(t+\tau) \rangle = n_s \exp(-\tau/\tau_c) \quad (5.9)$$

のフーリエ変換で与えられる。ただし

- < > : 時間平均
- $\tau_c = 4n_s/R_{sp}$  : コヒーレンス時間
- $R_{sp}$  : レーザモード内に混入する自然放出の確率

であり、式(5.9)のフーリエ変換はローレンツ関数となる。そのスペクトル幅(半値全幅) $\Delta\nu$ は、

$$\Delta\nu = R_{sp}/(4\pi n_s) \tag{5.10}$$

で与えられる。ここでは詳細は省略するが、式(5.10)に誘導放出と吸収の差による単位長さの利得係数とレーザの出力光パワーを用いると、レーザ光源がLDの場合、スペクトル線幅は最終的に次式のように書き表せる[34]。

$$\Delta\nu = \alpha_{il} n_{sp} \left( \frac{h\nu}{8\pi P} \right) \left( \frac{c}{nL} \right)^2 \left( \ln \frac{1}{R_1} \right) (1 + \alpha^2) \tag{5.11}$$

ここで、

- $h$  : プランク定数
- $\nu$  : 光周波数
- $P$  : 出力光パワー
- $c$  : 光速
- $n$  : 媒質の屈折率
- $L$  : 共振器長

である。 $n_{sp}$ は反転分布パラメータと呼ばれ、レーザモードへの自然放出と誘導放出の強さの比を表す。また、 $\alpha$ は自然放出光揺らぎに誘起されるキャリア密度変動によって変化する発振利得と屈折率の変化量の比である。 $\alpha_{il}$ は次式によって与えられる単位長さあたりの共振器損失である。

$$\alpha_{il} = \alpha_l + \frac{1}{2L} \ln \left( \frac{1}{R_1 R_2} \right) \tag{5.12}$$

式(5.12)において、 $\alpha_l$ は、共振器の壁面でのわずかな光の吸収や共振器内の媒質による吸収を表す吸収係数であり、 $R_1$ 、 $R_2$ は共振器の壁面の反射率を表しているが、普通0.1%~数十%の透過率を持たせるため、これによる損失が生じる。このように、 $\Delta\nu$ は共振器の損失の大きさに依存した値をとる。共振器の損失の少なさ(帯域の狭さ)を表す指標に $Q$ 値があり、次式で与えられる。

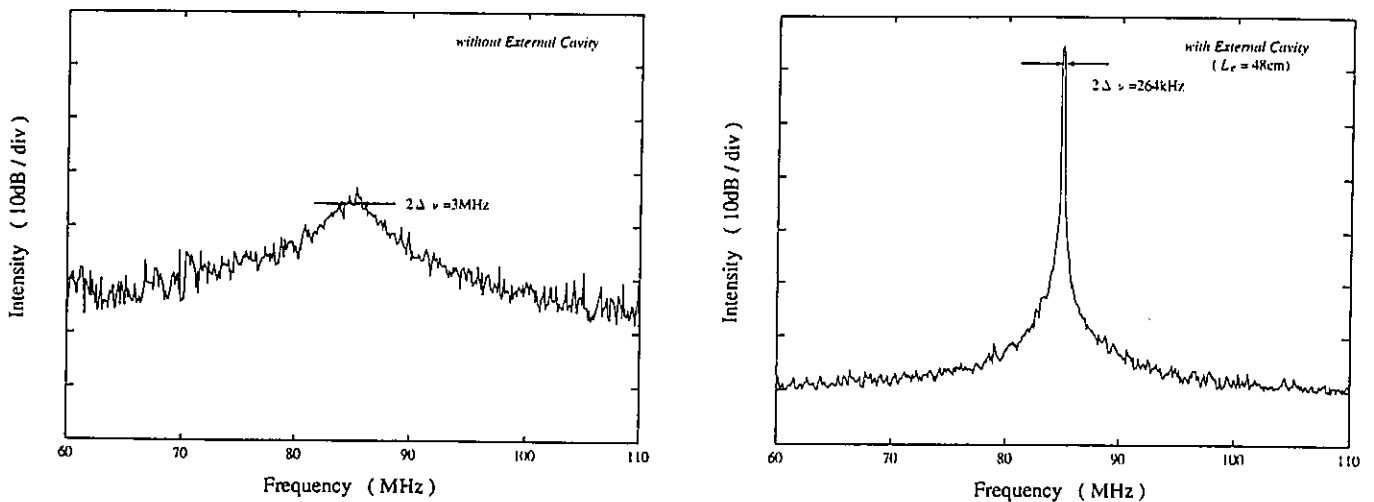
$$Q = \frac{2\pi\nu n}{c\alpha_{il}} \tag{5.13}$$

式(5.11)~式(5.13)から分かるように、反射率を高くする、あるいは、共振器長を長くすることによって $Q$ 値を大きく( $\alpha_{il}$ を小さく)することができるので、スペクトル線幅を狭窄化することが可能である。

通常、LDのスペクトル線幅は数MHz以上である。これは、LDの共振器 $Q$ 値が小さいためであるが、LDをコヒーレント光センサに使うときには、スペクトル線幅は1MHz以下にする必要がある。そのために、LDに外部共振器を構成し、外部共振器長を長くすることにより、共振器 $Q$ 値を増加させることができ、FM雑音の低減とスペクトル線幅の狭いレーザ発振が得られる。

### 5.3.2 スペクトル線幅の測定結果

LDのスペクトル線幅は外部共振器を構成することによって、狭窄化することができる。これは、非干渉のFMCWリフレクトメトリによる長距離光ファイバの反射スペクトルの測定においても、分



(a): 外部共振器を用いない場合

(b): 外部共振器を用いた場合

図 5.2 : 外部共振器の有無によるスペクトル線幅の変化

解能を向上させる上で、大変有効的な方法である。そこで、実際に光ファイバの診断に用いる LD のスペクトル線幅の測定を行った。図 5.1において、 $1.55\mu\text{m}$  帯 DFB-LD の後方に鏡を設置して後方外部共振器を構成し、スペクトル線幅を測定した結果を図 5.2に示す。このとき、外部共振器長は  $L_e = 48\text{cm}$  であり、スペクトル線幅の測定には、光ファイバを遅延線とした遅延自己ヘテロダイン法 (光周波数シフト  $85\text{MHz}$ ) を用いた。この測定法では、実際の LD のスペクトル線幅の 2 倍の幅が測定されることになる。

外部共振器を用いない、レーザ単体の場合の LD のスペクトル線幅は  $1.5\text{MHz}$  であり、外部共振器を用いた場合のスペクトル線幅は  $132\text{kHz}$  となった。これより、スペクトル線幅の狭窄化が顕著に現れている。外部共振器長  $L_e = 48\text{cm}$  でのコヒーレンス長は式 (5.5) から  $492\text{m}$  となり、 $2L \gg 492\text{m}$  であるときの光ファイバの測定は、非干渉の FMCW リフレクトメトリによるものとなる。

#### 5.4 外部共振器 LD を用いた FMCW リフレクトメトリ

FMCW リフレクトメトリに外部共振器 LD を用い、長距離光ファイバの反射スペクトルを高分解能で測定するためのシステムを構成した。5.3.1節で述べたように、外部共振器長が長いほど LD のスペクトル線幅は狭窄化される。そこで、外部共振器長を変えることにより、分解能と外部共振器長の依存性についての実験を行った。また、微弱な後方レイリー散乱光を検出することで、このシステムが光ファイバの損失測定に使用することができることを示す。

5.4.1 診断システム

5.2.2節、5.3節で述べたように、長尺の光ファイバの診断において高い空間分解能を得るためには、LD から数十 cm 離れた位置に鏡等を設置して外部共振器を構成し、LD の出射光の一部を LD にフィードバックさせて光源のスペクトル線幅を狭くする必要がある。外部共振器を LD に対して被診断素子側に構成した FMCW リフレクトメトリの測定システムを図 5.3 に示す。外部共振器長は  $L_e=20\text{cm}$  である。この場合、コヒーレント長は約 300m であり、これを大きく超える長さの光ファイバを測定する場合、参照光と信号光は干渉しない。

このシステムでは、 $1.55\mu\text{m}$  帯 DFB-LD の前方面から出射した光はビームスプリッタ (BS) で等分し、外部鏡で反射され、LD 自身に戻り光として再入射する。外部共振器 LD においては、注入電流変調による光周波数変調効率は外部共振器構成前と比べて低下するとともに、周波数特性の不均一性が大きく現れてくる。そこで本研究では、外部鏡を電歪素子 (Piezoelectric Transducer : PZT) に接着してこの PZT に周波数 500Hz の交流電圧を加え、外部共振器長を正弦波で掃引することにより光源の光周波数を掃引した。ここで、三角波ではなく、正弦波で掃引しているのは、正弦波で掃引した方が、より高分解能な反射スペクトルが結果として得られるためである。5.4.2節で後述するが、スペクトラムアナライザのタイムゲート機能を用いて、正弦波の線形と見なせる部分を抽出すれば、通常の FMCW リフレクトメトリと何ら変わりはない。ここで、外部共振器長を  $L_e$  とし、そのときの発振周波数を  $f_0$ 、変調を行ったときの共振器長の変化量を  $\Delta L$  とし、その発振周波数の変化分を  $\Delta f$  とすると、LD の発振周波数  $f$  は、

$$f = f_0 + \Delta f = \frac{c}{2(L + \Delta L)}$$

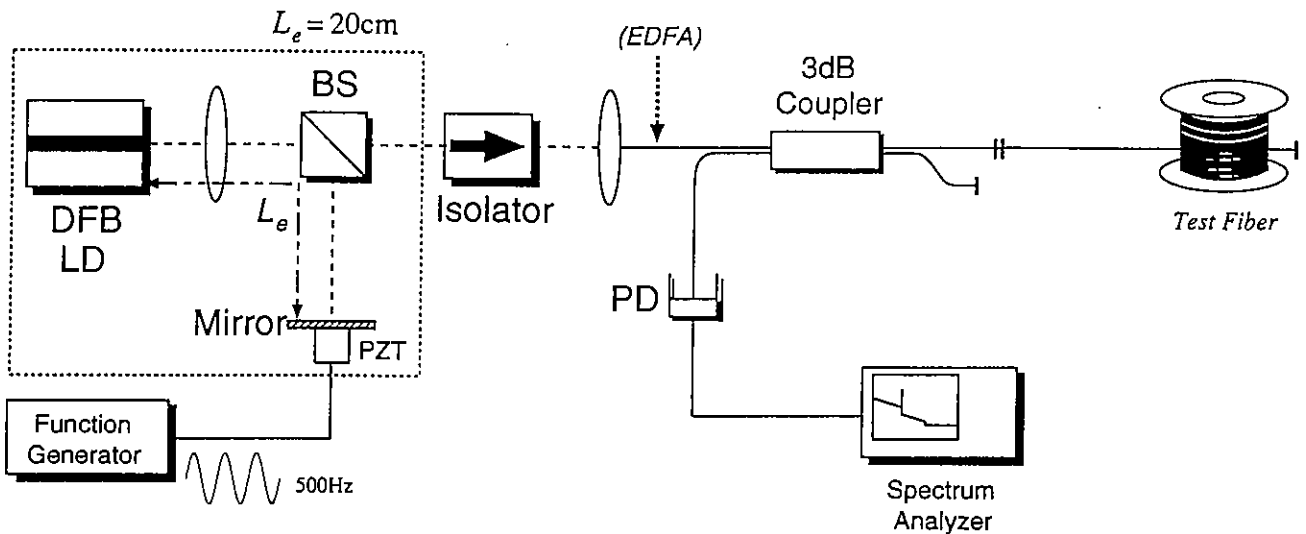


図 5.3 : 前方外部共振器 LD を用いた内部診断システム

$$\begin{aligned}
 &= \frac{c}{2L} \left(1 + \frac{\Delta L}{L}\right)^{-1} \\
 &\approx \frac{c}{2L} - \frac{c}{2} \cdot \frac{\Delta L}{L^2}
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

となり、光源の光周波数を外部変調することができる。また、アイソレータを通過した光に対して、Erドープ光ファイバ増幅器（Er-Doped optical Fiber Amplifier：EDFA）を用いることによって、光を増幅し、高感度・高SN比の測定が可能となる。光周波数掃引を行う方法以外は通常のFMCWリフレクトメトリと全く同じ原理で反射スペクトルを測定できる。

### 5.4.2 タイムゲーティング

FMCWリフレクトメトリでは、光周波数を掃引する際に非線形性が生じることは、第2章で述べたが、外部共振器を用いた内部診断システムでは、PZTに接着された鏡の重さにより、変調周波数にPZTの変位が追従しなくなり、非線形性が生じる。これにより、反射スペクトルの空間分解能は劣化する。そこで、タイムゲート機能により高分解能化を図った。

タイムゲート機能はスペクトル測定に用いるスペクトラムアナライザの付加機能であり、外部トリガ信号に対してゲートをオン/オフすることで、スペクトラムアナライザが測定データを捕捉する時間をコントロールする。これにより測定したい信号部分を指定することによって、その他の信号をすべて除去することができる。そこで、このタイムゲート機能を使用して、光周波数が線形である部分に相当する測定データのみを抽出してスペクトル解析を行うことによって、空間分解能を向上させることができる。なお、光周波数の掃引には先述したように正弦波を採用し、タイムゲーティングは正弦波の線形とみなせる部分を用いている。図5.4にタイムゲーティングの概略を示す。

このタイムゲート機能では、正弦波の下りスロープの頂点からゲートの立ち上がりまでをゲート

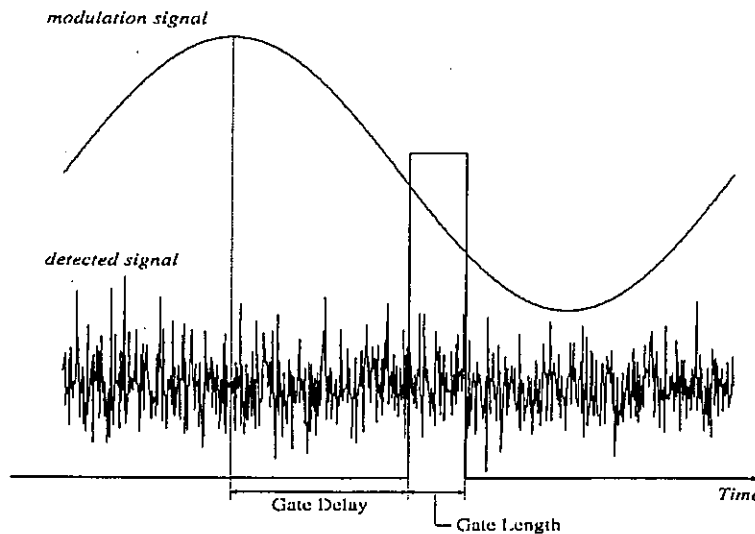
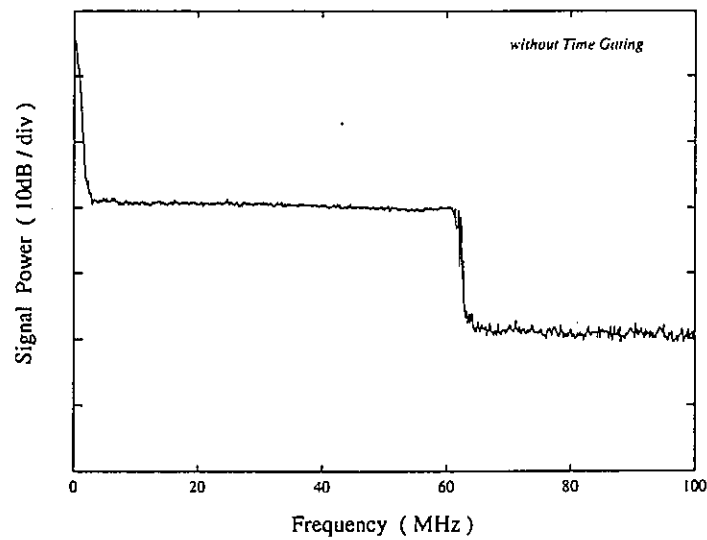


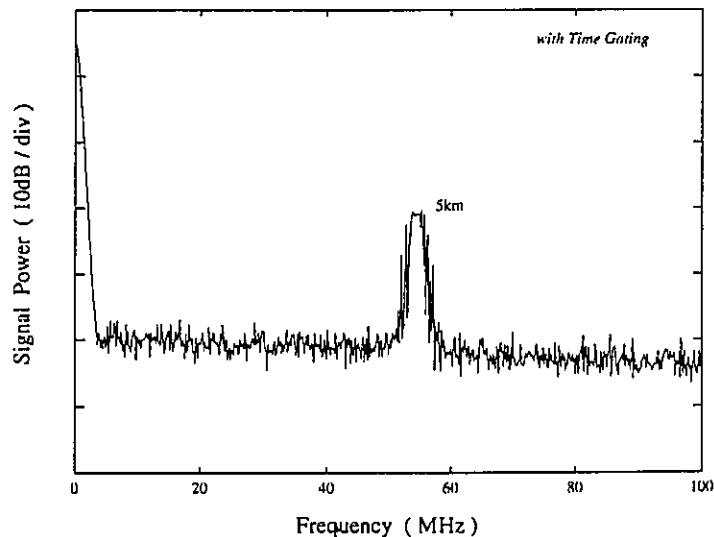
図5.4：タイムゲーティング

遅延、正弦波からその一部を取り出す時間の長さをゲート長と定義している。タイムゲーティングは空間分解能の向上に大きな影響を及ぼすが、ゲート遅延およびゲート長の値によって、空間分解能は大きく変動する。従って、これらの値を適切に設定する必要がある。

まず、反射スペクトルのタイムゲーティング効果について調べた。図5.3において、5kmの単一モード光ファイバを被診断光素子とし、タイムゲーティングの有無による反射スペクトルの比較を行った。この測定では、診断する光ファイバはコヒーレンス長よりもはるかに長いので、参照光と信号光は干渉していない。図5.5に、それぞれの反射スペクトルを示す。これより、タイムゲーティン



(a) タイムゲーティングを用いない場合



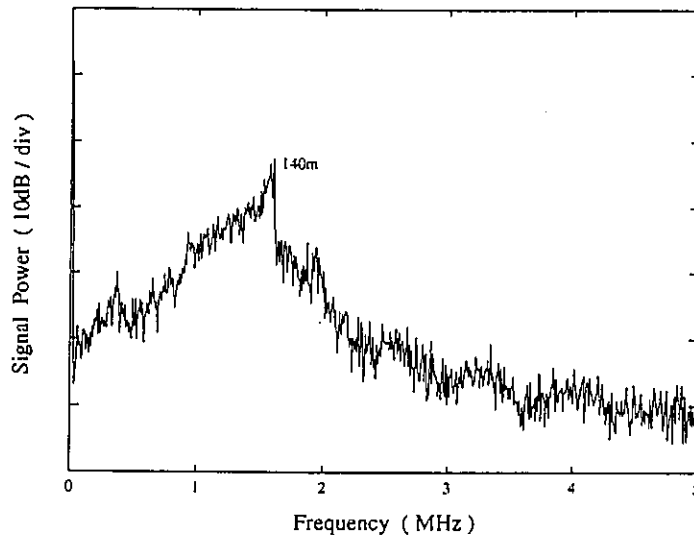
(b) タイムゲーティングを用いた場合 (Gate Delay=500 $\mu$ s、Gate Length=10 $\mu$ s)

図5.5: タイムゲーティングの有無による反射スペクトルの変化

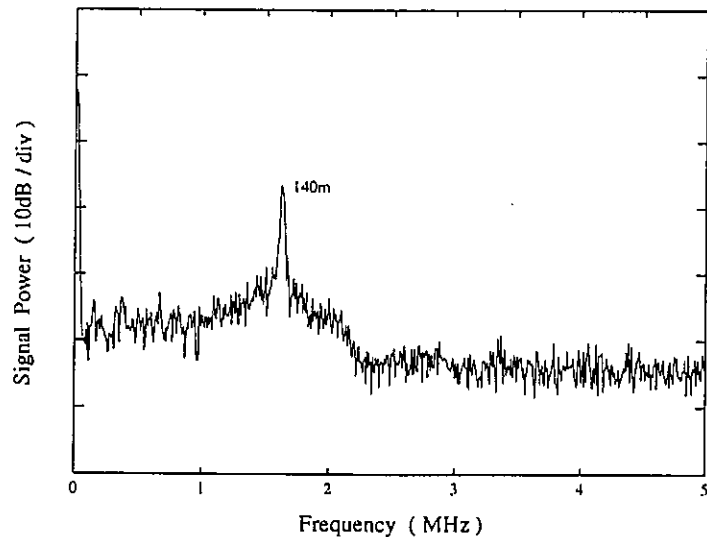


グを行わない場合、5km 光ファイバの遠方端でのフレネル反射は確認できない。これに対し、タイムゲーティングを行うことによって、フレネル反射ははっきりと確認することができる。この結果から、タイムゲーティングは、高空間分解能化に大きな効果が得られることがわかる。これは、解析する検波信号のデータを、変調信号が線形な部分に相当する箇所のみを抽出してスペクトル解析を行うからである。

次に、ゲート遅延、ゲート長の値を変化させたときのスペクトルと分解能の変化を図 5.6 に示す。ここで、診断する単一モード光ファイバの長さは 140m であり、コヒーレンス長より短いので、参照



(a) Gate Delay=400 $\mu$ s、Gate Length=350 $\mu$ s



(b) Gate Delay=620 $\mu$ s、Gate Length=20 $\mu$ s

図 5.6 : タイムゲーティングのパラメータに依存する反射スペクトルの変化

光と信号光は干渉している。また、EDFA（駆動電流 50mA で約 10dB の利得）を用いて反射スペクトルの感度および SN 比を向上させている。図 5.6 より、ゲート遅延が  $620\mu\text{s}$ 、ゲート長が  $20\mu\text{s}$  であるときの方がスペクトルの分解能は良く、低周波側への広がり大きく減少している。これは、図 5.6(a) はゲート長が長い為、正弦波の線形でない部分をも含めてスペクトル解析した結果、ビート周波数にばらつきが生じ、一定のビート周波数が得られなかったためだと考えられる。ゲート遅延およびゲート長の値によって測定される反射スペクトルの分解能は大きく異なるので、ゲート遅延およびゲート長は適切な値に設定しなければならない。本研究では、反射スペクトルの空間分解能が最も高いときのゲート遅延およびゲート長を採用することにする。なお、ゲート遅延  $620\mu\text{s}$ 、ゲート長  $20\mu\text{s}$  は比較的良好なスペクトルが得られやすい条件である。

### 5.4.3 後方外部共振器 LD を用いたシステム

外部共振器 LD を用いた FMCW リフレクトメトリによるスペクトル測定では、外部共振器長  $L_e$  を長くすることにより反射スペクトルの分解能は向上し、より鋭いスペクトルとなる。しかし、図 5.3 のように、被診断光素子（光ファイバ）側（前方）に外部共振器を構成した場合、システムの構成上、これ以上の外部共振器長の延長には限界があり、さらなる分解能の向上も望めない。

そこで、LD の後方端面からの出射光を利用し、外部共振器を LD の後方で構成することにより、外部共振器長をさらに延長することができる。これにより、反射スペクトルの分解能を向上させることができる。また、BS を使用しないことで光ファイバへの入射光パワーが半減されず、高感度のスペクトル測定が可能である。そこで、新たに図 5.7 のようなシステムを構成した。このシステムでは、 $1.55\mu\text{m}$  帯 DFB-LD から後方に出射した光は、外部鏡により反射されて DFB-LD に戻るが、外部鏡を直接 PZT で変調することにより光周波数を掃引する。ただし、ここでも変調信号に正弦波を用

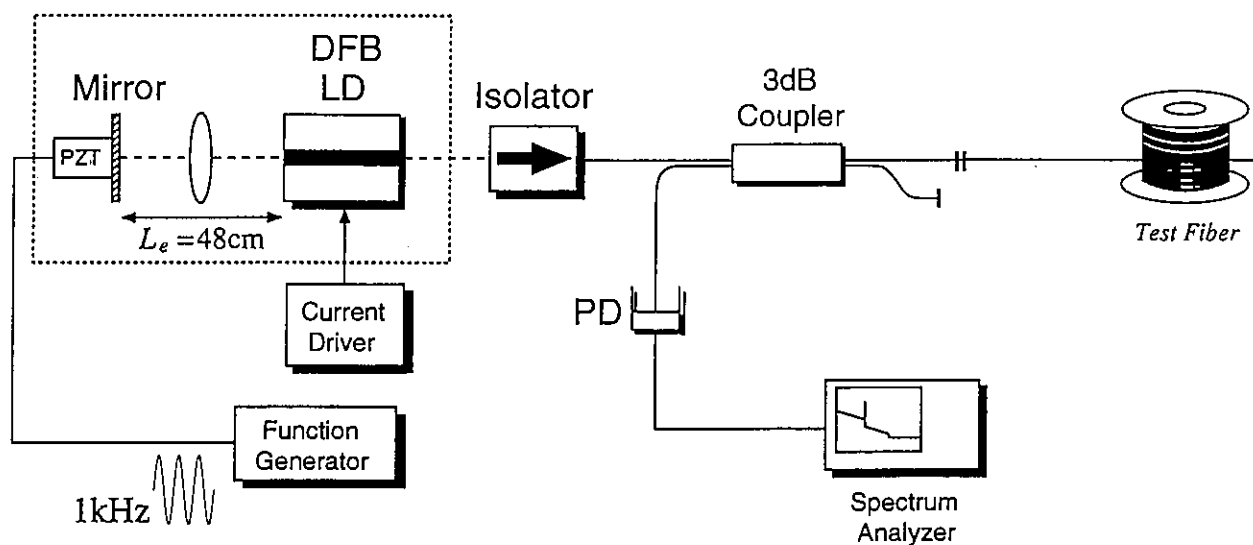
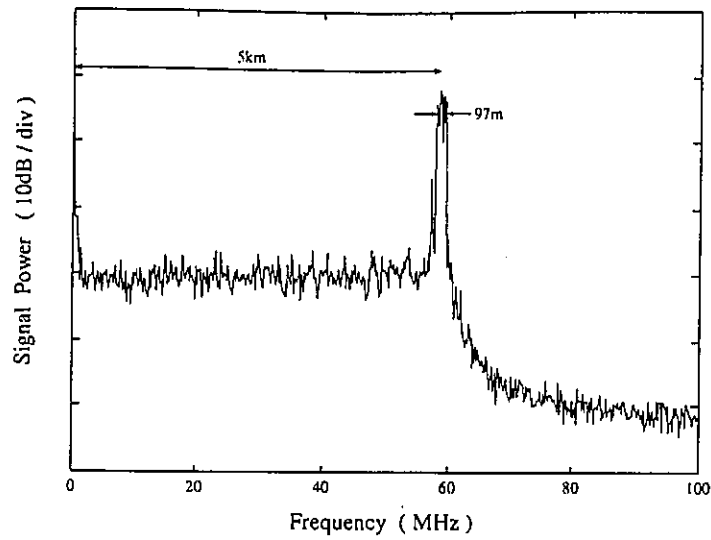


図 5.7 : 後方外部共振器 LD を用いた内部診断システム

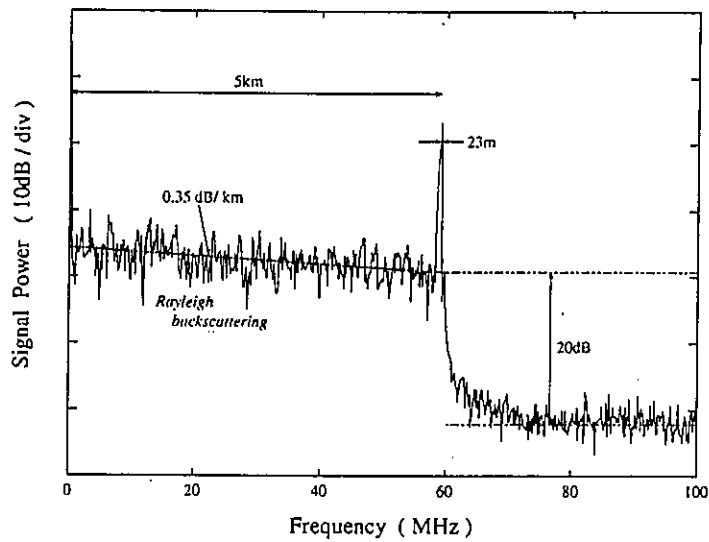
いており、変調周波数は 1kHz とした。5.2.2 節でも述べたように、変調周波数  $f_m$  を高くすることによっても分解能は向上する。また、外部共振器長は  $L_e=48\text{cm}$  であり、図 5.3 の場合より、2 倍以上の長さには延長している。このときの LD のスペクトル形状は図 5.2(b) で、スペクトル線幅は 132kHz に狭帯化されており、コヒーレンス長は 492m である。図 5.3 の前方外部共振器システム ( $L_e=20\text{cm}$ )、図 5.7 の後方外部共振器システム ( $L_e=48\text{cm}$ ) で、主に非干渉の FMCW リフレクトメトリによる単一モード光ファイバの反射スペクトルを測定した。以下にこの外部共振器長の違いによる反射スペクトルの比較を行う。

#### 5.4.4 非干渉 FMCW リフレクトメトリによる反射測定

ここでは、光源のコヒーレンス長よりも極めて長い単一モード光ファイバの反射スペクトルを非干渉 FMCW リフレクトメトリにより測定した結果について考察する。図 5.3 ( $L_e=20\text{cm}$ ) および図 5.7 ( $L_e=48\text{cm}$ ) のそれぞれのシステムで、5km 単一モード光ファイバを測定した結果を図 5.8 に示す。また、測定条件を表 5.1 に示す。ただし、図 5.8(a) では、システム内に EDFA を使い、入射光パワーを増幅させることにより反射光パワーを増大させ、反射スペクトル測定の高感度化を狙った。また、図 5.8(b) の反射スペクトルの拡大図を図 5.9 に示す。ただし、これは移動平均処理を行っており、分解能の測定を容易にした。これらの図から、外部共振器長を変化させたときの分解能の変化について考察する。ここで述べる反射スペクトルの分解能は、反射スペクトルのピーク値を基準として  $-3\text{dB}$  の位置でのスペクトル幅 (半値全幅) としている。図 5.9 から、外部共振器長が  $L_e=48\text{cm}$  のときの反射スペクトルの分解能は 271kHz である。5.5.1 節で後述するが、コヒーレンス長をはるかに超えた光ファイバの反射スペクトルはローレンツ分布形状を成し、その分解能は LD のスペクトル線幅  $\Delta\nu$  の 2 倍となる。外部共振器長が  $L_e=48\text{cm}$  のときの LD のスペクトル線幅は節でも述べたように  $\Delta\nu=132\text{kHz}$  であるので、この場合の反射スペクトルの分解能は、 $2\Delta\nu=264\text{kHz}$  に近い値となっている。これより、非干渉 FMCW リフレクトメトリでの空間分解能は  $\Delta\nu$  に依存していることがわかる。また、空間分解能は式 (5.4) により距離に換算すると、23m となる。これは、式 (5.6) で  $\Delta\nu=132\text{kHz}$  を用いて計算される空間分解能  $\Delta z_{1w}=19.5\text{m}$  と比較してもそれほど大きな差はない。多少劣化しているのは、鏡の重さにより PZT が変調周波数に追従しないことに起因する光周波数掃引の非線形などの影響と考えられる。また、同様に、図 5.8(a) の反射スペクトルの空間分解能は 97m と計算され、変調周波数、外部共振器長をそれぞれ 2 倍にすることで、およそ 4 倍の空間分解能の向上が見られる。これより、外部共振器長をより長くすることにより、空間分解能は向上することが示される。また、図 5.8(b) は EDFA を用いなくても 20dB 以上の SN 比が得られていることは、注視する点である。さらに、図 5.8(b) では後方レイリー散乱光の確認が可能であり、その傾きから光ファイバの損失を見積もることができる。ただし、図 5.8 の反射スペクトルにおいて、式 (5.2) で周波数から距離に変換することにより、反射点 (診断点) の情報を得ることができるが、光ファイバの損失は、実際の測定では、光ファイバ長の 2 倍 (ここでは 10km) での損失となることに注意しなければならない。以上のことからこの 5km の光ファイバの損失は 0.35km/dB 程度と見積もられる。



(a) 前方外部共振器LDを用いたときの反射スペクトル ( $L_e=20\text{cm}$ )



(b) 後方外部共振器LDを用いたときの反射スペクトル ( $L_e=48\text{cm}$ )

図 5.8 : 外部共振器LDを用いたときの5km単一モード光ファイバの反射スペクトル

表 5.1 : 5km 光ファイバの測定条件

	変調周波数	Gate Delay	Gate Length	分解能
図 5.8(a)	500Hz	620 $\mu\text{s}$	20 $\mu\text{s}$	97m
図 5.8(b)	1kHz	340 $\mu\text{s}$	5 $\mu\text{s}$	23m

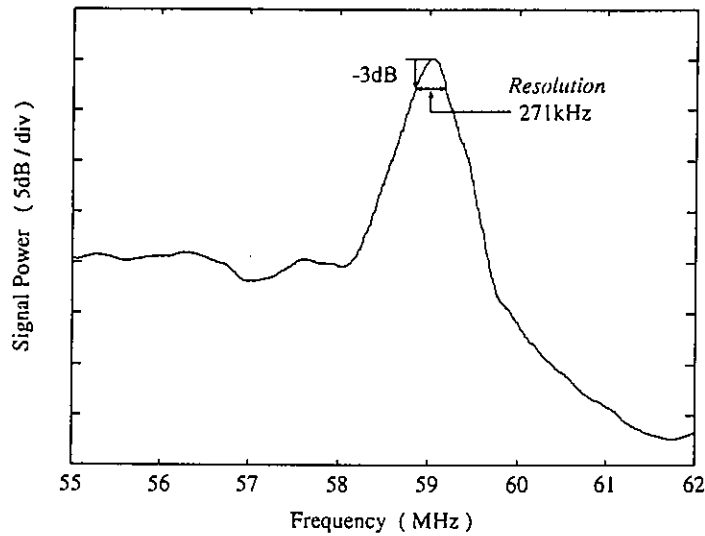
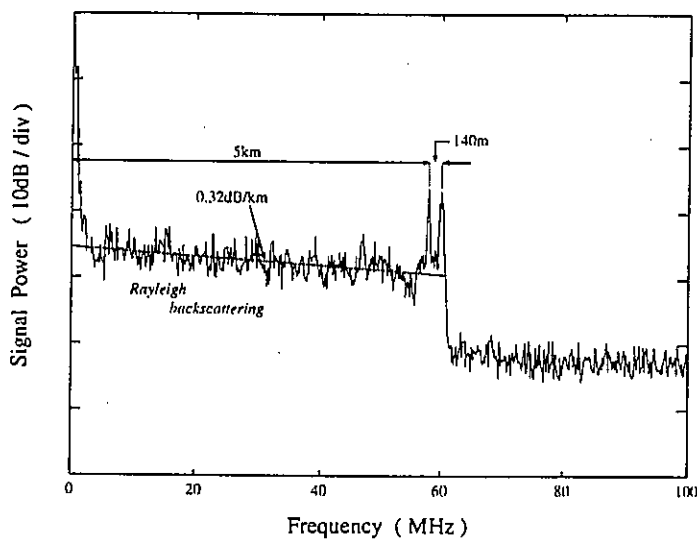


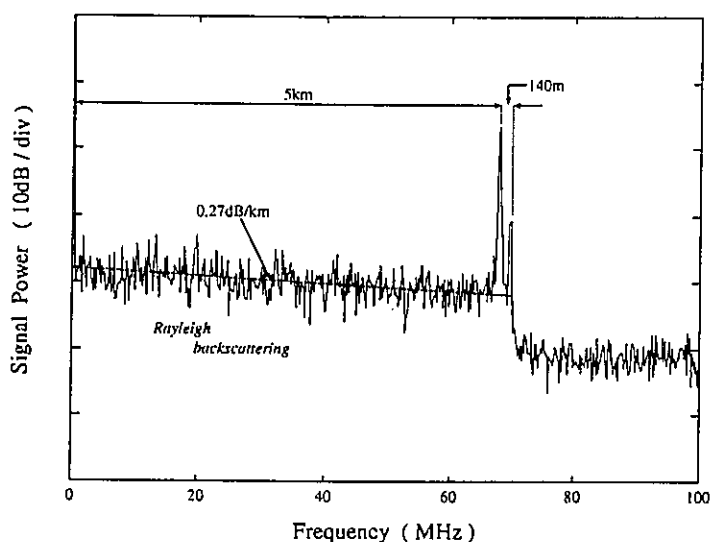
図 5.9 : 5km 光ファイバの反射スペクトルの拡大図 ( $L_e=48\text{cm}$ )

次に、長尺の光ファイバの後方に比較的短い光ファイバを接続し、それぞれの反射スペクトルが分離できるかを確かめる。被診断光素子として、5km と 140m の単一モード光ファイバをコネクタで接続したものをを用いた。測定結果を図 5.10 に、測定条件を表 5.2 に示す。この測定においては、5km と 140m のコネクタ接続部でのフレネル反射と被診断光ファイバの終端（140m の遠方端）でのフレネル反射が重ならないように、140m の光ファイバの遠方端にマッチングオイルを塗布し、終端での反射率を抑えている。

図 5.10(a)(b) とともに 5km のコネクタ接続部と被診断光ファイバ終端での反射スペクトルを識別することは可能である。しかし、図 5.10(b) の外部共振器長が  $L_e=48\text{cm}$  のときの方がより明確に 5km と 140m が分離されている。図 5.10(a) の反射スペクトルの空間分解能は、コネクタ接続部でのフレネル反射スペクトルが 45m、5km+140m の終端のフレネル反射スペクトルが 53m であり、図 5.10(b) は同様に、それぞれ 29m、30m である。よって、外部強共振器長が 2 倍になることによって、およそ 2 倍の空間分解能の向上が得られた。これより、外部共振器長が  $L_e=48\text{cm}$  のときのシステムでは、5km 先で 50m に満たない長さの光ファイバを診断することが可能ということが示される。また、いずれの場合も光ファイバ内の後方レイリー散乱光に対して 10dB 以上の SN 比が観測されており、光ファイバの内部情報を知る上で、比較的良好な診断が行われているといえる。



(a) 前方外部共振器 LD を用いたときの反射スペクトル ( $L_e=20\text{cm}$ )



(b) 後方外部共振器 LD を用いたときの反射スペクトル ( $L_e=48\text{cm}$ )

図 5.10 : 外部共振器 LD を用いたときの 5km+140m 単一モード光ファイバの反射スペクトル

表 5.2 : 5km+140m 単一モード光ファイバの測定条件

	変調周波数	Gate Delay	Gate Length	空間分解能	
				5km	5km+140m
図 5.10(a)	500Hz	620 $\mu\text{s}$	20 $\mu\text{s}$	45m	53m
図 5.10(b)	1kHz	340 $\mu\text{s}$	5 $\mu\text{s}$	29m	30m

次に、さらに距離を伸ばして、11km先での140m光ファイバのフレネル反射を測定した。被診断光ファイバに、6km、5km、140mの3本の単一モード光ファイバをコネクタ接続したものをを用いた。図5.11にその測定結果を、表5.3に測定条件を示す。ただし、測定システムは図5.7であり、外部共振器長は $L_e=48\text{cm}$ とした。

図5.11から、光ファイバのコネクタ接続点と被診断光ファイバ終端（140m光ファイバの遠方端）でのフレネル反射が3つとも全て確認することができ、さらに光ファイバ内部の後方レイリー散乱光も検出されている。11kmのコネクタ接続点と11.14kmの光ファイバ終端での反射スペクトルは裾の部分は重なりあっているが、識別することは可能である。6km、11km、11.14kmでの反射スペクトルの空間分解能はそれぞれ35m、54m、65mであり、11.14km先においても100m以下の空間分解能が得られている。また、6kmと5kmの光ファイバのコネクタ接続損失もはっきりと確認でき、その値は約4.5dBと読みとれる。

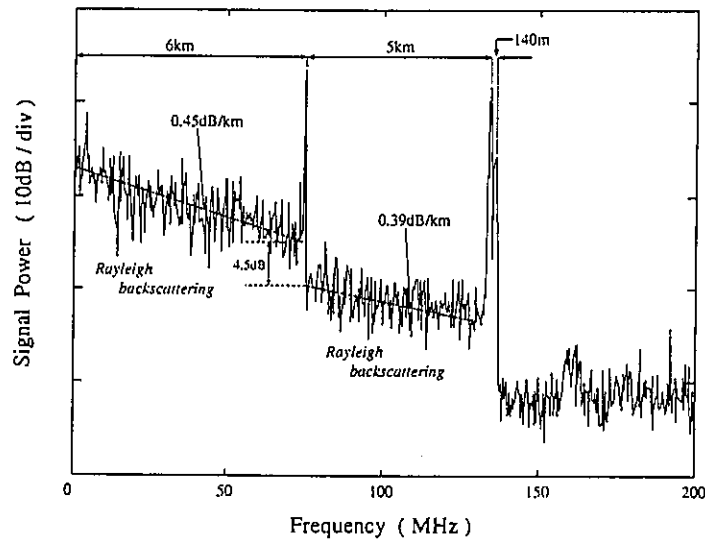


図5.11：6km+5km+140m 単一モード光ファイバの反射プロファイル

表5.3：6km+5km+140m 単一モード光ファイバの測定条件

	変調周波数	Gate Delay	Gate Length	空間分解能		
				6km	11km	11.14km
図5.11	1kHz	340 $\mu\text{s}$	5 $\mu\text{s}$	35m	54m	65m

## 5.5 FMCW リフレクトメトリの反射プロファイルの数値計算

FMCW リフレクトメトリによって得られる反射スペクトルの形状は、被診断光素子長に依存しており、数式で表すことができる。本節では、反射スペクトルの式を導出して数値計算することにより、スペクトル形状の変化について考察を行った。また、実験で得られた反射スペクトルとの比較を行う。

### 5.5.1 スペクトル式の導出

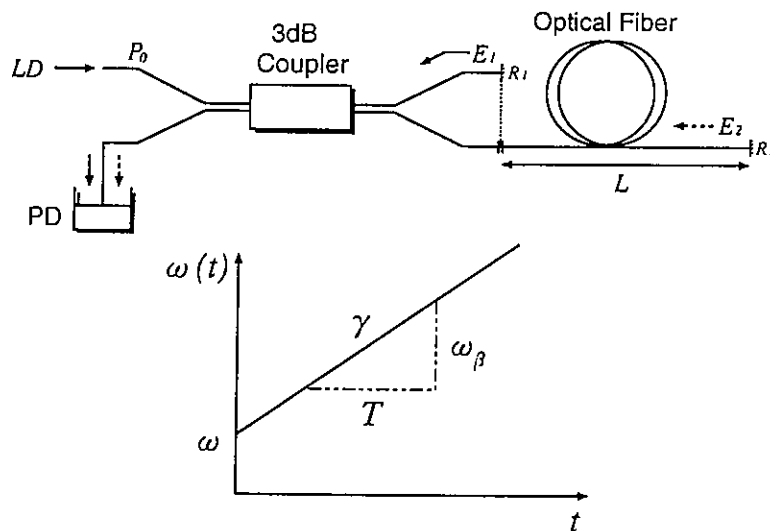


図 5.12 : 光ファイバ診断の模式図

図 5.12 に、長さ  $L$  の光ファイバの診断を想定した簡単な模式図を示す。参照光の電界を  $E_1(t)$  とすると  $E_1(t)$  は次のように表せる。

$$E_1(t) = A_1 \exp \left[ j \left\{ \int_0^t (\omega + \gamma t') dt' + \phi(t) \right\} \right] = A_1 \exp \left[ j \left\{ \left( \omega + \frac{\gamma}{2} t \right) t + \phi(t) \right\} \right] \quad (5.15)$$

同様に、後方散乱光（信号光）の電界  $E_2(t)$  は

$$E_2(t) = A_2 \exp \left[ j \left\{ \omega + \frac{\gamma}{2} (t - T) \right\} (t - T) + \phi(t - T) \right] \quad (5.16)$$

となる。ここで、 $\omega_B$  はビート周波数、 $\gamma$  は光周波数掃引率である。 $\omega$  は光周波数を掃引しないときの光周波数であり、いずれも次元は角周波数である。また、 $T$  は参照光と後方散乱光との遅延時間で、式 (2.1) と同様

$$T = \frac{2nL}{c} = \frac{2L}{v_g} \quad (5.17)$$

と表せる。ただし、ここでは、ファイバカップラのアーム長はそれぞれ等しいとするので、光路長差  $2\Delta D$  は診断する光素子長  $2L$  に等しい ( $\Delta D = L$ )。PD 上での光強度  $I(t)$  は

$$I(t) = |E_1(t) + E_2(t)|^2$$



$$\begin{aligned} &\simeq B \cos \left[ \omega_B t - \frac{\gamma}{2} T^2 + \phi(t) - \phi(t-T) \right] \\ &\Rightarrow B \exp \left[ j \left\{ \omega_B t - \frac{\gamma}{2} T^2 + \phi(t) - \phi(t-T) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5.18)$$

となる。ただし、 $B = 2A_1 A_2$ である。また、図 5.12での光周波数掃引の関係から、

$$\omega_B = \gamma T \quad (5.19)$$

である。次に、反射スペクトルのフーリエ変換対である  $I(t)$  の自己相関関数  $R_I(\tau)$  を求める。 $R_I(\tau)$  は

$$\begin{aligned} R_I(\tau) &= \langle I(t)^* I(t+\tau) \rangle \\ &= B^2 \langle \exp [j \{ \omega_B \tau + \phi(t+\tau) - \phi(t) + \phi(t-T) - \phi(t+\tau-T) \}] \rangle \end{aligned} \quad (5.20)$$

と表される。ここで、 $\langle \rangle$  は期待値を表す。 $\phi(t)$  がガウス過程であると仮定するなら

$$\langle \exp [j\phi(t)] \rangle = \exp \left[ -\frac{1}{2} \langle \phi^2(t) \rangle \right] \quad (5.21)$$

とおけることに留意し (付録 A 参照)、 $R_\phi(\tau) = \langle \phi(t)\phi(t+\tau) \rangle$  とすると

$$\begin{aligned} R_I(\tau) &= B^2 \exp(j\omega_B \tau) \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \langle \{ \phi(t+\tau) - \phi(t) + \phi(t-T) - \phi(t+\tau-T) \}^2 \rangle \right] \\ &= B^2 \exp(j\omega_B \tau) \cdot \exp [-2 \{ R_\phi(0) - R_\phi(T) \}] \\ &\quad \cdot \exp [2R_\phi(\tau) - R_\phi(\tau+T) - R_\phi(\tau-T)] \end{aligned} \quad (5.22)$$

となる。 $\phi(t)$  がさらにランダムウォーク過程であるとする

$$2 \{ R_\phi(0) - R_\phi(\tau) \} = W|\tau| \quad (5.23)$$

である。ここで、 $W$  はローレンツ分布の LD 光の半値全幅 (角周波数の次元) である。 $W$  を用いると、式 (5.22) は次式のように表せる。

$$R_I(\tau) = B^2 \exp(j\omega_B \tau) \cdot \exp(-WT) \cdot \exp \left( -W|\tau| + \frac{W}{2}|\tau+T| + \frac{W}{2}|\tau-T| \right) \quad (5.24)$$

よって、Wiener-Khintchine の関係式から、 $I(t)$  のスペクトル  $S(\omega)$  は  $R_{IT}$  のフーリエ変換で得られるので、FMCW リフレクトメトリによる反射スペクトルは次式のようになる。

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_I(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= B^2 e^{-WT} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-j(\omega - \omega_B)\tau] d\tau - \int_{-T}^T \exp[-j(\omega - \omega_B)\tau] d\tau \right. \\ &\quad \left. + e^{WT} \int_{-T}^0 \exp[\{W - j(\omega - \omega_B)\}\tau] d\tau + e^{WT} \int_0^T \exp[-\{W + j(\omega - \omega_B)\}\tau] d\tau \right] \\ &= 2B^2 \left[ \pi e^{-WT} \delta(\omega - \omega_B) \right. \\ &\quad \left. + \frac{W}{W^2 + (\omega - \omega_B)^2} \left\{ 1 - e^{-WT} \left[ \cos \{(\omega - \omega_B)T\} + \frac{W}{\omega - \omega_B} \sin \{(\omega - \omega_B)T\} \right] \right\} \right] \end{aligned} \quad (5.25)$$

次に、反射強度を表す係数  $B$  について考える。フレネル反射を想定した場合の係数を  $B_F$  とおき、 $B_F$  について考える。診断システムへの入射パワーを  $P_0$ 、参照光路および後方散乱光のファイバ端面のパワー反射率をそれぞれ  $R_1$  および  $R_2$  とし、ファイバカップラの結合率 50% をとする。このとき、式 (5.15)、式 (5.16) 中の  $A_1$ 、 $A_2$  に関するパワー係数  $A_1^2$ 、 $A_2^2$  は

$$A_1^2 = P_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot R_1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} R_1 P_0 \quad (5.26)$$

$$A_2^2 = P_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot R_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \exp(-2\alpha L) = \frac{1}{4} R_2 P_0 \exp(-2\alpha L) \quad (5.27)$$

となる。ここで、 $\alpha$  はファイバ減衰係数 ( $m^{-1}$ ) である。よって

$$B_F = 2A_1 A_2 = \frac{1}{2} P_0 \sqrt{R_1 R_2} \exp(-\alpha L) \quad (5.28)$$

となる。また、後方散乱光が後方レイリー散乱光の場合の係数  $B_R$  について考える。後方レイリー散乱係数を  $r_R (m^{-1})$ 、システムの空間分解能を  $\Delta z$  とすると、光ファイバ内の後方レイリー散乱光パワー  $P_R$  は

$$P_R = P_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot r_R \cdot \Delta z \cdot \frac{1}{2} \cdot \exp(-2\alpha L) = \frac{1}{4} P_0 r_R \Delta z \exp(-2\alpha L) \quad (5.29)$$

である。よって、レイリー後方散乱光に対する信号強度  $B_R$  は

$$B_R = 2A_1 \sqrt{P_R} = \frac{1}{2} P_0 \sqrt{R_1 r_R \Delta z} \exp(-\alpha L) \quad (5.30)$$

となる。

式 (5.25) が表す意味について考察する。式 (5.25) の第 1 項は参照光と後方散乱光との干渉による項であり、ビート周波数の位置で、線スペクトルとして現れる。これに対し、式 (5.25) の第 2 項は LD のスペクトル線幅に依存したローレンツ分布形状となる。診断距離  $L$  が短いとき、すなわち  $T$  が小さいとき、第 1 項が支配的となり、反射スペクトルは線スペクトル状となる。第 2 項の値は第 1 項よりも小さく、ビート周波数  $\omega_B$  の周辺に雑音として広がる。また、診断距離  $L$  が長いとき、すなわち、 $T$  が大きいときの反射スペクトルは、第 1 項の影響は小さくなり、線スペクトルと第 2 項の { } 内の第 2 項は消える。逆に、第 2 項の { } 内の第 1 項のローレンツ分布によってその形状は決定される。このとき、参照光と後方散乱光の位相は相互相関がない。また、微弱なフレネル反射光に対し、後方レイリー散乱光のレベルが相対的に高くなり、検出が可能となる。このときの反射スペクトルの半値全幅は、LD のスペクトル線幅を  $\Delta\nu$  とすると  $2\Delta\nu$  となる。

また、反射スペクトルが式 (5.25) の第 1 項による線スペクトルに依存する距離について考察する。LD のスペクトル線幅とコヒーレンス長の関係式 (5.5) を用いて、次元を角周波数に統一することを考慮して  $W$  を次のように書き換える。

$$\begin{aligned} W &= 2\pi\Delta\nu \\ &= 2\pi \frac{v_g}{\pi L_{coh}} \\ &= \frac{2}{T_{coh}} \quad \left( T_{coh} = \frac{L_{coh}}{v_g} \right) \end{aligned} \quad (5.31)$$

ここで、 $T_{coh}$ はLDのコヒーレンス時間である。よって、式(5.25)の第1項の指数関数は次のように表せる。

$$\exp\left(-2\frac{T}{T_{coh}}\right)$$

よって、遅延時間  $T$  がコヒーレンス時間  $T_{coh}$  よりもはるかに短い場合、すなわち

$$\begin{aligned} \frac{T}{T_{coh}} &\ll 1 \\ \therefore 2L &\ll L_{coh} \end{aligned} \tag{5.32}$$

であるから、診断距離がコヒーレンス長の半分よりも短いとき、参照光と後方散乱光は干渉し、反射スペクトルは線スペクトル状となる。逆に、 $2L \gg L_{coh}$ 、つまり診断距離がコヒーレンス長の半分よりも長いとき、反射スペクトルはローレンツ分布形状となる。なお、ビート周波数  $f_B (= \omega_B / (2\pi))$  は式(5.2)より、光ファイバ長  $L$  に相当するので、周波数軸から診断点の位置を知ることができる。

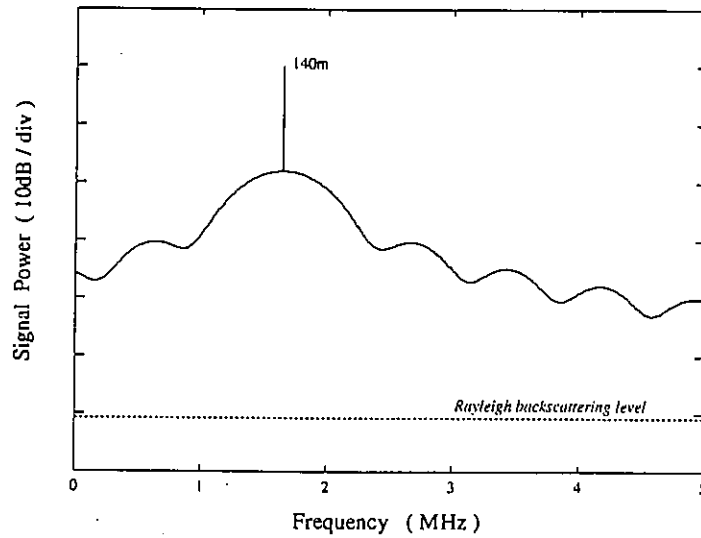
### 5.5.2 反射スペクトルの数値計算

5.5.1節で求めた反射スペクトルの式(5.25)に係数  $B_F$ 、 $B_R$  を代入して、光ファイバ長  $L$  によるスペクトル変化を調べるために数値計算を行った。まず、数値計算を行う上で、以下のようにパラメータを固定する。この表の中で、計算を簡単にするため、光ファイバ減衰係数を  $\alpha=0$  としている。ま

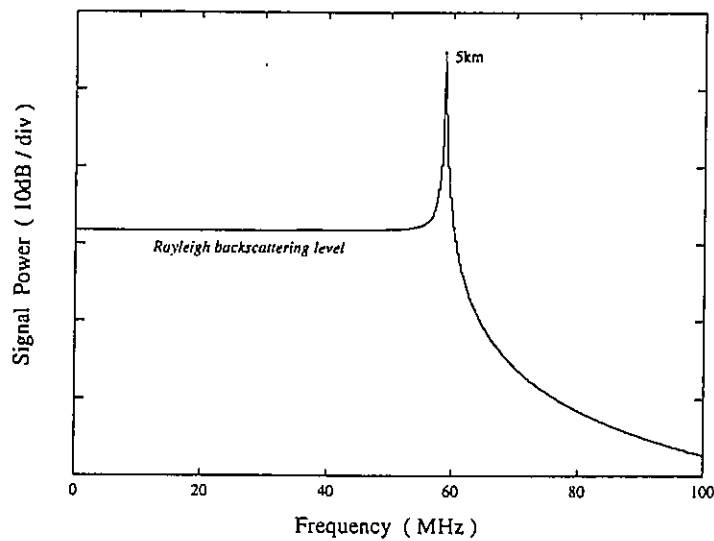
表 5.4: 反射スペクトル算出のためのパラメータ

パラメータ	記号	数値
変調周波数	$f_m$	1kHz
光周波数掃引幅	$\Delta F$	0.6GHz
光ファイバの屈折率	$n$	1.47
LDのスペクトル線幅	$\Delta\nu$	100kHz
光ファイバ減衰係数	$\alpha$	0
入射パワー	$P_0$	2mW
参照光のフレネル反射率	$R_1$	4%
信号光のフレネル反射率	$R_2$	4%
後方レイリー散乱係数	$r_R$	$6.3 \times 10^{-8} (\text{m}^{-1})$
システムの空間分解能	$\Delta z$	0.85m or 8.5m

た、後方レイリー散乱係数は標準的な単一モード光ファイバの値である<sup>[26]</sup>。システムの空間分解能は、スペクトラムアナライザの分解能帯域幅を  $\Delta B$  とした場合、式(5.6)より  $2\nu = \Delta B$  として算出される。診断距離が比較的短い場合は  $\Delta B=10\text{kHz}$ 、長い場合は  $\Delta B=100\text{kHz}$  とした。また、式(5.5)より、コヒーレンス長は  $492\text{m}$  となる。表 5.4 のパラメータを用いて、光ファイバ長が  $140\text{m}$  および  $5\text{km}$  のときの反射スペクトルを数値計算した。計算結果を図 5.13 に示す。図 5.13(a) のように、診断



(a) 診断距離が比較的小さい場合 ( $L=140\text{m}$ )



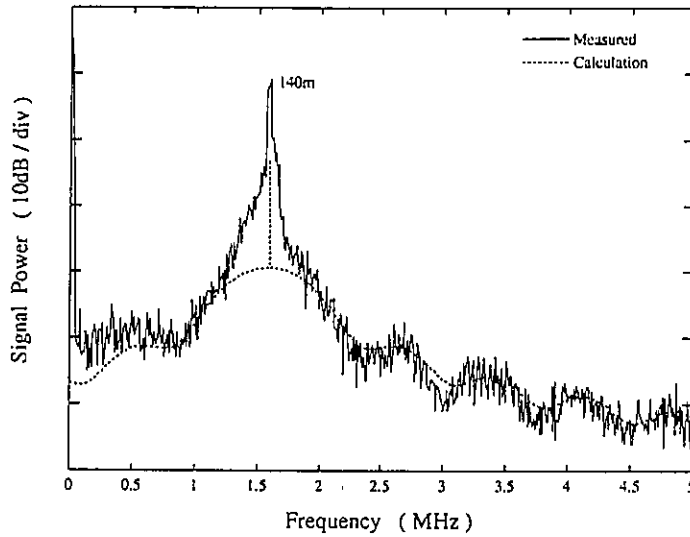
(b) 診断距離が比較的大きい場合 ( $L=5\text{km}$ )

図 5.13 : 反射スペクトルの数値計算

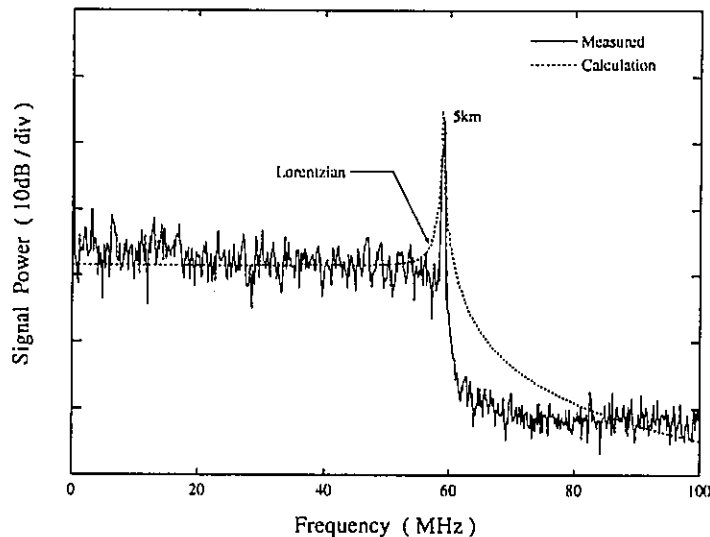
距離がコヒーレンス長の半分よりも短い場合、ビート周波数の位置に立つ線スペクトルを中心に式 (5.25) の第 2 項が雑音として周辺に広がる。後方レイリー散乱光はフレネル反射光よりもはるかに小さいため、フレネル反射光の反射スペクトルに隠れる形となり、検出することはできない。これに対し、図 5.13(b) の診断距離が長い場合では、線スペクトルと雑音は消え、式 (5.25) 第 2 項のローレンツ分布が支配的となる。また、図 5.13(a) に比べてフレネル反射光は小さくなり、相対的に後方レイリー散乱光が大きくなるため、後方レイリー散乱光のレベルが上がり、検出が可能となる。ここでは、計算を簡単にするため、後方レイリー散乱光は一定としている。

### 5.5.3 測定結果との比較

被診断単一モード光ファイバに140mと5kmを用いた測定結果と数値計算の結果を比較した。まず、参照光と信号光が干渉している場合、すなわち、診断距離が比較的短い場合(140m)について述べる。140mの光ファイバの測定条件は、変調周波数1kHz、光周波数掃引幅0.6GHz、LDのスペクトル線幅132kHzであり、このときの外部共振器長は48cmである。また、スペクトラムアナライザの分解能帯域幅は10kHzである。計算結果のパラメータもこれに合わせて計算を行う。140mの反射スペクトルの測定結果と計算結果を図5.14(a)に示す。計算結果の線スペクトル強度が測定結果



(a) 診断距離が比較的短い場合 ( $L=140\text{m}$ )



(b) 診断距離が比較的長い場合 ( $L=5\text{km}$ )

図5.14：反射スペクトルの測定結果と数値計算結果の比較

より小さいが、ローレンツ分布に依存した雑音特性は良い一致を示している。また、測定結果は線スペクトルが低周波側に広がっており、非線形性によるビート周波数の不均一が表れている。後方レイリー散乱光のレベルはこのスペクトルよりもさらに20dB下にあり、フレネル反射光のスペクトルに隠れて見えない。

次に、参照光と信号光が干渉していない場合、すなわち、診断距離が比較的長い場合(5km)について述べる。5kmの光ファイバの測定条件は、140mの測定条件と同じである。ただし、スペクトラムアナライザの分解能帯域幅は100kHzである。5kmの反射スペクトルの測定結果と計算結果を図5.14(b)に示す。長尺の光ファイバの反射スペクトルは、計算結果では、干渉項による線スペクトルは消え、ローレンツ分布形状が支配的となる。しかし、測定結果では、スペクトルの裾の部分が計算結果のようになだらかではなく、ローレンツ分布形状からずれている。よって、ローレンツ分布よりもむしろガウス分布に近い形状を示しているのではないか、という報告がなされている<sup>[26]</sup>。この原因の一つとして、理論式導出の過程で使った積分範囲の厳密性にも起因するのではないかと思われるが、詳細な原因究明が待たれる。

## 5.6 まとめ

本章では、非干渉FMCWリフレクトメトリの高分解能化について述べた。光源のコヒーレンス長よりも長い光ファイバの測定では、参照光と信号光は干渉せず、その反射スペクトルの分解能は光源のスペクトル線幅で決まることを示した。そのため、外部共振器を用いてLDのスペクトル線幅を狭窄化することによって、長尺の光ファイバを高分解能で測定することが可能であることを示した。また、外部共振器長をより長くすることによって、さらに空間分解能は向上することを示した。外部共振器構造を用いたシステムによる測定では、11km先でも140mの光ファイバのフレネル反射を確認することができ、また、後方レイリー散乱光もはっきりと確認することができ、その傾きから光ファイバの損失は、約0.35dB/kmと見積もられることを示した。また、干渉形FMCWリフレクトメトリによる反射スペクトルの測定結果は、導出した理論計算と良い一致を示すが、非干渉FMCWリフレクトメトリによる長尺の光ファイバの測定結果では、フレネル反射によるスペクトル形状は、理論計算結果が示すローレンツ分布とスペクトルの裾の部分でずれが生じることを示した。

## 第6章

### 結論

本研究では、内部診断法の重要な性能評価指数である空間分解能の向上を目的とした、FMCW リフレクトメトリによる光ファイバや光導波路などの光導波素子の内部診断を行った。診断する光素子の大きさにより、求められる空間分解能は異なり、これに伴い、空間分解能の向上化手段も適切に選択する必要がある。本研究においては、比較的小型の被診断光素子の反射点検出に対しては、信号処理の面から、最大エントロピー法 (MEM) を用いることにより、反射プロファイルの高空間分解能化を行った。また、数十 km に及ぶ光ファイバの診断に対しては、外部共振器を光源に構成した非干渉 FMCW リフレクトメトリのシステム構築の面から、空間分解能の向上を図った。以下、本研究で得られた結論を述べる。

まず、被診断光素子が比較的小型である場合、FMCW リフレクトメトリに MEM を適用することにより、空間分解能の向上を行った。さらに、従来の MEM を改良した手法を用い、従来の MEM との分解能の比較を行った。得られた結果をまとめると、以下のとおりである。

- FMCW リフレクトメトリによって得られた干渉信号のスペクトル解析に、MEM を用いることによって、FFT よりも数倍～数十倍の空間分解能の向上が得られ、FMCW リフレクトメトリに対する MEM の有効性が確認できた。また、MEM による空間分解能は FMCW リフレクトメトリの理論的な空間分解能よりも優れていることが確認された。
- MEM は、被診断光素子として光ファイバや光導波路にも応用でき、FFT では分離できなかった接続点の検出が MEM では可能であることが確認された。
- MEM は次数によって、その空間分解能が大きく変化することを示した。一般に次数を上げるほど、空間分解能は向上するが、最適値を越えると、偽のスペクトルが生じ、正確な診断の妨げとなるので、次数は適切な値を選ぶ必要がある。

- 従来の MEM を改善した、データ拡張 Burg 法は短いデータ列に対して有効的であり、データを拡張することにより、通常の Burg 法よりもさらに空間分解能は向上することを確認した。
- 窓関数を用いた改良 Burg 法もまた、通常の Burg 法を上回る分解能を得ることができ、さらに、周波数推定値誤差が大幅に減少し、FMCW リフレクトメトリによる診断点の検出に有効的であることを示した。
- MEM もまた、FMCW リフレクトメトリにおける診断距離の長距離化に伴う空間分解能の劣化を受けるが、測定結果では、MEM は診断距離の変化に対して、平均して FFT よりも 7 倍程度の空間分解能の向上が得られることが確認された。
- MEM は非線形推定の性質を有するが、次数を最適な値にすれば、得られた反射プロファイルの反射強度は FFT の傾向とほぼ一致することが確認された。

次に、長尺の光ファイバの内部診断に対し、外部共振器 LD を用いた非干渉 FMCW リフレクトメトリによる測定を行い、空間分解能の向上を行った。その結果、次のようなことが確認された。

- 長距離の光ファイバの測定に対して、光源に外部共振器を構成し、スペクトル線幅の狭窄化を行うことによって、空間分解能は大きく向上した。これにより、長距離診断において、外部共振器の構成は高分解能化に不可欠であることが確認された。
- 外部共振器構造を用いることによって、11km 先でも 140m の光ファイバの終端でのフレネル反射を認識することができた。また、後方レイリー散乱光も確認でき、光ファイバの損失測定に十分に使用できることが確認された。
- 長距離光ファイバのフレネル反射による反射スペクトルは、光源のスペクトル線幅に依存したローレンツ分布形状になると予想されるが、測定結果とはスペクトルの裾の部分でずれが生じている。実際の形状はガウス分布に近いという報告があり、さらなる解明が待たれる。



## 付録 A

### 式 (5.21) の導出

確率変数  $x$  について、 $\exp(jux)$  の平均値を  $g(u)$  と表す。エルゴード性を仮定すると、集合平均と時間平均は等しいから

$$g(u) = \overline{\exp(jux)} = \langle \exp(jux) \rangle \quad (\text{A.1})$$

— : 集合平均      $\langle \rangle$  : 時間平均

となる。 $x$  の確率密度関数を  $p(x)$  とおくと、平均の定義から  $g(u)$  は

$$g(u) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(jux) p(x) dx \quad (\text{A.2})$$

で与えられる。 $x$  が平均値 0、分散  $\sigma^2$  のガウス分布であるとする、 $p(x)$  は次式となる。

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{A.3})$$

式 (A.3) を式 (A.2) に代入すると、 $g(u)$  は

$$\begin{aligned} g(u) &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(jux) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x - ju\sigma^2)^2}{2\sigma^2}\right] \exp\left(-\frac{u^2\sigma^2}{2}\right) dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{u^2\sigma^2}{2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) dy \quad (y = x - ju\sigma^2) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{u^2\sigma^2}{2}\right) \sqrt{2\pi\sigma^2} \\ &= \exp\left(-\frac{u^2\sigma^2}{2}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

となる。ただし、4 行目の変形は、数学公式

$$\int_0^{\infty} \exp(-a^2 x^2) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2a} \quad (a > 0) \quad (\text{A.5})$$

を利用している。今の場合、 $x = \phi(t)$  であるから、エルゴード性より

$$\sigma^2 = \overline{\phi^2(t)} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \phi^2(t) p(t) dt = \langle \phi^2(t) \rangle \quad (\text{A.6})$$

となる。よって、 $u=1$  とおけば

$$\langle \exp[j\phi(t)] \rangle = \exp\left[-\frac{1}{2} \langle \phi^2(t) \rangle\right] \quad (\text{A.7})$$

が成り立つ。