

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 14 日現在

機関番号：13301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2015

課題番号：26800202

研究課題名(和文)点渦系平均場方程式のm点爆発解と純電子プラズマが形成するm点渦結晶の統一的理解

研究課題名(英文) Unified understanding of relation between m-point singular solutions in Euler equation in a point-vortex system and vortex crystals composed of electron plasma strings

研究代表者

曾我 之泰 (Soga, Yukihiro)

金沢大学・数物科学系・助教

研究者番号：90525148

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,500,000円

研究成果の概要(和文)：2次元オイラー流体中の渦塊群が自発的になす秩序だった準平衡分布の形成・崩壊機構の解明を目指し、電子のみからなる非中性プラズマを用いた実験検証及び、2次元オイラー方程式の平均場平衡解であるm点爆発の物理的解釈を行った。少数の渦系の位相空間における軌道を実験的に観測した結果、閉じ込めポテンシャルが2次元オイラー流体との等価性を破る原因となることを確かめた。2重連結領域内で電子渦系群が作る電位分布を数値計算により検討した結果、電子渦系が方位角方向に等間隔で分布する不安定な平衡解が存在することが判った。これは、オイラー方程式のm点爆発に対応していると考えられる。

研究成果の概要(英文)：The final goal of this research is to reveal a physical mechanisms of a vortex crystal observed in non-neutral plasmas in terms of statistical physics. Before proceeding with the vortex crystal experiments, phase space trajectories of two discrete electron vortex strings have been observed in order to confirm an equivalence between electron vortices and 2D Euler fluid. In a result, the deterioration of the equivalence was observed due to non-ideal electric field at both ends of the trap. This non-ideal effects could be suppressed by applying a stepwise potential at the boundary. In mathematics it is well known that m-point singular solution exists to 2D Euler equation for point-vortex system in an annulus boundary. Unstable equilibrium solutions of few electron vortex strings have been observed by calculating the potential distribution in the annulus boundary. We speculate that these solutions correspond to the m-point singular solution of mathematics.

研究分野：プラズマ物理

キーワード：非中性プラズマ オイラー方程式

### 1. 研究開始当初の背景

電子の集団である純電子プラズマは、静電磁場により長時間閉じ込めることができる。強磁場中で Larmor 運動が無視できる条件下では、一様磁場断面内の電子群の運動は 2 次元 Euler 流体の運動と等価である。このとき電子密度が渦度に、静電ポテンシャルが流れ関数に対応し、電磁気学を利用した解析により流体の物理量を容易に決定することができる。これらの特長を利用して、純電子プラズマを用いて、Euler 流体の 2 次元運動を長時間に渡り実験的に追跡することができる。

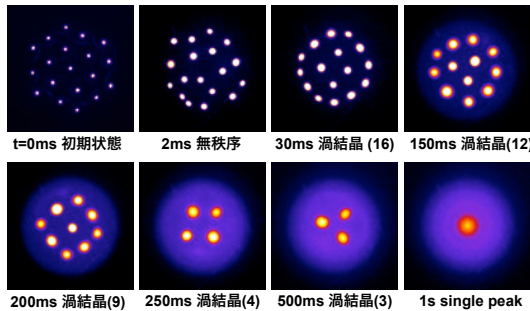


図 1. 非中性プラズマで見られる渦結晶

図 1 は、円筒境界に閉じ込めた純電子プラズマが形成する渦結晶の実験画像を表す。渦度の高い明るい領域が秩序構造を形成し渦結晶となる。渦結晶は渦塊数を保ったまま数十～数百 ms もの長い時間維持されたのち、渦塊数を減らし次の準安定な結晶状態へ遷移する。

渦結晶の形成機構の解明を目指して、申請者の旧所属グループで実験研究が進められた結果、秩序構造の形成および維持には強い渦塊の周囲に広がった低渦度の渦(以下、背景渦と略記)が強く関与していることが明らかとなった。

一方、Joyce & Montgomery が導出した渦糸系を記述する平均場方程式の解の振舞については数学的な面からの研究が多数なされている。Nagasaki らは、平均場方程式の解が  $m$  個の集積点を持つという結果を 1990 年提出した。Joyce らにより導出された平均場方程式は、粒子状の渦度分布を持つ点渦系で実現する状態数を計算し、点渦系の粒子数、エネルギー、慣性モーメントが一定という束縛条件の下でエントロピーが最大となる最も確からしい分布を得た後、渦度を一定に保ち粒子数を無限大とする連続極限をとった結果として得られるものである。こうして得られた平均場方程式の解が、空間的に局在する粒子的な解に還元する、というのが Nagasaki らの主張である。

### 2. 研究の目的

上記の事実を背景とし、純電子プラズマ実験で観測される渦結晶と  $m$  点爆発解の関連を明らかにすることで、従来プラズマ

物理分野だけで解決を図ろうとしてきた渦結晶の形成・崩壊の解明に対し、より深い理解を得ることが可能であると考えた。具体的に以下の研究課題を設定した。(a)渦結晶形成・崩壊を孤立系として長時間にわたって観測するにあたり、電子プラズマのオイラー流体との等価性が実験的にどこまで成り立つのかを検討する。(b)純電子プラズマ系の統計力学的な温度を、渦度分布の実験データを元に数値計算により決定する方法を確立し、渦結晶が負温度状態であることを実験的に検証する。(c)円筒境界での渦結晶の生成・崩壊に付随する流体物理量変化と結晶配位の違いによる温度依存性を実験的に明らかにし、渦結晶配位に対する平均場方程式の平衡解による矛盾の無い解釈を数学的に検討する。(d)2重同軸円筒境界内の純電子プラズマ渦実験により、 $\beta' = 8\pi m$  に対応する温度のとき  $m$  点爆発に対応する  $m$  点渦結晶による準平衡分布が実現するか否かを動力的に検証する。

### 3. 研究の方法

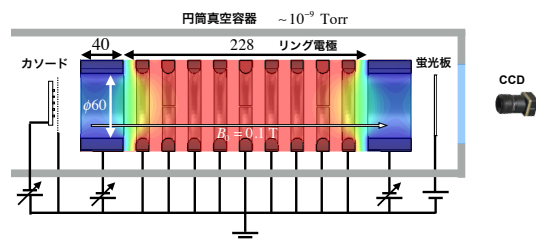


図 2. 電子プラズマ閉じ込め装置。左側のカソードから入射した電子群は、赤で示した領域に閉じ込められる。右側の蛍光面の輝度分布を CCD カメラで撮影する。

実験は金沢大所有の 2 台の電子プラズマ閉じ込め装置を用いて行う。渦の初期分布は、19 個の熱陰極から紐状の電子群を真空円筒容器内に導入し、軸方向の一様磁場と両端の負電位で閉じ込めることにより生成する(図 2)。初期の紐状電子分布のエネルギーは 15–50 eV の範囲で独立に設定することができる。任意の時間発展の後、電子群を磁力線に沿って蛍光面に排出し、その輝度分布を CCD カメラにより 2 次元渦度分布として記録する。蛍光面に衝突した電子群は、電子電流として計測する。蛍光面の発光分布と電流計測により、電子プラズマの二次元密度分布を高分解能で観測する。閉じ込め時間を徐々に変えて計測を繰り返すことにより、渦現象の時間発展を得る。以下、課題ごとに記述する。(a)2本の電子渦紐を初期条件として設定し、その時間発展を得る。観測された実空間での渦の軌道をもとに、2本の渦の中心からの距離と方位角の差を正準座標とした位相空間での軌道を求める。渦循環をパラメータとして、オイラー流体の理論から期待される渦軌道と比較し、電子渦とオイラー流体の等価性が成り立つパラメータ領域を探る。(b)円筒

境界内に粒子数一定の条件のもとで点渦をランダムにばらまき、その状態について系のエネルギーを計算する。この操作を多数繰り返すことにより、状態数をエネルギーの関数としてプロットする。この関数の傾きから逆温度  $\beta$  を決定する。(c)平均場方程式の局所的な平衡解に対応する電子渦配位が実現可能かどうかを、渦度、流れ関数の数値計算により検討する。(d) 2重同軸境界の渦発展の観測は、従来の装置の閉じ込め領域に接地した導体筒を設置し、2重同軸円筒境界の渦実験専用に変更し遂行する。

#### 4. 研究成果

渦循環の異なる2本の電子渦糸の時間発展を計測した。実空間と位相空間における渦軌道を図3に示す。観測された位相空間軌道がハミルトニアン等の等高線に沿っているかどうかで電子渦糸の運動がオイラー流体の運動と等価であるかどうかを判断できる。渦循環が強い場合(図3(a)), 2本の渦はハミルトニアンを一定に保ちつつ運動しており、オイラー流体理論から予測される軌道を描く。しかし、渦循環が弱い場合(図3(b)), 渦軌道はハミルトニアン等高線から外れ、オイラー流体との等価性が成り立っていないことが判る。この等価性の破れは、閉じ込め領域両端における閉じ込め電位による余分な径方向電場により、渦糸に余分な  $E \times B$  速度が加わるためである。この非理想的な効果は、閉じ込め電位を階段状に与えることで抑制できることを定量的に確かめた(図3(c), (d))。

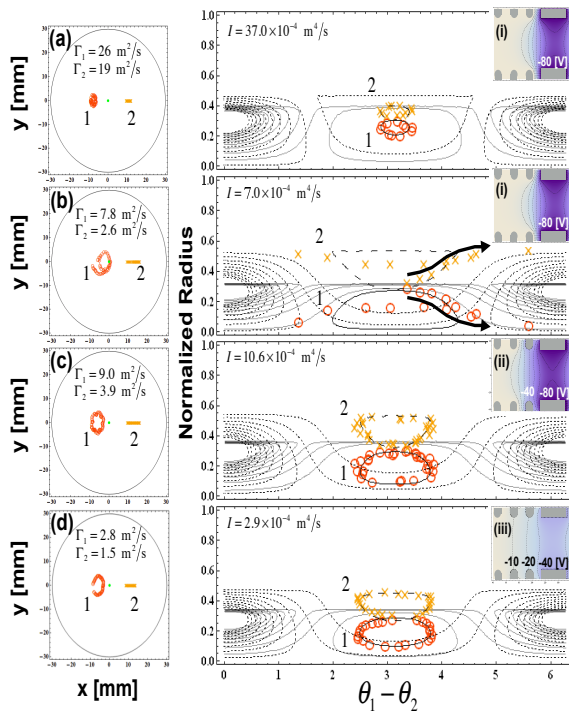


図3. 二本の電子渦糸の実空間(左)と位相空間(右)における軌道。右図の等高線はオイラー流体の理論から計算したハミルトニアン一定の軌道を表す。

一方、等重率の原理に基づいて、2本の渦糸を円筒境界内にランダムにばらまくことを繰り返し、渦糸系の状態数のエネルギー依存性を計算した。その結果、特定のエネルギー領域で、負温度状態になることを確認し、図3のような2本の渦糸が互いの周りを回る運動は負温度領域に属することを確かめた。さらに、5本までの渦糸系に対して同様の計算を行った結果、負温度領域に属する代表的な渦糸配位が実験的に実現できるものであることが判った。次に、数学的に予測される平均場方程式の平衡解についての物理的解釈を試みた。予測では、単連結円筒境界内では、中心に局在する静的な解のみが存在する。電子プラズマ渦糸系で見ると、中心軸状にある一本の渦糸はオイラー流体との等価性が成り立つ枠内で平衡解である。しかし、図1で見られる渦結晶の配位は、静的な解として数学的には存在しない。また、2重連結領域内では、数学的には方位角方向に等間隔に存在する爆発解が存在する。電子渦糸群が作る電位分布を数値計算により検討した結果、図4に示すように、電子渦糸が方位角方向に等間隔で分布する不安定な平衡解が存在することが判った。これは、数学予測の爆発解に配置としては矛盾しない。爆発

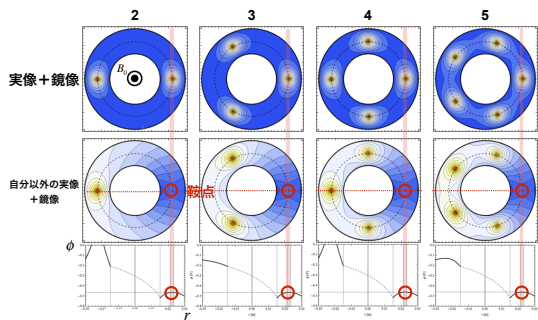


図4. 二重同軸境界における不安定平衡解

解の個数と系の温度の関係  $\beta' = -8\pi m$  を電子渦糸で解釈すると、状態数のエネルギー依存性がガウス分布に従うことが示唆されているが、更なるシミュレーションによる検討が必要である。

現在、2重連結領域の渦実験を行うため、装置の改造を行っている。円筒容器の中心軸に独立した電極を設置する必要があるため、軸方向両端のディスクと軸上電極をセラミックで絶縁して保持する機構を開発した(図5)。28年度前半には実験が行われる予定である。



図5. 二重連結領域実験用中心電極

## 5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 2 件)

① Yukihiro Soga, Yasuhiro Mihara, and Youngsoo Park, “Dynamics of two discrete vortices with different circulations composed of pure electron plasmas”, NON-NEUTRAL PLASMA PHYSICS IX 1668 (2015) 3004.

<http://dx.doi.org/10.1063/1.4923113>

② Akio Sanpei, Yukihiro Soga, Kiyokazu Ito, and Haruhiko Himura, “Phase space analysis for dynamics of three vortices of pure electron plasma trapped with Penning trap”, NON-NEUTRAL PLASMA PHYSICS IX 1668 (2015) 3002.

<http://dx.doi.org/10.1063/1.4923111>

[学会発表] (計 2 件)

① Yasuhiro Mihara, Youngsoo Park, Shogo Nakada, and Yukihiro Soga, “Experimental study on the dynamics of two vortex strings composed of a pure electron plasma”, Plasma Conference 2014, 20PA-035, Toki Messe, Niigata-shi, (2014)

② Y. Park, Y. Soga, Y. Mihara, T. Kikuchi, Y. Sakai, K. Horioka and M. Sato, “Pure electron plasma experiments simulation of the pulse compression of the charged particle beam”, Plasma Conference 2014, 20PA-031, Toki Messe, Niigata-shi, (2014)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

曾我 之泰 (SOGA, Yukihiro)  
金沢大学・理工研究域数物科学系・助教  
研究者番号: 26800202

### (2) 研究協力者

八柳 祐一 (YATSUYANAGI Yuichi)  
静岡大学・教育学部・准教授

大塚 浩史 (OHTSUKA, Hiroshi)  
金沢大学・理工研究域数物科学系・教授