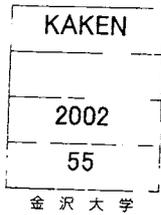


非線形Full wave計算法による雷上空大気発光現象の解析

著者	長野 勇
著者別表示	Nagano Isamu
雑誌名	平成14(2002)年度 科学研究費補助金 基盤研究(C) 研究成果報告書
巻	2001-2002
ページ	93p.
発行年	2003-03
URL	http://doi.org/10.24517/00049394





非線形 Full wave 計算法による雷上空大気発光現象の解析

(課題番号 13640447)

平成 13 年度～平成 14 年度科学研究費補助金 (基盤研究(C)(2))

研究成果報告書

金沢大学附属図書館



0300-02160-7

平成 15 年 3 月

研究代表者 長野 勇 (金沢大学大学院自然科学研究科 教授)

非線形 Full wave 計算法による雷上空大気発光現象の解析

(課題番号 13640447)

平成 13 年度～平成 14 年度科学研究費補助金 (基盤研究(C)(2))

研究成果報告書

平成 15 年 3 月

研究代表者 長野 勇 (金沢大学大学院自然科学研究科 教授)

目次

1. はしがき
2. 謝辞
3. 研究組織
4. 研究経費
5. 研究発表リスト
6. 研究成果報告
7. 関連論文のコピー

1. はしがき

本報告書は、平成 13 年度～平成 14 年度において、日本学術振興会科学研究費補助金（基盤研究(C)(2)）により行った『非線形 Full wave 計算法による雷上空大気発光現象の解析』（課題番号 13640447）の研究成果をまとめたものである。この研究は、下記の研究組織及び研究経費によって実施された。

2. 謝辞

本研究における Full wave 計算プログラムの開発及び実行には、金沢大学の牧野諭志君ならびに田畠敏哉君に負うところが大きい。また、並列計算機システムの構築は、同じく金沢大学の清水祐樹君の協力なしには実現し得なかった。ここに合わせて感謝する。

3. 研究組織

研究代表者：長野 勇（金沢大学大学院自然科学研究科・教授）

研究分担者：八木谷 聡（金沢大学大学院自然科学研究科・助教授）

4. 研究経費

平成 13 年度：230 万円

平成 14 年度：90 万円

合 計 320 万円

5. 研究発表リスト

—本研究に直接関連する発表論文—

- (a) I. Nagano, S. Yagitani, K. Miyamura, and S. Makino, Full wave analysis of elves created by lightning-generated electromagnetic pulses, *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, (印刷中), 2003.

—本研究に関連する発表論文—

- (a) Y. Yoshimura, I. Nagano, S. Yagitani, and S. Shinmura, FDTD analysis of electromagnetic shielding effectiveness of obliquely incident waves, *The Transactions of IEE of Japan A*, **121-A**, 964–965, 2001.
- (b) 高野博史, 長野勇, 八木谷聡, 福岡将, 松本紘, 地球磁気圏遠尾部における Lobe Trapped Continuum Radiation の伝搬特性, 電子情報通信学会論文誌, J84-B, 2358–2366, 2001.
- (c) I. Nagano, X.-Y. Wu, H. Takano, S. Yagitani, H. Matsumoto, K. Hashimoto, and Y. Kasaba, Remote sensing the magnetosheath by the spin modulation of terrestrial continuum radiation, *Journal of Geophysical Research*, (印刷中), 2003.
- (d) 高野博史, 長野勇, 八木谷聡, レゾナンスの影響を考慮した無衝突磁化プラズマ中における電磁波伝搬の解析, 電子情報通信学会論文誌, (印刷中), 2003.

—本研究に関連する講演発表—

- (a) I. Nagano, S. Yagitani, and S. Makino, Full Wave Analysis of Elves Created by Lightning-Generated Intense EMPs, *AP-RASC'01*, Tokyo, August, 2001.
- (b) I. Nagano, T. Tabata, S. Makino, and S. Yagitani, Full wave analysis of Elves created by lightning-generated intense EMP's, *Kanazawa Workshop on Waves in Plasmas*, Kanazawa, August, 2001.
- (c) I. Nagano, S. Yagitani, A. J. Smith, and M. A. Clilverd, Full wave analysis of multi-site VLF observations in Antarctica, *The First S-RAMP Conference*, Sapporo, October, 2001.
- (d) S. Yagitani, I. Nagano, K. Miyamura, S. Makino, and Y. Nakamura, Full wave analysis of elves created by lightning-generated EMP, *IUGG2003*, Sapporo, June-July, 2003. (予定)

6. 研究成果報告

目次

第1章	序論	1
1.1	本研究の背景	1
1.2	本研究の目的と構成	2
第2章	計算手法	4
2.1	雷放電により発生する電磁界波形の Full Wave 計算	4
2.1.1	計算モデル	4
2.1.2	雷雲-地上間雷放電および雷雲内放電	5
2.1.3	自由空間中の伝送路電流からの放射電磁界波形	6
2.1.4	各周波数における平面素波の Full Wave 計算	9
2.1.5	平面素波電磁界の積分	11
2.1.6	時間に関するフーリエ変換による電磁界波形の計算	13
2.1.7	波源電流の直流成分の取り扱い	13
2.2	雷放電に伴う下部電離層の大気発光現象	15
2.2.1	大気発光現象の発生機構と雷放電による電磁界との関連性	15
2.2.2	大気発光と雷放電による電界との関係	15
2.3	計算結果と問題点	18
2.3.1	計算に用いたパラメータ	18
2.3.2	電磁界分布の計算結果	21
第3章	電離層パラメータの変化を近似的に考慮した計算方法	26
3.1	強電界による電離層パラメータの時間変化	26
3.1.1	衝突周波数の時間変化	26
3.1.2	電子密度の時間変化	27
3.2	非線形現象を近似的に考慮した計算手法	29
3.2.1	非線形現象を近似的に考慮した計算手法	29
3.2.2	計算結果と比較	33
第4章	雷放電に伴う大気発光現象の解析	40
4.1	Elves	40
4.1.1	Elves の計算結果	40
4.1.2	大気発光強度	52
4.1.3	雷放電電流の時定数と大気発光との関係	56
4.2	Sprites	66
4.2.1	計算パラメータ	66

4.2.2 計算結果と問題点	66
第 5 章 まとめ	70
5.1 結論	70
5.2 今後の課題	70
付録 A 並列処理	72
A.1 並列処理とは	72
A.2 並列処理の問題点	72
A.3 Full Wave 計算の並列処理	73
付録 B PVM	75
付録 C 並列計算機のシステム構成	76
付録 D Full Wave 計算の並列実行結果及び考察	80
参考文献	81

目 次

1.1	航空機上のカメラによる Sprites および Elves の写真	3
2.1	計算モデル	4
2.2	雷雲-地上間雷放電の極性	5
2.3	雷放電電流計算モデル	7
2.4	座標系	8
2.5	Full Wave 計算における各特性波の電磁界ベクトル	10
2.6	数値計算上導入した仮想付加電流とそれによる電界	14
2.7	励起係数 ν_k : (a) 中性大気密度によって正規化された励起係数、(b) 高度 70、90、110 km における 励起係数	17
2.8	雷放電電流モデル	18
2.9	計算に用いた電子密度と衝突周波数プロファイル	19
2.10	雷放電によって生じる電界強度分布の時間変化: E_z (非線形性考慮なし)	22
2.11	雷放電によって生じる電界強度分布の時間変化: E_y (非線形性考慮なし)	23
2.12	雷放電に伴う光子放射率の時間変化: $A_k n_k N_2(1P)$ (非線形性考慮なし)	24
3.1	電子移動度 μ_e : (a) 中性大気密度によって正規化された電子移動度 (b) 高度 70、90 および 110 km における電子移動度	27
3.2	電離係数 ν_i および再結合係数 ν_a : (a) 中性大気密度によって正規化された電離係数および再結合係数 (b) 高度 70、90 および 110 km における電離係数および再結合係数	28
3.3	各層間における電離層パラメータの変化による減衰量の計算	30
3.4	非線形性を近似的に考慮した計算手法	32
3.5	雷放電によって生じる電界強度分布の時間変化: E_z	35
3.6	雷放電によって生じる電界強度分布の時間変化: E_y	36
3.7	雷放電の真上 ($x = y = 0$ km) の高度 90 km、100 km および 110 km における従来方法による計算結果との比較: 電界 E_y 成分	37
3.8	雷放電の南方向 100 km ($x = 0, y = -100$ km) の高度 90 km、100 km および 110 km における従来方法による計算結果との比較: 電界 E_y 成分	38
3.9	雷放電によって生じる強電界による電子密度分布の時間変化: $\frac{N_e + \Delta N_e}{N_e}$	39
4.1	雷放電によって生じる電界強度分布の時間変化: E_y (波源を通る $y - z$ 断面図)	42
4.2	雷放電によって生じる電界強度分布の時間変化: E_y (波源を通る $x - z$ 断面図)	43
4.3	雷放電に伴う光子放射率の時間変化: $A_k n_k$ (波源を通る $y - z$ 断面図)	44

4.4	雷放電に伴う光子放射率の時間変化： $A_k n_k$ (波源を通る $x-z$ 断面図)	45
4.5	雷放電に伴う光子放射率の時間変化： $A_k n_k$ (波源を通る $y-z$ 断面図)	46
4.6	雷放電によって生じる電界強度分布の時間変化： E_y (高度 90 km)	48
4.7	雷放電によって生じる電界強度分布の時間変化： E_y (高度 96 km)	49
4.8	雷放電に伴う光子放射率の時間変化： $A_k n_k$ (高度 90 km)	50
4.9	雷放電に伴う光子放射率の時間変化： $A_k n_k$ (高度 96 km)	51
4.10	観測地点	52
4.11	雷放電の東方 700 km ($x = 700$ km, $y = 0$ km) の地点から観測したと仮定 した場合の大気発光強度： I_k	54
4.12	雷放電の南方 700 km ($x = 0$ km, $y = -700$ km) の地点から観測したと仮定 した場合の大気発光強度： I_k	55
4.13	雷放電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較：雷放電電流モデル	58
4.14	雷放電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較：電界 E_y	59
4.15	雷放電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較：電子密度 N_e	60
4.16	雷放電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較：光子放射率 $A_k n_k$	61
4.17	雷放電の南方 60 km ($x = 0$ km, $y = -60$ km) の高度 90 km における雷放 電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較：電界 E_y (左) & 電界強度 $ E $ (右)	62
4.18	雷放電の南方 60 km ($x = 0$ km, $y = -60$ km) の高度 96 km における雷放 電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較：電子密度 N_e (左) & 光子放射率 $A_k n_k$ $N_2(1P)$ (右)	63
4.19	雷放電の南方 60 km ($x = 0$ km, $y = -60$ km) の高度 96 km における雷放 電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較：電界 E_y (左) & 電界強度 $ E $ (右)	64
4.20	雷放電の南方 60 km ($x = 0$ km, $y = -60$ km) の高度 96 km における雷放 電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較：電子密度 N_e (左) & 光子放射率 $A_k n_k$ $N_2(1P)$ (右)	65
4.21	雷放電電流モデル (変更)	66
4.22	雷放電の真上 ($x = y = 0$ km) における (a) 電界強度 $ E $ および (b) 電子密 度 N_e (非線形性考慮なし)	68
4.23	雷放電の南方向 20 km ($x = 0, y = -20$ km) における (a) 電界強度 $ E $ およ び (b) 電子密度 N_e (非線形性考慮なし)	69
A.1	並列処理における CPU 時間のオーバーヘッド [20]	73
A.2	並列計算におけるマスタ計算機およびスレーブ計算機上で行う処理のフロー チャート	74
C.1	システム構成図	77
C.2	今回作成したシステム	79

表目次

1.1	雷放電に伴う発光現象	2
2.1	遷移放射率と N_2 、 O_2 への衝突による消滅率	16
2.2	励起係数 ν_k と電界 E との関係式における近似係数	16
2.3	雷放電電流パラメータ	19
2.4	種々の計算パラメータ	20
2.5	いくつかの周波数における $\gamma - \beta$ 法の計算パラメータ	21
4.1	解析に用いた3つの雷放電電流モデルのパラメータ	56
4.2	3つの電流モデルの解析に用いた Full Wave 計算パラメータ	56
C.1	CPU の演算性能 (実測値)	76
C.2	マスタマシン構成	78
C.3	スレーブマシン構成	78
C.4	その他パーツ	78
D.1	Full Wave 計算に用いたパラメータ	80

第 1 章

序論

1.1 本研究の背景

近年、雷雲上空の中間圏 (mesosphere) から下部電離層 (lower ionosphere) までの領域において雷雲-地上間雷放電に伴って発光現象がしばしば発生することがスペースシャトルや航空機上および地上からの観測によって確認されている [1][2][3][4][5]。これまでに “Sprites”、“Sprite Halos”、“Elves”、“Blue jets” の 4 種類の発光現象が報告されている。

Sprites は雷雲上空高度 50 ~ 90 km の領域に主として赤色で形状は carrot 型と column 型に大きく分けられ、その内部構造は hair、head、tendrils といった微細構造をなしている。発光領域の水平方向の幅は 5 ~ 30 km であり [6]、雷雲-地上間雷放電発生から数~数 10 ms 後に発生し、数 10 ms の発光継続時間をもつことが分かっている [3]。図 1.1 の (a) に航空機上のカメラがとらえた Sprites の写真を示す [7]。

Elves は雷雲上空の高度 75 ~ 105km の領域でドーナツ状の発光が広がるもので、その直径は 300 ~ 500 km となる。発生時間は雷雲-地上間雷放電からおおよそ 300 μ s 後であり、継続時間も数 μ s 程度で Sprites よりずっと短い [3]。図 1.1 の (b) に航空機上のカメラがとらえた Elves の写真を示す。

Blue jets は雷雲上部から高度 40 ~ 50 km 程度へ青色で細長く伸びるものである。水平幅は数 km ~ 10 km 程度と Sprites よりも狭く、発光時間は 250 ms にもなる。また、この Blue jets は必ずしも雷雲-地上間雷放電とは同期しては発生しないことが分かっている [4]。

Sprite Holes はディスク状の発光でごく最近 high speed カメラを用いた観測で確認されたものである。発光高度は 70 ~ 85 km、水平方向の広がり約 70 km 程度である。発生時間は雷放電発生から数 ms 後、継続時間が数 ms であり、Sprites の直前に発光していることが分かっている [5]。これらを表 1.1 にまとめる。

現在、これらの発生原因として雷放電によって発生した電磁界パルスおよび準静電場が中間圏および下部電離層の電子を加熱し、加熱された電子の衝突による N_2 分子の励起が考えられている [8]。

Pasko は、雷放電によって雷雲内の電荷分布が変化し、これにより発生した大きな電界が引き起こす雷雲上空の電子の加熱、電離や再結合などを考慮して窒素分子や酸素分子の励起を数値計算し、Sprites の発生機構の説明を行っている [9]。また、Veronis は Maxwell の方程式を差分化して任意の雷放電電流から発生する電磁波を数値計算し、Elves の時間推

表 1.1: 雷放電に伴う発光現象

	Sprites	Sprite Halos	Elves	Blue jets
発生高度	50 ~ 90 km	70 ~ 85 km	75 ~ 110 km	~ 50 km
水平幅	5 ~ 30 km	40 ~ 70 km	100 ~ 300 km	~ 10 km
発生時間 (雷放電発生後)	1 ~ 数 ms 後	~ 数 ms 後	数 100 μ s 後	
継続時間	数 ~ 数 10 ms	数 ms	数 100 μ s	~ 250ms

移を求めている [10]。しかし、これらの計算では、地球磁場の影響が考慮されていない。

1.2 本研究の目的と構成

本研究の目的は、大規模な雷放電に伴う大気発光現象の発生メカニズムを解明することである。過去の研究では、Full Wave 計算と時間に関する逆フーリエ変換を用いて、任意の雷放電電流から放射される電磁界波形の数値計算が行われている [11]。本研究では、この計算方法を用いて雷放電に伴う大気発光現象の解析を行う。また、これまでの計算方法では考慮されていなかった強電界による下部電離層の電子密度および衝突周波数の変化を近似的に考慮する計算手法を開発し、この計算手法を組み合わせることで数値計算を行い、発光現象の発生メカニズムについて解析を行う。

第 2 章において、これまでに開発されている Full Wave 計算を用いた計算手法について説明し、この計算手法では考慮されていない非線形現象について述べる。第 3 章では、この非線形現象を近似的に考慮する計算手法について記述し、第 4 章では、開発した計算手法を用いて大気発光現象の解析を行う。第 5 章にて本研究で得られた結論と今後の課題について述べる。また、付録として、本研究において Full Wave 計算を高速に実行するために構築を行った、高速 PC(パーソナルコンピュータ)10 台による「並列計算機システム」に関して紹介する。



(a) 航空機上のカメラがとらえた Sprites[7]



(b) 航空機上のカメラがとらえた Elves[12]

図 1.1: 航空機上のカメラによる Sprites および Elves の写真

第 2 章

計算手法

この章では、雷放電によって発生する電磁界パルスによる自由空間および電離層中の電磁界波形を求める計算手法について述べる。また、この計算手法における問題点についても触れる。

2.1 雷放電により発生する電磁界波形の Full Wave 計算

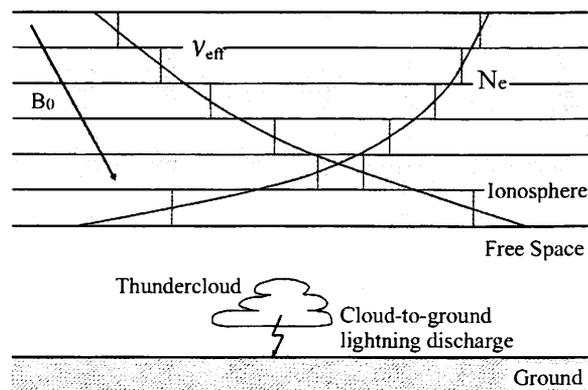


図 2.1: 計算モデル

2.1.1 計算モデル

計算モデルとして図 2.1 のように電離層-自由空間-大地を水平層状を考える。電離層のパラメータとして、電子密度 N_e と衝突周波数 ν_{eff} 、地球磁場ベクトル B_0 を与え、これらは高度方向にのみ変化し、水平方向には一様とする。また、電離層を電子と中性粒子からなるコールドプラズマ媒質として扱う。雷放電は、大地付近の自由空間中で発生するものとする。座標系は高さ方向を z 軸、磁北方向を y 軸、これらに垂直な方向を x 軸とし、雷雲真下の地上を原点とする。

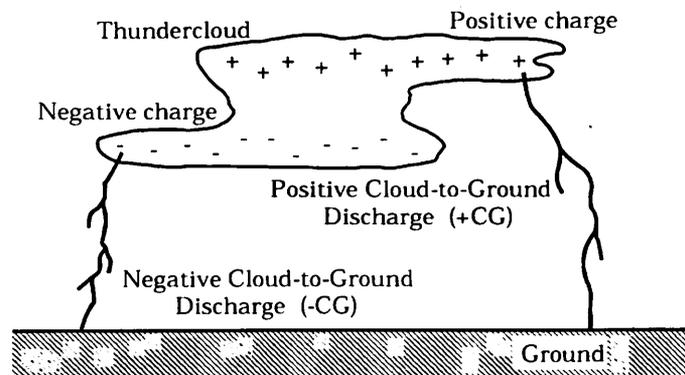


図 2.2: 雷雲-地上間雷放電の極性

2.1.2 雷雲-地上間雷放電および雷雲内放電

発達した雷雲内では、一般に上部に正電荷、下部に負電荷が分布していることが知られている。多くの場合、この雷雲下部に蓄積された負電荷の一部が同じく雷雲下部に分布的に存在している正電荷との間で絶縁破壊 (preliminary breakdown) を起こすことをきっかけにして雷雲下部から地上に向けて段階的に負に帯電したチャンネル (stepped leader) が形成し始める。このチャンネルが地上付近まで伸びると、地上からも正のチャンネルが形成され始めて、ついに雷雲下部から地上に至る導電路が確立される (attachment process)。その直後に地上から雷雲へと非常に大きい正の電流 (第一帰還雷撃: first return stroke) が流れることになる。この後は確立されている電流チャンネルを通じて再び先駆電荷 (dart leader) が雷雲から地上へと移動し、続いて帰還雷撃が流れる過程が数回続くこととなる。また、この過程において雷雲-地上間のチャンネル上には継続的な電流も存在する。また帰還雷撃と帰還雷撃との間に雷雲内で頻繁に放電現象 (J,K-process) が起こっていることも分かっている [13]。

このように雷放電の過程には様々な時間スケールの放電現象を含んでいるのでそこから放射される電磁波の帯域は非常に広い。雷雲内放電では HF や VHF 帯の電磁波が多く放射され、チャンネル上の連続電流からは ELF 帯の電磁波が多く放射される。一方、もっとも電流値の大きい雷雲-地上間の第一帰還雷撃は、電流パルスの時間幅が数 $10 \mu\text{s}$ ~ 数 $100 \mu\text{s}$ であるため、おもに VLF 帯の電磁波を放射することになる。

雷雲-地上間放電 (cloud-to-ground discharge) の第一帰還雷撃は極性という点で2つの種類に分けられる (図 2.2 参照)。1つは、上で述べたように雷雲下部から負のチャンネルが地上に伸びて、チャンネルが地上と接続された直後に正の電流が地上から雷雲へと流れるタイプのものである。これは負のチャンネルが初めに雷雲から伸びることから負極性の雷放電 (negative discharge) と呼ばれている。このタイプは雷雲-地上間雷放電全体のおよそ 90% を占めている。もう一つは、雷雲上部に蓄積された正電荷が段階的先駆電荷を伴わずに地上へと流れる落ちるタイプで正 (極性) の雷放電 (positive discharge) と呼ばれている。このタイプは、発生頻度が低く、雷撃最大電流が負の雷放電では平均 30 kA であるのに対して、一般的に大きく、その値が 200 ~ 300 kA に至ることも多い。

また、“Elves”や“Sprites”などの大気発光現象はほとんど雷放電が負極性の雷雲-地上間雷放電より一般的に大きい正極性の雷雲-地上間雷放電の発生時のときにだけ見られる。そのため、本研究では正極性の雷雲-地上間雷放電でもっとも電流値の大きい第一帰還雷撃から放射される電磁波を取り扱う。

雷雲-地上間雷放電の第一帰還雷撃の電流波形については様々な電流モデルが提案されているが、本研究では電流チャンネル上の 1 点で決まる時間に関する電流波形がチャンネル上をそのまま移動すると仮定する伝送路モデル (transmission line model) を採用した。

2.1.3 自由空間中の伝送路電流からの放射電磁界波形

自由空間中の電流源 $\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)$ による電界および磁界ベクトル $\mathbf{E}(\mathbf{r}', t)$ 、 $\mathbf{H}(\mathbf{r}', t)$ は Maxwell 方程式

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{J}(\mathbf{r}', t) + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2.2)$$

を満たす。これらの 2 つの式を時間に関するフーリエ変換をとると

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) + j\omega\varepsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = -j\omega\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.4)$$

となる。ただし、 ω は各周波数で、 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$ 、 $\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)$ はそれぞれ $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 、 $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ の時間に関するフーリエ変換

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.5)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.6)$$

である。 $\mathbf{r} \equiv (x, y, z)^T$ は観測点の位置ベクトル、 $\mathbf{r}' \equiv (x', y', z')^T$ は電流源上の 1 点の位置ベクトルであり、 ε_0 、 μ_0 はそれぞれ真空の誘電率と透磁率、 T は転置を表している。

雷放電電流として、図 2.8 のように雷雲高度 z_0 の点 $(0, 0, z_0)^T$ から単位ベクトル $\mathbf{m} \equiv (m_x, m_y, m_z)^T$ の方向へ長さ l の経路上を流れる伝送路電流 (transmission line current) を

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}', t) \equiv \begin{cases} \mathbf{m} I_0 \left(e^{-\frac{t-u}{\tau_1}} - e^{-\frac{t-u}{\tau_2}} \right) & (t \geq u) \\ 0 & (t < u) \end{cases} \quad (2.7)$$

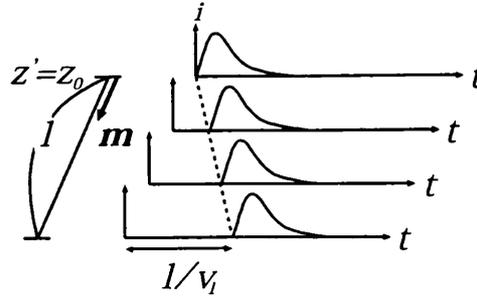


図 2.3: 雷放電電流計算モデル

$$u = \frac{\sqrt{x'^2 + y'^2 + (z' - z_0)^2}}{v_I} \quad (0 \leq v_I u \leq \ell) \quad (2.8)$$

と仮定する。ここで、 I_0 [A] は電流のピーク値を、 τ_1 [s] は電流の減衰時間を、 τ_2 [s] は電流の立上り時間を決める値である。また、 v_I [m/s] は電流パルスの進行速度、 ℓ [m] は雷放電電流の経路長である。雷雲から地上へと垂直に向かう雷放電を想定する場合は $m = -i_z$ 、 $z_0 = \ell$ となる。この $\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)$ の時間に関するフーリエ変換 $\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega)$ を求めると、

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) &= \int_u^\infty \mathbf{J}(\mathbf{r}', t) e^{-j\omega t} dt \\ &= m I_0 \left(\frac{\tau_1}{1 + j\omega\tau_1} - \frac{\tau_2}{1 + j\omega\tau_2} \right) e^{-j\omega u} \end{aligned} \quad (2.9)$$

となる。そして、 $\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega)$ に対するヘルツベクトル $\mathbf{\Pi}(\mathbf{r}, \omega)$ は $\omega \neq 0$ で、

$$\mathbf{\Pi}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{j4\pi\epsilon_0\omega} \int_0^\ell \mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \frac{e^{-jk_0 R}}{R} d\ell' \quad (2.10)$$

と表される。ここで、 k_0 は自由空間中の波数で $k_0 = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ であり、 $R = |\mathbf{R}|$ 、 $\mathbf{R} \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ である。ただし、

$$x' = m_x \ell' \quad y' = m_y \ell' \quad z' = z_0 + m_z \ell' \quad (2.11)$$

である。なお、式 2.10 に含まれない $\omega = 0$ については後節で説明する。ここで、球面波の平面波展開 [14]

$$\frac{e^{-jk_0 R}}{R} = -\frac{jk_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2} + j\infty} e^{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}} \sin \alpha d\alpha d\beta \quad (2.12)$$

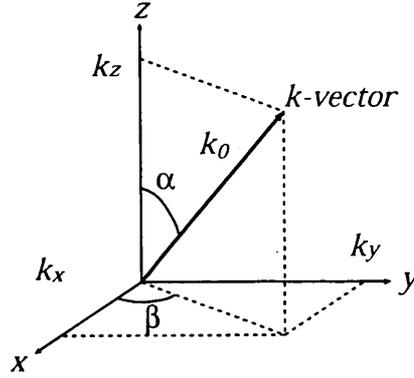


図 2.4: 座標系

を用いると、

$$\Pi(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{k_0}{8\pi^2 \varepsilon_0 \omega} \int_0^\ell P_0 e^{-j\omega u} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2} + j\infty} e^{-j\{k_x(x-x') + k_y(y-y') + k_z(z-z')\}} \cdot \sin \alpha d\alpha d\beta d\ell' \quad (2.13)$$

$$P_0 = m I_0 \left(\frac{\tau_1}{1 + j\omega\tau_1} - \frac{\tau_2}{1 + j\omega\tau_2} \right) \quad (2.14)$$

となる。ただし、 $z \geq \max(z_0, z_0 + m_z \ell)$ (=電流経路上端の高度) であり、

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_0 \sin \alpha \cos \beta \\ k_0 \sin \alpha \sin \beta \\ k_0 \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

である (図 2.4 参照)。まず、 ℓ' について積分すると、

$$\Pi(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{jk_0}{8\pi^2 \varepsilon_0} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2} + j\infty} P(\omega) e^{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \sin \alpha d\alpha d\beta \quad (2.16)$$

$$P(\omega) = m \frac{I_0 \ell}{j\omega} \left(\frac{\tau_1}{1 + j\omega\tau_1} - \frac{\tau_2}{1 + j\omega\tau_2} \right) \frac{\sin \left\{ \frac{l}{2} \left(\mathbf{k} \cdot \mathbf{m} - \frac{\omega}{v_I} \right) \right\}}{\frac{l}{2} \left(\mathbf{k} \cdot \mathbf{m} - \frac{\omega}{v_I} \right)} \cdot \exp \left\{ j \frac{l}{2} \left(\mathbf{k} \cdot \mathbf{m} - \frac{\omega}{v_I} \right) + j k_z z_0 \right\} \quad (2.17)$$

が得られる。式 (2.17) は τ_1 と τ_2 は含む部分は電流経路上のある 1 点における電流波形のフーリエ変換と一致しており、sinc 関数と exp 関数の積は電流の速さ v_I 、長さ ℓ 、方向 \mathbf{m} の伝送路電流であることを意味している。

一方、 $z \leq \min(z_0, z_0 + m_z \ell)$ (=電流経路下端の高度) の領域では、 α が z 軸の負の方向からとった角度となり、 $\mathbf{\Pi}(\mathbf{r}, \omega)$ は式 (2.16)、(2.17) の k_z を $-k_z$ で置き換えた式になる。このヘルツベクトル $\mathbf{\Pi}(\mathbf{r}, \omega)$ を用いて電界 \mathbf{E} および磁界 \mathbf{H} は

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \nabla \nabla \cdot \mathbf{\Pi}(\mathbf{r}, \omega) + k_0^2 \mathbf{\Pi}(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.18)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = j\omega \varepsilon_0 \nabla \times \mathbf{\Pi}(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.19)$$

の関係から、

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{jk_0}{8\pi^2 \varepsilon_0} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2} + j\infty} \left\{ k_0^2 \mathbf{P}(\omega) - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{P}(\omega)) \mathbf{k} \right\} e^{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \sin \alpha d\alpha d\beta \quad (2.20)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{j\omega k_0}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2} + j\infty} \mathbf{k} \times \mathbf{P}(\omega) e^{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \sin \alpha d\alpha d\beta \quad (2.21)$$

と求められる。

このように自由空間中の伝送路電流から放射される電磁界波形は、式 (2.17) で表されるモーメントをもつダイポールアンテナによる電磁界の複数の周波数の重ね合わせで表すことができる。また、各々の周波数における放射電磁界は多数の平面素波電磁界の合成として表すことができる [11]。このことを明示的に書くと、

$$\mathbf{E}(x, y, z, \omega) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2} + j\infty} \tilde{\mathbf{E}}(\alpha, \beta, z, \omega) e^{-j(k_x x + k_y y)} \sin \alpha d\alpha d\beta \quad (2.22)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z, \omega) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2} + j\infty} \tilde{\mathbf{H}}(\alpha, \beta, z, \omega) e^{-j(k_x x + k_y y)} \sin \alpha d\alpha d\beta \quad (2.23)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}(\alpha, \beta, z, \omega) = -\frac{jk_0}{8\pi^2 \varepsilon_0} \left\{ k_0^2 \mathbf{P}(\omega) - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{P}(\omega)) \mathbf{k} \right\} e^{-jk_z z} \quad (2.24)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}(\alpha, \beta, z, \omega) = -\frac{j\omega k_0}{8\pi^2} \mathbf{k} \times \mathbf{P}(\omega) e^{-jk_z z} \quad (2.25)$$

となる。ここで、 $\tilde{\cdot}$ は平面素波電磁界であることを意味している。

2.1.4 各周波数における平面素波の Full Wave 計算

前節で示したように式 (2.24)、(2.25) は、任意の α 、 β を有する各周波数の平面素波であり、各平面素波が大地-自由空間-電離層中を伝搬することによってできる任意高度の電磁界は Full Wave 計算を用いて求めることができる [15]。さらにこれを α 、 β について積分すれば、任意高度の電磁界強度を得ることができる。本節では、伝送路電流のように波源に広がりをもった場合の Full Wave 計算について述べる。なお、Full Wave 計算の詳細については、参考文献 [15] を参照のこと。

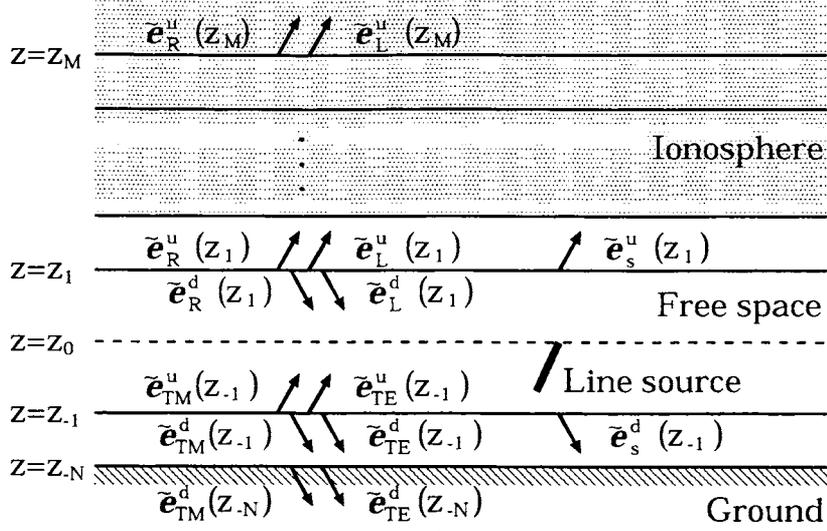


図 2.5: Full Wave 計算における各特性波の電磁界ベクトル

図 2.5 に多層に分割した大地-自由空間-電離層の計算モデルを示す。 $z = z_0$ を波源高度、 $z = z_1$ $z = z_{-1}$ をそれぞれ波源上界の最下端高度、波源下界の最上端高度とし、これらは自由空間中にあるものとする。また、波源上界を M 層に、波源下界を N 層に分割し、地表面より下 ($z < z_{-N}$) および電離層の高度 $z > z_M$ の領域は均質とする。各層境界における電界および磁界の水平成分から構成される電磁界ベクトルを

$$\tilde{e} = (E_x, -E_y, Z_0 H_x, Z_0 H_y)^T \quad (2.26)$$

と定義する。ここで Z_0 は自由空間中の波動インピーダンス $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ である。

高度 $z = z_M$ および $z = z_1$ における電磁界ベクトルをそれぞれ $\tilde{e}(z_M)$ 、 $\tilde{e}(z_1)$ とし、各層の電子密度と衝突周波数、地球磁場ベクトル、層の厚さ、 k ベクトルの方向で決まる伝搬マトリクスを \bar{K} とすると

$$\tilde{e}(z_1) = \prod_{j=1}^{M-1} \bar{K}_j^{-1} \tilde{e}(z_M) \quad (2.27)$$

と表される。同様に高度 $z = z_{-N}$ および $z = z_{-1}$ における電磁界ベクトルをそれぞれ $\tilde{e}(z_{-N})$ 、 $\tilde{e}(z_{-1})$ とすると、

$$\tilde{e}(z_{-1}) = \prod_{j=-2}^{-N} \bar{K}_j^{-1} \tilde{e}(z_{-N}) \quad (2.28)$$

と表される。なお、平面素波電磁界ベクトルは ω 、 α 、 β の関数であり、 $\tilde{e}(\alpha, \beta, z_j, \omega)$ と表

記すべきであるが、Full Wave 計算では一組の ω 、 α 、 β の平面素波について扱うので省略する。

実際の計算では、高度 z_M にて振幅 1 の R モードおよび L モードの透過波 (上昇波) を仮定し、これらと式 (2.27) から得られる高度 z_1 における電磁界ベクトルをそれぞれ $\tilde{e}_R(z_1)$ 、 $\tilde{e}_L(z_1)$ とする。同様に高度 z_{-N} にて振幅 1 の TE モードおよび TM モードの透過波 (下降波) を仮定し、これらと式 (2.28) から得られる高度 z_{-1} における電磁界ベクトルをそれぞれ $\tilde{e}_{TE}(z_{-1})$ 、 $\tilde{e}_{TM}(z_{-1})$ とする。また、高度 z_1 および z_{-1} における波源からの直接波による電磁界ベクトルは自由空間中であるので式 (2.24)、(2.25) となり、これらをそれぞれ $\tilde{e}_s^u(z_1)$ 、 $\tilde{e}_s^d(z_{-1})$ とする。これらより $z = z_1$ の境界では

$$a_1 \tilde{e}_R^u(z_1) + a_2 \tilde{e}_L^u(z_1) - \{b_1 \tilde{e}_{TM}^u(z_{-1}) + b_2 \tilde{e}_{TE}^u(z_{-1})\} e^{-jk_z(z_1 - z_{-1})} = \tilde{e}_s^u(z_1) \quad (2.29)$$

が、また $z = z_{-1}$ の境界では

$$b_1 \tilde{e}_{TM}^d(z_{-1}) + b_2 \tilde{e}_{TE}^d(z_{-1}) - \{a_1 \tilde{e}_R^d(z_1) + a_2 \tilde{e}_L^d(z_1)\} e^{-jk_z(z_1 - z_{-1})} = \tilde{e}_s^d(z_{-1}) \quad (2.30)$$

が成立する。ここで a_1 、 a_2 、 b_1 、 b_2 は未知の係数であり、上添字 u は上昇波成分、 d は下降波成分を表しており、

$$\begin{cases} \tilde{e}_R^u(z_1) + \tilde{e}_R^d(z_1) = \tilde{e}_R(z_1) \\ \tilde{e}_L^u(z_1) + \tilde{e}_L^d(z_1) = \tilde{e}_L(z_1) \\ \tilde{e}_{TM}^u(z_{-1}) + \tilde{e}_{TM}^d(z_{-1}) = \tilde{e}_{TM}(z_{-1}) \\ \tilde{e}_{TE}^u(z_{-1}) + \tilde{e}_{TE}^d(z_{-1}) = \tilde{e}_{TE}(z_{-1}) \end{cases} \quad (2.31)$$

を満たしている。なお、電磁界ベクトルの上昇波成分と下降波成分は、固有ベクトル行列を用いて分離することができる [15]。式 (2.29)、(2.30) から係数 a_1 、 a_2 、 b_1 、 b_2 が求められ、 $\tilde{e}_R(z_1)$ や $\tilde{e}_L(z_1)$ 、 $\tilde{e}_{TM}(z_{-1})$ や $\tilde{e}_{TE}(z_{-1})$ を求める過程で得られている任意の高度 z_j の電磁界ベクトルにこれらの係数を掛けることで波源から放射される平面素波電磁界を得ることができる。ここで、R モードのみの透過波を初期値とする電磁界と、L モードのみの透過波を初期値とする電磁界に分けて計算を行なうのは、エバネッセントによる L モード波の増大によって起こる数値埋没を、この両モードの電磁界の直交化によって防止するためである [15]。

2.1.5 平面素波電磁界の積分

式 (2.22)、(2.23) のように平面素波電磁界を α および β について積分することで波源より放射された電磁波による任意高度の電磁界分布が求められる。この数値積分には台形法

を用いて単純に積分を計算する $\gamma - \beta$ 法と高速フーリエ変換を用いて積分を行なう FFT 法の2種類の計算手法が提案されているが、本研究では計算時間や使用メモリなどの問題より $\gamma - \beta$ 法を用いる [11][16]。

波源より放射された電磁波による任意高度の電磁界ベクトルは、式 (2.24)、(2.25) と同様に次式で表される。

$$e(x, y, z_j, \omega) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2} + j\infty} \tilde{e}(\alpha, \beta, z_j, \omega) e^{-j(k_x x + k_y y)} \sin \alpha d\alpha d\beta \quad (2.32)$$

$\tilde{e}(\alpha, \beta, z_j, \omega)$ が Full Wave 計算によって得られる平面素波電磁界である。さらに $\gamma = \cos \alpha$ により変数変換すると、積分区間は $0 \sim \frac{\pi}{2} + j\infty$ から $1 \sim -j\infty$ と変更され、 $\sin \alpha d\alpha = -d\gamma$ より

$$e(x, y, z_j, \omega) = - \int_0^{2\pi} \int_1^{-j\infty} \tilde{e}(\cos^{-1} \gamma, \beta, z_j, \omega) e^{-j(k_x x + k_y y)} d\gamma d\beta \quad (2.33)$$

となる。さらに γ の複素積分を実軸上の積分 $\gamma_r (0 \sim 1)$ と虚軸上の積分 $\gamma_i (0 \sim -\infty)$ に分ける。 γ が虚数になるとその平面素波はエバネッセントになり、平面素波電磁界ベクトルは急速に減衰するので、 γ_i についての積分は有限区間で打ち切ることができ、その上限値を $\gamma_{i \max}$ とすると次式のようになる。

$$e(x, y, z_j, \omega) = \int_0^{2\pi} \left(\int_0^1 \tilde{e}(\cos^{-1} \gamma_r, \beta, z_j, \omega) e^{-j(k_x x + k_y y)} d\gamma_r + \int_0^{-j\gamma_{i \max}} \tilde{e}(\cos^{-1} \gamma_i, \beta, z_j, \omega) e^{-j(k_x x + k_y y)} d\gamma_i \right) d\beta \quad (2.34)$$

数値計算に用いるために、積分変数を離散化する。

$$\begin{cases} \beta = \Delta\beta n = \frac{2\pi}{N} n & (n = 0, 1, \dots, N-1) \\ \gamma_r = \Delta\gamma_r m = \frac{m}{M} & (m = 0, 1, \dots, M-1) \\ \gamma_i = \Delta\gamma_i \ell = -j \frac{\gamma_{i \max}}{L} \ell & (\ell = 0, 1, \dots, L-1) \end{cases} \quad (2.35)$$

式 (2.35) を用いると、

$$\begin{cases} k_x = \begin{cases} k_0 \sqrt{1 - \gamma_r^2} \cos \beta = k_0 \sqrt{1 - \left(\frac{m}{M}\right)^2} \cos\left(\frac{2\pi}{N} n\right) \\ k_0 \sqrt{1 - \gamma_i^2} \cos \beta = k_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma_{i \max}}{L} \ell\right)^2} \cos\left(\frac{2\pi}{N} n\right) \end{cases} \\ k_y = \begin{cases} k_0 \sqrt{1 - \gamma_r^2} \sin \beta = k_0 \sqrt{1 - \left(\frac{m}{M}\right)^2} \sin\left(\frac{2\pi}{N} n\right) \\ k_0 \sqrt{1 - \gamma_i^2} \sin \beta = k_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma_{i \max}}{L} \ell\right)^2} \sin\left(\frac{2\pi}{N} n\right) \end{cases} \end{cases} \quad (2.36)$$

となり、式 (2.33) は次式のように離散化される。

$$e(x, y, z_j, \omega) = \frac{2\pi}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \tilde{e}(m, n, z_j, \omega) e^{-jk_0 \sqrt{1 - (\frac{m}{M})^2} (x \cos(\frac{2\pi}{N}n) + y \sin(\frac{2\pi}{N}n))} \right. \\ \left. + \frac{j\gamma_{i \max}}{L} \sum_{\ell=0}^{L-1} \tilde{e}(\ell, n, z_j, \omega) e^{-jk_0 \sqrt{1 + (\frac{\gamma_{i \max}}{L} \ell)^2} (x \cos(\frac{2\pi}{N}n) + y \sin(\frac{2\pi}{N}n))} \right\} \quad (2.37)$$

離散化の刻み数である N 、 M 、 L は平面素波電磁界の γ や β による変化に対して十分細かくサンプリングするように取らなければならない。これらの値は計算領域、計算高度や周波数などによって大きく異なる。また、計算時間にも大きく影響するため適切に値を決める必要がある。

2.1.6 時間に関するフーリエ変換による電磁界波形の計算

時刻 t における電磁界ベクトル $e(x, y, z, t)$ は逆フーリエ変換

$$e(x, y, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} e(x, y, z, \omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.38)$$

により求められる。実際の計算では高速フーリエ変換 (FFT) を用いて行なうのため離散周波数間隔 $\Delta\omega$ と計算周波数帯域幅 ω_{max} を適当に決める必要がある。 ω_{max} は計算領域内の任意の x 、 y 、 z_j において式 (2.38) の電磁界スペクトル $e(x, y, z, \omega)$ のスペクトルが十分減衰するような値を選ぶ。また、計算時間長を T_{max} とすると $T_{max} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$ の関係にあり、時間領域でのエリアジングを防ぐために T_{max} は解析する雷放電発生から電磁波の伝搬までの現象全体を含むほどに十分大きくしなければならない。波源から離れたところでは電磁波の伝搬遅延のため波形はより遅れて現れることとなるため、その分 T_{max} を大きくする必要がある。

2.1.7 波源電流の直流成分の取り扱い

ここでは式 (2.10) に含まれない $\omega = 0$ の成分について検討する。雷放電電流のように電流経路が閉曲線でなくかつ電流の流れる方向が単一方向の場合には、放電現象の前後で電荷分布が異なることになる。よって、波源に比較的近い領域においては電界強度は一般に放電現象の前後で電荷による静電界成分の変化分だけ異なることになる。つまり、電磁界波形の計算時間幅を T_{max} とすると、時刻 $t = 0$ における電界と時刻 $t = T_{max}$ における電界が異なる。離散フーリエ変換を用いた場合、この2点はとなり合うことになるので、数値計算結果では、この不連続を再現できずに滑らかにつながるため正しい時間波形が得られない。

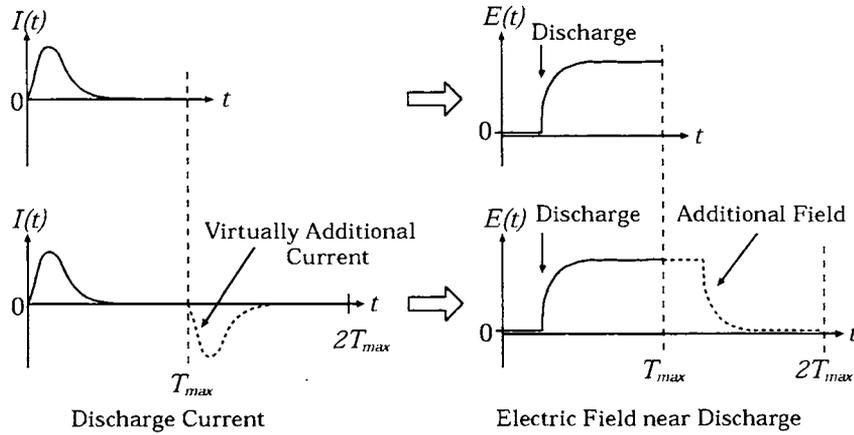


図 2.6: 数値計算上導入した仮想付加電流とそれによる電界

そこでこの不正確性を除去するため区間 $t = 0 \sim T_{max}$ の本来の現象に、区間 $t = T_{max} \sim 2T_{max}$ において本来のものとは正負が逆の同一波形の電流が流れる現象を付加して、これを時間幅 $2T_{max}$ で離散フーリエ変換する。これにより時刻 $t = 0$ と $t = 2T_{max}$ の電界値が等しくなり、電界波形が正確に求められるようになる。こうした場合、電流経路上の 1 点での雷放電電流波形は、式 (2.7) より

$$I(t) = I_0 \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad (2.39)$$

と表されるので、計算に用いる電流波形は

$$I(t) = \begin{cases} I_0 \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) & 0 \leq t < T_{max} \\ I_0 \left(e^{-\frac{t-T_{max}}{\tau_1}} - e^{-\frac{t-T_{max}}{\tau_2}} \right) & T_{max} \leq t \leq 2T_{max} \end{cases} \quad (2.40)$$

となる。これに対して時間に関するフーリエ変換 $I(\omega)$ を求めると

$$I(\omega) = \frac{I_0 \tau_1}{1 + j\omega \tau_1} \left\{ \left(1 - e^{-j\omega T_{max}} \right) \left(1 - e^{-(\tau_1 + \frac{1}{j\omega}) T_{max}} \right) \right\} - \frac{I_0 \tau_2}{1 + j\omega \tau_2} \left\{ \left(1 - e^{-j\omega T_{max}} \right) \left(1 - e^{-(\tau_2 + \frac{1}{j\omega}) T_{max}} \right) \right\} \quad (2.41)$$

となり、 $\tau_1, \tau_2 \ll T_{max}$ を満たすならば、さらに

$$I(\omega) = I_0 \left(\frac{\tau_1}{1 + j\omega \tau_1} - \frac{\tau_2}{1 + j\omega \tau_2} \right) \left(1 - e^{-j\omega T_{max}} \right) \quad (2.42)$$

となる。 $\Delta\omega = \frac{2\pi}{2T_{max}} = \frac{\pi}{T_{max}}$ と定義すれば

$$I(\omega) = I_0 \left(\frac{\tau_1}{1 + j\omega\tau_1} - \frac{\tau_2}{1 + j\omega\tau_2} \right) (1 - e^{-j\pi\frac{\omega}{\Delta\omega}}) \quad (2.43)$$

となる。これは電流経路上の任意の点の電流波形の離散化された周波数スペクトルにおいて $\omega = 2n\Delta\omega$ (n は整数) 成分すなわち直流成分および $\Delta\omega$ の偶数倍成分が 0 になることを表している。ゆえに式 (2.10) の $\omega = 0$ の成分について考慮する必要がなくなる。

2.2 雷放電に伴う下部電離層の大気発光現象

2.2.1 大気発光現象の発生機構と雷放電による電磁界との関連性

雷雲-地上間雷放電によって発生する電磁波パルスが、Elves の発生領域に到達する時間と Elves ($\sim 300 \mu\text{s}$) の発生時間とがおよそ一致していることと、電磁波が最も減衰される高度と Elves の発生高度とが一致していること [3] から、Elves の発生は雷放電から放射される強い電磁波パルスと関連性があると考えられている [8]。

Sprites の発生高度は Elves より低く、高度 50 ~ 90 km の範囲である。この領域では雷雲-地上間雷放電電流によって生じる放射電磁界の電界より、雷放電によって電荷が移動することによる静電的な電界変化の方が強くなる。また、Sprites の継続時間が雷放電電流からの電磁界パルスが発生領域を通過する時間より長く、むしろ発生領域における緩和時間 (relaxation time) に近いと言える。したがって、Sprites の発生要因となっているのは雷放電による電荷移動によって生じる準静電界 (quasi-electrostatic field) 成分であるという見方が強い [9]。また、Sprite Halos についても Sprites と同じく、準静電界成分が発生要因として考えられている [5]。

2.2.2 大気発光と雷放電による電界との関係

中間圏および下部電離層における大気発光強度 I_k [Rayleigh] は

$$I_k = 10^{-6} \int_L A_k n_k dl \quad (2.44)$$

で表される [9]。ここで、 n_k は励起状態 k にある大気分子密度 [cm^{-3}]、 A_k は遷移放射率 (radiation transition rate) [1/s]、 L 上の積分は視線方向の積分を表している。また、添字 k は大気発光に寄与する主要な大気構成分子 (N_2 、 N_2^+ 、 O_2^+) の許容線を表すインデックスである。ここでは、 N_2 の 1st positive ($k = 1$)、 N_2 の 2nd positive ($k = 2$) の 2 つについて取り扱い、以後それぞれを $\text{N}_2(1\text{P})$ 、 $\text{N}_2(2\text{P})$ と表記する。

励起分子密度 n_k には次の関係が成り立つ [9]。

表 2.1: 遷移放射率と N_2 、 O_2 への衝突による消滅率

k	Band	A_k [1/s]	a_{1k} [cm^3/s]	a_{2k} [cm^3/s]
1	N_2 (1P)	1.7×10^5	10^{-11}	0
2	N_2 (2P)	2.0×10^7	0	3.0×10^{-10}

表 2.2: 励起係数 ν_k と電界 E との関係式における近似係数

k	Band	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
1	N_2 (1P)	-3668.69	2044.92	-426.910	39.6648	-1.38351
2	N_2 (2P)	-3501.49	1909.46	-390.447	35.5826	-1.21991

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} = -\frac{n_k}{\tau_k} + \sum_m n_m A_m + \nu_k N_e \quad (2.45)$$

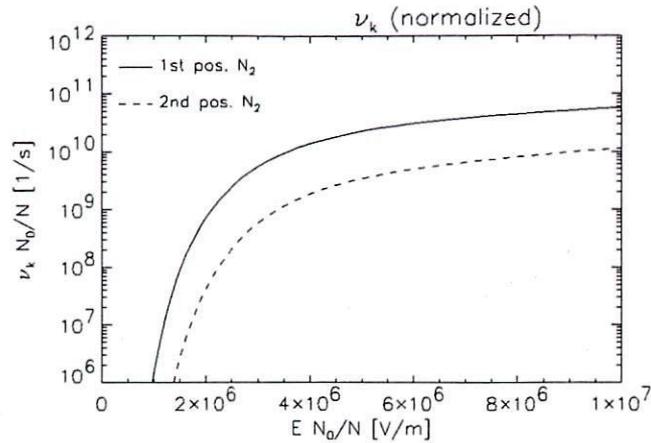
ここで、 $\tau_k = [A_k + \alpha_{1k} N_{N_2} + \alpha_{2k} N_{O_2}]^{-1}$ は励起状態 k の全寿命 (total lifetime) [s]、 α_{1k} および α_{2k} はそれぞれ N_2 および O_2 分子への衝突による消滅率 (quenching rate) [cm^3/s]、 N_{N_2} および N_{O_2} はそれぞれ N_2 および O_2 分子の密度 [$1/\text{cm}^3$]、 $n_m A_m$ 項の和はエネルギー状態 k より高いエネルギー状態 m からの降下 (cascading) による n_k の増加である。また、 ν_k は励起係数 (excitation coefficient)、 N_e は電子密度 [$1/\text{cm}^3$] である。遷移放射率 A_k および消滅率 α_{1k} 、 α_{2k} はそれぞれ表 2.1 のとおりである。

また、励起係数 ν_k は一般的に

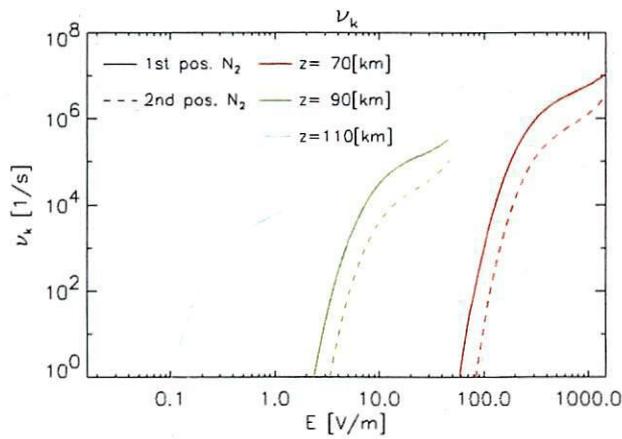
$$\nu_k = \begin{cases} 0 & \frac{EN_0}{N} < 1.0 \times 10^5 \\ \text{none} & \frac{EN_0}{N} > 1.6 \times 10^7 \\ \frac{N}{N_0} 10^p & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.46)$$

$$p = \sum_{i=0}^4 a_{ik} \left[\log_{10} \left(\frac{E}{1 [\text{V/m}]} \frac{N_0}{N} \right) \right]^i \quad (2.47)$$

と表される。ここで、 N は中性大気密度 [$1/\text{cm}^3$]、 N_0 は大地における中性大気密度 [$1/\text{cm}^3$] ($= 2.688 \times 10^{19}$)、 E は電界強度 [V/m] であり、近似係数 a_{ik} は許容線ごとに表 2.2 の値をとる。図 2.7 に励起係数と電界との関係を示す。(a) が中性大気密度によって正規化した励起係数で、(b) が高度 70、90 および 110 km における励起係数である。また、 $\frac{EN_0}{N} < 1.6 \times 10^7$ V/m の条件は、電界がこの値を越えると電子の平均エネルギーが電離エネルギーに近づき、電離プロセスが nonstationary になるためである [9]。



(a) 中性大気密度によって正規化された励起係数



(b) 高度 70、90 および 110 km における励起係数

図 2.7: 励起係数 ν_k : (a) 中性大気密度によって正規化された励起係数、(b) 高度 70、90、110 km における 励起係数

つまり、式 (2.44) より大気発光の強度を決めるのは n_k であると言え、 n_k は式 (2.45) の時間に関する微分方程式を解くことによって得られる。そして、式 (2.45) に含まれる ν_k の時間変化は電界強度の時間変化を反映することになる。

また、式 (2.45) を解くと

$$\begin{aligned}
 n_k &= e^{-\frac{t}{\tau_k}} \int e^{\frac{t}{\tau_k}} \left(\nu_k N_e + \sum_m A_m n_m \right) dt \\
 &= \tau_k \left(\nu_k N_e + \sum_m A_m n_m \right) - \tau_k e^{-\frac{t}{\tau_k}} \int e^{\frac{t}{\tau_k}} \left(\nu_k N_e + \sum_m A_m n_m \right)' dt \\
 &= \tau_k \left(\nu_k N_e + \sum_m A_m n_m \right) - \tau_k^2 \left(\nu_k N_e + \sum_m A_m n_m \right)' \\
 &\quad + \tau_k^2 e^{-\frac{t}{\tau_k}} \int e^{\frac{t}{\tau_k}} \left(\nu_k N_e + \sum_m A_m n_m \right)'' dt \quad (2.48)
 \end{aligned}$$

が得られる。しかし、 $e^{\frac{t}{\tau_k}}$ と $\nu_k N_e$ の時間変化率を比べると、 $e^{\frac{t}{\tau_k}}$ の方が十分大きいので

$$n_k \approx \tau_k \left(\nu_k N_e + \sum_m A_m n_m \right) \quad (2.49)$$

と近似することができる。また、 $N_2(1P)$ と $N_2(2P)$ はエネルギー準位が連続しているので、 $N_2(1P)$ の場合 $N_2(2P)$ からの降下による $A_2 n_2$ の項が含まれる。

2.3 計算結果と問題点

2.3.1 計算に用いたパラメータ

雷放電電流モデルは大気発光現象の発生と関係のある雷雲から地上へと垂直に電流が流れる正極性の雷雲-地上間雷放電を仮定した。その電流ピーク値が正の雷放電の帰還雷撃において平均な値である 209 kA [13] になるようにそれぞれのパラメータを設定した。また、電流パルスの進行速度 v_f を典型値として 8×10^7 m/s、放電開始高度および電流経路長を 5 km と仮定した。これらのパラメータを表 2.3 にまとめた。仮定した雷放電電流波形および総電荷量とその周波数スペクトルを図 2.8 に示した。周波数スペクトルでは直流成分が最も大きく、周波数が大きくなるにつれてスペクトル強度が減少し、周波数 20 kHz ではおよそ 40 dB 下がっている。

電離層の電子密度高度プロファイルは北半球中緯度の夜のモデルを、電子と中性粒子との衝突周波数は大気圧に比例するとして標準の大気圧モデルを用いた。図 2.9 に電離層モデルを示した。なお、本論文中的解析は全てこれらの高度プロファイルを用いている。この他に大気発光現象の解析には中性大気密度の高度プロファイルが必要となるが、電子と中性粒子との衝突周波数が中性大気密度の関数であるため、この衝突周波数の高度プロファ

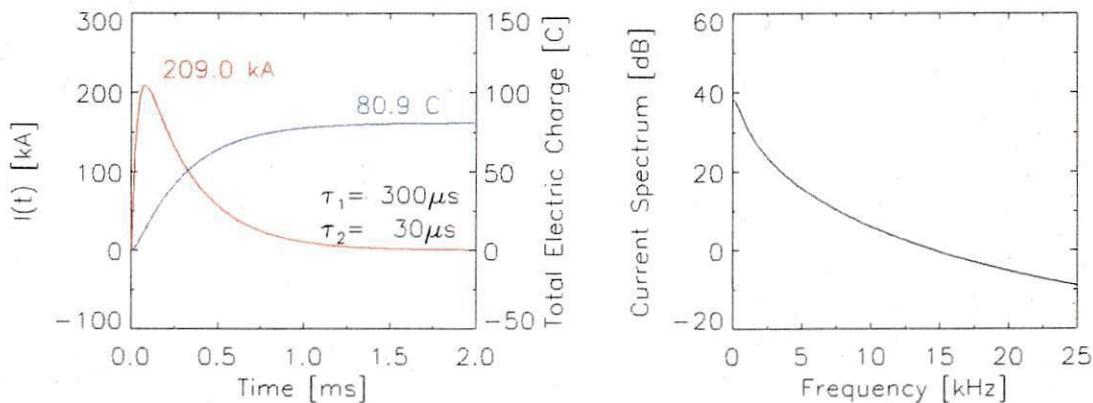


図 2.8: 雷放電電流モデル

表 2.3: 雷放電電流パラメータ

電流の方向 m	$(0,0,-1)^T$
電流 I_0	300 kA (ピーク値 209 kA)
時定数 τ_1	300 μ s
時定数 τ_2	30 μ s
パルス速度 v_I	8×10^7 m/s
放電開始高度 z_0	5 km
電流路終端高度	0 km
電流経路長 ℓ	5 km

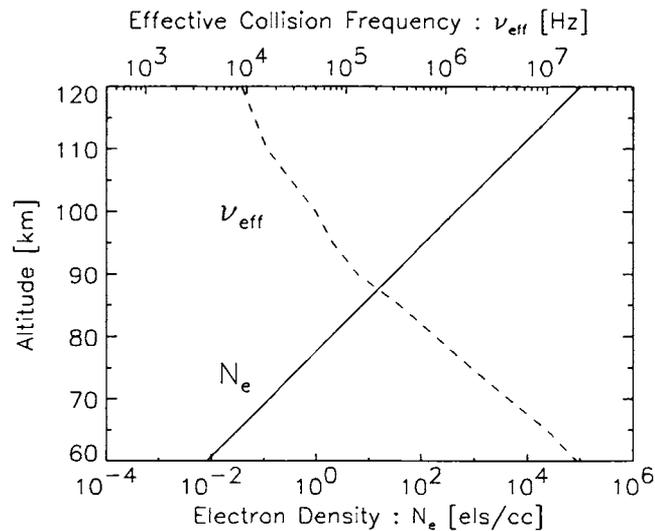


図 2.9: 計算に用いた電子密度と衝突周波数プロファイル

イルより求めた中性大気密度プロファイルを計算に用いる。詳しくは、次章で説明する。その他の計算に用いたパラメータは表 2.4 のとおりである。

球面波電磁界の平面波展開に関するパラメータである式 (2.37) の N 、 M 、 L および $\gamma_{i\max}$ の値をいくつかの周波数について表 2.5 に示した。 N と M は波源より離れた地点の電磁界を計算をする場合により大きい値が必要とされるので、計算領域の上限高度 (120 km) と上限水平幅 (200 km) によって決まる。また、 M は周波数のよって大きく影響され、周波数が高いほど大きな値が必要とされる。しかし、1kHz 以下の場合においては逆に大きな値が必要となる。 $\gamma_{i\max}$ は電磁界の静電界および誘導電界成分を強く含む領域つまり波源に近い領域を計算する場合、より大きく取らなければならない。したがって、波源に最も近い計算領域下限高度 (60 km) の電磁界を求めるのに必要な値で決まるといえる。また、 γ_i の積分は周波数が高いほど速く 0 に収束するので、 L は周波数が高いほどは小さくなる。実際に計算する場合、これらの値は計算時間に大きく影響するため値を適切に決める必要

表 2.4: 種々の計算パラメータ

計算最大周波数 $\omega_{\max}/2\pi$	20.40 kHz
(時間分解能	24.41 μs)
計算時間長 $2T_{\max}$	12.5 ms
(周波数間隔 $\Delta\omega/2\pi$	20 Hz)
計算高度範囲	60 ~ 120 km
電離層高度	60 ~ 120 km
電離層分割幅	1 km
電子のサイクロトロン周波数	1.5 MHz
地磁気伏角	71°
地表の比誘電率	10
地表の導電率	10^{-3} S/m
計算領域 (水平方向)	400 km
水平方向の距離分解能	5 km
高度方向の距離分解能	2 km

がある。

参考までに計算時間とその短縮法について触れておく。2.1.5 で述べたように Full Wave 計算では、波源から放射される球面波電磁界を複数の平面波に展開し、各平面波に対して電磁界を求め、これを合成することによって任意地点の電磁界強度分布を得る。つまり、計算する平面素波の数が増えれば増えるだけ計算時間が多くなる。また、1 平面素波の計算時間は自由空間および電離層の分割数によって決まり、1 平面素波の積分時間は電磁界分布の分割数 (水平および高度方向) によって決まる。表 2.4 のパラメータを用いた場合、例えば UNIX ワークステーション 1 台 (SGI O2、CPU R5000(180 MHz)) で計算させると、

- 1 平面素波の計算時間 1.52×10^{-2} sec
- 1 平面素波の積分時間 1.64×10^{-1} sec

であり、これらの和に平面素波数倍したものが計算時間となる。周波数が 20 kHz の場合、計算時間は

$$\begin{aligned} \text{計算時間} &= (1.52 \times 10^{-2} + 1.64 \times 10^{-1}) \times 300(2200 + 50) \\ &\doteq 6 \text{ [hours]} \end{aligned}$$

となる。同様な計算を周波数分割数だけ計算を繰り返す行うため、その計算時間は非現実的なものとなる。しかし、各平面素波の計算は各々独立しており、他の平面素波電磁界の影響を受けないため、並列処理が可能である。実際の計算では、PVM(Parallel Virtual Machine)

表 2.5: いくつかの周波数における $\gamma - \beta$ 法の計算パラメータ

周波数	N	M	L	$\gamma_{i\max}$	平面素波数 = $N(M+L)$
20 Hz	600	1000	2000	329.8	1800000
500 Hz	200	300	300	13.19	120000
3 kHz	200	300	100	2.184	80000
10 kHz	200	800	50	0.658	170000
20 kHz	300	2200	50	0.329	675000
50 kHz	400	3500	50	0.132	1560000
80 kHz	400	4500	50	0.082	1820000

と呼ばれる並列計算ソフト [17] と数十台のワークステーションまたは 10 台の高速 PC による並列計算機 (付録 A ~ D 参照) を用いて、計算時間を使用台数分の 1 程度に短縮している。また、これらの積分パラメータの値に関しては、[16] で詳しく議論されている。

2.3.2 電磁界分布の計算結果

次にこれらのパラメータを用いて得られた計算結果を示す。雷放電開始を $t = 0$ として $t = 0 \sim 854 \mu\text{s}$ の $122 \mu\text{s}$ ごとの波源を通る南北 $-200 \sim 200 \text{ km}$ で高度 $60 \sim 120 \text{ km}$ の領域の電界の z 成分の強度分布の時間変化を図 2.10 に示した。横軸正方向が北 (y 軸の正)、負方向が南 (y 軸の負)、色の濃淡で強度を示している。放電前の雷雲内の電荷分布は図 2.2 のように想定し、放電することになる電荷による上空の電界が雷雲上部に存在する電荷によって相殺されるものとして、時刻 $t = 0$ の計算領域内の全ての場所で電界は 0 とした。

$t = 366 \mu\text{s}$ で、雷放電によって発生した電磁波パルスが高度 90 km 以上へと伝搬していることが分かる。高度 90 km 付近において大部分の電磁波が反射し、下に向かって伝搬し、一部が透過して電離層中を伝搬していく様子が分かる。また、波源真上の高度 $60 \sim 70 \text{ km}$ の強度の強い部分が以後ほとんど変化しない。これは雷放電による電荷の移動によって生じた準静電界成分である。同様に電界 y 成分の時間変化を図 2.11 に示す。発生した電磁波パルスの一部が電離層で反射され、残りの部分が電離層を透過してホイスラモード波として伝搬する様子が図 2.10 の E_z に比べてはっきりと見ることができる。電離層を伝搬するホイスラモード波に対する屈折率が大きいため、電離層中では電磁波の伝搬方向がほぼ垂直方向となる。また、地球磁場のベクトルが南方から北へと地表に入る方向 (伏角 71°) に向いているため、電離層中では磁力線に沿って南方に伝搬していく様子が分かる。

図 2.12 に雷放電に伴う光子放射率 $A_k n_k$ (1st positive N_2 : $k=1$) の時間変化を示す。 $t = 366 \mu\text{s}$ で高度 $90 \sim 100 \text{ km}$ で増加し始めており、表 1.1 の Elves の発生領域と発生時間に一致している。しかし、これ以後、光子放射率が高い部分が上空へと広がっていき、高度 110 km 以上にも達している。つまり、高度 110 km 以上においても発光現象が発生していることとなり、発生領域の点で観測結果と一致していない。

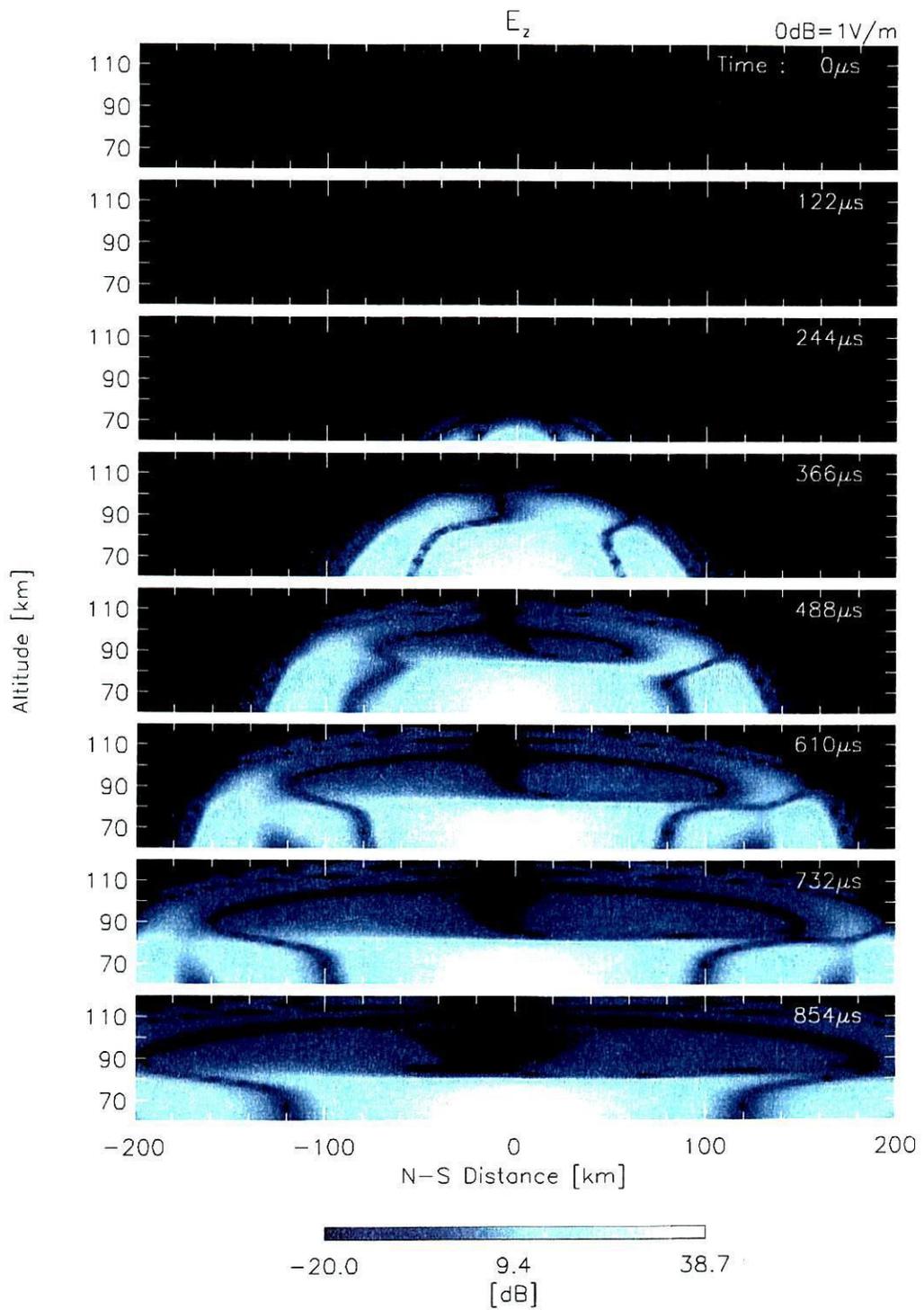


図 2.10: 雷放電によって生じる電界強度分布の時間変化: E_z (非線形性考慮なし)

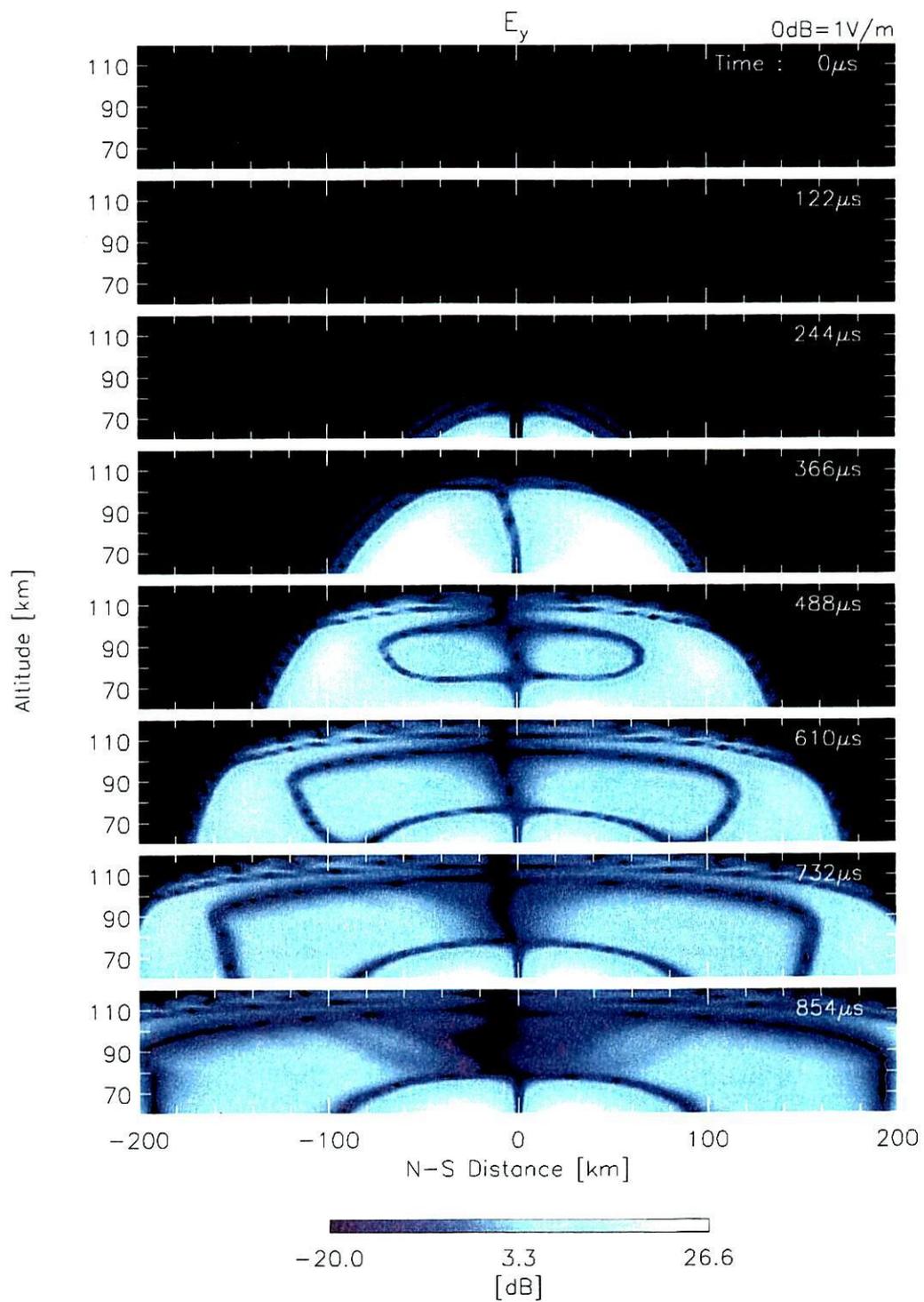


図 2.11: 雷放電によって生じる電界強度分布の時間変化: E_y (非線形性考慮なし)

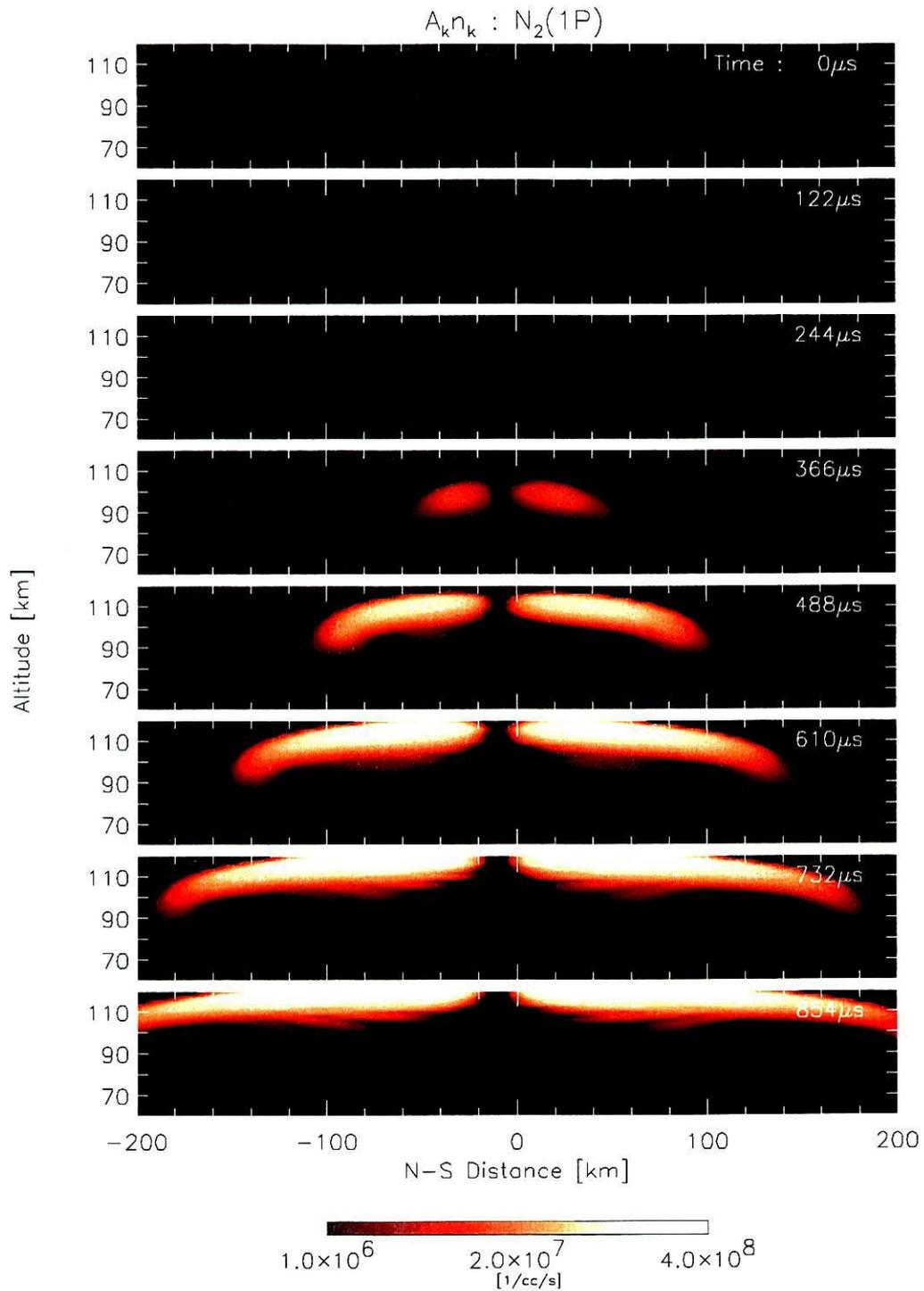


図 2.12: 雷放電に伴う光子放射率の時間変化 : $A_k n_k$ $N_2(1P)$ (非線形性考慮なし)

この原因として電離層中の電子密度および衝突周波数が時間的に変化していることが考えられる。大気発光現象を発生させるような大規模な雷放電の場合、それによって発生した強電界によりこれらの量が時間的に変化する [9]。しかし、既に述べたように Full Wave 計算では周波数領域で電磁界強度分布を求め、これに時間に関するフーリエ変換を適用して時間波形を求めているため、このような非線形現象を考慮することができない。次章では、強電界による電子密度および衝突周波数の時間変化と、この非線形現象を近似的に考慮した計算手法について述べる。

第 3 章

電離層パラメータの変化を近似的に考慮した計算方法

第 2 章で述べたようにこれまでの計算手法では、大規模な雷放電によって発生した強電界による電離層中の電子密度および衝突周波数の変化を考慮することができなかった。本章では、この非線形現象を近似的に考慮した計算手法について述べる。

3.1 強電界による電離層パラメータの時間変化

3.1.1 衝突周波数の時間変化

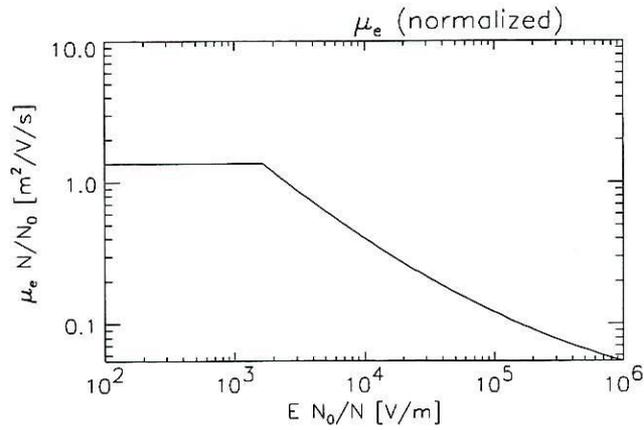
下部電離層や中間圏のような弱電離プラズマ媒質中では、電子密度や電子の中性粒子との衝突周波数は非線形的に決まる。強電界による衝突周波数の変化は電子移動度 μ_e の変化に相当し、

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{e}{\mu_e m_e} \quad (3.1)$$

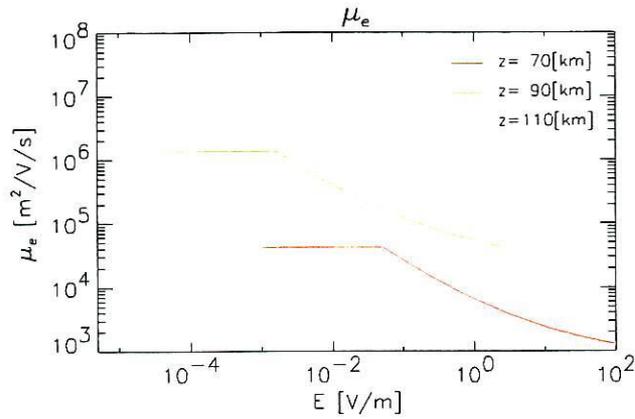
で表される。ここで、 e は電子の電荷 [C]、 m_e は電子の質量 [kg] である。雷放電により発生した強電界により電子が加熱され、電子移動度が増加する。電子移動度は様々な特徴を持った損失過程によって決定される電界の関数であり、次式のようなになる [9]。

$$\begin{aligned} \log_{10}(\mu_e N) &= \sum_{i=0}^2 a_i x^i & \frac{EN}{N_0} &\geq 1.62 \times 10^3 [\text{V/m}] \\ \mu_e N &= 1.36 N_0 & \frac{EN}{N_0} &< 1.62 \times 10^3 [\text{V/m}] \end{aligned} \quad (3.2)$$

ここで、 $x = \log_{10}(E/N)$ 、 a_i は近似係数で $a_0 = 50.970$ 、 $a_1 = 3.0260$ 、 $a_2 = 8.4733 \times 10^{-2}$ である。この関数を図 3.1 に示す。この式は大気分子密度と電界の組み合わせによる電子移動度の有効的な計算方法として用いられている [9]。また、電界が存在しない場合、中性大気密度の高度分布によって電子移動度が決定され、式 (3.1) から衝突周波数も決まる。逆に衝突周波数から中性大気密度の高度分布も次式のように決定できる。



(a) 中性大気密度によって正規化された電子移動度



(b) 高度 70、90 および 110 km における電子移動度

図 3.1: 電子移動度 μ_e : (a) 中性大気密度によって正規化された電子移動度 (b) 高度 70、90 および 110 km における電子移動度

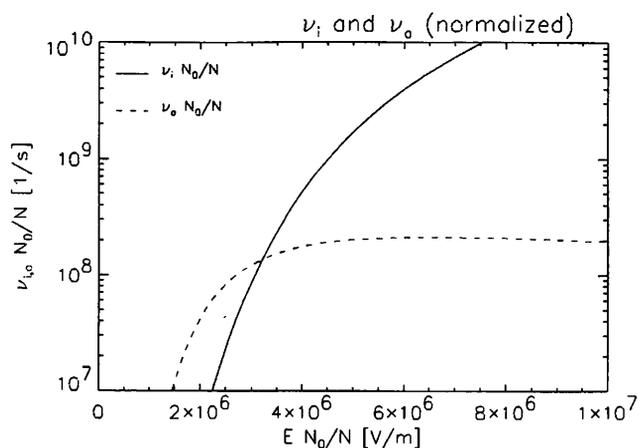
$$N = \frac{1.36 N_0 m_e}{e} \nu_{\text{eff}} \quad (3.3)$$

3.1.2 電子密度の時間変化

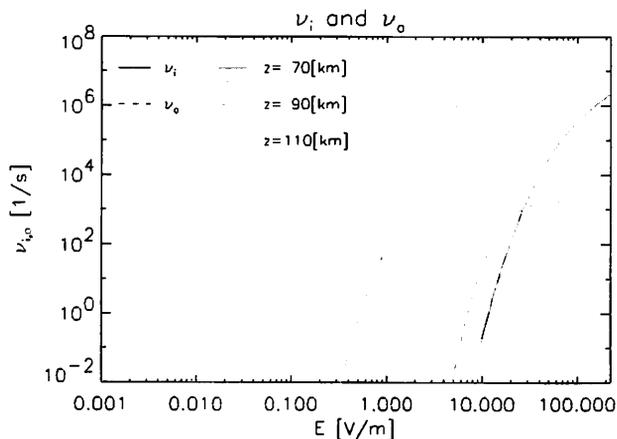
電子密度の変化は電離係数 ν_i と再結合係数 ν_a を用いて次式のように表される。

$$\frac{dN_e}{dt} = (\nu_i - \nu_a) N_e \quad (3.4)$$

電離係数 ν_i および再結合係数 ν_a も以下ような電界と中性大気密度の関数として表される [18]。



(a) 中性大気密度によって正規化された電離係数および再結合係数



(b) 高度 70, 90 および 110 km における電離係数および再結合係数

図 3.2: 電離係数 ν_i および再結合係数 ν_a : (a) 中性大気密度によって正規化された電離係数および再結合係数 (b) 高度 70、90 および 110 km における電離係数および再結合係数

$$\nu_i = \begin{cases} 0 & \frac{EN_0}{N} < 1.122 \times 10^6 [\text{V/m}] \\ \frac{N}{N_0} p^{10} & \frac{EN_0}{N} \geq 1.122 \times 10^6 [\text{V/m}] \end{cases} \quad (3.5)$$

$$p = \sum_{i=0}^3 b_i \left[\log_{10} \left(\frac{E}{1 [\text{V/m}]} \frac{N_0}{N} \right) \right]^i \quad (3.6)$$

$$\nu_a = \begin{cases} 0 & \frac{EN_0}{N} < 3.162 \times 10^5 [\text{V/m}] \\ \frac{N}{N_0} q^{10} & \frac{EN_0}{N} \geq 3.162 \times 10^5 [\text{V/m}] \end{cases} \quad (3.7)$$

$$q = \sum_{i=0}^3 c_i \left[\log_{10} \left(\frac{E}{1 [\text{V/m}]} \frac{N_0}{N} \right) \right]^i \quad (3.8)$$

ここで、 b_i および c_i は近似係数で、 $b_0 = -624.68$ 、 $b_1 = 249.60$ 、 $b_2 = -32.878$ 、 $b_3 = 1.4546$ 、 $c_0 = -3567.0$ 、 $c_1 = 1992.68$ 、 $c_2 = -416.601$ 、 $c_3 = 38.7290$ 、 $c_4 = -1.35113$ である。この関数を図 3.2 に示す。式 (3.4) から分かるように $\nu_i > \nu_a$ のとき、中性大気が電離され、電子密度が増加する。つまり、 $\nu_i = \nu_a$ となる電界が大気の絶縁破壊を起こす電界閾値に相当する。

3.2 非線形現象を近似的に考慮した計算手法

3.2.1 非線形現象を近似的に考慮した計算手法

この節では、前節で述べた電離層パラメータの変化を近似的に考慮する計算手法について述べる。第2章で述べたように Full Wave 計算は、波源から放射された電磁界パルスによる電離層中および自由空間中の電磁界分布を周波数領域において計算し、時間に関する逆フーリエ変換を用いて電磁界波形を求めるため電離層パラメータの時間変化を考慮することができない。したがって、Full Wave 計算によって得られた電磁界波形による電子密度および衝突周波数の変化がその電磁界波形に与える影響を考慮する必要がある。

簡単な方法として、変化した電子密度および衝突周波数の値を用いて、新たな高度プロファイルを作成し、この高度プロファイルを用いてもう一度 Full Wave 計算をする方法が考えられる。しかし、これには以下のような問題点がある。

- Full Wave 計算では、電離層および自由空間を平面層状媒質とし、高度方向のみ媒質が変化すると仮定しているため、電子密度および衝突周波数の局地的な変化を考慮することができない。
- ある地点における電子密度および衝突周波数の変化はこの地点を伝搬する電磁波すべてに影響を与えることとなる。逆にある地点に到達した電磁波はその伝搬過程において電離層パラメータを変化させ、それによる影響を受けていることとなる。それに対して、新たに作成する高度プロファイルはこの影響を受けずに伝搬してきた電磁波による電子密度および衝突周波数の変化にすぎない。
- Full Wave 計算は時間がかかりすぎる。

このようなことから、Full Wave 計算を繰り返し行うことで、電子密度および衝突周波数の変化による影響を考慮することは難しい。

実際に今回の研究で用いた計算手法について述べる。まず、電子密度および衝突周波数の変化による減衰量の求め方を図 3.3 に示す。Full Wave 計算によって得られた任意地点の電磁界 $E(x, y, z_j, \omega)$ は電離層中の電子密度および衝突周波数が時間的に変化しないと仮定した場合のものである。まず、これを時間に関する逆フーリエ変換を用いて、電磁界波形 $E(x, y, z_j, t)$ を求める。さらに、電界強度 E の時間変化を求め、式 (3.1)、(3.4) より電子密度および衝突周波数の時間変化が求められる。電子密度および衝突周波数は時間的に

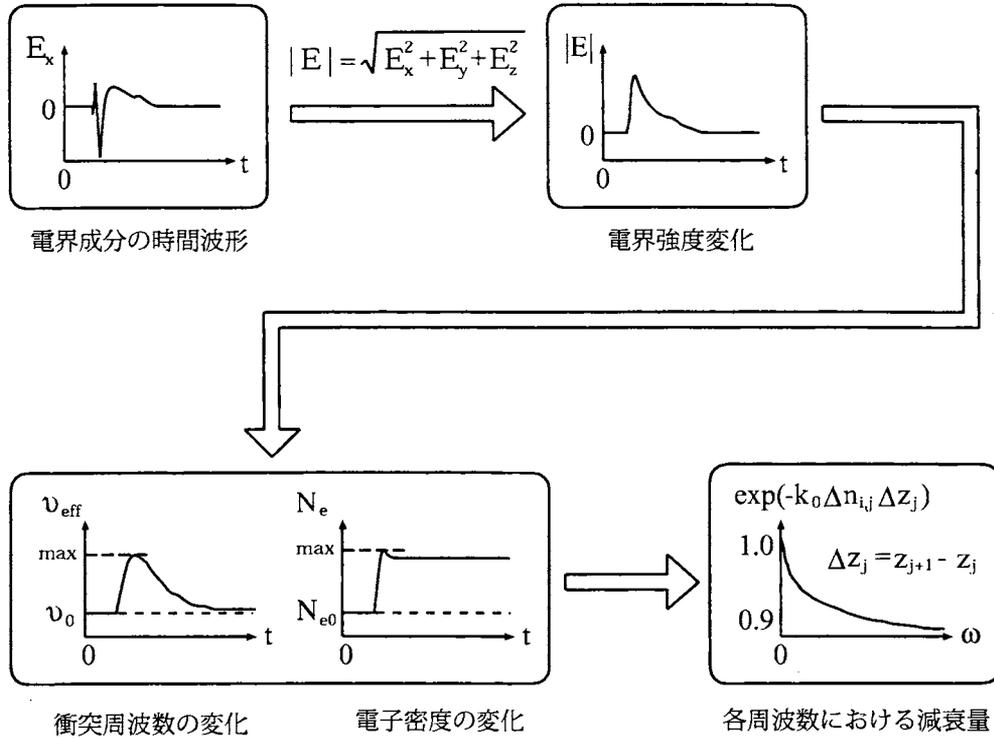


図 3.3: 各層間における電離層パラメータの変化による減衰量の計算

変化しているが、この時間変化の最大値をこの地点における電子密度および衝突周波数の変化として、近似計算に用いる。

また、伝搬ベクトル k をもって一様媒質中を伝搬する平面電磁波は一般的に次のように表される [19]。

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-jk \cdot \mathbf{r}) \quad (3.9)$$

さらに、伝搬方向を z 方向のみとすると、

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-jk_z z) = \mathbf{E}_0 \exp(-jk_0 n z) \quad (3.10)$$

となる。ここで、 $n = n_r - jn_i$ は複素屈折率であり、 n_r が位相項で n_i が減衰項である。複素屈折率は媒質の電子密度および衝突周波数、地球磁場、伝搬方向、周波数の関数であり、ブッカーの方程式 (Booker quartic equation) を解くことによって得られる [19]。この解をブッカー根と言う。また、 k_0 は自由空間中の波数ベクトルである。したがって、伝搬方向を z 方向のみと仮定した場合、 $z = z_{j+1}$ の電磁波 $\mathbf{E}(z_{j+1}, \omega)$ は $\mathbf{E}(z_j, \omega)$ を用いて

$$\mathbf{E}(z_{j+1}, \omega) = \mathbf{E}(z_j, \omega) \exp(-jk_0 n \Delta z_j) \quad \Delta z_j = z_{j+1} - z_j \quad (3.11)$$

と表せる。なお、本論文では、位相項の影響を無視して、減衰項のみを考慮するものとする。衝突周波数が $\Delta\nu_{\text{eff}}$ 、電子密度が ΔN_0 だけ変化した場合、屈折率の減衰項は $n_i(\nu_0 + \Delta\nu_{\text{eff}}, N_{e0} + \Delta N_e)$ のように変化する。ここで、 ν_0 と N_{e0} は定常状態の衝突周波数と電子密度である。Full Wave 計算において定常状態である $n_i(\nu_0, N_{e0})$ は既に考慮されているので、変化分

$$\Delta n_i = n_i(\nu_0 + \Delta\nu_{\text{eff}}, N_{e0} + \Delta N_e) - n_i(\nu_0, N_{e0}) \quad (3.12)$$

のみを考える。これを用いて各周波数について電磁波の減衰を計算する。実際の計算では、 n_i としては R_{up} モード (ホイストラモードの上昇波) のものを用いた。こうした場合、

$$\exp(-k_0 \Delta n_{ij} \Delta z_j) \quad (3.13)$$

が衝突周波数と電子密度が変化した場合に電磁波がその領域を $z = z_j$ から $z = z_{j+1}$ へと伝搬する過程で受ける減衰量となる。したがって、Full Wave 計算によって得られた電磁界ベクトル $e(x, y, z_{j+1}, \omega)$ にこの層間における減衰を考慮すると、

$$e(x, y, z_{j+1}, \omega) \exp(-k_0 \Delta n_{ij} \Delta z_j) \quad (3.14)$$

となる。既に述べたように、Full Wave 計算によって得られる任意高度の電磁界はその高度まで伝搬する間にも同様の減衰を受けることとなり、各層間における減衰量はそれより上のすべての層の電磁界に影響する。そのため計算は図 3.4 に示すように Full Wave 計算によって得られた下端高度の電磁界より減衰量を求め、これをそれより上の電磁界に乗算し、同様の計算を上端高度まで繰り返す。したがって、電離層パラメータの変化を近似的に考慮した場合の任意高度における電磁界ベクトルは

$$e'(x, y, z_j, \omega) = e(x, y, z_j, \omega) \prod_{\ell=1}^{j-1} \exp(-k_0 \Delta n_{i\ell} \Delta z_\ell) \quad (3.15)$$

と表される。ここで $'$ は衝突周波数および電子密度の変化を近似的に考慮した場合の電磁界ベクトルを表し、これを時間に関して逆フーリエ変換することにより時間波形が求められる。また、計算領域下端高度より順々に減衰量を考慮していくため、計算領域下端高度は電子密度および衝突周波数の変化が電磁界に影響を与える領域を十分含むようにする必要がある。

このように本論文の計算手法では、いくつかの近似を用いたが、それらを以下にまとめる。

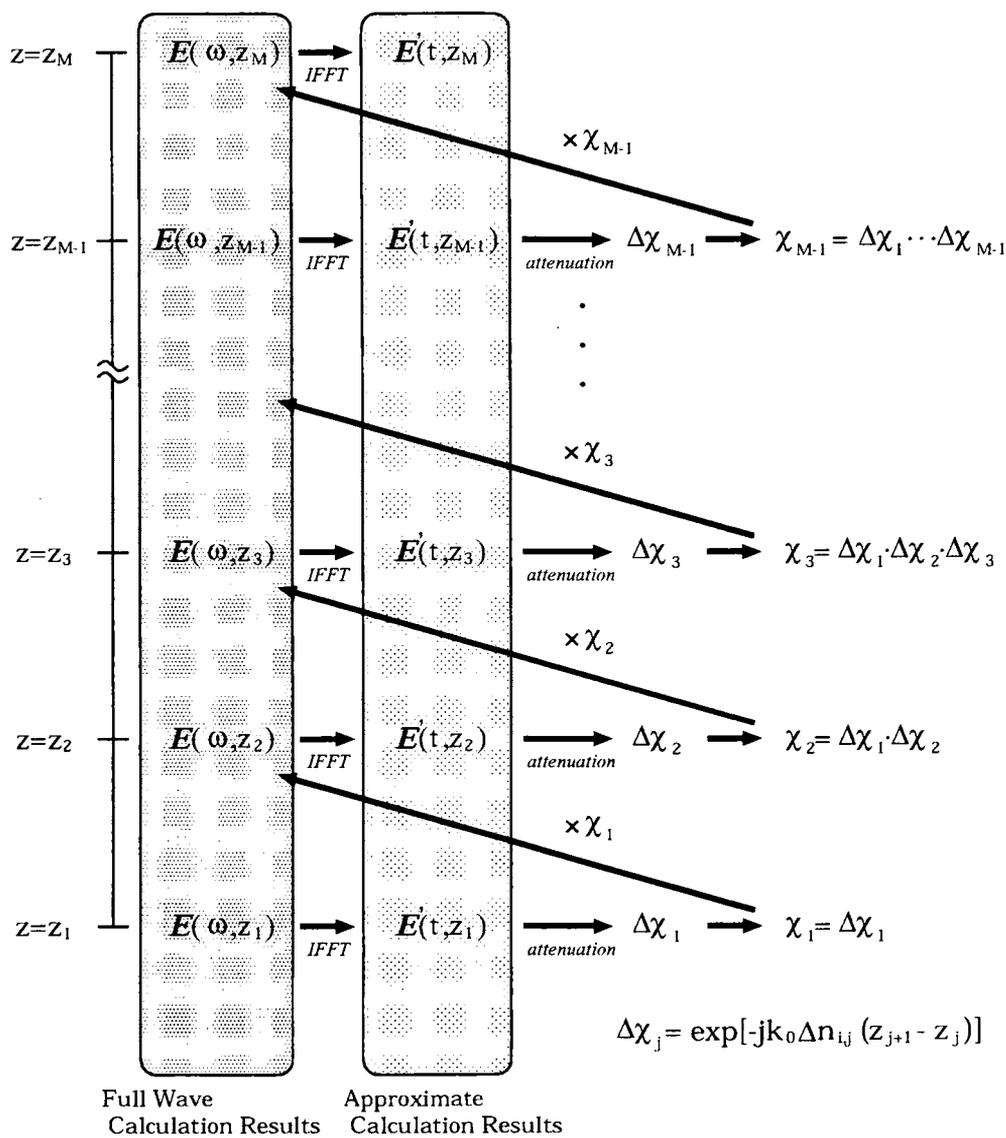


図 3.4: 非線形性を近似的に考慮した計算手法

1. 電子密度および衝突周波数は時間的に変化するが、計算にはこの最大値のみを用いる。
2. 電子密度および衝突周波数の変化による電磁波への影響として複素屈折率によって決まる減衰量を考え、屈折率としては、 R_{up} モードのものを採用する。
3. z 方向に伝搬する電磁波について影響を考える。

まず、1. について述べる。電磁波への影響が顕著に現れるよう電子密度および衝突周波数の時間変化の最大値を用いているが、これでは時間変化を十分に考慮したことにはならない。しかし、近似計算の精度を上げるためにすべての時間において電離層パラメータの変化による影響を考慮すると計算時間が膨大なものとなるため、本研究ではこのような近似を用いた。

次に 2. について述べる。電子密度および衝突周波数の変化によって屈折率の減衰項が変化するように位相項も同様に变化するが、今回は省略した。また、ブッカーの方程式から 4 つのブッカー根が得られる。これらは、各々の位相項および減衰項よりホイッスラー波である R モードの R_{up} 、 R_{down} とエバネッセント波である L モードの L_{up} 、 L_{down} に分けられる。ここで、 up は上昇波、 $down$ は下降波を示す。エバネッセント波である L モードの特性波は電離層中を伝搬する過程で強い減衰を受けることとなる。一方、ホイッスラー波である R モードは電離層中を減衰を受けながら伝搬していく。そのため、電離層中を伝搬する電磁波において R_{up} モードの特性波が支配的となる。また、自由空間に近い媒質中では、 R_{up} と L_{up} のブッカー根はほぼ同じ値を持ち、合成波の大部分を占めている [15]。したがって、今回の計算では全ての高度で支配的である R_{up} モードについてのみ減衰量を考慮する。

3. については、前節の計算結果 (図 2.11) で示したように電離層中では、ホイッスラー波に対する屈折率が大きくなるため、電磁波の伝搬方向が垂直方向になることがわかっている。このため、実際には球面波であるが伝搬方向が z 方向の平面波と近似して扱った。

3.2.2 計算結果と比較

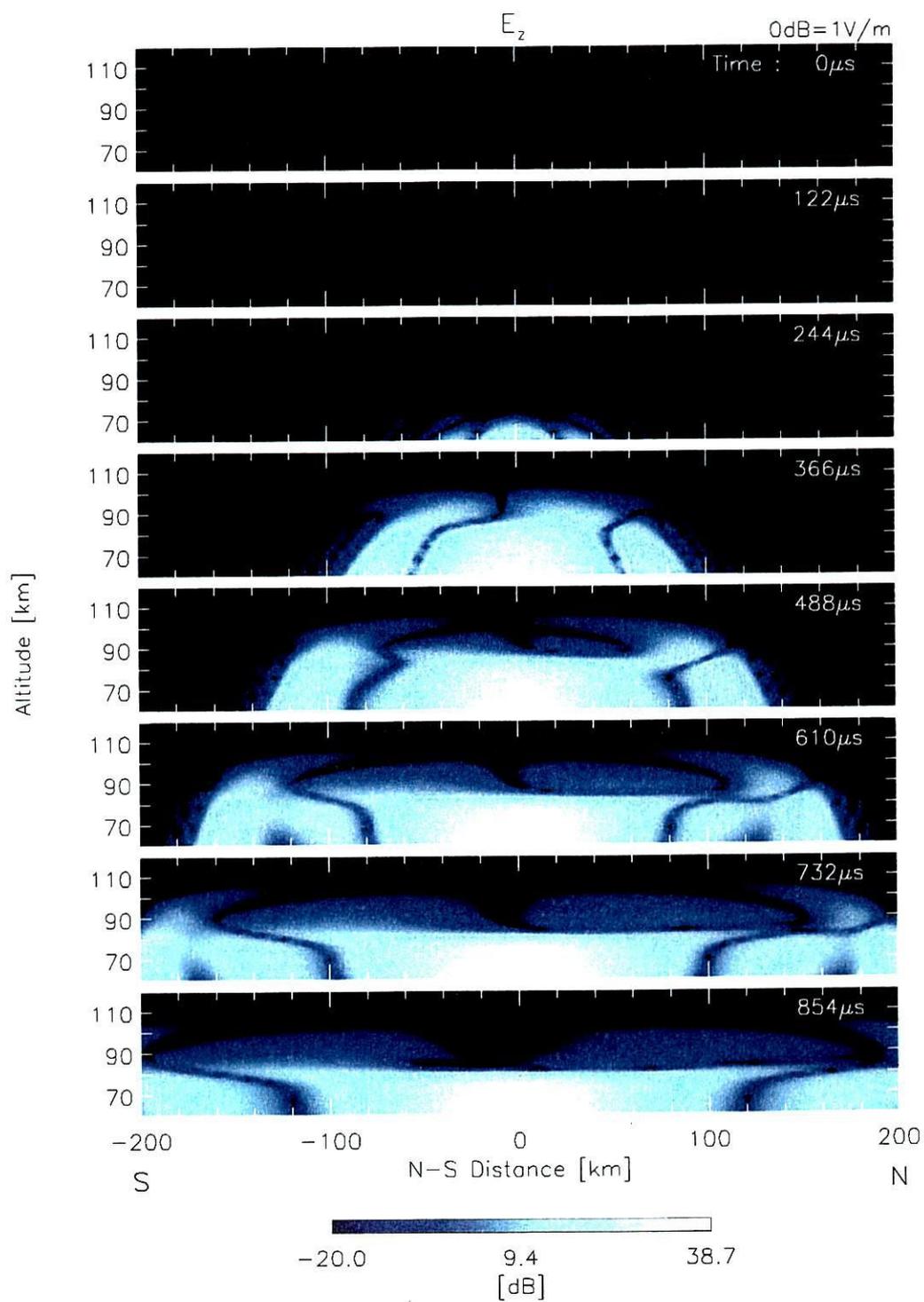
前節で説明した近似的な計算手法による計算結果を以下に示す。計算パラメータは前章の計算に用いたものと同じものを用いた (表 2.3、2.4 参照)。図 3.5、図 3.6 は図 2.10、2.11 と同様に雷放電開始を $t = 0$ として $t = 0 \sim 854 \mu\text{s}$ の $122 \mu\text{s}$ ごとの波源を通る南北 $-200 \sim 200 \text{ km}$ で高度 $60 \sim 120 \text{ km}$ の領域の電界の z 成分および y 成分の強度分布の時間変化である。図 2.10、2.11 と比べて電子密度および衝突周波数の変化を近似的に考慮した場合の図 3.5、3.6 では高度 100 km 以上でこの影響によって電界強度が小さくなっていることが分かる。特に高度 110 km 以上では減衰が大きくこれより上空へ伝搬していくホイッスラー波がこれらの図からは確認できない。

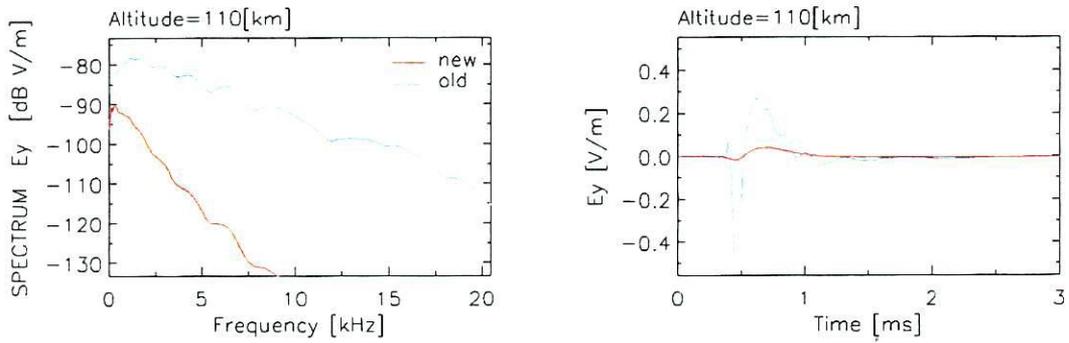
次に雷放電の真上 ($x = y = 0 \text{ km}$) の高度 90 km 、 100 km および 110 km における電界 E_y の周波数スペクトルと波形による従来方法の計算結果との比較を図 3.7 に示す。ただし、電磁界の周波数スペクトルは実際の現象のものを示すために計算手法上に用いた逆電流の付加を取り除いたものになっている。すなわち、周波数スペクトルの $2n\Delta\omega$ (n は整

数) 成分は 0 になっていない。逆に波形については正確さを保つためにこの逆電流を付加して得られた計算結果を示した (2.1.7 参照)。高度 90 km では周波数スペクトル、波形ともほとんど変わらない。しかし、高度 100 km では周波数スペクトルが 5kHz で約 6dB、10kHz で約 8dB 減衰しており、波形ではピーク値が約半分程度に減衰している。高度 110 km では周波数スペクトルが 5kHz で約 30dB、10kHz で 40dB 以上減衰しており、波形ではピーク値が 10 分の 1 程度まで減衰している。また、周波数が高いほど非線形性現象による減衰が大きいことが分かる。このため、電磁界波形が従来方法の計算結果と比べて滑らかな曲線となっている。さらに今回の計算手法では電子密度および衝突周波数の変化の最大値を全ての時間に適用しているため、電離層の分散性によって早く到来する高周波成分が強く減衰され、波形の立上りの急峻さが失われている。

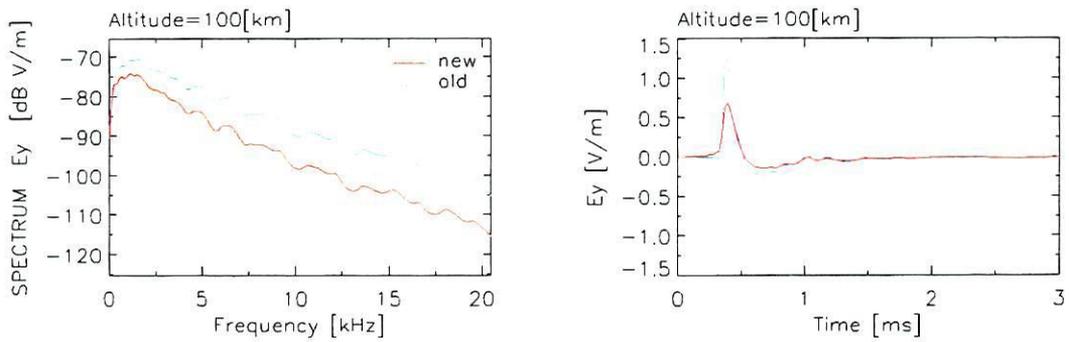
次に雷放電の南方向 ($x = 0, y = -100$ km) の高度 90 km、100 km および 110 km における電界 E_y の周波数スペクトルと波形による従来方法の計算結果との比較を図 3.8 に示す。図 3.7 に示した雷放電真上の周波数スペクトルおよび波形と比べて電子密度および衝突周波数の変化による減衰量が大きい。高度 90 km の電界波形において、雷放電の波源としての指向性により、雷放電真上 (図 3.7) ではピーク値がおおよそ 2.2 V/m であるのに対して、南方 100 km では約 12 V/m とおおよそ 5 倍である。このため、電子密度および衝突周波数の増加が大きく、この影響によりこれより上空へ伝搬していく電磁波が強く減衰されている。

図 3.9 に波源を通る南北 $-200 \sim 200$ km で高度 60 ~ 120 km の領域の電子密度変化 $\frac{N_e + \Delta N_e}{N_e}$ の推移を示す。高度 90 km 付近において電子密度が増加している領域が電磁波の水平方向への伝搬に伴って広がっていくのが分かる。また、高度 100 km より上空において電子密度が増加していないのは、高度 90 km 付近の領域において電子密度の増加による減衰が大きくなるためであり、雷放電によって放射された電磁波が最も減衰されるのがこの領域であるということがわかる。 $t = 610 \mu\text{s}$ 以降、雷雲真上の高度 80 km 付近において電荷移動による準静電界成分によって電子密度が増加され、それより下の高度 70 km 付近では再結合により電子密度が減少している。同様に高度 90 km 付近で電子密度の増加している領域の下部にも電子密度の減少している領域が存在している。

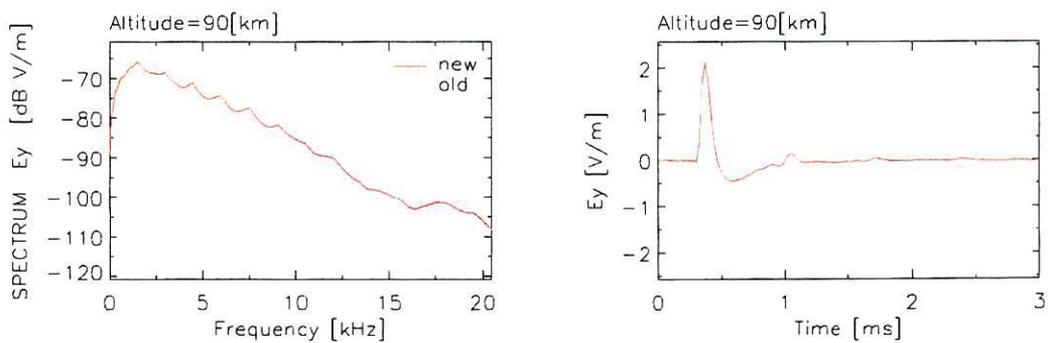
図 3.5: 雷放電によって生じる電界強度分布の時間変化: E_z



(a) 高度 110 km

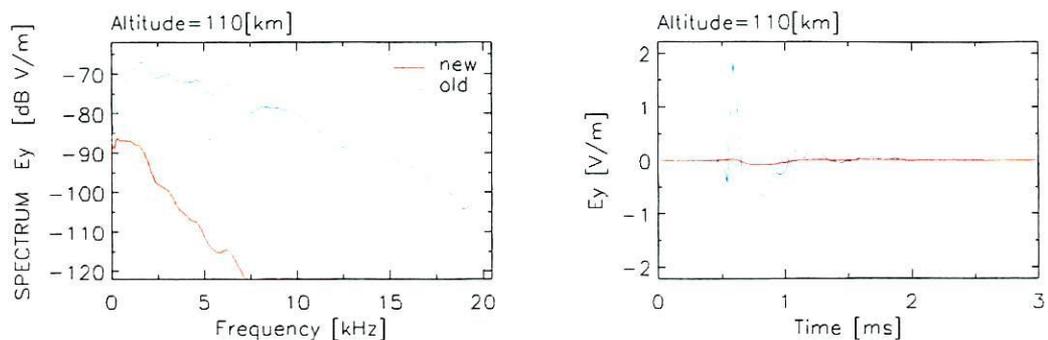


(b) 高度 100 km

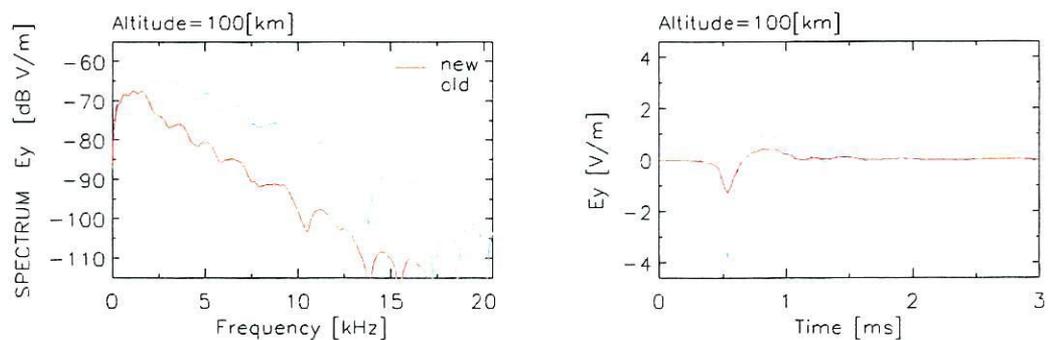


(b) 高度 90 km

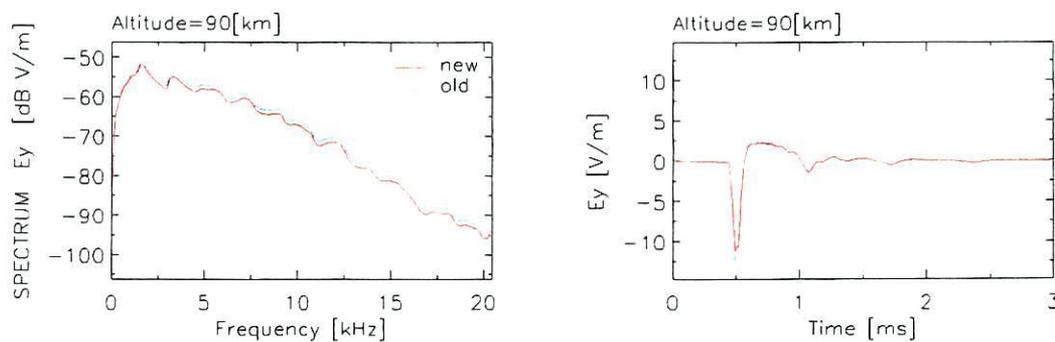
図 3.7: 雷放電の真上 ($x = y = 0$ km) の高度 90 km、100 km および 110 km における従来方法による計算結果との比較: 電界 E_y 成分



(a) 高度 110 km



(b) 高度 100 km



(b) 高度 90 km

図 3.8: 雷放電の南方向 100 km ($x = 0, y = -100$ km) の高度 90 km、100 km および 110 km における従来方法による計算結果との比較: 電界 E_y 成分

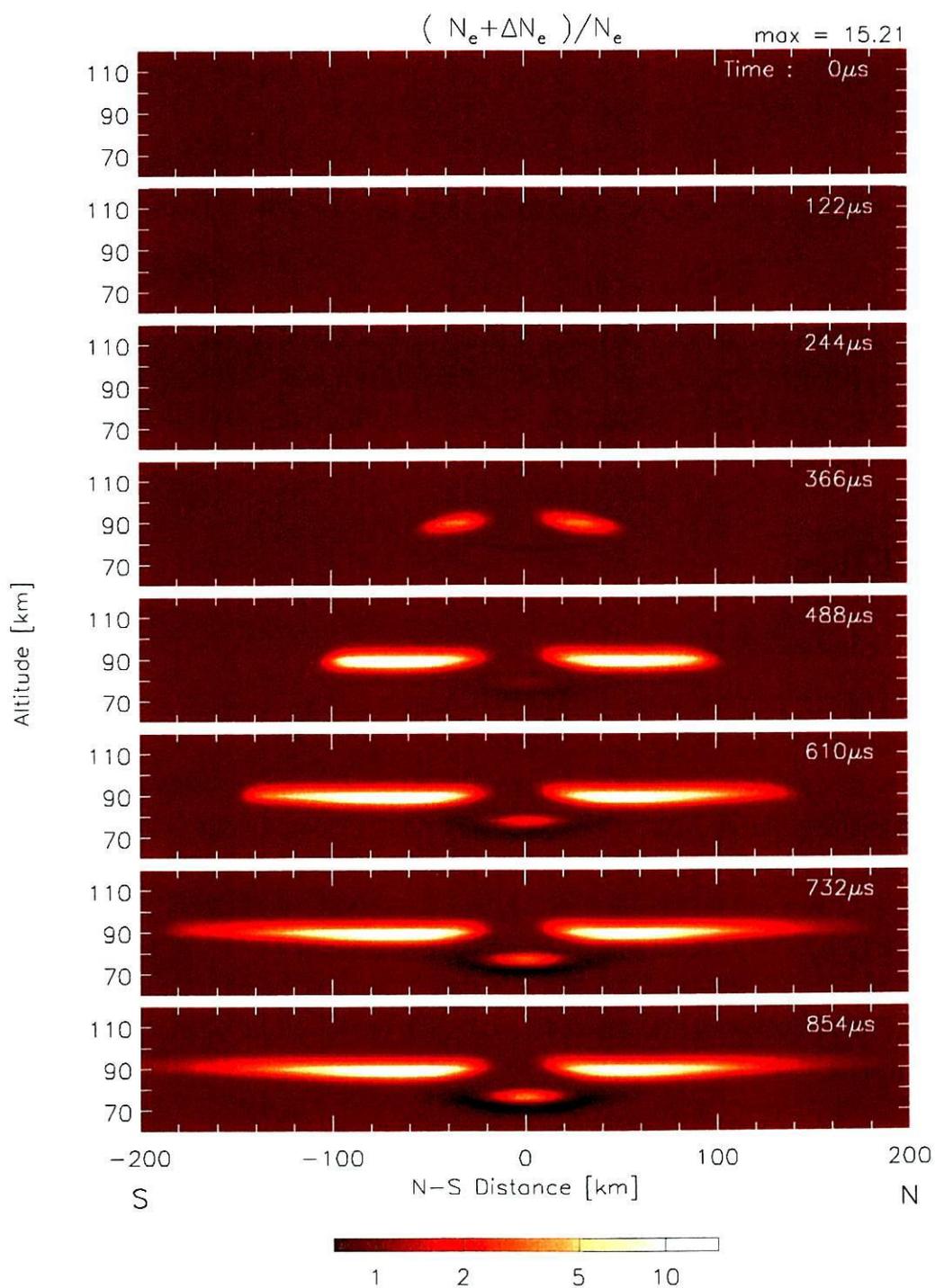


図 3.9: 雷放電によって生じる強電界による電子密度分布の時間変化: $\frac{N_e + \Delta N_e}{N_e}$

第 4 章

雷放電に伴う大気発光現象の解析

本章では、第 3 章で述べた強電界による電子密度および衝突周波数の変化を近似的に考慮した計算手法を用いて、大規模な雷放電に伴う大気発光現象の解析を行う。4.1 節では、Elves について解析を行う。4.2 節では、Sprites や Sprite Halos の場合における問題点について述べる。

4.1 Elves

4.1.1 Elves の計算結果

第 3 章で述べた計算手法を用いて得られた計算結果を図 4.1 ~ 図 4.9 に示す。なお、計算には前章と同じく表 2.3 と表 2.4 の計算パラメータを用いた。

図 4.1 ~ 図 4.9 はすべて雷放電の開始を $t = 0$ として $t = 292 \mu\text{s} \sim 805 \mu\text{s}$ の $73.2 \mu\text{s}$ ほどの波源を通る水平方向 $-200 \sim 200 \text{ km}$ で高度 $60 \sim 120 \text{ km}$ の領域の時間推移を示したものである。図 4.1、図 4.3 と図 4.5 は南北 ($y-z$) 断面であり、正方向が北、負方向が南である。図 4.2、図 4.4 は東西 ($x-z$) 断面であり、正方向が東、負方向が西である。

図 4.1 と図 4.2 の電界 E_y の強度分布の時間変化を示す。図 4.1 は、図 3.6 と同じく電離層中の電磁波が地球磁場に沿って伝搬するため南方向にずれて伝搬している。また、電子密度および衝突周波数の変化による影響により高度 110 km 以上の電磁波が強く減衰されている。図 4.2 では、 $t = 366 \mu\text{s}$ で高度 $80 \sim 100 \text{ km}$ の領域で異方性媒質である電離層の反射および透過によって電界 E_y 成分が生じている。また、東方向 (正方向) に伝搬している電磁波が西に伝搬する波に比べて強度が強いのは、電離層で反射する際に地球磁場による影響を受けたためだと考えられる。

図 4.3、図 4.4 と図 4.5 に光子放射率 $A_k n_k$ の時間変化を示す。図 4.3 は、 $\text{N}_2(1\text{P})$ の光子放射率である。 $t = 366 \mu\text{s}$ で高度 $90 \sim 100 \text{ km}$ で増加し始めており、時間と共に垂直方向には広がらず、水平方向に広がっていき、 $t = 805 \mu\text{s}$ では、水平方向 200 km まで達している。高度 90 km 付近で主に増加しているが、これは図 3.9 で示したようにこの領域で電子密度が増加しているためである。 $t = 512 \mu\text{s}$ で高度 90 km で南方向に $60 \text{ km} (y = -60 \text{ km})$ 付近で増加しているのは、電子密度が増加しているこの領域に大地により 1 回反射した電磁波が到達したためである。また、地球磁場の影響で光子放射率が増加している領域が南

方向に引きずられている様子もわかる。図 4.4 では、南北方向ほどのずれはないが、少し東方向(正方向)に引きずられた形になっている。図 4.5 は、 $N_2(2P)$ の光子放射率の時間変化である。図 4.3 と比べて値は小さいものになっており、 $N_2(1P)$ の方が $N_2(2P)$ に比べて発光強度が強いことがわかる。このことから以降の解析では、 $N_2(1P)$ のみについて行う。また、これらの計算結果は表 1.1 の Elves の発生高度が 75 ~ 110 km、水平幅が 100 ~ 300 km であることと一致している。また、発生時刻、継続時間の点でも観測結果と一致していると言える。

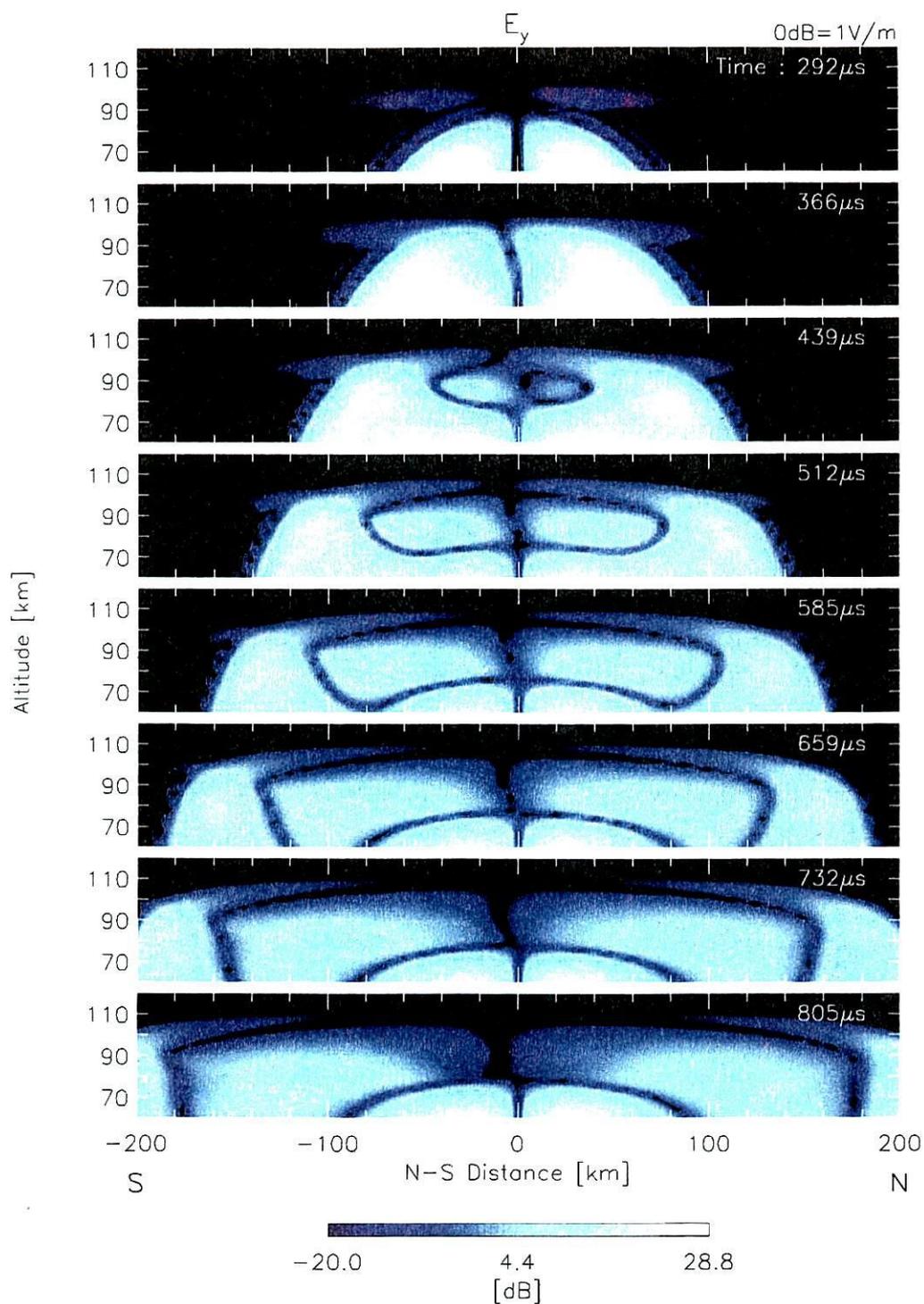


図 4.1: 雷放電によって生じる電界強度分布の時間変化: E_y (波源を通る $y-z$ 断面図)

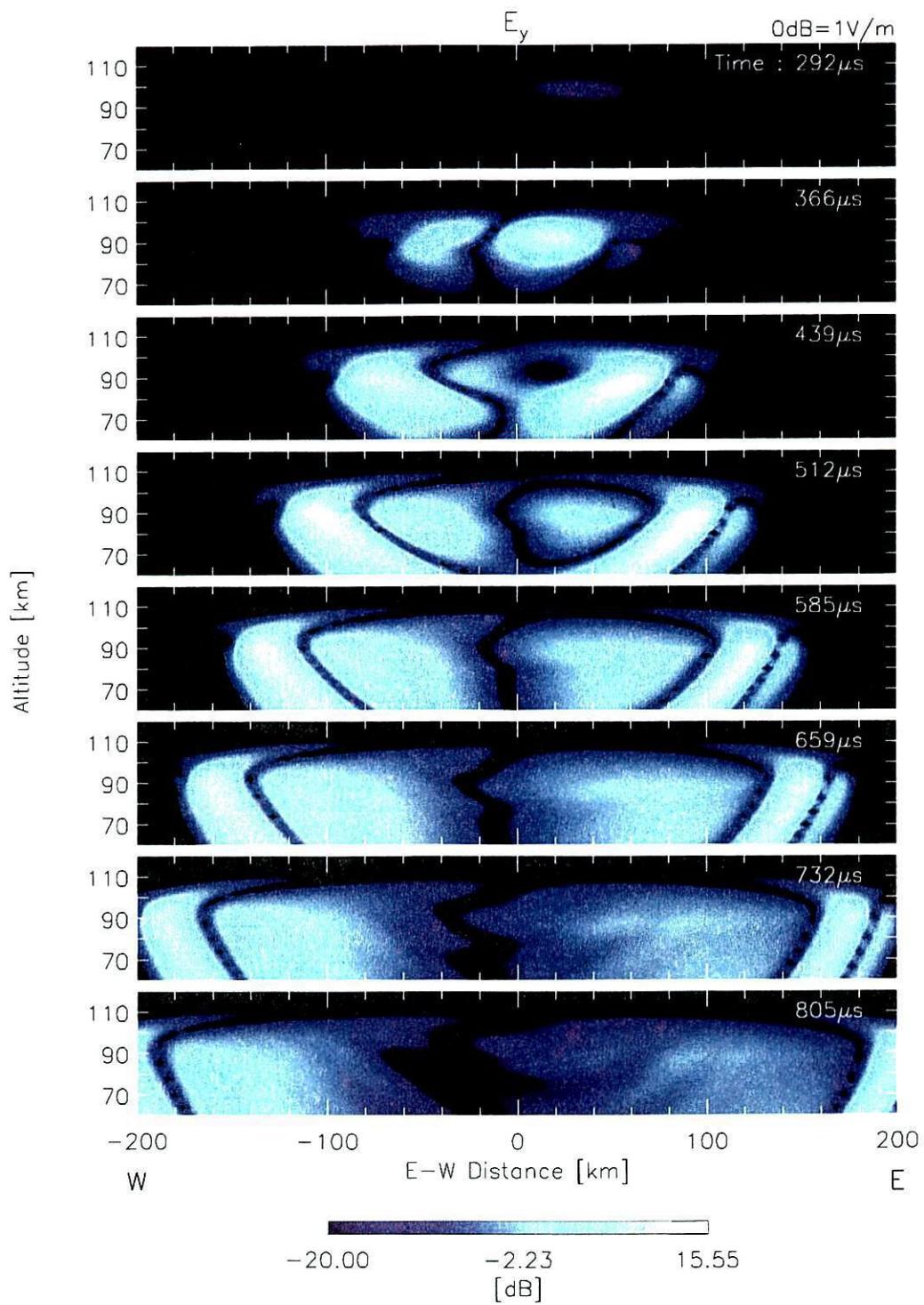


図 4.2: 雷放電によって生じる電界強度分布の時間変化: E_y (波源を通る $x-z$ 断面図)

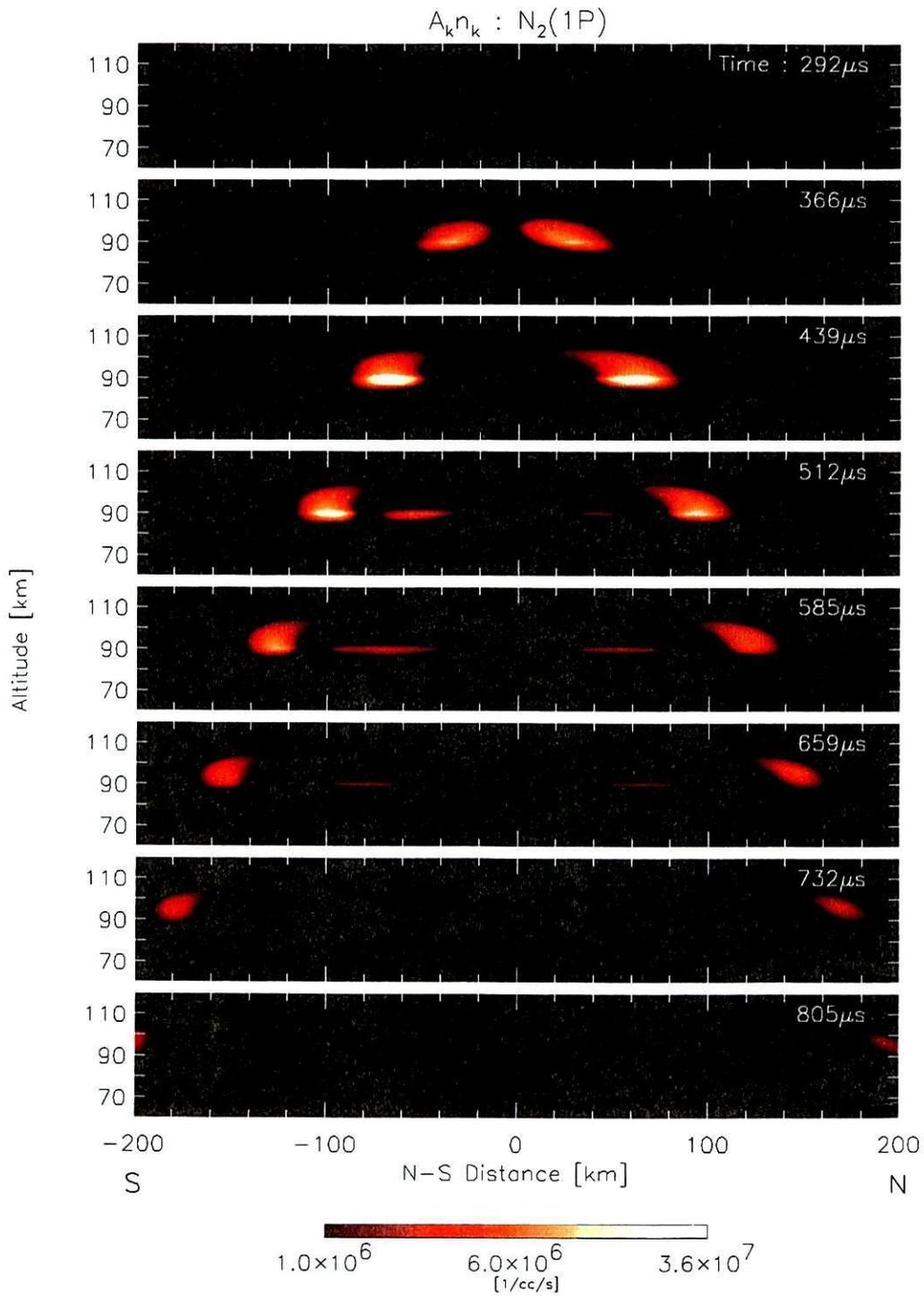


図 4.3: 雷放電に伴う光子放射率の時間変化: $A_k n_k$ (波源を通る $y-z$ 断面図)

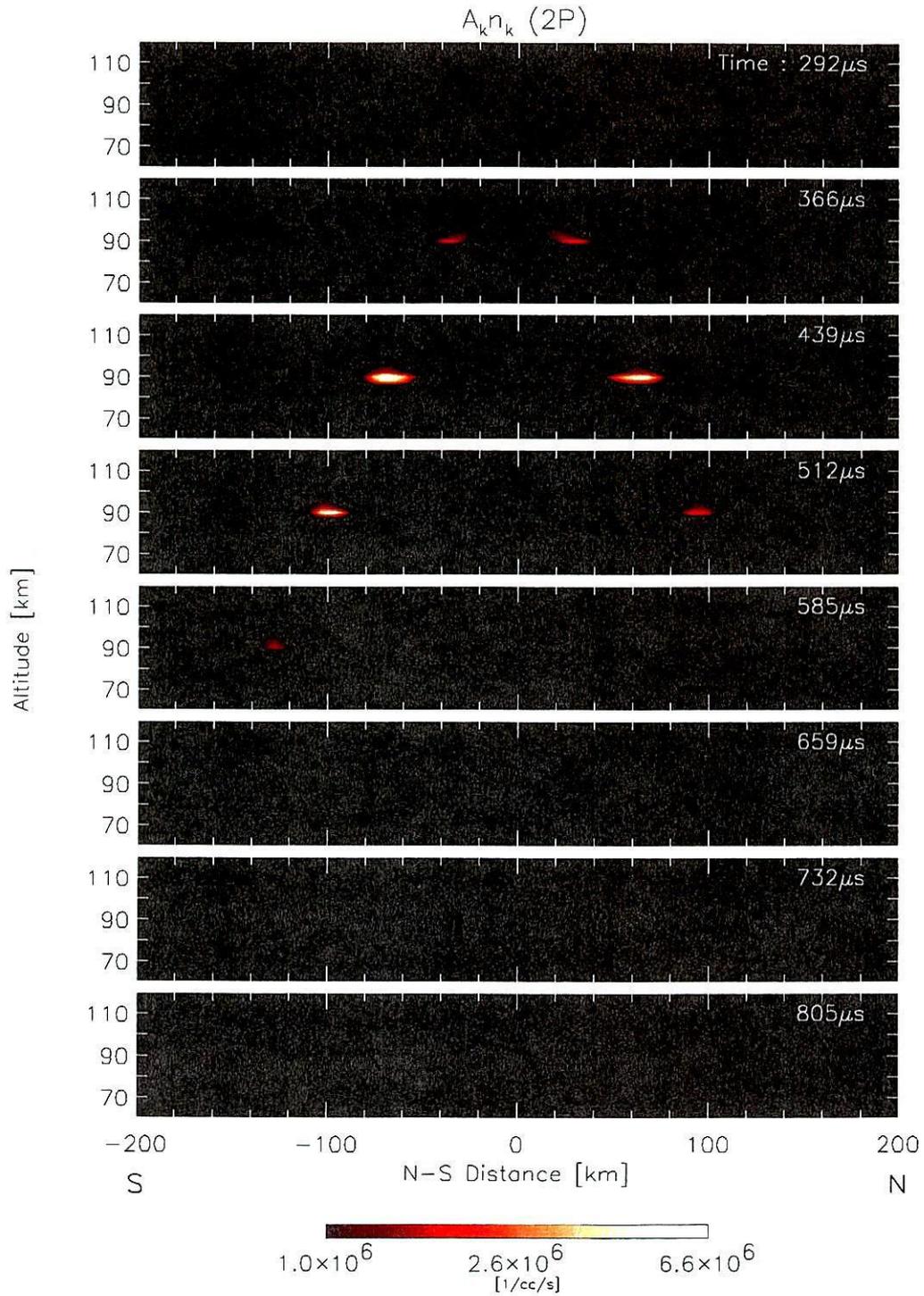


図 4.5: 雷放電に伴う光子放射率の時間変化: $A_k n_k$ (波源を通る $y-z$ 断面図)

次に、高度 90 km および 96 km の水平断面における時間変化を図 4.6 ~ 図 4.9 に示す。これらも雷放電の開始を $t = 0$ として $t = 292 \mu\text{s} \sim 805 \mu\text{s}$ の $73.2 \mu\text{s}$ 間隔である。表示領域は雷雲真上を中心として水平方向 $200 \times 200 \text{ km}$ で、縦軸正方向が北、負方向が南、横軸正方向が東、負方向が西である。

図 4.6 は高度 90 km における電界 E_y の強度分布である。 $t = 366 \mu\text{s}$ でこの高度まで雷放電によって発生した電磁波が到達している。垂直方向に流れる雷放電電流から放射される電界 E_y 成分は、指向性により y 軸の正方向と負方向に向かって放射されるが、この高度に到達した電磁波はそれよりも右に 15° ほど回転している。また、この図からも地球磁場に沿って南方向にずれて伝搬していることがわかる。図 4.7 は高度 96 km における電界 E_y の強度分布である。この高度に到来した電磁波の最大値が 13.2 dB で高度 90 km の最大値 22.27 dB と比べて 3分の1程度と高度 90 km 付近の電子密度および衝突周波数の変化による減衰を強く受けている。また、この高度に到達した電磁波は右に 33° ほど回転している。図 4.8 は高度 90 km における光子放射率 $A_k n_k N_2(1P)$ の時間変化である。 $t = 366 \mu\text{s}$ で増加し始め、水平方向に広がっていく。光子放射率が増加しているリングの端が $t = 366 \mu\text{s}$ では、波源を通る南北軸上で南に 50 km ($y = -50 \text{ km}$) 付近のところまで、 $t = 439 \mu\text{s}$ では 85 km 付近まで広がっており、この区間の広がり速度は約 $4.79 \times 10^8 \text{ m/s}$ となり、光速より速く広がっていることになる。これが波源から離れるにつれてその速度は遅くなり、 $t = 659 \mu\text{s}$ では南方に約 165 km 付近で、 $t = 732 \mu\text{s}$ では 185 km 付近まで広がっており、この区間では約 $2.74 \times 10^8 \text{ m/s}$ の速度で広がっている。これは、雷放電によって球面上に放射された電磁波の直接波が光子放射率を増加させているからである。また、 $t = 512 \mu\text{s}$ の内側のリングは大地による 1 回反射波成分によるものである。図 4.9 は高度 96 km における光子放射率 $A_k n_k N_2(1P)$ の時間変化である。この高度では大地によって一回反射した電磁波による光子放射率の増加は見られない。

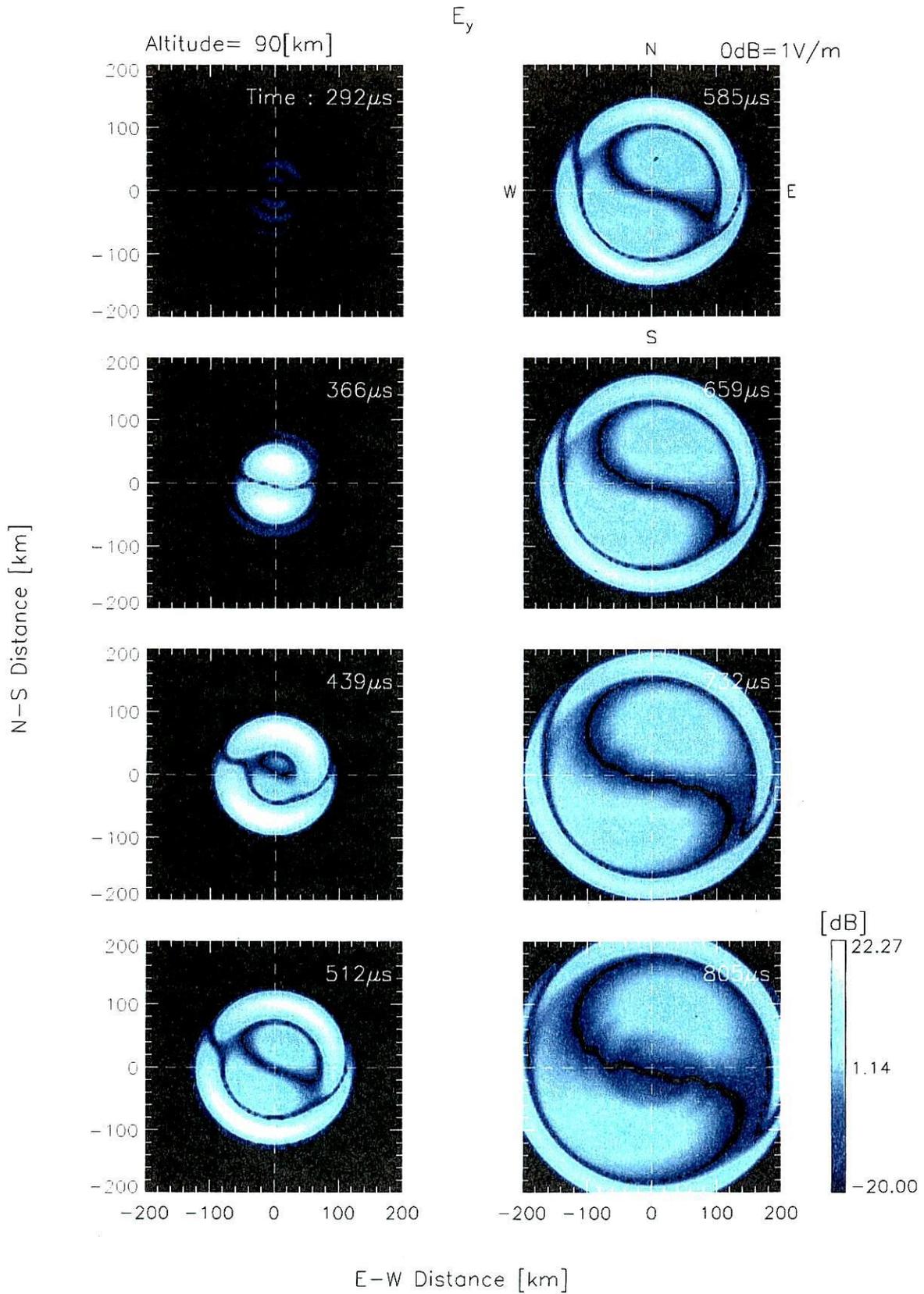


図 4.6: 雷放電によって生じる電界強度分布の時間変化 : E_y (高度 90 km)

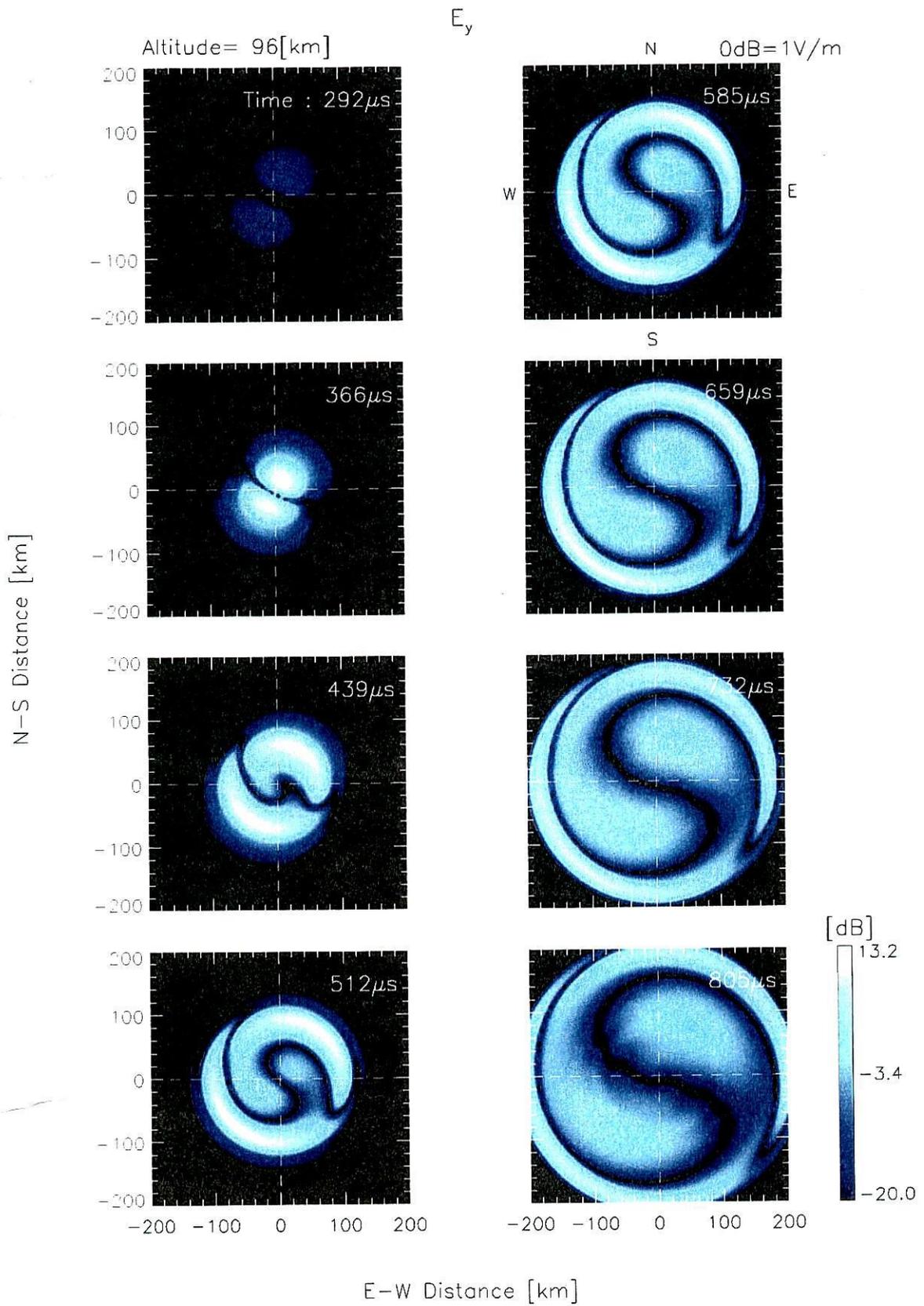


図 4.7: 雷放電によって生じる電界強度分布の時間変化: E_y (高度 96 km)

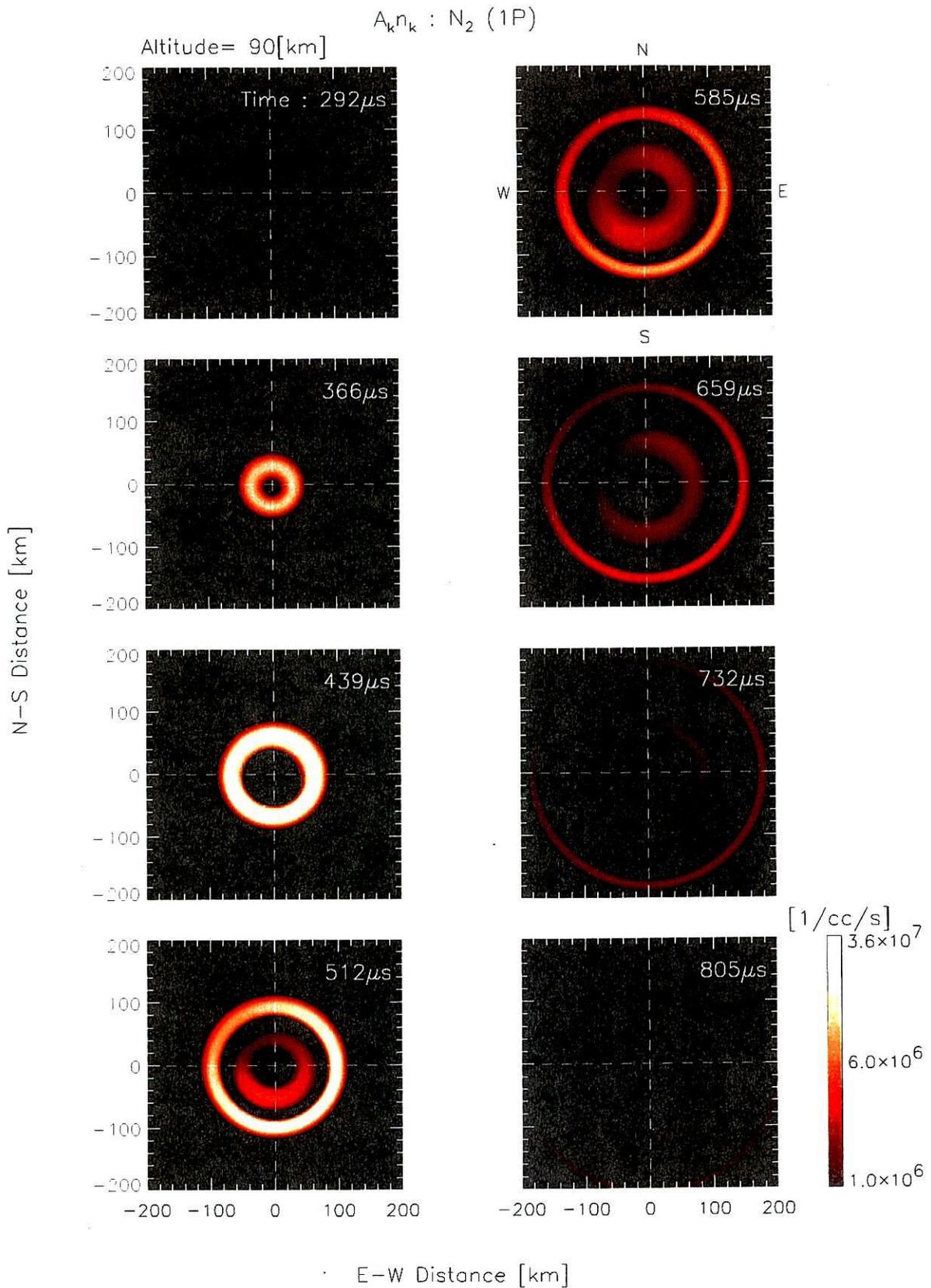


図 4.8: 雷放電に伴う光子放射率の時間変化: $A_k n_k$ (高度 90 km)

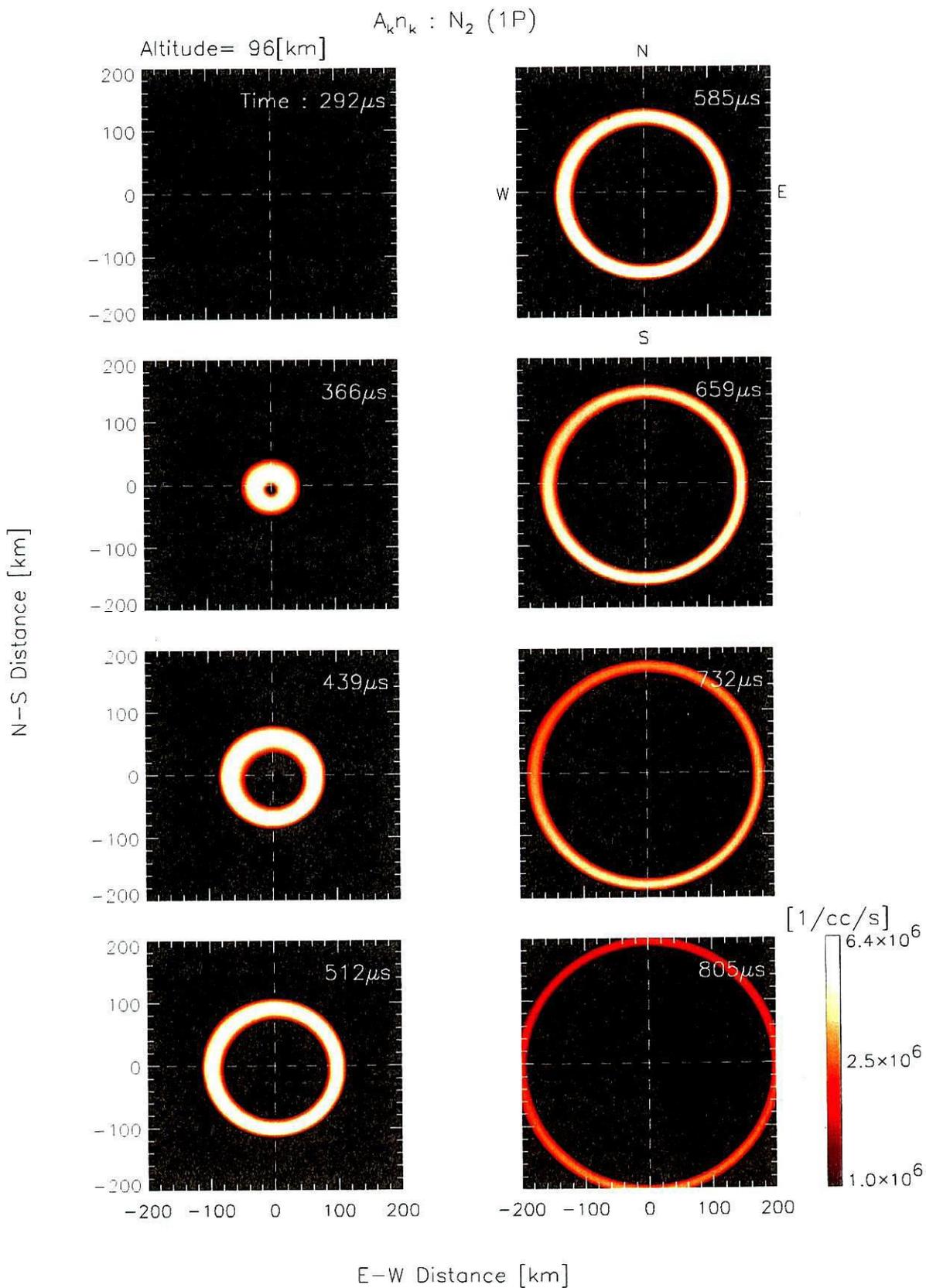


図 4.9: 雷放電に伴う光子放射率の時間変化 : $A_k n_k$ (高度 96 km)

4.1.2 大気発光強度

中間圏および下部電離層における大気発光強度 I_k は式 (2.44) で与えられ、光の伝搬による遅延を考慮すると、

$$I_k(t) = 10^{-6} \int_L A_k n_k(\ell, t - \frac{\ell}{c}) d\ell \quad (4.1)$$

と表される。ここで ℓ は励起分子密度 n_k と観測点との距離である。この式を用いてフォトメータで地上から観測したと仮定した場合の $N_2(1P)$ の大気発光強度を求めた。図 4.10 に観測地点を、図 4.11、図 4.12 に計算結果を示す。図 4.11 は、雷放電の東方 700 km ($x = 700$ km, $y = 0$ km) の地点で観測したと仮定した場合の計算結果である。上段の 8 つの図は時間 $t = 97 \sim 952 \mu s$ の $122 \mu s$ 間隔の瞬時的な大気発光強度を表している。ただし、ここでは、雷光が観測地点に到達した時間を $t = 0$ としている。縦軸、横軸はフォトメータの視野を表しており、水平方向に 30° 、鉛直方向に 8° で、分解能は両方とも 0.2° である。この観測位置からの場合、横軸正方向が北で負方向が南である。また、フォトメータの仰角は 4° であり、中心に示した軸は波源真上の高度を表している。また、実際の観測に用いるフォトメータには時間分解能があり、その露光時間内に発生した大気発光が観測されるため、 $t = 0$ からの 1 ms で発光強度を積分したものを下段の図に示す。瞬時最大値は 57.27 MR で、1 ms で積分した場合の最大値は 9.36 MR となった。リングの上側が Elves の前方 (観測地点側) で、下側が後方 (観測地点と反対側) となる。 $t = 314 \mu s$ 以降の大気発光している領域がフォトメータの視野内で下方向に進んでいくのは、観測地点から遠ざかっていくためである。下段の 1 ms で積分した計算結果は図 1.1 (b) の Elves の観測結果と良く一致

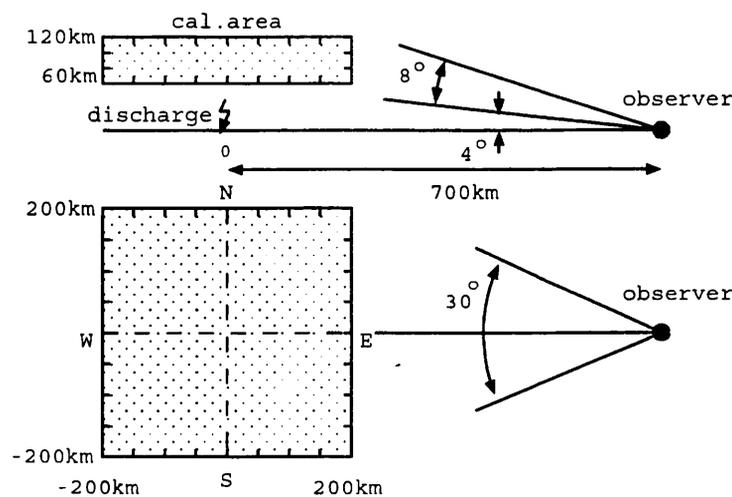
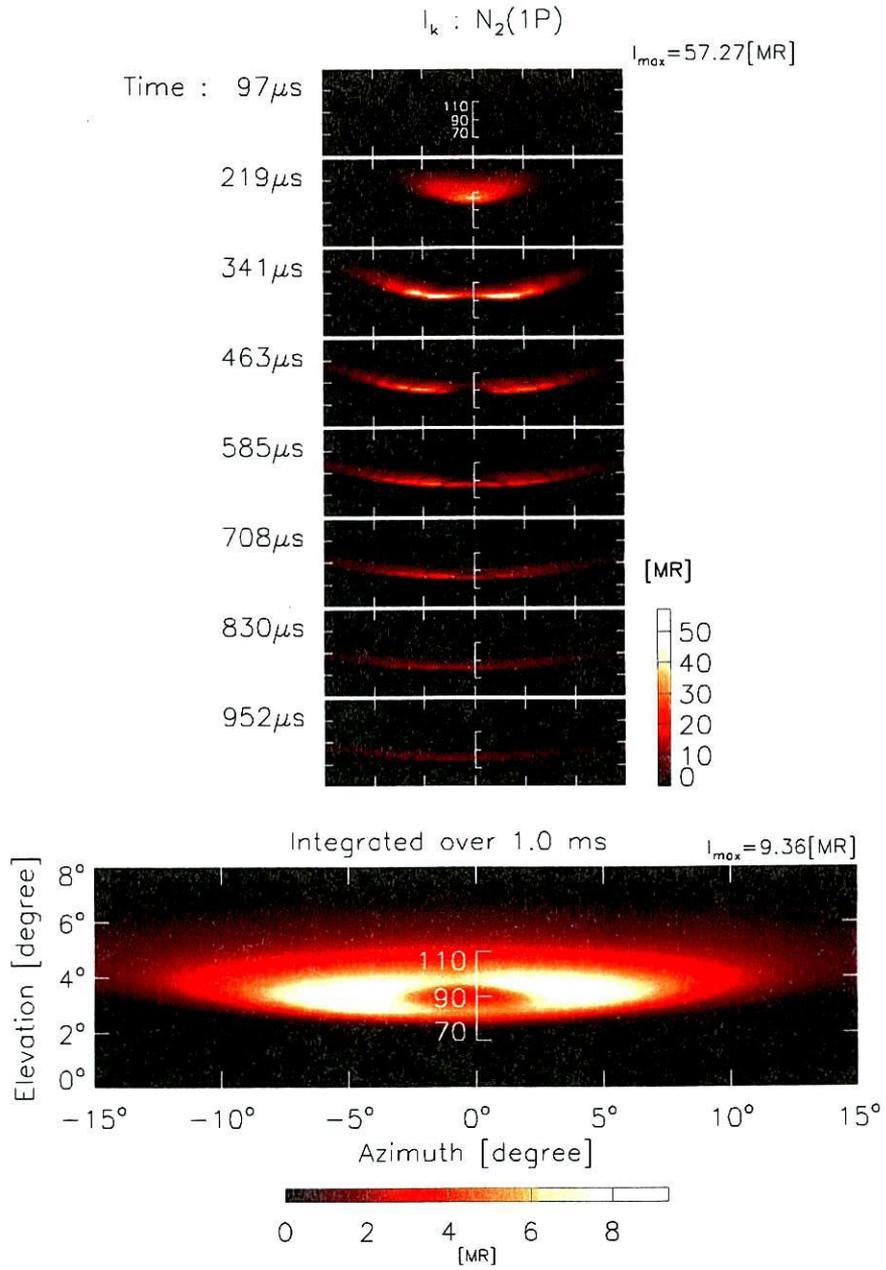


図 4.10: 観測地点

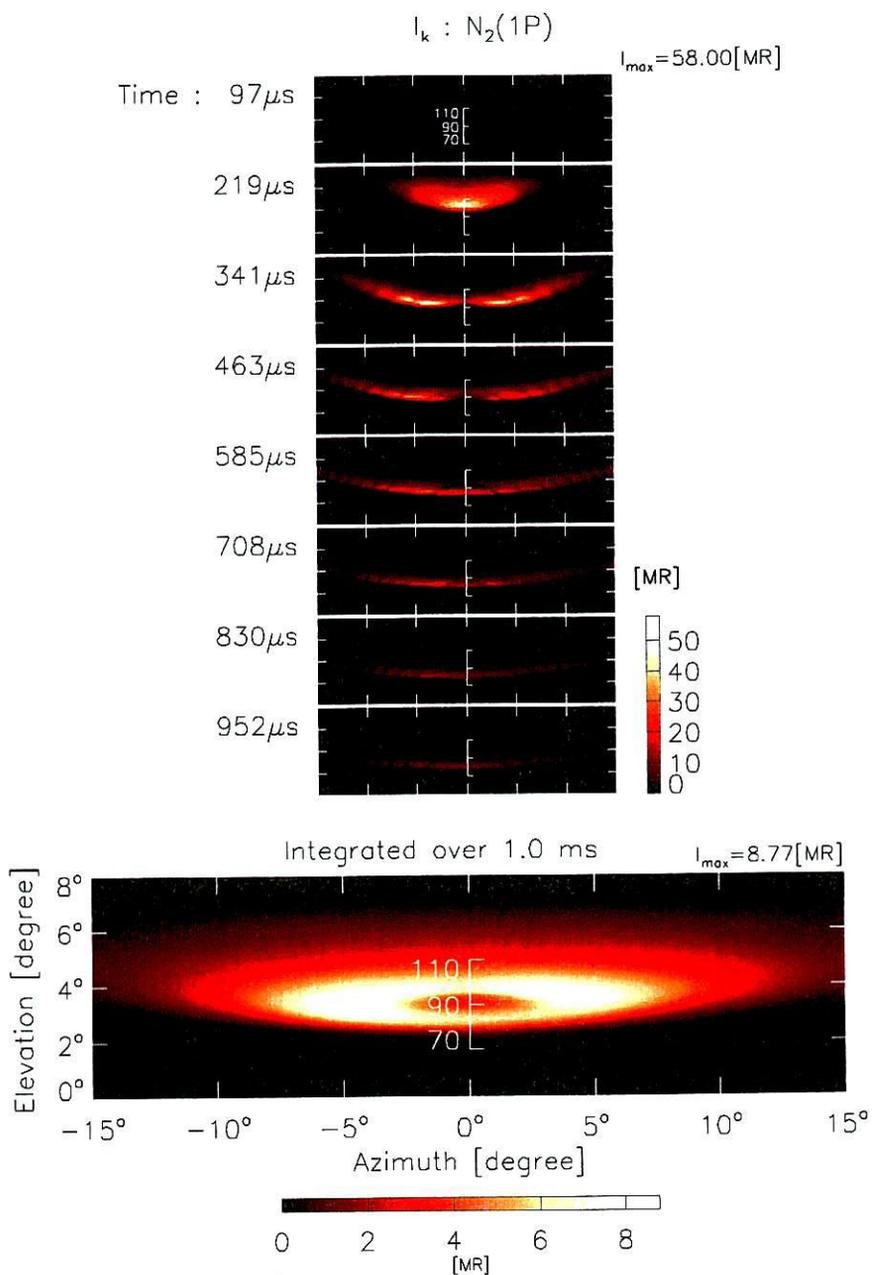
している。また、この計算結果からも Elves が地球磁場の影響によって南方にずれていることが確認できる。なお、図 4.10 に示した計算領域以外の地点の励起分子密度 n_k はすべて 0 として計算を行った。

図 4.12 は雷放電の南方 700 km ($x = 0$ km、 $y = -700$ km) の地点で観測したと仮定した場合の計算結果である。この地点から観測した場合、横軸正方向が東で負方向が西である。多少の非対称性は見られるものの、図 4.11 と異なり、水平方向への広がりほぼ同じになっている。



View of the sky from the ground ($x=700\text{km}, y=0\text{km}, z=0\text{km}$)

図 4.11: 雷放電の東方 700 km ($x = 700 \text{ km}, y = 0 \text{ km}$) の地点から観測したと仮定した場合の大気発光強度 : I_k



View of the sky form the ground ($x=0km,y=-700km,z=0km$)

図 4.12: 雷放電の南方 700 km ($x = 0$ km, $y = -700$ km) の地点から観測したと仮定した場合の大気発光強度 : I_k

4.1.3 雷放電電流の時定数と大気発光との関係

実際の雷放電電流の立上り時間や電流の継続時間はさまざまであり、電流パラメータの時定数 τ_1 、 τ_2 の取り得る範囲は広い。そこで、(a) $\tau_1 = 300 \mu\text{s}$ 、 $\tau_2 = 30 \mu\text{s}$ の場合 (これまでの計算に用いたパラメータ)、(b) $\tau_1 = 100 \mu\text{s}$ 、 $\tau_2 = 10 \mu\text{s}$ の場合と (c) $\tau_1 = 50 \mu\text{s}$ 、 $\tau_2 = 5 \mu\text{s}$ の場合の3つのモデルについて大気発光現象の解析を行った。これ以外の電流パラメータはこれまで計算に用いていたものと同じものを用いた (表 2.3 参照)。表 4.1 に3つのモデルの時定数を示す。図 4.13 にその電流波形と総電荷量、周波数スペクトルを示す。

表 4.1: 解析に用いた3つの雷放電電流モデルのパラメータ

	model A	model B	model C
時定数 τ_1	300 μs	100 μs	50 μs
時定数 τ_2	30 μs	10 μs	5 μs

図 4.13 からわかるように時定数 τ_1 や τ_2 を小さくすると電流波形の時間変化が急峻になるので、電流スペクトルは高い周波数領域に広がることになる。したがって、Full Wave 計算の最大周波数を大きくする必要があり、各モデルの計算では表 4.2 に示すパラメータを用いた。それ以外のパラメータはこれまでの計算に用いていたものと同じである (表 2.4 参照)。

表 4.2: 3つの電流モデルの解析に用いた Full Wave 計算パラメータ

	model A	model B	model C
計算最大周波数 $\omega_{\max}/2\pi$ (時間分解能)	20.40 kHz (24.41 μs)	40.80 kHz (12.21 μs)	81.60 kHz (6.10 μs)
計算時間長 $2T_{\max}$ (周波数間隔 $\Delta\omega/2\pi$)	12.5 ms (20 Hz)	6.25 ms (40 Hz)	3.125 ms (80 Hz)

これらのパラメータを用いて得られた計算結果を図 4.14 ~ 図 4.20 に示す。図 4.14、図 4.15 および 図 4.16 は雷放電の開始を $t = 0$ として $t = 439 \mu\text{s}$ および $585 \mu\text{s}$ の波源を通る南北方向 $-200 \sim 200 \text{ km}$ で高度 $60 \sim 120 \text{ km}$ の領域の電界 E_y 、電子密度 N_e および光子放射率 $A_k n_k N_2(1P)$ の時間変化である。図 4.14 の電界 E_y で、各々のピーク値を比べると (a) の model A が 26.3 dB、(b) の model B が 25.49 dB、(c) の model C が 23.49 dB であり、たいして違いはない。しかし、電界パルスの空間的厚みが異なっている。これは、model C では、他の model と比べ、高い周波数成分が存在しており、波形が急峻になっているためである。

図 4.15 の電子密度の変化は、3つとも同様に高度 90 km 付近において電子密度が増加しており、最も電子密度が増大したのは、model B であった。また、波源真上の高度 70 km ~ 80 km 付近で生じる電子密度の変化は雷放電によって生じる電荷移動による準静電界成

分が原因であり、(a) model A の場合、総電荷量が 80.9 C (表 4.1) であり、高度 80 km 付近で電離によって電子密度が増加し、高度 70 km 付近では再結合によって電子密度が減少している。(b) model B では、総電荷量が 26.8 C と model A に比べて少なく準静電界成分が小さい、そのために高度 70 ~ 80 km の領域で電子密度が減少している。(c) model C は、総電荷量が 13.4 C とさらに小さいため、電子密度の変化は生じていない。

図 4.16 の光子放射率は、3 つとも電子密度が増加している高度 90 km 付近で最大値を持っており、最も大きくなるのは model A である。雷放電によって放射された直接波によって光子放射率が増加している領域幅では model A が一番広く、model C が一番狭く、電流波形の急峻さの違いが現れている。また、大地により 1 回反射した電磁波による光子放射率の増加は model B と model C ではっきりと現れている。

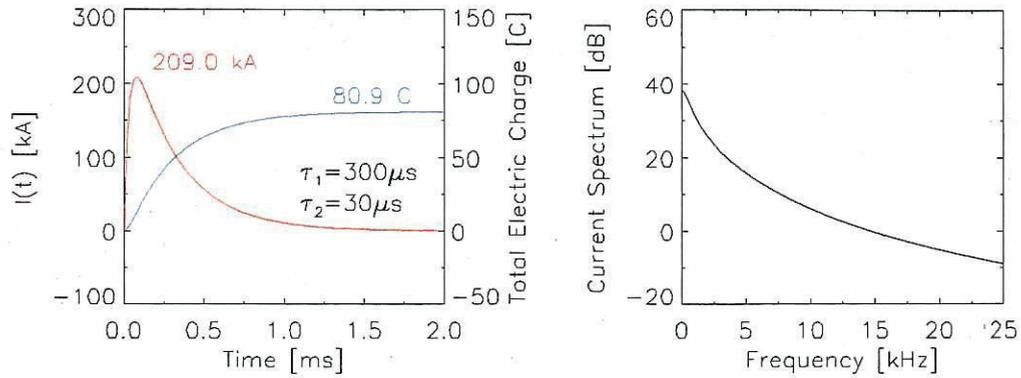
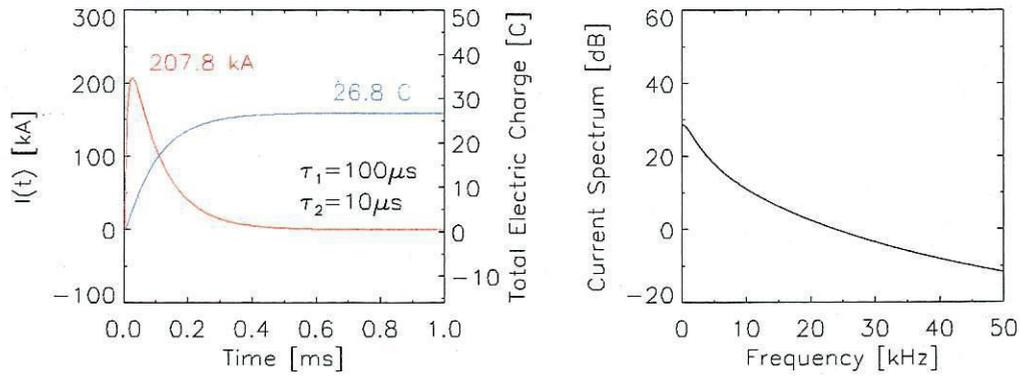
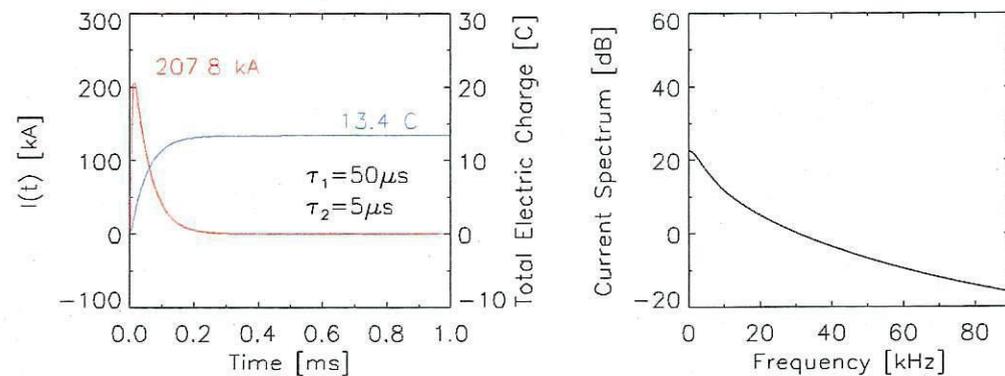
図 4.17 は雷放電の南方 60 km ($x = 0$ km, $y = -60$ km) の高度 90 km における電界 E_y (左) と電界強度 $|E|$ (右) の時間変化である。時定数 τ_1 、 τ_2 が小さくなるほど高い周波数成分の影響が現れるため model C の電界 E_y の波形は急峻なものとなっている。一方、model A の電界 E_y は逆に緩やかな波形となっている。そのため、各々のピーク値は約 12 V/m と等しいが、その次に伝搬してくる大地による 1 回反射波が τ_1 、 τ_2 が大きくなるほど小さくなっている。また、この地点は雷雲から比較的離れており、波源を通る南北方向 (y 軸) 上の点であるため電界強度 $|E|$ は電界 E_y 成分が支配的となっている。

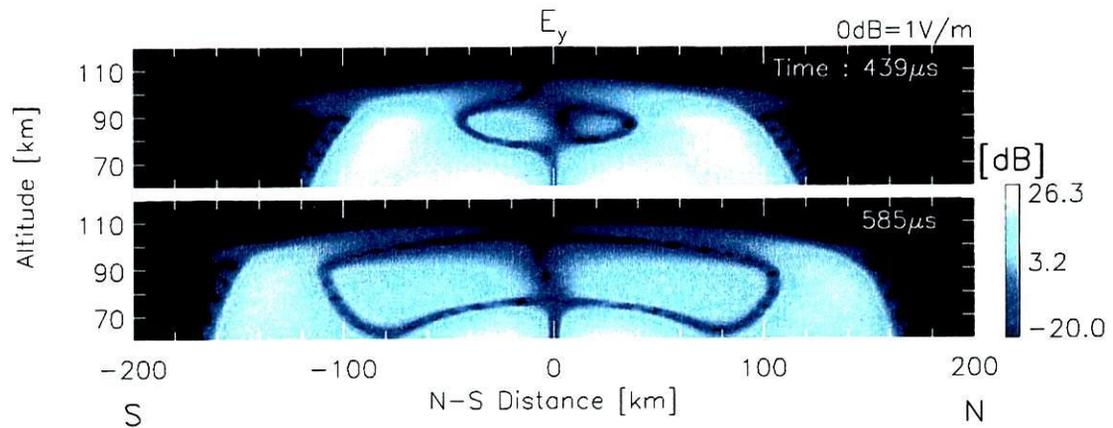
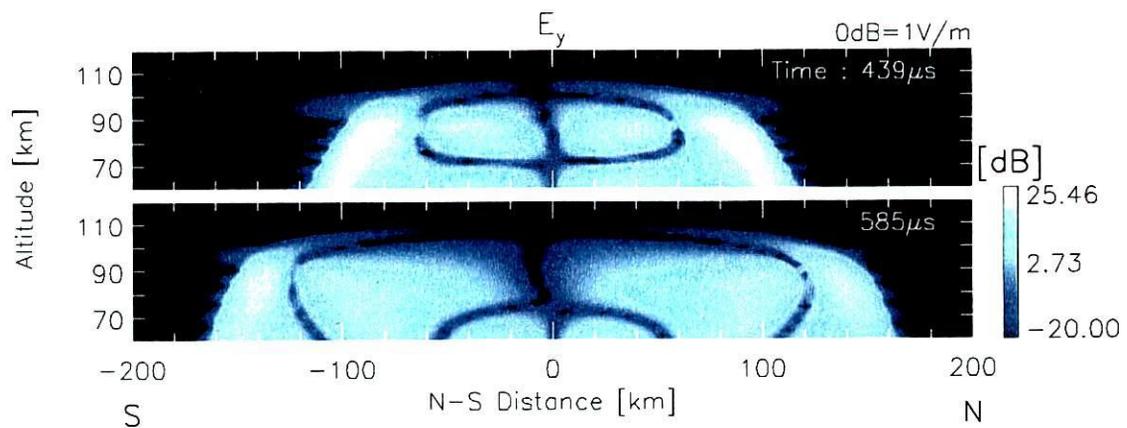
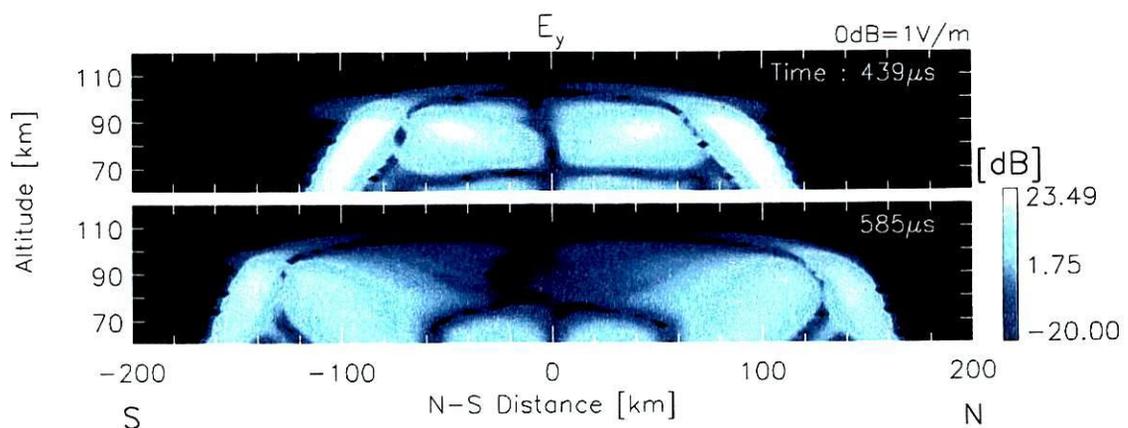
図 4.18 は雷放電の南方 60 km ($x = 0$ km, $y = -60$ km) の高度 90 km における電子密度 N_e (左) と光子放射率 $A_k n_k : N_2(1P)$ (右) の時間変化である。電子密度の変化は電界強度とそのパルス幅によって決まり、model A が最も急激に増加している。また、この急激な増加によって model A 光子放射率が最も大きくなっている。大地による反射波が小さいため、この電磁波による光子放射率の増加は小さい。逆に model C では電子密度の増加が model A や model B に比べて緩やかなため、大地による 1 回反射した電磁波による光子放射率の増加が直接波によるものよりも大きくなっている。

図 4.19 は雷放電の南方 60 km ($x = 0$ km, $y = -60$ km) の高度 96 km における電界 E_y (左) と電界強度 $|E|$ (右) の時間変化である。図 4.17 と同様に時定数 τ_1 、 τ_2 の影響によりパルス幅が異なり、大地によって反射した電磁波のピーク値も異なっている。

図 4.17 の高度 90 km の電界強度の時間変化と比べて、高度 96 km の電界強度の方が立上りが早くなっている。これは今回行った近似計算において電子密度および衝突周波数の時間変化のうち最大値をすべての時間に適用したため、電離層の分散性により早く到来する高周波数成分が減衰され、波形の立上りの急峻さが失われたからである。

図 4.20 は雷放電の南方 60 km ($x = 0$ km, $y = -60$ km) の高度 90 km における電子密度 (左) と光子放射率 (右) の時間変化である。電子密度の増加は高度 90 km のものとは比べて小さくなっている。これは高度 90 km 付近の電子密度の増加により到達した電磁波がその伝搬過程で減衰を受けたからである。また、このため大地による一回反射波による光子放射率の増加はそれほど大きくなっていない。

(a) model A ($\tau_1 = 300 \mu\text{s}$, $\tau_2 = 30 \mu\text{s}$)(b) model B ($\tau_1 = 100 \mu\text{s}$, $\tau_2 = 10 \mu\text{s}$)(c) model C ($\tau_1 = 50 \mu\text{s}$, $\tau_2 = 5 \mu\text{s}$)図 4.13: 雷放電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較 : 雷放電電流モデル

(a) model A ($\tau_1 = 300 \mu\text{s}$, $\tau_2 = 30 \mu\text{s}$)(b) model B ($\tau_1 = 100 \mu\text{s}$, $\tau_2 = 10 \mu\text{s}$)(c) model C ($\tau_1 = 50 \mu\text{s}$, $\tau_2 = 5 \mu\text{s}$)図 4.14: 雷放電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較 : 電界 E_y

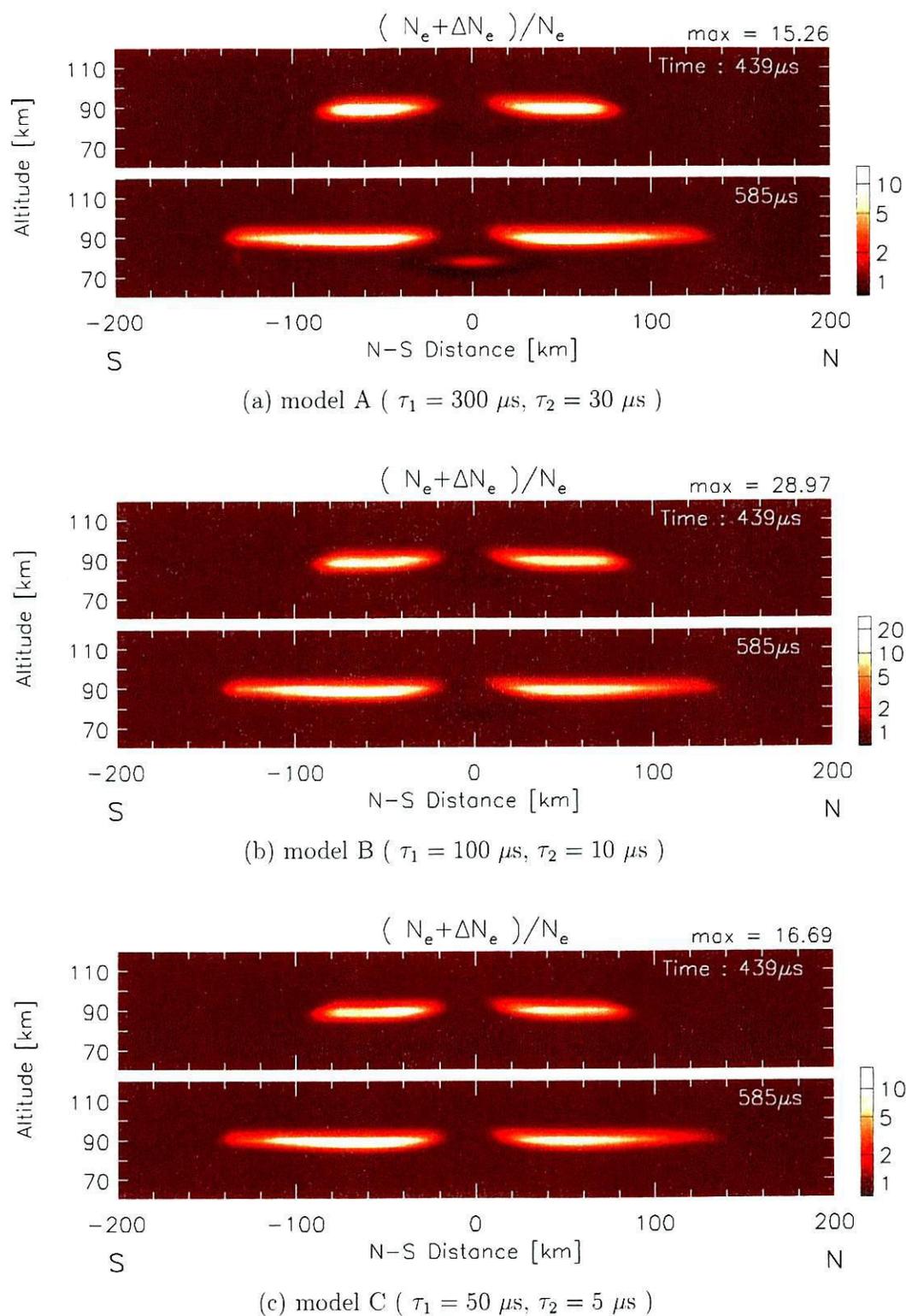


図 4.15: 雷放電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較：電子密度 N_e

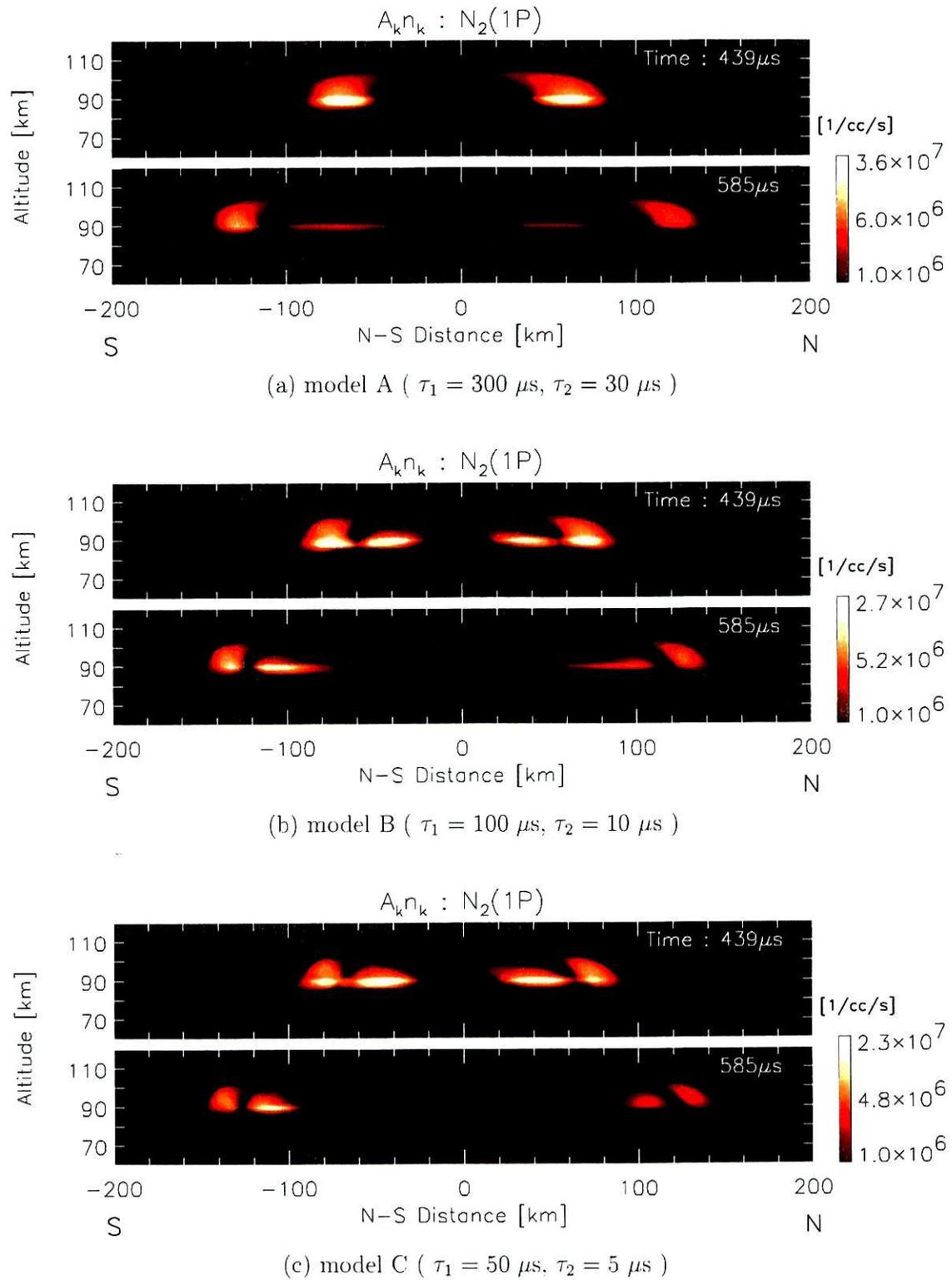


図 4.16: 雷放電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較 : 光子放射率 $A_k n_k$

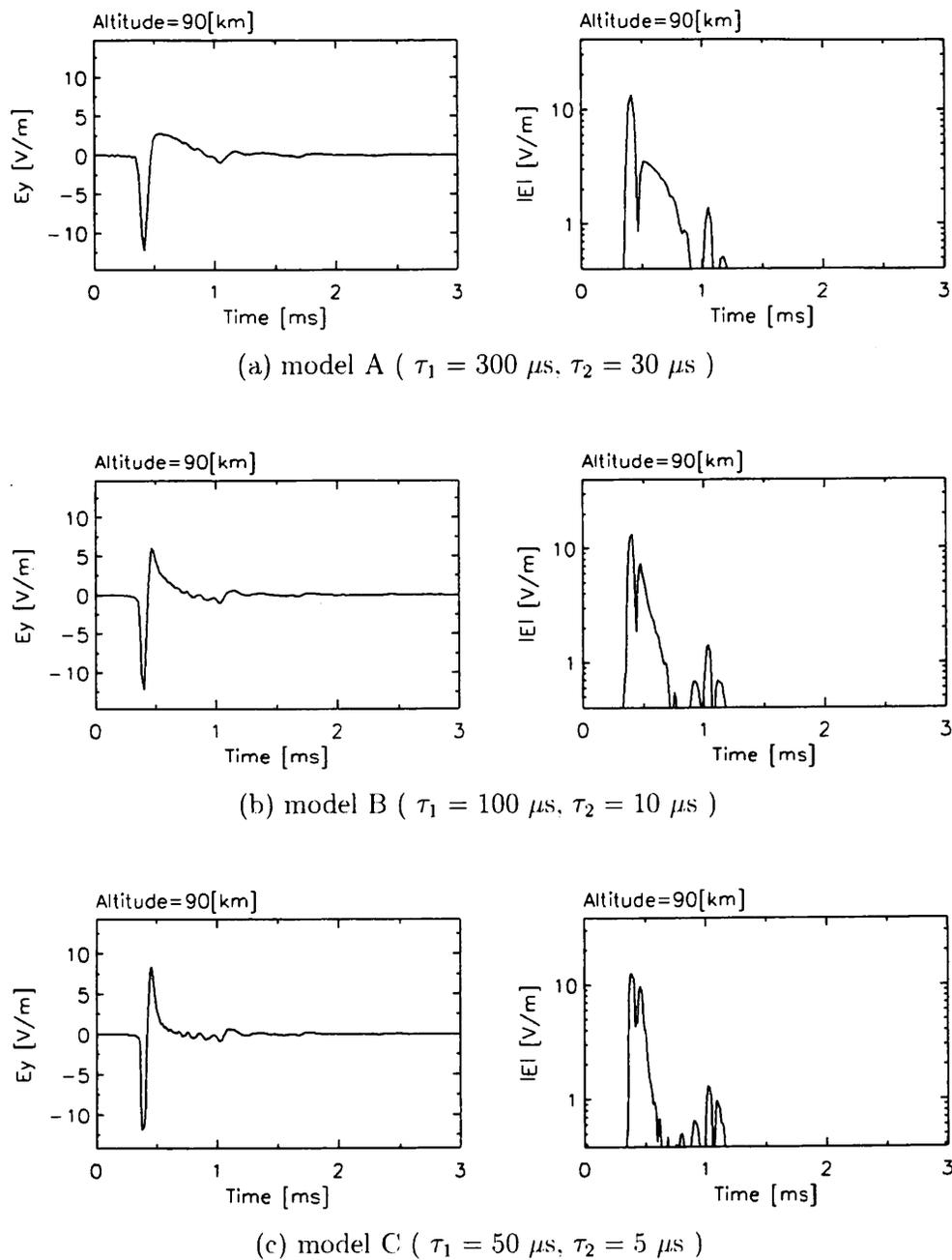


図 4.17: 雷放電の南方 60 km ($x = 0$ km, $y = -60$ km) の高度 90 km における雷放電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較: 電界 E_y (左) & 電界強度 $|E|$ (右)

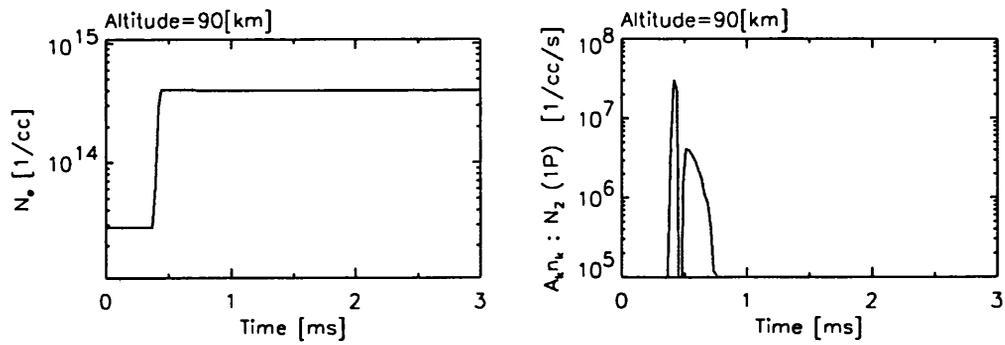
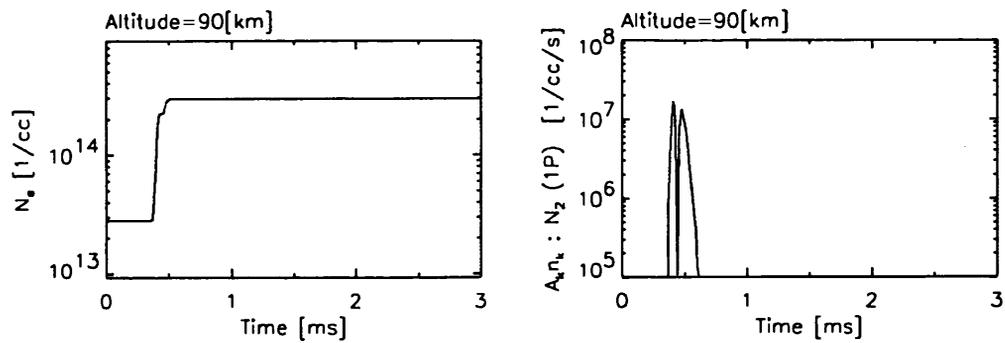
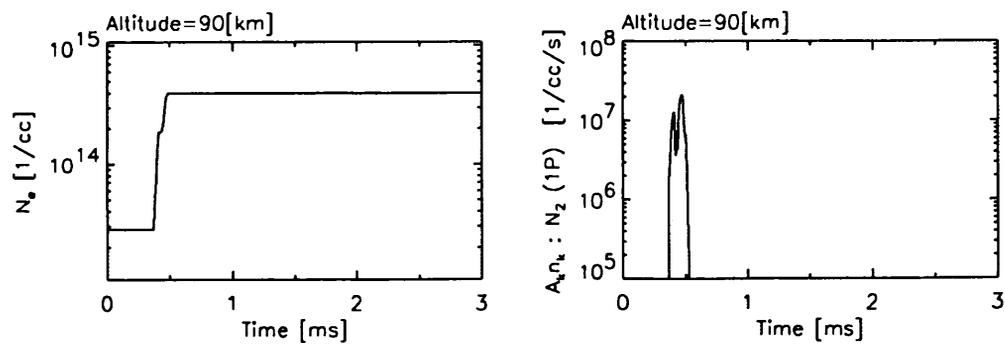
(a) model A ($\tau_1 = 300 \mu\text{s}$, $\tau_2 = 30 \mu\text{s}$)(b) model B ($\tau_1 = 100 \mu\text{s}$, $\tau_2 = 10 \mu\text{s}$)(c) model C ($\tau_1 = 50 \mu\text{s}$, $\tau_2 = 5 \mu\text{s}$)

図 4.18: 雷放電の南方 60 km ($x = 0$ km, $y = -60$ km) の高度 96 km における雷放電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較: 電子密度 N_e (左) & 光子放射率 $A_k n_k : N_2(1P)$ (右)

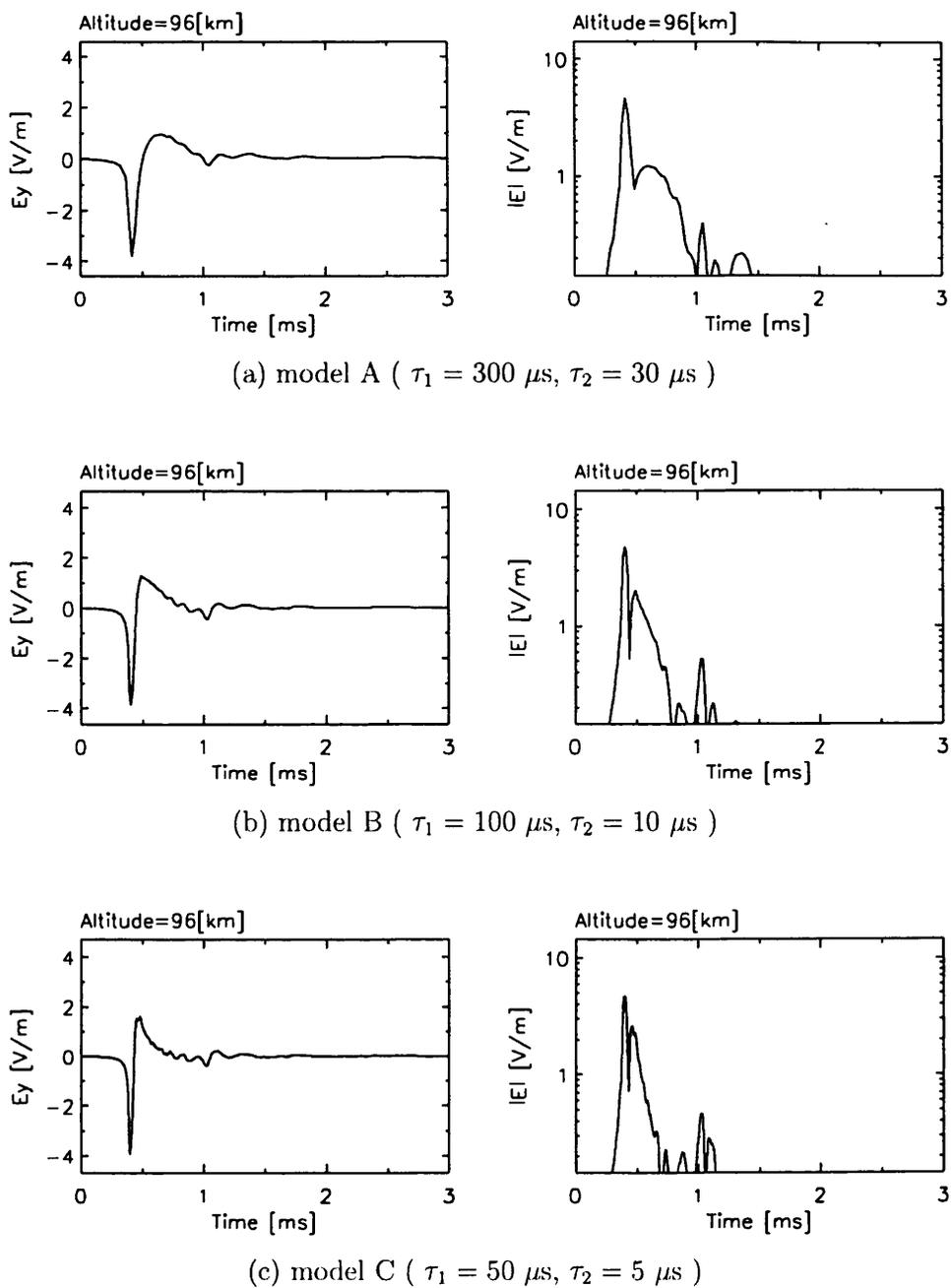


図 4.19: 雷放電の南方 60 km ($x = 0$ km, $y = -60$ km) の高度 96 km における雷放電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較: 電界 E_y (左) & 電界強度 $|E|$ (右)

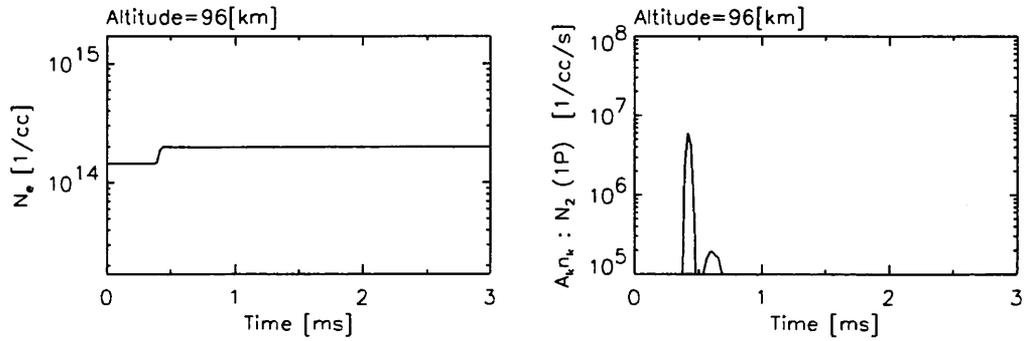
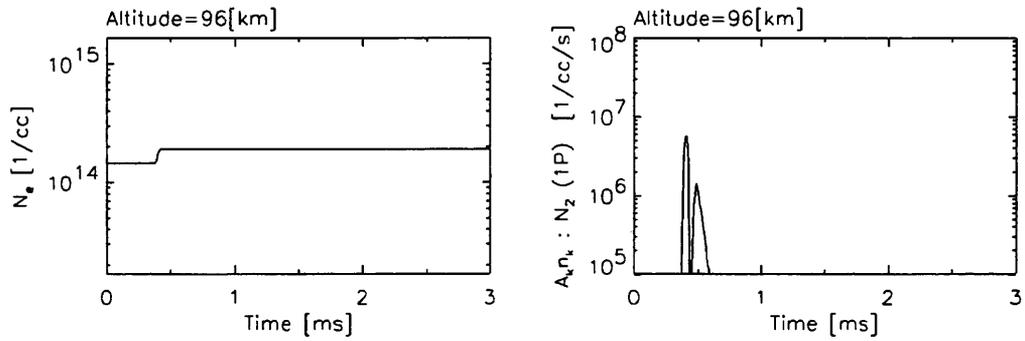
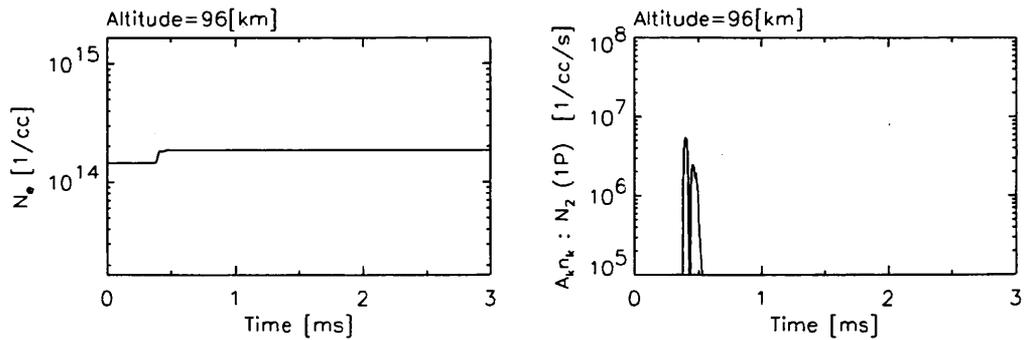
(a) model A ($\tau_1 = 300 \mu\text{s}$, $\tau_2 = 30 \mu\text{s}$)(b) model B ($\tau_1 = 100 \mu\text{s}$, $\tau_2 = 10 \mu\text{s}$)(c) model C ($\tau_1 = 50 \mu\text{s}$, $\tau_2 = 5 \mu\text{s}$)

図 4.20: 雷放電の南方 60 km ($x = 0$ km, $y = -60$ km) の高度 96 km における雷放電電流の時定数 τ_1 、 τ_2 による比較: 電子密度 N_e (左) & 光子放射率 $A_k n_k N_2(1P)$ (右)

4.2 Sprites

本節では、Sprites および Sprite Halos について議論を行う。しかし、本論文の計算手法だけでは、雷放電によって生じる電荷移動による準静電界成分が原因である Sprites や Sprite Halos については十分解析を行えず、この原因についても述べる。

4.2.1 計算パラメータ

既に述べたように、Sprites および Sprite Halos は雷放電によって生じる電荷移動による準静電界が原因であると考えられている。また、大気発光現象は全節の解析結果から分かるように電子密度の増加と大きく関係している。図 4.15 のように雷放電によって移動する総電荷量が多いほど、準静電界成分は大きくなり、波源真上の高度 70 km 付近の電子密度の増加量も大きくなる。そのため、雷放電電流パラメータの時定数を $\tau_1 = 1000 \mu\text{s}$ 、 $\tau_2 = 100 \mu\text{s}$ とした。この場合、ピーク値は 209 kA、総電荷量は 270 Q である (図 4.21)。その他の電流パラメータおよび計算パラメータはこれまでと同じものを用いた (表 2.3、表 2.4 参照)。

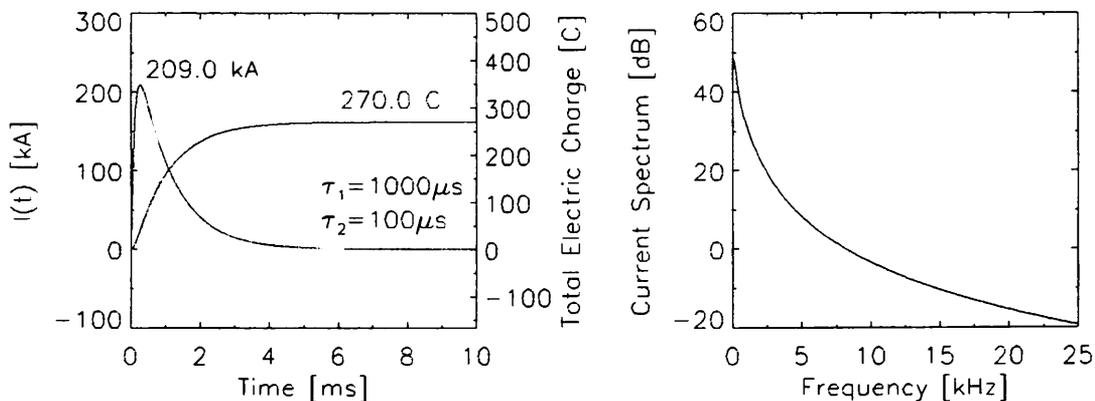


図 4.21: 雷放電電流モデル (変更)

4.2.2 計算結果と問題点

Full Wave 計算の結果を図 4.22、4.23 に示す。ここで示しているのは、Full Wave 計算によって得られた解をそのまま時間に関して逆フーリエ変換して求められたものであり、非線形性を近似的に考慮したものではない。図 4.22 は雷放電真上 ($x = y = 0 \text{ km}$) の地点、図 4.23 は雷放電の南方 20 km ($x = 0 \text{ km}$ 、 $y = -20 \text{ km}$) の地点の高度 66, 70, 74, 78 および 82 km における電界強度の時間変化 (a) と電子密度の時間変化 (b) である。図 4.22 および図 4.23 で、高度 70 km や 74 km などにおいて電子密度が $10^6 [1/\text{cc}]$ 以上になっており、現実的なものではなくっている。これは、Full Wave 計算によって得られた電界強度より式 (3.4) より電子密度の時間変化を求めただけであり、この電子密度の時間変化がこの地点の電界に及ぼす影響を考慮していないためである。本論文の計算方法は、任意地点の電

電子密度および衝突周波数の変化がその領域を伝搬する電磁波についてのみの影響を考慮したものであり、このようにその地点の電界に及ぼす影響については考慮していない。そのため、強い準静電界成分が原因である Sprites などの解析には、現段階では十分ではない。準静電界成分の立上り時間は電荷量の堆積、つまり電流パルスに影響され、緩和時間は電子密度や衝突周波数の媒質定数によって決定される。したがって、電子密度の増加によって電界強度が急激に小さくなり、電子密度の増加を抑えることとなると考えられる。この影響も計算手法に組み込むことが今後の課題である。

図 4.22 の (b) において、高度が高い方が電子密度の増加が時間的に早いことが分かる。これは図 3.2 で示した電離係数によるもので、高度が高いほど、電子密度は変化しやすくなるためである。また、高度 66 km では、まず最初に再結合が起こり電子密度が減少し、そのあと電離によって増加している。図 4.23 の (b) でも同様のことがいえる。また、雷放電真上に比べて電子密度の増加速度が遅いことが分かる。*Pasko* によれば、電子密度の増加は、 10^3 [1/cc] 程度までであり [9]、図 4.22 の高度 78 km では雷放電からおおよそ 700 μ s 後に、高度 66 km では約 3 ms 後にこの値に達している。この電子密度の増加により光子放射率が増加し、大気発光が発生すると考えられ、高度 78 km および高度 66 km の電子密度が 10^3 [1/cc] 程度に増加する時間が Sprite Halos および Sprites の発生時刻とほぼ一致している。また、電子密度の増加により準静電界の緩和時間がどのように変化するか詳しく分からないが、高度 78 km の方が 66 km に比べ急激に電子密度が増加しているため、大気発光の継続時間が短くなると考えられる。図 4.23 でも同様なことがいえる。したがって、観測結果のように高度 80 km 付近で大気発光が発生し、下方に進んで行くことが予想される。

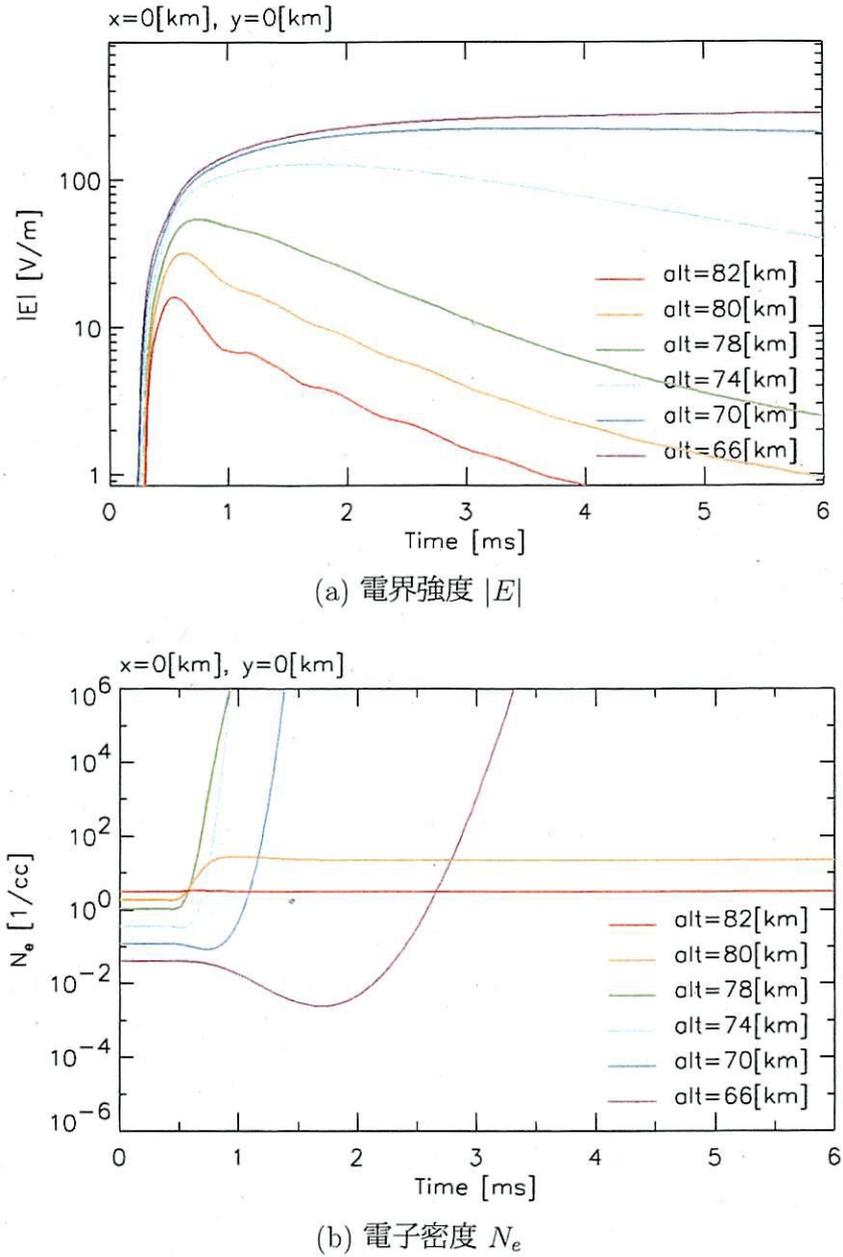


図 4.22: 雷放電の真上 ($x = y = 0$ km) における (a) 電界強度 $|E|$ および (b) 電子密度 N_e (非線形性考慮なし)

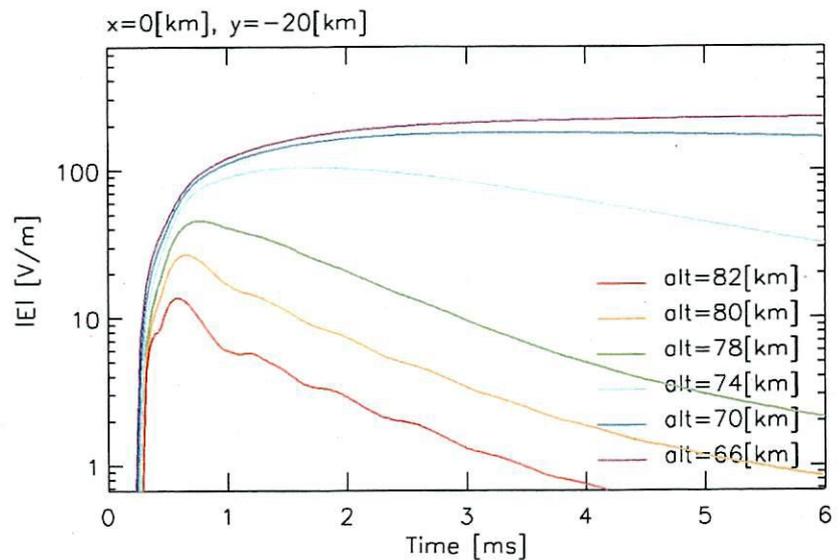
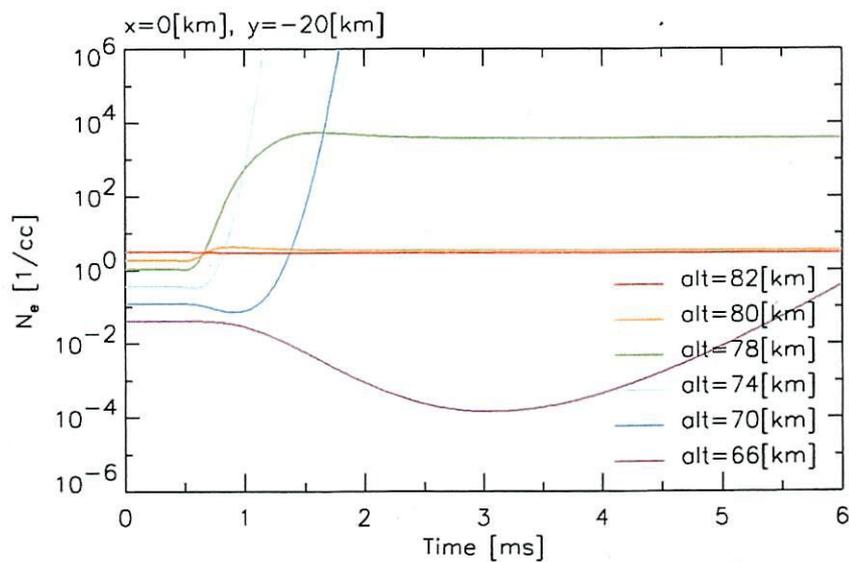
(a) 電界強度 $|E|$ (b) 電子密度 N_e

図 4.23: 雷放電の南方向 20 km ($x = 0, y = -20$ km) における (a) 電界強度 $|E|$ および (b) 電子密度 N_e (非線形性考慮なし)

第 5 章

まとめ

5.1 結論

Full Wave 計算法は過去の研究において、電離層や大地を考慮して波源から放射される電磁界を厳密に求めるために有効な計算方法であることが確認されている。本論文では、この Full Wave 計算法を用いて大規模な雷放電に伴い中間圏や下部電離層において発生する発光現象 (Elves) の解析を行った。

これまで、Full Wave 法と時間に関するフーリエ変換を用いて、任意の雷放電電流によって発生する電磁界パルスの電離層中の自由空間中の電磁界波形の数値計算が行われてきた。しかし、大気発光現象が発生するような大規模な雷放電電流の場合、それによって発生する強電界によって、下部電離層中の電子密度や衝突周波数が時間的に変化するためその影響を線形計算である Full Wave 法に組み込むことができず、計算結果は観測結果と一致しなかった。

そのため、Full Wave 計算によって得られた電磁界波形によって引き起こされる電子密度および衝突周波数の変化を近似的に考慮する計算手法の開発を行った。この計算手法を用いて得られた電磁界波形および電子密度の時間変化より大気発光現象の数値計算を行ったところ、Elves について発生高度、発生時刻、継続時間とも観測結果と良く一致した。また、電離層中において電磁波が地球磁場に沿って伝搬していくため Elves が南方向にずれて発生していることが分かった。また、雷放電電流パルスの時定数の違いが大気発光発生に与える影響について解析を行い、雷放電によって発生する電磁波の直接波以外にも、大地による一回反射した電磁波によっても大気発光が発生することが分かった。

5.2 今後の課題

電離層パラメータの時間変化を近似的に考慮したこの計算手法の妥当性について検討する必要がある、より精度の良い近似計算の開発も課題である。今回は電流パルスの時定数による Elves への影響についてのみ解析を行ったが、他の電流パラメータの違いによる影響についてもさらに解析を進める必要がある。また、第 4 章で述べたように、本論文では電離層パラメータの変化による電磁波への影響を考慮し、Elves についてのみ解析を行った

が、雷放電による電荷移動によって生じる準静電界成分が原因であると考えられる Sprites や Sprite Halos の場合には、この準静電界成分への影響についても考慮する必要がある。

付録 A 並列処理

A.1 並列処理とは

並列処理というものは、至るところに存在している [20]。例えば、売店のレジ、駅の改札、高速道路のレーンなどである。簡単にいえば「一つの目的を持った処理を、いくつかの処理に分割し、同時に行うこと」である。複数のマシンがこれらの分割された処理を同時期に実行していれば、並列処理をしていると言える。

一般に並列処理の目的は次の 3 点である。

- 処理時間の短縮…一つの問題に対する処理手順を並列に実行することにより、処理が終了するまでの時間を短縮する。
- アルゴリズムの簡明化…本質的に並列性を持っている問題も、これまでは逐次型アルゴリズムで処理してきたが、そのときの表現の複雑さ、困難性を並列処理により解消する。
- 信頼性と稼働性の向上 (計算速度向上ではない) …信頼性向上のためのシステムである。多重化とも呼ばれ、システムの一方の誤動作を検出し、もう一方がそれを訂正することでシステムの信頼性を向上することが出来る。

A.2 並列処理の問題点

並列処理には上に挙げたような利点もあれば、これから述べるような問題点も存在している [20]。

1. 仕事の分担の自動化は難しく、コスト (手間) がかかる。
2. 仕事には段取り、順序が存在する。

1. に関しては、実際に並列処理を実現するプログラミングモデルを考えれば容易にわかるように、個々の問題にはその問題独自の性質が存在し、問題間で一般性を見つけ出すことは難しい。人が、毎回プログラムの際に、仕事の分担を考えていては、そのコストは大きなものになってしまう。そのため、仕事の分担に関しては、通信の遅延を考えた分割法など、仕事そのものの振り分けのみならず、そのアーキテクチャのバックグラウンドまで考える必要が生まれる。「通信時間 \ll 計算時間」という関係が成立する仕事でなければ、仕事を分担した意味がなくなってしまう (図 A.1)。以上から、仕事の分担は並列処理を考える上で、第一に問題となるものである。

2. に関しては、1 で述べたことに付随する形で存在する。つまり仕事には順序が存在し、その順序の破壊は即ちシステムとしての破壊を生む。並列計算では通信を多用するため、

タイミングによりデータのハザード (ある命令の入力が直前の命令の結果に依存すること) やデッドロック (2つのプログラムが互いに相手の資源が解放されるのを待ち合うこと) が起きる可能性があり、しかもこれらのミスは頻繁に起きやすい。

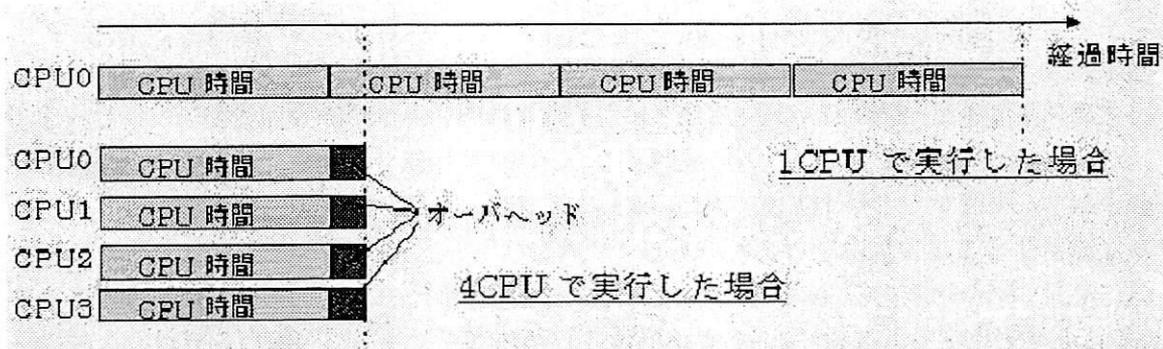


図 A.1: 並列処理における CPU 時間のオーバーヘッド [20]

A.3 Full Wave 計算の並列処理

Full Wave 計算を並列処理することについて考えてみると、各平面素波電磁界 (式 (2.33) の $\bar{e}(\cos^{-1} \gamma, \beta, z_j)$) を求める過程が独立していることがわかる。即ち、ある一つの平面素波電磁界を計算する際に他の平面素波電磁界を必要としないことから、この素波電磁界の計算を並列処理させることにより、計算時間の短縮を見込むことが出来る。図 A.2に Full Wave 計算の並列処理プログラムのフローチャートを示す。

ある地点での電磁界分布は、

$$e(x, y, z_j, \omega) = \sum_{n_\beta=0}^{N_\beta-1} \left\{ \sum_{n_{\gamma r}=0}^{N_{\gamma r}-1} \bar{e}(\cos^{-1} \gamma_r, \beta, z_j, \omega) e^{-jk_0 \sqrt{1-\gamma_r^2} (x \cos \beta + y \sin \beta)} \Delta \gamma_r - \sum_{n_{\gamma i}=1}^{N_{\gamma i}} \bar{e}(\cos^{-1} \gamma_i, \beta, z_j, \omega) e^{-jk_0 \sqrt{1-\gamma_i^2} (x \cos \beta + y \sin \beta)} \Delta \gamma_i \right\} \Delta \beta \quad (\text{A.1})$$

と表される。ここで、 γ での積分のループをひとかたまりの計算として、スレーブ計算機に実行させ、マスタ計算機は、計算が完了したスレーブから結果を受け取り、ファイルに出力した後、 β, ω を変化させた、次の計算を行うよう指示するプログラムとなっている。

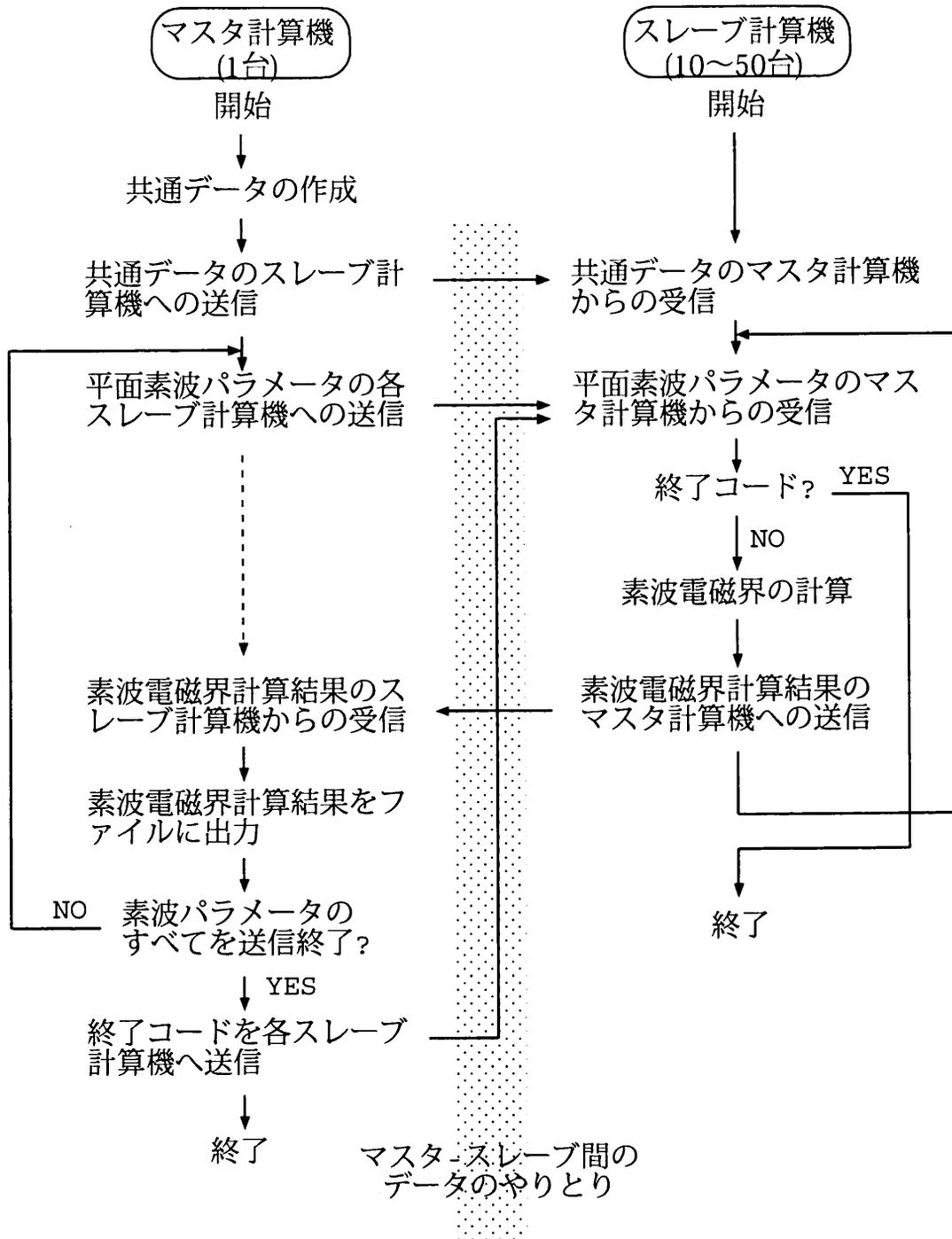


図 A.2: 並列計算におけるマスタ計算機およびスレーブ計算機上で行う処理のフローチャート

付録 B PVM

PVM は Parallel Virtual Machine、つまり仮想並列計算機を意味している。PVM は米国のオークリッジ国立研究所を中心に開発された、メッセージパッシングによる並列計算を行うためのソフトウェアであり、動作するマシンの種類が多いこと、FTP や WEB で比較的容易に入手できることもあって、広く利用されている [17]。PVM は、ネットワークに接続された異機種コンピュータ群を、単一の並列コンピュータとして利用することを可能にするソフトウェアシステムである。これによって、多数のコンピュータの持つ計算パワーを、一つの大規模計算問題に結集して処理を行うことが出来る。PVM は、アプリケーション、マシン及びネットワークレベルでの異機種間利用をサポートする。言い替えると、PVM の下では、アプリケーションを構成するタスクは、問題に最も適したアーキテクチャを利用することができる。PVM は、異なるコンピュータ間の整数あるいは浮動小数点数の表現の違いを吸収するための、データ変換を扱うことができる。そして、PVM は多様なネットワークで接続されたバーチャルマシンを実現する。PVM ソフトウェアシステムの構成は、大きく 2 つに分けられる。一つはデーモンであり、pvmd3 と呼ばれる。これは pvmd と略されることもある。デーモンは、バーチャルマシンを構成する全てのコンピュータ上に常駐する。ユーザは、ログイン可能でさえあればどんなコンピュータにも、pvmd3 をインストールすることができる。PVM アプリケーションを実行する場合、まず最初にユーザはどれか一つのコンピュータで pvmd3(pvm) を起動する。次にこの pvmd3 は、ユーザが定義したバーチャルマシンを構成するコンピュータそれぞれにおいて順次 pvmd3 を起動する。最後に、どれか一つのコンピュータに表示されたプロンプトに対してコマンドを入力することにより、PVM アプリケーションを実行する。複数のユーザは、互いにコンピュータをオーバーラップさせてバーチャルマシンを構成でき、また、各ユーザは一人で複数の PVM アプリケーションを同時に実行することも可能である。

付録 C 並列計算機のシステム構成

新規に 10 台のマシンを組み、OS として Linux をインストールし、その上で PVM を用いた Full Wave 計算プログラムを走らせる。並列計算用のシステムとして Pentium4 搭載システムと AthlonXP 搭載システムが候補に上がったが、整数演算能力、浮動小数点演算能力ともに勝り、データの先読み機能 (ハードウェアプリフェッチ) も持っており、より数値計算向きであると思われる AthlonXP を用いてシステムを組むことに決定した。

表 C.1 に金沢大学工学部情報システム工学科ワークステーション実習室の UNIX ワークステーション (SGI O2、CPU R5000)¹ と今回使用したマシンの CPU の性能比較を示す。CPU の演算性能は flops.c[21] を用いて計測した。Module1 は加算 7:減算 0:乗算 6:除算 1 の割合で演算した際の性能を示し、同様に Module2 は 3:2:1:1、Module3 は 6:2:9:0、Module4 は 7:0:8:0、Module5 は 13:0:15:1、Module6 は 13:0:16:0、Module7 は 3:3:3:3、Module8 は 13:0:17:0 の際の性能を示す。

表 C.1: CPU の演算性能 (実測値)

Module	R5000[180 MHz](MFlops)	AthlonXP[1.6GHz](MFlops)
1	44.0963	517.9191
2	38.3923	372.9448
3	48.4258	617.3050
4	54.9644	810.1266
5	32.5294	660.4982
6	40.3530	816.2727
7	21.7606	215.2768
8	40.1852	987.7814

浮動小数点の加算、減算、乗算、除算を均等に行っている Module7 の結果を用いて単純計算すると、SGI O2 を 40 台並列にした場合は 870.424 MFlops、今回作成するマシン (AthlonXP1900+) を 10 台並列にした場合は 2152.768 MFlops となり、約 2.5 倍の高速化が期待される。

表 C.2 にマスタマシンの、表 C.3 にスレーブマシンの構成を示す。

メモリのアクセススピードは計算速度に直接関係してくるので、133 MHz SDRAM や 200 MHz DDR-SDRAM ではなく、266 MHz DDR-SDRAM を採用した。

¹2003 年 4 月より新機種にリプレイスされた。

マスタマシンは計算結果を蓄積するため、スレーブの5倍の容量である100GBのハードディスクを搭載した。

現状ではマスタ-スレーブ間の通信量は少ないが、今後通信量が増えた場合のことも考慮し、各マシンともギガビットイーサネットカードを搭載した。

スタンドアロンでの利用だけでなく、研究室内の他のマシンや、研究室外のマシンからでも計算を実行させられるようにするため、マスタにはスレーブとの通信用とは別にもう一枚インターネットへの接続用に100Mbpsのファストイーサネットカードを搭載した。

システム構成図を図C.1に示す。今回、各マシン間の接続には表C.4のスイッチングハブを用いた。また、実際に完成したシステムの写真を図C.2に示す。

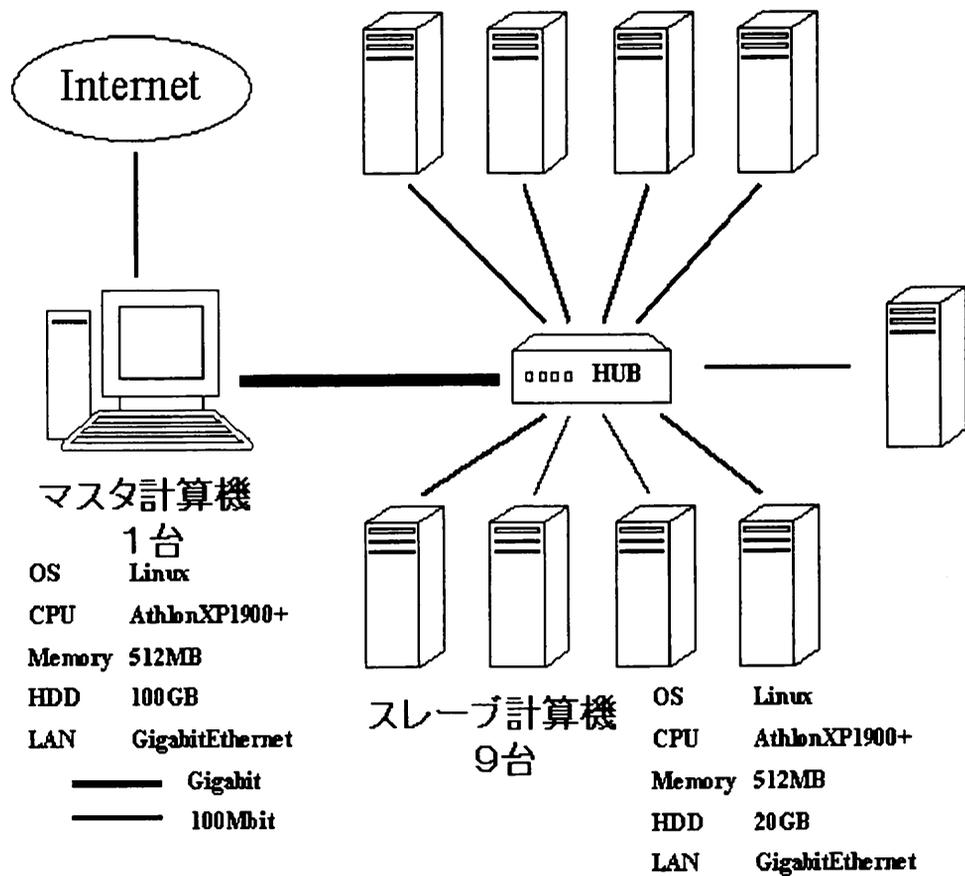


図 C.1: システム構成図

表 C.2: マスタマシン構成

CPU	AthlonXP1900+
Memory	266 MHz DDR-SDRAM 512 MB
Graphic	Millennium G550 32 MB
CRT	15inch
FDD	3.5inch 2HD
HDD	100GB
NIC	GigabitEthernet
Keyboard	PS/2 106 日本語キーボード
Mouse	PS/2 3 ボタンマウス
OS	VineLinux 2.1.5
Compiler	Lahey/Fujitsu Fortran LF95 v6.1 PRO LINUX

表 C.3: スレーブマシン構成

CPU	AthlonXP1900+
Memory	266 MHz DDR-SDRAM 512 MB
Graphic	RivaTNT Vanta 16 MB
FDD	3.5inch 2HD
HDD	20GB
NIC	GigabitEthernet
OS	VineLinux 2.1.5

表 C.4: その他パーツ

SwitchingHub	1000M × 2 , 100M × 16
--------------	-----------------------



図 C.2: 今回作成したシステム

付録 D Full Wave 計算の並列実行結果及び考察

表 D.1: Full Wave 計算に用いたパラメータ

サイクロトロン周波数	1.5[MHz]
磁気伏角	71.0[度]
計算高度範囲 (自由空間)	0 ~ 50[km]
計算高度範囲 (電離層)	60 ~ 120[km]
電離層分割数	60[個]
電離層分割幅	1[km]
波源高度	1[m]
大地の導電率	1.0×10^{-5} [S/m]
大地の比誘電率	4
β の分割数	400
γ real の分割数	3800
γ imag の分割数	50
平面素波数	1,540,000
電磁界分布の解像度	4[km]
ループ回数	250

実際に表 D.1 のパラメータで Full Wave 計算を行ったところ、ワークステーション実習室の UNIX ワークステーション (SGI O2, CPU R5000)40 台では約 60 時間、今回作成したシステムでは約 20 時間かかり、約 3 倍の性能を達成することができた。一素波あたりの計算時間は SGI O2 では $60(\text{hour}) \times 60(\text{min}) \times 60(\text{sec}) / (250 \times 1,540,000) = 5.61 \times 10^{-4} = 56.1(\text{ms})$ 、今回作成したシステムでは $20(\text{hour}) \times 60(\text{min}) \times 60(\text{sec}) / (250 \times 1,540,000) = 1.87 \times 10^{-4} = 18.7(\text{ms})$ かかった計算となる。

また、Full Wave 計算プログラムを一台のみのコンピュータで走らせて計算速度を比較したところ、今回作成したシステムは SGI O2 の約 11.6 倍の速度を発揮した。これを元に単純計算すると、 $11.6 \times 10 / (1 \times 40) = 2.9$ 倍となり、1 台あたりの性能を元に比較した際の結果とほぼ一致している。これは計算時間に対してデータ通信にかかる時間が十分に短くなるという Full Wave 計算の特徴が並列計算に適していたためであると考えられる。

実際にはワークステーション実習室の SGI O2 は日中は他の利用者のために計算を一時中断させるため、夜間 (夜 10 時から朝 8 時までの 10 時間) のみ計算するとすれば 6 日かかるのに対し、今回作成したシステムは 24 時間常に利用できるため、実質約 6 倍の性能とみなすことができる。

参考文献

- [1] Franz, R. C., R. J. Nemzek, J. R. Winckler, Television image of a large upward electrical discharge above a thunderstorm system, *Science*, *249*, 48–51, 1990.
- [2] Boeck, W. L., O. H. Vaughan, Jr. and R. Blakeslee, B. Vonnegut, M. Brook, Lightning induced brightening in the airglow layer, *Geophys. Res. Lett.*, *19* (2), 99–102, 1992.
- [3] Fukunishi, H., Y. Takahashi, M. Kubota, K. Skanoi, U. S. Inan, W. A. Lyons, Elves: Lightning-induced transient luminous events in the lower ionosphere, *Geophys. Res. Lett.*, *23* (16), 2157–2160, 1996.
- [4] Wescott, E. M., D. D. Sentman, D. L. Hampton, and M. J. Heavner, Preliminary results from the Sprites94 aircraft campaign: 2. Blue jets, *Geophys. Res. Lett.*, *22* (10), 1209–1212, 1995.
- [5] Barrington-Leigh, C. P., U. S. Inan, and M. Stanley, Identification of Sprites and Elves with Intensified Video and Broadband Array Photometry, *J. Geophys. Res.*, *106* (A2), 1741–1750, 2001.
- [6] Sentman, D. D., E. M. Wescott, D. L. Hampton, and M. J. Heavner, Preliminary results from the Sprites94 aircraft campaign: 1. Red sprites, *Geophys. Res. Lett.*, *22* (10), 1205–1208, 1995.
- [7] Setman, D. D., and E. M. Wescott, Red sprites and blue jets: High-altitude Optical emissions linked to lightning, *EOS, Trans. American Geophys. Union*, *77*(1), 1–4, 1996.
- [8] Inan, U. S., W. A. Sampson, and Y. N. Taranenko, Space-time structure of optical flashes and ionization changes produced by lightning-EMP, *Geophys. Res. Lett.*, *23* (2), 133–136, 1996.
- [9] Pasko, V. P., U. S. Inan, T. F. Bell, and Y. N. Taranenko, Sprites produced by quasi-electrostatic heating and ionization in the lower ionosphere *J. Geophys. Res.*, *102* (A3), 4529–4561, 1997.
- [10] Veronis, G., V. P. Pasko, and U. S. Inan, Characteristics of mesospheric optical emissions produced by lightning discharges *J. Geophys. Res.*, *104* (A6) 12645–12656, 1999.
- [11] 宮村 和俊, “Full Wave 法による波源を考慮した電離層中の ELF/VLF 電波伝搬に関する研究”, 金沢大学大学院自然科学研究科博士論文, 1997.
- [12] <http://leonid.arc.nasa.gov/leonidnews.html>

- [13] Uman, M. A., *The lightning discharge*, Academic Press, Orlando, 1987.
- [14] Stratton, J. A., *Electromagnetic theory*, 577-578, McGraw-Hill, 1941.
- [15] 長野 勇, “不均質媒質中の電磁波伝播 –ロケット・衛星観測による宇宙空間の電波伝播–”, 朋友出版, 1997.
- [16] 田辺 健史, “MF 帯の波源を考慮した場合の Full Wave 計算とその応用”, 金沢大学大学院自然科学研究科修士論文, 1999.
- [17] Geist, A., A. Beguelin, J. Dongarra, W. Jiang, R. Manchek, and V. Sunderam, *PVM3 user's guide and reference manual*, Oak Ridge National Lab., Oak Ridge, 1993.
- [18] Barrington-Leigh, C. P., *Fast photometric imaging of high altitude optical flashes above thunderstorms*, Ph.D. thesis, Stanford University, 2000.
- [19] 前田憲一, 木村磐根, “電磁波動論”, オーム社, 1984.
- [20] 例えば, 同志社大学工学部知識工学科知的システムデザイン研究室, 2002 年度基礎ゼミ資料「並列処理」(<http://mikilab.doshisha.ac.jp/dia/seminar/2002/pdf/parallel01.pdf>), 2002.
- [21] aburto@marlin.nosc.mil, FLOPS.c, 18 Dec 1992.