

氏名	矢澤 建明
生年月日	
本籍	新潟県
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第428号
学位授与の日付	平成13年3月31日
学位授与の要件	課程博士(学位規則第4条第1項)
学位授与の題目	3次元Georgi-Glashowモデルにおける格子インスタントン作用
論文審査委員(主査)	鈴木 恒雄(理学部・教授)
論文審査委員(副査)	久保 治輔(理学部・教授) 末松大二郎(自然科学研究科・助教授) 青木 健一(理学部・教授) 寺尾 治彦(自然科学研究科・教授)

学位論文要旨

It is very important to understand confinement mechanism of QCD. Wilson's lattice formulation shows that the confinement is a property of a non-Abelian gauge theory of strong interaction and there are a lot of numerical lattice calculations showing the confinement. But the mechanism of confinement is still not well understood.

By the way, Polyakov showed analytically that the string tension of 3D Georgi-Glashow model has a finite value using an assumption of dilute instanton gas. We study 3D Georgi-Glashow on the lattice in the London limit. Abelian and instanton dominances are observed after abelian projections in a unitary gauge and roughly in the maximally abelian gauge. Using an inverse Monte-Carlo method, we determine an effective instanton action in both gauges. When we restrict ourselves to some regions of parameters β and κ , we obtain an almost perfect instanton action, performing a block-spin transformation on the dual lattice. It takes a form of a Coulomb gas and reproduces fairly well the string tension obtained analytically by Polyakov. The almost perfect actions in both gauges look the same in the infrared region, which suggests gauge independence.

3次元 Georgi-Glashow モデル (SU(2) 非可換ゲージ場 + adjoint Higgs 場のモデル) を格子シミュレーションを使って調べた。

QCD(クォーク間の強い相互作用を記述する理論) はクォークの閉じ込め問題が古くから議論されてきたが、現在でもその本質は理解されていない。

この問題は、非摂動的でその取扱いが困難であるが、そのアプローチの方法としてトポロジカルな対象がクォークの閉じ込めの理解に有効であるという見方がある。

Georgi-Glashow モデルは、有名な 't Hooft-Polyakov モノポールの存在が証明されている。特に、3次元系ではインスタントン(3次元ではこのトポロジカルな対象はカレントでなく点状のソースになるのでインスタントンと呼ぶ)の希ガス近似により、解析的に閉じ込めが示されている。つまり、現実の物理的モデルとは異なるとはいえ、解析的に閉じ込めを理解できるという数少ないモデルの一つであり、現実の QCD 閉じ込め問題の理解にも大きな貢献を果たしていると言えるだろう。

しかしながら、これは Polyakov によって行われた仕事であるが、それぞれのインスタントン

がクーロン相互作用しかなかったという希ガス近似の仮定を前提にしたものである。つまり、3次元 Georgi-Glashow モデルにおける 't Hooft-Polyakov インスタントンが希ガス状態でなければ何も言えないわけであり、現在まで本当にそうなのかどうかは分かっていなかった。

今回、我々は格子上の 3次元 Georgi-Glashow モデルを使い、以下のような方法で具体的に調べて、適当なパラメータ領域において Polyakov の仮定が有効であることを見つけた。

1. 格子上の 3次元 Georgi-Glashow モデル

$$S = \beta \sum_{x, \mu > \nu} \left(1 - \frac{1}{2} \text{tr} U_{\mu\nu}(x) \right) + \sum_{x, \mu} 2\text{tr} \left(\Phi_L(x) \Phi_L(x) - \Phi_L(x) U_\mu(x) \Phi_L(x + \mu) U_\mu^\dagger(x) \right) - \frac{m_L^2}{2} \sum_x 2\text{tr} (\Phi_L(x) \Phi_L(x)) + \frac{\lambda_L}{4} \sum_x [2\text{tr} (\Phi_L(x) \Phi_L(x))]^2$$

において、London 極限 ($\lambda_L \rightarrow \infty$)、かつユニタリゲージ (Higgs 場を 3 方向に固定) をとったものでゲージ場を生成した。ただし、 $U_{\mu\nu}(x)$ はゲージ場のプラケット変数、 $U_\mu(x)$ はゲージ場のリンク変数である。また、 $\Phi_L(x)$ は SU(2) adjoint Higgs 場である。

2. ユニタリゲージ条件 ($\Phi_L = \frac{1}{2}\sigma^3$ (London limit)) の他に、4次元 QCD でよく使われているマキシマリアーベリアンゲージ (MA ゲージ) 条件 ($R = \sum_{x, \mu} \text{tr} [\sigma^3 U_\mu(x) \sigma^3 U_\mu(x - \hat{\mu})]$: R を最大化) でも調べるために、生成された MA ゲージ固定したゲージ場も使用した。
3. これら格子上のゲージ場の配位から、物理量を計算する際に格子 Georgi-Glashow モデルのパラメータの範囲が重要になってくる。このモデルには、ゲージ場に関する β と Higgs 場に関する κ があるが、いろいろな β, κ で静的ポテンシャルを調べて、閉じ込めが特徴的によく見える領域を調べて、 $\beta = 4.0 \sim 6.0, \kappa = 1.00 \sim 1.30$ 領域にしぼって詳しい解析を行った (図 1)。
4. ユニタリゲージ固定されたゲージ場の配位、MA ゲージ固定されたゲージ場の配位とともに U(1) の対称性が残されたものであり、ここから U(1) 部分を抜きだして (アーベリアンプロジェクション)、U(1) 部分のみで Wilson ループを調べた。また、それぞれの U(1) 部分から DeGrand-Toussaint の方法でインスタントンを決め、Wilson ループをインスタントン部分とフォトン部分とに分離して同様に調べた。Wilson ループから静的ポテンシャルを計算し、そこからストリングテンションを見積もることができるが、
 - (1) SU(2) ゲージ場によるストリングテンション
 - (2) アーベリアン部分によるストリングテンション
 - (3) インスタントン部分によるストリングテンション
 の 3つを得る。これら 3つのストリングテンションが同程度の値を持つことから、「アーベ

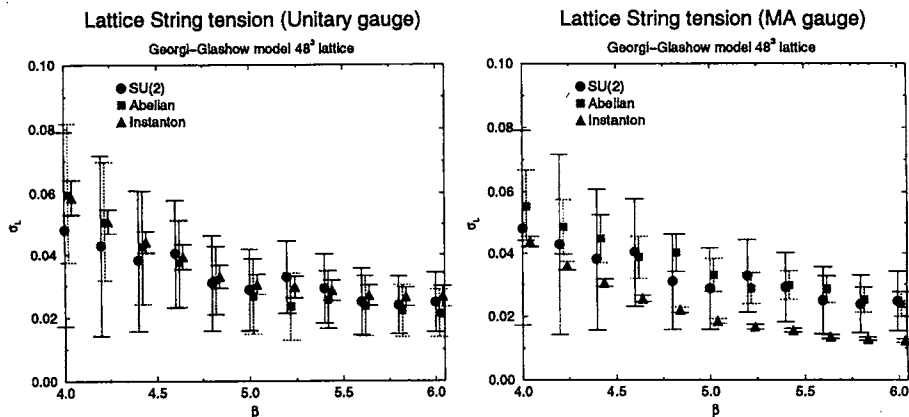


図 1: Georgi-Glashow モデルにおける格子のストリングテンション

リアンドミナンス」「インスタントンドミナンス」が言える。

また、ユニタリゲージと MA ゲージとでも結果にそれほど差がないことも分かった。QCD のアーベリアンプロジェクションのシミュレーションに関して、MA ゲージでしか閉じ込め現象がよく見えないというアーベリアンプロジェクションのゲージ依存性問題がある。これに対して、この結果は't Hooft の概念 (アーベリアンプロジェクションはゲージに依存しない) を指示するものである。

このような、ユニタリゲージと MA ゲージとでよく似た結果を示すのは以下でも同様である。

5. インスタントンの配位 (図.2) から、Swendsen の逆モンテカルロ法により、2 次の有効インスタントン作用を導出した。
6. この格子インスタントン作用を自己相互作用以外をクーロンプロパゲータでフィットしたら驚くほどフィットすることがわかった。すなわち、格子インスタントン作用はほぼ

$$S = \text{self term} + \text{Coulomb term}$$

という形で書けることがわかった (図 3)。

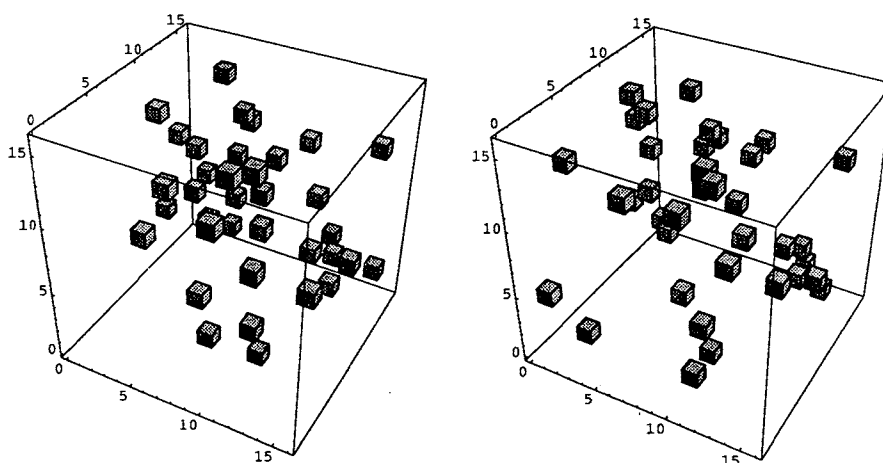


図 2: インスタントン (左) と反インスタントン (右) の真空における配位 (ユニタリゲージ)

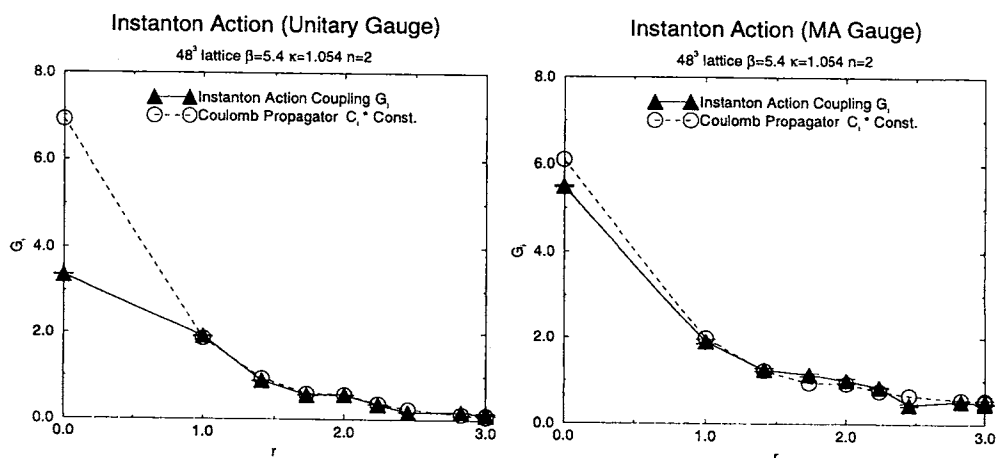


図 3: 格子インスタントン作用の結合定数と格子クーロンプロパゲータ

7. さらに、これをブロックスピン変換によるくりこみフローを調べることでスケール依存しない連続理論のクーロン係数を見積もることができる(図4)。この場合、Higgsの真空期待値 v の値は $v = \kappa/\sqrt{a}$ を使ってチューニングしてシミュレーションを行った ($a = \sqrt{\sigma_L/\sigma_{\text{phys}}}$ は格子間隔)。
8. 格子インスタントン作用を希ガス作用にフィットして求めたパラメータを Polyakov のモデルに当てはめ、ストリングテンションを評価したところ、値が誤差の範囲で合致していることがわかった。

以上のことから、Polyakov の希ガス近似仮定の正統性、そして Swendsen の逆モンテカルロ法によるインスタントンの有効作用の方法が極めて有効であることが結論づけられる。

また、今後の課題としては London 極限をとっていない場合を調べることで、とくに $\lambda = 0$ では非閉じ込め相になると考えられているので、それを確かめたい。さらに、4次元の高温 QCD への適用である。高温 QCD において、場の時間成分の非ゼロモードを積分することで、ゼロモード部分を一つのスカラー場としてみなすことができる。これは、まさしく3次元の Georgi-Glashow モデルであり、 $\lambda_L \neq \infty$ のシミュレーションを行うことで適用が可能となるので大変興味深い。

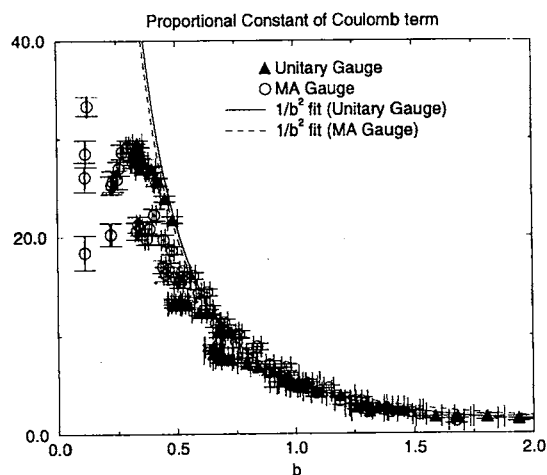


図 4: クーロン係数のくりこみフロー

学位論文審査結果の要旨

本審査委員会は、審査の結果、上記学位論文に関して以下のように判定した。

赤外領域での QCD (量子色力学) など強い相互作用系の場の量子論では電磁量子力学で有効性を発揮した摂動的計算法が使えず、摂動論にかわる非摂動的な解析法の開発が必要である。非摂動的な解析法として、近年、トポロジーとデュアル変換、くり込み群が重要なキーワードとなってきた。

本論文は、非摂動的な取り扱いとして、格子上で定式化された場の量子論をモンテカルロシミュレーション法で解析し、格子上でデュアル変換をしてからブロックスピン変換という格子上でのくり込み群を使って連続極限での場の量子論の赤外領域での有効理論を導くという手法を使っている。その手法で、3次元の Georgi-Glashow 模型とよばれるヒッグス場を持つ SU(2) 非可換ゲージ理論を解析し、以下のような興味ある結果を得た。

- 1) 格子シミュレーションで、ユニタリゲージと MA ゲージと呼ばれる 2 種類のゲージ条件で、abelian 射影を行い、それぞれのゲージでトポロジカルな量であるインスタントンの配位を抜き出し、逆モンテカルロ法により格子インスタントン作用を求められることを初めて示した。
- 2) デュアル格子空間上で、ブロックスピン変換を行い、連続極限を示すスケーリング則を確認し、ほぼ格子状での完全作用を求めることに成功した。
- 3) この得られた作用は、ユニタリゲージと MA ゲージでほぼ同様な結果がえられ、インスタントンによる閉じこめという描像がゲージによらない有力な証拠を、初めて得た。
- 4) この完全作用は、Coulomb 項と自己相互作用項でうまく書けることがわかった。この形は、Polyakov によるインスタントンの希ガス近似をつかった解析的な計算と定性的に合致していることを示した。
- 5) さらに、定量的にも、格子シミュレーションによるストリングテンションを数値的に再現できることを示し、上記の解析法の有効性と Polyakov によるインスタントンの希ガス近似の有効性を確かめた。

以上の結果は、現実の QCD 相転移の研究への道筋を切り開くもので大変興味ある重要な結果である。更に、本論文は、参考論文の内容を中心に、関連する他の研究のレビューを含めてたいへん良く書かれている。

以上の点から委員会は本論文が博士論文として値すると結論した。