

氏名	吉内 栄利
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第941号
学位授与の日付	平成19年9月28日
学位授与の要件	課程博士(学位規則第4条第1項)
学位授与の題目	A numerical solution of film vibration with obstacle (障害物付き振動問題の数値計算について)
論文審査委員(主査)	小俣 正朗(自然科学研究科・教授)
論文審査委員(副査)	宮川 鉄朗(自然科学研究科・教授), 伊藤 秀一(自然科学研究科・教授), 畑上 到(自然科学研究科・教授), 長山 雅晴(自然科学研究科・准教授)

Abstract

The motion of a thin film with an obstacle is treated numerically. It is assumed that the film stops when it touches the obstacle, i.e., that the reflection rate is zero. In this situation, a wave operator of degenerate type appears. The discrete Morse flow of hyperbolic type is applied to construct an approximate solution, and it is shown that this method gives reasonable numerical results.

要旨

In this paper we treat an obstacle problem related to a degenerate hyperbolic equation. The physical model is strongly related to an experiment of a ball bouncing back from a board. Here we consider one of the simplest physical models for phenomena of this kind, namely, the vibration of a rubber film near an obstacle.

We describe the shape of the rubber film by the graph of a scalar function $u : \Omega \times [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, where Ω is a domain in \mathbf{R}^n . The obstacle is a plane fixed at the zero level set of u . We also assume that the rubber hits the obstacle with zero reflection constant. The case of a non-zero reflection constant is treated in [?]. However the method of [?] is essentially different from our own.

The mathematical problem reads: Find function $u : \Omega \times [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ satisfying the following degenerate hyperbolic equation:

$$\begin{cases} \chi_{u>0} u_{tt} + \alpha u_t = \Delta u, \\ u(x, 0) = u_0(x), \\ u_t(x, 0) = v_0(x), \end{cases}$$

under suitable boundary conditions. Here, α is a nonnegative constant and χ_E is the characteristic function of the set E .

The discrete Morse flow of hyperbolic type is applied to construct an approximate solution. For $\alpha \geq 0$ and $m \geq 2$, we introduce the following functionals:

学位論文審査結果の要旨

当該学位論文に関して、平成 19 年 1 月 30 日に第 1 回審査委員会を開催し、提出された論文および関連資料について詳細に検討した。平成 19 年 1 月 31 日の口頭発表後、第 2 回審査委員会を開催し、慎重に協議の結果、以下の通り判定した。

本論文は、ドライバがマインドディストラクション (MD) 状態に気づきにくい状態を量的に評価することおよびシミュレータ酔いを低減することを目的としたものである。

本研究では、MD 状態に気づきにくい状態を評価するため、空間的な想像を伴う心的負荷の低い対話課題として通勤経路を説明させ、視覚機能に着目した根拠のある指標を見いだした。ドライバの心的負荷が低くても反応が遅延する。MD 状態に気づきにくい状態では両眼の注視点のずれが増大する。注視点ギャップの発生と同時に脳の視覚情報処理能力が低下し、アクセル操作が遅延するなどの有益な知見を見出し、注視点ギャップおよび反応時間計測が、医学的に根拠のある MD 状態の量的な評価指標であるといえることを示した。また、自動車の安全研究に用いられているドライビングシミュレータ (DS) のシミュレータ酔いが問題になっている。シミュレータ酔いを低減できる運転席回転型 DS を見出したことは、今後の安全研究において重要であり、安全自動車の発展に極めて有益なものである。以上により、本論文は博士 (工学) の学位に値するものと判定する。

$$\begin{aligned}
J(u) &= \frac{1}{2} \int_{\Omega} |\nabla u|^2 dx, \\
J_m(u) &= \int_{\Omega \cap (\{u>0\} \cup \{u_{m-1}>0\})} \frac{|u - 2u_{m-1} + u_{m-2}|^2}{2h^2} dx \\
&\quad + \alpha \int_{\Omega} \frac{|u - u_{m-1}|^2}{2h} dx + J(u).
\end{aligned}$$

We will determine a sequence $\{u_m\}$ in $\mathcal{K} = \{u \in H^1(\Omega; \mathbf{R}); u = u_0 \text{ on } \partial\Omega\}$ inductively: for given $u_0 \in \mathcal{K}$ and $u_1 = u_0 + hv_0 \in \mathcal{K}$ and for $m = 2, 3, \dots$ find \tilde{u}_m as the minimizer of J_m in \mathcal{K} . Then set $u_m := \max(\tilde{u}_m, 0)$.

For numerical experiments, we apply a finite element method with a minimizing algorithm on the approximate minimizing functional. We use the Gradient method to search for minimizers and the following steps describe the minimizing algorithm:

1. Give $u_0 \in \mathcal{K}$ and $u_1 = u_0 + hv_0 \in \mathcal{K}$
2. For $n = 2, 3, \dots, N$, determine u_{n+1} as follows
 - (a) $v^1 = u_n$
 - (b) For $k = 1, 2, \dots$ repeat the following steps:
 - i. Compute the search direction base on the local gradient: $p^k = -\nabla_u J_n(v^k)$.
 - ii. Find a minimizer \tilde{v}^{k+1} along the line $\tilde{v}^k + \tau p^k$.
 - iii. $\hat{v}^{k+1} = \max\{\tilde{v}^{k+1}, 0\}$
 - (c) Test whether the values of $J_n(\hat{v}^k)$ and $J_n(\hat{v}^{k+1})$ are sufficiently close

As an example of experimental results, Figure 1 shows the behavior of $u(x, t)$ and the shape of the free boundary for the following problem:

$$\begin{aligned}
\chi_{u>0} u_{tt} &= u_{xx}, \\
u(x, 0) &= 0.5, \quad u_t(x, 0) = -0.01x(1-x), \\
u(0, t) &\equiv u(0, 0) = 0.5, \quad u(1, t) \equiv u(1, 0) = 0.5.
\end{aligned}$$

This model corresponds to the physical motion of a rubber string that hits a hard surface. Note that when the string is going up, the free boundary condition is satisfied.

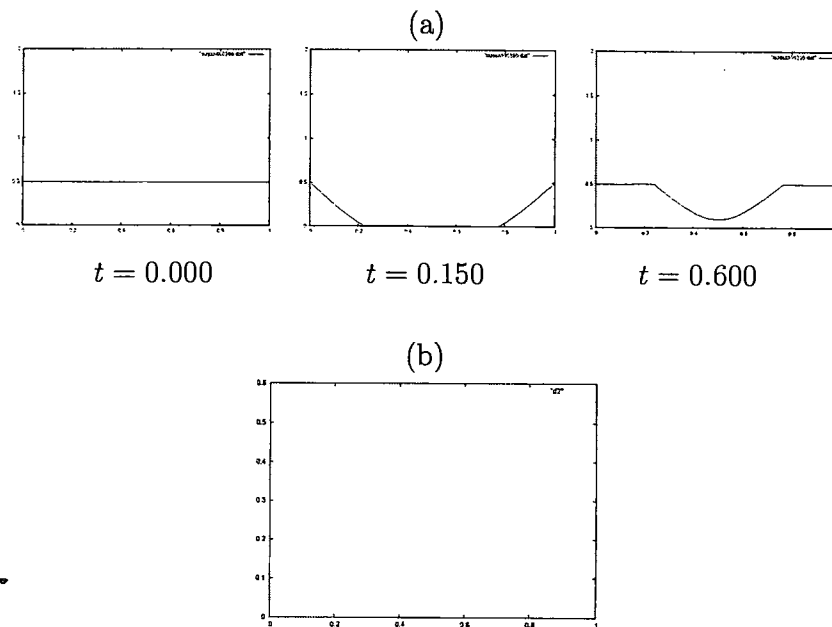


Figure 1: A rubber string hitting a hard surface. (a) shows the string motion, (b) shows the shape of the free boundary.

学位論文審査結果の要旨

吉内栄利氏は、平成17年10月に本学大学院博士後期課程に社会人学生として入学した。同氏は平成7年頃より主任指導教員と共同研究を続けて来た。特に離散勾配流を用いた数値ソフトウェア開発において中心的な役割を果たし、高次元の調和写像に対するプログラムの開発とその数値計算も行い、その一端は京都大学数理解析研究所講義録にまとめられている。本論文は、それらの研究をさらに発展させ、双曲型偏微分方程式の自由境界問題を取り扱ったものである。この問題は、反発係数0で障害物と衝突するゴム膜の運動、例えばボールなどのバウンドを基本イメージに持つ。吉内氏はこの問題に対してモデリングから離散勾配流法を適用した数値計算方法の開発までを行った。これを用いた解析により、恣意的な仮定を全く与えなくても障害物がある場合の振動現象を十分な精度で直接シミュレートすることに成功している。また、この過程で開発されたソフトウェアは、水面上の泡のダイナミクスに対しても有効であることが示された。これらの結果は原著論文2編にまとめて英文学術雑誌に掲載され、その学術的な貢献は非常に大きいものがある。

吉内氏は社会人として十分な実績を積み重ねている上に、短期間で2報の論文を発表した。このことにより平成19年6月11日に開催された予備審査会において在学期間短縮による学位申請が認められた。また、平成19年7月31日開催の公聴会ならびに同日開かれた審査会で、博士(理学)の学位を授与するに相当すると判断された。