

Global optimization by generalized random tunneling algorithm (5th report, approximate optimization using RBF network)

著者	Kitayama Satoshi, Arakawa Masao, Yamazaki Koetsu
雑誌名	Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Part C
巻	73
号	5
ページ	1299-1306
発行年	2007-01-01
URL	http://hdl.handle.net/2297/7001

一般化ランダム・トンネリング・アルゴリズムによる大域的最適化

(第5報 RBFネットワークを利用した近似最適化)

北山哲士^{*1} 荒川雅生^{*2} 山崎光悦

Global Optimization by Generalized Random Tunneling Algorithm

(5th Report: Approximate Optimization Using RBF Network)

Satoshi KITAYAMA, Masao ARAKAWA, Koetsu YAMAZAKI

Department of Human & Mechanical Systems Engineering, Kanazawa University

Kakuma-machi, Kanazawa, 920-1192, Japan

In practical applications, it is important to reduce the function evaluations in the simulation, and obtain the approximate optimum with high accuracy. To achieve these objectives, the integrative optimization system using the RBF Network (RBFN) and the Generalized Random Tunneling Algorithm (GRTA) is proposed in this paper. This system consists of three parts. (1) Construction of the response surface, (2) Optimization by the GRTA, and (3) Adding the sampling points. The RBFN is used to construct the response surface. The radius on RBFN, which affects the accuracy of response surface, is an important parameter. Firstly new equation for the radius is proposed, based on the examination of existing equation. Secondly a simple sampling strategy to obtain an optimum with high accuracy is also proposed. In general, the objective function and the constraints are approximated, separately. However, the optimum of response surface will often violate the constraints. To avoid such situations, the augmented objective function is utilized in this paper. Then the proposed sampling strategy is applied. Through typical benchmark problems, the validity and effectiveness are examined.

Key Words : Optimum Design, Global Optimization, RBF Network, Engineering Optimization, System Engineering, Approximate Optimization, Design Engineering

1 緒言

筆者らは、大域的最適化法の一つとして、一般化ランダム・トンネリング・アルゴリズム⁽¹⁾ (GRTA)を提案し、さらに離散変数や離散変数と連続変数から成る混合変数問題への拡張を行ってきた⁽²⁾。GRTAは他の大域的最適化法に比べ、比較的少ない計算コストで大域的最適解を求めることが可能であったが、衝突解析等の非線形応答を含むような構造最適設計へGRTAを直接適用することは、関数の感度の計算に大きな時間を割かれることになり、得策ではない。そのため、いくつかのサンプル点とその応答値から関数空間を近似する応答曲面法を利用すれば、より一般的な最適設計法を確立することが期待できる。

応答曲面法の目的は、少ない解析回数もしくは実験回数で、近似的な(大域的)最適解を得ることであり、解析回数や実験回数に制限があるような場合は、仮に近似的な大域的最適解が得られなくとも、次善の精度の高い局所最適解を得ることが重要となる⁽³⁾。

応答曲面の作成には、実験計画法の利用^{(4),(5)}やKrigingモ

デルの利用^{(4),(5)}、Radial Basis Functionネットワーク(以下、RBFネットワークと記述)^{(6),(7)}の利用⁽⁸⁾、適応的累積関数の利用⁽⁸⁾などが考えられる。実験計画法に基づく応答曲面では、基本的には基底関数として二次多項式が用いられており、その有効範囲は非線形性の弱い範囲までと考えるのが妥当であろう。非線形性の強い関数を近似するため、基底関数に高次多項式を用いることも可能であるが、その際はいくつかの注意が必要である。一方、KrigingモデルとRBFネットワークによる応答曲面では、極言すればその差は計算量と手軽さにあると思われる。いくつかの数値実験の結果から、RBFネットワークの優位性も示されており⁽¹⁰⁾、RBFネットワークの関数近似能力は近年大きく注目されていると考えられる^{(11),(12)}。両モデルには共に基底関数としてガウス関数を用いられており、その関数の重ね合わせにより応答曲面を作成する。そのため、作成された応答曲面は連続型多峰性関数となるため、連続変数の大域的最適解を求める方法を適用することが望ましいと思われる。両モデルとも基底関数内のパラメータを適切に調節しなければ、精度の高い応答曲面を得ることは困難であり、結果的には最適解の精度まで影響を及ぼす。特にRBFネットワークでは、そのパラメータ決定のための式が提案されているが^{(13),(14)}、筆者らの数値実験

* 原稿受付 平成??年?月 日

*¹正員, 金沢大学工学部(〒920-1192 金沢市角間町)。

*²正員, 香川大学工学部(〒761-0396 高松市林町2217-20)。

の結果、それらいずれの式を用いても設計変数が多くなると、応答曲面の近似精度が落ち、その結果として近似的な大域的最適解をも得られないことが判明した。そこでサンプル点を逐次追加させ、応答曲面の精度の向上、さらには近似的な大域的最適解を少ないサンプル点数で得る方法として文献(14)の方法が挙げられる。この方法はサンプル点の疎密を無くすよう工夫された配置方法であるが、少しずつサンプル点を追加して応答曲面の精度向上を狙うと、結果的に応答曲面は凹凸の激しいものとなり、結果的に応答曲面の大域的最適解探索を困難にする場合もある。

そこで、RBFネットワークを利用した応答曲面の課題をまとめると次のようになるとと思われる。

- (1) サンプル点の疎密を考慮できるような基底関数のパラメータ推奨式の提案。
- (2) 過去の応答曲面の最適解の情報および制約条件を考慮したサンプル点の配置方法。

そこで本論文では、図1に示すようなRBFネットワークとGRTAを用いた汎用性のある統合的最適化システムを提案する。

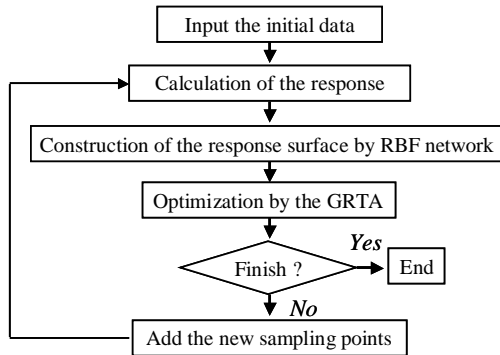


Fig.1 The integrative optimization system

提案するシステムにおいて、課題となる上記(1)については、文献(14)で提案された式に検討を加え、改良した式を新たに提案する。また上記(2)については、Particle Swarm Optimization(PSO)のg-bestモデルと最良値保存モデルの違いを参考にしたサンプル点の配置方法を提案する。最後に数値計算例を通じて、本論文で提案する方法の有効性を検討する。

2 RBFネットワーク

2.1 RBFネットワークの学習 RBFネットワークは3層型のフィードフォワード型のニューラルネットワークである。このネットワークでは基底関数として一般にガウス関数が用いられており、その重ね合わせにより応答曲面を作成する。ネットワークの出力は

$$O(x) = \sum_{j=1}^m w_j h_j(x) \quad (1)$$

で表され、 m は中間層素子数、 w_j は重みを表す。また $h_j(x)$ は基底関数であり、次式で与えられる。

$$h_j(x) = \exp\left(-\frac{(x-x_j)^T(x-x_j)}{r_j^2}\right) \quad (2)$$

上式において x_j と r_j はそれぞれ j 番目の基底関数の中心と半径である。学習用データ x_i と対になる教師データ y_i ($i=1,2,\dots,p$)とすると、RBFネットワークにおける学習は次式を最小化する問題となる。

$$E = \sum_{i=1}^p (y_i - O(x_i))^2 + \sum_{j=1}^m \lambda_j w_j^2 \rightarrow \min \quad (3)$$

上式において、第1項はネットワークの出力値と教師データの誤差の二乗和であり、第2項の λ_j は一部の素子だけが過剰に反応するのを避けるための重みに対するパラメータであり、これによりデータに含まれるノイズの影響を抑制するとともに、学習過程における正規性を保証している。RBFネットワークの学習とは、式(3)を満足する重みベクトル w を見つけることである。式(3)の重みは次の式により求まる。

$$w = (H^T H + A)^{-1} H^T y \quad (4)$$

ここで上式の H 、 A 、 y はそれぞれ

$$H = \begin{bmatrix} h_1(x_1) & h_2(x_1) & \dots & h_m(x_1) \\ h_1(x_2) & h_2(x_2) & \dots & h_m(x_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_1(x_p) & h_2(x_p) & \dots & h_m(x_p) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_m \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_p)^T \quad (7)$$

で与えられる。さらに式(4)において、

$$A = H^T H + A \quad (8)$$

とおけば、RBFネットワークの学習は、 A^{-1} を求めることに帰着される。そのため、学習は非常に早いといった特徴を有している。さらにその性能を特徴付けるものとして、追加学習と忘却が存在する⁽¹⁵⁾。特に追加学習を応答曲面に用いる利点としては、以下の理由が挙げられよう。

- (1) 応答曲面の最適解を学習データとすることにより、精度の高い近似最適解を得ることが期待できる。
- (2) 実験計画法に基づく応答曲面法の場合、水準を変更するなどの方法により、実行可能領域内の最適解を得ようとするが、これでは過去の実験が無駄となる。一方で、RBFネットワークでは、実行可能領域内

に応答曲面の最適解がない場合も，これらの情報を活用しつづけることができる．

2.2 基底関数の半径 中山らによって提案された基底関数の半径⁽¹⁴⁾について検討する．

$$r = d_{\max} / \sqrt[n]{nm} \quad (9)$$

ここで d_{\max} はサンプル点間の最大距離， n は設計変数の数であり，すべての基底関数に対して適用される．また m は総サンプル点数である．設計変数が少なく，かつサンプル点が等間隔に配置されている時，比較的良好的な近似が可能とされている．式(2)を用いているため，設計変数は適当にスケールされているものとする．ここで水準を K とし，サンプル点を等間隔 Δd に配置した全数組合せ実験計画を考える．このときサンプル点間の最大距離は

$$d_{\max} = \sqrt{n}(K-1)\Delta d \quad (10)$$

となる．二次元の場合の例を図2に示す．

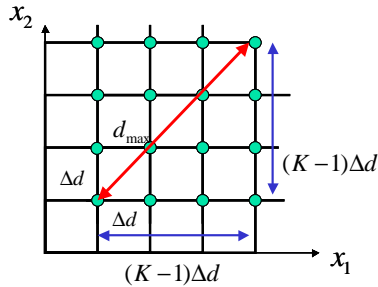


Fig.2 Sampling distribution in two dimensions

ここで，総サンプル点数 m と水準数 K の関係は

$$m = K^n \quad (11)$$

であるため，式(10)，(11)を式(9)に代入すると，次式を得る．

$$r = \frac{d_{\max}}{\sqrt[n]{nm}} = \frac{\sqrt{n}(K-1)\Delta d}{\sqrt[n]{nK^n}} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt[n]{n}} \left(1 - \frac{1}{K}\right) \Delta d \quad (12)$$

ここで式(12)を次のように変形する．

$$\frac{r}{\Delta d} = n^{\frac{n-2}{2n}} \left(1 - \frac{1}{K}\right) \quad (13)$$

式(13)において， $K \rightarrow \infty$ とすると， $n=1$ ， $n=2$ のときはある値(すなわち1)に収束するが， $n \geq 3$ となると， n の値に応じて個別の値に収束することが判る．すなわち，設計変数が少ないときに良好な関数近似が可能であった理由として，ある値に収束したためであると考えられることができる．(半径を最適化することも考えられるが⁽¹⁶⁾，結局のところある値に収束するような点を見つけていることと同じである．)そのため，良好な関数近似とし，さらには近似的な大域的最適解を得るための条件として，以下の項目が重要な要素として考えられる．

(R1) サンプル点の数を考慮すること．

(R2) サンプル点間の距離を考慮すること．

(R3) 設計変数の数を考慮すること．

(R4) サンプル点数が増加するにつれ，設計変数の数に依らず，ある同じ値に収束すること．

これらの項目を満足する式として，サンプル点が等間隔に配置されている場合については，以下の半径式が理想的であると思われる．

$$r = d_{\max} / (\sqrt[n]{n^2 m}) \quad (14)$$

事実，式(10)，(11)を式(14)に代入し， $K \rightarrow \infty$ とすれば，上記(R1)～(R4)を満足する．しかしサンプル点を等間隔に配置するためには，式(11)から判るように，膨大なサンプル点数が必要となり，結果的に応答曲面の利点を生かすことができない．そこで，式(14)を若干変更した以下の式を本論文では提案する．

$$r_j = \frac{d_{j,\max}}{\sqrt[n]{n^2 m - 1}} \quad (15)$$

上式において， $d_{j,\max}$ は j 番目のサンプル点からの最大距離を表す．式(15)と式(14)を比較すると，分母が変更されているが，これは， $d_{j,\max}$ が j 番目のサンプル点からの最大距離を表しているため， j 番目のサンプル点を除くという意味である．式(15)は各基底関数に個別に適用されるため，サンプル点の疎密が生じるような場合に有効であると思われる．

3 問題設定とサンプル点の配置方法

3.1 問題設定 本論文では，以下の単一目的関数の最小化問題を対象とする．

$$f(x) \rightarrow \min \quad (16)$$

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad i=1,2,\dots,n \quad (17)$$

$$g_j(x) \leq 0 \quad j=1,2,\dots,ncon \quad (18)$$

$f(x)$ は最小化する目的関数， $g_j(x)$ は制約条件であり， $ncon$ はその数である．また x_i^L と x_i^U はそれぞれ i 番目の設計変数に課せられた下限値と上限値であり，側面制約条件を表す．また実行可能領域を R とする．

RBFネットワークの場合，Krigingモデルと異なり応答曲面の最適解を求めた後，次のサンプル点をどのように配置すべきかといったことについて，何ら情報がない．そのため，RBFネットワークを用いた応答曲面を用いる場合，サンプル点の配置方法は重要な課題であると思われる．本論文では，PSOにおけるg-bestモデルと最良値保存モデルの違いを参考に，制約条件を考慮したサンプル点配置方法を提案する．

3.2 応答曲面の最適解近傍の作成 応答曲面の最適解 $\tilde{x} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n)^T$ の周辺の精度を向上させ，精度の高い最適解を求めるためには， \tilde{x} の近傍を作成し，その近傍内にサンプル点を追加することが望ましい．

さらに多峰性関数を対象とする場合は、 \tilde{x} の近傍外にもサンプル点を追加して、局所的最適解への捕捉を防ぐような工夫が必要である。そこで、本論文では各設計変数の側面制約条件を利用して、近傍を作成する。具体的には、 \tilde{x} を中心として、次の式により近傍の大きさ l_i を決め、 \tilde{x} の近傍を作成する。

$$l_i = (x_i^U - x_i^L) / (\text{count} + 1) \quad (19)$$

式 (19) において count はパラメータであり、1 以上の整数値とする。このパラメータは初期値は許容されるサンプル点数（もしくは解析回数や実験回数）により、設計者は任意に変更できるパラメータである。二次元の場合の例を図3に示す。

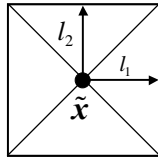


Fig.3 Neighborhood of optimum \tilde{x}

3.3 サンプル点の追加 応答曲面を k 回作成したとき、 k 回目の応答曲面の最適解を \tilde{x}^k とし (PSOにおけるg-bestモデルのg-bestに相当する)、過去の応答曲面の最適解で、目的関数値を最もよくしたものを \tilde{x}_G とする (PSOにおける最良値保存モデルのg-bestに相当する)。このとき、以下の4つの場合分けを考えながら、サンプル点を追加する。なお以下の議論では、 \tilde{x}_G の近傍を R_G 、 \tilde{x}^k の近傍を R_L とする。また図4内で \tilde{x}_G を \tilde{x}_G で示し、 \tilde{x}^k を \tilde{x}^k で示す。

(Case1) \tilde{x}^k が制約条件を満足しないが、 R_G 内に存在する場合 (図4(a)) : このときは R_G の近傍を変更する。 R_G の変更は式 (19) の count を

$$\text{count} = \text{count} + 1 \quad (20)$$

とする。そして、変更された R_G 内と R_G 外でサンプル点が疎な領域にそれぞれ、サンプル点をランダムに q 個追加する。これは \tilde{x}_G の精度向上と局所的最適解の捕捉を防ぐことを期待して行う。

(Case2) \tilde{x}^k が制約条件を満足せず、かつ R_G 内に存在しない場合 (図4(b)) : このときは R_G はそのままにしておき、 R_G 内と R_G 外でサンプル点が疎な領域にそれぞれ、サンプル点をランダムに q 個追加する。これはこの時点で精度の高い最適解を求めることが期待できないため、サンプル点の追加により応答曲面の精度向上を狙う。

(Case3) \tilde{x}^k が制約条件を満足し、かつ R_G 内に存在する場合 (図4(c)) : このときは R_G の近傍を式 (20) により変更し、変更した R_G 内と R_G 外でサンプル点が疎な領域にそれぞれ、サンプル点をランダムに q 個追加する。これは \tilde{x}_G の精度向上と局所的最適解の捕捉を防ぐことを期待して行う。

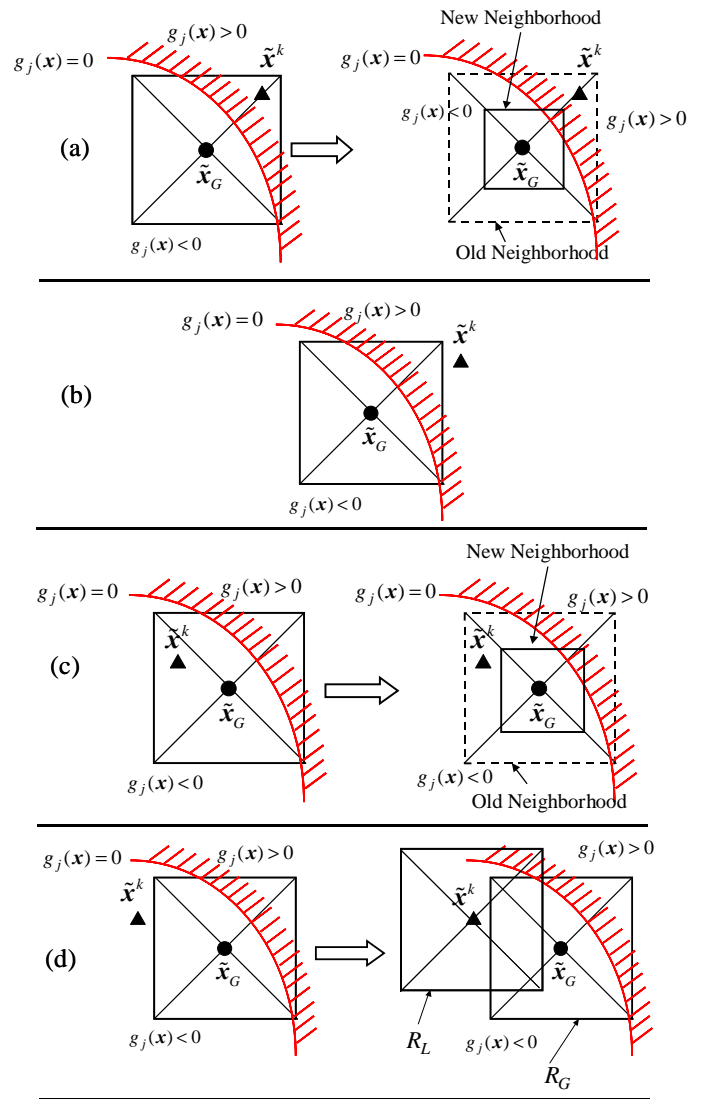


Fig.4 The sampling strategy for various cases

(Case4) \tilde{x}^k が制約条件を満足するが、 R_G 内に存在しない場合 (図4(d)) : このときは R_G の大きさはそのままにしておき、新たに \tilde{x}^k の近傍 R_L を作成する。そして R_G 内と R_L 内に、サンプル点をランダムに q 個追加する。これはたとえ大域的最適解が得られなくとも、精度の高い局所的最適解を得ることを期待して行う。

本論文で提案するサンプル点配置方法は、大域的探索と局所的探索が組み合わさったものであり、実務レベルにおける最適設計を考えた場合、限られた解析回

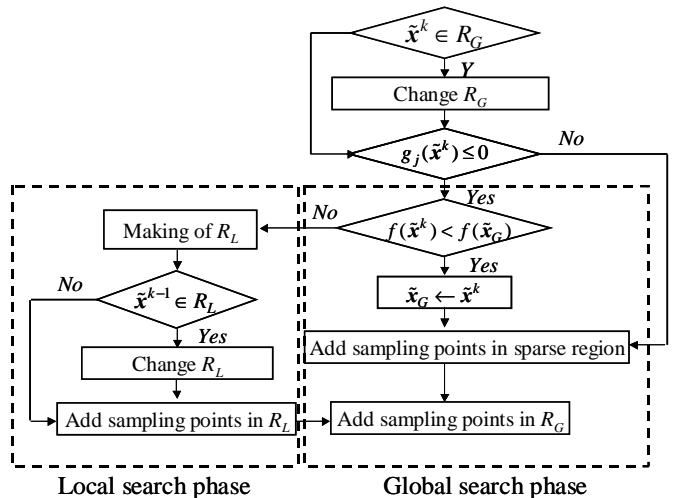


Fig.5 The algorithm of proposed sampling strategy

数，もしくは実験回数で近似的な大域的最適解を得られなくとも，精度の高い局所的最適解が得られれば満足であるという立場に立つものである．サンプル点追加のアルゴリズムを図5に示す．

3.4 疎な領域の判定 前節(Case1)において， \tilde{x}_G の近傍領域外のサンプル点が疎な領域に，新たにサンプル点を追加するとしている．疎な領域の判断は，次のようにして行う．

- (1) R_G 外にランダムに多数の点を発生．
- (2) 既存のサンプル点とランダムに発生させた点の距離の総和を計算し，距離の総和が最大となる点を疎な領域の点とする．

これを q 個になるまで繰り返す．

3.5 サンプル点の追加数 3.3節で述べたサンプル点追加方法において，近傍内や近傍外にサンプル点を1点ずつ追加すると，応答曲面は凹凸の激しいものとなり，結果的に近似最適解を得ることが困難であることが数値計算の結果判明した．そのため，精度の高い最適解を得るためには，近傍内や近傍外に追加するサンプル点は複数個であることが望ましい．そこで，与えられた問題の設計変数の数に応じて，以下のようにサンプル点を追加する数 q を決めた．

$$q = \text{int}(n/2) \quad (21)$$

式(21)の int は四捨五入の関数を表す．

3.6 ペナルティ関数 有制約最適化問題に対して応答曲面法で最適解を求める場合，目的関数と制約条件を個別に近似し，逐次二次計画法などを用いて応答曲面の最適解を求めることがしばしば行われるが，この方法では制約条件の近似精度が重要となり，最悪の場合は制約条件を満足しない解を得る場合もある．制約条件の近似精度を向上させるために，多くのサンプル点を配置することは，応答曲面の利点を生かすことができない．本論文では，次の拡大目的関数⁽¹⁷⁾を作成し，無制約最適化問題へ変換する方法を用いた．

$$F(x) = \begin{cases} f(x) & x \in R \\ f_{\max} + \sum_{j=1}^{n_{\text{con}}} \max[0, g_j(x)] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

式(22)の拡大目的関数値をすべてのサンプル点に対して計算し，ネットワークの出力とする．上式において f_{\max} は，実行可能領域内にあるサンプル点の目的関数値の最大値を表す．この方法では，ペナルティ係数が必要ないという利点がある．

4 GRТА

GRТАは有制約付最適化問題における多峰性関数の

大域的最適解を効率的に求めることができる方法である．GRТАは入力パラメータが少なく（局所的最適解からの初期温度 T ，一つの温度当りの探索回数 it_{\max} ，アルゴリズム終了のための最小温度 T_{\min} ），アルゴリズムが簡素であるという特徴のみならず，計算効率もGAやPSOに代表される多点探索型大域的最適化手法と比較してもよい．RBFネットワークによる応答曲面が基本的には連続型多峰性関数であることを考慮すれば，GRТАによる応答曲面の最適解探索は妥当なものであると考える．詳細は文献(1)を参照されたい．

5 数値計算例

本論文で提案するシステムの有効性を数値計算例を通じて検討する．なお，GRТАで必要となるパラメータは初期温度 $T=1.0$ ，最小温度 $T_{\min}=1.0 \times 10^{-5}$ ，一つの温度あたりの探索回数 $it_{\max}=20$ とした．

設計者自身が満足した段階でシステムを終了させることも可能であるが，以下の数値計算例では，最大サンプル点数 m_{\max} を指定することにより終了するよう設定した．式(19)において $\text{count}=1$ とし，サンプル点の数と基底関数の数は同じとした．（つまり，サンプル点の追加毎に，基底関数も追加する．）また，サンプル点の初期配置状況により大域的最適解の探索性能は大きく左右されるが，本論文では，全く情報がない状況からの大域的最適解の探索を考え，初期サンプル点はランダムに配置した．

5.1 有制約最適化問題 実行可能領域が分離して⁽¹⁸⁾いる二次元問題の大域的最適解の探索を考える．

$$f(x) = -(x_1 - 10)^2 - (x_2 - 15)^2 \rightarrow \min \quad (23)$$

$$g_1(x) = (x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2} x_1^2 + \frac{5}{\pi} x_1 - 6)^2 + 10(1 - \frac{1}{8\pi}) \cos x_1 + 5 \leq 0 \quad (24)$$

$$-5 \leq x_1 \leq 10 \quad (25)$$

$$0 \leq x_2 \leq 15 \quad (26)$$

この問題の実行可能領域と大域的最適解を図6に示

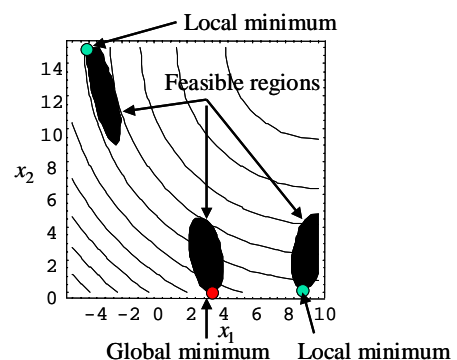


Fig.6 Feasible region and global minimum

す．大域的最適解は $x_G = (3.271, 0.0496)^T$ であり，目的関数値は $f(x_G) = -268.788$ である．

このような問題に対して，直接的に最適化手法を適用しても実行可能領域内に初期点を設定することが困難であり，徐々に実行可能領域を探り，最適解を探索する応答曲面法の利用が得策であると考えられる．初期的にランダムに13点のサンプル点を配置し，サンプル点の上限値を $m_{\max} = 50$ とした．

半径式の妥当性も検討するため，式(9)と式(15)を用いた時の一例について，以下の項目について比較を行う．

(1) サンプル点の配置状況(図7)，(2) 応答曲面の最適解における目的関数値および制約関数値の履歴(図8，図9)，(3) 半径の値(図10)．

なお図7中の赤丸はサンプル点を表し，図8，9の点線は式(9)を用いた時，実線は式(15)を用いた時の目的関数値および制約条件値を表している．最終的に得られた結果は $\tilde{x}_G = (3.273, 0.105)^T$ であり，その時の目的関数値および制約関数値は次のようになった．

$$f(\tilde{x}_G) = -267.125 \quad (27)$$

$$g_1(\tilde{x}_G) = -0.2333 \quad (28)$$

図7より，サンプル点の配置状況は式(9)，(15)どちらを用いても定性的には大きく異なることはなく，局所および大域的最適解付近に集中しており，サンプル

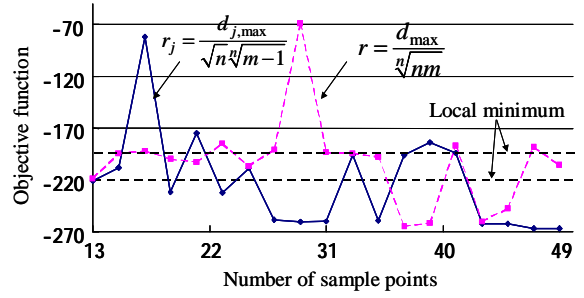


Fig.8 History of objective function at approximate optimum

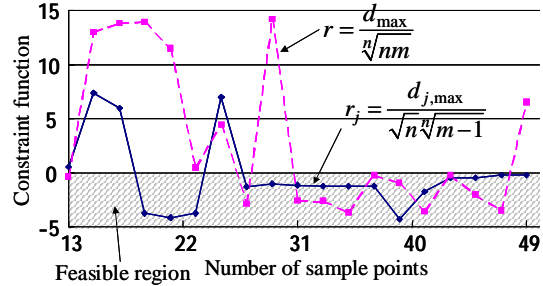


Fig.9 History of constraint function at approximate optimum

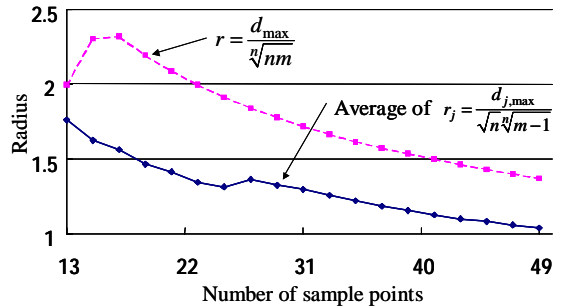


Fig.10 Comparison of radius

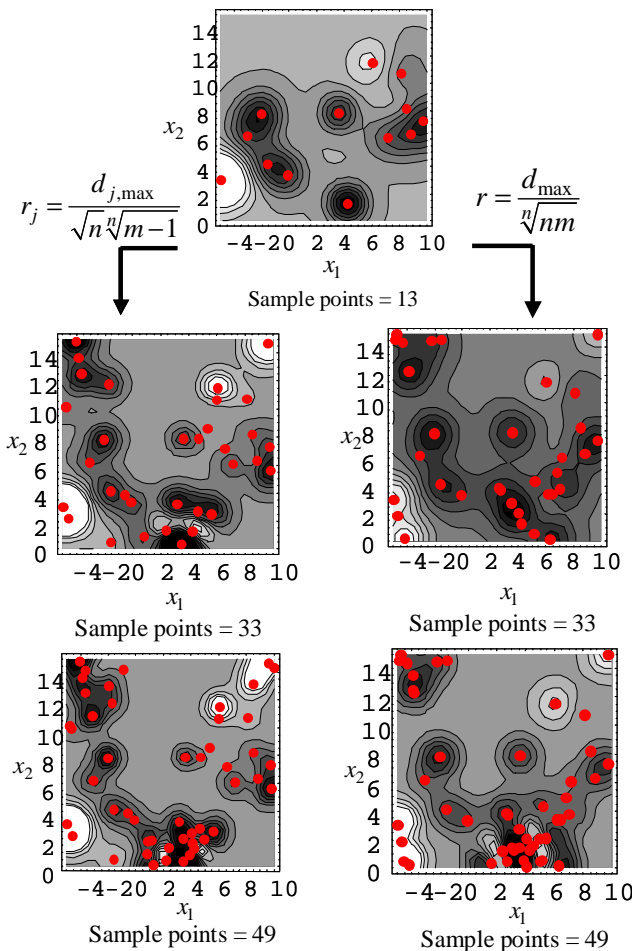


Fig.7 The distribution of sample points

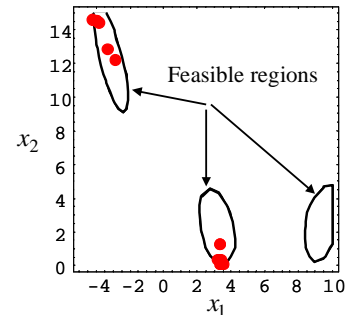


Fig.11 The distribution of optimum on response surface in feasible domain

点の疎密ができていることがわかる．次に図8を考察すると，式(9)を用いた場合の応答曲面の最適解が局所最適解に何度か捕われていることがわかる．一方で式(15)の場合は精度の高い近似的な大域的最適解を見つけていることがわかる．さらに図9を見れば，式(9)を用いた場合は応答曲面の最適解が制約条件を大きく違反している場合も多いが，式(15)の場合はサンプル点が増加するにつれ，制約条件を満足し，かつ制約条件がアクティブな状態に近づいていることが判る．このことから，本論文で提案したサンプル点の配置方法として，式(9)を用いた場合は主として(Case2)の場合が多くなり，結果的に局所および大域的最適解付近にサンプル点が多くなったことがわかる．一方

で式(15)を用いた場合は(Case1), (Case3), (Case4)が頻繁に起こることにより, 精度の高い近似的な局所的大域的最適解が得られたものと考えられる.

図10の半径値の比較では, 式(15)は各基底関数に異なる値を適用しているため, 半径値の平均を採った. 図10から式(15)の平均値のほうが式(9)よりも小さくなっており, 少ないサンプル点数で一定値へ収束しつつあることが判る. これにより2.2節で検討した項目(R1)~(R4)が妥当であったことが判る. 最終的に得られた実行可能領域内の応答曲面の最適解の分布を図11中の赤丸で示す.

5.2 10変数関数への適用 次の多峰性関数の大域的最適解の探索を考える.

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{10} (x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i) \rightarrow \min \quad (29)$$

$$-5 \leq x \leq 5 \quad (30)$$

大域的最適解は $x_{i,G} = -2.9035$ ($i=1, 2, \dots, n$) であり, 目的関数値は $f(x_G) = -391.661$ である. サンプル点の上限値を $m_{\max} = 500$ とし, 初期的にランダムに30点のサンプル点を配置したとき, 式(9)を用いた時と式(15)を用いた時の結果を, それぞれ表1, 2に示す. 表1から, 式(9)を用いた場合は, 近似大域的最適解を見つけることができず, また近似局所的最適解の精度も悪いことがわかる. 一方表2から, 式(15)を用いた場合は, 10回試行中で5回は近似的な大域的最適解を得ており, さらに他の試行でも次善の近似的な局所的最適解が得られていることがわかる.

5.3 コイルパネの重量最小化問題 設計変数はワイヤの直径 $d(=x_1)$, コイルの平均直径 $D(=x_2)$, コ

イルの巻数 $N(=x_3)$ であり, すべて連続変数である. 最適設計問題は次のように定式化される.

$$f(x) = (2+x_3)x_1^2x_2 \rightarrow \min \quad (31)$$

$$g_1(x) = 1 - x_2^3x_3 / (71785x_1^4) \leq 0 \quad (32)$$

$$g_2(x) = \frac{4x_2^2 - x_1x_2}{12566(x_2x_1^3 - x_1^4)} + \frac{1}{5108x_1^2} - 1 \leq 0 \quad (33)$$

$$g_3(x) = 1 - 140.45x_1 / (x_2^2x_3) \leq 0 \quad (34)$$

$$g_4(x) = (x_1 + x_2) / 1.5 - 1 \leq 0 \quad (35)$$

$$0.05 \leq x_1 \leq 2.00 \quad (36)$$

$$0.25 \leq x_2 \leq 1.30 \quad (37)$$

$$2.00 \leq x_3 \leq 15.0 \quad (38)$$

高々3変数の問題であるが, 実行可能領域内の最適解を見つけにくい問題であり, さらに多峰性が激しいため, 非常に多くの計算コストを要する⁽²¹⁾. そのため多点探索型最適化手法のベンチマーク問題としてもよく用いられている⁽²⁰⁻²²⁾.

Table 3 Comparison of result

Design Variables	Best solutions found				
	Arora ⁽¹⁸⁾	Coello ⁽¹⁹⁾	Ray ⁽²⁰⁾	Hu ⁽²¹⁾	This paper
x_1 (d)	0.053396	0.051480	0.050417	0.051466	0.052062
x_2 (D)	0.399180	0.351661	0.321532	0.351384	0.337205
x_3 (N)	9.185400	11.632201	13.979915	11.608659	13.831074
$g_1(x)$	0.000019	-0.002080	-0.001926	-0.003336	-0.005994
$g_2(x)$	-0.000018	-0.000110	-0.012944	-0.000110	-0.062925
$g_3(x)$	-4.123832	-4.026318	-3.899430	-4.026318	-3.649392
$g_4(x)$	-0.698283	-0.731239	-0.752034	-0.731324	-0.740489
$f(x)$	0.012730	0.012705	0.013060	0.012667	0.014469
Function Call	N/A	900000	1291	N/A	82
Average of $f(x)$	N/A	0.012769	0.013436	0.012719	0.016013
Worst of $f(x)$	N/A	0.012822	0.013580	N/A	0.017655

Table 1 The result using Eq. (9)

Trial	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	obj.
1	-2.6590	-2.7695	-2.1054	3.0079	-3.2740	-2.7108	-2.6121	-2.3852	2.7003	-0.9410	-314.1416
2	-2.0759	-2.7692	2.2905	-1.9245	2.7989	-2.6619	1.9850	-2.0531	2.4101	-1.4912	-273.9235
3	-2.9410	-2.8063	-3.0479	-2.6390	-2.9142	-2.8250	-2.8031	0.9497	-2.7844	0.7700	-318.2305
4	-2.8926	-2.9712	-2.0732	-3.2507	-2.8878	-2.7514	-3.3558	-1.2210	-2.2069	-1.5235	-324.6039
5	-2.9462	2.5448	-2.9124	-2.7911	-3.0628	2.3251	0.6797	-2.9464	-2.9779	2.7018	-308.3509
6	2.4241	-0.3086	3.1126	-3.6446	-1.6238	-2.6086	-3.4843	1.1949	-0.0281	1.9153	-192.1104
7	-2.8263	-2.9896	2.7270	-3.1419	-2.6376	-2.6945	-2.4389	-3.2174	-1.6055	-3.3261	-347.9492
8	-2.9634	-2.7063	2.5490	-2.6656	-2.5071	-2.9957	-2.9850	2.8242	-3.0073	2.2608	-341.3516
9	-2.6664	2.4891	-2.7121	-2.2098	-2.7480	-0.1432	1.5402	-2.7654	-3.2011	-3.0773	-300.2067
10	-2.3563	-2.7148	-2.7854	-2.6837	2.3436	-1.2683	2.4122	-2.6995	-2.7142	-2.1761	-321.3327

Table 2 The result using Eq. (15)

Trial	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	obj.
1	-2.8096	-2.8428	-2.8138	-2.8923	-2.9249	-2.8322	-2.7792	-2.9189	-2.9251	-2.8174	-390.8271
2	-2.8796	-2.7992	-2.9779	-2.9068	-2.8315	-2.9377	-2.9344	-2.9574	-2.9395	-2.8551	-391.1336
3	-2.9828	-2.8559	-2.8442	-2.7923	-2.8739	-2.9228	-2.7560	-2.9362	-2.9070	-2.8233	-390.7393
4	-2.8815	-2.8551	-2.9466	-2.8876	-2.8993	-2.8246	-2.8708	-2.8602	-2.8473	-2.8967	-391.3663
5	-2.9453	-2.9166	-2.7878	-2.8491	-2.8713	-2.7786	-2.9730	-2.7636	-2.9755	-2.9006	-390.5783
6	-2.9192	-2.8345	-2.9351	-2.8462	-2.9019	-2.8998	-2.8975	-2.9197	2.6884	-2.8685	-377.2915
7	-2.9376	2.6801	-2.8858	-2.8898	-2.8615	-2.8626	-2.9049	-2.8773	-2.8294	-2.8921	-377.2669
8	2.6569	-2.9470	-2.9554	-2.8557	-2.8986	-2.9416	-2.8419	-2.8627	-2.9532	-2.8738	-377.1143
9	-2.9211	-2.8614	2.7425	-2.9349	-2.8388	-2.8856	-2.8809	-2.8981	-2.9182	-2.8922	-377.3801
10	-2.8901	-2.8468	-2.8828	-2.9049	-2.9252	2.6898	-2.8235	-2.9735	-2.8813	-2.8938	-377.2004

サンプル点の上限値を $m_{\max} = 150$ とし、初期的に側面制約条件内にランダムに30点のサンプル点を配置した。他の研究結果と比較するため、11回試行を行ったときの結果を表3に示す。表3より、大域的最適解は得られなかったものの、従来の研究報告に比べれば極めて少ない計算回数で次善の局所最適解を得られたものと考えられる。

6 結言

本論文では、RBFネットワークと筆者らが開発したGRTAを結びつけた統合的最適化システムの構築を行った。特にRBFネットワークによる応答曲面の精度に大きな影響を与える基底関数の半径式について、中山らの提案式に検討を加え、サンプル点の疎密を考慮した新たな半径式を提案した。さらに制約条件を考慮したサンプル点の配置方法では、PSOのg-bestモデルと最良値保存モデルの違いを参考にしたサンプル点の配置方法を提案した。数値計算例を通じて、本論文で提案したシステムの有効性の一端を確認した。

本研究を遂行するにあたり、貴重な資料およびご助言を頂いた中山弘隆先生（甲南大学）、杉本博之先生（北海学園大学）、山川宏先生（早稲田大学）には特に感謝したい。

参考文献

- (1) Kitayama, S., Yamazaki, K., Generalized Random Tunneling Algorithm for Continuous Design Variables, *Trans. of ASME, Journal of Mechanical Design*, Vol.127-3, (2005), pp.125-133.
- (2) Kitayama, S., Yamazaki, K., Global Optimization by Generalized Random Tunneling Algorithm (4th report), *Trans. of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.695, No. 70, (2006), pp.970-977. (in Japanese)
- (3) Kashiwamura, T. et. al., Optimum Design of Frame Column Subjected to Axial Crushing by Statistical Optimization Method, *Trans. of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.62, No.603, (1996), pp.2422-2427 (in Japanese)
- (4) Donald, R. J., Taxonomy of Global Optimization Methods Based on Response Surfaces, *Journal of Global Optimization*, Vol.21, (2001), pp.345-383.
- (5) Donald, R.J., et. al., Efficient Global Optimization of Expensive Black-Box Functions, *Journal of Global Optimization*, Vol. 13, (1998), pp.455-492.
- (6) Hussain, M.F., et.al., Metamodeling: Radial Basis Functions, versus Polynomials, *European Journal of Operational Research*, Vol.138, (2002), pp.142-154.
- (7) Arakawa, M., et.al., Optimum Design Using Radial Basis Function Network and Adaptive Range Genetic Algorithms (1st

- report), *Trans. of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.67, No.655, (2001), pp.789-796. (in Japanese)
- (8) Hirokawa, N., Optimal Design by using Response Surface Method and the Introduction of Cumulative Function Approximation, *Journal of the Japan Welding Society*, Vol.73, No.3, (2004), pp.5-12. (in Japanese)
- (9) Yamakawa, H., ed., *Handbook of Optimum Design*, (2003), pp.162-170, Asakura Shoten, (in Japanese).
- (10) Jin, R. et. al., Comparative Studies of Metamodelling Techniques under Multiple Modelling Criteria, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.23, (2001), pp.1-13.
- (11) Mullur A.A., Messac, A., Extended Radial Basis Functions: More Flexible and Effective Metamodeling, *10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, (2004), Paper No. AIAA2002-4573.
- (12) Sobester, A., et.al., On the Design of Optimization Strategies Based on Global Response Surface Approximation Models, *Journal of Global Optimization*, Vol. 33, (2005), pp.31-59.
- (13) Haykin, S., *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, Macmillan College Publishing Company, (1994), pp.236-284.
- (14) Nakayama, H. et. al., Simulation-Based Optimization Using Computational Intelligence, *Optimization and Engineering*, Vol. 3, (2002), pp.201-214.
- (15) Orr, M.J.L., <http://anc.ed.ac.uk/rbf/rbf.html>
- (16) Arakawa, M., et.al., Approximate Optimization Using RBF Network and Genetic Range Genetic Algorithm (Proposal of Base Function and Basic Consideration), *Trans. of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.70, No.697, (2004), pp.2674-2681. (in Japanese)
- (17) Deb, K., *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*, (2001), pp.127-132, Wiley.
- (18) Sasena, M.J., et. al., Exploration of metamodelling sampling criteria for constrained global optimization, *Engineering Optimization*, Vol.34, No.3, (2002), pp. 263-278.
- (19) Arora, J.S., *Introduction to Optimum Design*, (1989), McGraw-Hill, New York.
- (20) Coello Coello, C.A., Use of a Self-Adaptive Penalty Approach for Engineering Optimization Problems, *Computers in Industry*, Vol.41, (2000), pp.113-127.
- (21) Ray, T., Saini, P., Engineering Design Optimization Using Swarm with an Intelligent Information Sharing among Individuals, *Engineering Optimization*, Vol.33, (2001), pp.735-748.
- (22) Hu, X. H., et. al., Engineering Optimization with Particle Swarm, *IEEE Swarm Intelligence Symposium*, (2003), pp.53-57.