

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**  
**FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**



PONTIFICIA  
**UNIVERSIDAD**  
**CATÓLICA**  
DEL PERÚ

**DISEÑO ENERGÉTICO DE TURBINA  
DE IMPULSO AUTO-RECTIFICANTE DE 15 W  
PARA ENSAYOS DE LABORATORIO**

Tesis para optar el Título de Ingeniero Mecánico, que presenta el bachiller:

**Aldo Salvatore Venturelli Abram**

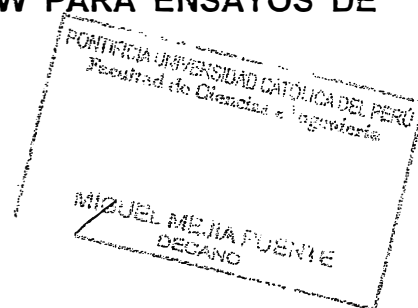
**ASESOR: Dr. Luis Ricardo Chirinos García**

Lima, julio de 2016



TEMA DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO

TÍTULO	DISEÑO ENERGÉTICO DE TURBINA DE IMPULSO AUTO-RECTIFICANTE DE 15 W PARA ENSAYOS DE LABORATORIO
ÁREA	Energía # 375
PROPUESTO POR	Ing. Luis Chirinos
ASESOR	Ing. Luis Chirinos
TESISTA	Aldo Salvatore Venturelli Abram
CÓDIGO	20101848
FECHA	22 de mayo de 2015



**DESCRIPCIÓN Y OBJETIVOS:**

Las turbinas auto-rectificantes son turbinas que mantienen la misma rotación independiente de la dirección del flujo. Estas tienen su principal aplicación como dispositivos para la obtención de energía mecánica en dispositivos para extracción de energía del oleaje, específicamente los de columna de agua oscilante (OWC por sus siglas en inglés), permitiendo aprovechar la energía del flujo de aire bidireccional que es generado por estos dispositivos gracias a la alternancia del oleaje que funciona como un émbolo dentro de una cámara.

Debido a que las turbinas auto-rectificantes son una tecnología relativamente nueva, a diferencia de las turbomáquinas tradicionales no cuentan con recomendaciones ni gráficas para su diseño energético, por lo que es necesario la realización de ensayos para la caracterización del desempeño y comportamiento de estas unidades.

El objetivo del presente trabajo es el diseño energético de una turbina auto-rectificante de impulso de potencia mecánica máxima de 15 W, para un banco de ensayos que trabajará con flujo unidireccional en el Laboratorio de Energía (LabEn) de la PUCP. La propuesta incluirá el diseño energético del estator y el rotor, como también las partes necesarias para la instalación del sistema. Asimismo se presentará la instrumentación necesaria para las mediciones de los ensayos y los planos de la instalación.



TEMA DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO  
DISEÑO ENERGÉTICO DE TURBINA DE IMPULSO AUTO-RECTIFICANTE DE  
15 W PARA ENSAYOS DE LABORATORIO

Introducción

1. Estado del arte - Tecnología
2. Fundamentos teóricos
3. Diseño energético de la turbina
4. Resultados

Conclusiones

Planos

Bibliografía

Anexos

IV

*Máximo: 100 páginas*

---

Ing. Luis Chirinos García  
Asesor

## RESUMEN

En el presente trabajo de tesis se desarrolla el diseño energético de una turbina de impulso auto-rectificante de 15 W para el laboratorio de energía (LABEN) de la PUCP. Esto se hace en base a recomendaciones y datos experimentales de investigaciones previas, primero seleccionando el tipo de turbina a tratar en el trabajo y posteriormente definiendo la geometría tomando la base teórica sobre este tipo de turbomáquinas.

El diseño se basa en teoría bidimensional de turbomáquinas, principalmente la fórmula de Euler, como también en correlaciones experimentales para la estimación de pérdidas a través de la turbina, como las de Soderberg, Ainley y Mathieson, entre otros.

Se utiliza una metodología basada en las correlaciones de pérdidas y la teoría básica de turbinas auto-rectificantes para que con la ayuda de un software computacional (específicamente MathCad) se logre predecir el comportamiento de la turbina. Los resultados analíticos de esta metodología son comparados con datos experimentales de otros autores obteniendo resultados satisfactorios.

Se realiza un cálculo iterativo para seleccionar el diámetro y obtener simultáneamente la potencia deseada. Este cálculo iterativo se realiza al reemplazar diferentes diámetros y aplicar el modelo de MathCad junto con los datos de la instalación del LABEN que se selecciona para el trabajo.

Finalmente, habiendo verificado que la metodología empleada corresponde con la realidad y habiendo definido las dimensiones de la turbina, se procede a realizar el diseño en 3D de esta, como también los cálculos de resistencia para verificar que no falle mecánicamente. Para la turbina del proyecto, se propone la instalación para el LABEN como también los ensayos a realizar, equipos a utilizar y las gráficas a obtener en base a los datos.

## ÍNDICE

Lista de símbolos.....	v
Letras .....	v
Letras griegas.....	vi
Subíndices.....	vi
INTRODUCCIÓN.....	1
a) Objetivo general.....	3
b) Objetivos específicos.....	3
CAPÍTULO 1 ESTADO DEL ARTE – TECNOLOGÍA.....	4
1.1 Tecnologías oceánicas.....	4
1.1.1 Mareomotriz.....	4
1.1.2 Undimotriz/Oleaje.....	5
1.2 Sistemas OWC.....	6
1.2.1 Acople Ola-Aire.....	6
1.2.2 Tipos de turbinas.....	7
1.3 Tecnología de impresoras 3D.....	10
CAPÍTULO 2 BASE TEÓRICA.....	13
2.1 Teoría básica de turbomáquinas.....	13
2.1.1 Estado de estancamiento.....	13
2.1.2 Incompresibilidad.....	14
2.1.3 Radio medio.....	14
2.1.4 Triángulos de velocidad.....	15
2.1.5 Balance de momento del momentum.....	17

2.1.6	Coeficientes adimensionales locales .....	19
2.1.7	Diagrama de Mollier.....	21
2.1.8	Eficiencia .....	22
2.1.9	Coeficientes de pérdida de entalpía.....	23
2.1.10	Coeficientes de pérdida de presión.....	24
2.1.11	Pérdidas de entalpía de estancamiento .....	25
2.2	Correlaciones para estimación de pérdidas en turbinas.....	26
2.2.1	Correlación de Soderberg.....	27
2.2.2	Correlación de Ainley y Mathieson.....	27
2.2.3	Correlación de Kacker y Okapuu .....	28
2.2.4	Correlación de Dunham y Came.....	29
2.2.5	Criterio de Zweifel - solidez óptima .....	30
2.3	Turbinas auto-rectificantes – parámetros básicos .....	30
2.4	Análisis cuasiestático para turbinas bidireccionales.....	32
2.5	Definición de Smith para eficiencia total a total en turbinas de flujo axial.....	33
2.6	Gráficas de diseño.....	35
<b>CAPÍTULO 3 DISEÑO ENERGÉTICO DE LA TURBINA .....</b>		<b>37</b>
3.1	Definición de geometría de la turbina .....	37
3.1.1	Selección de la geometría del rotor .....	37
3.1.2	Selección del perfil del álabe del estator.....	41
3.1.3	Número de álabes del rotor – Criterio de Zweifel .....	45
3.1.4	Número de álabes del estator.....	47
3.2	Grado de reacción .....	49

3.3	Propuesta para módulo de pruebas .....	50
3.4	Estimación de pérdidas en la turbina .....	52
3.4.1	Cálculo de las incidencias en función del coeficiente de flujo .....	52
3.4.2	Cálculo de pérdidas .....	54
3.5	Estimación de propiedades en cada estado.....	56
3.6	Selección del diámetro .....	59
3.7	Estimación de la eficiencia de la turbina .....	62
3.8	Comparación del modelo utilizado con resultados experimentales .....	63
3.9	Diseño del modelo en 3D – Cálculos de resistencia .....	65
3.9.1	Cálculo de resistencia de álabes del rotor .....	68
3.9.2	Cálculo de resistencia de álabes del estator.....	71
3.9.3	Unión eje-cubo .....	73
3.9.4	Verificación del eje.....	76
3.9.5	Selección del generador .....	80
3.9.6	Selección del acoplamiento .....	81
3.9.7	Flexión del módulo.....	81
3.9.8	Ensamble .....	82
CAPÍTULO 4 RESULTADOS.....		85
4.1	Protocolo de pruebas propuesto.....	85
4.1.1	Instrumentación .....	86
4.1.2	Toma de datos.....	87
4.2	Gráficas a realizar.....	89
CONCLUSIONES .....		93

BIBLIOGRAFÍA.....	95
Anexos .....	A
Anexo 1. Termodinámica básica.....	A
Anexo 2. Gráficas de Ainley y Mathieson [17].....	F
Anexo 3. Cálculos – Hoja de cálculo de Mathcad .....	H





## Lista de símbolos

### Letras

b	: altura del álabe	[m]
$C_a$	: coeficiente de potencia	[-]
$C_L$	: coeficiente de sustentación	[-]
$C_t$	: coeficiente de torque	[-]
$f_L$	: factor de pérdidas de Smith	[-]
h	: entalpía específica	[kJ/kg]
i	: ángulo de incidencia entre la velocidad relativa y el ángulo del rotor al ingreso	[°]
k	: coeficiente de gas ideal	[-]
$k_t$	: constante de calibración de la tobera	[-]
L	: longitud de la cuerda del álabe	[m]
M	: número de Mach	[-]
P	: potencia	[W]
Q	: caudal	[m <sup>3</sup> /s]
R	: grado de reacción	[-]
Re	: número de Reynolds	[-]
$r_R$	: radio medio del rotor	[m]
S	: espaciamiento entre álabes	[m]
T	: torque	[Nm]
U	: velocidad del álabe (circunferencial)	[m/s]
V	: velocidad absoluta del flujo	[m/s]
W	: velocidad relativa del flujo	[m/s]
w	: potencia específica	[ m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
Y	: coeficiente de pérdidas de presión	[-]
$Y_k$	: pérdidas en la luz del rotor según Dunham y Came	[-]
$Y_{pa}$	: pérdidas de presión para ingreso axial según Ainley y Mathieson	[-]
$Y_{pe}$	: pérdidas de presión para perfil equiaxial según Ainley y Mathieson	[-]
$Y_s$	: pérdidas secundarias según Dunham y Came	[-]
Z	: número de álabes	[-]

### Letras griegas

$\alpha$	: ángulo de la velocidad absoluta del flujo	[°]
$\beta$	: ángulo de la velocidad relativa del flujo	[°]
$\gamma$	: ángulo del álabe al ingreso y salida del rotor	[°]
$\Delta P$	: caída de presión total en la turbina	[Pa]
$\zeta$	: coeficiente de pérdidas de entalpia	[-]
$\eta$	: eficiencia	[-]
$\rho$	: densidad del aire	[m <sup>3</sup> /kg]
$\sigma$	: solidez	[-]
$\phi$	: coeficiente de flujo	[-]
$\psi$	: coeficiente de carga	[-]
$\omega$	: velocidad angular	[rad/s]

### Subíndices

1	: antes del primer estator
2	: antes del rotor
3	: después del rotor
4	: a la salida del segundo estator
a	: axial
opt	: óptimo según Zweifel
p ó L	: pérdidas
R ó r	: rotor
s ó g	: estator
S1	: primer estator
S2	: segundo estator
t	: tobera

## INTRODUCCIÓN

El aprovechamiento de la energía desde épocas antiguas ha sido un factor importante en el desarrollo de la humanidad, desde el momento en que el hombre controló el fuego hemos desarrollado tecnologías que nos han llevado hasta las locomotoras, motores de combustión interna o centrales nucleares. Actualmente, la energía en sus diversas formas es aprovechada día a día para múltiples funciones como: transporte, iluminación, acondicionamiento de ambientes (comodidad), preparación de alimentos, actividades industriales, entre otros. De las diversas formas de energía, una de las principales en el desarrollo de nuestra sociedad es la energía eléctrica—siendo la otra los hidrocarburos en su estado sólido, líquido o gaseoso—de la cual prácticamente somos dependientes en la actualidad. [1]

La principal forma de generación de energía eléctrica es a partir de la conversión de energía mecánica rotacional (potencia mecánica al eje), utilizando generadores eléctricos. Esta energía mecánica rotacional, se obtiene mayormente de turbinas que por lo general operan en centrales térmicas o hidroeléctricas.

En Perú, según estadísticas del MINEM, tan solo desde el año 1995 al año 2014, el consumo anual de energía eléctrica pasó de 16880 GW-h a 45487 GW-h. Esto es un incremento de aproximadamente 170% en un período de solo 19 años. Además, el porcentaje de potencia instalada para generación eléctrica proveniente de centrales térmicas ha ido aumentando (1995: 56% hidráulica y 44% térmica, 2014: 32% hidráulica y 66% térmica), mientras que la potencia instalada total ha incrementado de 4462 MW a 11341 MW. [2]

El principal problema de estas centrales es la producción de CO<sub>2</sub> y otros gases de efecto invernadero provenientes de la combustión de combustibles fósiles—principal

fuentes de energía para las centrales térmicas—los cuales ayudan al calentamiento global y producen contaminación atmosférica. [3]

A pesar de que hay centrales térmicas que funcionan con biodiesel u otras fuentes renovables, el problema de la contaminación ambiental prevalece. Por esta razón, existe un auge en el desarrollo y estudio de energías alternativas y renovables, que puedan ayudar a disminuir la huella que dejamos sobre el planeta. Entre las fuentes renovables más usadas están las siguientes: geotérmica, hidroeléctrica, eólica y solar. En Perú es muy utilizada la hidroeléctrica debido al alto potencial energético de los ríos del país.

Una alternativa posible, pero no muy desarrollada ni aprovechada, es la energía proveniente de los océanos. Perú cuenta con alrededor de 3000 km de litoral costero, y una franja marítima de 370 km. Este dominio marítimo del país representa un potencial energético que no está siendo aprovechado en la actualidad, pero podría ser explotado.

Dentro de las energías provenientes de los océanos, una con alto potencial y viabilidad en Perú es la energía del oleaje, la cual se puede aprovechar utilizando dispositivos como los de columna de agua oscilante (OWC, por sus siglas en inglés). Estos dispositivos aprovechan el movimiento del agua en dirección vertical dentro de una estructura, para generar un flujo de aire alternante (también llamado bidireccional) que pasa a través de una turbina. El hecho de tener un flujo alternante hace necesaria la aplicación de tecnologías que rectifiquen el flujo, ya sean válvulas, arreglos de turbinas en paralelo o turbinas auto-rectificantes para poder aprovechar esta energía neumática.

Las turbinas auto-rectificantes son turbinas que mantienen la misma rotación independiente de la dirección del flujo, teniendo su principal aplicación en los dispositivos OWC previamente mencionados, permitiendo aprovechar la energía del flujo bidireccional generado por estos dispositivos.

Debido al poco desarrollo que han tenido este tipo de turbinas (comparado con otras turbomáquinas) existe poca información que ayude en el diseño de estas para determinada aplicación. Por esta razón es necesario la realización de ensayos para la caracterización del desempeño y comportamiento de estas unidades. En el presente trabajo se llevará a cabo el diseño energético de una turbina auto-

rectificante de impulso para un banco de ensayos en el Laboratorio de Energía (LABEN) de la PUCP, específicamente una de potencia mecánica máxima de 15 W.

#### **a) Objetivo general**

Diseñar el sistema energético de una turbina auto-rectificante de impulso, de potencia máxima de 15 W para ensayos de laboratorio. Además se propondrá una instalación para posibles pruebas experimentales, que se podrían realizar en el Laboratorio de Energía (LabEn) de la PUCP a la turbina del trabajo.

#### **b) Objetivos específicos**

- Seleccionar los parámetros geométricos de la familia de turbinas auto-rectificantes a utilizar en el trabajo.
- Seleccionar la(s) correlación(es) a utilizar para la estimación de los coeficientes de pérdidas en la turbina.
- Aplicar el método analítico a la turbina, obteniendo resultados de su comportamiento a diferentes regímenes de trabajo.
- Seleccionar el diámetro a utilizar para el trabajo, en base a la potencia deseada, utilizando diseño bidimensional de turbinas.
- Comparar los resultados de la metodología utilizada con resultados experimentales de otros autores, verificando que el modelo utilizado resulte en predicciones cercanas a la realidad.
- Verificar por resistencia, utilizando los resultados analíticos para conocer las fuerzas sobre la turbina y sus solicitaciones, para disminuir el uso de material que se utilizará para su fabricación.
- Dibujar el modelo 3D de la turbina (rotor y estator) con ayuda de software CAD (para su posible fabricación en una impresora 3D), como también las partes necesarias para la instalación del sistema en el LABEN.
- Proponer el protocolo de ensayos de la turbina.
- Presentación de resultados del trabajo.

## CAPÍTULO 1

### ESTADO DEL ARTE – TECNOLOGÍA

#### 1.1 Tecnologías oceánicas

El sistema OWC - principal aplicación de la turbina del presente trabajo - se incluye dentro de un grupo de tecnologías conocidas como tecnologías oceánicas, las cuales aprovechan las fuentes de energía provenientes del mar. Estas tecnologías incluyen el aprovechamiento de los siguientes recursos [4]:

- Mareas o mareomotriz (en inglés Tidal Energy)
- Corrientes marinas (en inglés Marine Current Power)
- Oleaje o undimotriz (en inglés Wave Energy)
- Ósmosis o gradiente salina
- Térmica oceánica (en inglés Ocean Thermal Energy)

A continuación se muestra un resumen de las dos principales tecnologías mencionadas, mareomotriz y undimotriz.

##### 1.1.1 Mareomotriz

Esta tecnología aprovecha el movimiento cíclico de las mareas, es decir el cambio en el nivel promedio del agua en cierto lugar del océano. El nivel del agua oscila entre un nivel superior (marea alta) y uno inferior (marea baja) un promedio de dos veces al día (variando de acuerdo al lugar). Dependiendo del lugar y de la fecha, la amplitud entre las mareas altas y bajas puede variar, teniendo casos como el de la Bahía de Fundy que alcanza un máximo de 16 m siendo esta la amplitud record a nivel global. Uno de los beneficios de esta tecnología es que se puede predecir con bastante anticipación los momentos en los que se va a poder explotar este recurso, ya que la marea es determinada casi enteramente por las fuerzas gravitatorias del sol y la luna, y la geografía [4]. Una desventaja de esta tecnología es que existen

momentos y épocas en los que no se puede utilizar debido a la ausencia de diferencias de alturas que permitirían generar potencia, como lo es los días en los que la amplitud es pequeña, o las horas del día que la marea está en su máximo o mínimo. La variación en la amplitud de las mareas en los distintos lugares hace que esta tecnología sea una opción localizada, existiendo alrededor de 28 lugares—en los que no se incluye ninguna zona costera perteneciente a Perú—donde sería posible explotar esta energía [5].

### 1.1.2 Undimotriz/Oleaje

Según Drew *et al* [6], existen beneficios notables al utilizar la energía del oleaje frente a otras fuentes renovables. Para comparar las densidades de energía, la intensidad energética solar promedio es de 0.1-0.3 kW/m<sup>2</sup> (área horizontal), lo cual se convierte en oleaje de intensidad promedio de 2-3 kW/m<sup>2</sup> (área vertical) en mar adentro. Además, a comparación de los dispositivos que aprovechan la energía solar y eólica capaces de producir energía alrededor del 20-30% del tiempo, los dispositivos que utilizan la energía del oleaje pueden funcionar hasta en un 90% del tiempo. En Perú, se calcula que se podría aprovechar un promedio de 25 kW por metro lineal de costa, e incluso de trabajar mar adentro se puede llegar a potencias promedio de 70 kW/m lo cual muestra su atractivo como potencial fuente de energía en el país [7].

Entre estas, una opción que ya ha sido probada pero aún falta desarrollar, es la de columnas de agua oscilantes, conocida como OWC (por sus siglas en inglés Oscillating Water Column), la cual aprovecha la energía proveniente del oleaje. Estas pueden ser de dos formas, instaladas en la orilla del mar o instaladas en boyas. Ambas producen un flujo de agua dentro de una cámara vertical, de forma que el agua oscila en esta dirección de manera periódica con el movimiento de las olas. El movimiento en dirección vertical del agua actúa como un émbolo, de forma que a la subida del agua, se presuriza la cámara de aire y luego al bajar el agua, la cámara se despresuriza. Este cambio de presiones alternante permite el flujo de aire hacia adentro y hacia fuera de la cámara, el cual es utilizado para mover una turbina y obtener potencia al eje.

## 1.2 Sistemas OWC

Los sistemas OWC, como ya se mencionó previamente, permiten extraer energía proveniente del oleaje, a continuación se muestran sus dos principales componentes: el acople ola-aire (ver Figura 1.1), que corresponde a la estructura que permite convertir el movimiento de las olas en una columna de agua oscilante y posteriormente en un flujo aire alternante; y el acople del aire al sistema de conversión de energía, es decir la turbina.

### 1.2.1 Acople Ola-Aire

El hecho de aprovechar energía del oleaje a través del aire, reduce los problemas de corrosión y erosión debido al flujo de agua de mar en las turbinas, ya que estas no están en contacto directo, lo que se traduce en un menor mantenimiento y mayor vida útil de la instalación, teniendo las piezas en movimiento fuera del agua [8].<sup>1</sup> Sin embargo, la tecnología presenta el reto de aprovechar un flujo de aire bidireccional, ya sea por medio de turbinas que trabajen con la misma rotación independiente del sentido del flujo (conocidas como auto-rectificantes), o con válvulas de tipo check que rectifiquen el flujo para permitir el uso de turbinas unidireccionales.

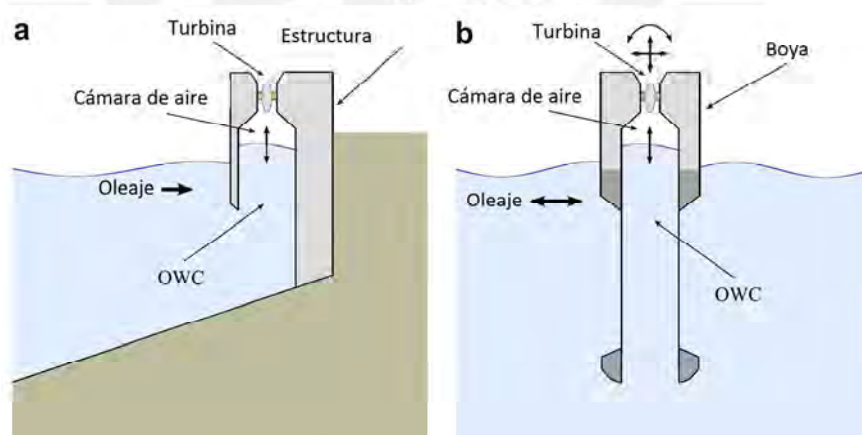


Figura 1.1 – Esquema de funcionamiento del sistema OWC. a) Instalado en la orilla. b) Instalado en alta mar. Adaptado de [9]

<sup>1</sup> Existe evaporación del agua de mar que llega a estar en contacto con la turbina, pero su efecto es notablemente menor que el efecto directo del agua de mar, que a la vez trae arena y otras partículas que causan erosión.



### 1.2.2 Tipos de turbinas

El uso de válvulas check presenta problemas, ya que estas usualmente son complicadas y difíciles de mantener, y también debido al gran tamaño necesario en instalaciones de gran escala. Por estas razones se centra el presente trabajo alrededor de las tecnologías de turbinas auto-rectificantes, las cuales se presentan a continuación (los nombres en paréntesis son por sus siglas en inglés) [10]:

- Turbina Wells con álabes guía (WTGV).
- Turbina Wells con control pasivo de dirección de álabes / álabes auto-direccionables (TSCB).
- Turbina Wells biplano con álabes guía (BWGV).
- Turbina de impulso con álabes guía auto-direccionables (ISGV).
- Turbina de impulso con álabes guía fijos (IFGV).

Según un estudio hecho por Takao y Setoguchi [10], las eficiencias de las turbinas mencionadas previamente fueron las mostradas en la Figura 1.2:

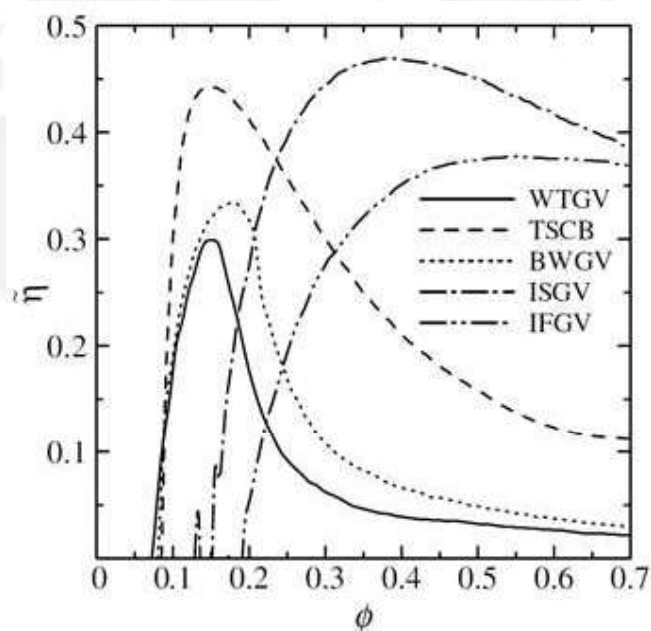


Figura 1.2 - Eficiencia promedio  $\bar{\eta}$  de las diferentes turbinas en función del coeficiente de flujo  $\phi$  [10]

También, el coeficiente de torque se muestra en la Figura 1.3:

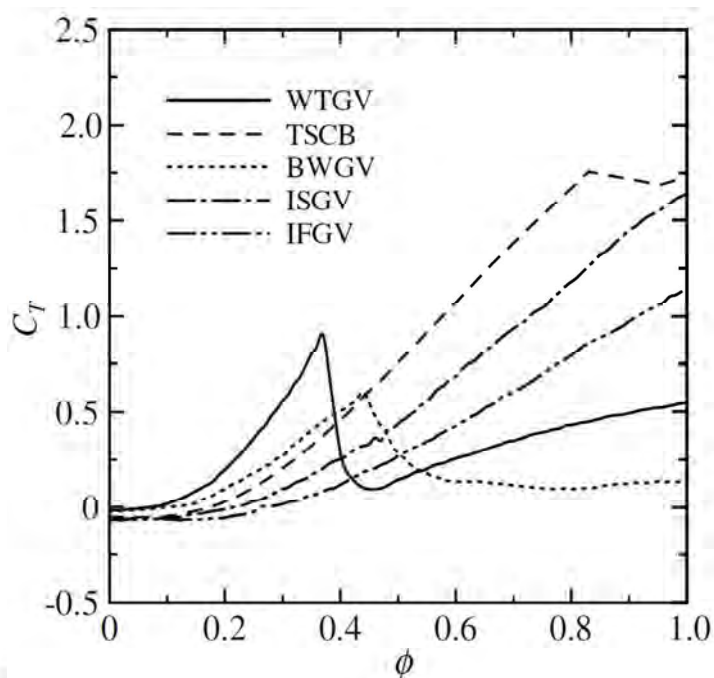


Figura 1.3 - Coeficiente de torque  $C_T$  de las diferentes turbinas en función del coeficiente de flujo  $\phi$  [11, p. 2389]

El parámetro adimensional coeficiente de flujo ( $\phi$ ) se utiliza para caracterizar el flujo en turbinas de flujo axial, siendo este la relación entre la velocidad axial del aire y la velocidad tangencial de los álabes. Se puede observar de la Figura 1.2 que las turbinas que tienen mayor eficiencia son la turbina Wells con álabes auto-direccionables (TSCB) y la turbina de impulso con álabes guía auto-direccionables (ISGV). Esto es debido a la forma en que se acomodan los álabes al alternar el flujo, disminuyendo las pérdidas a la salida del flujo de la turbina, sin embargo estas turbinas presentan una mayor dificultad constructiva y de diseño al contar con álabes guías rotativos. De la misma figura observamos que la turbina de impulso con álabes guía fijos (IFGV), presenta un buen comportamiento de la eficiencia, siendo de entre las turbinas sin álabes auto-direccionables la de mayor eficiencia. Se puede ver también que las turbinas de impulso a diferencia de las turbinas Wells, presentan un menor descenso de la eficiencia al aumentar el coeficiente de flujo, abarcando un mayor rango funcional.

El coeficiente de torque, es otro parámetro adimensional que permite comparar el desempeño de distintas turbinas de manera adimensional, específicamente el torque producido con relación a las velocidades de la turbina. De la Figura 1.3 se observa que las turbinas del tipo Wells, tienen una caída abrupta del coeficiente de torque – condición conocida como pérdida - al aumentar el coeficiente de flujo, esto es debido a que el álabe con perfil aerodinámico simétrico entra en pérdida en estas

condiciones, produciendo un menor torque o incluso pudiendo llegar a ser nulo o negativo. A diferencia de las turbinas Wells, las turbinas de impulso presentan un aumento del coeficiente de torque al aumentar el coeficiente de flujo de manera consistente, por lo que resulta más atractivo seleccionarlas para un dispositivo de OWC. [11]

Por la buena eficiencia, mayor rango funcional y mejor comportamiento del torque con respecto al coeficiente de flujo (beneficios previamente mencionados), el presente proyecto de tesis se centrará en las turbinas de impulso auto-rectificantes, y por la simplicidad de diseño y cálculos, específicamente en aquellas que utilizan álabes guía fijos, mencionadas previamente como IFGV. A continuación se muestra en la Figura 1.4 la disposición de este tipo de turbinas:

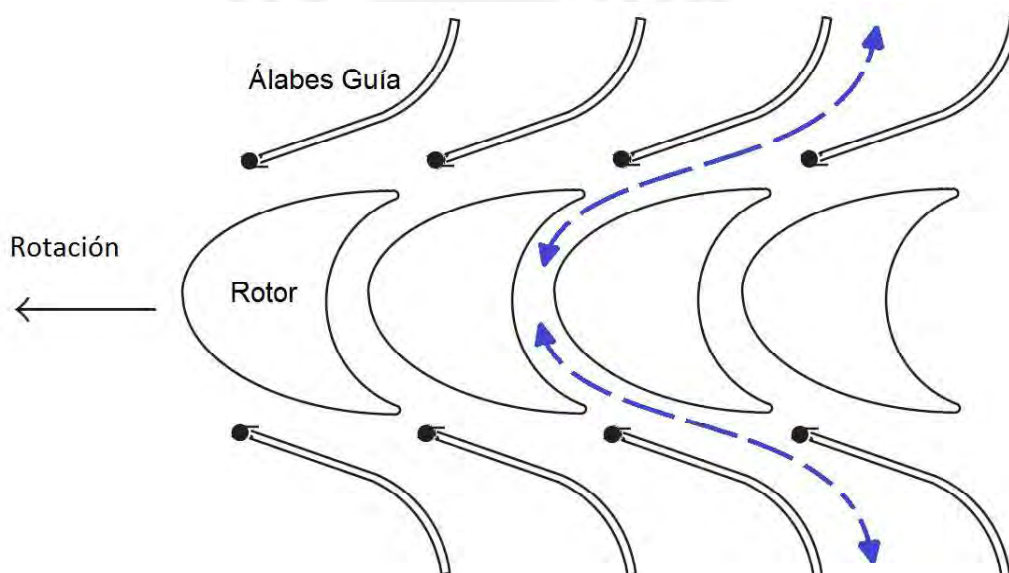


Figura 1.4 - Esquema de funcionamiento de la turbina de impulso con álabes guía fijos (IFGV). Modificado de [10].

Como se observa en la Figura 1.4, los álabes guía dirigen el flujo hacia los álabes del rotor, en el cual se genera la extracción de energía debido al cambio de dirección de la velocidad absoluta del flujo. Sin embargo, a la salida generan una restricción al flujo, ocasionando pérdidas y disminuyendo la eficiencia. En el caso de la turbina ISGV de álabes auto-direccionables estos pivotean sobre un eje, lo que permite que dependiendo del sentido del flujo, estos tomen dos posiciones diferentes, al ingreso cambiando la dirección del flujo para mejorar la eficiencia, y a la salida restringiendo al mínimo el flujo. El problema que presenta este diseño, son las piezas giratorias en los álabes guía, que requieren mantenimiento y lubricación.

### 1.3 Tecnología de impresoras 3D

La impresión 3D es una tecnología de manufactura aditiva, es decir que va agregando material al sólido hasta obtener la forma deseada. Esto se diferencia de la manufactura tradicional en la que usualmente se va retirando material hasta obtener las medidas deseadas (como en el torneado, fresado, entre otros). La impresión 3D más común es la de plásticos, pero en la actualidad existen equipos para diversos materiales, incluyendo cerámicos.

En el caso de los plásticos, la tecnología más común y con la que se cuenta en la PUCP, es la de modelado por deposición fundida (FDM por sus siglas en inglés). En esta técnica se deposita material capa por capa en la forma de filamento de plástico, el cual es extruido y calentado previo a ser depositado (ver Figura 1.5). Debido a que el material es depositado capa por capa (siendo cada capa en un plano horizontal), se debe considerar a la hora del diseño el orden en el cual se fabricará el sólido para evitar piezas o formas que requieran material de apoyo extra, o que puedan llegar a ser imposibles de fabricar geoméricamente. El ángulo de autosoporte máximo corresponde al máximo ángulo con la vertical que pueden tener las piezas sin necesitar material extra para el soporte.

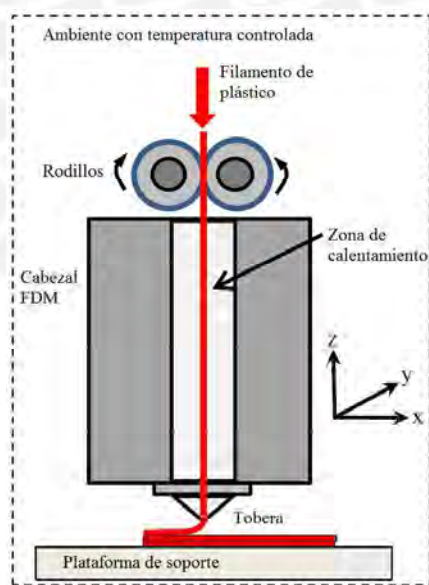


Figura 1.5 – Esquema del funcionamiento del método FDM para impresión de plásticos. [12]

Debido a que se deposita el material en forma de filamentos, el sólido obtenido no tendrá propiedades isotrópicas, teniendo variación de las propiedades dependiendo del sentido de la sollicitación con respecto al sentido de los filamentos. La Figura 1.6 muestra claramente dos formas en las que podría fallar un sólido obtenido por este

método de fabricación, en la imagen de la izquierda la falla (en el eje Z) se debe a que se supera el límite de adhesión entre los filamentos paralelos, mientras que la falla en la imagen de la derecha (ejes X e Y) la falla se debe a superar el límite de esfuerzo a la tracción del material de los filamentos.



Figura 1.6 – Esquema de la ruptura perpendicular al eje y paralelo al eje de los filamentos. [12]

En la PUCP se cuenta con la impresora Fortus 400mc, de la marca Stratasys, equipo de modelado por deposición fundida (FDM por sus siglas en inglés) que permite impresiones de hasta 355x355x300 (en milímetros). Este tipo de impresoras, permite pasar rápidamente de una etapa de diseño con software CAD a la fabricación de modelos funcionales en plástico. Los materiales que pueden ser utilizados con la impresora de la PUCP son ABS<sup>2</sup>, ULTEM y policarbonato. Para la turbina del presente trabajo se propone utilizar la impresora de la PUCP con el material ABS, debido a su alta resistencia y disponibilidad. El ABS es ampliamente usado para la impresión de modelos y prototipos de partes, las piezas fabricadas son totalmente funcionales.

Tabla 1.1 – Datos de la impresora Fortus mc400

Dato	Valor
Tolerancias	+/- .127 mm ó +/- .0015 mm/mm
Dimensiones	355x355x355 mm
Ángulo máximo de autoapoye	45°

Como se mencionó antes, consecuencia del método de fabricación por FDM, las propiedades del sólido serán anisotrópicas, dependiendo del sentido de los filamentos de plástico. Por esta razón se mide las propiedades del material en los

<sup>2</sup> ABS por sus siglas en inglés de acrilonitrilo butadieno estireno, un tipo de termoplástico.

diferentes sentidos de fabricación (ver Figura 1.7). Para el ABS los resultados se muestran en la Tabla 1.2.

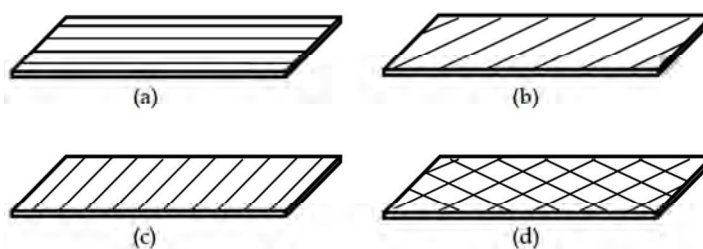


Figura 1.7 – Esquema de las direcciones de los filamentos para pruebas de tracción.

Tabla 1.2 – Propiedades del ABS en diferentes direcciones de fabricación por método FDM:

Dirección		Esfuerzo de fluencia ( $\sigma_f$ ) [MPa]	Esfuerzo último ( $\sigma_b$ ) [MPa]
Longitudinal (a)	0°	25.51	25.72
Diagonal (b)	45°	15.68	16.22
Transversal (c)	90°	14.35	14.56
Cruzado (d)	+45°/ -45°	18.9	19.36

## CAPÍTULO 2

### BASE TEÓRICA

#### 2.1 Teoría básica de turbomáquinas

Las turbinas auto-rectificantes axiales se basan en los mismos principios que se aplican al estudiar turbinas de flujo unidireccional, siendo el principal concepto la fórmula de Euler de turbomáquinas para el caso de turbinas axiales. El concepto de radio medio también se utilizará, siendo este utilizado de manera general en turbinas axiales. La mayor diferencia entre las turbinas auto-rectificantes y las turbomáquinas clásicas es la presencia del estator a la salida, que se podría considerar un mal necesario. Este está presente debido a la simetría necesaria para que la turbina funcione de igual manera independiente del sentido del flujo. En el presente trabajo se analizará la turbina tomando el primer estator más el rotor (de igual manera que una turbina unidireccional), más una restricción añadida debido al estator a la salida que aumentará significativamente las pérdidas.

##### 2.1.1 Estado de estancamiento

Se introduce el concepto de estado de estancamiento, que corresponde al estado que llegaría el fluido de ser desacelerado hasta velocidad cero de manera isentrópica. Es importante mencionar que el estado de estancamiento no corresponde a ningún estado real del fluido, sino a un estado hipotético que permite cuantificar la energía contenida por el flujo en cierto estado.

Una propiedad de estancamiento importante para el análisis de turbomáquinas es la entalpía de estancamiento:

Entalpía de estancamiento:

$$h_0 = u + pv + \frac{1}{2}V^2 = h + \frac{1}{2}V^2 \quad [kJ/kg] \quad \{2.1\}$$

De la misma manera en que se obtiene la entalpía de estancamiento ( $h_o$ ) se pueden obtener otras propiedades como la temperatura, densidad o presión en este estado. Son de importancia la presión y temperatura de estancamiento:

Presión de estancamiento:

$$p_o = p + \frac{1}{2}\rho V^2 \quad [kPa] \quad \{2.2\}$$

Temperatura de estancamiento:

$$T_o = T + \frac{1}{2}\frac{V^2}{C_p} \quad [K] \quad \{2.3\}$$

### 2.1.2 Incompresibilidad

Por definición, un fluido estrictamente incompresible debe mantener su volumen específico al variar la presión. Si bien ningún gas es incompresible—ya que inevitablemente al variar la presión variará su volumen específico—se toman ciertas consideraciones para poder asumir un flujo como incompresible. La consideración más importante es la siguiente:

$$M < 0.3 \quad [-] \quad \{2.4\}$$

Donde  $M [-]$  representa el Número de Mach, el cual se define como la proporción entre la velocidad del flujo y la velocidad del sonido en el fluido:

Velocidad del sonido (para un gas ideal):

$$C = \sqrt{kRT} \quad [m/s] \quad \{2.5\}$$

Número de Mach:

$$M = \frac{V}{C} \quad [-] \quad \{2.6\}$$

La velocidad del sonido representa la velocidad de propagación de ondas de baja presión en el fluido. La ecuación {2.4} nos indica que a bajos números de Mach, equivalente a bajas velocidades, el flujo a través de la turbina puede ser considerado como incompresible. Para la turbina del trabajo, se deberá asegurar que cumpla en no superar el máximo número de Mach para poder considerar el flujo incompresible.

### 2.1.3 Radio medio

Es ampliamente aceptado en el análisis de turbomáquinas axiales, que el análisis de velocidades a través de los álabes del rotor y estator puede asemejarse al flujo a



través de un único radio representativo de los álabes, esto es conocido como análisis bidimensional. Usualmente se utiliza como radio representativo el valor RMS del radio del álabe como valor para el radio medio [13], sin embargo en algunos casos es también aceptable el uso de la media aritmética.

Radio medio, valor RMS:

$$r_{R-RMS} = \sqrt{\frac{r_t^2 + r_h^2}{2}} \quad [m] \quad \{2.7\}$$

Radio medio, media aritmética:

$$r_R = \frac{r_t + r_h}{2} \quad [m] \quad \{2.8\}$$

Donde:

- $r_R [m]$  : radio medio
- $r_h [m]$  : radio del cubo
- $r_t [m]$  : radio de la turbina

El valor del radio medio RMS representa también el valor del radio para el cual existe un área de igual magnitud tanto entre el radio medio y el radio del cubo como entre el radio medio y el radio de la turbina.

Para valores bajos de la altura del álabe comparado con el diámetro de la turbina (o visto de otra forma para valores altos de la relación entre el diámetro del cubo y diámetro de la turbina ( $v = r_h/r_t$ ), los resultados de ambos análisis serán muy similares. Por esta razón en nuestra turbina se utilizará el valor de la media aritmética.

#### 2.1.4 Triángulos de velocidad

Considerando el radio medio ya presentado como el radio representativo que permitirá el análisis de la turbina, se puede observar que tanto a la entrada como a la salida se pueden dibujar los vectores velocidad (absoluta  $V$ , relativa  $W$  y de arrastre  $U$ ). Se define la velocidad absoluta como la suma vectorial de la velocidad relativa respecto al rotor y la de arrastre:

Velocidad absoluta:

$$V_i = W_i + U \quad [m/s] \quad \{2.9\}$$

Los valores de la velocidad variarán para las distintas alturas del álabe de la turbina (tanto para el rotor como para el estator), sin embargo se tomará el radio medio como el radio representativo.

En la Figura 2.1 se muestran triángulos de velocidad para una etapa de una turbina axial.

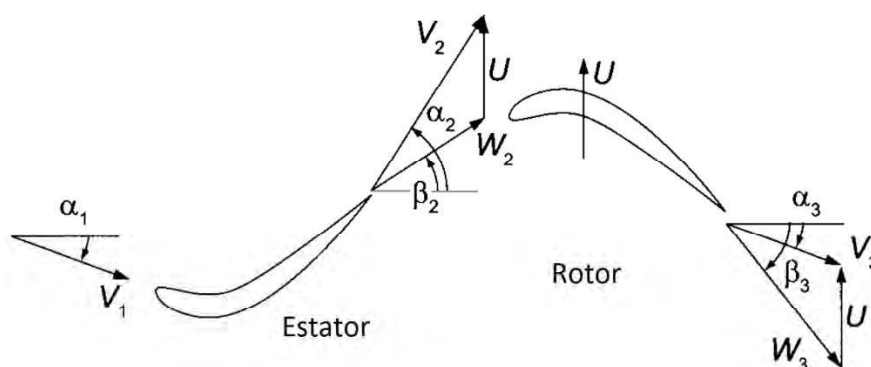


Figura 2.1 – Diagramas de velocidades para una etapa de turbina de flujo axial. Adaptado de [14].

Como se observa en la Figura 2.1, las sumas vectoriales en la entrada (2) y salida (3) del rotor muestran triángulos, los cuales permiten relacionar geoméricamente las magnitudes de estos. Si se considera la velocidad axial constante, los diagramas se pueden mostrar de manera combinada como se muestra en la Figura 2.2:

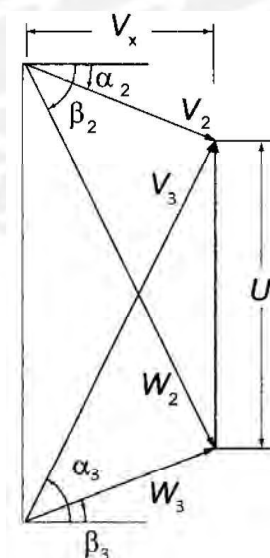


Figura 2.2 - Triángulo de velocidades combinado. Adaptado de [14].

### 2.1.5 Balance de momento del momentum

El principio de impulso de Newton indica lo siguiente:

Torque, principio de impulso de Newton:

$$T = \frac{d}{dt}(m(\bar{r} \times \Delta\bar{V})) \quad [Nm] \quad \{2.10\}$$

Aplicando el principio de impulso de Newton (ecuación{2.10}) en el radio medio del rotor, y sabiendo que el torque que nos importa únicamente es en la dirección del eje de la turbina, se obtiene lo siguiente:

Torque, principio de impulso de Newton:

$$T = \frac{d}{dt}(mr_R \Delta V_\theta) \quad [Nm] \quad \{2.11\}$$

Torque, fórmula de Euler para turbina de flujo axial:

$$T = \dot{m}r_R(V_{\theta 2} + V_{\theta 3}) \quad [Nm] \quad \{2.12\}$$

La ecuación {2.12} se obtiene de la {2.11} considerando únicamente el cambio de velocidad tangente a la circunferencia del radio medio, o en otras palabras la fuerza que produce el torque debido al brazo de palanca del radio medio ( $r_R$ ), se debe únicamente al impulso del cambio de velocidad en el eje tangencial. El signo positivo se debe a que los ángulos positivos en (2) y (3) se toman en giros opuestos uno de otro. Conociendo el torque podemos conocer la potencia:

Potencia, fórmula de Euler para turbina de flujo axial:

$$P = \dot{m}U_R(V_{\theta 2} + V_{\theta 3}) \quad [W] \quad \{2.13\}$$

O utilizando la definición de potencia específica:

Potencia específica:

$$w = U_R(V_{\theta 2} + V_{\theta 3}) \quad [J/kg] \quad \{2.14\}$$

De la definición de trabajo específico (ver ecuación {4.4} en el Anexo 1) y la ecuación {2.14}, entre la entrada (2) y salida (3) del rotor se obtiene:

Potencia específica:

$$w = h_{03} - h_{02} = U_R(V_{\theta 2} + V_{\theta 3}) \quad [J/kg] \quad \{2.15\}$$

Es importante recordar que en las turbinas de impulso, la caída de presión estática ocurre -idealmente- únicamente a través de los álabes del estator, donde el flujo a través de los álabes fijos genera una disminución de la energía de presión estática y un incremento de la velocidad. Esto ocurre ya que se mantiene constante la velocidad axial (se considera el flujo como incompresible) y cambiando el ángulo del flujo, generando rotación y el respectivo aumento de la velocidad absoluta de éste.

A continuación, en la Figura 2.3, se muestra un esquema de los álabes con las correspondientes velocidades tanto al ingreso de la turbina (1), ingreso (2) y salida (3) del rotor y salida de la turbina (4):

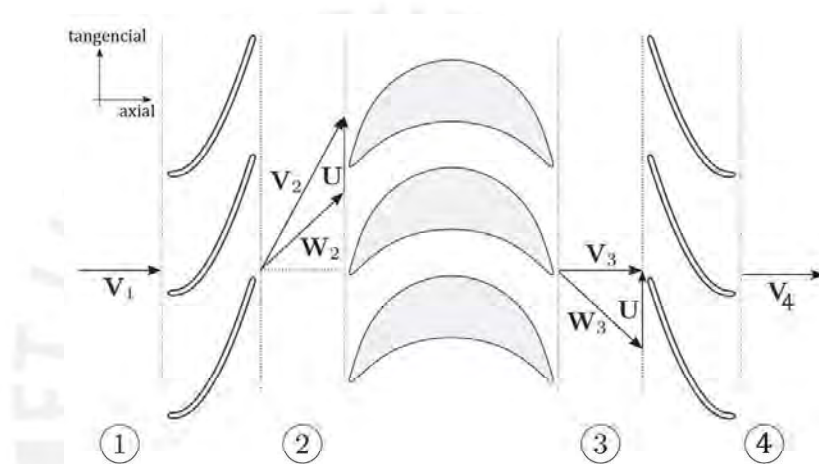


Figura 2.3 – Esquema de los álabes y velocidades de la turbina del trabajo. Adaptado de [9]

Donde:

- $V_1$  [m/s] : velocidad absoluta del flujo al ingreso a la turbina
- $V_2$  [m/s] : velocidad absoluta del flujo al ingreso al rotor
- $W_2$  [m/s] : velocidad relativa del flujo, ingreso al rotor
- $V_3$  [m/s] : velocidad absoluta del flujo a la salida del rotor
- $W_3$  [m/s] : velocidad relativa del flujo, salida del rotor
- $V_4$  [m/s] : velocidad absoluta del flujo a la salida de la turbina

Conociendo el esquema de la Figura 2.3, se hace más natural el siguiente esquema de la Figura 2.4 donde se muestran los álabes y los ángulos de las velocidades.

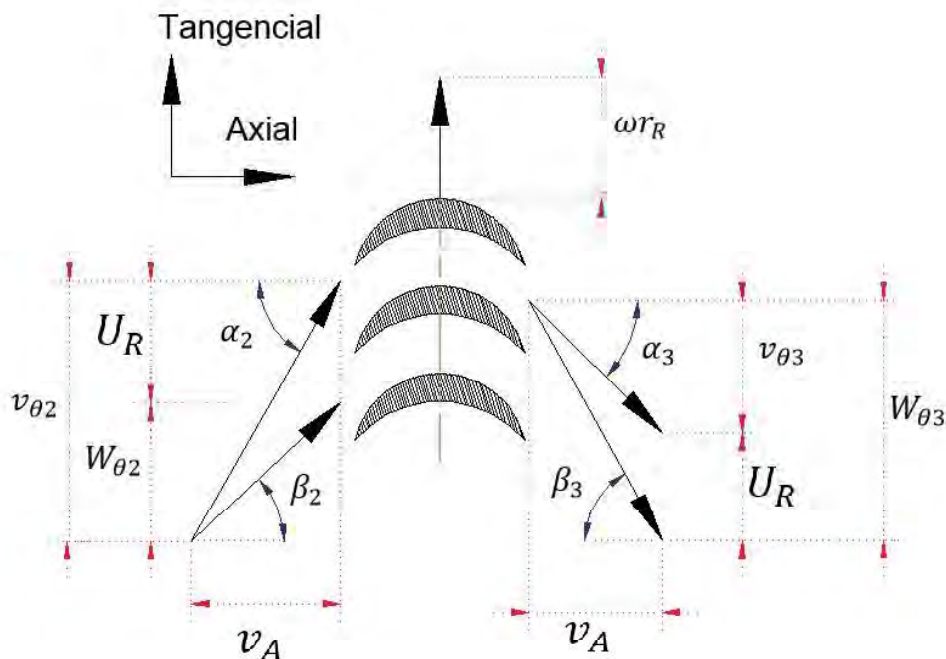


Figura 2.4 – Esquema de los álabes, velocidades y ángulos antes y después del rotor.

### 2.1.6 Coeficientes adimensionales locales

Si bien en el análisis dimensional se utilizan usualmente coeficientes adimensionales globales, para el análisis de la turbina del presente trabajo se utilizarán principalmente coeficientes locales. La diferencia entre estos dos es que los globales tratan a la turbomáquina como una caja negra, utilizando parámetros de su funcionamiento global y no permiten comparar lo que realmente sucede con el flujo en el interior de esta. Por esa razón existen coeficientes locales que permiten caracterizar el flujo en el interior de la turbomáquina, siendo usualmente aplicados en el radio medio del álabe, a pesar de ser diferentes en cada punto de este.

Los principales coeficientes adimensionales locales que se utilizan para turbinas de flujo axial, y que se utilizarán en el presente trabajo son: el coeficiente de flujo, el coeficiente de carga del rotor y el grado de reacción de la turbina.

El coeficiente de flujo se define como:

Coeficiente de flujo:

$$\phi = \frac{V_a}{U} = \frac{V_a}{\omega R} \quad [-] \quad \{2.16\}$$

Coeficiente de carga del rotor:

$$\psi = \frac{w}{U^2} = \frac{\Delta h_{03-2}}{U^2} = \frac{V_{\theta 2} + V_{\theta 3}}{U} \quad [-] \quad \{2.17\}$$

$$\psi = \phi(\tan(\alpha_2) + \tan(\alpha_3)) = \phi(\tan(\alpha_2) + \tan(\beta_3) + 1) \quad [-]$$

Grado de reacción:

$$R = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3} \quad [-] \quad \{2.18\}$$

El valor de R representa la caída de entalpía estática que existe en el rotor ( $h_2 - h_3$ ), comparada con la caída que existe en toda la turbina ( $h_1 - h_3$ ).

Estos tres coeficientes adimensionales son los parámetros clave en el diseño de los triángulos de las turbinas axiales [15]. Utilizando estos coeficientes ( $\phi$  y  $\psi$ ), se puede obtener triángulos de velocidades adimensionales al dividir entre  $U$ , visto en la Figura 2.5:

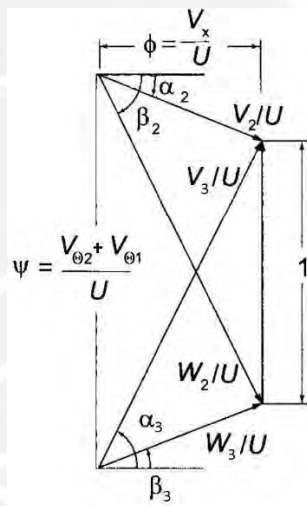


Figura 2.5 – Triángulos de velocidades adimensionales combinados para una etapa de turbina axial. Adaptado de [14]

Se verá más adelante con mayor detalle que si bien la turbina de este proyecto es conocida como turbina de impulso (debido a la geometría simétrica del perfil del álabe del rotor), al no trabajar en un punto de diseño fijo existirá cierto grado de reacción que no es nulo, por lo que el funcionamiento real de la turbina tendrá un valor de R diferente a cero.

Otro coeficiente de importancia en la turbina es el número de Reynolds:

Número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho V d_h}{\mu} \quad [-] \quad \{2.19\}$$

Donde  $V$  es para el estator la velocidad absoluta y para el rotor la velocidad relativa; y  $d_h$  representa el diámetro hidráulico aproximado por:

Diámetro hidráulico:

$$d_h = \frac{2 S b \cos(\alpha_s)}{S \cos(\alpha_s) + b} \quad [-] \quad \{2.20\}$$

Donde  $S$  es el espaciado entre álabes,  $b$  la altura del álabe y  $\alpha_s$  es el ángulo de salida del flujo, absoluto para el estator y relativo para el rotor.

### 2.1.7 Diagrama de Mollier

Utilizando los conceptos de entalpía y de entropía, se pueden relacionar los diversos estados a través de una turbomáquina en un diagrama que relacione los valores de estas dos propiedades. Este se puede ver en la Figura 2.6 y es conocido como diagrama de Mollier o diagrama h-s.

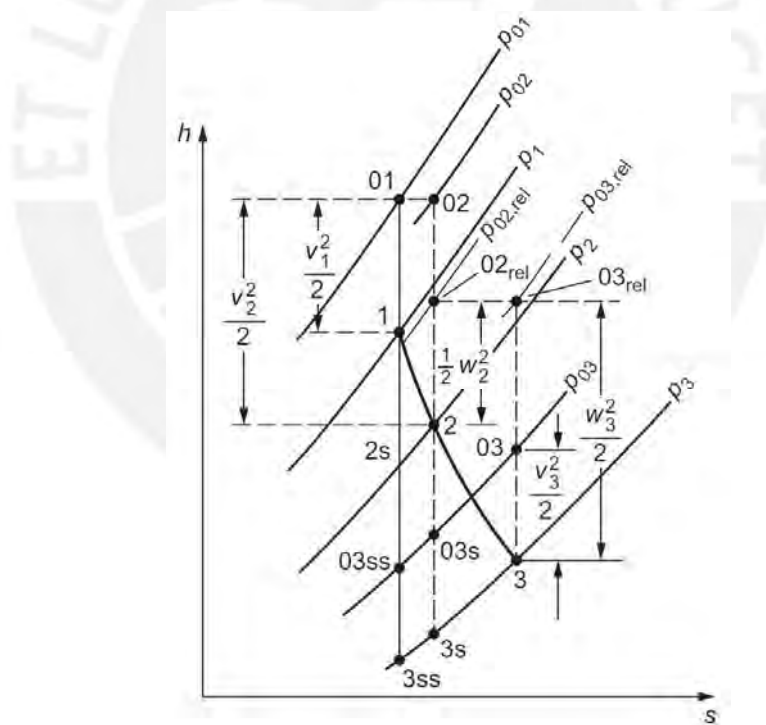


Figura 2.6 - Diagrama de Mollier para una etapa de turbina tradicional. Adaptado de [15].

En este diagrama, como se observa en la Figura 2.6, se relacionan tanto los estados reales (1, 2, 3) a través de la turbina como los estados de estancamiento (01, 02, 03). Los valores en la línea de entropía  $s_1$  representan los valores en cada punto de no existir pérdidas ni en el estator ni el rotor. De igual manera, los valores en la línea de entropía  $s_2$  representan los valores en cada punto de no existir pérdidas en el rotor.

Y finalmente los valores en  $s_3$ , ya consideran las pérdidas en rotor y estator. Este diagrama representa los estados en una etapa de turbina tradicional, por lo que no toma en cuenta un segundo estator que existe en las turbinas auto-rectificantes. Los valores con sufijo  $0n,rel$  representan valores de estancamiento considerando la velocidad relativa del flujo y no la absoluta.

### 2.1.8 Eficiencia

Debido a las irreversibilidades que existen en el flujo real, comparado con el flujo ideal que se desearía, siempre existen pérdidas que generan diferencias entre la potencia o trabajo que se podría obtener y el que realmente se obtiene. Una forma de cuantificar lo que se obtiene comparado con lo que se podría obtener idealmente es la eficiencia. Para turbomáquinas se utilizan tres tipos de eficiencia, las cuales se muestran a continuación con sus respectivas fórmulas.

Eficiencia total a total:

$$\eta_{t-t} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{03,ss}} \quad [-] \quad \{2.21\}$$

Esta eficiencia no considera la velocidad de salida de la etapa como una pérdida, y es usualmente utilizada en las etapas intermedias de una turbina multi-etapa donde la velocidad de salida (3) de una etapa será la velocidad de ingreso (1) de la siguiente.

Eficiencia total a estática:

$$\eta_{t-s} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{3,ss}} \quad [-] \quad \{2.22\}$$

En esta eficiencia si se considera la velocidad de salida de la etapa como una pérdida, y se utiliza usualmente en la última etapa de una turbina multi-etapa o en turbinas de una sola etapa, ya que la velocidad de salida (3) no se podrá aprovechar.

Eficiencia estática a estática:

$$\eta_{s-s} = \frac{h_1 - h_3}{h_1 - h_{3,ss}} \quad [-] \quad \{2.23\}$$

Esta eficiencia es poco utilizada, ya que considera únicamente valores de entalpía estática. En casos en que la velocidad de salida (3) y la velocidad de ingreso (1) sean iguales, da un resultado casi igual que el de la eficiencia total a total.



Como se observa de la Figura 2.3, la turbina del presente trabajo tendrá cuatro estados, por lo que resulta coherente redefinir las eficiencias en base a estos cuatro estados, a continuación se muestra la nueva definición para la eficiencia total a total y estática a estática:

Eficiencia total a total para turbinas auto-rectificantes:

$$\eta_{t-t} = \frac{h_{01} - h_{04}}{h_{01} - h_{04,SSS}} \quad [-] \quad \{2.24\}$$

Eficiencia estática a estática para turbinas auto-rectificantes:

$$\eta_{s-s} = \frac{h_1 - h_4}{h_1 - h_{4,SS}} \quad [-] \quad \{2.25\}$$

Debido a la naturaleza bidireccional y cambiante del flujo con el que opera la turbina auto-rectificante, y a diferencia de una turbina trabajando en estado estacionario y en su punto de diseño, la velocidad relativa del flujo de ingreso al rotor que ha sido dirigido por los álabes guía no será siempre igual ni coincidirá con el ángulo óptimo al ingreso del rotor, existiendo un ángulo de incidencia ( $i$ ) que variará conforme varíe la velocidad del aire, por lo que ocurrirán choques que disminuyan la eficiencia y a la vez vuelvan el cálculo más complejo.

### 2.1.9 Coeficientes de pérdida de entalpía

Como ya se mencionó, existen irreversibilidades en el flujo real que generan pérdidas de energía. Una forma de relacionar estas pérdidas es a través de coeficientes, los cuales pueden ser definidos a través de la pérdida de entalpía o a través de la pérdida de presión. Usualmente para turbomáquinas se utilizan las definiciones de estos a través de la entalpía ya que esta representa de manera más directa la energía que se puede extraer del flujo, comparada con la presión.

Coeficiente de pérdidas de entalpía

$$\zeta_{1-2} = \frac{h_2 - h_{2s}}{h_{01} - h_2} = \frac{h_2 - h_{2s}}{\frac{1}{2}V_2^2} \quad [-] \quad \{2.26\}$$

Donde (2) representa la salida y (1) el ingreso, la segunda igualdad se da debido a que al no haber trabajo,  $h_{01} = h_{02}$ , siendo  $h_{02} = h_2 + \frac{1}{2}V_2^2$ . Esta definición se puede aplicar a lo largo de la turbina de la siguiente manera:

Coeficiente de pérdidas de entalpía - primer estator:

$$\zeta_{S1} = \frac{h_2 - h_{2s}}{h_{01} - h_2} = \frac{h_2 - h_{2s}}{\frac{1}{2}V_2^2} \quad [-] \quad \{2.27\}$$

Se define el coeficiente de pérdidas de entalpía de la siguiente manera:

Coeficiente de pérdidas de entalpía - rotor:

$$\zeta_R = \frac{h_3 - h_{3s}}{h_{02,rel} - h_3} = \frac{h_3 - h_{3s}}{\frac{1}{2}W_3^2} \quad [-] \quad \{2.28\}$$

De igual manera, a segunda igualdad se da debido a que  $h_{02,rel} = h_{03,rel}$ , siendo el trabajo en el marco relativo al rotor nulo.

De considerarse un segundo estator, se puede seguir el mismo procedimiento:

Coeficiente de pérdidas de entalpía - segundo estator :

$$\zeta_{S2} = \frac{h_4 - h_{4s}}{h_{03} - h_4} = \frac{h_4 - h_{4s}}{\frac{1}{2}V_4^2} \quad [-] \quad \{2.29\}$$

Los valores de  $\zeta_{S1}$ ,  $\zeta_R$  y  $\zeta_{S2}$  no son valores constantes, ya que además de depender de la geometría, dependerán también de otros parámetros, especialmente del ángulo de incidencia que tenga el flujo con la superficie a la entrada - tanto del rotor como de los estatores - y del número de Reynolds. Más adelante se mostrarán correlaciones que permiten estimar los valores de los coeficientes de pérdidas.

### 2.1.10 Coeficientes de pérdida de presión

Si bien se utiliza mayormente los coeficientes de pérdidas para la entalpía, también es importante utilizar los de presión, ya que son valores que se pueden medir con mayor facilidad a la hora de la experimentación:

Se define el coeficiente de pérdidas de presión:

Coeficiente de pérdidas de presión:

$$Y_{1-2} = \frac{p_{01} - p_{02}}{p_{02} - p_2} = \frac{p_{01} - p_{02}}{1/2\rho V_2^2} \quad [-] \quad \{2.30\}$$

Esto se basa en que la presión de estancamiento entre el ingreso (01) y la salida (02) debería de mantenerse constante, manteniéndose la energía constante. De ser un rotor, lo que se cumpliría es que la presión de estancamiento relativa entre el ingreso (01,rel) y la salida (02,rel) se deberá de mantener constante.

Con esta definición aplicada a lo largo de la turbina:

Coefficiente de pérdidas de presión - primer estator:

$$Y_{S1} = \frac{p_{01} - p_{02}}{p_{02} - p_2} = \frac{p_{01} - p_{02}}{1/2\rho V_2^2} \quad [-] \quad \{2.31\}$$

Coefficiente de pérdidas de presión - rotor:

$$Y_R = \frac{p_{02,rel} - p_{03,rel}}{p_{03,rel} - p_3} = \frac{p_{02,rel} - p_{03,rel}}{1/2\rho W_3^2} \quad [-] \quad \{2.32\}$$

Coefficiente de pérdidas de presión - segundo estator :

$$Y_{S2} = \frac{p_{03} - p_{04}}{p_{04} - p_4} = \frac{p_{03} - p_{04}}{1/2\rho V_4^2} \quad [-] \quad \{2.33\}$$

La relación que se utiliza para relacionar el coeficiente de pérdidas de presión con el coeficiente de pérdidas de entalpía, es la siguiente:

Relación entre coeficiente de pérdidas de presión y pérdidas de entalpía:

$$Y_{1-2} = \left(1 + \left(\frac{k-1}{2}\right) M_2^2\right) \zeta_{1-2} \quad [-] \quad \{2.34\}$$

Sin embargo, para flujo incompresible con números Mach  $M < 0.3$  se consideran los coeficientes de pérdida de presión y entalpía aproximadamente iguales:

$$Y_{1-2} \cong \zeta_{1-2} \quad [-] \quad \{2.35\}$$

Como ejemplo, para  $M_2 = 0.3$  utilizando la ecuación {2.34} y tomando el valor de  $k$  para el aire como  $k = 1.4$ , obtenemos:  $Y_{1-2} = (1.018)\zeta_{1-2}$ . Siendo este un valor cercano a la aproximación de la ecuación {2.35}.

### 2.1.11 Pérdidas de entalpía de estancamiento

Se puede obtener una aproximación de las pérdidas de entalpía de estancamiento utilizando la segunda ley de Gibbs (ver Anexo 1), y asumiendo una turbina ideal entre todos los estados, es decir  $ds = 0$ :

$$dh = Tds + \frac{1}{\rho} dp \quad ds = 0$$

$$dh = \frac{1}{\rho} dp$$

Para pérdidas pequeñas, con ligeros cambios de entropía se puede asumir:

$$\Delta(h_0)_{p\acute{e}rdidas} = h_{02} - h_{02s}$$

$$\Delta(h_0)_{p\acute{e}rdidas} = \frac{1}{\rho} \Delta(p_0)_{p\acute{e}rdidas}$$

Relacionando finalmente las pérdidas de presión de estancamiento con las pérdidas de entalpía de estancamiento a través de cada estado. Esto se hace utilizando la definición del coeficiente de pérdidas de presión (ecuación {2.30}):

$$Y_{1-2}(1/2\rho V_2^2) = p_{01} - p_{02}$$

$$p_{01} - p_{02} = \Delta(p_0)_{p\acute{e}rdidas}$$

$$\Delta(h_{01-02})_p \cong Y_{1-2}(V_2^2/2) \quad [-] \quad \{2.36\}$$

Otra forma de obtener este resultado utilizado por [13], es asumir líneas isobáricas paralelas en el diagrama de Mollier, de forma que se obtiene para cualquier cambio 1-2:

$$h_2 - h_{2s} \cong h_{02} - h_{02s} \quad [-]$$

$$\Delta(h_{01-02})_p \cong \zeta_{1-2}(V_2^2/2) \cong Y_{1-2}(V_2^2/2) \quad [-] \quad \{2.37\}$$

## 2.2 Correlaciones para estimación de pérdidas en turbinas

Existen diversas correlaciones experimentales que se utilizan para estimar las pérdidas a través de las turbinas, cuatro de las correlaciones más conocidas y utilizadas son las de Soderberg; Ainley y Mathieson; Kacker y Okapuu; y Dunham y Came. [14] [16]

Se muestran brevemente las correlaciones utilizadas para cada una de estas, las cuales serán utilizadas más adelante para estimar las pérdidas en la turbina del presente trabajo.

### 2.2.1 Correlación de Soderberg

La correlación de Soderberg se utiliza para hallar las pérdidas del perfil a través de estatores y rotores. Esta correlación considera la deflexión del flujo ( $\epsilon$ ) como la variable más importante para la estimación de las pérdidas [17] [14].

Coefficiente de pérdidas nominal - Soderberg :

$$\zeta^* = 0.04 + 0.06 \left( \frac{\epsilon}{100} \right) \quad [-] \quad \{2.38\}$$

Este coeficiente nominal es aplicable únicamente cuando la relación entre la altura y la longitud de la cuerda del álabe es  $b/l_r = 3$  y el número de Reynolds es  $Re = 10^5$ . Para otros valores se hace la siguiente corrección:

Corrección para estator - Soderberg:

$$\zeta_S = \left( (1 + \zeta^*) \left( 0.993 + 0.021 \frac{l_g}{b} \right) - 1 \right) \left( \frac{10^5}{Re} \right)^{1/4} \quad [-] \quad \{2.39\}$$

Corrección para rotor - Soderberg:

$$\zeta_R = \left( (1 + \zeta^*) \left( 0.975 + 0.075 \frac{l_r}{b} \right) - 1 \right) \left( \frac{10^5}{Re} \right)^{1/4} \quad [-] \quad \{2.40\}$$

Hay que notar que la correlación de Soderberg no toma en cuenta el efecto del ángulo de incidencia por lo que solo puede ser utilizada en el punto de trabajo con incidencia cero.

### 2.2.2 Correlación de Ainley y Mathieson

Ainley y Mathieson hallaron correlaciones para la pérdida del perfil tanto para estatores con ingreso axial, como para perfiles simétricos como los de una turbina de impulso (perfiles equiaxiales). En sus correlaciones toman en cuenta el ángulo de salida del flujo y la relación entre el espaciamiento entre álaves y la longitud de la cuerda del álabe  $S/l$  para un número de Reynolds  $Re = 10^5$ .

Correlación para perfil de ingreso axial – Ainley y Mathieson:

$$\begin{aligned}
 Y_{pa} = & \left[ -0.627 \left( \frac{\alpha_2}{100^\circ} \right)^2 + 0.821 \left( \frac{\alpha_2}{100^\circ} \right) - 0.129 \right] \left( \frac{S}{l} \right)^2 \\
 & + \left[ 1.489 \left( \frac{\alpha_2}{100^\circ} \right)^2 - 1.676 \left( \frac{\alpha_2}{100^\circ} \right) + 0.242 \right] \left( \frac{S}{l} \right) \quad [-] \quad \{2.41\} \\
 & + \left[ -0.356 \left( \frac{\alpha_2}{100^\circ} \right)^2 + 0.399 \left( \frac{\alpha_2}{100^\circ} \right) + 0.0077 \right]
 \end{aligned}$$

Correlación para perfil equiaxial – Ainley y Mathieson:

$$\begin{aligned}
 Y_{pe} = & \left[ -1.56 \left( \frac{\alpha_2}{100^\circ} \right)^2 + 1.55 \left( \frac{\alpha_2}{100^\circ} \right) - 0.064 \right] \left( \frac{S}{l} \right)^2 \\
 & + \left[ 3.73 \left( \frac{\alpha_2}{100^\circ} \right)^2 - 3.43 \left( \frac{\alpha_2}{100^\circ} \right) + 0.290 \right] \left( \frac{S}{l} \right) \quad [-] \quad \{2.42\} \\
 & + \left[ -0.83 \left( \frac{\alpha_2}{100^\circ} \right)^2 + 0.78 \left( \frac{\alpha_2}{100^\circ} \right) + 0.078 \right]
 \end{aligned}$$

De estas correlaciones se obtiene una expresión general para perfiles que se encuentren entre el ingreso axial (como los estatores) y el ingreso de los perfiles equiaxiales (como los álabes de impulso).

Correlación general para perfiles – Ainley y Mathieson:

$$Y_p = \left( Y_{pa} + \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 (Y_{pe} - Y_{pa}) \right) \left( \frac{t/l}{0.2} \right)^{|\alpha_1/\alpha_2|} \quad [-] \quad \{2.43\}$$

### 2.2.3 Correlación de Kacker y Okapuu

Kacker y Okapuu ahondaron en las correlaciones de Ainley y Mathieson, de forma que obtuvieron expresiones más generales que permiten corregir las pérdidas obtenidas por los anteriores para distintos valores de Reynolds y ángulos de incidencia.

Las correlaciones de Kacker y Okapuu para correcciones son las siguientes:

Corrección de Kacker y Okapuu para el número de Reynolds:

$$\chi_{Re} \begin{cases} = \left(\frac{Re}{2 * 10^5}\right)^{-0.4} & \text{para } Re \leq 2 * 10^5 \\ = 1 & \text{para } 2 * 10^5 < Re \leq 10^6 \\ = \left(\frac{Re}{10^6}\right)^{-0.2} & \text{para } 10^6 < Re \end{cases} \quad [-] \quad \{2.44\}$$

Corrección de Kacker y Okapuu para el ángulo de incidencia:

$$\chi_i \begin{cases} = 1 + i_{rat}^2(0.0625 i_{rat} + 0.575) & \text{para } i_{rat} < 0 \\ = 1 + i_{rat}^2(1.1111 i_{rat} + 0.111) & \text{para } i_{rat} > 0 \end{cases} \quad [-] \quad \{2.45\}$$

Donde  $i_{rat} = i/i_s$  siendo  $i_s$  la incidencia de entrada en pérdida, es decir el ángulo de incidencia para el cual las pérdidas se duplican. El valor de  $i_s$  se toma de tablas presentadas por Ainley y Mathieson (ver Anexo 2).

#### 2.2.4 Correlación de Dunham y Came

Finalmente las correlaciones de Dunham y Came permiten estimar las pérdidas de flujo secundario y de fuga por la luz entre la carcasa y la turbina ( $k$ ).

La ecuación mostrada en [14], junta los efectos de ambas pérdidas:

Correlación para pérdidas secundarias y de luz del rotor– Dunham y Came:

$$Y_{s,k} = \frac{l}{b} \left( 0.0334 \frac{\cos(\alpha_s)}{\cos(\alpha_i)} + B \left(\frac{k}{l}\right)^{0.78} \right) \left( C_L \frac{l}{S} \right)^2 \frac{\cos^2(\alpha_s)}{\cos^3(\alpha_m)} \quad [-] \quad \{2.46\}$$

Donde  $\alpha_m$  es el ángulo medio entre el ingreso y la salida y  $C_L$  el coeficiente de sustentación.

$$\alpha_m = \text{atan} \left( \frac{1}{2} (\tan(\alpha_i) + \tan(\alpha_s)) \right) \quad [-] \quad \{2.47\}$$

$$C_L = 2 \frac{S}{l} (\tan(\alpha_i) - \tan(\alpha_s)) \cos(\alpha_m) \quad [-] \quad \{2.48\}$$

En la fórmula de Dunham y Came el valor  $B$  corresponde a un factor que depende si los extremos de los álabes están unidos o no, y  $k$  el valor de la luz entre los extremos de los álabes y la carcasa de la turbina. En el caso de los estatores,  $k$  valdrá cero, ya que los álabes están unidos a la carcasa.

### 2.2.5 Criterio de Zweifel - solidez óptima

El parámetro solidez se define como la relación entre la longitud de la cuerda del álabe y el espaciado entre los álaves:  $l/S$ . Esto de alguna manera representa la relación del área ocupada por los álaves y el área que barren al girar, sin embargo es también aplicado para estatores.

Zweifel obtuvo para cascadas bidimensionales, que la relación óptima entre la longitud de la cuerda y el espaciado entre los álaves se daba por la siguiente relación, en base a los ángulos de ingreso (1) y salida (2):

Criterio de Zweifel mejorado:

$$\sigma_{opt} = \frac{l}{S} = \frac{2}{0.9} \cos^2(\alpha_2) (\tan(\alpha_1) + \tan(\alpha_2)) \quad [-] \quad \{2.49\}$$

Originalmente se utilizaba el valor de 0.8 en lugar de 0.9 en la fórmula, sin embargo fuentes más actuales recomiendan utilizar 0.9, lo que permite en la actualidad utilizar una menor cantidad de álaves, consiguiendo fabricaciones de menor costo. [16]

### 2.3 Turbinas auto-rectificantes – parámetros básicos

Los principales números adimensionales específicos de este tipo de turbinas que se utilizarán - definidos por Takao y Setoguchi [11] - se indican a continuación junto con sus fórmulas:

Coefficiente de torque:

$$C_t = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho_a (v_A^2 + U_R^2) b l_r z r_R} \quad [-] \quad \{2.50\}$$

Coefficiente de potencia:

$$C_a = \frac{\Delta p Q}{\frac{1}{2} \rho_a (v_A^2 + U_R^2) b l_r z v_A} \quad [-] \quad \{2.51\}$$

Eficiencia:

$$\eta = \frac{T \omega}{\Delta p Q} = \frac{C_T}{C_A \Phi} \quad [-] \quad \{2.52\}$$

Donde:

- $T [Nm]$  : torque
- $\rho_a [kg/m^3]$  : densidad del aire



- $b [m]$  : altura del álabe
- $U_R [m/s]$  : velocidad circunferencial, en el radio medio  $U_R = \omega r_R$ .
- $V_a [m/s]$  : velocidad axial del aire
- $r_R [m]$  : radio medio del rotor
- $z [-]$  : número de álabes
- $\Delta p [kPa]$  : caída de presión total en la turbina
- $Q [m^3/s]$  : caudal de aire
- $\omega [rad/s]$  : velocidad angular
- $L_r [m]$  : longitud de la cuerda del álabe

Estos parámetros permiten la comparación de los resultados de manera adimensional, usualmente en la forma de gráficas  $C_t - \phi$ ,  $C_a - \phi$  y  $\eta - \phi$  como las mostradas en la Figura 1.2 y la Figura 1.3.

Si utilizamos la ecuación de Euler del torque (ecuación {2.12}) y reemplazamos los distintos valores en la ecuación {2.50} del coeficiente de torque, se puede obtener una función analítica para este coeficiente que depende únicamente del coeficiente de flujo ( $\phi$ ):

Coeficiente de torque teórico

$$C_{t_{Th}} = \frac{2}{\sigma_r} \left( \frac{\phi^2}{1 + \phi^2} \right) \left( \tan \beta_2 + \tan \alpha_3 + \frac{1}{\phi} \right) \quad [-] \quad \{2.53\}$$

Para obtener esta fórmula analítica, se aplica la fórmula de Euler en el radio medio, y se asume que los ángulos  $\alpha_2$  y  $\beta_3$  están enteramente definidos por la geometría.

$$\alpha_2 = 90^\circ - \theta \quad [^\circ] \quad \{2.54\}$$

$$\beta_3 = \gamma \quad [^\circ] \quad \{2.55\}$$

Conociendo los ángulos  $\alpha_2$  y  $\beta_3$  de las ecuaciones {2.54} y {2.55}, se puede definir los ángulos restantes  $\alpha_3$  y  $\beta_2$ . A continuación se muestran las fórmulas geométricas que definen estos ángulos, los cuales son necesarios para los cálculos del coeficiente teórico. De los triángulos de velocidades de la Figura 2.4, observamos que las tangentes de los ángulos  $\alpha_3$  y  $\beta_2$  son las siguientes:

$$\tan \alpha_3 = \frac{v_{\theta 3}}{v_a} = \frac{w_{\theta 3} - U_R}{v_a} = \tan \beta_3 - \frac{1}{\phi} \quad [-] \quad \{2.56\}$$

$$\tan \beta_2 = \frac{w_{\theta 2}}{v_a} = \frac{v_{\theta 2} - U_R}{v_a} = \tan \alpha_2 - \frac{1}{\phi} \quad [-] \quad \{2.57\}$$

Con todos los ángulos definidos con las ecuaciones {2.54}, {2.55}, {2.56} y {2.57}, solo queda definir la familia de turbinas que se va a utilizar, lo cual fijará la geometría del rotor.

## 2.4 Análisis cuasiestático para turbinas bidireccionales

Según diversos autores, el desempeño con flujo bidireccional de una turbina auto-rectificante puede ser aproximado como la suma del desempeño de la turbina en estado estable bajo flujo unidireccional por cortos periodos de tiempo a lo largo de toda la variación del flujo. Usualmente se aproxima un flujo sinusoidal alternante como el de la Figura 2.7. De esta forma se puede tomar los distintos parámetros e integrarlos a lo largo del tiempo, de forma que utilizando el teorema del valor promedio de una integral se obtenga el promedio del parámetro integrado. Se muestra un ejemplo con el coeficiente de torque analítico.

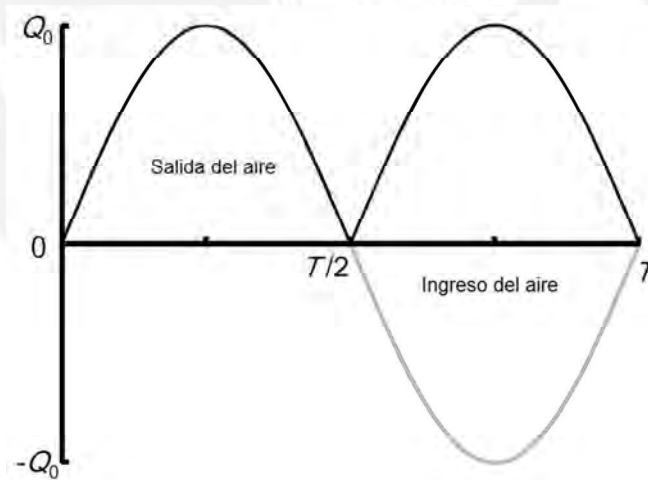


Figura 2.7 – Flujo asumido durante un período (T). Adaptado de [18].

Velocidad axial, sinusoidal

$$V(t) = V_{max} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \quad [m/s] \quad \{2.58\}$$

Velocidad de arrastre del álabe

$$U = \omega r_R \quad [m/s]$$

Coeficiente de flujo

$$\phi(t) = \frac{V(t)}{U} \quad [-] \quad \{2.59\}$$

Coeficiente de torque

$$C_t(t) = \frac{2}{\sigma_r} \left( \frac{\phi(t)^2}{1 + \phi(t)^2} \right) \left( \tan \beta_2 + \tan \alpha_3 + \frac{1}{\phi(t)} \right) \quad [-] \quad \{2.60\}$$

Coeficiente de torque promedio

$$\bar{C}_t = \frac{\int_0^{T/2} C_t(t) dt}{T/2} \quad [-] \quad \{2.61\}$$

De esta manera se puede predecir analíticamente el comportamiento de la turbina bajo un flujo alternante. De tener datos experimentales de la turbina bajo flujo unidireccional, se podría integrar de manera numérica para obtener el valor promedio de los parámetros. Este análisis es válido para frecuencias no muy altas, ya que mientras más lento sea el cambio de la velocidad (bajas frecuencias) más cercano será el resultado del análisis cuasiestático al real. Para aplicaciones en dispositivos OWC, debido a que la frecuencia del oleaje usualmente se mantiene entre ciertos valores no muy altos, este análisis se considera válido.

Es importante mencionar que se considera para el análisis el valor absoluto del flujo, ya que debido a la simetría, una vez invertido el flujo (cambio entre la salida de aire e ingreso de aire) se invierten también todos los estados a lo largo de la turbina.

## 2.5 Definición de Smith para eficiencia total a total en turbinas de flujo axial

Korpela [14] en su libro *Principios de turbomáquinas* y Lewis [19] en su libro *Análisis de performance de turbomáquinas* se remiten a Smith [20], quien relaciona la eficiencia de turbinas axiales con la geometría de los triángulos de velocidades. Smith define un parámetro  $f_L$  que le permite definir la eficiencia de la siguiente manera:

Eficiencia total a total según Smith

$$\eta_{tt} = \frac{1}{1 + f_L} \quad [-] \quad \{2.62\}$$

Definición de  $f_L$  según Smith

$$f_L = \frac{1}{w} \frac{(\zeta_S V_2^2 + \zeta_R W_3^2)}{2} \quad [-] \quad \{2.63\}$$

Esto no es más que una reformulación de la definición de la eficiencia total a total aplicando la aproximación de la ecuación {2.37}. Al tener la turbina del proyecto un estator a la salida del rotor, se podría seguir el mismo procedimiento para modificar la fórmula de Smith agregándole un elemento que tome en cuenta las pérdidas que se generaran en este estator:

$$\eta_{t-t} = \frac{h_{01} - h_{04}}{h_{01} - h_{04,SSS}} = \frac{w}{w + \Delta(h_0)_p} \quad [-] \quad \{2.64\}$$

$$\Delta(h_0)_p = \zeta_{S1} \frac{V_2^2}{2} + \zeta_R \frac{W_3^2}{2} + \zeta_{S2} \frac{V_4^2}{2} \quad [-] \quad \{2.65\}$$

Dividiendo y multiplicando la ecuación {2.64} por  $w$  para eliminarlo del numerador, obtenemos la ecuación de Smith pero con un nuevo valor de  $f_L$ , modificado para la turbina del proyecto:

$$\eta_{tt} = \frac{1}{1 + f_L} \quad [-]$$

$$f_L = \frac{\Delta(h_0)_p}{w} = \frac{(\zeta_{S1} V_2^2 + \zeta_R W_3^2 + \zeta_{S2} V_4^2)}{2w} \quad [-] \quad \{2.66\}$$

Sabiendo que  $w = \psi U^2$  y se obtiene:

$$f_L = \frac{(\zeta_{S1} V_2^2 + \zeta_R W_3^2 + \zeta_{S2} V_4^2)}{2 \psi U^2} \quad [-] \quad \{2.67\}$$

De la geometría:

$$V_2/U = \phi \tan(\alpha_2) \quad [-]$$

$$W_3/U = \phi \tan(\beta_3) \quad [-]$$

$$V_4/U = V_a/U = \phi \quad [-]$$

Con estas últimas tres equivalencias, se puede colocar  $f_L$  en función del coeficiente de flujo, de carga y la geometría, de manera adimensional:

$$f_L = \frac{(\zeta_S \phi^2 \tan^2(\alpha_2) + \zeta_R \phi^2 \tan^2(\beta_3) + \zeta_{S2} \phi^2)}{2\psi} \quad [-] \quad \{2.68\}$$

## 2.6 Gráficas de diseño

Usualmente, para el diseño de turbomáquinas existen gráficos o diagramas conocidos como el de Balje y el de Cordier que permiten dimensionar en una etapa preliminar del diseño. Estos gráficos se basan en datos experimentales - recopilados a lo largo de años - de turbomáquinas que han sido diseñadas con “buenas prácticas” luego de años de estudios y experimentación. Al ser las turbinas auto-rectificantes una tecnología incipiente y poco usada a comparación de las turbomáquinas tradicionales como las turbinas de flujo unidireccional, no existen datos ni diagramas que ayuden en el diseño preliminar de las turbinas de este tipo.

Thakker [21] propone con 25 diferentes diámetros de turbinas de la misma familia - desde 0.2 m hasta 4 m -, obteniendo datos experimentales que le permiten generar gráficas de diseño colocando de forma útil los datos de forma que ayuden en el dimensionamiento de este tipo de turbinas. Las tres gráficas que propone son del coeficiente de performance de potencia en el eje vertical y el diámetro en el eje horizontal con:

- (1) Eficiencia ( $\eta$ ) constante,
- (2) Coeficiente de flujo ( $\phi$ ) constante y coeficiente de caída de presión ( $C_H$ ) constante,
- (3) Máxima eficiencia ( $\eta$ ).

Se define el coeficiente de performance de potencia como:

$$C = \frac{P\omega^2}{\rho V_a^5} \quad [-] \quad \{2.69\}$$

Este coeficiente  $C$ , nace de la necesidad de obtener un parámetro que no involucre al diámetro, pero si a la potencia ( $P$ ), a la velocidad axial ( $V_a$ ) y a la velocidad rotacional ( $\omega$ ) en un solo coeficiente. El coeficiente  $C$  es una manipulación del coeficiente de potencia  $C_p$  de forma que no se incluya el diámetro en la fórmula.

Coeficiente de potencia

$$C_p = \frac{P}{\rho \omega^2 D^5} \quad [-] \quad \{2.70\}$$

Si de manera analítica, manipulamos la definición de  $C$  y reemplazamos con valores de la geometría y el coeficiente de flujo, utilizando la fórmula de Euler para la potencia {2.13}, se obtiene la siguiente expresión:

Coeficiente de performance de potencia teórico

$$C = \frac{4\pi}{\phi} (\tan(\alpha_2) + \tan(\alpha_3)) = \frac{4\pi \psi}{\phi^2} \quad [-] \quad \{2.71\}$$

Esta última ecuación {2.71} muestra que el coeficiente  $C$  debería ser función tanto del coeficiente de flujo como del coeficiente de carga. Esto no debería de ser muy diferente a lo real, ya que la fórmula de Euler da resultados muy cercanos a los reales independiente de las pérdidas, y el análisis previo está basado en esta fórmula.



## CAPÍTULO 3

### DISEÑO ENERGÉTICO DE LA TURBINA

En este capítulo se realiza el diseño energético bidimensional de la turbina, aplicando tanto recomendaciones para turbinas bidireccionales como teoría de turbomáquinas axiales. También se incluyen los cálculos de resistencia necesarios para verificar que el módulo de pruebas que se ha diseñado no falle.

#### 3.1 Definición de geometría de la turbina

Para la selección de los parámetros geométricos que caractericen a la familia de turbinas del trabajo, se recurrió a ensayos previamente realizados por otros autores, principalmente a los publicados por Setoguchi *et al.* [22]. En la publicación se ensayan diferentes turbinas de diversas geometrías y se muestran gráficas comparativas de los coeficientes adimensionales mostrados previamente, de forma que se pueden seleccionar los más adecuados para cada requerimiento. A continuación se muestran las gráficas y los criterios utilizados para la selección de la geometría.

##### 3.1.1 Selección de la geometría del rotor<sup>3</sup>

La primera elección para el perfil del álabe del rotor, fue entre el perfil elíptico y el perfil simple. El perfil elíptico se basa en una elipse por la parte superior y un círculo por la parte inferior, mientras el perfil simple se basa en dos arcos de círculo y rectas tangentes a estos en los laterales (ver Figura 3.1). En diversas publicaciones de este tipo de turbinas se menciona el incremento de la eficiencia al utilizar el perfil elíptico, ya que permite modificar el valor del ancho del canal de flujo ( $t_a$ ) con mayor facilidad,

---

<sup>3</sup> Las figuras y gráficas presentadas en esta sección han sido adaptadas de Setoguchi [23].

lo que se aprovecha para aumentar este valor y evitar generar aceleración innecesaria del flujo a través de los álabes del rotor.

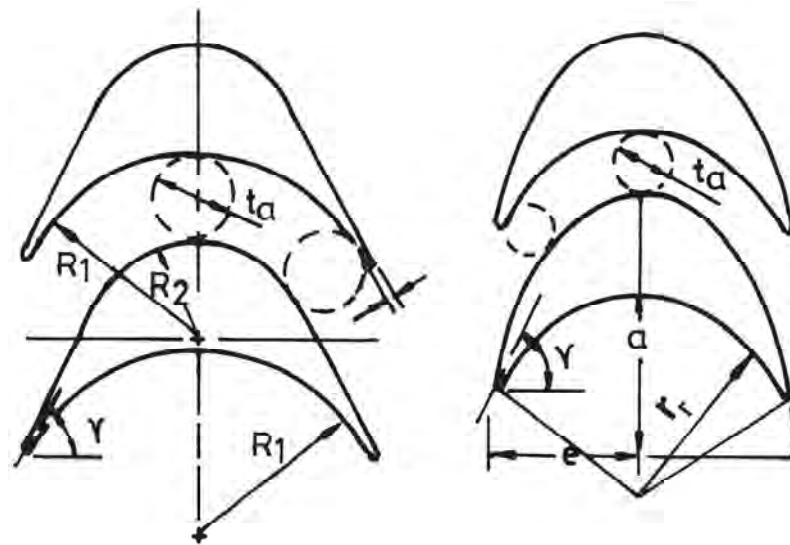


Figura 3.1 – Diferencia entre el perfil simple (izquierda) y el elíptico (derecha)

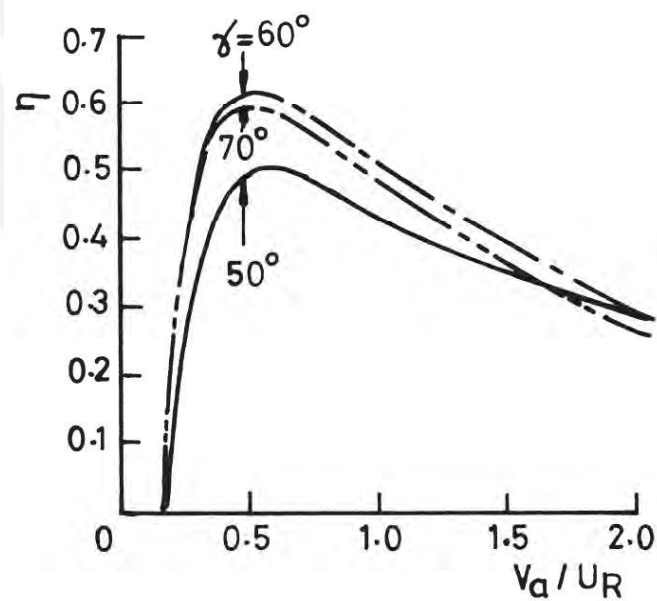


Figura 3.2 – Eficiencia vs coeficiente de flujo para diversos ángulos de ábete ( $\gamma$ ) con perfil elíptico.



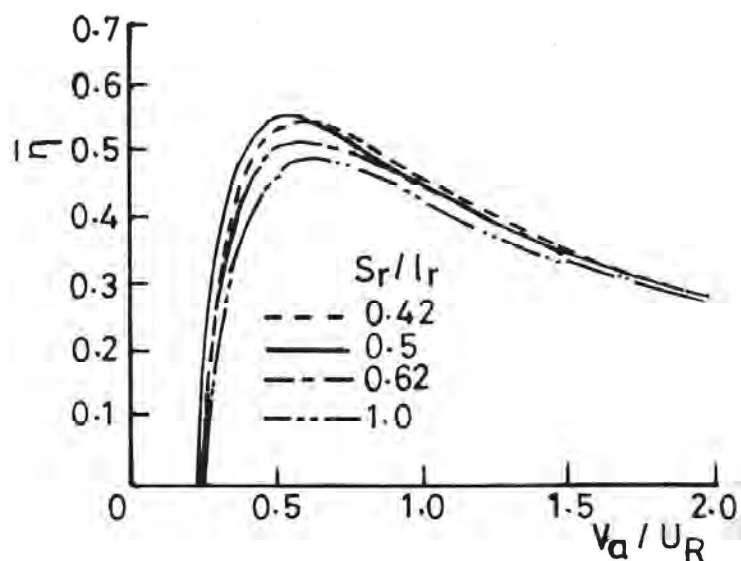


Figura 3.3 - Eficiencia vs coeficiente de flujo variando relación entre el espacio entre álabes ( $S_r$ ) y la longitud de la cuerda del álabes ( $l_r$ ), inverso de la solidez ( $1/\sigma_R = S_r/l_r$ )

Una vez seleccionado la forma del perfil—en nuestro caso el elíptico sobre el simple—, es necesario definir el ángulo que tendrá el álabes tanto al ingreso como a la salida. De la Figura 3.2 se observa que el ángulo que permite obtener una mayor eficiencia máxima es de  $\gamma = 60^\circ$ . De la misma forma, de la Figura 3.3 se observa que para una mayor eficiencia es conveniente utilizar un valor de  $S_r/l_r$  de 0.5, quedando definida la solidez de la turbina con un valor de  $\sigma_R = 2$ . Más adelante se verá que este valor es cercano al recomendado por el criterio de Zweifel.

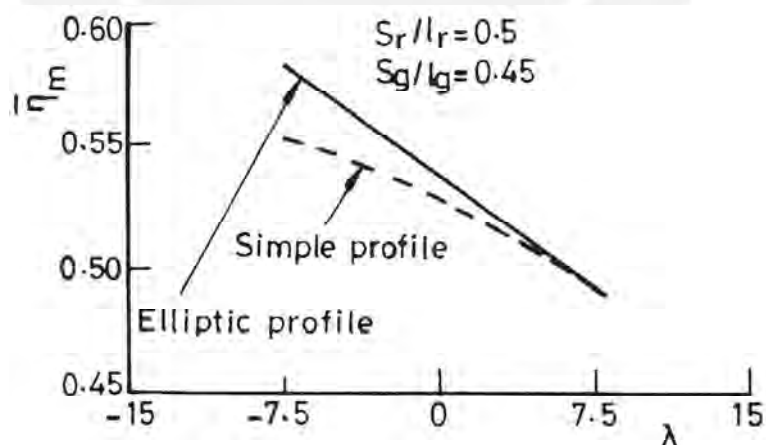


Figura 3.4 - Efecto del ángulo de posición del álabes sobre la eficiencia media para perfil simple y elíptico.

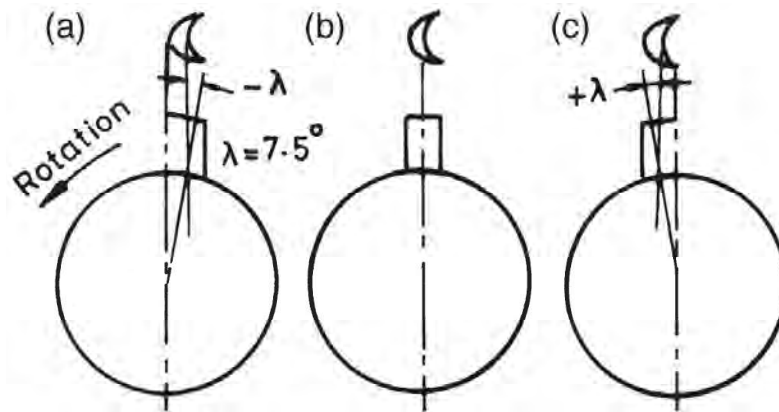


Figura 3.5 – Definición del ángulo de posición del álabe en el rotor, se muestra (a) ángulo negativo, (b) ángulo cero, y (c) ángulo positivo

Continuando con la selección de parámetros geométricos, observamos que la posición (rotación) del álabe del rotor corresponde a un giro de  $\lambda = -7.5^\circ$  (ver Figura 3.4 y Figura 3.5).

A continuación, en la Figura 3.6 se muestra un esquema del perfil del álabe elíptico, que recomienda Setoguchi para este tipo de turbinas:

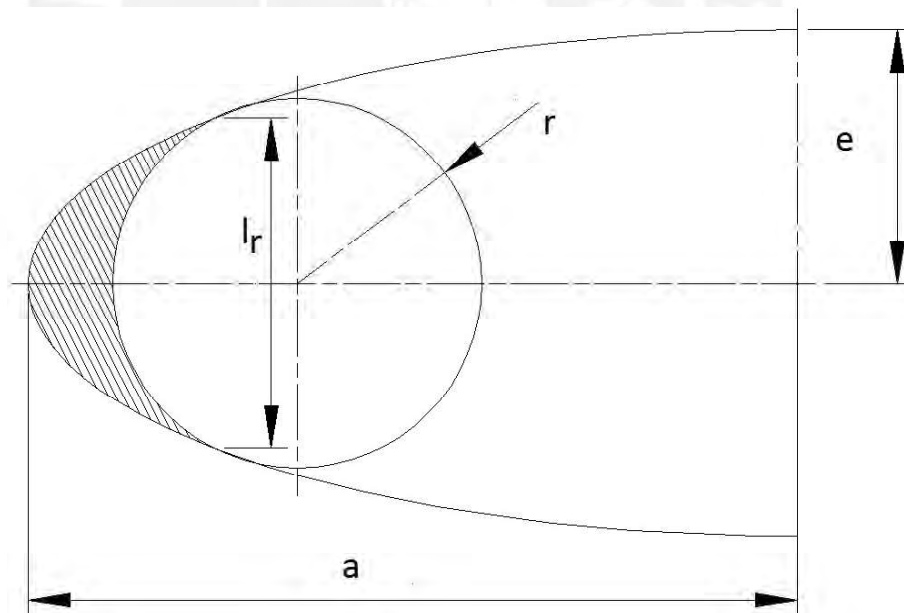


Figura 3.6 – Esquema del perfil seleccionado (zona achurada) para el álabe del rotor

Los valores de  $e/l_r$ ,  $r/l_r$  y  $a/e$  son proporcionados por Setoguchi y se muestran más adelante en la Tabla 3.1.

### 3.1.2 Selección del perfil del álabe del estator

De la misma manera que para el álabe del rotor, se procede a seleccionar los parámetros geométricos que caractericen al estator y sus álabes fijos. El primer parámetro que se selecciona es la forma del álabe; de la Figura 3.8 se observa que no hay mucha variación en la eficiencia al utilizar un álabe de perfil delgado comparado con el uso de un perfil aerodinámico (ver Figura 3.7 para comparar la geometría), incluso la eficiencia a altos coeficientes de flujo es ligeramente mayor para el álabe de plancha metálica. Sin embargo hay que tener en cuenta que ya que se planea utilizar el método FDM para la fabricación de la turbina el perfil aerodinámico al ser menos esbelto tendrá mayor rigidez con la misma cantidad de material.

Las proporciones que deberá guardar el perfil del estator son:

Parámetro	Valor
$\theta$	$30^\circ$
$l_g/D$	$7/30$
$R/D$	$5/300$

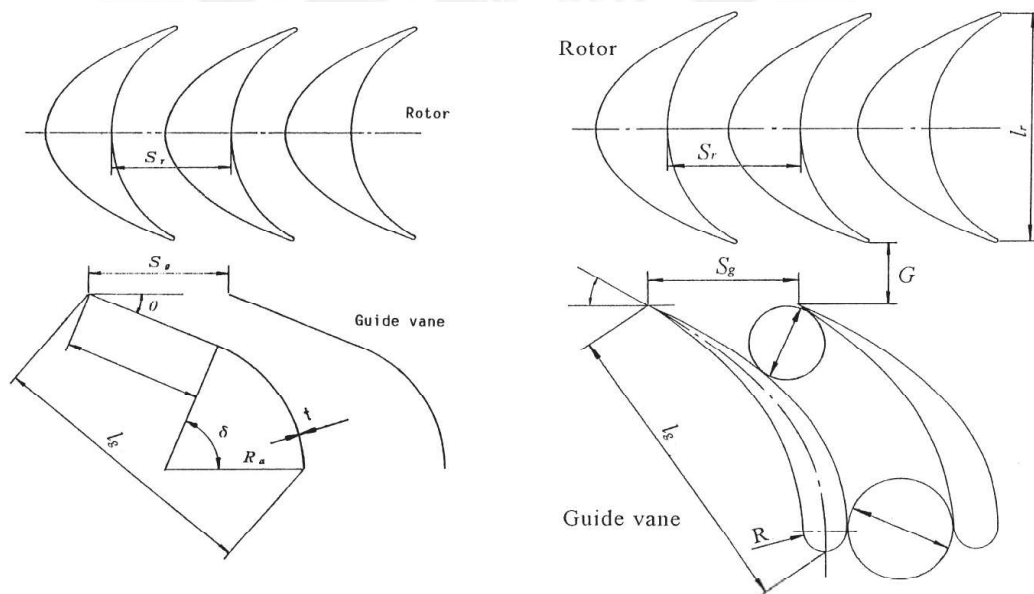


Figura 3.7 – Álabe del estator de perfil delgado (izquierda) y perfil aerodinámico (derecha).

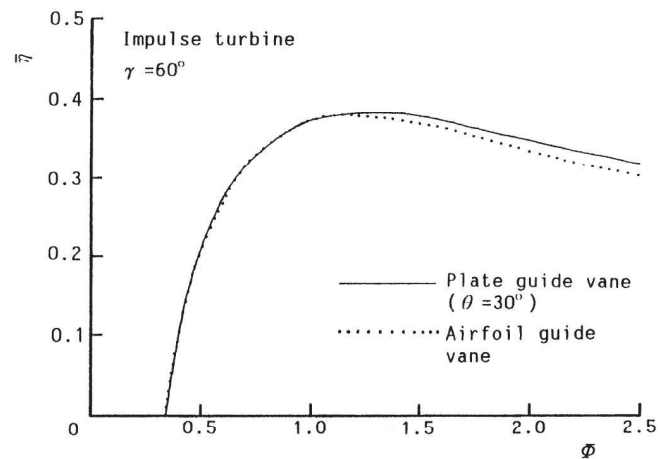


Figura 3.8 – Eficiencia vs coeficiente de flujo para álabes guía con perfil aerodinámico y para perfil delgado.

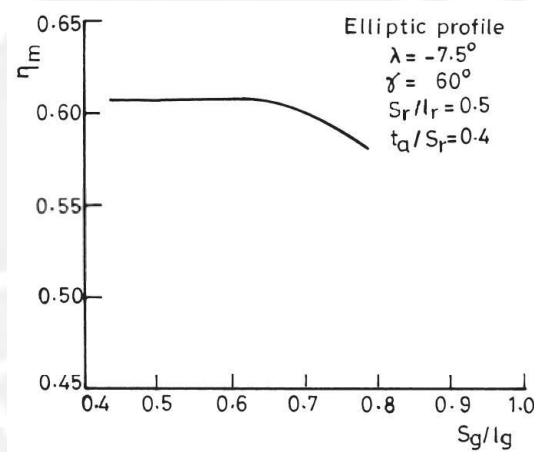


Figura 3.9 – Efecto de la relación entre el espacio entre álabes ( $S_g$ ) y la longitud de la cuerda del álabe del estator ( $l_g$ ) en la eficiencia media

De la Figura 3.9 se observa que la relación entre el espaciamiento de los álabes y la longitud de la cuerda del álabe para el estator ( $S_g/l_g$ ) se debe mantener menor a 0.65.

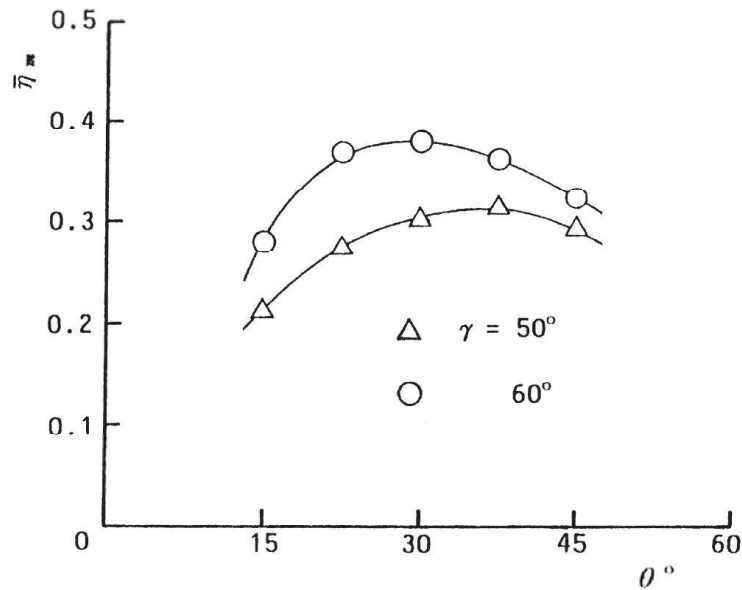


Figura 3.10 – Efecto de la variación del ángulo de los álabes guía ( $\theta$ ) sobre la eficiencia

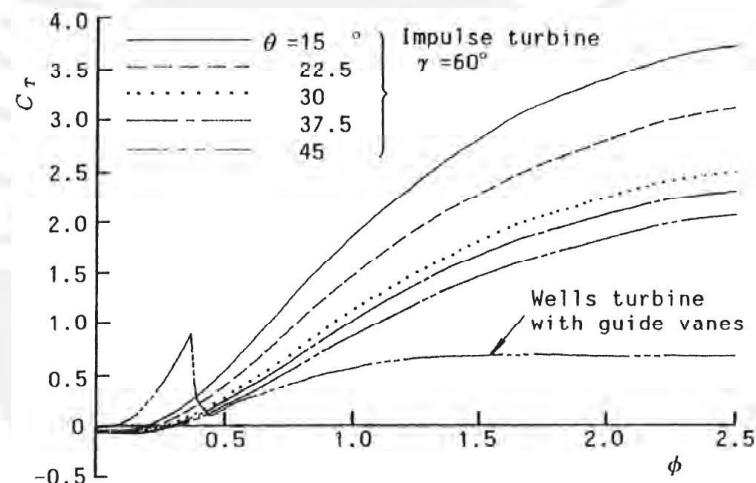


Figura 3.11 – Coeficiente de torque vs coeficiente de flujo para diferentes ángulos de los álabes guía.

Se observa de la Figura 3.10 que para nuestra selección de ángulo del rotor de  $60^\circ$ , el ángulo de los álabes guía del estator que genera una eficiencia media mayor es de  $30^\circ$ , siendo este el ángulo con el eje tangencial. Más adelante se verá que este ángulo define el grado de reacción de la turbina del proyecto. Si bien se observa de la Figura 3.11, que el coeficiente de torque es mayor para un ángulo de  $15^\circ$ , seleccionamos el ángulo que genera una mayor eficiencia.

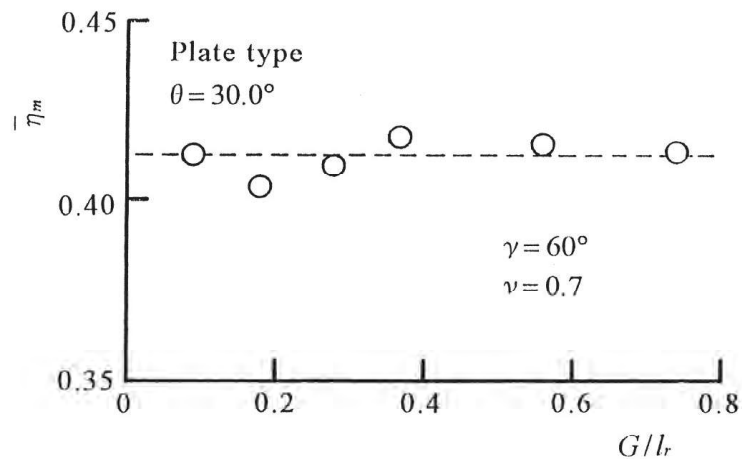


Figura 3.12 – Efecto de la relación entre el espaciado  $G$  entre los álabes fijos y móviles y la longitud de la cuerda del álabes del rotor  $l_r$ .

Finalmente, la Figura 3.12 nos muestra que la el espaciado entre los álabes del estator y del rotor tiene un efecto variado, por lo que no se toma ningún valor en particular al no observarse una correlación.

Habiendo seleccionado toda la geometría del álabes, se seleccionó finalmente la relación entre diámetro del cubo y el diámetro de la turbina ( $\nu$ ) lo cual define la altura del álabes. De la Figura 3.13 se observa que el valor de  $\nu$  que permite mayor eficiencia es 0.7, por lo tanto es el valor que se utilizará en la turbina del proyecto.

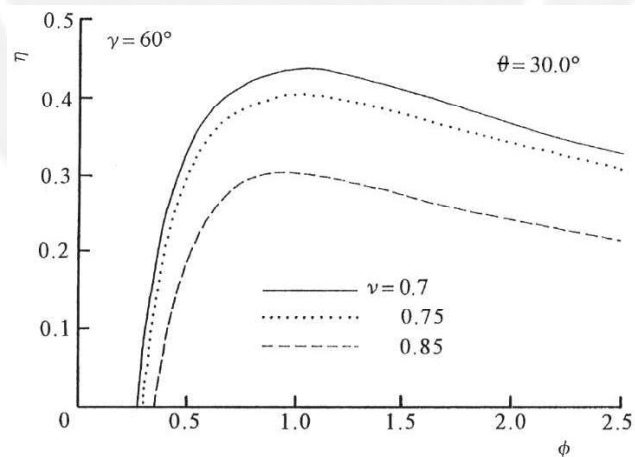


Figura 3.13 - Eficiencia vs coeficiente de flujo variando la relación entre diámetro del cubo y el diámetro de la turbina ( $\nu$ ).

Para nuestra turbina, independientemente del diámetro se deberán cumplir los siguientes parámetros de la Tabla 3.1:

Tabla 3.1 – Parámetros geométricos para la turbina, según las gráficas y recomendaciones de Setoguchi:

	Parámetro	Valor
	$v = D_h/D$	0.7
Rotor	$\gamma$	60°
	$l_r/D$	0.18
	$l_r/S_r$	$\approx 2$
	$e/l_r$	0.767
	$r/l_r$	0.559
	$a/e$	3
	$\lambda$	-7.5°
Estator	$l_g/D$	7/30
	$R/D$	5/300
	$S_g/l_g$	< 0.65
	$\theta$	30°

Hay que recordar que  $S_r/l_r$  se verificará más adelante con el criterio de Zweifel.

### 3.1.3 Número de álabes del rotor – Criterio de Zweifel

Para la selección del número de álabes del rotor, se utilizó el criterio de Zweifel modificado.

Aplicando este criterio al rotor, se obtiene la siguiente operación:

Zweifel para el rotor

$$\frac{1}{\sigma_{rZ}} = \frac{l_r}{S_{rZ}} = \frac{2}{0.9} \cos^2(60^\circ) (\tan(60^\circ) + \tan(60^\circ)) = 1.925 \quad [-]$$

De forma que con este resultado, sabemos la relación que debería tener  $l_r/S_r$  es de 1.934. Y siendo el espaciamiento  $S_r$  igual a la circunferencia en el radio medio entre el número de álabes, despejamos el número de álabes del rotor. Recordemos que  $l_r$  ya está definido al seleccionar el perfil con  $l_r/D = 0.18$  :

Espaciamiento de álabes del rotor

$$S_{rZ} = \frac{l_r}{1.925} = \frac{0.18 D}{1.925} \quad [mm]$$

Número de álabes del rotor - Zweifel <sup>4</sup>:

$$Z_{rZ} = \frac{2\pi r_R}{S_{rZ}} = 28.551 \quad [-]$$

Se redondea hacia el número entero superior más cercano, de forma que se obtiene un valor entero para los álabes:

Número de álabes del rotor

$$Z_r = 29 \quad [-]$$

Espaciamiento de álabes del rotor

$$S_r = \frac{2\pi r_R}{Z_r} \quad [mm]$$

Relación  $l_r/S_r$

$$\frac{l_r}{S_r} = 1.955 \quad [-]$$

Tanto el valor obtenido de la fórmula de Zweifel como el último valor de  $l_r/S_r$  obtenido al redondear el número de álabes resultan bastante cercanos al valor de 2 obtenido de las gráficas de Setoguchi, sin embargo al haber utilizado el criterio de Zweifel, aseguramos que la solidez de la turbina será óptima y se podrán aplicar las correlaciones para estimación de pérdidas previamente mostradas. Por lo tanto queda definido el número de álabes del rotor en  $Z_r = 29$ .

Utilizando estos parámetros se dibujó en el programa Autodesk Inventor el rotor mostrado en la Figura 3.14:

---

<sup>4</sup> Recordar que el radio medio se define:  $r_R = D(1 + \nu)/4$ .



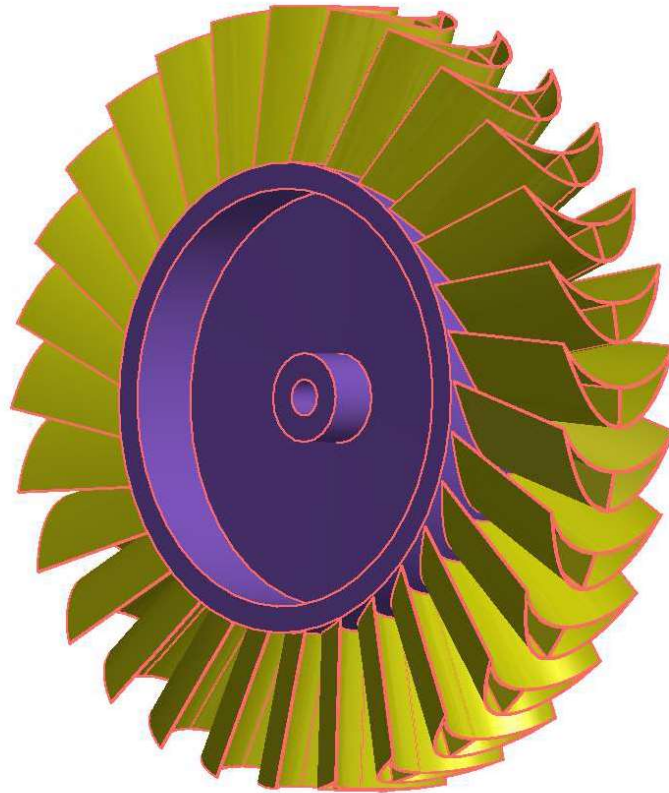


Figura 3.14 – Rotor con los parámetros geométricos seleccionados.

### 3.1.4 Número de álabes del estator

El criterio de Zweifel que se utilizó para el rotor, podría ser utilizado para un estator en una turbina de este tipo, sin embargo al existir un segundo estator a la salida comportándose como difusor, el criterio deja de ser válido. Esto se debe a que la incidencia del flujo sobre el estator a la salida no permitirá que este se comporte jamás como una cascada bidimensional en su punto óptimo, concepto en el que se basa el criterio de Zweifel. Una opción sería tomar el promedio, sin embargo al contar con las gráficas de Setoguchi, resulta más útil seleccionar el parámetro que permite mayores eficiencias promedio. Con el valor de  $S_g/l_g < 0.65$  obtenido de las gráficas observamos que a mayor el valor de  $S_g/l_g$ , menor será el número de álabes por lo que se disminuirán los costos de fabricación del estator. Por esta razón y observando de la Figura 3.9 que para valores menores a 0.65 la eficiencia se mantiene constante, elegimos el mayor valor posible.

Espaciamiento de álabes del estator

$$S_{gS} = 0.65 l_g = 0.65(0.233 D) \quad [mm]$$

Número de álabes del estator - Setoguchi<sup>5</sup>

$$Z_{gS} = \frac{2\pi r_R}{S_{rZ}} = 17.60 \quad [-]$$

Nuevamente tomamos el valor entero inmediatamente superior

Número de álabes del estator

$$Z_g = 18 \quad [-]$$

Espaciamiento de álabes del estator

$$S_g = \frac{2\pi r_R}{Z_g} \quad [mm]$$

Relación  $l_g/S_g$

$$\frac{l_g}{S_g} = 0.636 \quad [-]$$

Queda verificado por lo tanto que se cumpla con el criterio seleccionado de  $S_g/l_g < 0.65$ , obteniendo para el estator el número de álabes a utilizar  $Z_g = 18$ .

De la misma manera que con el rotor, se dibujó en 3D el estator mostrado en la Figura 3.15:

---

<sup>5</sup> Esto se obtiene dividiendo la circunferencia en el radio medio entre el espaciado entre álabes, obteniendo el número de álabes

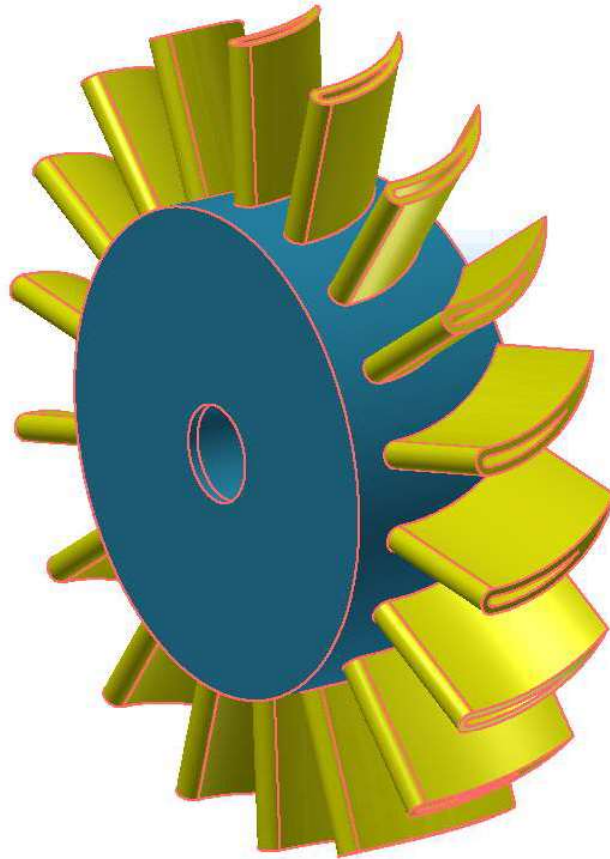


Figura 3.15 – Estator de la turbina con los parámetros geométricos seleccionados.

### 3.2 Grado de reacción

Un resultado importante que proviene de la selección de los ángulos de las gráficas de Setoguchi, es el grado de reacción de la turbina del proyecto. Si bien la turbina se conoce como turbina de impulso debido a la forma simétrica de sus álabes, al seleccionar un ángulo para el estator igual al ángulo del álabe de impulso el grado de reacción es de 50%, esto se muestra en el triángulo de velocidades de la Figura 3.16.

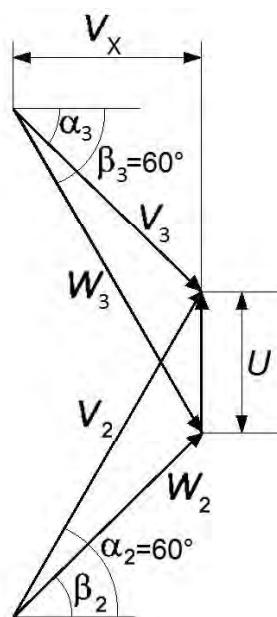


Figura 3.16 – Triangulo de velocidades para la turbina del trabajo, 50% de reacción.

### 3.3 Propuesta para módulo de pruebas

Habiendo seleccionado la geometría de la turbina a utilizar, se hizo un cálculo tentativo de las dimensiones de esta. Luego de esto se procedió a evaluar las instalaciones disponibles en el Laboratorio de Energía de la PUCP (LABEN) para la posible instalación del módulo de pruebas. Se eligió el ventilador centrífugo con tobera calibrada de  $\phi = 7.50316 \text{ cm}$ , debido al tamaño y la posibilidad de instalar en serie el módulo entre la tobera y el ducto de ingreso al ventilador axial (ver Figura 3.17). La instalación de la tobera al ducto es embridada, por lo que resulta simple y conveniente instalar el módulo en medio de estas dos piezas de manera embridada en ambos lados (ver Figura 3.18), sin embargo se deberá considerar la rigidez de todo el módulo que se encontraría instalado en voladizo, observando la posibilidad de utilizar soportes adicionales.



Figura 3.17 – Imagen del ventilador centrífugo del laboratorio.

A continuación se muestra un esquema de la instalación que se ideó para el módulo de pruebas del presente proyecto:

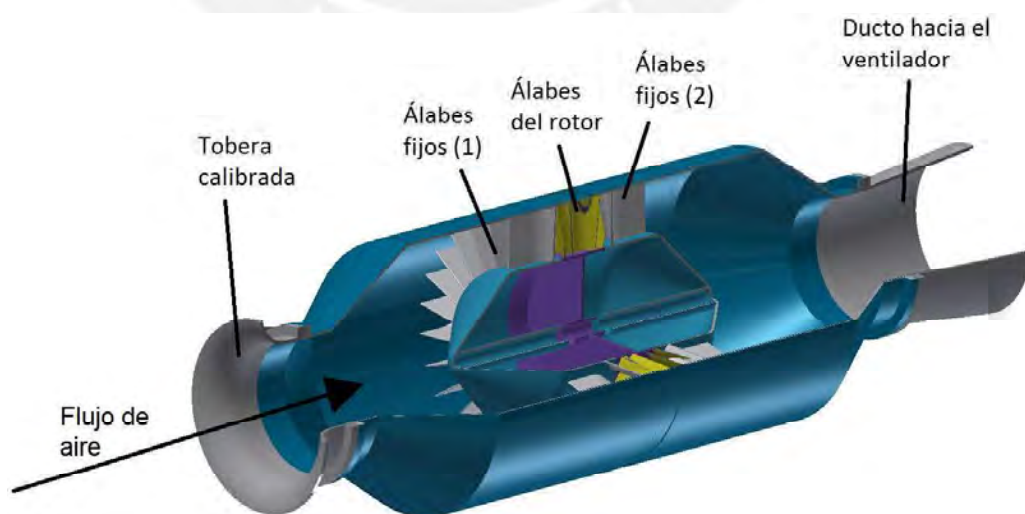


Figura 3.18 – Esquema de la instalación propuesta, se observa la tobera calibrada al ingreso, y el ducto hacia el ventilador a la salida.

El hecho de utilizar el ventilador axial, permitirá controlar la velocidad de ingreso a la turbina ya que este ventilador cuenta con una compuerta a la salida que se puede regular generando una mayor o menor pérdida de presión, controlando el caudal desde la compuerta totalmente cerrada hasta la compuerta totalmente abierta. El caudal a través del ventilador se mide con la caída de presión a través de la tobera calibrada, entre la presión atmosférica y la presión en la garganta. El ventilador axial tiene la capacidad de trabajar en dos posiciones del motor, 750 W a 3410 RPM y 375W a 1755 RPM, ambos a 60 Hz.

### 3.4 Estimación de pérdidas en la turbina

La estimación de las pérdidas a través de la turbina no solo es necesaria para el cálculo de la eficiencia esperada, sino también para dimensionar la turbina y poder calcular el punto de trabajo de la turbina con el ventilador. Las gráficas de las pérdidas mostradas en esta parte son para un diámetro referencial de 15 cm girando a 300 RPM. Las operaciones se dieron definiendo las funciones en el software Mathcad (ver Anexo 3 para más detalle).

#### 3.4.1 Cálculo de las incidencias en función del coeficiente de flujo

Para el cálculo de las pérdidas en la turbina fue necesario realizar previamente el cálculo de los ángulos de incidencia, tanto sobre el rotor como sobre el segundo estator, ya que estas afectarán las pérdidas, mientras que para el primer estator existirá siempre ingreso axial. Se obtuvieron las siguientes fórmulas:

Ángulo del flujo relativo en (2)

$$\beta_2 = \text{atan}\left(\tan(\alpha_2) - \frac{1}{\phi}\right) \quad [^\circ]$$

$$\text{Donde } \alpha_2 = 90^\circ - \theta = 60^\circ \quad [^\circ]$$

Ángulo del flujo absoluto en (3)

$$\alpha_3 = \text{atan}\left(\tan(\beta_3) - \frac{1}{\phi}\right) \quad [^\circ]$$

$$\text{Donde } \beta_3 = \gamma = 60^\circ \quad [^\circ]$$

Recordemos que el coeficiente de flujo depende de la velocidad axial y la velocidad angular:

Coeficiente de flujo

$$\phi = \frac{V_a}{U} = \frac{V_a}{\omega r_R} \quad [-]$$

La Figura 3.19 muestra un esquema de la forma en que inciden los flujos sobre los álabes:

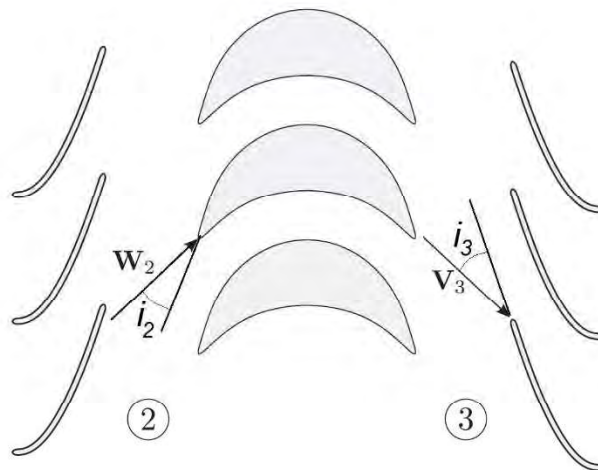


Figura 3.19 – Ángulos de incidencia  $i_2$  e  $i_3$ .

Conociendo los ángulos del álabe del rotor y estator:

Ángulo del flujo relativo en (2) para  $i_2 = 0^\circ$ :

$$\beta_{2,i=0^\circ} = \gamma = 60^\circ \quad [^\circ]$$

Ángulo del flujo absoluto en (3) para  $i_3 = 0^\circ$ :

$$\alpha_{3,i=0^\circ} = 90^\circ - \theta = 60^\circ \quad [^\circ]$$

Se obtienen los ángulos de incidencia:

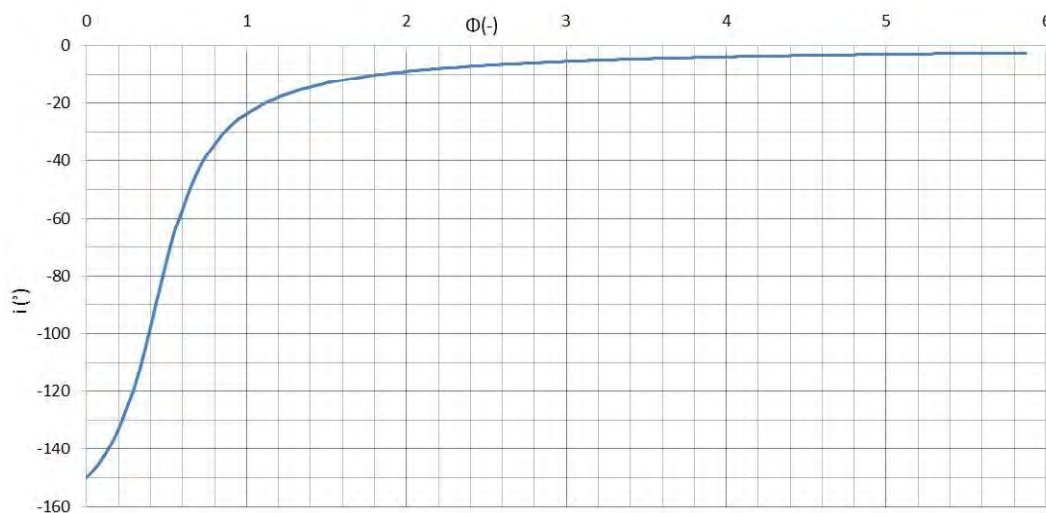
Ángulo de incidencia sobre el álabe del rotor:

$$i_2 = \beta_2 - \beta_{2,i=0^\circ} = \text{atan}\left(\tan(60^\circ) - \frac{1}{\phi}\right) - 60^\circ \quad [^\circ]$$

Ángulo de incidencia sobre el álabe del estator:

$$i_3 = \alpha_3 - \alpha_{3,i=0^\circ} = \text{atan}\left(\tan(60^\circ) - \frac{1}{\phi}\right) - 60^\circ \quad [^\circ]$$

Se observa que debido a los ángulos seleccionados para el estator  $\alpha_2 = 60^\circ$  y rotor  $\beta_3 = 60^\circ$ , los ángulos de incidencia serán siempre iguales y se mantendrán en el rango negativo. Estas fórmulas serán utilizadas para la aplicación de las correlaciones en la estimación de pérdidas.



Gráfica 3.1 – Incidencias  $i_2$  e  $i_3$  en función del coeficiente de flujo  $\phi$ . Independiente del diámetro y la velocidad angular.

### 3.4.2 Cálculo de pérdidas

Sabiendo que las dimensiones tanto del rotor como del estator variarán proporcionalmente con el diámetro (ver Tabla 3.1), se puede poner los parámetros  $b, S_r, l_r, S_g, l_g$  como función del diámetro. Con ayuda de Mathcad se definieron estas funciones y se aplicaron en las funciones de correlación de pérdidas para obtener las estimaciones de estas en función de la velocidad de ingreso del aire.

En el primer estator existía la posibilidad de utilizar tanto la correlación de Ainley y Mathieson como la de Soderberg para las pérdidas del perfil, debido a que no es necesaria una corrección para la incidencia, al ser esta cero. Sin embargo, se conoce que Soderberg permite una corrección del coeficiente de Reynolds para valores cercanos a  $2 * 10^5$ , mientras que en la turbina del proyecto existirán momentos en los que la velocidad llegará incluso a cero, disminuyendo de igual manera a cero el número de Reynolds. Por esta razón se aplicó la correlación de Ainley y Mathieson con la corrección de Kacker y Okapuu, lo que permite corregir en un rango más amplio de Reynolds.

Ya que el ingreso al estator es axial, se utiliza únicamente la ecuación {2.41}, utilizando los parámetros que son función del diámetro, con el ángulo de salida  $\alpha_2 =$



60°. El valor para pérdidas del perfil de esta fórmula será válido únicamente para una incidencia igual a cero y un número de Reynolds entre  $2 * 10^5$  y  $10^6$ . Para las correcciones de las pérdidas del perfil se tomó la incidencia  $i_2$  y el número de Reynolds. Para el estator, el diámetro hidráulico y el Reynolds son:

Diámetro hidráulico:

$$d_{hS1} = \frac{2 S_g b \cos(\alpha_2)}{S_g \cos(\alpha_2) + b} \quad [mm] \text{ ó } [m]$$

Número de Reynolds

$$Re_{S1} = \frac{\rho_a V_2 d_h}{\mu} \quad [-]$$

Para las pérdidas secundarias se toma la ecuación {2.46} con  $k = 0$ .

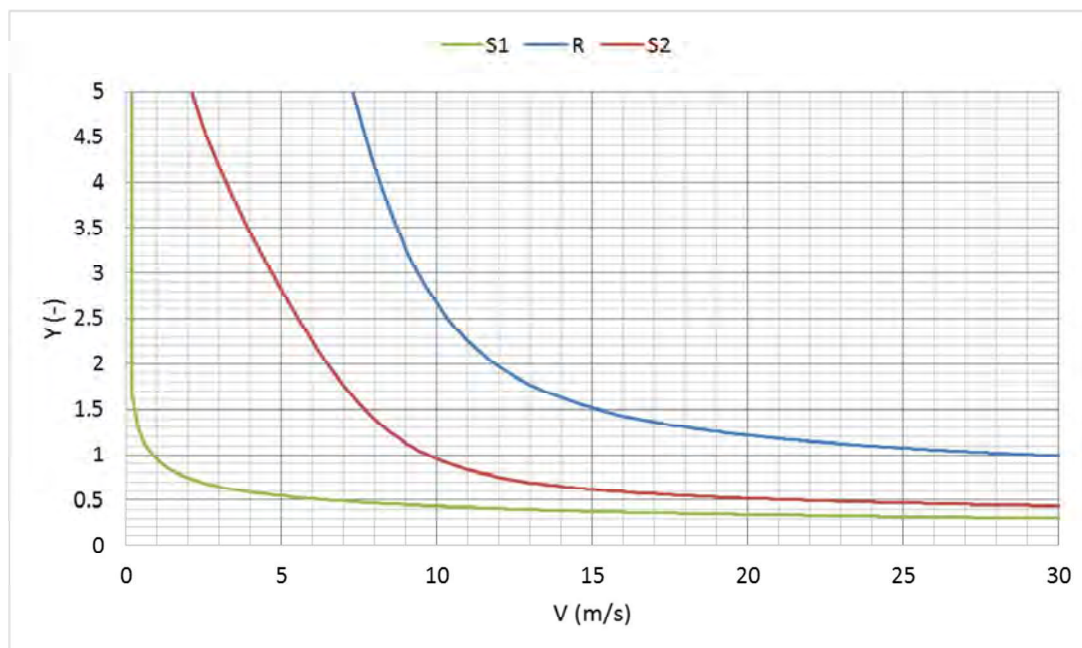
Sabiendo esto se podrá corregir de acuerdo a lo mostrado en las ecuaciones {2.44} y {2.45} debido al Reynolds y la incidencia, los cuales variarán con la velocidad.

Coefficiente de pérdidas totales en el primer estator:

$$Y_{S1} = \chi_i * \chi_{Re} * Y_{pas1} + Y_{sS1} \left( \frac{Re_{S1}}{2 \cdot 10^5} \right)^{-0.2} \quad [-]$$

Para el rotor se procedió a aplicar las correlaciones para las pérdidas de igual manera que para el primer estator. En este caso se toma la correlación de Ainley y Mathieson para perfil equiaxial (ecuación {2.42}). Mientras que para la correlación de Dunham y Came se utilizó el valor de  $k = 1$  mm, que es el valor de la luz radial que le daremos a la turbina dentro de la carcasa.

Para el análisis del segundo estator se aplicó un análisis similar al del rotor con la incidencia que fue mencionada previamente. En este caso al igual que en el primer estator el valor de  $k$  es cero. Hay que tener en cuenta que este segundo estator no tendrá una función al trabajar la turbina bajo flujo unidireccional, pero es necesario que esté para cuantificar las pérdidas que ocurren en este y poder conocer el comportamiento real de la turbina en conjunto.



Gráfica 3.2 – Coeficientes de pérdidas en el primer estator (S1), rotor (R) y segundo estator (S2) en función de la velocidad de ingreso a la turbina.

### 3.5 Estimación de propiedades en cada estado

Para la estimación de propiedades en cada estado se asumió la turbina como adiabática, mientras que el flujo en la tobera se asumió isentrópica, lo que permitió que se hicieran las siguientes aproximaciones:

Tabla 3.2 – Relaciones entre estados de la turbina:

Numeración de estados	A través de:	Relación de entalpías	Relación de presiones
(0)-(1)	Tobera	$h_{01} = h_0$	$p_{01} = p_0$
(1)-(2)	Estator 1	$h_{02} = h_{01}$	$p_{02s} = p_{01}$
(2)-(3)	Rotor	$h_{03.rel} = h_{02.rel}$	$p_{03s.rel} = p_{02.rel}$
(3)-(4)	Estator 2	$h_{04} = h_{03}$	$p_{04s} = p_{03}$

Utilizando el software Mathcad se definieron funciones para determinar las propiedades del fluido en cada estado de la turbina, basándonos en las relaciones mencionadas en la Tabla 3.2.

Antes del ingreso a la tobera, de la atmósfera se tiene:

$p_0 = 101 \text{ kPa}$	$T_0 = 293 \text{ K}$	$V = 0 \text{ m/s}$
-------------------------	-----------------------	---------------------

Asumiendo flujo isentrópico a través de la tobera, entre (0) y (1):

$p_{01} = p_0$	$h_{01} = h_0 = c_p T_0$	$V_1 = V_a$
$p_1 = p_{01} - \rho_a \frac{V_1^2}{2}$	$h_1 = h_{01} - \frac{V_1^2}{2}$	$T_1 = h_1/c_p$

Conociendo el coeficiente de pérdidas entre (1) y (2):

$p_{02s} = p_{01}$	$h_{02} = h_{01}$	$V_2 = V_a/\cos(\alpha_2)$
$\Delta p_{02} = Y_{S1} \rho \frac{V_2^2}{2}$	-	-
$p_{02} = p_{02s} - \Delta p_{02}$	-	-
$p_2 = p_{02} - \rho_a \frac{V_2^2}{2}$	$h_2 = h_{02} - \frac{V_2^2}{2}$	$T_2 = h_2/c_p$
$p_{02,rel} = p_2 + \rho_a \frac{W_2^2}{2}$	$h_{02,rel} = h_2 + \frac{W_2^2}{2}$	$W_2 = V_a/\cos(\beta_2)$

Conociendo el coeficiente de pérdidas entre (2) y (3):

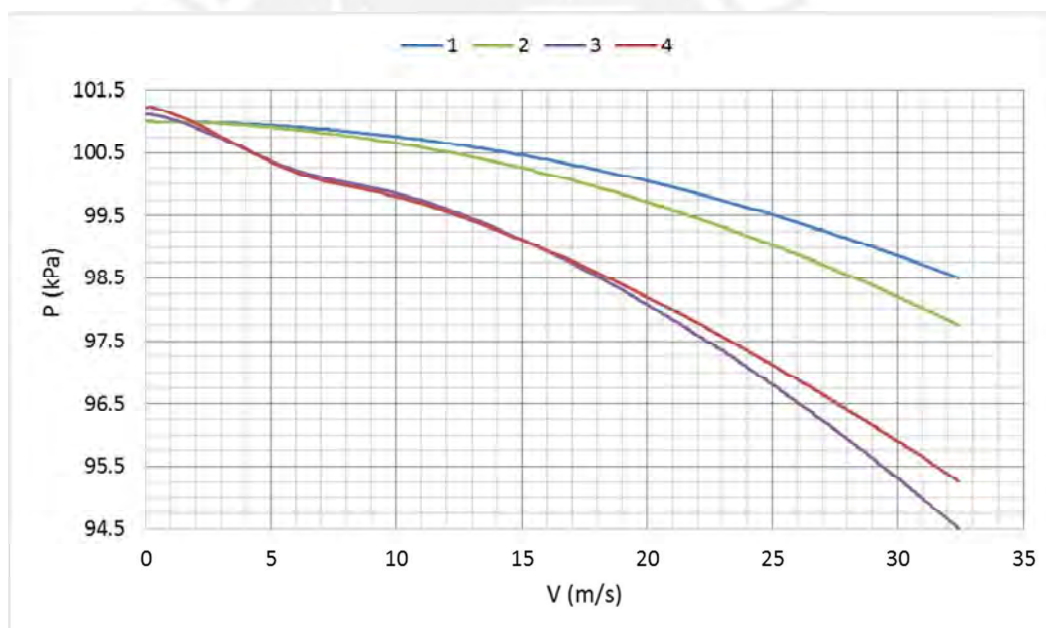
$p_{03s,rel} = p_{02,rel}$	$h_{03,rel} = h_{02,rel}$	$W_3 = V_a/\cos(\beta_3)$
$\Delta p_{03,rel} = Y_R \rho \frac{W_3^2}{2}$	-	-
$p_{03,rel} = p_{03s,rel} - \Delta p_{03,rel}$	-	-
$p_3 = p_{03,rel} - \rho_a \frac{W_3^2}{2}$	$h_3 = h_{03,rel} - \frac{W_3^2}{2}$	$T_3 = h_3/c_p$
$p_{03} = p_3 + \rho_a \frac{V_3^2}{2}$	$h_{03} = h_3 + \frac{V_3^2}{2}$	$V_3 = V_a/\cos(\alpha_3)$

Conociendo el coeficiente de pérdidas entre (3) y (4):

$p_{04s} = p_{03}$	$h_{04} = h_{03}$	$V_4 = V_a$
$\Delta p_{04} = Y_{S2} \rho \frac{V_4^2}{2}$	-	-
$p_{04} = p_{04s} - \Delta p_{04}$	-	-
$p_4 = p_{04} - \rho_a \frac{V_4^2}{2}$	$h_4 = h_{04} - \frac{V_4^2}{2}$	$T_4 = h_4 / c_p$

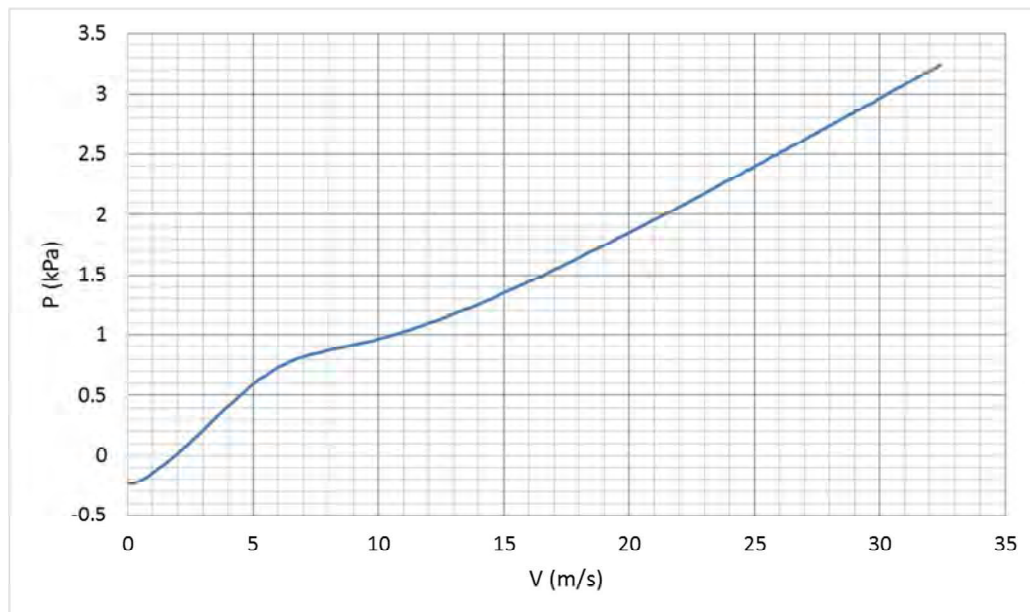
De esta forma se conoce tanto presiones y temperaturas en cada estado de la turbina, quedando definidas todas las propiedades.

Para el diámetro y la velocidad de referencia, mencionados previamente, las presiones y la caída de presión a través de la turbina se muestran a continuación:



Gráfica 3.3 – Presiones en los distintos estados en función de la velocidad del aire.

Y la caída de presión a través de la turbina  $p_1 - p_4$ :



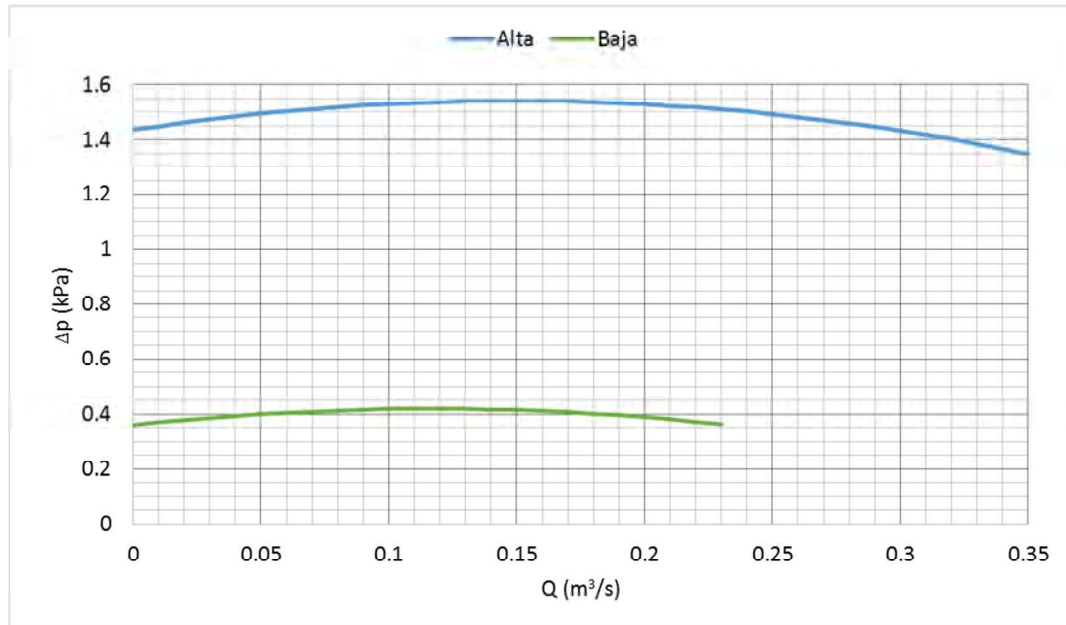
Gráfica 3.4 – Caída de presión a través de la turbina en función de la velocidad.

### 3.6 Selección del diámetro

Contando con los datos de funcionamiento de caudal de aire del ventilador centrífugo de la propuesta para el módulo de pruebas, se iteró con diferentes diámetros intersecando las curvas de caída de presión de la turbina (Gráfica 3.4) con la gráfica del ventilador. Esto se hizo hasta obtener uno que produzca la potencia deseada. Para esto se utilizó la ecuación de Euler {2.13}, y se tomó en cuenta que la velocidad del ventilador es tomada en la tobera, y existirá un cambio de área entre la tobera y la turbina, existiendo por ende también un cambio de velocidad.

El ventilador axial tiene dos modos de trabajo, en alta y baja velocidad. Se muestran para cada velocidad las curvas de elevación de presión y caudal a continuación<sup>6</sup>:

<sup>6</sup> Datos obtenidos de experiencias de laboratorio del curso de turbomáquinas, con los álabes del ventilador curvados hacia delante en  $138.5^\circ$ .



Gráfica 3.5 – Cambio de presión a través del ventilador en función del caudal para alta y baja velocidad.

Para la instalación que se plantea, se propone utilizar el ventilador en baja velocidad debido a la baja potencia requerida de la turbina. Siendo la elevación de presión mayor para el ventilador en alta velocidad, la potencia del flujo en esta velocidad es muy superior a la de la turbina del proyecto.

Ya que consideramos el flujo incompresible, tomando la densidad constante para el aire, podemos decir que el caudal a través de la tobera es el mismo que el que pasa a través de la turbina, y conociendo el área de ingreso de la tobera podemos conocer la relación de velocidades que existirá entre la tobera y la turbina:

Caudal en la tobera calibrada

$$Q = K_t A_t \sqrt{2 \left[ \frac{\Delta p}{\rho} \right]} \quad [m^3/s] \quad \{3.1\}$$

Velocidad en la tobera

$$V_t = \frac{Q}{A_t} = K_t \sqrt{2 \left[ \frac{\Delta p}{\rho} \right]} \quad [m/s]$$

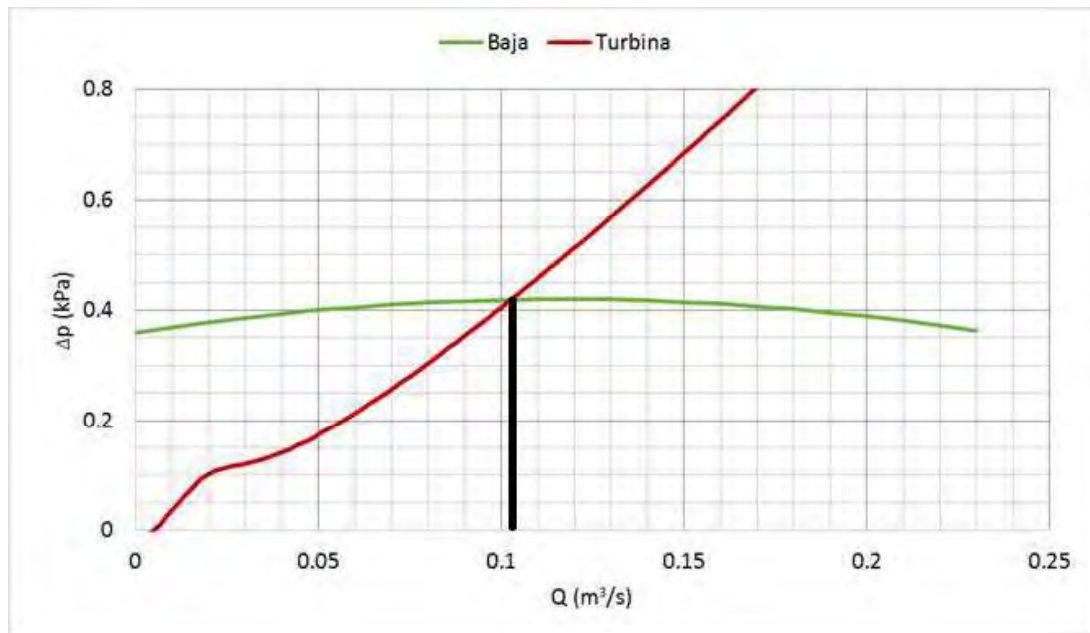
Velocidad de ingreso a la turbina

$$V_1 = V_t \frac{A_t}{A_1} \quad [m/s]$$

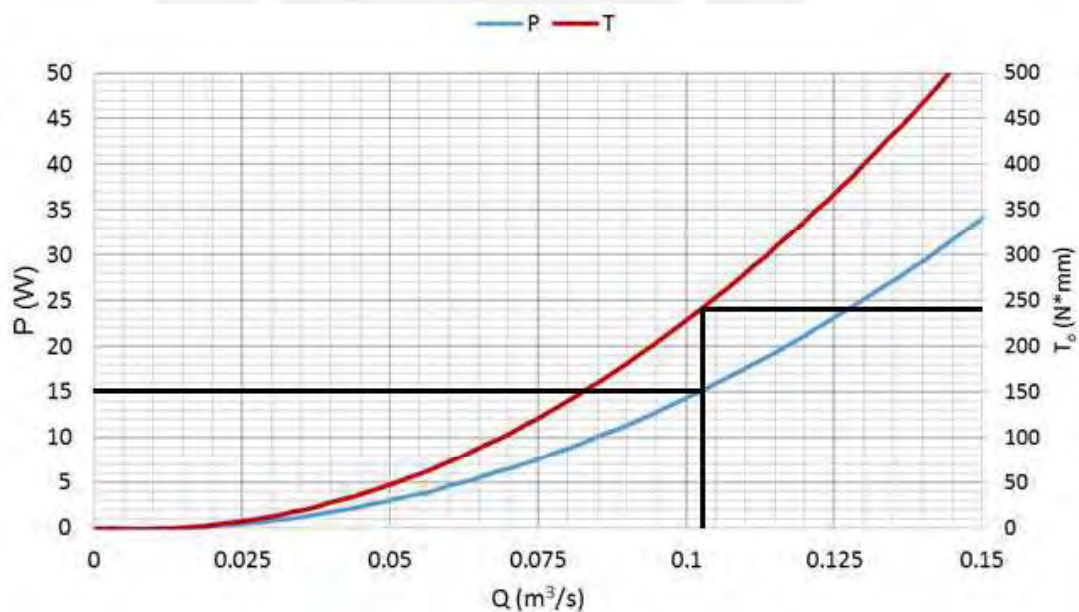
Con la ayuda de una hoja de cálculo del programa Mathcad, se iteró variando tanto el diámetro como la velocidad angular de la turbina hasta encontrar el cruce entre la

curva de caída de presión en la turbina (que corresponde a la caída de presión debido a la extracción de energía y la caída de presión debido a las pérdidas) con la elevación de presión a través del ventilador.

Se encontró que para un diámetro  $D = 16.5 \text{ cm}$  trabajando a 600 RPM se obtiene la potencia máxima deseada de 15 W. Los resultados se muestran en las siguientes gráficas:



Gráfica 3.6 – Cruce de gráficas de presión vs caudal con el ventilador en baja velocidad.



Gráfica 3.7 – Potencia y torque en función del caudal

Caudal máximo:  $Q_{max} = 0.103 \frac{m^3}{s}$

Potencia máxima:  $P_{max} = 15 W$

Torque máximo:  $T_{oMax} = 245 N mm$

Finalmente, habiendo definido el diámetro se obtienen las dimensiones finales para la turbina, utilizando las relaciones de la Tabla 3.1. Estas se utilizarán para el diseño en 3D y se muestran a continuación en la Tabla 3.3:

Tabla 3.3 - Dimensiones finales del rotor y estator:

	Parámetro	Valor
Generales	$v = D_h/D$	0.7
	$b$	24.75 mm
	$D_h$	115.5 mm
Rotor	$\gamma$	60°
	$l_r$	29.7 mm
	$Z_r$	29
	$S_r$	15.2 mm
	$e$	22.8 mm
	$r$	16.6 mm
	$a$	69.2 mm
	$\lambda$	-7.5°
	$k$	1 mm
Estator	$l_g$	38.5 mm
	$Z_g$	18
	$S_g$	24.5 mm
	$\theta$	30°

### 3.7 Estimación de la eficiencia de la turbina

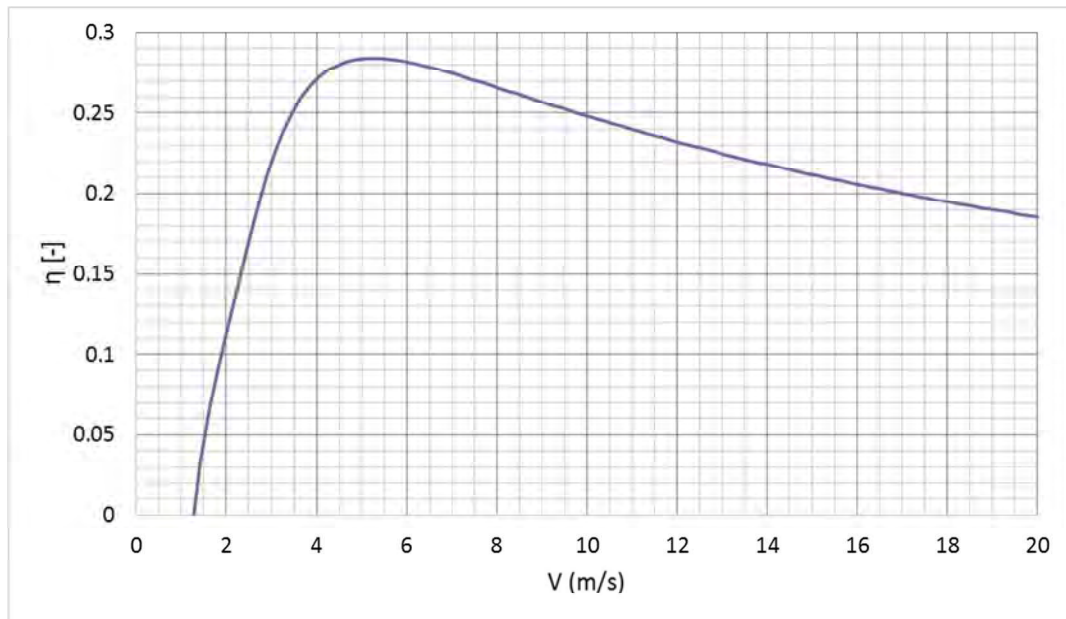
Conociendo los coeficientes de pérdidas a través de toda la turbina en función de la velocidad, se procedió a utilizar la fórmula de la eficiencia total a total de Smith previamente modificada para la turbina del proyecto. Conociendo los coeficientes de pérdidas en función de la velocidad (manteniendo la velocidad angular constante), utilizando las ecuaciones {2.62} y {2.66}{2.63} de la eficiencia total a total de Smith modificada para turbinas autorectificantes.

$$\eta_{tt} = \frac{1}{1 + f_L}$$



$$f_L = \frac{(\zeta_{S1}V_2^2 + \zeta_R W_3^2 + \zeta_{S2}V_4^2)}{2w}$$

Donde todos los parámetros de pérdidas ( $\zeta_{S1}$ ,  $\zeta_R$ ,  $\zeta_{S2}$ ), de velocidad ( $V_2$ ,  $W_3$ ,  $V_4$ ), y trabajo ( $w$ ) son función de la velocidad de ingreso a la turbina. De esta forma podemos graficar la eficiencia en función de la velocidad  $V_a$ .



Gráfica 3.8 – Eficiencia de la turbina en función de la velocidad del aire al ingreso de la turbina.

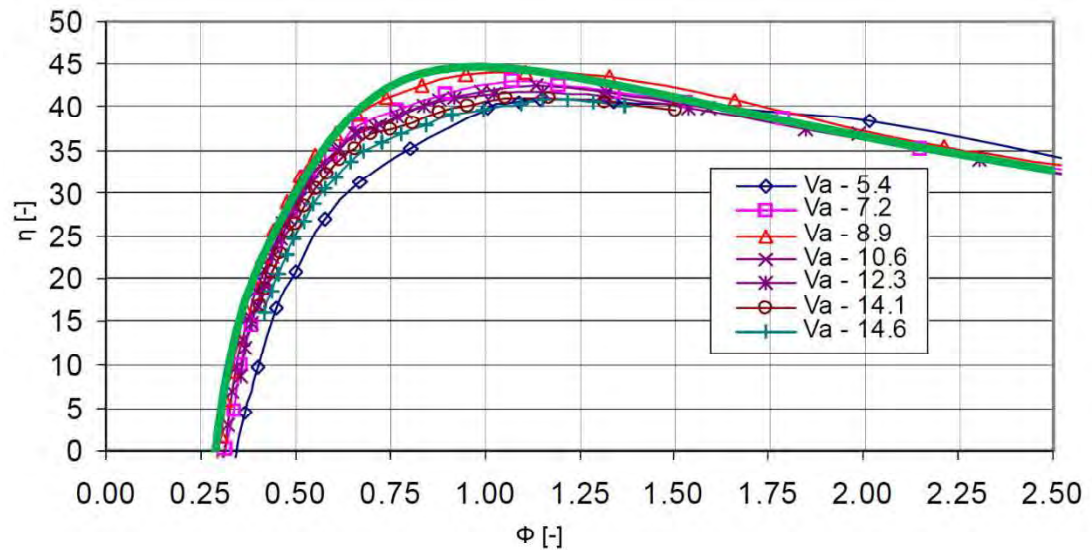
### 3.8 Comparación del modelo utilizado con resultados experimentales

Para verificar que la metodología de diseño que se utilizó en este trabajo sea cercana a la realidad, se comparó con datos experimentales de [23] utilizando la hoja de cálculo de Mathcad con los parámetros de la turbina utilizada por este mismo autor.

En este caso se utilizó una turbina con los siguientes parámetros:

	Parámetro	Valor
Generales	$\nu = D_h/D$	0.7
Rotor Perfil elíptico	$\gamma$	60°
	$Z_r$	30
	$k$	1 mm
Estator Perfil aerodinámico	$Z_g$	26
	$\theta$	30°

Podemos comparar a continuación las gráficas de eficiencia:

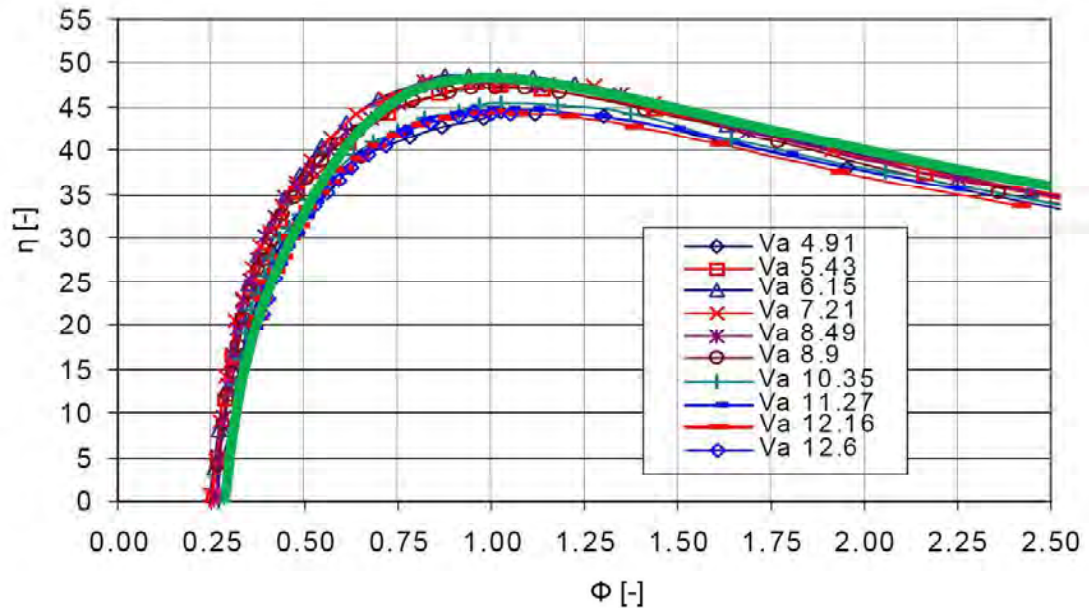


Gráfica 3.9 – Comparación entre eficiencias experimentales de [23] a diferentes velocidades axiales, comparado con la del modelo del trabajo a  $V_a = 8.9 \text{ m/s}$ ,  $v = 0.7$  (línea verde gruesa).

De la misma manera, se realizó comparando con otra turbina de [23], con las siguientes características:

	Parámetro	Valor
Generales	$v = D_h/D$	0.6
Rotor Perfil elíptico	$\gamma$	$60^\circ$
	$Z_r$	30
Estator Perfil aerodinámico	$k$	1 mm
	$Z_g$	26
	$\theta$	$30^\circ$

Se comparan a continuación las gráficas de eficiencia:



Gráfica 3.10 – Comparación entre eficiencias experimentales de [23] a diferentes velocidades axiales, comparado con la del modelo del trabajo a  $V_a = 8.9$  m/s,  $v = 0.6$  (línea verde gruesa).

Observando la Gráfica 3.9 y la Gráfica 3.10, podemos afirmar que las correlaciones utilizadas permiten predecir de manera certera el comportamiento de la turbina, y en específico la eficiencia, parámetro que involucra los otros tres coeficientes adimensionales importantes: coeficiente de torque, caída de presión y coeficiente de flujo (recordemos la ecuación {2.52}).

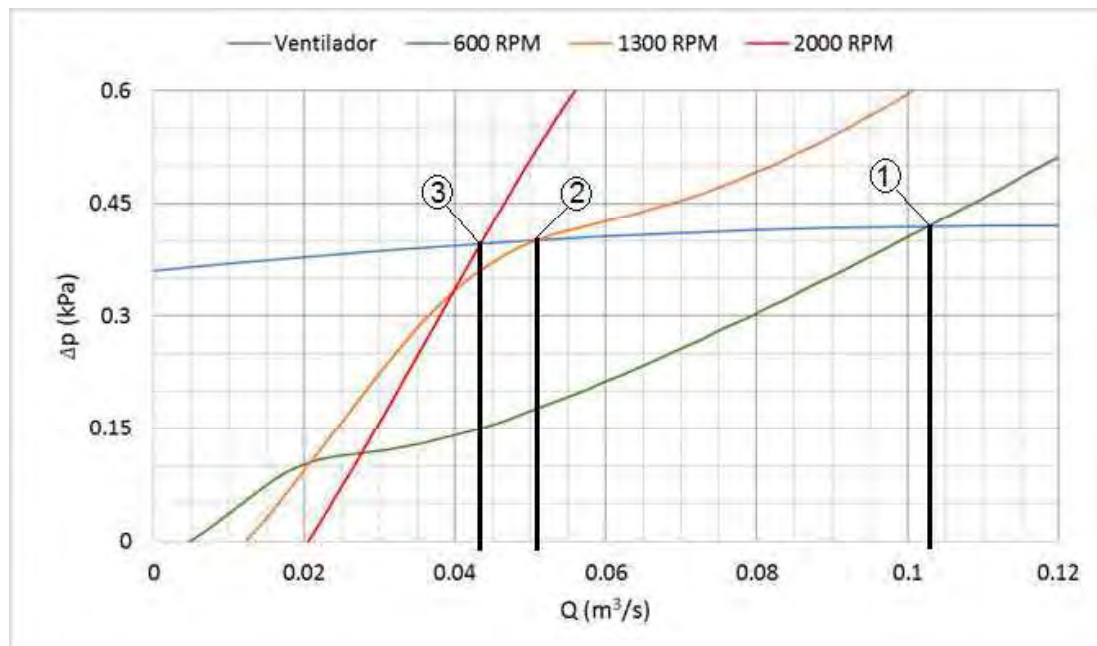
### 3.9 Diseño del modelo en 3D – Cálculos de resistencia

El diseño de las partes en 3D de la turbina se hizo en el software Autodesk Inventor, lo que permitió realizar el ensamble de todas las piezas en conjunto. El cálculo de resistencia que se hace es para los casos críticos que podrían suceder en la instalación. Esto podría darse de dos formas:

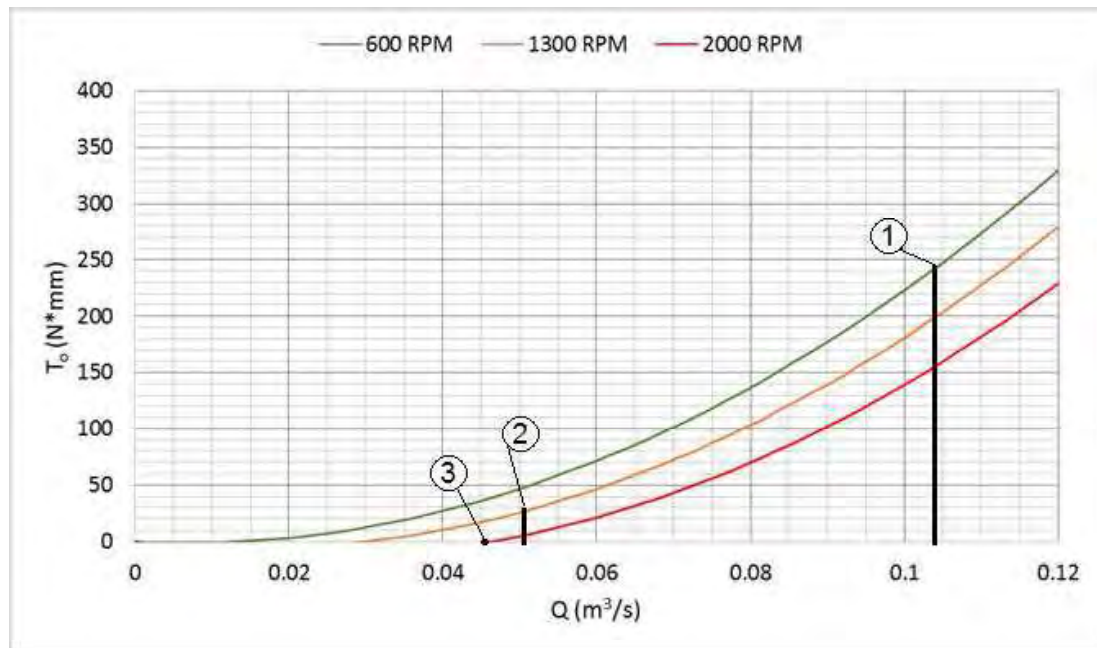
- A. Embalamiento de la turbina debido a la pérdida de carga, es decir el generador deja de funcionar y no proporciona un torque de freno a la turbina, permitiendo que esta tenga una aceleración angular debido al torque.
- B. La elevación de presión en el ventilador es mayor a la esperada o las pérdidas han sido subestimadas y la turbina llega hasta el caudal máximo del ventilador, generando una mayor potencia y un mayor torque.

El caso del embalamiento (caso A) fue analizado de manera iterativa, de ocurrir un fallo del generador, la turbina aumentará su velocidad angular, cambiando a su vez

la curva de pérdidas del sistema, donde encontraría un nuevo punto de trabajo al cual le corresponda un nuevo torque. Esto ocurrirá repetitivamente hasta que se encuentre un punto estable donde el torque sea cero – despreciando el torque de fricción en los rodamientos - para el punto de intersección de las pérdidas de la turbina con la presión del ventilador. Se muestra una gráfica para ejemplificar la explicación.



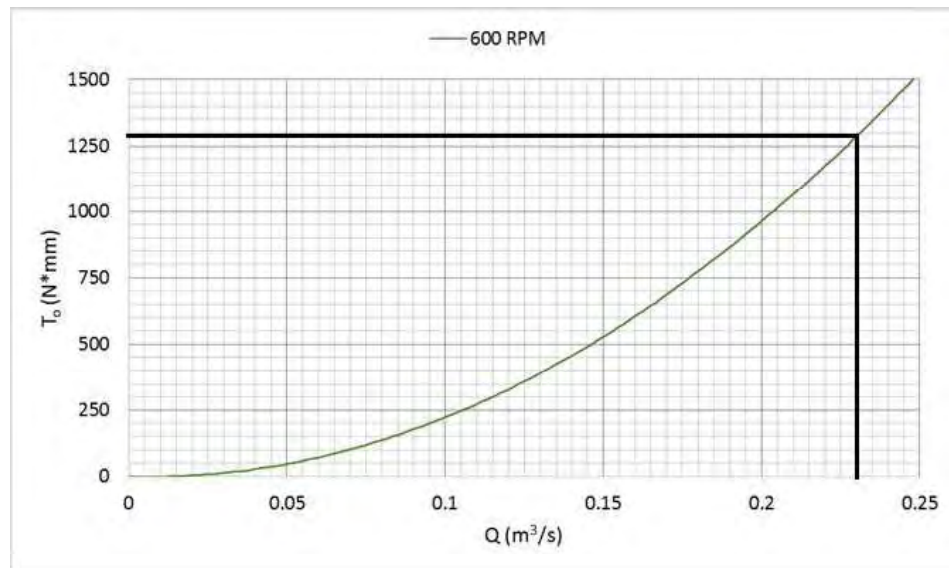
Gráfica 3.11 – Diferentes puntos de trabajo al aumentar la velocidad angular en la turbina, intersección de la elevación de presión del ventilador y caída de presión en la turbina.



Gráfica 3.12 – Diferentes curvas de torque al aumentar la velocidad angular en la turbina.

Observamos de las gráficas que para un valor cercano a 2000 RPM (punto de trabajo 3) se llegará a tener un torque nulo para el punto de equilibrio de las curvas de presión. Este es el valor de velocidad angular que tomaremos para la velocidad de embalamiento, despreciando el torque de fricción en los rodamientos.

Para el caso en que la turbina llegue a funcionar con el caudal máximo del ventilador (caso B), asumimos que se llega al caudal que se encuentra con la compuerta abierta al 100% correspondiente a  $0.23 \text{ m}^3/\text{s}$ . Observamos de la Gráfica 3.13 que el torque máximo para esta segunda situación crítica es de  $1.3 \text{ N}\cdot\text{m}$ .



Gráfica 3.13 – Torque para condiciones de flujo máximo en el ventilador

Habiéndose hecho este análisis se harán los cálculos tanto para la velocidad de embalamiento de 2000 RPM sin carga (caso A) como para 600 RPM con torque de 1.3 N-m (caso B).

### 3.9.1 Cálculo de resistencia de álabes del rotor

Se hicieron dos cálculos para el álabe del rotor, uno correspondiente a la flexión debido a la fuerza del flujo de aire (la fuerza que ocasiona el torque) y la fuerza debido a la fuerza centrípeta debido a la rotación. Para la flexión se hizo un cálculo simple, con los mismos criterios de flujo bidimensional que se han utilizado para el diseño energético. Es decir considerando una fuerza actuando en el radio medio del rotor en cada álabe, obteniendo con la suma de estos el torque sobre el rotor.

Dixon recomienda la siguiente ecuación para obtener el esfuerzo debido a la rotación:

$$\sigma_r(r) = \frac{\rho_b \omega^2}{2} (r_t^2 - r^2) \quad [MPa] \text{ ó } [kPa] \quad \{3.2\}$$

$$\text{Donde } r_h \leq r \leq r_t$$

El máximo se dará para  $r = r_h$ , es decir en la base del álabe, ya que soportará la fuerza centrípeta de la masa de todo el álabe.

Sabiendo que los álabes son de ABS:

$$\rho_b = \rho_{ABS} = 1.04 \text{ g/cm}^3$$

Para el caso (A): Esfuerzo rotacional máximo – 2000 RPM

$$\sigma_r = \frac{\rho_b \omega^2}{2} (r_t^2 - r_h^2) = 79.2 \text{ kPa} \quad [\text{kPa}] \quad \{3.3\}$$

Para el caso (B): Esfuerzo rotacional máximo – 600 RPM

$$\sigma_r = \frac{\rho_b \omega^2}{2} (r_t^2 - r_h^2) = 7.13 \text{ kPa} \quad [\text{kPa}] \quad \{3.4\}$$

Por otro lado, conociendo el momento de inercia del área del perfil, podemos calcular tanto la deflexión de este como el esfuerzo que soporta en el caso (B). Los álabes se diseñaron con un espesor de 1.5 mm, de acuerdo a lo recomendado para el tipo de impresora con el que se cuenta en la PUCP.

Tabla 3.4 – Datos importantes del perfil del álabe del rotor:

Dato	Valor
Área	$A_R = 93.9 \text{ mm}^2$
Momento de inercia	$I_{xR} = 1108.5 \text{ mm}^4$
Distancia máxima al eje neutro	$y_{maxR} = 8.9 \text{ mm}$

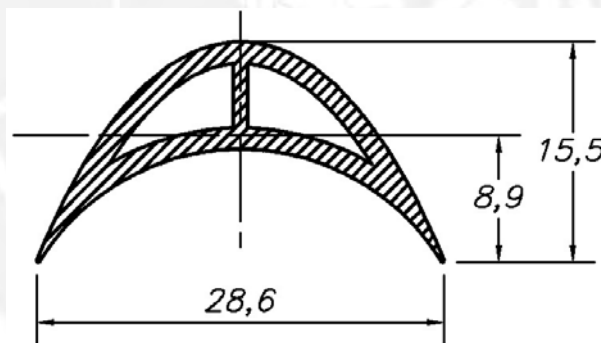


Figura 3.20 – Esquema del perfil del rotor

Se tomó la fuerza que produce el torque debido al flujo de aire en el radio medio, considerando que actúa la fuerza en un solo punto. Para cada álabe:

Fuerza sobre cada álabe del rotor, en el radio medio

$$F_{Tr} = \frac{T_o}{r_R} \frac{1}{Z_r} = \frac{1300 \text{ N mm}}{70.13 \text{ mm}} \frac{1}{29} = 0.64 \text{ N} \quad [\text{N}]$$

De esta manera considerando el álabe empotrado al cubo y en voladizo se obtiene el DCL y los diagramas siguientes:

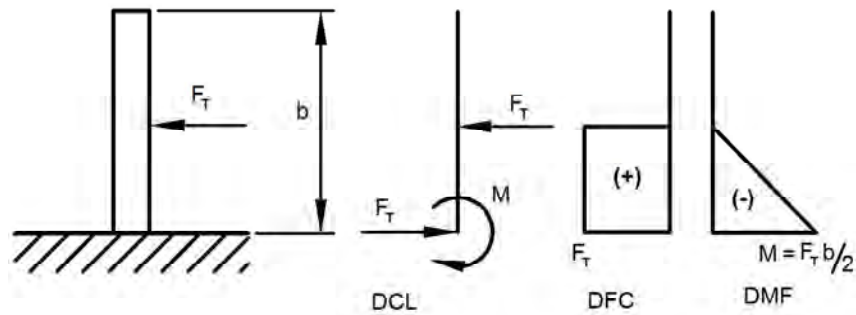


Figura 3.21 – DCL del álabe del rotor, junto con los diagramas de fuerza cortante y momento flector.

Para este caso simple se obtiene el máximo momento en la base, siendo el esfuerzo máximo a tracción en las puntas de los álabes.

Máximo momento flector en el álabe del rotor

$$M_{fr} = F_{tr} \frac{b}{2} = 7.9 \text{ N mm} \quad [N \text{ mm}]$$

Esfuerzo máximo de flexión

$$\sigma_{fr} = \frac{M_{fr} y_{maxR}}{I_{xR}} = 0.055 \text{ MPa} \quad [MPa]$$

Sumando los efectos del esfuerzo rotacional y el de flexión se obtiene un esfuerzo total máximo de 61.8 kPa, el cual está muy por debajo del esfuerzo máximo para el material en el sentido de fabricación tanto longitudinal como tangencial.

La máxima deflexión en la punta del álabe es:

$$\delta_r = \frac{F_t (b/2)}{6 E_{ABS} I_x} = 3.3 * 10^3 \text{ mm} \quad [mm]$$

$$\text{Donde } E_{ABS} = 2.25 \text{ GPa}$$

Observamos que no existirá ningún problema debido a la resistencia del material, a pesar de que se podrán generar concentradores de esfuerzos debido al cambio de dirección de la extrusión del material como se esquematiza en la Figura 3.22.



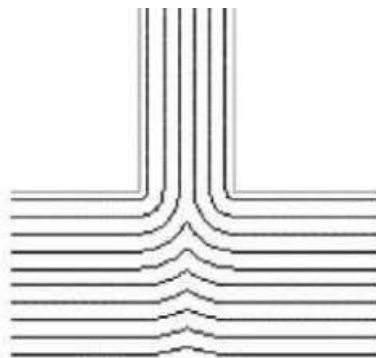


Figura 3.22 – Esquema de las fibras de plástico del álabe saliendo del cubo. Se observa que el cambio de dirección generará concentradores de tensiones.

### 3.9.2 Cálculo de resistencia de álabes del estator

Para los álabes del estator se hizo un análisis similar al que se hizo para los álabes del rotor. Lo primero que se hizo fue hallar el momento de inercia mínimo del perfil y el eje al que corresponde, de forma que se pueda calcular el momento y deflexión respecto a este eje.

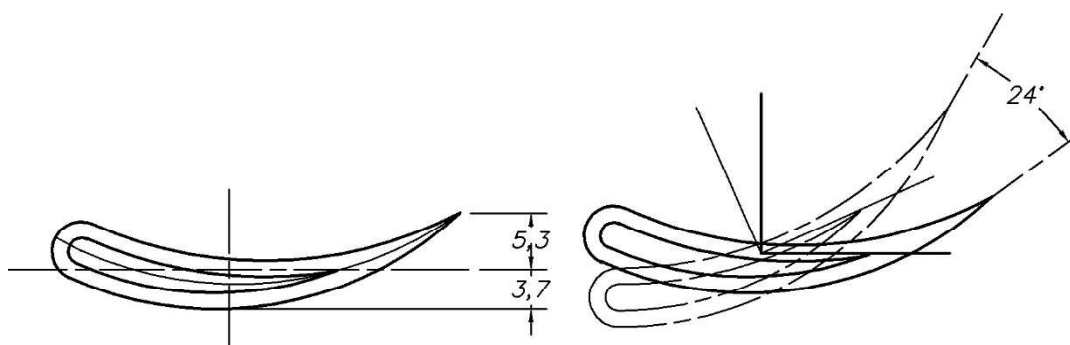


Figura 3.23 – Esquema del álabe del estator y el giro para obtener el momento de inercia mínimo.

Tabla 3.5 – Datos importantes del perfil del álabe del rotor:

Dato	Valor
Área	$A = 103.6 \text{ mm}^2$
Momento de inercia mínimo	$I_{x2} = 421.5 \text{ mm}^4$
Distancia máxima	$y_{maxs} = 5.3 \text{ mm}$
Ángulo del eje de inercia mínimo	$24^\circ$

Estando el álabe del estator biempotrado, en el diámetro del cubo y en el diámetro exterior, se obtienen los siguientes diagramas:

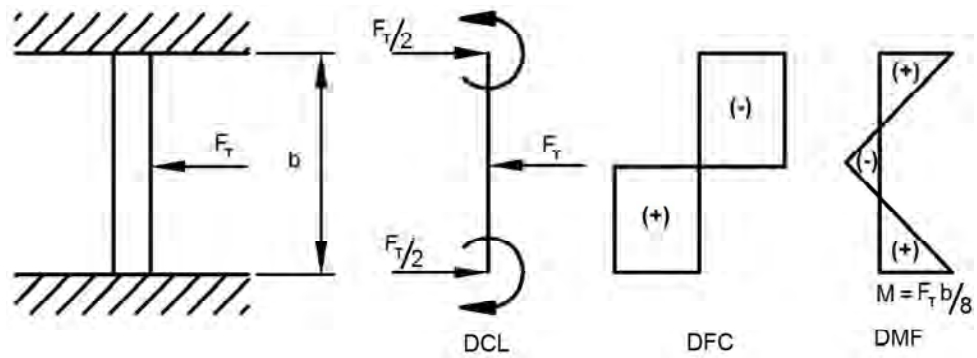


Figura 3.24 – DCL y diagramas de fuerza cortante y momento flector para el álabe del estator.

Además, sabiendo que la fuerza se debe a la desviación del flujo, se trabajó como un volumen de control para obtener la fuerza sobre los álabes:

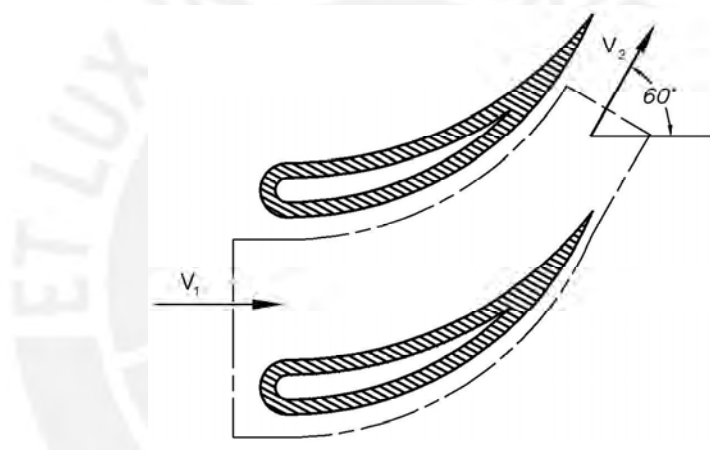


Figura 3.25 – Volumen de control para un álabe y la deflexión del flujo.

Se obtiene entonces que las fuerzas debido a la deflexión del aire para el flujo máximo (caso B) sobre cada álabe del estator son:

Fuerza en el eje X:

$$F_x = \dot{m} (V_2 \cos(60^\circ) - V_1) = 0 \text{ N} \quad [N]$$

Ya que  $V_2 = V_1 / \cos(60^\circ)$  siendo  $\rho_2 = \rho_1$ .

Fuerza en el eje Y:

$$F_y = \dot{m} V_2 \sin(60) = 9.7 \text{ N} \quad [N]$$

Descomponiendo la fuerza y aplicándola sobre el eje perpendicular al de menor inercia obtenemos:

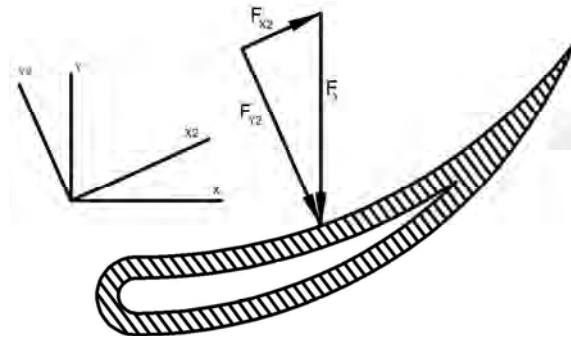


Figura 3.26 – Fuerzas descompuestas para el cálculo de flexión del álabe

Obtenemos entonces para el cálculo de flexión del álabe biempotrado:

$$F_{Y2} = F_y \cos(24^\circ) \quad [N]$$

$$M_{fs} = F_{Y2} \frac{b}{8} = 27.5 \text{ N mm} \quad [N \text{ mm}]$$

Esfuerzo máximo de flexión:

$$\sigma_{fr} = \frac{M_{fs} \gamma_{maxs}}{I_{x2}} = 294 \text{ kPa} \quad [kPa]$$

Observamos que el esfuerzo máximo es nuevamente bastante menor al de fluencia del material.

### 3.9.3 Unión eje-cubo

La unión entre el eje y el cubo de la turbina se prefirió hacer por fricción. Esto es debido a que siendo fabricado el cubo por FDM, con hilos circunferenciales, la presencia de un canal chavetero generaría una muy alta concentración de tensiones al tener discontinuidad de los hilos del material plástico. La unión por fricción que se eligió fue la siguiente:

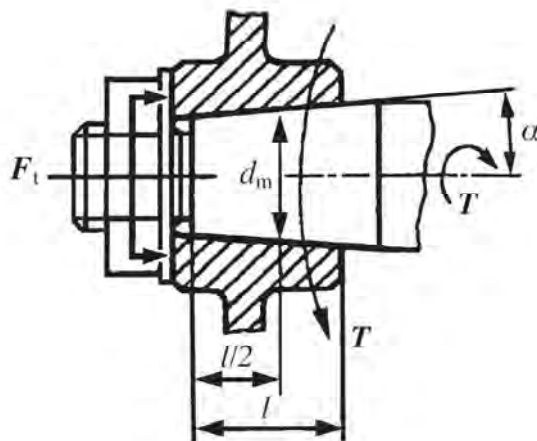


Figura 3.27 – Esquema de junta cónica por fricción. [24]

Las dimensiones de la unión eje cubo son las siguientes:

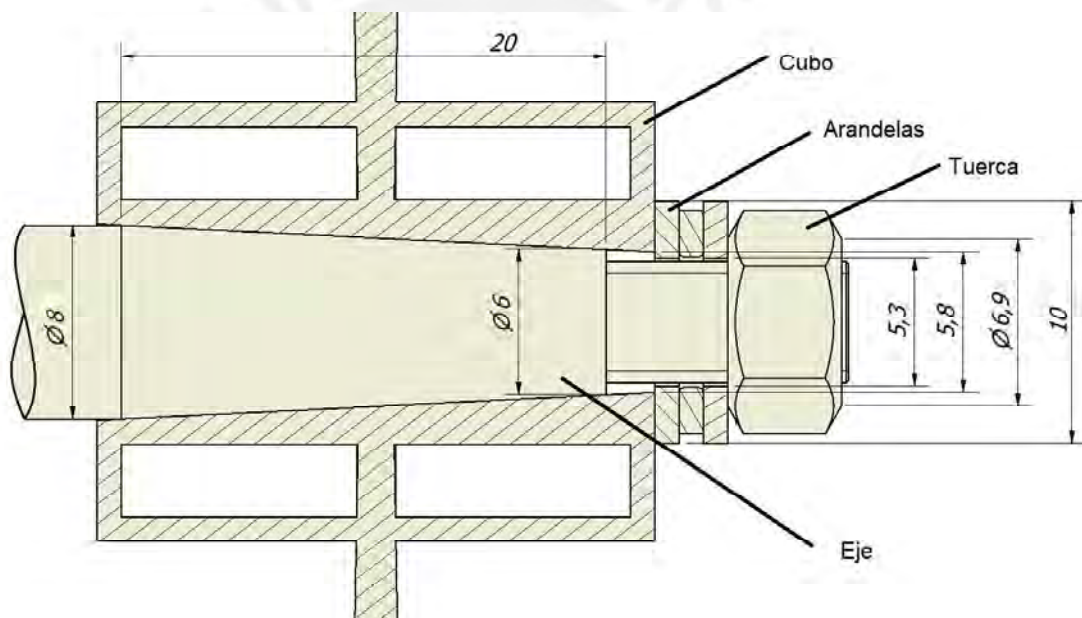


Figura 3.28 – Esquema de la unión eje-cubo de la turbina (dimensiones en milímetros).

De la forma que se dimensionó, según las fórmulas de [24] se obtiene:

Torque máximo que debe soportar:

$$T_o = 1300 \text{ N mm} \quad [N \text{ mm}]$$

Fuerza necesaria de la tuerca sobre la arandela:

$$F_p = T_o \frac{d_m K_t}{2 f_r} = 724.3 \text{ N} \quad [N]$$

Donde:

Coeficiente de fricción entre el eje y el cubo (acero y ABS):

$$f = 0.2 \quad [-]$$

Ángulo del cono:

$$\alpha = \text{atan}(1/20) = 5.71^\circ \quad [^\circ]$$

Factor de fricción de la superficie:

$$f_r = \frac{f}{\tan(\alpha) + f} \quad [-]$$

Factor de seguridad de la fricción (entre 1.3 y 1.5):

$$K_t = 1.3 \quad [-]$$

Diámetro medio del cono en contacto:

$$d_m = \frac{6 + 8}{2} \text{ mm} = 7 \text{ mm} \quad [\text{mm}]$$

Verificamos las presiones sobre las diferentes áreas de contacto:

Presión en el cubo y el eje (zona de unión):

$$p_u = \frac{F_p}{\pi d_m l (\tan(\alpha) + f)} = 5.5 \text{ MPa} \quad [\text{MPa}]$$

Presión entre la tuerca y la arandela:

Donde el diámetro exterior de la tuerca es  $d_e = 6.9 \text{ mm}$

El diámetro del agujero de la arandela es  $d_{ag} = 5.3 \text{ mm}$

Hallamos el área de contacto  $A_t = \pi(d_e^2 - d_{ag}^2)/4 = 15.33 \text{ mm}^2$

Obtenemos la presión sobre la tuerca

$$p_t = F_p/A_t = 47.2 \text{ MPa} \quad [\text{MPa}]$$

Y el correspondiente factor de seguridad de aplastamiento de la tuerca:

$$FS_t = p_{adm-t}/p_t = 85 \text{ MPa}/47.2 \text{ MPa} \quad [-]$$

$$FS_t = 1.8 \quad [-]$$

Presión entre la tuerca y la arandela:

Donde el diámetro exterior de la arandela es  $d_a = 10 \text{ mm}$

El diámetro menor de la cara del cubo es  $d_c = 5.8 \text{ mm}$

Hallamos el área de contacto  $A_{ch} = \pi(d_a^2 - d_c^2)/4 = 56.5 \text{ mm}^2$

Obtenemos la presión sobre el cubo

$$p_h = F_p/A_{ch} = 12.8 \text{ MPa} \quad [\text{MPa}]$$

Y el correspondiente factor de seguridad de aplastamiento del cubo de ABS:

$$FS_h = p_{adm-h}/p_t = 20 \text{ MPa}/12.8 \text{ MPa} \quad [-]$$

$$FS_h = 1.6 \quad [-]$$

Hay que recalcar que se necesita un giro de  $n=0.5$  de la tuerca para que se logre el ajuste correspondiente para la transmisión del torque.

#### 3.9.4 Verificación del eje

Conociendo el torque máximo sobre el eje y habiéndolo dimensionado previamente para la instalación, se hicieron los cálculos correspondientes para este. Estando el eje con el rotor en voladizo y con dos apoyos, se sabe que estará sometido a torsión constante y flexión alternante, por lo que corresponde un cálculo de fatiga. El material a utilizar es acero al carbono S235-JR (St37-2). Considerando que el eje no está sometido a desgaste considerable, se propone que se galvanice el acero para evitar corrosión y alargar su vida útil.

Las dimensiones del eje y sus diagramas se muestran a continuación en la Figura 3.29:

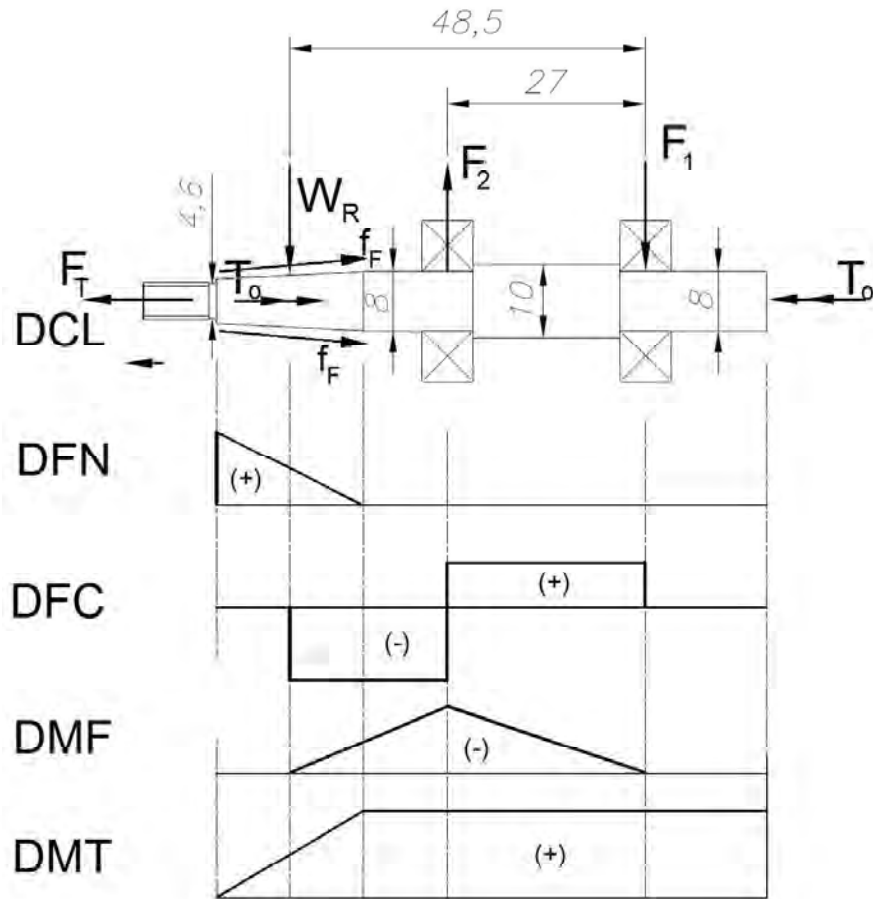


Figura 3.29 – Esquema del eje y los correspondientes diagramas

Para estos diagramas se hacen ciertas simplificaciones, como que las reacciones de los rodamientos se dan en el centro de estos, el peso del rotor se transmite en la línea del diámetro medio del cono de contacto, y el torsió transmitido por el cono de fricción se asume uniformemente distribuido por lo que el aumento en el DMT es lineal desde el diámetro menor del cono hasta el mayor. Además, existe una fuerza en el cono debido a la presión del cubo que genera fricción ( $f_F$ ) con la componente horizontal hacia la izquierda que equilibra la fuerza  $F_T$ .

Se observa que el punto crítico estará a la altura del segundo rodamiento, donde el eje tendrá momento flector máximo, momento torsor máximo y un concentrador de tensiones debido al cambio de diámetro. Por lo tanto se hicieron los cálculos para este punto, calculando previamente los valores de las fuerzas. Además se calculó a tracción simple el área reducida de  $d = 4.6 \text{ mm}$  luego de la rosca, que soportara toda la fuerza de tracción de la tuerca  $F_T$ .

Conociendo los siguientes datos del torque de la turbina y el peso del rotor, como también las distancias entre apoyos y al rotor, se procedió a hacer los cálculos sabiendo que la flexión será alternante, correspondiendo a un cálculo de fatiga

Datos para la verificación del eje:

Fuerza sobre el eje, peso del rotor más peso del eje en voladizo:

$$W_R = 1.6 \text{ N} \quad [N]$$

Torque máximo a transmitir:

$$T_{oMax} = 1.3 \text{ N m} \quad [N \text{ m}]$$

Diámetro menor en la zona del eje sujeto al torque

$$d = 8 \text{ mm} \quad [mm]$$

Datos del acero

$$\text{Esfuerzo de fluencia alternante } \sigma_{fAlt} = 200 \text{ MPa} \quad [MPa]$$

$$\text{Esfuerzo cortante pulsante } \tau_{tPul} = 170 \text{ MPa} \quad [MPa]$$

$$\text{Factor para cálculo de fatiga } \alpha_0 = \frac{\sigma_{fAlt}}{1.73 \tau_{tPul}} \quad [-]$$

$$\text{Módulo de elasticidad del acero } E_a = 2.1 * 10^5 \text{ MPa} \quad [MPa]$$

Cálculo del esfuerzo equivalente y el factor de seguridad:

Momento flector máximo debido a la fuerza sobre el eje en voladizo:

$$M_{max} = W_R(48.5 \text{ mm} - 17 \text{ mm}) = 33.7 \text{ Nmm}$$

Esfuerzo máximo debido al momento flector máximo:

$$\sigma_{fl} = \frac{32 M_{max}}{\pi d^3} = 0.671 \text{ MPa}$$



Esfuerzo cortante máximo debido al torque máximo transmitido:

$$\tau_t = \frac{16 T_{oMax}}{\pi d^3} = 12.931 \text{ MPa}$$

Esfuerzo equivalente máximo, considerando el factor de fatiga:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{fl}^2 + 3(\alpha_0 \tau_t)^2} = 15.3 \text{ MPa}$$

Factor de seguridad del eje a fatiga:

$$FS_{eje} = \frac{\sigma_{fAlt}}{\sigma_{eq}} = 13.1$$

Para la zona reducida, el cálculo a tracción es el siguiente:

Fuerza debido a la tracción de la tuerca sobre el eje

$$F_T = 723 \text{ N} \quad [N]$$

Área mínima sobre la que actúa la fuerza (área reducida)

$$A_{red} = \frac{\pi (4.6 \text{ mm})^2}{4} = 16.6 \text{ mm}^2 \quad [mm^2]$$

Esfuerzo máximo debido a la tracción.

$$\sigma_{tr} = F_T / A_{red} = 43.6 \text{ MPa} \quad [MPa]$$

Factor de seguridad del área reducida:

$$FS_{red} = \frac{\sigma_f}{\sigma_{tr}} = \frac{225 \text{ MPa}}{43.6 \text{ MPa}} = 5.2 \quad [-]$$

El motivo por el cual se utiliza un diámetro tan grande para el bajo torque a transmitir, es la disponibilidad de los rodamientos DIN 608 para el módulo. Por este motivo se utiliza el eje de estas dimensiones y se obtiene un factor de seguridad tan alto.

Se hizo también un cálculo simple para la resonancia debido a la deflexión, utilizando la fórmula de Dunkerley:

Deflexión máxima de la zona en voladizo:

$$\delta_r = \frac{W_R (48.5 \text{ mm} - 17 \text{ mm})^2}{9 \sqrt{3} E_a I_{eje}} = 5.34 * 10^{-5} \text{ mm} \quad [\text{mm}]$$

Constante de rigidez de la zona en voladizo:

$$C = \frac{W_r}{\delta_r} = 2.99 * 10^4 \frac{N}{\text{mm}} \quad [N/\text{mm}]$$

Velocidad angular de resonancia:

$$\omega_r = \sqrt{C/m_r} = 129 * 10^3 \text{ RPM} \quad [\text{RPM}]$$

Se observa que la velocidad nominal de 600 RPM está muy por debajo de la velocidad de resonancia  $\omega_r$  del sistema, debido a la alta rigidez del eje comparado con la poca masa que soporta.

### 3.9.5 Selección del generador

Para la medición de torque y proporcionar un torque de carga a la turbina, se seleccionó un motor de imanes permanentes de la marca Turnigy, modelo G110. La selección de este motor se dio principalmente por su característica de velocidad-voltaje (constante kv), lo que permite que a bajas RPM soporte la corriente.

Tabla 3.6 – Datos del motor:

Dimensiones sin eje	54 mm x 63 mm
Constante kv	210 RPM/V
Peso	475 g
Diámetro máx. del eje	8 mm
Corriente máx.	60 A
Resistencia interna	0.04 $\Omega$

Para la potencia máxima:

$$U = 600\text{RPM}/(210 \text{ RPM/V}) = 2.86 \text{ V}$$

$$I = \frac{P}{V} = \frac{83 \text{ W}}{2.86 \text{ V}} = 29.02 \text{ A}$$

$$I_{max} = 60 \text{ A}$$

Con esto comprobamos que la corriente no superará la corriente máxima admitida de 60 A.

Para el control del generador se deberá contar con un dispositivo ESC (por sus siglas en inglés de control electrónico de velocidad), lo que permitirá controlar el generador desde el computador a través de un cable USB. El controlador correspondiente para este motor es de la misma marca modelo ESC 85A. Este deberá conectarse a unas resistencias que le permitan disipar la potencia generada por el generador.

### 3.9.6 Selección del acoplamiento

Para acoplar el eje de la turbina al eje del generador, se seleccionó en base al torque máximo y al diámetro de los ejes un acoplamiento flexible. Debido a la forma constructiva no existirá mucha desalineación axial y angular, por lo que se decidió por un acoplamiento flexible de eje helicoidal de la marca Lovejoy, modelo ES-112, capaz de transmitir 1.9 Nm.

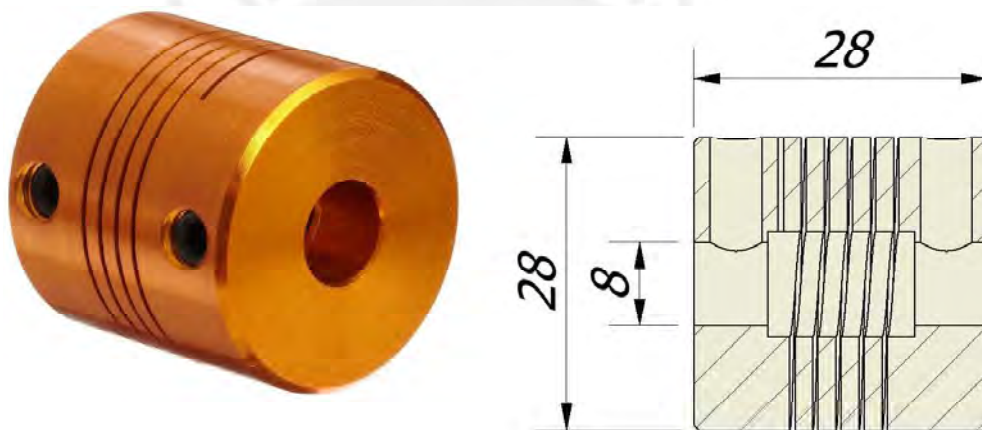


Figura 3.30 – Acoplamiento Lovejoy ES-112 (medidas en mm).

### 3.9.7 Flexión del módulo

Para la flexión del módulo se verificó en la zona más crítica, es decir junto a la brida de unión al ventilador (lado derecho en la Figura 3.31). Para esto se utilizaron los datos de los pesos en todo el módulo que fue previamente dimensionado y se aplicaron los pesos a las diferentes distancias. Se encontró que debido al bajo peso de las partes de ABS el momento era muy bajo por lo que no existiría problema.

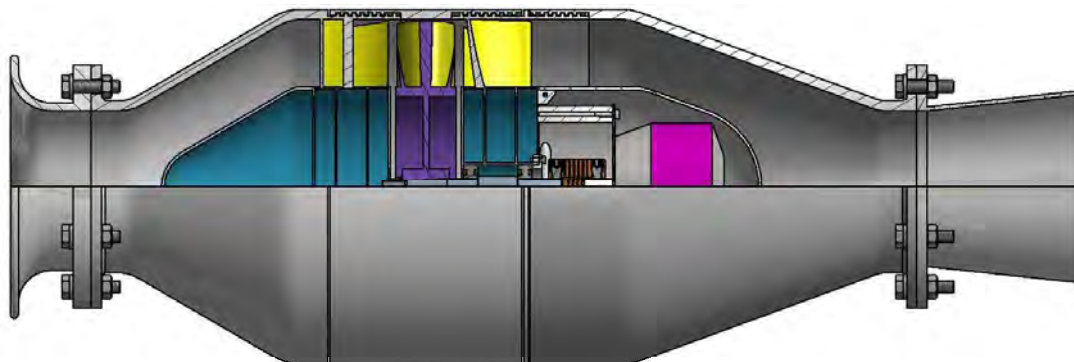
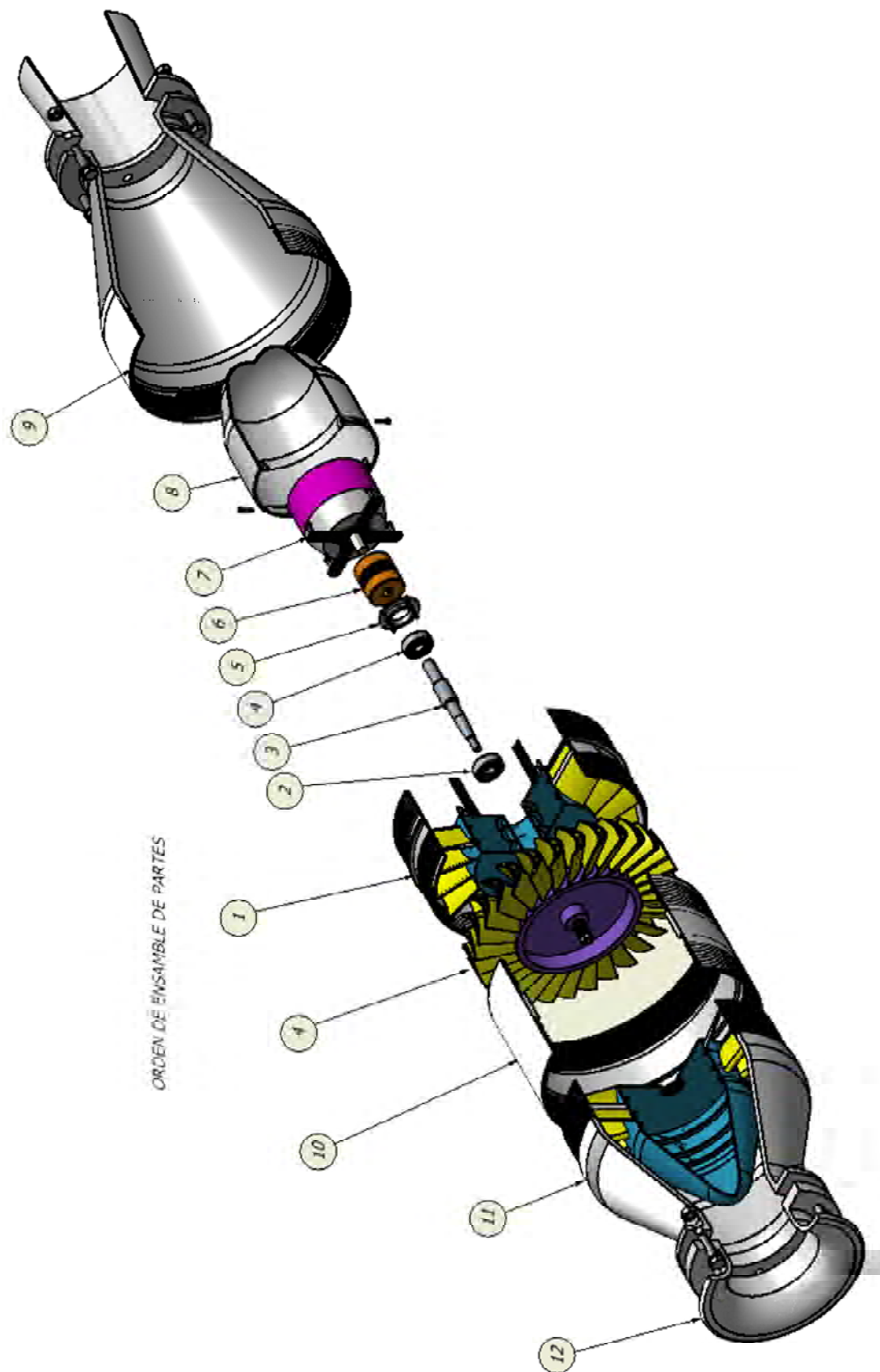


Figura 3.31 – Esquema final del módulo.

### 3.9.8 Ensamble

El orden de ensamble para el módulo se muestra en el esquema de la siguiente página.





La numeración es la siguiente:

1. Estator 2
2. Rodamiento de bolas
3. Eje
4. Rodamiento de bolsa
5. Tapa de rodamientos
6. Acoplamiento
7. Motor
8. Tapa de motor
9. Tapa de estator 2
10. Carcasa de rotor
11. Estator 1
12. Tobera

Este ensamble se conecta luego a la brida del ventilador centrífugo, donde se tomarán las medidas. Para más detalles de todo el módulo se pueden ver los planos en los anexos, los cuales se añaden como referencia ya que para el método de fabricación FDM no son necesarios (a excepción del eje que se fabricará de acero ST37-2). Se muestran las dimensiones del ensamble como el de cada parte.

## CAPÍTULO 4

### RESULTADOS

#### 4.1 Protocolo de pruebas propuesto

Muchos autores que experimentan con este tipo de turbinas, proponen ensayos a velocidad axial constante y variando la velocidad angular del eje [25]. Esto les permite obtener mediciones a distintos coeficientes de flujo para luego mostrar las gráficas  $C_t - \phi$ ,  $C_a - \phi$  y  $\eta - \phi$  previamente mencionadas. Sin embargo, hay que recordar que las pérdidas a través de la turbina no son dependientes solo del coeficiente de flujo - ya que el coeficiente de flujo determina las incidencias - sino también del Reynolds, por lo que la eficiencia - estrechamente relacionada a las pérdidas - no será función solo del coeficiente de flujo sino también de la velocidad del flujo a través de la turbina. Por esta razón, se propone en este trabajo un enfoque más realista de las pruebas, trabajando el eje a velocidad angular constante y variando la velocidad del aire a través de la turbina. Esto permitirá un análisis cuasiestático más cercano al real, ya que en una instalación OWC el eje mantendrá una velocidad angular constante que dependerá del generador que se utilice, mientras el flujo de aire variará su velocidad de manera alternante de acuerdo al oleaje.

Para la turbina del presente trabajo y con la instalación propuesta para el LABEN, se propone una instalación en la que se midan el torque de salida al eje, la velocidad angular, la velocidad del aire al ingreso y la presión en cada estado. Es importante recordar que la medición de velocidad del aire ya está incluida en la instalación a través de la tobera calibrada, solo es necesario medir la caída de presión a través de esta.

#### 4.1.1 Instrumentación

Para las la instalación propuesta para el LABEN, se deberán tomar las siguientes mediciones:

- Torque

Esta medición se deberá hacer a través del motor DC trabajando como generador. El motor seleccionado es de la marca Turnigy, modelo G110. Utilizando el controlador ESC 85A - de la misma marca - es posible a través de un cable USB controlar las RPM del motor desde el computador, y al mismo tiempo conocer el torque generado por este. Para esto la carcasa del rotor será fabricada de ABSi, material para la impresora 3D traslucido, y será necesario por otro lado, ubicar una marca en el rotor que permita tomar la medición.

- Velocidad angular

Si bien la velocidad angular se puede obtener a través de las ecuaciones del motor DC, se considera también la medición de la velocidad angular a través de un tacómetro digital. Esto permitirá verificar que el controlador ESC esté dando resultados correctos como también asegurar que la unión eje cubo no permita deslizamiento relativo del rotor. Esta medición se hará a través de la carcasa de la turbina, que deberá ser fabricada de ABSi translucido.

- Presiones en distintos estados

Usualmente se medirían las temperaturas en cada estado a través de termocuplas, esto permitiría conocer las entalpías. Sin embargo, al ser la caída de temperaturas a través de la turbina tan pequeña, la medición sería propensa a errores. Por esta razón se recomienda la medida de presiones, lo que permitirá también la comparación de los coeficientes de pérdidas de presión estimados con los coeficientes de presión reales. Este último punto es el más importante, ya que el desarrollo de una correlación o la mejora de las correlaciones ya existentes para su aplicación en el estator a la salida de las turbinas auto-rectificantes, es lo que permitirá un correcto diseño de estas. Esto se debe a que si bien las correlaciones permiten estimar las pérdidas a distintos ángulos de incidencia, no están diseñadas realmente para incidencias tan altas como las que ocurren en el rotor o en el segundo estator a bajos coeficientes de flujo. Será necesario el uso de 4 micromanómetros,



uno para la tobera, uno para el cambio de presión (1)-(2), uno para el (2)-(3) y el cuarto para el cambio (3)-(4).

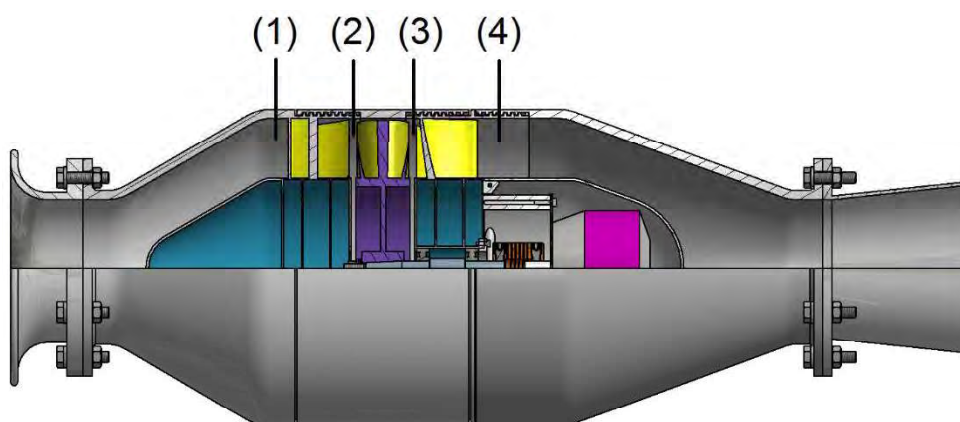


Figura 4.1 – Esquema de puntos de toma de presión en la turbina.

#### 4.1.2 Toma de datos

Los datos se deberán tomar para distintos caudales de aire, entre  $0 \text{ m}^3/\text{s}$  y el máximo de  $0.103 \text{ m}^3/\text{s}$  con espaciamientos iguales. El número de puntos recomendados es de 10, por lo que se recomienda tomar datos para las siguientes caídas de presión en la tobera:

Tabla 4.1 – Valores de caída de presión en la tobera para la toma de datos.

	Q (m <sup>3</sup> /s)	Vt (m/s)	Re (-)		Va	Kt
-	0	0	-	0	0	-
1	0.01	2.3	1.1 * 10 <sup>4</sup>	3.04	0.92	1.00
2	0.02	4.5	2.2 * 10 <sup>4</sup>	11.90	1.83	1.01
3	0.03	6.8	3.3 * 10 <sup>4</sup>	26.50	2.75	1.017
4	0.04	9.1	4.4 * 10 <sup>4</sup>	47.01	3.67	1.02
5	0.05	11.3	5.5 * 10 <sup>4</sup>	72.40	4.58	1.025
6	0.06	13.6	6.6 * 10 <sup>4</sup>	103.8	5.51	1.027
7	0.07	15.8	7.7 * 10 <sup>4</sup>	140.5	6.40	1.03
8	0.08	18.1	8.8 * 10 <sup>4</sup>	183.5	7.33	1.03
9	0.09	20.4	1 * 10 <sup>5</sup>	232.2	8.25	1.03
10	0.10	22.6	1.1 * 10 <sup>5</sup>	286.7	9.15	1.03
11	0.11	24.9	1.2 * 10 <sup>5</sup>	346.9	10.08	1.03
12	0.12	27.1	1.3 * 10 <sup>5</sup>	411.2	10.99	1.032
13	0.13	29.4	1.4 * 10 <sup>5</sup>	482.6	11.91	1.032
14	0.14	31.7	1.5 * 10 <sup>5</sup>	559.7	12.84	1.032
15	0.15	33.9	1.6 * 10 <sup>5</sup>	642.5	13.73	1.032
16	0.16	36.2	1.7 * 10 <sup>5</sup>	731.0	14.66	1.032
17	0.17	38.5	1.9 * 10 <sup>5</sup>	825.3	15.58	1.032
18	0.18	40.7	2.0 * 10 <sup>5</sup>	925.2	16.48	1.032
19	0.19	43.0	2.1 * 10 <sup>5</sup>	1031.0	17.40	1.032
20	0.20	45.2	2.2 * 10 <sup>5</sup>	1142.0	18.31	1.032
21	0.21	47.5	2.3 * 10 <sup>5</sup>	1259.0	19.24	1.032
22	0.22	49.8	2.4 * 10 <sup>5</sup>	1382.0	20.17	1.032
23	0.23	52.0	2.5 * 10 <sup>5</sup>	1511.0	21.06	1.032

Las medidas del número 1 al 11 corresponden a los ensayos dentro de lo esperado, es decir hasta los 15 Watts de potencia trabajando con el ventilador en baja. Sin embargo es posible trabajar hasta el máximo caudal permitido de 0.23 m<sup>3</sup>/s, colocando el ventilador en alta y restringiendo el flujo con la compuerta a la salida del ventilador, razón por la cual se podrían ampliar las medidas hasta la número 23. El caudal no deberá superar este valor máximo en ningún momento, ya que podría fallar la unión por fricción entre el eje y cubo (la parte con menor factor de seguridad).

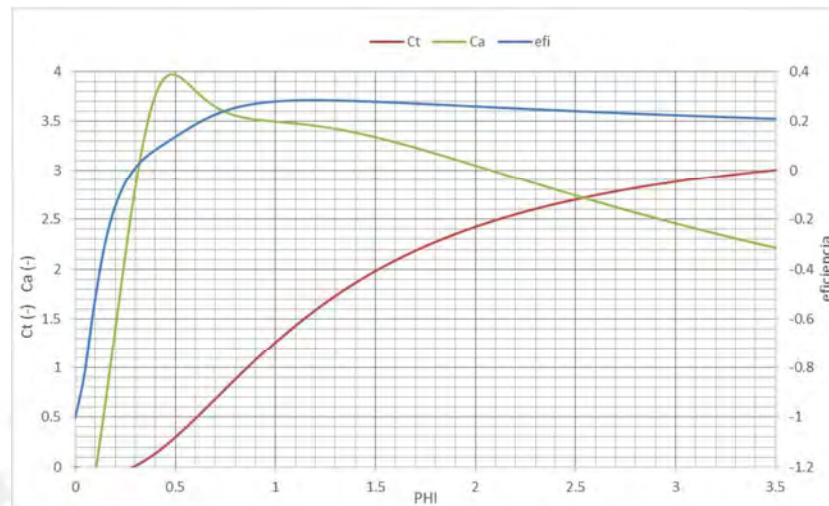
Asimismo, se deberá variar la velocidad del generador entre 300 y 600 RPM, en intervalos de 50 RPM. Teniendo así un total de 70 tomas de datos, para los 10 caudales a medir y las 7 velocidades angulares.

La razón por la que varía el K de la tobera es debido a la variación del Reynolds al ingreso, lo que hace que sean necesarias correcciones debido al rango útil de la tobera de acuerdo a este parámetro.

## 4.2 Gráficas a realizar

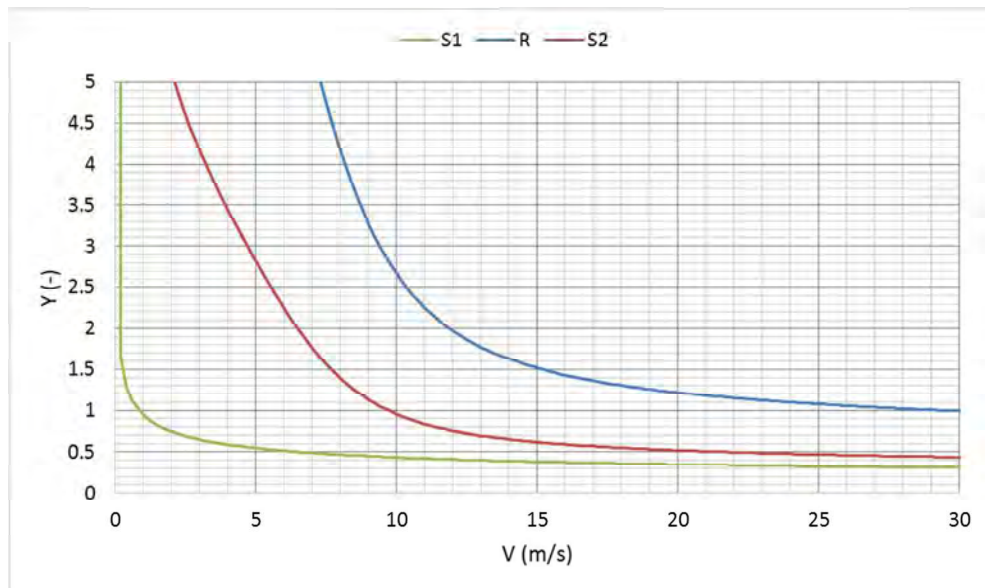
Con los datos recogidos de la turbina, se propone se realicen tres tipos de gráficos:

- A. Curvas de los parámetros  $C_t - \phi$ ,  $C_a - \phi$  y  $\eta - \phi$  para flujo unidireccional. Con esto se podrá comparar el desempeño estimado por la metodología de diseño aplicada en este trabajo con el desempeño real.



Gráfica 4.1 – Coeficientes adimensionales de la turbina autorectificante en función del coeficiente de flujo.

- B. Curvas de pérdidas en función de la velocidad axial de ingreso para flujo unidireccional, con esto se verá cuan bien estiman las correlaciones utilizadas en el diseño comparado con las pérdidas reales. El análisis principal deberá hacerse a bajas velocidades, lo que corresponde a altos ángulos de incidencia.



Gráfica 4.2 – Coeficientes de pérdidas en función de la velocidad axial.

- C. Curvas de isoeficiencia en gráfica de coeficiente de trabajo y de flujo, conocido como gráfica de Smith (ver Figura 4.2). Esta se utiliza para elegir los puntos de mayor eficiencia de una turbina, previo al diseño.

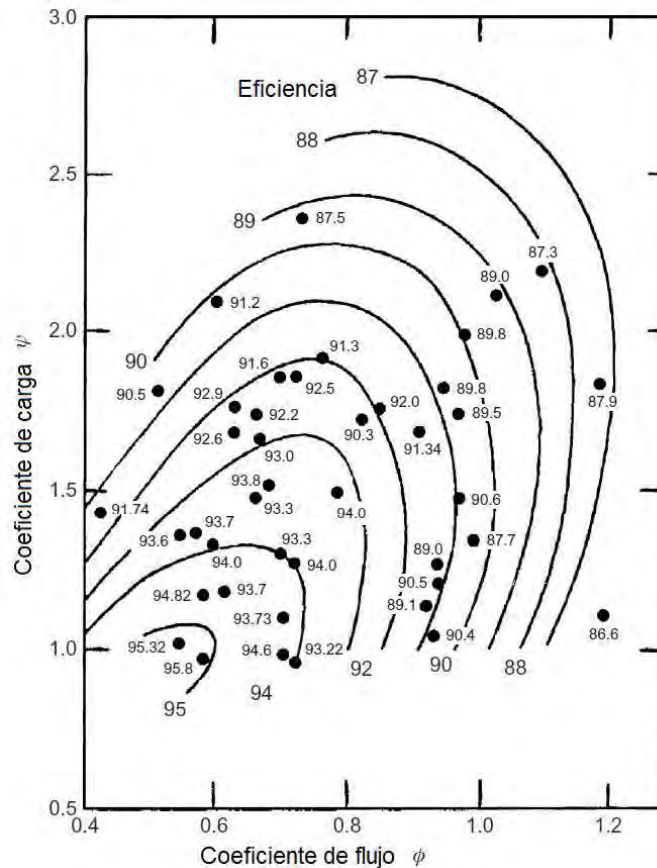


Figura 4.2 – Gráfica de Smith. Líneas de isoeficiencia en función del coeficiente de carga y de flujo.

En el caso de la turbina del proyecto, se propone que la gráfica sea de tanto el coeficiente de carga promedio como el coeficiente de flujo promedio y la eficiencia promedio. Esto se deberá hacer para distintas velocidades máximas de la forma:

$$V = V_{max} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

Para esto se deberá aplicar el método cuasiestático previamente mencionado, tanto para obtener el promedio del coeficiente de flujo, de carga y la eficiencia.

En la gráfica de Smith mostrada se deberán mostrar la eficiencia promedio lograda por cada coeficiente de flujo promedio utilizado, siendo esta una gráfica útil para el diseño preliminar.

- D. Gráfica de coeficiente de performance promedio (C) constante en gráfica de coeficiente de trabajo y de flujo (similar a la gráfica de Smith). Esto junto con la gráfica de Smith podrían ser útiles en un diseño preliminar, ya que se podría ver la curva del coeficiente de performance promedio deseado (en base a la

potencia deseada, la velocidad del generador y la velocidad promedio del OWC), e intersecar con la curva de mayor eficiencia y diseñar para este coeficiente de flujo y carga.



## CONCLUSIONES

Se seleccionaron los parámetros geométricos para la turbina del proyecto, basándose en experimentaciones previas por otros investigadores, utilizando la mejor geometría posible para este tipo de turbinas de acuerdo a los datos disponibles. Para la geometría corresponden 29 álabes en el rotor y 18 álabes en el estator

Se utilizaron para predecir el comportamiento de la turbina las correlaciones de Ainley y Mathieson; Kacker y Okapuu; y Dunham y Came para la estimación de pérdidas en la turbina, lo que permite estimar los estados a través de la turbina y realizar el diseño energético de esta, considerando los efectos de las incidencias y del número de Reynolds para los distintos regímenes. Estas pérdidas, las cuales están en función del flujo, permiten predecir la eficiencia obteniéndose las curvas previamente mostradas.

Aplicando el método analítico se observó el comportamiento de la turbina para la geometría elegida, lo que permitió seleccionar un diámetro de 16.5 cm, con la correspondiente potencia máxima de 15 W requerida, con un caudal de  $0.103 \text{ m}^3/\text{s}$  y trabajando a 600 RPM con un torque de salida de 0.245 N-m.

Se compararon los resultados de la metodología utilizada, comparándolos con los resultados experimentales de una turbina de otra dimensión y de otras características. Los resultados obtenidos por el modelo creado en Mathcad fueron muy cercanos a los obtenidos experimentalmente por los autores de [23], verificando satisfactoriamente que el modelo predice con veracidad el comportamiento de la turbina.

Se verificó por resistencia tomando en cuenta posibles diferencias entre el comportamiento real de la turbina y el estimado, las verificaciones mecánicas se hicieron para el caudal máximo del ventilador y de máxima velocidad angular. Estos corresponden, con el ventilador en baja velocidad a  $0.23 \text{ m}^3/\text{s}$  y la velocidad de embalamiento de 2000 RPM.

Se dibujó en Autodesk Inventor el modelo en 3D, lo que permite su posible fabricación en la impresora Fortus MC400 de la PUCP. El módulo se diseñó para su instalación en el ingreso al ventilador centrífugo con tobera calibrada del LABEN, y cuenta con las partes necesarias para su montaje y ensamble en este.

Se propone un protocolo de ensayos para la turbina, el cual mejora sobre los ensayos utilizados usualmente para este tipo de turbinas ofreciendo un enfoque más realista debido a la velocidad angular constante en cada ensayo. Además, se sugieren gráficas de los datos obtenidos, aplicando el análisis cuasiestático mostrado en el trabajo, de forma que se puedan colocar los datos de manera útil para diseños preliminares como también para comparación de las estimaciones con los resultados reales.





## BIBLIOGRAFÍA

- [1] E. Michaelides, *Alternative Energy Sources*, Berlin: Springer, 2012.
- [2] MINEM, «EVOLUCIÓN DE INDICADORES DEL SECTOR ELÉCTRICO 1995-2014,» Lima, 2015.
- [3] R. Guerrero-Lemus y J. M. Martínez-Duart, *Renewable Energies and CO<sub>2</sub>*, Londres: Springer, 2013.
- [4] H.-J. Wagner y J. Mathur, *Introduction to Hydro Energy Systems: Basics, Technology and Operation*, Berlin: Springer, 2011.
- [5] J. Tester, E. Drake, M. Driscoll, M. Golay y W. Peters, *Sustainable Energy - Choosing Among Options*, Massachusetts: MIT Press, 2005.
- [6] B. Drew, A. Plummer y M. Sahinkaya, «A review of wave energy converter technology,» de *Proceedings of the IMechE Part A: Journal of Power and Energy*, Oxford, SAGE, 2009, pp. 887-902.
- [7] S. Barstow, J. Cruz, D. Mollison y G. Mork, «The Wave Energy Resource,» de *Ocean Wave Energy: Current Status and Future Perspectives*, Berlin, Springer, 2008, pp. 92-132.

- [8] T. Heath, «A review of oscillating water columns,» *The Royal Society*, pp. 235 - 245, 2012.
- [9] R. Gomes, J. Henriquez, L. Gatp y A. Falcao, Multipoint aerodynamic optimization of the rotor blade sections of an axial-flow impulse air turbine for wave energy conversion, Lisboa: Elsevier, 2012.
- [10] M. Takao y T. Setoguchi, «Air Turbines for Wave Energy Conversion,» 2012. [En línea].
- [11] M. Takao y T. Setoguchi, «Current status of self rectifying air turbines for wave energy conversion,» *Energy Conversion and Management*, nº 47, pp. 2382-2396, 2006.
- [12] C. Ziemian y M. Sharma, «Anisotropic Mechanical Properties of ABS Parts Fabricated by FDM,» 15 mayo 2015. [En línea]. Available: <http://cdn.intechopen.com/pdfs-wm/35261.pdf>.
- [13] W. Thompson, «Aerodynamics of Turbines,» 1972. [En línea]. Available: <http://turbolab.tamu.edu/proc/turboproc/T1/T1pg90-104.pdf>. [Último acceso: 31 Octubre 2014].
- [14] S. Korpela, Principles of Turbomachinery, New Jersey: Wiley, 2011.
- [15] L. Dixon y C. Hall, Fluid Mechanics, Thermodynamics of Turbomachinery, Oxford: Elsevier, 2014.
- [16] A. Dahlquist, Investigation of losses prediction methods in 1D for axial gas turbines, Lund: Lund University , 1990.
- [17] N. Wei, Significance of Loss Models in Aerothermodynamic Simulation for Axial Turbines, Estocolmo: Royal Institute of Technology, 2000.

- [18] S. Okuhara y M. T. A. Takao, «A twin unidirectional impulse turbine for WEC,» *Journal of Fluid Dynamics*, pp. 343-347, 2012.
- [19] R. I. Lewis, *Turbomachinery performance analysis*, Indiana: Elsevier, 1996.
- [20] S. F. Smith, «A Simple Correlation of Turbine Efficiency,» *Journal of the Royal Aeronautical Society*, vol. 69, pp. 467-470, 1965.
- [21] A. Thakker, Jarvis, J. y A. Sahed, «Design charts for impulse turbine wave energy extraction using experimental data,» *Renewable Energy*, nº 34, pp. 2264-2270, 2009.
- [22] T. Setoguchi, S. Santhakumar, H. Maeda, M. Takao y K. Kaneko, *A review of impulse turbines for wave energy conversion*, Pergamon, 2000.
- [23] A. Thakker, P. . Frawley y H. Khaleeq, «An Investigation of the Effects of Reynolds Number on the Performance of 0.6m Impulse Turbines for Different Hub to Tip Ratios,» *Proceedings of The Twelfth (2002) International Offshore and Polar Engineering Conference*, pp. 682 - 686, 2002.
- [24] K. Grote y E. Antonsson, *Springer Handbook of Mechanical Engineering*, Nueva York: Spriger, 2008.
- [25] A. Thakker, J. Jarvis y A. Sahed, «Quasi-Steady Analytical Model Benchmark of an Impulse Turbine for Wave Energy Exteaction,» de *International Journal of Rotating Machinery*, Hindawi Publishing Corporation, 2008.
- [26] T. Whittaker, D. Langston, N. Fletcher, M. Shaw y A. Falcao, *Islay Limpet Wave Power Plant - Publishable Report*, Belfast: The Queen's University of Belfast, 2002.

- [27] M. Takao y T. Setoguchi, «State of Art on Self-Rectifying Air Turbines for Wave Energy Conversion,» de *4th International Conference on Mechanical Engineering*, Dhaka, ICME 2001, 2001, pp. 117-126.
- [28] P. Hill y C. Peterson, *Mechanics and Thermodynamics of Propulsion*, Massachusetts: Addison-Wesley, 1992.
- [29] G. Barandiarán, *Olas Peruanas*, Lima: Prima AFP, 2011.
- [30] P. Ackerman, «Air Turbine Design Study for a Wave Energy Conversion System,» Stellenbosch, 2009.

