

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESCUELA DE POSGRADO



**DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL PREDICTIVO
MULTIVARIABLE APLICADO A UN PROCESO HIDRÁULICO
DE CUATRO TANQUES ACOPLADOS**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAGÍSTER EN
INGENIERÍA DE CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN**

AUTOR

Victor Andrés Sánchez Zurita

ASESOR:

PhD. Carlos Gustavo Pérez Zúñiga

Octubre, 2018

RESUMEN

Teniendo en cuenta que a nivel global los fluidos son indispensables para los procesos industriales y por lo tanto el control de nivel en depósitos industriales es una de las necesidades más importantes del mercado, el presente trabajo muestra una aplicación de un sistema de control multivariable en un sistema hidráulico de cuatro tanques acoplados que emula el acoplamiento de nivel de los tanques, lo que representa una problemática típica de la industria.

Se realiza un estudio del estado del arte con respecto al proceso que se utiliza incluyendo su dinámica y las soluciones previas con diferentes técnicas de control convencional, control moderno y control avanzado, y se escoge las técnicas de control que se implementan.

Luego se desarrolla el modelamiento matemático de un sistema hidráulico de cuatro tanques acoplados para comprender las principales variables físicas involucradas en el proceso y se obtiene un modelo que se utiliza como objetivo de los sistemas de control que se diseñan.

A partir del modelo matemático obtenido, se implementan dos sistemas de control predictivos multivariable y con los resultados que se obtienen se cuantifica la eficiencia de funcionamiento de ambos sistemas mediante parámetros estándar de desempeño con el objetivo de escoger el algoritmo de control que mejor desempeño muestra.

A partir del algoritmo de control que se selecciona, se desarrolla la propuesta de solución para la planta objeto de estudio con un controlador industrial comercial, y se realizan las pruebas experimentales necesarias para validar el funcionamiento del sistema de control seleccionado concluyendo que es posible mejorar el funcionamiento de la planta objeto de estudio mediante el uso de la técnica de control avanzada propuesta.

CONTENIDO

INTRODUCCION	vii
CAPÍTULO 1: ESTADO DEL ARTE DE SISTEMAS HIDRAULICOS ACOPLADOS Y SU CONTROL	1
1.1. Introducción	1
1.2. Sistemas hidráulicos acoplados	1
1.3. Proceso hidráulico de cuatro tanques acoplados	3
1.4. Estado del arte de soluciones previas	7
1.4.1. Introducción	7
1.4.2. Control convencional	7
1.4.3. Control avanzado	9
1.5. Propuesta de solución	13
1.6. Objetivos de la tesis	14
1.6.1. Objetivo general	14
1.6.2. Objetivos específicos	14
CAPÍTULO 2: MODELADO DEL PROCESO HIDRAULICO DE CUATRO TANQUES ACOPLADOS	15
2.1. Introducción	15
2.2. Desarrollo del modelo	15
2.2.1. Introducción	15
2.2.2. Planta objeto de estudio	15
2.2.3. Configuración de tanques acoplados	19
2.2.4. Modelamiento matemático de la configuración de tanques acoplados 23	
2.2.5. Modelo linealizado alrededor de un punto de operación	28
2.3. Simulación del modelo	34
2.4. Conclusiones del capítulo	37
CAPÍTULO 3: DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELOS PARA EL SISTEMA HIDRAULICO DE CUATRO TANQUES ACOPLADOS	38
3.1. Introducción	38
3.2. Criterios de desempeño	38
3.2.1. Sobrepico y tiempo de establecimiento	38

3.2.2.	Criterios del error dinámico	39
3.2.3.	Costo computacional.....	40
3.3.	Diseño del sistema de control DMC MIMO	41
3.3.1.	Marco teórico	41
3.3.2.	Sintonización del sistema de control DMC MIMO	47
3.3.3.	Resumen de ecuaciones	49
3.3.4.	Implementación del controlador DMC MIMO	50
3.4.	Diseño del sistema de control DMPC MIMO.....	58
3.4.1.	Marco teórico	58
3.4.2.	Sintonización del sistema de control DMPC MIMO.....	66
3.4.3.	Resumen de ecuaciones	68
3.4.4.	Implementación del controlador DMPC MIMO.....	69
3.4.5.	Pruebas adicionales de funcionamiento	77
3.5.	Comparación de los sistemas de control desarrollados.....	84
3.6.	Conclusiones del capítulo	85
CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE IMPLEMENTACION CON PLC		
PROGRAMADO EN LENGUAJE ESTRUCTURADO		
4.1.	Introducción	86
4.2.	Programación del PLC basado en el sistema de control DMPC.....	86
4.2.1.	Programa en el PLC	89
4.2.2.	Procedimiento de implementación.....	91
4.3.	Programa de simulación de la planta en Simulink	91
4.4.	Interfaz gráfica HMI	93
4.5.	Pruebas experimentales con software	95
	4.5.1.	Resultados 95
4.6.	Conclusiones del capítulo	99
CONCLUSIONES		
RECOMENDACIONES.....		
BIBLIOGRAFÍA		
ANEXOS		

INDICE DE FIGURAS

Figura 1.1: Diagrama esquemático de celdas de flotación (Kämpjärvi y Jämsä-Jounela, 2003)	1
Figura 1.2: Proceso para refinación de azúcar (Smith y Corripio, 1991).....	2
Figura 1.3: Diagrama de flujo del proceso de la planta de pasteurización Armfield PCT23MKII (Anang et al., 2016)	3
Figura 1.4: Diagrama esquemático del proceso de cuatro tanques (Johansson et al., 1999)	4
Figura 1.5: Diagrama P&ID de la planta piloto [28].....	6
Figura 1.6: Sistema de Control PI descentralizado (Jayaprakash y Subha, 2013).....	8
Figura 1.7: Vista de la superficie de reglas del controlador Fuzzy-PID (Albin y Deepa, 2016)	9
Figura 1.8: Vista de la tabla de reglas del controlador Fuzzy-PID (Albin y Deepa, 2016)	9
Figura 1.9: Esquema genérico de un sistema de control IMC (Maxim et al., 2013) .	11
Figura 2.1: Diagrama P&ID de la planta piloto [28].....	16
Figura 2.2: Vista 3D de la planta piloto	17
Figura 2.3: Diagrama P&ID de la configuración de tanques acoplados [28]	21
Figura 2.4: Posiciones de las válvulas 3 vías	22
Figura 2.5: Balance de masa para el tanque TK-0X	24
Figura 2.6: Balance de masa para el sistema de cuatro tanques.....	27
Figura 2.7: Diagrama de flujo de simulación de modelo linealizado.....	35
Figura 2.8: Salidas $h_i(i=1,2,3,4)$ del sistema	36
Figura 3.1: Curva de respuesta a escalón unitario (Ogata, 2010).....	39
Figura 3.2: Diagrama de flujo de programa de simulación DMC_MIMO.m desarrollado	52
Figura 3.3: Señales de set point para las variables de proceso de la planta objeto de estudio	53
Figura 3.4: Respuesta del sistema para $\lambda = 0.01$	54
Figura 3.5: Variables de control para $\lambda = 0.01$	54
Figura 3.6: Respuesta del sistema para $\lambda = 0.005$	55
Figura 3.7: Variables de control para $\lambda = 0.005$	56
Figura 3.8: Respuesta del sistema para $\lambda = 0.001$	57
Figura 3.9: Variables de control para $\lambda = 0.001$	57
Figura 3.10: Diagrama de flujo de programa de simulación DMPC_MIMO.m desarrollado	71
Figura 3.11: Señales de set point para las variables de proceso de la planta objeto de estudio	72
Figura 3.12: Respuesta del sistema para $r_w = 0.01$	73
Figura 3.13: Variables de control para $r_w = 0.01$	73
Figura 3.14: Respuesta del sistema para $r_w = 0.005$	74
Figura 3.15: Variables de control para $r_w = 0.005$	75

Figura 3.16: Respuesta del sistema para $r_w = 0.001$	76
Figura 3.17: Variables de control para $r_w = 0.001$	76
Figura 3.18: Señales de set point alejados del punto de linealización	78
Figura 3.19: Respuesta del sistema para set point alejados del punto de linealización	78
Figura 3.20: Variables de control para set point alejados del punto de linealización	79
Figura 3.21: Señales de set point para prueba de falla en sensores.....	80
Figura 3.22: Respuesta del sistema para prueba de falla en sensor h1	80
Figura 3.23: Variables de control para prueba de falla en sensor h1	81
Figura 3.24: Respuesta del sistema para prueba de falla en sensor h2.....	81
Figura 3.25: Variables de control para prueba de falla en sensor h2	82
Figura 3.26: Respuesta del sistema para prueba de falla en sensor h3.....	82
Figura 3.27: Variables de control para prueba de falla en sensor h3	83
Figura 3.28: Respuesta del sistema para prueba de falla en sensor h4.....	83
Figura 3.29: Variables de control para prueba de falla en sensor h4	84
Figura 4.1: Cableado en modo diferencial para las entradas analógicas de voltaje del módulo 1756-IF8 (Manual del fabricante)	87
Figura 4.2: Cableado en selección de voltaje para las salidas analógicas del módulo 1756-OF4 (Manual del fabricante).....	88
Figura 4.3: Diagrama de flujo de la tarea global en lenguaje Ladder	89
Figura 4.4: Diagrama de flujo de la tarea de inicialización en lenguaje estructurado	90
Figura 4.5: Diagrama de flujo de la tarea de ejecución del control DMPC en lenguaje estructurado	90
Figura 4.6: Programa en Simulink que simula la planta piloto de procesos hidráulicos	92
Figura 4.7: Borneras de las tarjetas de adquisición	92
Figura 4.8: Interfaz gráfica: Pantalla de visualización de tanques.....	94
Figura 4.9: Interfaz gráfica: Pantalla de visualización de variables de proceso y variables de control	94
Figura 4.10: Pantalla de visualización de tanques.....	95
Figura 4.11: Pantalla de visualización de variables de proceso y variables de control	96
Figura 4.12: Studio 5000 en línea con el PLC	96
Figura 4.13: Variables de proceso, primera prueba	97
Figura 4.14: Variables de control, segunda prueba	97
Figura 4.15: Variables de proceso, primera prueba	98
Figura 4.16: Variables de control, segunda prueba.....	98

INTRODUCCION

A nivel global, los fluidos líquidos forman una parte esencial de muchos procesos industriales, en consecuencia, el control de nivel de líquidos en depósitos es muy recurrente en la industria. En muchos procesos es necesario el traslado de fluidos de un depósito a otro con el fin de un procesamiento intermedio para luego ser nuevamente trasladado como producto final hacia otros contenedores (Castelo y Garrido, 2017), es claro entonces que es necesario un adecuado control de nivel en todas las etapas del proceso. Podemos encontrar como ejemplos el control de nivel en celdas de flotación (Kämpjärvi y Jämsä-Jounela, 2003), el control de nivel en el evaporador de una planta de granulación de nitrato de amonio, el control de nivel del líquido en el fondo del absorbedor en una planta de deshidratación de gas natural (Smith y Corripio, 1991), entre muchos otros.

El control de nivel en tanques interconectados no es una tarea sencilla por diversos factores, como las altas interacciones entre las variables del proceso que pueden hacer que una acción de control implementada en cualquier punto de la planta se transmita e incluso amplifique a otras unidades interconectadas (Kämpjärvi y Jämsä-Jounela, 2003), la presencia de dinámicas no lineales inherentes a la dinámica del proceso de líquidos, variaciones en los parámetros del sistema por el escalamiento de tanques, orificios, etc. (Pan et al., 2003), el flujo no constante entre tanques, entre otros.

Con el enfoque mencionado, es importante estudiar e implementar métodos de control avanzado que presenten un buen desempeño al ejecutarse en plantas con la problemática descrita y mostrar su implementación en equipos convencionales utilizados en la ingeniería de control.

En el Laboratorio de Control Avanzado del Departamento de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica del Perú se diseñó e implementó una planta modelo que permite el estudio de procesos hidráulicos a través de diferentes configuraciones, las mismas que permiten hacer varias pruebas de control y diagnóstico de fallos.

La planta modelo puede configurarse como el proceso hidráulico en serie que se utiliza en (Pérez et al, 2016) para el diseño de sistemas de diagnóstico distribuido para sistemas continuos, se puede configurar como el proceso multivariable propuesto en (Johansson y Rocha, 1998), además se puede configurar como un serpentín para hacer pruebas de diagnóstico de fallos; y se puede configurar como un proceso hidráulico de una entrada y una salida para controlar nivel con un lazo de control simple, cascada o anticipativo (feedforward).

La planta modelo está equipada con instrumentación comercial que se ve de manera común en la industria real, como son sensores, actuadores y controladores que permiten implementar algoritmos de control avanzado para esta planta de estudio con el objetivo de mostrar de manera didáctica la importancia de la identificación, diseño de control e implementación del control avanzado para procesos complejos.

El proceso propuesto por Johansson (Johansson y Rocha, 1998) ha sido usado para ilustrar varias estrategias de control incluyendo control multivariable descentralizado con dos PI (Castelo y Garrido, 2017), controladores PI desacoplados estáticamente (Johansson et al., 1999), control robusto multivariable (Vadigepalli et al., 2001), control multivariable usando matrices dinámicas (Dai y Ström, 1999), control predictivo distribuido basado en modelo (Mercangoz y Doyle III, 2007), sin embargo no hay mucho acceso al público de la metodología, diseño implicado y en la mayoría de casos las plantas modelo de estudio están alejadas, a nivel de equipamiento, de lo que se encuentra en plantas industriales reales, pues son implementadas en micro-controladores y depósitos a escala hechos de materiales que no serían utilizados a nivel industrial.

En el presente trabajo se desarrolla un sistema abieto que representa un sistema industrial acoplado típico y equipado con instrumentación que se utiliza en plantas reales.

En la industria actual una de las técnicas más usadas de control avanzado es el control predictivo en todas sus variantes, encontramos diversas referencias de sus ventajas que avalan su uso en diversos procesos industriales como desalinizadoras de agua de mar (Rivas et al., 2017), control de temperatura y concentración de CO₂ en edificios (Walker et al., 2017), Redes de distribución de agua (Wang et al., 2017), Control de salinidad de aguas subterráneas (Ekin et al., 2017), control de una unidad de osmosis inversa de una industria farmacéutica (Rivas et al., 2016), entre otros.

En el presente trabajo se propone el estudio y comparación de dos técnicas de control avanzado predictivo multivariable: control predictivo multivariable discreto basado en modelo de espacio de estados (Discrete-time model predictive control DMPC MIMO) y control predictivo multivariable basado en modelo por matriz dinámica (Dynamic Matrix Control: DMC multivariable) aplicados a la planta objeto de estudio mediante software para llevar a implementación la técnica que muestre mejor desempeño.

CAPÍTULO 1: ESTADO DEL ARTE DE SISTEMAS HIDRAULICOS ACOPLADOS Y SU CONTROL

1.1. Introducción

En el presente capítulo se describe la problemática de los sistemas hidráulicos interconectados acoplados y la descripción de la planta objeto de estudio del presente trabajo.

También se expone el estado del arte de las diferentes técnicas de control aplicadas a la planta objeto de estudio (considerando sus variantes), la propuesta solución del presente trabajo y los objetivos de la presente tesis.

1.2. Sistemas hidráulicos acoplados

En la industria actual, el control de nivel de fluidos en depósitos industriales es una necesidad global, y en muchos de estos casos, dichos fluidos pasan de un contenedor a otro en una serie de etapas antes de llegar a la etapa final.

En los procesos mineros, existe por ejemplo el control de nivel en celdas de flotación, las cuales necesitan un control de nivel riguroso, el control de nivel en estas plantas es una tarea compleja debido a las fuertes perturbaciones en los flujos de entrada a las celdas, también, una acción de control ejecutada en cualquier punto del circuito de celdas tiende a ser transmitida a las demás unidades del sistema aguas arriba y aguas abajo, en algunos casos incluso con amplificación (Kämpjärvi y Jämsä-Jounela, 2003).

En la Figura 1.1 se observa un diagrama esquemático típico de las celdas de flotación.

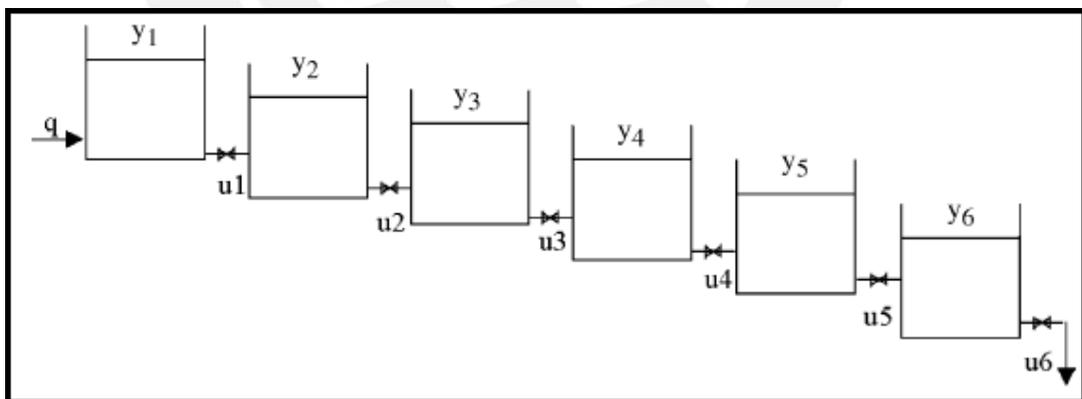


Figura 1.1: Diagrama esquemático de celdas de flotación (Kämpjärvi y Jämsä-Jounela, 2003)

Otro ejemplo típico de la industria es el proceso de refinamiento de azúcar, en este ejemplo podemos observar dos interacciones de tanques de almacenamiento, por un

lado, hay interacción de depósitos de productos intermedios y por otro lado existe interacción de tanques de almacenamiento de materia prima del proceso.

Se observa en la Figura 1.2. que el jarabe que se calienta en el tanque de dilución fluye hacia un tanque de preparación en donde se realiza otra etapa del proceso que consta de calentamiento y mezcla del producto intermedio, luego se envía la mezcla hacia un tanque de mezclado y conforme el jarabe fluye hacia dicho tanque se añade el ácido fosfórico. Por otro lado, se observa el acoplamiento de tanques en ambos depósitos de ácido con concentración al 75% y al 50%. (Smith y Corripio, 1991)

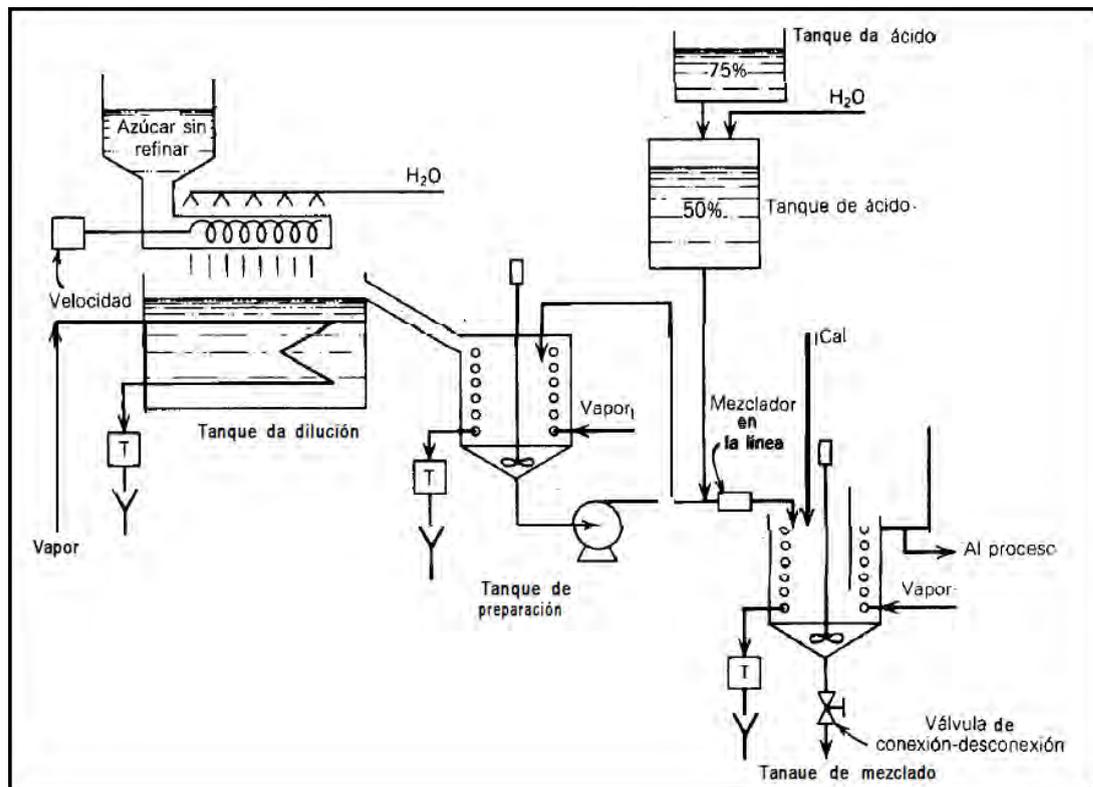


Figura 1.2: Proceso para refinación de azúcar (Smith y Corripio, 1991)

Otro caso particular, de la industria alimentaria, se encuentra en plantas de pasteurización, en el diagrama que se muestra en la Figura 1.3 se observa claramente el acoplamiento entre los tanques de alimentación que proporcionan la entrada de agua fría al intercambiador de calor que se hace circular a través de la bomba N1 (Anang et al., 2016).

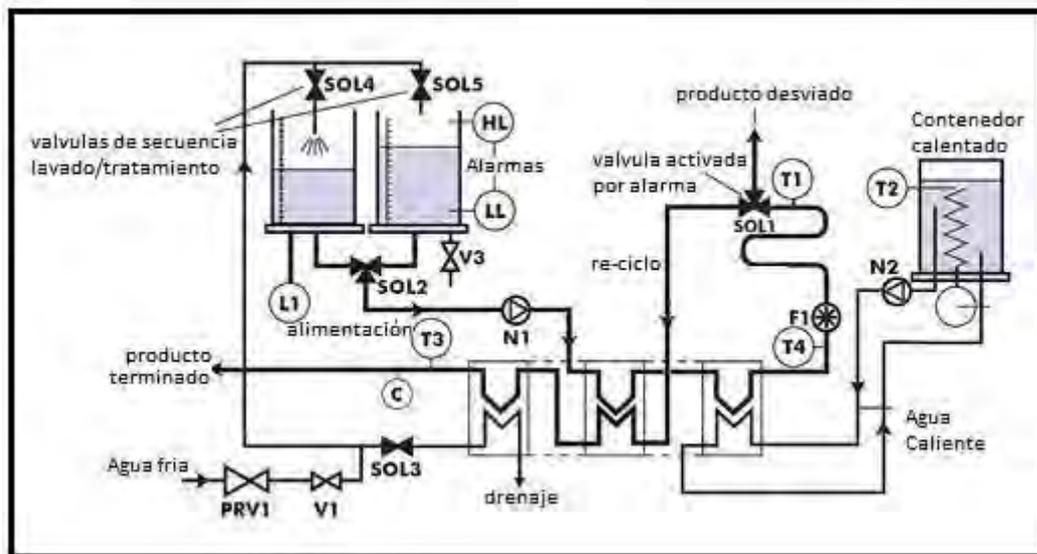


Figura 1.3: Diagrama de flujo del proceso de la planta de pasteurización Armfield PCT23MKII (Anang et al., 2016)

Asimismo, podemos encontrar diversos ejemplos adicionales en la industria petroquímica, fabricación de papel, tratamientos de agua, industria láctea (Castelo y Garrido, 2017), bombas mezcladoras para helado, entre otros.

1.3. Proceso hidráulico de cuatro tanques acoplados

En el apartado anterior se expone la problemática de los sistemas hidráulicos acoplados, con este enfoque, es importante estudiar e implementar métodos de control avanzado que presenten un buen desempeño al ejecutarse en plantas con la problemática descrita. Asimismo, es de suma importancia tener disponible un sistema de control equipado con elementos industriales típicos en el mercado que representen de manera precisa los sistemas acoplados reales.

Karl Henrik Johansson y José Luis Rocha Nunes proponen en 1998 un sistema hidráulico de laboratorio que consiste en cuatro tanques acoplados y dos bombas de agua. Este sistema modela de manera didáctica, flexible y clara la dinámica del acoplamiento de los tanques de almacenamiento de líquido.

Esta propuesta permite utilizar diferentes modelos de identificación de la planta como un sistema lineal de una entrada y una salida (SISO: single input single output), un sistema lineal de múltiples entradas y una salida (MISO: multiple input single output), un sistema lineal de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO: multiple input multiple output), y modelos de espacio de estados. (Johansson y Rocha, 1998)

En la Figura 1.4 se muestra un diagrama esquemático de la planta original propuesta por Johansson y Rocha.

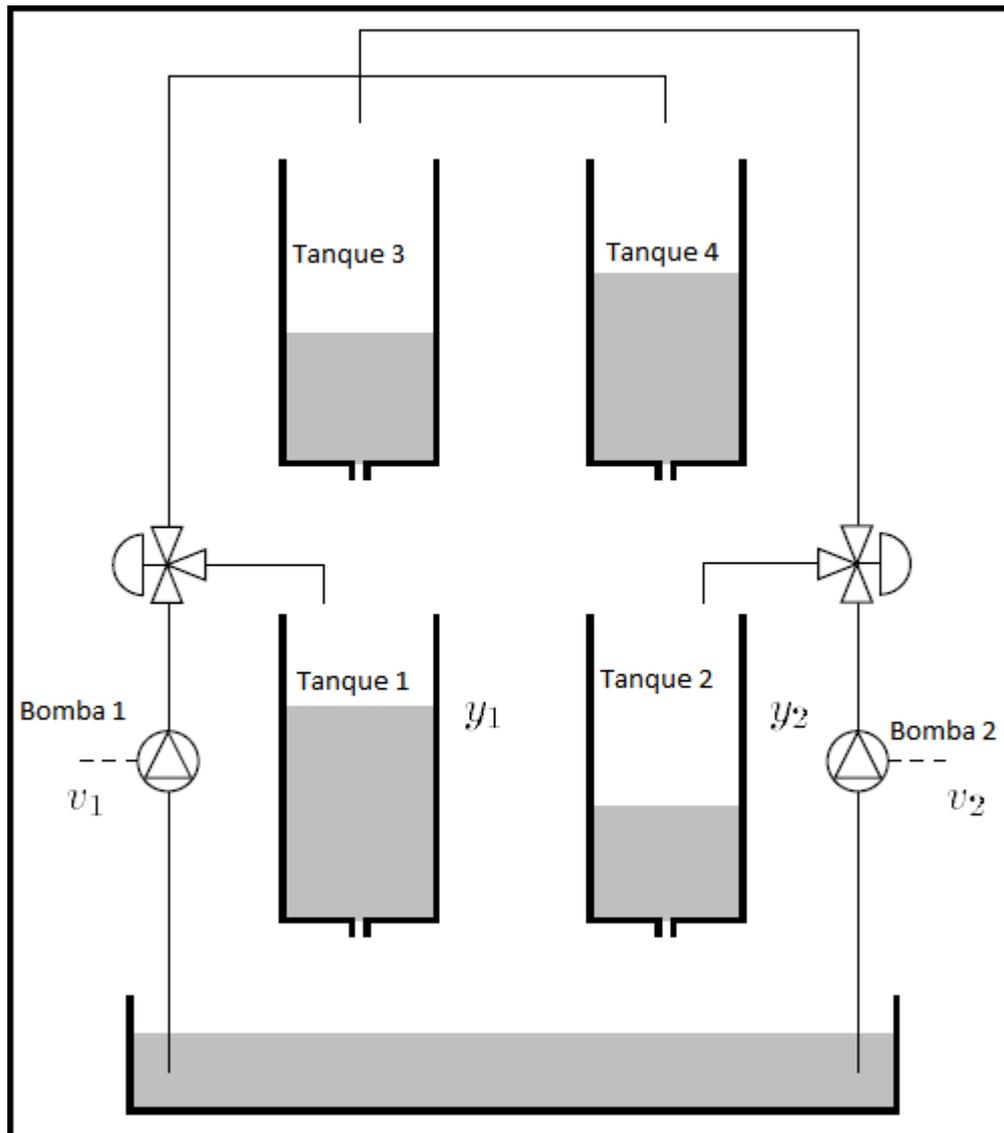


Figura 1.4: Diagrama esquemático del proceso de cuatro tanques (Johansson et al., 1999)

Originalmente, a pesar de que el proceso de laboratorio modela de manera eficaz la dinámica del acoplamiento de tanques en sistemas multivariables, el sistema hidráulico propuesto por Johansson y Rocha en (Johansson y Rocha, 1998) se implementó con materiales e instrumentación que no se utilizan comercialmente en la industria actual.

En el Laboratorio de Control Avanzado del Departamento de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica del Perú se diseñó e implementó una planta modelo equipada con instrumentación industrial que permite el estudio de procesos hidráulicos a través de las diferentes configuraciones que cuenta, las mismas que permiten hacer varias pruebas de control y diagnóstico de fallos.

La planta modelo puede configurarse como el proceso hidráulico en serie que utiliza Pérez (Pérez et al, 2016) en su trabajo de diagnóstico distribuido para sistemas continuos, se puede configurar como el proceso multivariable de cuatro tanques acoplados propuesto por Johansson y Rocha en 1998, se puede configurar como un serpentín para hacer pruebas de localización de fugas en una red de distribución larga y también se puede configurar como un proceso hidráulico de una entrada y una salida para controlar nivel con un lazo de control simple, cascada o anticipativo (feedforward).

La planta modelo está equipada con instrumentación comercial que se ve de manera común en la industria real, por lo que vale la pena aplicar un algoritmo de control avanzado para esta planta de estudio pues permite mostrar de manera didáctica la importancia de la identificación, diseño de control e implementación del control avanzado en equipos industriales comerciales.

En la configuración que replica por el proceso propuesto por Johansson y Rocha, la planta consta de cuatro tanques interconectados que están acoplados, y que se encuentran en dos niveles. Se suministra agua hacia los dos niveles superiores mediante dos bombas que toman el líquido desde un depósito de mayor tamaño ubicado en la parte inferior.

El flujo de líquido puede ser controlado actuando sobre dos variadores de velocidad que controlan el flujo de salida de las bombas. El sistema cuenta con válvulas de acople, desacople y controladas para fijar los flujos de acople de tanques. Los tanques del nivel inferior cuentan con un sensor de presión diferencial para medir el nivel de cada uno.

En la Figura 1.5 se muestra el Diagrama P&ID de la planta modelo descrita.

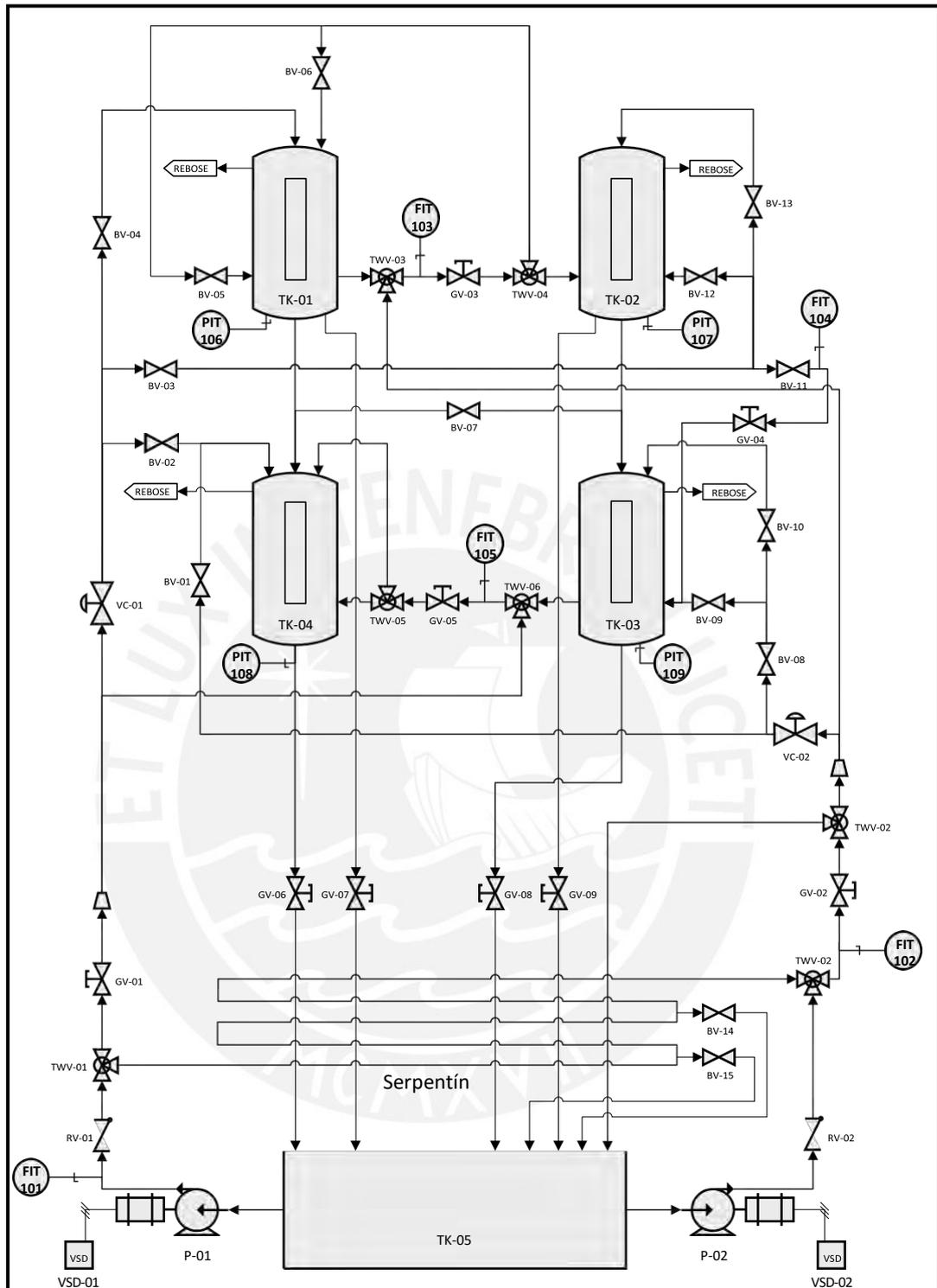


Figura 1.5: Diagrama P&ID de la planta piloto [28]

Para el presente trabajo, el sistema se identifica como un proceso multivariable (MIMO) con dos entradas y dos salidas, las entradas son los flujos de salida de las bombas P-01 y P-02 que son medidos a través de los sensores-transmisores FIT-101 y FIT-102 y son controlados por los variadores VSD-01 y VSD-02, y las salidas son las magnitudes de nivel de los tanques inferiores que son medidas a través de los

sensores-transmisores PIT-108 y PIT-109, para más detalle de la disposición previa necesaria para que la planta objeto de estudio opere en la configuración mencionada, ir al apartado 2.2.3.

1.4. Estado del arte de soluciones previas

1.4.1. Introducción

Desde que Johansson y Rocha en 1998 hicieron la propuesta de la planta de estudio multivariable de cuatro tanques acoplados, se han aplicado diversas técnicas de control a sistemas inspirados en el sistema original.

1.4.2. Control convencional

El control de sistemas descritos por múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) puede ser ejecutado por un controlador de tipo multivariable que considere todas las variables de entrada y de salida del sistema a la vez, o por un conjunto de controladores independientes de una entrada y una salida (SISO) actuando sobre el sistema objetivo (Jayaprakash y Subha, 2013).

Jayaprakash y Subha abordan el reto de control del sistema hidráulico de cuatro tanques acoplados utilizando el algoritmo de control Proporcional-Integral (PI) descentralizado.

El algoritmo de control PI descentralizado calcula las variables de control u_1 y u_2 basado únicamente en las variables de proceso y_1 e y_2 y sus respectivas señales de referencia Ref_1 y Ref_2 .

Este enfoque no considera la naturaleza multivariable del sistema a través del acoplamiento interno de sus variables y por tanto aborda cada lazo de control de manera independiente. En el caso que el sistema no sea cuadrado, es decir, que el número de entradas sea diferente al número de salidas, algunas señales no pueden ser utilizadas y esto limita su efectividad (Jayaprakash y Subha, 2013).

En la Figura 1.6 se muestra la configuración de los controladores clásicos PI descentralizados.

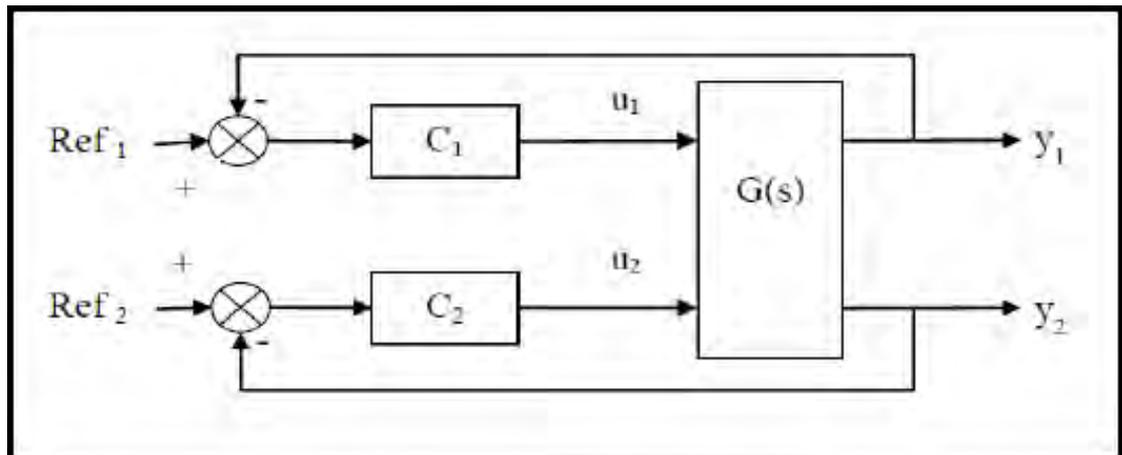


Figura 1.6: Sistema de Control PI descentralizado (Jayaprakash y Subha, 2013)

También existen variantes de los controladores PID, donde hay modificaciones en los procedimientos de cálculo para cada uno de sus componentes de acción de control (proporcional, integral y derivativa).

(Albin Raj y Deepa, 2016) presenta el control del sistema hidráulico de cuatro tanques utilizando un controlador Fuzzy-PID.

El sistema de control Fuzzy-PID tiene la habilidad de calcular los componentes (proporcional, integral y derivativo) de cada una de las variables de control aplicadas al sistema multivariable objetivo mediante variables lingüísticas que son interpretadas por un bloque fuzzy a partir del error (calculado con la variable de proceso y el set point de cada tanque objetivo de control) y del cambio del error.

En la Figura 1.7 se muestra la vista de la superficie de reglas del controlador Fuzzy-PID.

En la Figura 1.8 se muestra la vista de tabla de reglas del controlador Fuzzy-PID funcionando en tiempo real durante el control del sistema.

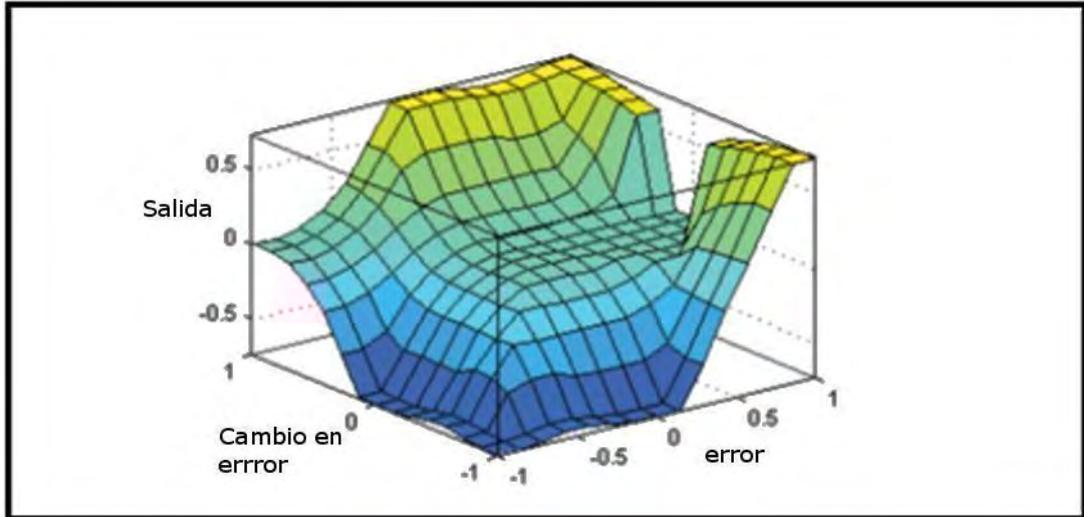


Figura 1.7: Vista de la superficie de reglas del controlador Fuzzy-PID (Albin y Deepa, 2016)

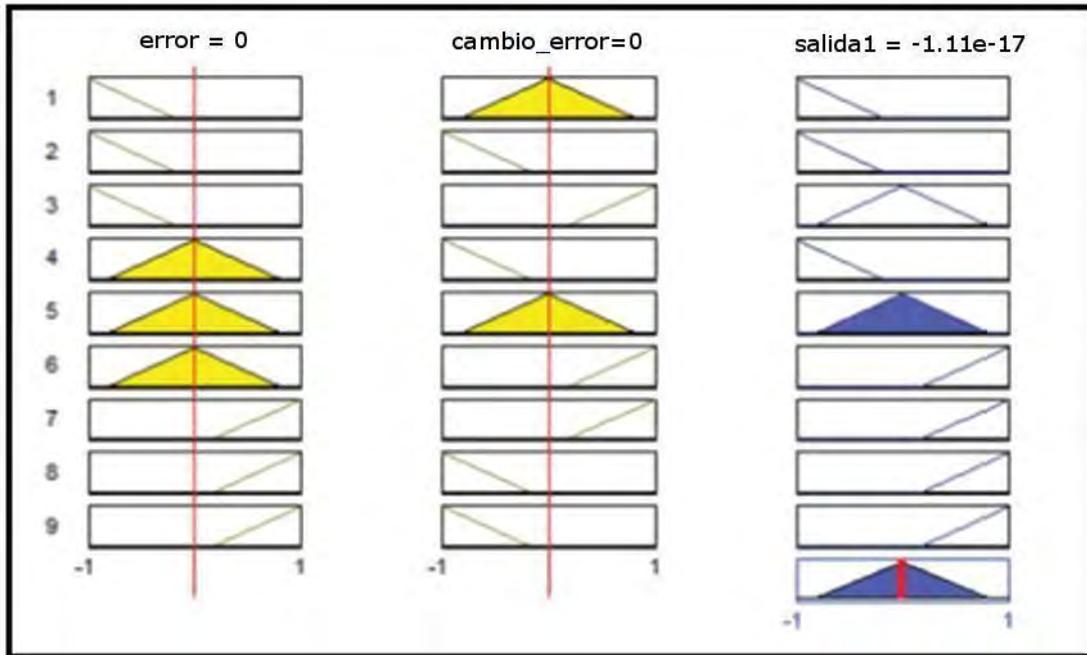


Figura 1.8: Vista de la tabla de reglas del controlador Fuzzy-PID (Albin y Deepa, 2016)

1.4.3. Control avanzado

Con el objetivo de mejorar el desempeño de los sistemas de control clásicos, se encuentran diversas técnicas de control avanzado aplicados al sistema hidráulico de cuatro tanques acoplados.

(Jayaprakash y Subha, 2013) aplica la técnica de control en modo deslizante (Sliding Mode Control, abreviado con las siglas SMC) al sistema hidráulico de cuatro tanques acoplados.

La técnica de control en modo deslizante (SMC) es una técnica de control avanzado no lineal cuyo diseño admite alta incertidumbre de la planta objeto de control. Los sistemas SMC son diseñados para hacer que los estados de un sistema operen sobre una superficie en particular en el espacio de estados, llamada superficie deslizante. Una vez que se alcanza la superficie deslizante, el control del modo deslizante mantiene los estados en la vecindad cercana de la superficie deslizante. El diseño de los sistemas SMC involucra dos partes, la primera relacionada a determinar la superficie deslizante y la segunda que está relacionada con el diseño de la ley de control. El control SMC es preciso y usualmente de sencilla implementación.

Sin embargo, los principales inconvenientes de los modos clásicos de deslizamiento de primer orden están relacionados principalmente con el llamado efecto de chattering (oscilaciones sobre una señal determinada) identificado como la presencia de dinámica parasita, no considerada en el modelamiento, presente en los dispositivos de conmutación.

(Hypiusová y Rosinová, 2016) evalúa diversos métodos de control robusto por retroalimentación de estados diseñados en base a desigualdad de matriz lineal (LMI) aplicados al sistema hidráulico de cuatro tanques acoplados.

Los controladores robustos aseguran la estabilidad de un sistema de control a pesar de la incertidumbre causadas por dos razones principales: el cambio o desconocimiento de los parámetros que describen la dinámica física en el modelo de la planta (definida como incertidumbre paramétrica) y la presencia de dinámica interna no modelada de la planta (definida como incertidumbre dinámica).

(Hypiusová y Rosinová, 2016) tiene un enfoque que se basa en la optimización, por lo que el problema de control robusto se aborda como un problema de optimización que se formula como LMI. En su trabajo, se consideran tres métodos: El primero es el método de estabilidad cuadrática con su respectiva condición LMI, con y sin la minimización de la traza de la matriz de Lyapunov P , el segundo es el método de diseño de control robusto H_2 usando LMI y el tercero es el método de diseño de control robusto H_∞ usando LMI.

(Maxim et al., 2013) expone diversas técnicas de control aplicadas al sistema hidráulico de cuatro tanques acoplados, incluyendo la técnica de control avanzado de modelo interno (IMC).

La técnica de control IMC requiere un conocimiento previo muy preciso de la planta objeto del control, la idea principal que engloba el control IMC es el diseño de un controlador-compensador que se basa en la inversa de la función de transferencia del modelo de la planta.

Sin embargo, este acercamiento al reto de control que presenta el sistema está limitado, pues la planta objeto de estudio puede presentar ceros en el semi-plano S

derecho (dependiendo de los parámetros ajustables de la dinámica de la planta) que se convertirían en polos inestables para el controlador. Este criterio debe ser tomado en cuenta de manera cuidadosa durante el diseño del sistema de control.

En la Figura 1.9 se presenta un esquema genérico de un sistema de control IMC donde $G(s)$ es la función de transferencia de la planta controlada, $\hat{G}(s)$ es el modelo matemático de la planta que utiliza el controlador para hacer predicciones, y $Q(s)$ es la función de transferencia del controlador que incluye el elemento $F(s)$ orientado al control y el elemento orientado a compensar $\hat{G}_g(s)$.

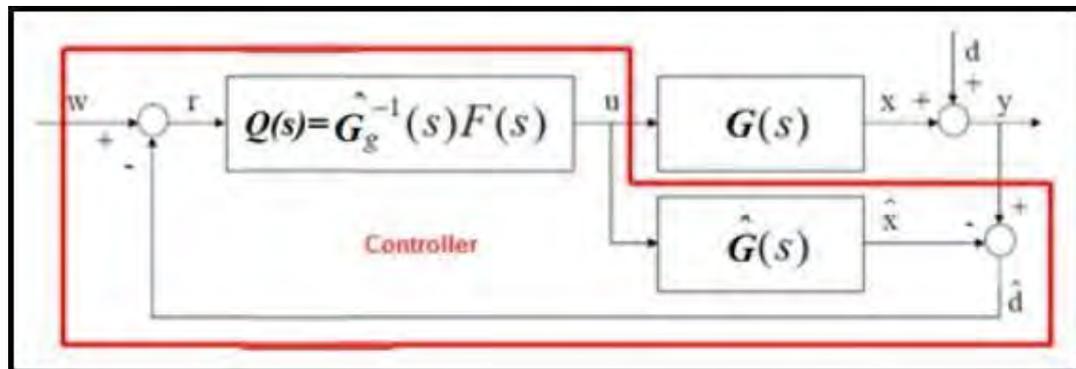


Figura 1.9: Esquema genérico de un sistema de control IMC (Maxim et al., 2013)

(Deepa et al., 2011) recurre a la técnica de control predictivo discreta basado en modelo MPC para el control del sistema hidráulico de cuatro tanques acoplados.

El control predictivo basado en modelos (Model Based Predictive Control MPC) es una técnica de control avanzado muy exitosa dentro de la industria, pues involucra todas las ventajas del control predictivo como la formulación del problema de control, el uso de un modelo para predecir el comportamiento futuro de la planta objeto de estudio, las consideraciones explícitas de limitaciones físicas de la planta, entre otros.

Por estas razones el control MPC es capaz de proveer estabilidad, confiabilidad y robustez de los sistemas de control aplicados tanto a sistemas lineales como para sistemas no lineales.

En la industria actual, la técnica más usada de control avanzado es el control predictivo en todas sus variantes, encontramos diversas referencias de sus ventajas que avalan su uso en diversos procesos industriales como Desalinizadoras de agua de mar (Rivas et al., 2017), Control de temperatura y concentración de CO2 en edificios (Walker et al., 2017), Redes de distribución de agua (Wang et al., 2017), Control de salinidad de aguas subterráneas (Ekin et al., 2017), entre otros.

El control predictivo basado en modelos MPC se ha desarrollado considerablemente dado que desde sus primeras versiones investigadas por practicantes en la industria resultó ser muy exitoso y como consecuencia atrajo a los investigadores que han visto un nuevo campo de investigación (Ławryńczuk, 2014), el término “Control Predictivo basado en modelos” no se designa a una estrategia específica de control, sino que define un amplio rango de métodos de control que hacen el uso explícito de un modelo del proceso objeto de estudio para obtener una señal de control a través de la minimización de una función objetivo. De acuerdo a (Camacho y Bordons, 2007) las ideas que aparecen en la familia de los métodos de control predictivo son:

- Uso explícito de un modelo para predecir la salida futura del proceso en una ventana de tiempo (horizonte).
- Cálculo de la señal de control minimizando una función objetivo.
- Estrategia de horizonte deslizante, para que en cada instante de muestreo el horizonte de predicción se desplaza hacia el futuro.

Cuando se habla del control predictivo basado en modelo, una de las técnicas más utilizadas en la industria es el control predictivo multivariable basado en modelo por matriz dinámica (Dynamic Matrix Control: DMC multivariable), existen diversas referencias al ámbito industrial que sirven para presentar las principales características de este importante enfoque de control. (Corriou, 2004).

Morari y Lee lo dejan muy claro en su trabajo de 1999: “el control DMC ha tenido un impacto tremendo en la industria. Probablemente no haya una sola compañía petrolera importante en el mundo, donde DMC (o un producto funcionalmente similar con un nombre comercial diferente) no se emplee en la mayoría de las nuevas instalaciones o renovaciones”.

Por lo tanto, el control DMC es una técnica importante de análisis cuando se habla de control predictivo.

Por otro lado, es objetivo de este trabajo contrastar el desempeño de dos sistemas de control avanzado predictivo aplicados a la planta objeto de estudio, las diferentes técnicas de control predictivo se diferencian en el tipo de modelo que utilizan para realizar su predicción.

En sus inicios, ganaron importancia las técnicas basadas en modelos de respuesta al impulso (Finite Impulse response FIR) y modelos de respuesta al escalón (Finite step response FSR) a pesar de estar limitadas al control de plantas estables.

También, se han desarrollado técnicas de control predictivo basadas en función de transferencia cuyo uso se amplía tanto para plantas estables como para plantas inestables, dentro de esta categoría se encuentra el control predictivo generalizado (Generalized predictive control GPC) introducido en 1987 (Clarke et al., 1987). Sin

embargo, son generalmente considerados menos efectivos para el manejo de plantas multivariable (Wang, 2009).

También, se han desarrollado diversos trabajos de investigación y aplicación del control predictivo basado en modelos de espacio de estados. En el trabajo de Morari y Lee de 1999 se analizan los conceptos básicos del modelo de espacio de estados para el control predictivo y su relación directa con el problema estándar del regulador lineal cuadrático (Linear quadratic regulator LQR), (Deepa et al., 2011) aplica el control predictivo discreto basado en modelo de espacio de estado para un proceso multivariable, (Rawlings y Muske, 1993) analiza la implementación de técnicas de control predictivo de modelos lineales para plantas inestables en lazo abierto. Todo esto demuestra la eficacia para el manejo de plantas tanto estables como inestables y plantas multivariable.

En el presente trabajo se diseña un sistema de control predictivo multivariable discreto basado en modelo de espacio de estados (Discrete-time model predictive control DMPC MIMO) dadas las prestaciones para el manejo de plantas multivariable y también tomando en cuenta el bajo costo computacional de su programación, lo que la convierte en un buen punto de referencia para mejorar este aspecto en la implementación, además cumple en la práctica con el objetivo de control de la planta objeto de estudio.

Además, escogemos la técnica de control predictivo discreto multivariable basado en modelo de espacio de estados (DMPC MIMO) dado su potencial de reducir considerablemente el costo computacional de la implementación y considerando que en la planta objeto de estudio contamos con sensores que brindan información precisa de los estados involucrados en el proceso.

1.5. Propuesta de solución

En el apartado anterior se ha tomado en cuenta las diferentes técnicas de control aplicadas previamente al sistema hidráulico de cuatro tanques acoplados, incluyendo técnicas de control clásico y técnicas de control avanzado.

Tomando en consideración las ventajas expuestas con respecto al control predictivo, en el presente trabajo se propone el diseño y simulación de dos tipos de sistema de control multivariable predictivo basado en modelos:

- Control predictivo multivariable por matriz dinámica (DMC multivariable)
- Control predictivo discreto multivariable basado en modelo de espacio de estados (DMPC MIMO).

Con las simulaciones y resultados obtenidos con el diseño de ambos sistemas de control, se pueden evaluar mediante criterios de desempeño estandarizado cuál de las dos técnicas de control desarrolladas presenta una mejor eficiencia.

En base a lo anterior, se propone escoger una de las técnicas de control diseñadas para la propuesta de implementación en la planta real con un controlador programable comercial.

1.6. Objetivos de la tesis

Con lo expuesto en los apartados anteriores, definimos los objetivos de la presente tesis, los cuales son de carácter general y específicos.

1.6.1. Objetivo general

Considerando la propuesta solución de la presente tesis, se define como objetivo general:

- Diseño de un sistema de control predictivo multivariable para el control de un proceso hidráulico de cuatro tanques acoplados.

1.6.2. Objetivos específicos

Para poder alcanzar el objetivo general es necesario lograr gradualmente los siguientes objetivos específicos:

- Estudiar el estado del arte de los sistemas hidráulicos interconectados y los sistemas de control aplicados a la planta objeto de estudio.
- Obtener el modelo matemático que caracterice el comportamiento dinámico multivariable de la configuración de tanques acoplados.
- Diseñar dos sistemas de control predictivo: DMC MIMO y DMPC MIMO.
- Comparar los controladores desarrollados y encontrar el que muestre mejor desempeño para la planta objeto de estudio mediante simulación.
- Desarrollar la propuesta de implementación del sistema de control con el mejor desempeño con un controlador industrial comercial mediante lenguaje de programación estructurado.

CAPÍTULO 2: MODELADO DEL PROCESO HIDRAULICO DE CUATRO TANQUES ACOPLADOS

2.1. Introducción

En el presente capítulo se describe de manera detallada el funcionamiento de la planta piloto de procesos hidráulicos objeto de estudio ubicada en el Laboratorio de Control Avanzado del Departamento de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica del Perú y la configuración que se utiliza para este trabajo. Luego, se desarrolla el modelo matemático de esta planta. Finalmente se realizan simulaciones utilizando el modelo obtenido.

2.2. Desarrollo del modelo

2.2.1. Introducción

En general, existen dos enfoques para abordar el modelamiento de un proceso industrial o de una planta objeto de estudio, el enfoque teórico y el experimental.

El enfoque teórico comprende el desarrollo del modelo basado en las leyes físicas, químicas y matemáticas que rigen el comportamiento dinámico del proceso, por ejemplo, para el modelamiento de la planta objeto de estudio de este trabajo se considera la ley de balance de masa (que establece que la masa de un sistema cerrado permanece constante) y la ley de Bernoulli (que calcula la energía de un fluido en cualquier momento).

En el enfoque experimental, también conocido como identificación de sistemas, que son conceptos introducidos por Ljung (1987) en su libro *Systems Identification*, se aplica un determinado estímulo en las entradas de la planta para medir su respuesta en las salidas de la misma. Luego, a partir de los datos de entradas y de salidas obtenidos se desarrolla el modelo matemático. Cabe resaltar que existen diversas técnicas de identificación de sistemas, por ejemplo, identificación paramétrica, identificación no paramétrica, identificación no lineal usando redes neuronales, entre otras.

En el presente trabajo se deriva el modelo matemático de la planta piloto de cuatro tanques acoplados basándose en el enfoque teórico, partiendo de las leyes físicas del proceso.

2.2.2. Planta objeto de estudio

La planta piloto de procesos hidráulicos tiene seis configuraciones posibles:

- Configuración de tanques acoplados.
- Configuración de tanques en serie.
- Configuración para localización de fugas en líneas de conducción.
- Configuración para implementación de lazo de control PID.
- Configuración para implementación de control en cascada.

- Configuración para implementación de control anticipativo (feedforward).

En la Figura 2.1 se presenta el diagrama de tuberías e instrumentación (P&ID) de la planta piloto de sistemas hidráulicos, donde se muestran las ubicaciones e interconexiones de los distintos componentes.

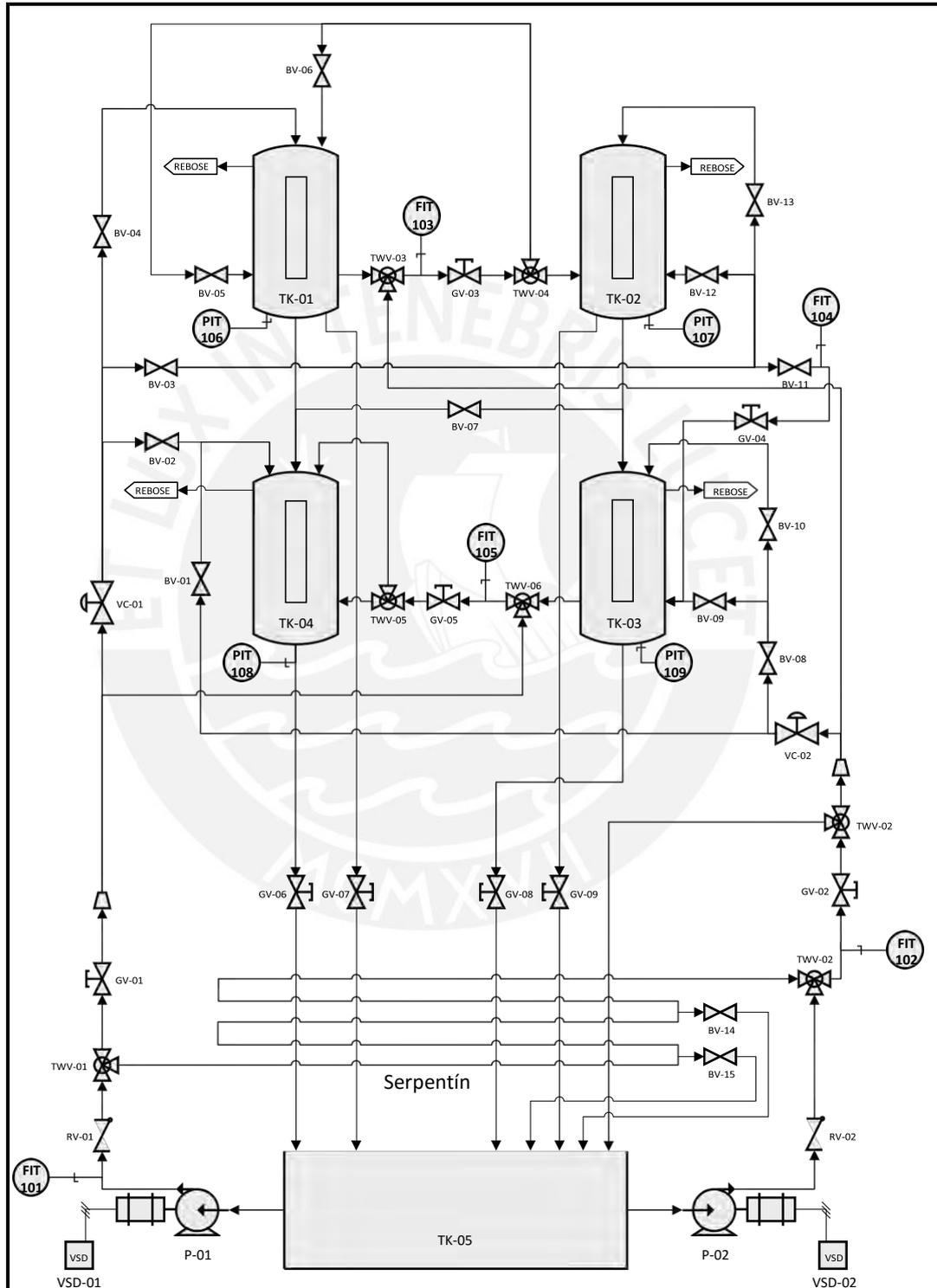


Figura 2.1: Diagrama P&ID de la planta piloto [28]

En la Figura 2.2 se muestra la vista de la planta piloto en una vista 3D:

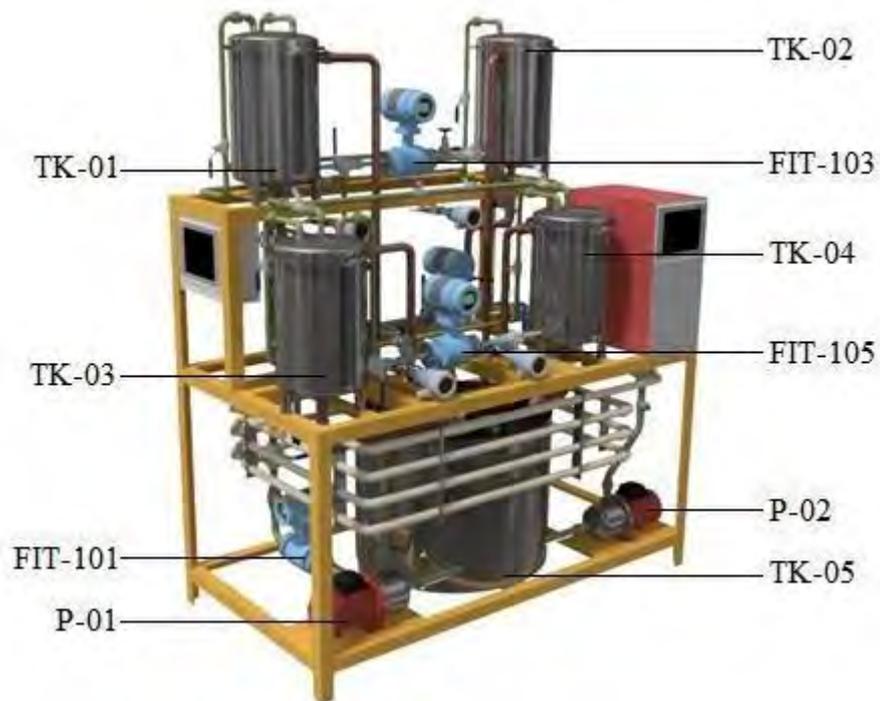


Figura 2.2: Vista 3D de la planta piloto

En la Tabla 2.1 se presenta un resumen de los componentes principales de la planta piloto

Tabla 2.1: Componentes principales del sistema hidráulico [28]

Ítem	Descripción	Código
1	Tanque superior	TK-0X
2	Tanque de alimentación	TK-05
3	Bomba centrífuga	P-0X
4	Válvulas de 3 vías	TWV-0X
5	Válvulas de globo	GV-XX
6	Válvulas de bola	BV-XX
7	Controlador lógico programable	UC-01
8	Sensor de caudal electromagnético	FIT-10X
9	Sensor presión manométrica	PIT-10X
10	Válvula de control	VC-0X
11	Variador de frecuencia	VSD-0X
12	Pantalla LCD 10"	

Los tanques superiores tanto como los inferiores (TK-01, TK-02, TK-03, TK-04) fueron fabricados en acero inoxidable y tienen las siguientes dimensiones: diámetro de 30cm y altura máxima de 45cm.

En la Tabla 2.2 se resume las especificaciones de la instrumentación relacionada, identificando los tag correspondientes a la Figura 2.1.

Tabla 2.2: Modelos de instrumentación

Tag	Descripción	Marca	Modelo
FIT-101 FIT-102	Sensor de flujo de 1"	Rosemount	Sensor: 8705 TSA005C1W0N0 Transmisor: 8732 EST1A1N0M4Q4YS
FIT-103 FIT-104 FIT-105	Sensor de flujo de 1/2"	Rosemount	Sensor: 8705 TSA005C1W0N0 Transmisor: 8732 EST1A1N0M4Q4YS
PIT-106 PIT-107 PIT-108 PIT-109	Sensor presión manométrica	Endress+Hauser	Cerabar M PMC51
VC-01 VC-02	Válvula de control	Fisher	Válvula: ½" 24000C Globe Actuador: 32 Series Posicionador: DVC2000
P-01 P-02	Bomba centrífuga	Salmson	MULTI-H 202 SE-T/6- 0.55KW
VSD-01 VSD-02	Variador de frecuencia	Allen Bradley	POWERFLEX 4M- 0.75 KW (1 HP) AC DRIVE 480VAC, 3PH, 2.5 AMPS, TYPE IP20

La planta piloto, gracias a sus configuraciones, presenta la versatilidad necesaria para realizar pruebas aplicando diversos algoritmos tanto de control clásico como de control avanzado, así como de diagnóstico y localización de fallos.

Cada una de las seis configuraciones de la planta piloto requiere una disposición específica de las diferentes válvulas manuales (válvulas de 3 vías TWV-0X, válvulas de globo GV-XX y válvulas de bola BV-XX) con el objetivo de manipular las líneas de alimentación hacia los cuatro tanques y obtener así la dinámica deseada en cada una de las configuraciones.

A continuación, se detalla la disposición necesaria para la configuración de tanques acoplados que se utiliza en el presente trabajo.

2.2.3. Configuración de tanques acoplados

En la configuración de tanques acoplados de la planta piloto de procesos hidráulicos se disponen las válvulas manuales de manera que se obtiene dos líneas de alimentación hacia los cuatro tanques superiores.

El variador de frecuencia VSD-01 controla el flujo generado por la bomba P-01, dicho flujo pasa a través de la válvula de retención RV-01 (que evita el retorno del agua cuando se desactive el variador de frecuencia o ante un eventual apagado de la planta), luego pasa a través de la válvula de tres vías TWV-01 que desvía la totalidad del flujo hacia los tanques superiores y evita que haya pérdidas de flujo en dirección al serpentín de la planta piloto, luego pasa a través de la válvula de globo GV-01 (que se dispone con el 100% de apertura). En este punto se llega a una bifurcación, donde parte del flujo alimenta al tanque TK-04 y la otra parte del flujo alimenta al tanque TK-02. La alimentación del tanque TK-04 pasa a través de la válvula de tres vías TWV-06 (que se dispone en la posición adecuada para desacoplar los tanques TK-04 y TK-03), pasa también por la válvula de globo GV-05 (cuyo porcentaje de apertura es un parámetro de modelado), y pasa por la válvula de tres vías TWV-05 (que se dispone para que el flujo de alimentación al tanque TK-04 llegue al mismo por la parte superior). La alimentación del tanque TK-02 pasa a través de la válvula controlada VC-01 (cuyo porcentaje de apertura es un parámetro de modelado), pasa a través de la válvula de bola BV-03 (que se dispone con el 100% de apertura) y finalmente llega a la parte superior del tanque TK-02 a través de la válvula de bola BV-13 (que se dispone con el 100% de apertura, la válvula de bola BV-12 se cierra completamente). Adicionalmente, la válvula de bola BV-01 se cierra completamente (0% de apertura) para evitar el acoplamiento del flujo de alimentación generado por la bomba P-02 y la alimentación del tanque TK-04; la válvula de bola BV-02 se cierra completamente (0% de apertura) para evitar redundancia entre el acoplamiento de la alimentación del tanque TK-04 y la alimentación del tanque TK-02; la válvula de bola BV-07 se cierra completamente (0% de apertura) para evitar el acoplamiento de las dos líneas de conexión del tanque TK-01 a TK-04 y del tanque TK-02 a TK-03; la válvula de bola BV-04 se cierra completamente (0% de apertura) para evitar el acoplamiento de la alimentación del tanque TK-02 y la alimentación del tanque TK-01; y la válvula de bola BV-11 se cierra completamente (0% de apertura) para evitar acoplamiento entre la alimentación del tanque TK-02 y la alimentación del tanque TK-03. Las válvulas de bola GV-06 y GV-09 regulan el flujo de las líneas de desagüe de los tanques TK-04 y TK-02 respectivamente, la línea de desagüe del tanque TK-04 es parte de la operación de la planta y la línea de desagüe del tanque TK-02 es una perturbación del sistema.

El flujo generado por la bomba P-02 pasa a través de la válvula de retención RV-02 (que evita el retorno del agua cuando se desactive el variador de frecuencia o ante un eventual apagado de la planta), luego pasa a través de la válvula de tres vías TWV-07 que desvía la totalidad del flujo hacia los tanques superiores y evita que haya

perdidas de flujo en dirección al serpentín de la planta piloto, luego pasa a través de la válvula de globo GV-02 (que se dispone con el 100% de apertura), luego pasa a través de la válvula de tres vías TWV-02 que desvía la totalidad del flujo hacia los tanques superiores y evita que haya pérdidas de flujo en dirección al serpentín de la planta piloto. En este punto se llega a una bifurcación, donde parte del flujo alimenta al tanque TK-03 y la otra parte del flujo alimenta al tanque TK-01. La alimentación del tanque TK-03 pasa a través de la válvula controlada VC-02 (cuyo porcentaje de apertura es un parámetro de modelado), pasa a través de la válvula de bola BV-08 (que se dispone con el 100% de apertura) y finalmente llega a la parte superior del tanque TK-03 a través de la válvula de bola BV-10 (que se dispone con el 100% de apertura, la válvula de bola BV-09 se cierra completamente). La alimentación del tanque TK-01 pasa a través de la válvula de tres vías TWV-03 (que se dispone en la posición adecuada para desacoplar los tanques TK-01 y TK-02), pasa también por la válvula de globo GV-03 (cuyo porcentaje de apertura es un parámetro de modelado) y pasa por la válvula de tres vías TWV-04 (que se dispone en la posición adecuada para desacoplar los tanques TK-01 y TK-02), finalmente llega a la parte superior del tanque TK-01 a través de la válvula de bola BV-06 (que se dispone con el 100% de apertura, la válvula de bola BV-05 se cierra completamente). Las válvulas de bola GV-07 y GV-08 regulan el flujo de las líneas de desagüe de los tanques TK-01 y TK-03 respectivamente, la línea de desagüe del tanque TK-03 es parte de la operación de la planta y la línea de desagüe del tanque TK-01 es una perturbación del sistema.

Para la configuración de tanques acoplados de la planta piloto, el porcentaje de apertura de las válvulas de bola BV-14 y BV-15 no es relevante pues simulan pérdidas en la línea del serpentín, el cual no es utilizado dentro de la dinámica del sistema.

También, para calcular el nivel en los tanques TK-04 y TK-03 se mide la presión manométrica generada por la columna de agua en cada tanque. Esta tarea es realizada por los sensores PIT-108 y PIT-109 respectivamente.

Cabe resaltar que los pares de válvulas VC-01/GV-05 y VC-02/GV-03 se configuran para emular las válvulas proporcionales de la planta original propuesta por Johansson y Rocha en 1998.

En la Figura 2.3 se muestra el diagrama P&ID de la planta piloto de sistemas hidráulicos con la configuración de tanques acoplados, donde se muestra la disposición necesaria de las diferentes válvulas manuales (válvulas de 3 vías TWV-0X, válvulas de globo GV-XX y válvulas de bola BV-XX).

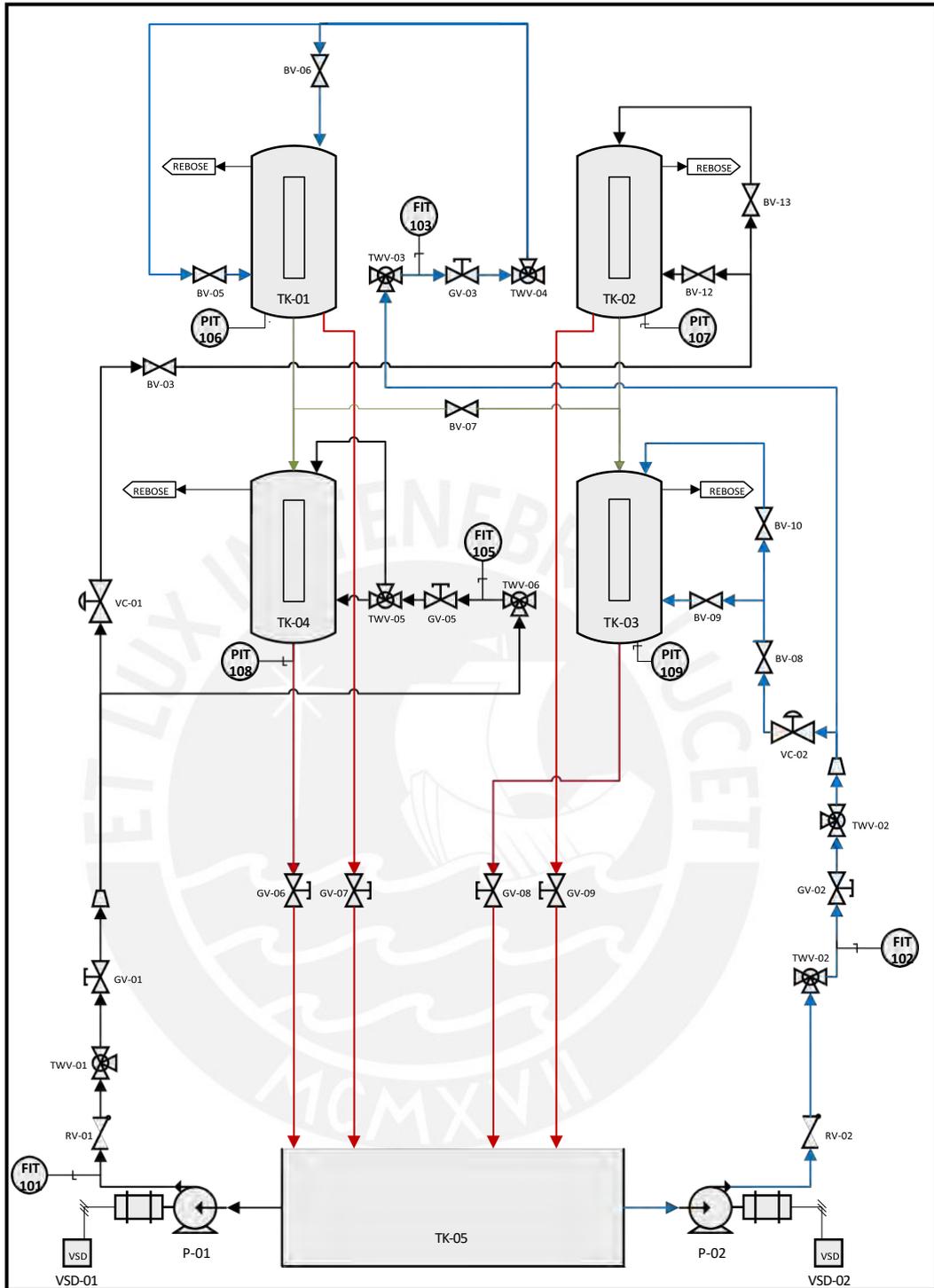


Figura 2.3: Diagrama P&ID de la configuración de tanques acoplados [28]

Con el objetivo de resumir las posiciones necesarias de las válvulas manuales para esta configuración en una tabla, se usa como referencia las posiciones 1, 2 y 3 que se muestran en la Figura 2.4 para las válvulas de 3 vías.

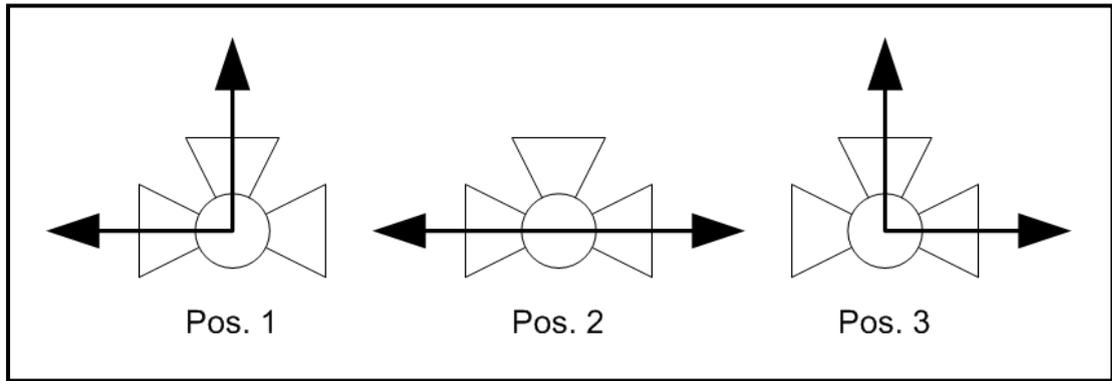


Figura 2.4: Posiciones de las válvulas 3 vías

Considerando la Figura 2.4 se puede resumir lo descrito, correspondiente a la configuración de tanques acoplados de la planta piloto en la Tabla 2.3:

Tabla 2.3: Resumen de posiciones de válvulas manuales para la configuración de tanques acoplados

Tag	Descripción	Posición
TWV-01	Válvula de 3 vías	Pos. 2
GV-01	Válvula globo	100% apertura
TWV-06	Válvula de 3 vías	Pos. 3
GV-05	Válvula de globo	70% apertura
TWV-05	Válvula de 3 vías	Pos. 3
VC-01	Válvula de control	30% apertura
BV-03	Válvula de bola	100% apertura
BV-13	Válvula de bola	100% apertura
BV-12	Válvula de bola	0% apertura
BV-01	Válvula de bola	0% apertura
BV-02	Válvula de bola	0% apertura
BV-07	Válvula de bola	0% apertura
BV-04	Válvula de bola	0% apertura
BV-11	Válvula de bola	0% apertura
GV-06	Válvula de globo	100% apertura
GV-09	Válvula de globo	0% apertura
TWV-07	Válvula de 3 vías	Pos. 1
GV-02	Válvula de globo	100% apertura
TWV-02	Válvula de 3 vías	Pos. 2
VC-02	Válvula de control	70% apertura
BV-08	Válvula de bola	100% apertura
BV-10	Válvula de bola	100% apertura
BV-09	Válvula de bola	0% apertura
TWV-03	Válvula de 3 vías	Pos. 1
GV-03	Válvula de globo	30% apertura
TWV-04	Válvula de 3 vías	Pos. 1
BV-06	Válvula de bola	100% apertura

BV-05	Válvula de bola	0% apertura
GV-07	Válvula de globo	100% apertura
GV-08	Válvula de globo	0% apertura
BV-14	Válvula de bola	0% apertura
BV-15	Válvula de bola	0% apertura

El sistema se modela como un proceso multivariable (MIMO) con dos entradas y dos salidas, donde las entradas son los flujos de salida de las bombas P-01 y P-02 (controlados por los variadores VSD-01 y VSD-02) y las salidas son las medidas de nivel de los tanques inferiores TK-04 y TK-03 (medidos a través de los sensores de presión PIT-108 y PIT-109).

2.2.4. Modelamiento matemático de la configuración de tanques acoplados

En esta sección derivamos el modelo matemático para la configuración de tanques acoplados de la planta piloto de sistemas hidráulicos basado en las leyes físico-químicas que gobiernan el sistema.

Definimos lo siguiente:

- Los variadores de frecuencia VSD-01 y VSD-02 reciben las señales de control u_1 y u_2 , y varían proporcionalmente el flujo que producen las bombas P-01 y P-02 respectivamente.
- El flujo a través de las bombas es directamente proporcional a la señal de entrada aplicado a los variadores, por lo que, el flujo a través de la bomba P-01 cuando se aplica la señal de entrada u_1 , es k_1u_1 y para la bomba P-02 cuando se aplica la señal de entrada u_2 , es k_2u_2 .
- Las válvulas VC-01 y GV-05 se disponen para emular una válvula proporcional con constante γ_1 , las válvulas VC-02 y GV-03 se disponen para emular una válvula proporcional con constante γ_2 .
- El flujo que genera la bomba P-01 hacia el tanque TK-04 es $\gamma_1k_1u_1$.
- El flujo que genera la bomba P-02 hacia el tanque TK-03 es $\gamma_2k_2u_2$.
- El flujo que genera la bomba P-01 hacia el tanque TK-02 es $(1-\gamma_1)k_1u_1$.
- El flujo que genera la bomba P-02 hacia el tanque TK-01 es $(1-\gamma_2)k_2u_2$.

Para cada uno de los tanques TK-0X ($X = 1,2,3,4$) el modelamiento se hace considerando el balance de masa y la ley de Bernoulli.

La ecuación de balance de masa está dada por:

$$\frac{\text{Tasa de acumulación de masa en el sistema}}{\text{Flujo de masa de entrada al sistema}} = \frac{\text{Flujo de masa de salida al sistema}}{\text{Flujo de masa de entrada al sistema}} \quad (2.1)$$

Se aplica la ecuación de balance de masa para un tanque TK-0X ($X = 1,2,3,4$):

$$\frac{dm_X}{dt} = \dot{m}_{iX} - \dot{m}_{oX} \quad (2.2)$$

Dónde: m_X es la masa acumulada en el tanque TK-0X, \dot{m}_{iX} es el flujo de masa de entrada al tanque, y \dot{m}_{oX} es el flujo de masa de salida del tanque.

Sea ρ_{iX} la densidad del fluido cuando entra al tanque y ρ_{oX} la densidad del fluido cuando sale del tanque. Se puede decir que, debido a la incomprensibilidad de los líquidos, la densidad del fluido es independiente a la presión y depende principalmente de la temperatura, la cual tiene variaciones despreciables. Por lo que se concluye que la densidad del líquido permanece contante, es decir:

$$\rho_X = \rho_{iX} = \rho_{oX} \quad (2.3)$$

Donde ρ_X es la densidad del fluido en el tanque, con esto se puede escribir:

$$\dot{m}_{iX} = \rho_X q_{iX} \quad (2.4)$$

$$\dot{m}_{oX} = \rho_X q_{oX} \quad (2.5)$$

Donde q_{iX} y q_{oX} son los flujos volumétricos de entrada y salida respectivamente como se observa en la Figura 2.5:

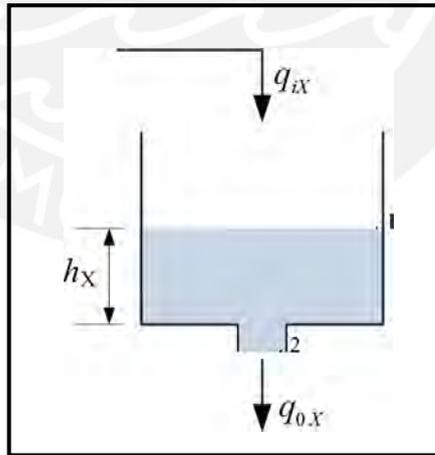


Figura 2.5: Balance de masa para el tanque TK-0X

Donde h_X es el nivel del fluido dentro del tanque. La presión en los puntos 1 y 2 son P_{1X} y P_{2X} respectivamente, la altura del fluido con respecto a un nivel del referencia en los puntos 1 y 2 son z_{1X} y z_{2X} respectivamente, la velocidad del fluido en los puntos 1 y 2 son v_{1X} y v_{2X} respectivamente.

El diámetro del tanque en la parte superior (punto 1) es D_x , el diámetro del orificio de salida del tanque (punto 2) es d_x , el área transversal del tanque en la parte superior (punto 1) es A_x y el área transversal del orificio de salida del tanque (punto 2) es a_x .

También, sea V el volumen del fluido dentro del tanque, se tiene:

$$m_x = \rho_x V \quad (2.6)$$

$$V = A_x h_x \quad (2.7)$$

Donde A es el área de la base del tanque.

Se reemplazan las ecuaciones (2.4), (2.5), (2.6) y (2.7) en la ecuación (2.2) para obtener:

$$\frac{d \rho_x A_x h_x}{dt} = \rho_x q_{iX} - \rho_x q_{oX} \quad (2.8)$$

Lo que se reduce:

$$A_x \frac{dh_x}{dt} = q_{iX} - q_{oX} \quad (2.9)$$

El flujo volumétrico de entrada q_{iX} es una función que depende de la proporción γ_i ($i = 1, 2$) y del flujo generado por las bombas P-0j ($j = 1, 2$).

El flujo volumétrico de salida q_{oX} depende de la aceleración del fluido debido a la gravedad, y se aplica la ecuación de Bernoulli para un tanque que se está drenando:

$$\frac{P}{\rho_x g} + z + \frac{v^2}{2g} = \frac{P}{\rho_x g} + z + \frac{v^2}{2g} \quad (2.10)$$

Donde g es la aceleración de la gravedad y se puede decir que no existe trabajo externo y las pérdidas por fricción se desprecian.

Se puede escribir en base a la ecuación de continuidad en los puntos 1 y 2 de la Figura 2.5:

$$\rho_x v_{1X} \left(\pi \left(\frac{D_x}{2} \right)^2 \right) = \rho_x v_{2X} \left(\pi \left(\frac{d_x}{2} \right)^2 \right) \quad (2.11)$$

De donde:

$$v_{1X} = v_{2X} \left(\frac{a_X}{D_X} \right) \quad (2.12)$$

Además, la presión en los puntos 1 y 2 es atmosférica y su diferencia de alturas es h_X :

$$P_{1X} = P_{2X} = P_{atm} \quad (2.13)$$

$$z_{1X} - z_{2X} = h_X \quad (2.14)$$

Reemplazando las ecuaciones (2.12), (2.13) y (2.14) en (2.10), se tiene:

$$v_{2X} = \frac{\sqrt{2gh_X}}{\sqrt{1 - \left(\frac{d_X}{D_X} \right)^4}} \quad (2.15)$$

La ecuación (2.15) es conocida como la ecuación de Torricelli. Si se cumple que $a_X \ll A_X$, entonces:

$$\left(\frac{d_X}{D_X} \right)^4 \approx 0 \quad (2.16)$$

Por lo que:

$$v_{2X} = \sqrt{2gh_X} \quad (2.17)$$

Entonces, el caudal de salida del tanque:

$$q_{oX} = a_X \sqrt{2gh_X} \quad (2.18)$$

Y para cada tanque se tiene:

$$q_{o1} = a \sqrt{2gh_1} \quad (2.19)$$

$$q_{o2} = a \sqrt{2gh_2} \quad (2.20)$$

$$q_{o3} = a \sqrt{2gh_3} \quad (2.21)$$

$$q_{o4} = a \sqrt{2gh_4} \quad (2.22)$$

En la Figura 2.6 se muestra un diagrama simplificado de la Figura 2.3 con el objetivo de analizar q_{ix} para cada uno de los tanques:

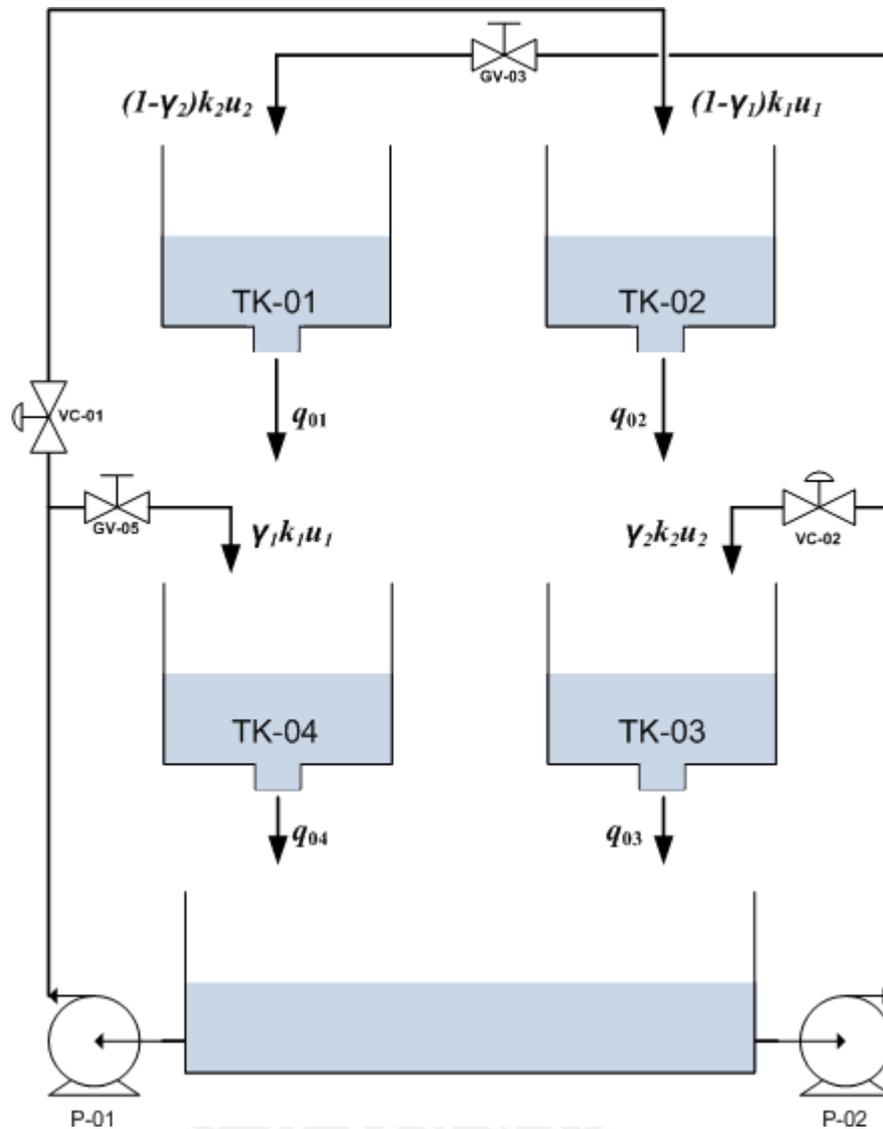


Figura 2.6: Balance de masa para el sistema de cuatro tanques

Con lo que se tiene:

$$q_{i1} = (1 - \gamma_2)k_2u_2 \quad (2.23)$$

$$q_{i2} = (1 - \gamma_1)k_1u_1 \quad (2.24)$$

$$q_{i3} = q_{02} + \gamma_2k_2u_2 = a_2\sqrt{2gh_2} + \gamma_2k_2u_2 \quad (2.25)$$

$$q_{i4} = q_{01} + \gamma_1k_1u_1 = a_1\sqrt{2gh_1} + \gamma_1k_1u_1 \quad (2.26)$$

Por lo tanto, se puede desarrollar la ecuación (2.9) para cada uno de los cuatro tanques:

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = (1 - \gamma_2) k_2 u_2 - a_1 \sqrt{2gh_1} \quad (2.27)$$

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = (1 - \gamma_1) k_1 u_1 - a_2 \sqrt{2gh_2} \quad (2.28)$$

$$A_3 \frac{dh_3}{dt} = a_2 \sqrt{2gh_2} + \gamma_2 k_2 u_2 - a_3 \sqrt{2gh_3} \quad (2.29)$$

$$A_4 \frac{dh_4}{dt} = a_1 \sqrt{2gh_1} + \gamma_1 k_1 u_1 - a_4 \sqrt{2gh_4} \quad (2.30)$$

Ordenando las ecuaciones (2.27), (2.28), (2.29) y (2.30) obtenemos:

$$\frac{dh_1}{dt} = -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1} + \frac{(1 - \gamma_2) k_2}{A_1} u_2 \quad (2.31)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = -\frac{a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2} + \frac{(1 - \gamma_1) k_1}{A_2} u_1 \quad (2.32)$$

$$\frac{dh_3}{dt} = -\frac{a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3} + \frac{a_2}{A_3} \sqrt{2gh_2} + \frac{\gamma_2 k_2}{A_3} u_2 \quad (2.33)$$

$$\frac{dh_4}{dt} = -\frac{a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4} + \frac{a_1}{A_4} \sqrt{2gh_1} + \frac{\gamma_1 k_1}{A_4} u_1 \quad (2.34)$$

Las ecuaciones (2.31), (2.32), (2.33) y (2.34) representan el modelo matemático del sistema de la planta piloto de procesos hidráulicos en configuración de tanques acoplados, los parámetros del proceso de acuerdo a las especificaciones técnicas de la planta se presentan en la Tabla 2.4:

Tabla 2.4: Parámetros de la planta piloto de procesos hidráulicos

Parámetro	Unidad	Valor
A_1	cm^2	706.85
A_2	cm^2	706.85
A_3	cm^2	706.85
A_4	cm^2	706.85
a_1	cm^2	1.89
a_2	cm^2	1.89
a_3	cm^2	5.39
a_4	cm^2	5.39
g	cm / s^2	981

2.2.5. Modelo linealizado alrededor de un punto de operación

En el capítulo previo, se observa que en los trabajos de Jayaprakash (Jayaprakash y Subha, 2013), Hypiusová (Hypiusová y Rosinová, 2016), Maxim (Maxim et al.,

2013), recurren a un modelo linealizado para aplicar técnicas de control avanzado (SMC, control robusto y control avanzado de modelo interno, respectivamente), dado que para la planta modelo objeto de estudio, la linealización alrededor de un punto de operación representa una buena aproximación del funcionamiento real y se empleará para el diseño de un controlador.

En el diseño de los sistemas de control predictivo del presente trabajo, además de lo mencionado, se toma en cuenta que un modelo lineal permite reducir significativamente el costo computacional, pues reduce los cálculos del modelo de predicción a operaciones simples de suma, resta, multiplicación y división, que son operaciones básicas que un controlador industrial maneja fácilmente.

Se linealiza entonces con respecto a un punto de operación y se escoge adecuadamente considerando que la planta objeto de estudio ha sido diseñada para funcionar en un punto donde se garantice la fase mínima del modelo, pues los flujos de entrada a los tanques inferiores deben ser mayores a los flujos de entrada de los tanques superiores para su correcto funcionamiento, además se debe tomar en cuenta las limitaciones físicas (de altura y capacidad de los tanques) que tiene la planta para evitar desbordes en el estado transitorio y definir flujos estacionarios adecuados ya que valores estacionarios muy pequeños en condiciones de operación representan un problema dado el tipo de bomba y variadores que se utilizan en la planta piloto.

2.2.5.1. Linealización de modelos no lineales

Considerar el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{aligned}
 & \bullet \\
 & x_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_{nx}, u_1, u_2, \dots, u_{nu}) \\
 & \dots \\
 & \bullet \\
 & x_{nx} = f_{nx}(x_1, x_2, \dots, x_{nx}, u_1, u_2, \dots, u_{nu}) \\
 & \bullet \\
 & y_1 = g_1(x_1, x_2, \dots, x_{nx}, u_1, u_2, \dots, u_{nu}) \\
 & \dots \\
 & \bullet \\
 & y_{ny} = g_{ny}(x_1, x_2, \dots, x_{nx}, u_1, u_2, \dots, u_{nu})
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

Donde $x_i (i = 1, 2, \dots, nx)$ son los estados del sistema, $u_i (i = 1, 2, \dots, nu)$ son las entradas del sistema y $y_i (i = 1, 2, \dots, ny)$ son las salidas del sistema.

Se puede expresar en notación vectorial:

$$\begin{aligned}
 & \bullet \\
 & \mathbf{x} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\
 & \mathbf{y} = g(\mathbf{x}, \mathbf{u})
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

Usando la expansión en series de Taylor alrededor del punto de operación en estado estacionario que se denota con $(\mathbf{x}_{op}, \mathbf{u}_{op})$, donde se cumple que $f(\mathbf{x}_{op}, \mathbf{u}_{op}) = 0$, y despreciando los términos de orden superior, se obtiene que los elementos de las matrices de linealización (Bequette, 1998) vienen dado por:

$$A_{ij} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right|_{(\mathbf{x}_{op}, \mathbf{u}_{op})} \quad (2.37)$$

$$B_{ij} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right|_{(\mathbf{x}_{op}, \mathbf{u}_{op})} \quad (2.38)$$

$$C_{ij} = \left. \frac{\partial g_i}{\partial x_j} \right|_{(\mathbf{x}_{op}, \mathbf{u}_{op})} \quad (2.39)$$

$$D_{ij} = \left. \frac{\partial g_i}{\partial u_j} \right|_{(\mathbf{x}_{op}, \mathbf{u}_{op})} \quad (2.40)$$

El punto de operación en estado estacionario también es llamado punto de equilibrio. Con esto se obtiene la forma en espacio de estados:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\mathbf{x}}} &= A\bar{\mathbf{x}} + B\bar{\mathbf{u}} \\ \mathbf{y} &= C\bar{\mathbf{x}} + D\bar{\mathbf{u}} \end{aligned} \quad (2.41)$$

Donde las variables de desviación $\bar{\mathbf{x}}$ y $\bar{\mathbf{u}}$ son:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}} &= \mathbf{x} - \mathbf{x}_{op} \\ \bar{\mathbf{u}} &= \mathbf{u} - \mathbf{u}_{op} \end{aligned} \quad (2.42)$$

Las variables de desviación representan el cambio o perturbación del valor en estado estacionario.

2.2.5.2. Condiciones para el estado estable

Para un punto de operación estacionario $(\mathbf{x}_{op}, \mathbf{u}_{op})$, de las ecuaciones (2.31), (2.32), (2.33) y (2.34) se tiene:

$$a_1 \sqrt{2gh_1^0} = (1 - \gamma_2) k_2 u_2^0 \quad (2.43)$$

$$a_2 \sqrt{2gh_2^0} = (1 - \gamma_1) k_1 u_1^0 \quad (2.44)$$

Por lo tanto:

$$a_3 \sqrt[3]{2gh_3^0} = (1 - \gamma_1)k_{11} u_1^0 + \gamma_2 k_{22} u_2^0 \quad (2.45)$$

$$a_4 \sqrt[4]{2gh_4^0} = \gamma_1 k_{11} u_1^0 + (1 - \gamma_2)k_{22} u_2^0 \quad (2.46)$$

Se concluye que existe una solución única (u_1^0, u_2^0) para los valores de nivel (h_3^0, h_4^0) si y solo si la matriz:

$$\begin{bmatrix} (1-\gamma_1)k_{11} & \gamma_2 k_{22} \\ \gamma_1 k_{11} & (1-\gamma_2)k_{22} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Es no singular, es decir, que $\gamma_1 + \gamma_2 \neq 1$ (Johansson, 2000).

2.2.5.3. Fase mínima y fase no mínima

Es importante resaltar que este modelo de estudio se comporta como un sistema de fase mínima o fase no mínima, lo que depende de los parámetros de proporción γ_1, γ_2 . Para la planta piloto objeto de estudio los parámetros γ_1, γ_2 se determinan con la proporción de apertura de los pares de válvulas VC-01 y GV-05 (para γ_1) y VC-02 y GV-03 (para γ_2). Ver Tabla 2.3 para más detalle.

Se tiene así, que:

- Para fase no mínima: $0 < \gamma_1 + \gamma_2 < 1$
- Para fase mínima: $1 < \gamma_1 + \gamma_2 < 2$

Se dice que un sistema es de fase mínima cuando los ceros de la función de transferencia están ubicados en el semiplano izquierdo. Si alguno de los ceros se ubica a la derecha del plano complejo el sistema es de fase no mínima.

La interpretación física para esto se da intuitivamente analizando los valores de γ_1, γ_2 .

En la fase no mínima, la suma de caudales que se dirigen a los tanques inferiores son de menor magnitud que la suma de los caudales que se direccionan hacia los tanques superiores. En la fase mínima se da lo inverso, la suma de caudales que se vierten en los tanques inferiores, cuyos niveles son las variables objetivo del control, son mayores que los caudales que se dirigen hacia los tanques superiores, haciendo que el sistema sea más fácil de controlar.

En el presente trabajo se utiliza la planta piloto objeto de estudio en fase mínima.

2.2.5.4. Linealización del modelo de la planta piloto

Se observa en las ecuaciones (2.31), (2.32), (2.33) y (2.34) que su carácter no lineal está dado por las raíces cuadradas involucradas.

Previo a aplicar el procedimiento de linealización descrito en el apartado anterior, se debe escoger apropiadamente el punto de operación, también definido como punto de equilibrio y donde el valor de las derivadas en estado estacionario es nulo.

Definimos así, las variables de desviación del sistema:

$$h_i = h_i - h_i^0, (i = 1, 2, 3, 4) \quad (2.48)$$

$$u_j = u_j - u_j^0, (j = 1, 2) \quad (2.49)$$

Donde $h_i^0 (i = 1, 2, 3, 4)$ y $u_j^0 (j = 1, 2)$ son los valores en estado estacionario de los niveles de los tanques y las entradas aplicadas al sistema.

En este punto se observa que el punto de operación para la fase mínima se puede obtener al escoger adecuadamente $\gamma_1, \gamma_2, h_3^0, h_4^0$ y a partir de estos valores, calcular

las magnitudes de $u_1^0, u_2^0, h_1^0, h_2^0$ utilizando las ecuaciones de la sección 2.2.5.2.

Los valores de $\gamma_1, \gamma_2, h_3^0, h_4^0$ se escogen tomando en cuenta la restricción de fase mínima y las limitaciones físicas de altura de los tanques.

En la Tabla 2.5 se muestran los cálculos para un grupo de magnitudes distintas.

Tabla 2.5: Puntos de operación posibles

γ_1	γ_2	h_3^0	h_4^0	h_1^0	h_2^0	u_1^0	u_2^0
0.6	0.6	10	10	13.01	13.01	754.98	754.98
0.6	0.6	20	20	26.01	26.01	1067.70	1067.70
0.6	0.6	30	30	39.03	39.03	1307.67	1307.67
0.7	0.7	15	15	10.98	10.98	924.66	924.66
0.7	0.7	25	25	18.30	18.30	1193.73	1193.73
0.7	0.7	35	35	25.62	25.62	25.62	25.62
0.8	0.8	10	10	3.25	3.25	754.98	754.98
0.8	0.8	20	20	6.51	6.51	1067.70	1067.70
0.8	0.8	35	35	11.39	11.39	1412.44	1412.44

De la Tabla 2.5, se puede escoger el punto de operación sombreado, ya que el valor de operación de las alturas de los tanques superiores (h_1^0, h_2^0) se encuentra dentro de las especificaciones físicas y un sobrepico en el estado transitorio no los desbordaría, además, el valor de los flujos estacionarios son adecuados ya que no son valores muy pequeños, que en condiciones de operación podrían representar un problema dado el tipo de bomba y variadores que se utilizan en la planta piloto.

El resumen de valores del punto de operación escogido se muestra en la Tabla 2.6:

Tabla 2.6: Parámetros del punto de operación para la linealización

Parámetro	Unidad	Valor
h_1^0	cm	18.30
h_2^0	cm	18.30
h_3^0	cm	25
h_4^0	cm	25
u_1^0	cm ³ /s	1193.73
u_2^0	cm ³ /s	1193.73
k_1	Sin unidad	1
k_2	Sin unidad	1
γ_1	Sin unidad	0.7
γ_2	Sin unidad	0.7

Se definen las funciones no lineales utilizando las ecuaciones (2.31), (2.32), (2.33) y (2.34), y también definimos las salidas del sistema:

$$\frac{dh_1}{dt} = f_1(h_1, h_2, h_3, h_4, u_1, u_2) = -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1} + \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_1} u_2 \quad (2.50)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = f_2(h_1, h_2, h_3, h_4, u_1, u_2) = -\frac{a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2} + \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_2} u_1 \quad (2.51)$$

$$\frac{dh_3}{dt} = f_3(h_1, h_2, h_3, h_4, u_1, u_2) = -\frac{a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3} + \frac{a_2}{A_3} \sqrt{2gh_2} + \frac{\gamma_2 k_2}{A_3} u_2 \quad (2.52)$$

$$\frac{dh_4}{dt} = f_4(h_1, h_2, h_3, h_4, u_1, u_2) = -\frac{a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4} + \frac{a_1}{A_4} \sqrt{2gh_1} + \frac{\gamma_1 k_1}{A_4} u_1 \quad (2.53)$$

$$y_1 = g_1(h_1, h_2, h_3, h_4, u_1, u_2) = h_3 \quad (2.54)$$

$$y_2 = g_2(h_1, h_2, h_3, h_4, u_1, u_2) = h_4 \quad (2.55)$$

Se reemplaza en las ecuaciones (2.37), (2.38), (2.39) y (2.40), con lo que se obtiene:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{A_2}{AT_{32}} & \frac{1}{T_3} & 0 \\ \frac{AT_{41}}{A_1} & 0 & 0 & -\frac{1}{T_4} \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_1} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_2} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_3} \\ \frac{\gamma_1 k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Donde:

$$T_i = \frac{A}{a_i} \sqrt{\frac{2h^0}{g}} \quad (i=1,2,3,4) \quad (2.60)$$

Las variables de salida son la desviación en el nivel de los tanques inferiores, y el vector de estados de desviación está compuesto por la desviación de la altura en los cuatro tanques, por lo que se escribe:

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_1^0 \\ h_2^0 \\ h_3^0 \\ h_4^0 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

$$\bar{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_1^0 \\ u_2^0 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Finalmente, se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\mathbf{x}}} &= \bar{A}\bar{\mathbf{x}} + B\bar{\mathbf{u}} \\ \bar{\mathbf{y}} &= C\bar{\mathbf{x}} + D\bar{\mathbf{u}} \end{aligned} \quad (2.63)$$

2.3. Simulación del modelo

En este apartado se ejecuta la simulación del modelo linealizado y se compara con el modelo no lineal de la planta.

En la Figura 2.7 se muestra el diagrama de flujo del programa de Matlab desarrollado

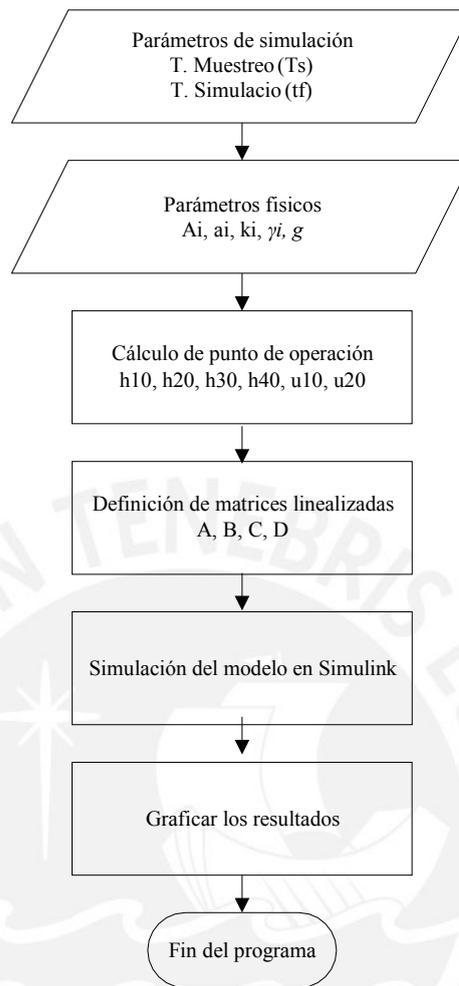


Figura 2.7: Diagrama de flujo de simulación de modelo linealizado

El código del programa utilizado para hacer la simulación se encuentra en el Anexo A.1.

Se tiene el punto de operación con los siguientes valores: $h_3^0 = 25\text{cm}$, $h_4^0 = 25\text{cm}$, $h_1^0 = 18.30$, $h_2^0 = 18.30$, $u_1^0 = 1193.73$, $u_2^0 = 1193.73$.

La simulación involucra establecer las variables de entrada en la vecindad del punto de operación ($u_1 = 1200$, $u_2 = 1150$) para evaluar la aproximación del estado transitorio y verificar la correcta aproximación del modelo en la vecindad del punto de operación.

La simulación de los modelos lineal y no lineal se muestra en la Figura 2.8.

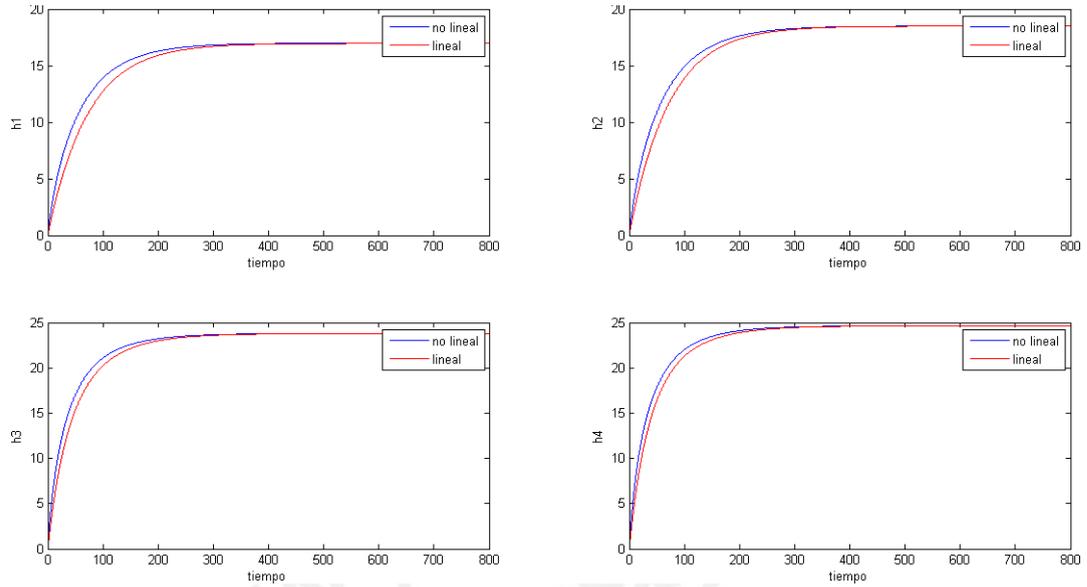


Figura 2.8: Salidas h_i ($i=1,2,3,4$) del sistema

Al comparar los datos simulados de los modelos lineal y no lineal, se calcula un valor de adaptación (*fit*) que representa el porcentaje de ajuste que hay entre ambos vectores de datos.

La Ecuación (2.64) representa el valor de *fit* para cada una de las salidas del sistema.

$$FIT_j = 100 \left(1 - \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (h_{nolin_j}(i) - h_{lin_j}(i))^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (h_{nolin_j}(i) - \bar{h}_{nolin_j})^2}} \right) \quad (2.64)$$

Donde h_{nolin_j} es el vector que contiene los datos de la *j-esima* salida del modelo no lineal, h_{lin_j} es el vector que contiene los datos de la *j-esima* salida del modelo lineal y \bar{h}_{nolin_j} es el valor medio del vector que contiene los datos de la *j-esima* salida del modelo no lineal.

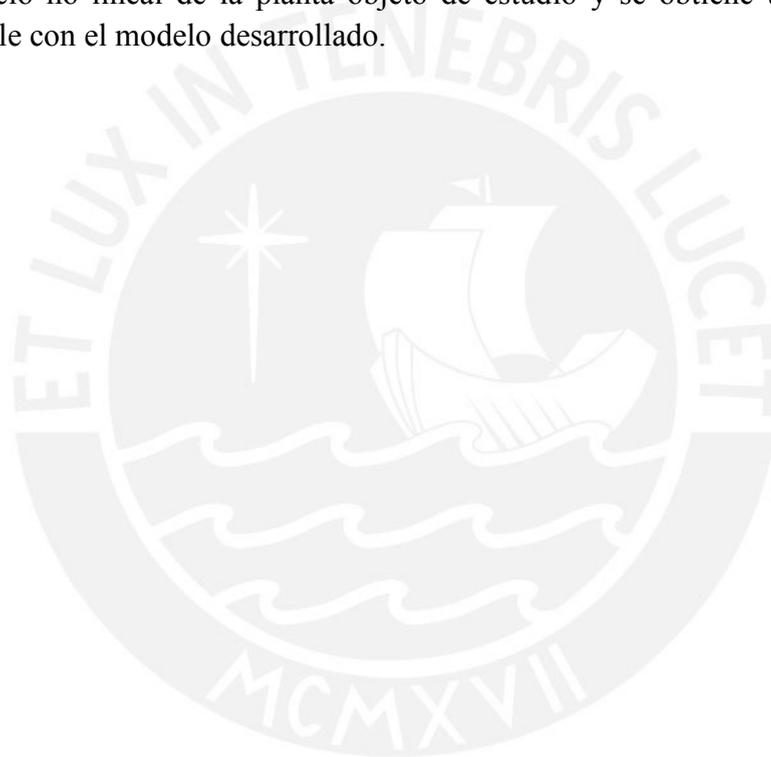
Se obtiene así:

$$\begin{aligned} FIT_1 &= 78.90\% \\ FIT_2 &= 82.58\% \\ FIT_3 &= 82.20\% \\ FIT_4 &= 84.49\% \end{aligned} \quad (2.65)$$

Con lo que concluimos que el modelo linealizado representa una buena aproximación en la vecindad del punto de operación elegido.

2.4. Conclusiones del capítulo

En el presente capítulo se obtiene el modelo matemático no lineal que caracteriza el comportamiento dinámico multivariable de la planta piloto de procesos hidráulicos en configuración de tanques acoplados, además se linealizó dicho modelo alrededor de un punto y se analizan las condiciones de operación para el modelo linealizado. Finalmente, se evalúa el porcentaje de adaptación del modelo linealizado con respecto al modelo no lineal de la planta objeto de estudio y se obtiene una aproximación aceptable con el modelo desarrollado.



CAPÍTULO 3: DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELOS PARA EL SISTEMA HIDRAULICO DE CUATRO TANQUES ACOPLADOS

3.1. Introducción

En el presente capítulos se diseña dos sistemas de control basados en técnicas de control avanzado utilizando el modelo de la planta que se obtuvo en el capítulo previo.

Los sistemas de control diseñados en el presente capítulo se basan en las técnicas:

- Control predictivo multivariable basado en modelo por matriz dinámica (DMC MIMO).
- Control predictivo discreto multivariable basado en modelo de espacio de estados (DMPC MIMO).

Las simulaciones y resultados obtenidos se evalúan bajo criterios estándar de desempeño con el objetivo de escoger la técnica más eficiente para la propuesta de implementación.

3.2. Criterios de desempeño

Con el objetivo de determinar la técnica de control que se llevara a implementación, se hace uso de los criterios de desempeño que se indican a continuación para la elaboración de un cuadro comparativo.

3.2.1. Sobrepico y tiempo de establecimiento

El sobrepico y el tiempo de establecimiento de la respuesta transitoria de un sistema son definiciones ampliamente conocidas y consideradas en el diseño de controladores clásicos, modernos y avanzados. Ogata (2010) los define como:

Sobre-elongación máxima (porcentaje), M_p : también conocido como sobrepico, la máxima sobre-elongación es el máximo valor del pico de la curva de respuesta, medido a partir de la unidad. Si el valor final en estado estacionario de la respuesta es diferente de la unidad, es frecuente utilizar el porcentaje de sobre-elongación máxima. Se define mediante:

$$M_p(\%) = \frac{c(tp) - c(\infty)}{c(\infty)} * 100\% \quad (3.1)$$

Donde $c(\infty)$ es el valor de la respuesta del sistema en estado estable y $c(tp)$ es el valor de la respuesta del sistema en el tiempo de máximo pico. En la Figura 3.1 se ilustra gráficamente los conceptos mencionados.

La cantidad de sobre-elongación máxima (en porcentaje) indica de manera directa la estabilidad relativa del sistema.

Tiempo de asentamiento, t_s : También conocido como tiempo de establecimiento, es el tiempo que se requiere para que la curva de respuesta alcance un rango alrededor del valor final del tamaño especificado por el porcentaje absoluto del valor final (por lo general, de 2 o 5%). El tiempo de asentamiento se relaciona con la mayor constante de tiempo del sistema de control. Los objetivos del diseño del sistema en cuestión determinan qué criterio de error en porcentaje utilizar.

Para el análisis del presente capítulo usaremos el criterio del 5% en las variables de salida del proceso, y se medirá el sobrepico en la primera etapa de la simulación (primera vez que las variables de proceso llegan al estado estacionario).

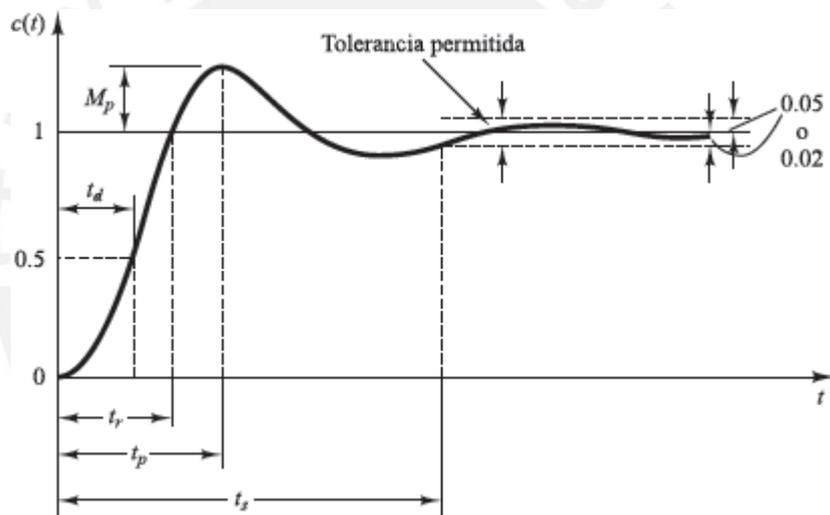


Figura 3.1: Curva de respuesta a escalón unitario (Ogata, 2010)

3.2.2. Criterios del error dinámico

Los siguientes criterios permiten cuantificar el comportamiento del error dinámico de la respuesta del sistema

Sea $e(ti)$ el error calculado como la diferencia entre la señal de referencia y la salida del sistema en el instante ti .

Se definen los siguientes criterios de desempeño

Integral de la magnitud absoluta del error (IAE)

La integral del error absoluto está definida por:

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (3.2)$$

IAE obtiene el valor absoluto del error para eliminar los componentes de error negativo. IAE es bueno para los estudios de simulación

Integral del error cuadrático (ISE)

La integral del error cuadrático está representada por:

$$ISE = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt \quad (3.3)$$

El ISE eleva al cuadrado el error para eliminar los componentes de error negativo. El ISE discrimina entre los sistemas con exceso de amortiguación y bajo amortiguamiento (Davendra et al., 2010)

3.2.3. Costo computacional

Cuando contamos con más de un algoritmo que permite resolver un mismo problema de cálculo, es de suma importancia tener conocimiento de cuáles son sus costos de cálculo, es decir, cuál es la cantidad de operaciones que deben realizarse para completarlos y obtener los resultados que estamos buscando. Esto permite calificar los algoritmos y comparar su eficiencia.

En una computadora, todos los cálculos matemáticos se reducen a un conjunto de operaciones aritméticas elementales denominadas operaciones de punto flotante, también conocidas como *flops*. Estas operaciones son las de suma, resta, multiplicación y división. La cantidad de *flops* que requiere un determinado algoritmo incide directamente en el tiempo que requiere su ejecución.

Para el objetivo comparativo del presente trabajo, en el software Matlab podemos usar los comandos *tic* y *toc* que nos permiten comparar el costo de cómputo entre distintos algoritmos. Escribiendo la sentencia *tic* al inicio del proceso y *toc* al final, obtendremos el tiempo empleado por la computadora para completar el mismo.

Mediremos así, el tiempo máximo, mínimo y promedio utilizado para calcular la señal de control de cada uno de los algoritmos.

3.3. Diseño del sistema de control DMC MIMO

3.3.1. Marco teórico

En esta sección se resume el desarrollo teórico del control DMC MIMO considerando los trabajos de (Cutler y Ramaker, 1980), (Camacho y Bordons, 2007), (Corriou, 2004).

Se aborda en primera instancia le planteamiento del control predictivo por matriz dinámica DMC para un sistema de una entrada y una salida, para posteriormente ampliarlo a un sistema multivariable.

3.3.1.1. Predicción

El modelo de predicción que utiliza esta técnica de control avanzado es el modelo de respuesta al escalón de la planta, mientras que la perturbación se considera constante a lo largo del horizonte de predicción.

Como se emplea un modelo de respuesta al escalón descrito como:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) \quad (3.4)$$

Los valores pronosticados sobre un horizonte de predicción serán:

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) + \hat{n}(t+k|t) \quad (3.5)$$

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta u(t+k-i) + \sum_{i=k+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) + \hat{n}(t+k|t) \quad (3.6)$$

Donde $\hat{n}(t+k|t)$ es la perturbación de la predicción, también conocido como el error de predicción, lo mejor que puede hacerse es considerar que se mantiene constante en el tiempo, por lo que:

$$\hat{n}(t+k|t) = \hat{n}(t|t) = y_m(t) - \hat{y}(t|t) \quad (3.7)$$

Donde $y_m(t)$ es la salida medida de la planta. Entonces la ecuación (3.6) puede ser escrita como:

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta u(t+k-i) + \sum_{i=k+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) + y_m(t) - \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) \quad (3.8)$$

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta u(t+k-i) + f(t+k) \quad (3.9)$$

Donde $f(t+k)$ es la respuesta libre del sistema, que es, la parte de la respuesta que no depende de la acción de control futura, está dada por:

$$f(t+k) = y_m(t) + \sum_{i=k+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) - \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) \quad (3.10)$$

Luego de aplicar un cambio de variables en las sumatorias, se puede escribir:

$$f(t+k) = y_m(t) + \sum_{i=1}^{\infty} (g_{i+k} - g_i) \Delta u(t-i) \quad (3.11)$$

Si el proceso es asintóticamente estable, los coeficientes g_i de la respuesta al escalón tienden a ser constantes después de M periodos de muestra, por lo que se considera:

$$g_{i+k} - g_i \approx 0, \quad i > M \quad (3.12)$$

Por lo tanto, la respuesta libre se calcula como:

$$f(t+k) = y_m(t) + \sum_{i=1}^M (g_{i+k} - g_i) \Delta u(t-i) \quad (3.13)$$

Cabe mencionar que, si el proceso no es asintóticamente estable, entonces M no existe y la respuesta libre se puede calcular.

Ahora, las predicciones se pueden calcular a lo largo del horizonte de predicción $k = 1, 2, \dots, N_p$, considerando N_c número de elementos en el horizonte de control:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+1|t) &= g_1 \Delta u(t) + f(t+1) \\ \hat{y}(t+2|t) &= g_2 \Delta u(t) + g_1 \Delta u(t+1) + f(t+2) \\ &\dots \\ \hat{y}(t+N_p|t) &= \sum_{i=N_p-N_c+1}^{N_p} g_i \Delta u(t+N_p-i) + f(t+N_p) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Se define la matriz dinámica G como:

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 \\ g_2 & g_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ g_{N_c} & g_{N_c-1} & \dots & g_1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ g_{N_p} & g_{N_p-1} & \dots & g_{N_p-N_c+1} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Se definen también los vectores:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+1|t) \\ \hat{y}(t+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+N_p|t) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N_c-1) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f(t+1) \\ f(t+2) \\ \vdots \\ f(t+N_p) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Por lo que la predicción descrita en la secuencia de Ecuaciones (3.17) se escribe matricialmente como:

$$\hat{\mathbf{y}} = G\mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (3.19)$$

Se observa que el vector G tiene dimensiones $N_p \times N_c$, donde N_p es el horizonte de predicción y N_c es el horizonte de control.

Esta es la expresión que relaciona las salidas futuras con el incremento en la señal de control, así que será utilizada para calcular la acción de control necesaria para alcanzar un comportamiento específico de la planta.

3.3.1.2. Algoritmo de control

El objetivo de un controlador DMC es llevar la salida de la planta lo más cerca posible del set point en un sentido de mínimos cuadrados con la posibilidad de incluir un término de ponderación en las variaciones de la entrada. Por lo tanto, las variables manipuladas se seleccionan para minimizar un objetivo cuadrático que puede considerar la minimización de errores futuros.

Se define así, la función de costo J como:

$$J = \sum_{i=1}^{Np} [\hat{y}(t+i|t) - w(t+i)]^2 + \sum_{j=1}^{Nc} \lambda [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (3.20)$$

Donde $w(t+i)$ es la señal del set point en el instante $t+i$.

Para esta formulación no se consideran restricciones, las cuales serán incluidas en el código final de simulación.

Se puede escribir la función de costo J de manera matricial, de la siguiente manera:

$$J = \begin{bmatrix} \hat{y}_{(t+1|t)} - w_{(t+1)} & \dots & \hat{y}_{(t+Np|t)} - w_{(t+Np)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}(t+1|t) - w(t+1) \\ \hat{y}(t+2|t) - w(t+2) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+Np|t) - w(t+Np) \end{bmatrix} + \dots \quad (3.21)$$

$$+ \lambda \begin{bmatrix} \Delta u(t) & \dots & \Delta u(t+Nc-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+Nc-1) \end{bmatrix}$$

Y escribiendo J en función de las matrices definidas en las Ecuaciones (3.16), (3.17) y (3.18):

$$J = [\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}]^T [\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}] + \lambda \mathbf{u}^T \mathbf{u} \quad (3.22)$$

Donde \mathbf{w} es el vector que contiene la señal de set point futuro, si no se conoce de manera previa, lo mejor que puede hacerse es asumir que no cambia.

El primer término de la expresión de J se relaciona al objetivo de minimizar el error entre la predicción de la salida y la señal de set point, mientras que el segundo término refleja la consideración dada al término \mathbf{u} cuando la función J se hace lo más pequeña posible.

Se observa que λ se usa como parámetro de sintonización para el desempeño del sistema en lazo cerrado. Para el caso de $\lambda = 0$, la función J se interpreta como la situación donde no se quiere prestar nada de atención a qué tan grande puede ser \mathbf{u} y nuestro objetivo es únicamente hacer el error $[\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}]^T [\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}]$ tan pequeño como sea posible. Para valores grandes de λ , la función de costo J se interpreta como la situación donde se considera cuidadosamente que tan grande puede ser \mathbf{u} y se reduce cautelosamente el error $[\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}]^T [\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}]$.

Para encontrar \mathbf{u} óptimo que minimice J , usando la Ecuación (3.17), J se escribe como:

$$J = [\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w}]^T [\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w}] + \lambda \mathbf{u}^T \mathbf{u} \quad (3.23)$$

Con esto, aplicamos la derivada parcial de J con respecto a \mathbf{u} :

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{u}} = 2(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}_{N_e \times N_e}) \mathbf{u} + 2(\mathbf{f} - \mathbf{w})^T \mathbf{G} \quad (3.24)$$

La condición necesaria para la minimización de J se obtiene con:

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{u}} = 0 \quad (3.25)$$

Para lo cual, usando la Ecuación (3.24), se encuentra la solución óptima para la señal de control

$$\mathbf{u} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}_{N_e \times N_e})^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (3.26)$$

Se tiene en cuenta que, como en todas las estrategias de predicción, sólo el primer elemento del vector \mathbf{u} se envía realmente a la planta. No es aconsejable implementar toda la secuencia en los próximos N_p intervalos en sucesión automática. Esto se debe a que es imposible estimar perfectamente el vector de perturbación y, por lo tanto, es imposible prever con precisión las perturbaciones inevitables que provocan que la salida real difiera de las predicciones utilizadas para calcular la secuencia de acciones de control. Además, el set point también puede cambiar en los próximos N_p intervalos.

3.3.1.3. Ampliación para sistemas multivariable

Los modelos de respuesta al escalón y respuesta de impulso pueden extenderse para tratar procesos multivariables. Para una planta con ne entradas y ns salidas, cada salida j reflejará el efecto de todas las entradas de la siguiente manera

$$y_j(t) = \sum_{k=1}^{ne} \sum_{i=1}^{M_{kj}} g_i^{kj} \Delta u(t-i) \quad (3.27)$$

Donde g_i^{kj} es la respuesta de la salida j al escalón de la entrada k .

Partiendo de este enfoque, el controlador DMC que se muestra en el apartado anterior se puede extender fácilmente al caso de un proceso modelado por un modelo

multivariable. El esquema básico de DMC ya discutido se extiende a los sistemas con entradas múltiples y salidas múltiples. Las ecuaciones básicas siguen siendo las mismas, excepto que las matrices y los vectores se vuelven más grandes y se deben definir apropiadamente.

Con base en la linealidad del modelo, el principio de la superposición puede usarse para obtener los resultados pronosticados provocados por las entradas del sistema.

El vector de predicción de las salidas ahora se define como:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}_1(t+1|t) \\ \vdots \\ \hat{y}_1(t+Np|t) \\ \vdots \\ \hat{y}_{ns}(t+1|t) \\ \vdots \\ \hat{y}_{ns}(t+Np|t) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Donde $\hat{y}_j(t+k|t)$ es la predicción de la salida j en el instante $t+k$.

El vector de predicción de control es:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u_1(t) \\ \vdots \\ \Delta u_1(t+Nc-1) \\ \vdots \\ \Delta u_{ne}(t) \\ \vdots \\ \Delta u_{ne}(t+Nc-1) \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Donde $\Delta u_j(t+i)$ es la variación de la entrada j para el instante $t+i$.

El vector de respuesta libre se define como:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1(t+1|t) \\ \vdots \\ f_1(t+Np|t) \\ \vdots \\ f_{ns}(t+1|t) \\ \vdots \\ f_{ns}(t+Np|t) \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Donde $f_j(t+k|t)$ es la respuesta libre de la salida j en el instante $t+k$.

Con los vectores definidos, las ecuaciones de predicción son las mismas que las mostradas en la Ecuación (3.19), solo habrá que considerar la nueva matriz G como:

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1ne} \\ G & G & \dots & G \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ G & G & \dots & G \\ ns1 & ns2 & \dots & nsne \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Cada matriz G_{ij} contiene los coeficientes de la respuesta de la j -ésima salida cuando se aplicada un escalón la i -ésima entrada.

Finalmente, aplicando la optimización a la función objetivo J :

$$J = \sum_{j=1}^{ns} \sum_{i=1}^p [\hat{y}_j(t+i|t) - w_j(t+i)]^2 + \sum_{i=1}^{ne} \sum_{j=1}^{Nc} \lambda [\Delta u_i(t+j-1)]^2 \quad (3.32)$$

Obtenemos que el vector de control que minimiza la función objetivo definido por:

$$\mathbf{u} = (G^T G + \lambda \mathbf{I}_{(Nc*ne) \times (Nc*ne)})^{-1} G^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (3.33)$$

En el caso de una entrada y una salida, sólo el primer elemento de la porción del vector \mathbf{u} correspondiente a cada entrada se envía realmente a la planta.

Para el caso MIMO, vemos en la Ecuación (3.29) que para la primera entrada consideramos la fila 1, para la segunda entrada consideramos la fila $Nc+1$, para la tercera entrada consideramos la fila $2*Nc+1$ y así sucesivamente.

3.3.2. Sintonización del sistema de control DMC MIMO

En el trabajo de Shridhar y Cooper (1998) se presenta una estrategia de sintonización para controladores DMC MIMO que se toma como referencia para este trabajo, sin embargo, se han tomado consideraciones adicionales para llegar a una sintonización más adecuada para la planta piloto particular que se usa, se detalla a continuación para la planta objeto de estudio del presente trabajo.

- a) Se aproxima la dinámica de los pares *salida del controlador-entrada de la planta* con modelos de primer orden:

$$\frac{y(s)}{u_s(s)} = \frac{K e^{-\theta_{rs}s}}{\tau_{rs}s + 1} \quad (3.34)$$

Donde el sistema tiene r salidas y s entradas.

En nuestro caso, expresamos el modelo de la planta piloto como una matriz de funciones de transferencia, tenemos entonces:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.012566}{(1+29.61s)(1+72.24s)} & \frac{0.02932}{(1+29.61s)} \\ \frac{0.02932}{(1+29.61s)} & \frac{0.012566}{(1+29.61s)(1+72.24s)} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

En el modelo consideramos τ_{rs} como la constante de tiempo más alta de cada elemento de la matriz de funciones de transferencia. Tenemos así:

$$\tau_{rs} = \begin{bmatrix} 72.24 & 29.61 \\ 29.61 & 72.24 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Cabe mencionar que los retardos θ_{rs} se desprecian.

- b. Se selecciona el tiempo de muestreo como:

$$\begin{aligned} T_s &= \text{Max}(0.1\tau_{rs}, 0.5\theta_{rs}) \\ T_s &= \text{Min}(T_{rs}) \\ T_s &= 2.961 \end{aligned} \quad (3.37)$$

Se escoge un tiempo de muestreo $T_s = 3s$.

- c. Se calcula el horizonte de predicción N_p , consideramos las constantes de tiempo que relacionan las salidas con las respectivas entradas que tienen un grado mayor de dependencia (τ_{11}, τ_{22}):

$$\begin{aligned} N_p &= \text{Max} \left(\frac{\tau_{rs} + k}{T_s} \right), \text{ donde } k = \left(\frac{\tau_{rs} + 1}{T_s} \right) \\ N_p &= 49.35 \end{aligned} \quad (3.38)$$

Se escoge el horizonte de predicción $N_p=50$.

- d. Se selecciona el horizonte de control N_c igual al 63.2% del tiempo de establecimiento del sub-proceso más lento en el sistema multivariable, considerando las constantes de tiempo que relacionan las salidas con las respectivas entradas que tienen un grado mayor de dependencia (τ_{11}, τ_{22}):

$$\begin{aligned} N_c &= \text{Max} \left(\frac{\tau_{rs} + k}{T_s} \right) \\ N_c &= 9.87 \end{aligned} \quad (3.39)$$

Se escoge el horizonte de control $N_c=10$.

- e. Se selecciona la ponderación de la variación de control λ para escalar el segundo término de la función de costo J a magnitudes similares las medidas de las variables de proceso.

$$J = \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{i=1}^{N_c} [y_j(t+i|t) - w_j(t+i)]^2 + \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_e} \lambda [\Delta u_i(t+j-1)]^2 \quad (3.40)$$

En el punto de operación, los valores de salida son $y_{10}=25$, $y_{20}=25$, y los valores de entrada son $u_{10}=1193.73$ y $u_{20}=1193.73$. Con lo que hacemos una primera aproximación de sintonización de $\lambda = 0.01$. Sin embargo, luego probaremos para valores más grandes y más pequeños, con el objetivo de ver hasta que límites puede llegar sin saturar al actuador y sin comprometer el tiempo de establecimiento.

En resumen, la primera sintonización es:

$$T_s = 3, N_p = 50, N_c = 10, \lambda = 0.01 \quad (3.41)$$

3.3.3. Resumen de ecuaciones

Con el objetivo de resumir lo anterior y mostrar de una manera didáctica la implementación del controlador, presentamos a continuación las ecuaciones principales del marco teórico descrito previamente.

$$y_j(t) = \sum_{k=1}^{N_e} \sum_{i=1}^{M_{kj}} g_i^{kj} \Delta u(t-i) \quad (3.42)$$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1(t+1|t) \\ \vdots \\ f_1(t+N_p|t) \\ \vdots \\ f_{N_s}(t+1|t) \\ \vdots \\ f_{N_s}(t+N_p|t) \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1N_e} \\ G_{21} & G_{22} & \dots & G_{2N_e} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ G_{N_s1} & G_{N_s2} & \dots & G_{N_sN_e} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$$\mathbf{u} = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (\mathbf{w} - \mathbf{f})$$

$(N_c * N_e) \times (N_c * N_e)$

(3.45)



$$T_s = 3, N_p = 50, N_c = 10, \lambda = 0.01 \quad (3.46)$$

3.3.4. Implementación del controlador DMC MIMO

En el Anexo A.1 se encuentra el código de implementación de la presente técnica de control predictivo en el apartado “DMC_MIMO.m”. A continuación, detallamos el funcionamiento del programa y en la figura 3.1 se muestra el diagrama de flujo correspondiente.

- 1) Inicialización de la planta: se cargan los parámetros del modelo de la planta (A,B,C,D), las condiciones iniciales y el punto de operación. Los valores se calculan en base a las ecuaciones (2.56) a la (2.59).
- 2) Inicialización del controlador: se cargan los parámetros de simulación y los parámetros del controlador (T. Muestreo T_s , tiempo final de la simulación, horizonte de predicción N_p , horizonte de control N_c , ponderación de la variable de control λ). Los valores se muestran en la Expresión (3.46).
- 3) Elementos g_i : se calculan los elementos del modelo de la respuesta al escalón g_i^{jk} y horizonte de saturación M_{jk} . La expresión (3.42) muestra el modelo de respuesta al escalón multivariable.
- 4) Matriz G: se calcula la matriz G usando los elementos del punto 3) correspondiente a la expresión (3.44).
- 5) Ganancia del controlador: se calcula la matriz de ganancia de la expresión (3.45) y se selecciona las ganancias correspondientes a cada variable de control ku_1 (Fila 1), ku_2 (Fila N_c+1) como se detalla en la sección 3.3.1.3.
- 6) Inicialización de simulación: se crean e inicializan las variables que se utilizan en el bucle de simulación: Numero de iteraciones (nit), variables para control, variables del proceso, set point, variables auxiliares de cálculo para la respuesta libre y vector de costo computacional (tiempo de ejecución).
- 7) Cálculo de la respuesta libre f: se calcula el vector de respuesta libre para cada una de las salidas del sistema y se forma el vector que se muestra en la expresión (3.43).

- 8) Cálculo de la ley de control con saturación: se calcula el vector de ley de control \mathbf{u} expresado en (3.45) utilizando las ganancias calculadas en el punto número 5 y considerando los límites de operación de las bombas (0-100%).
- 9) Actualizar simulación: se actualizan los vectores de simulación: Set point, variables de proceso, variables de control que serán necesarios en la siguiente iteración.
- 10) Cálculo de variables de proceso siguientes: se calculan las variables de proceso nuevas con el modelo no lineal de la planta considerando las perturbaciones.
- 11) Parámetros de desempeño: se calculan los parámetros de criterio de desempeño IAE, ISE, costo computacional en base a los resultados del bucle de simulación.



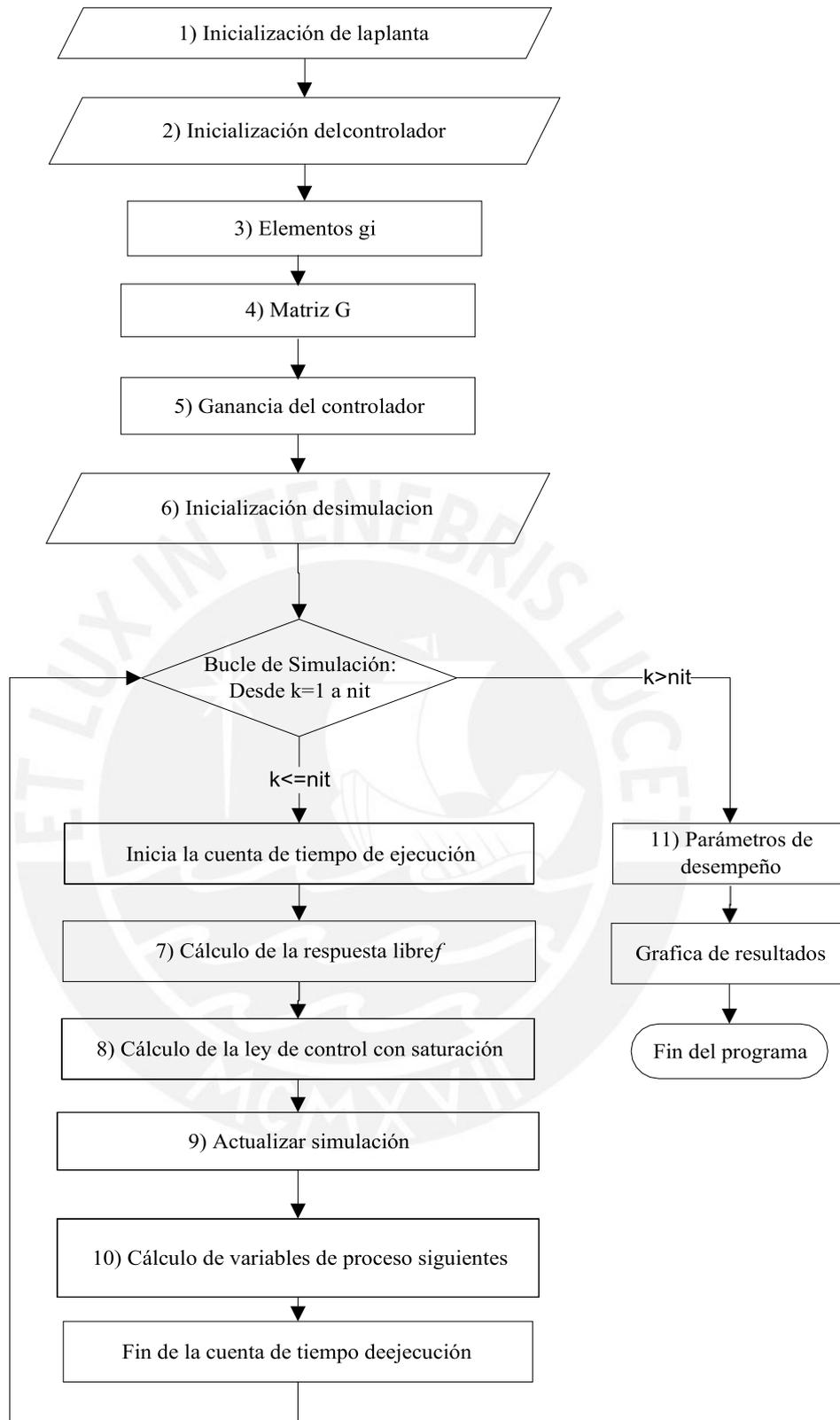


Figura 3.2: Diagrama de flujo de programa de simulación DMC_MIMO.m desarrollado

Para la ejecución de la implementación, elaboramos la señal de referencia (set point) para ambas variables de proceso de la planta objeto de estudio. En la Figura 3.3 se grafican las señales mencionadas en la vecindad del punto de operación para el que se linealizó la planta, tomando como dicha vecindad un 20% por encima y por debajo de su valor de linealización.

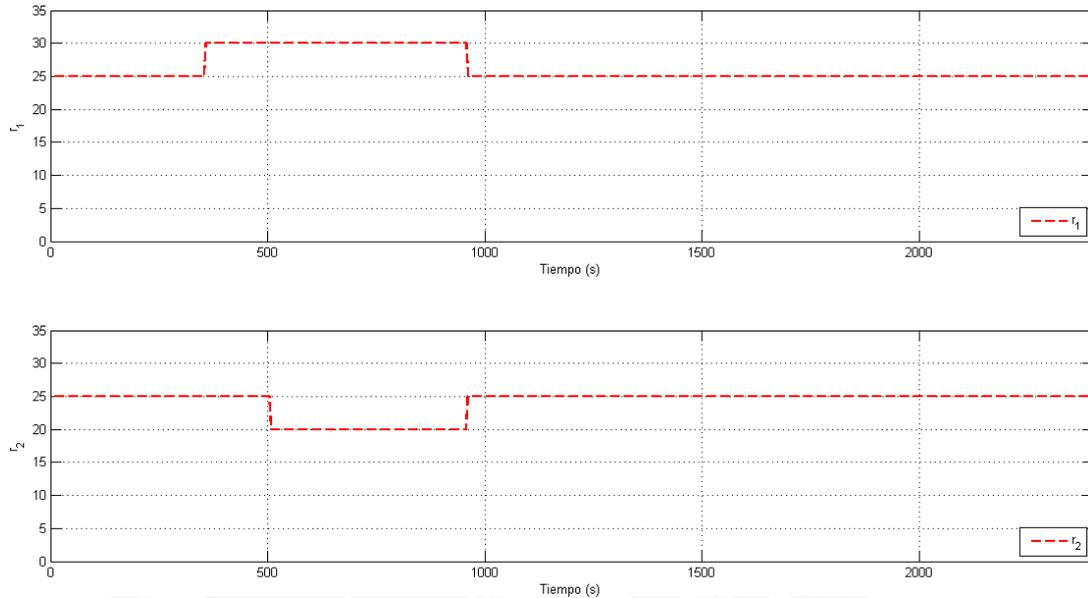


Figura 3.3: Señales de set point para las variables de proceso de la planta objeto de estudio

Además, se aplica una perturbación en el tiempo 1500s, que representa una fuga en los tanques TK-03 y TK-04, cuyas alturas son los objetivos del control. Dicha perturbación representa un 50% de la fuga normal de los taques hacia el tanque de alimentación TK-05. Para mayor detalle ver la Figura 2.3.

También, se aplica un ruido en los sensores con desviación estándar de 1cm.

Considerando lo antes mencionado, a continuación se presenta la simulación y resultados para varios valores de λ .

$$\lambda = 0.01$$

La respuesta del sistema se muestra en la Figura 3.4, la variable de control se muestra en la Figura 3.5.

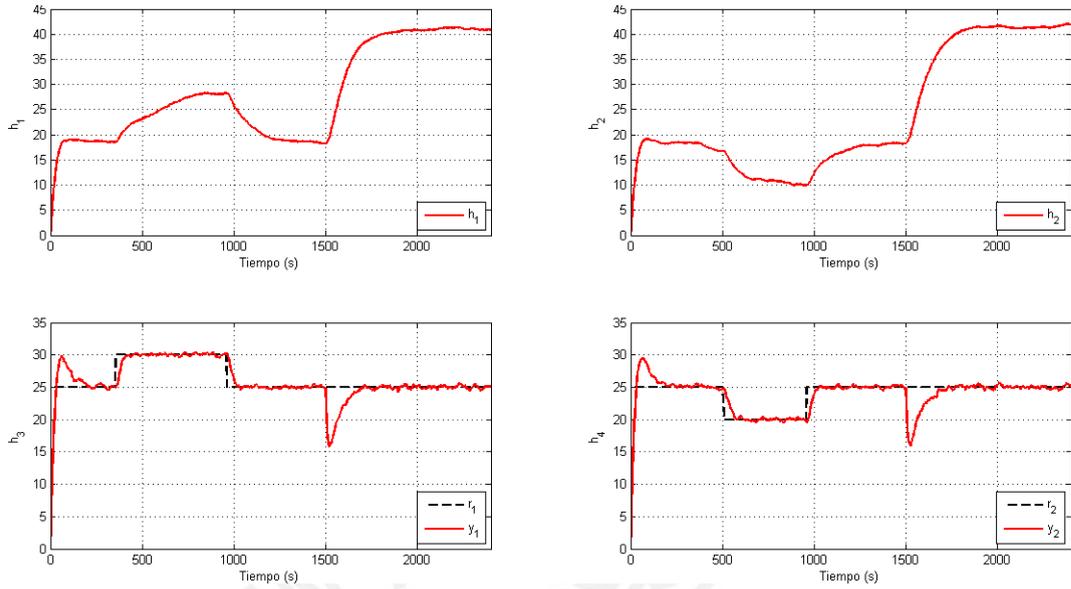


Figura 3.4: Respuesta del sistema para $\lambda = 0.01$

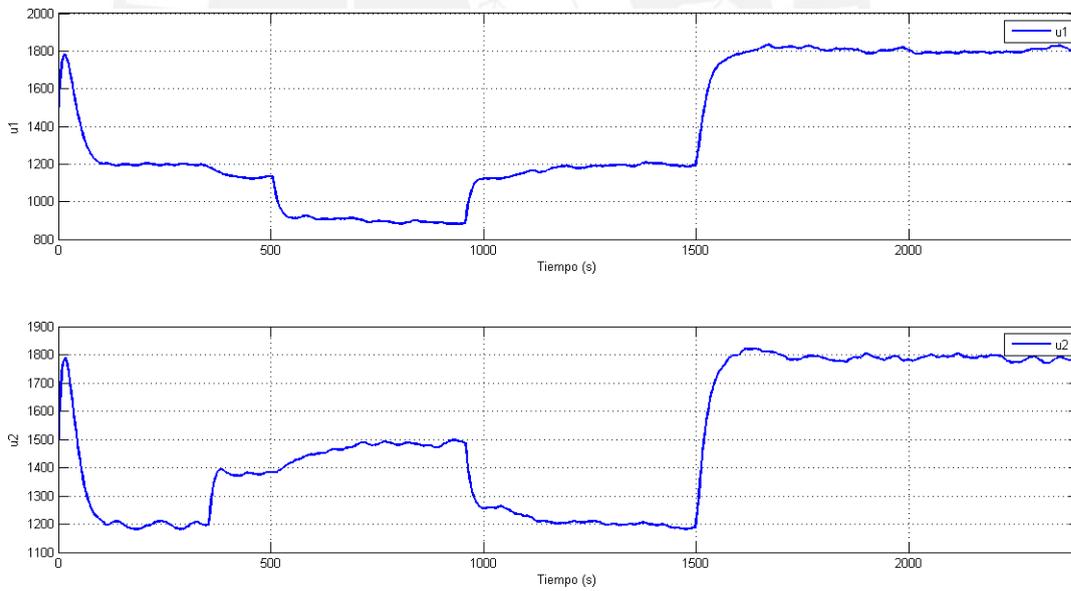


Figura 3.5: Variables de control para $\lambda = 0.01$

Tabla 3.1: Criterios de desempeño para $\lambda = 0.01$

Criterio	Valor
Sobrepico	16%
Tiempo de establecimiento	158s
IAE $y1$	697.5
IAE $y2$	687.06
ISE $y1$	4098.68
ISE $y2$	3882.05
Máximo tiempo de ejecución	10.36ms
Mínimo tiempo de ejecución	2.24ms
Tiempo de ejecución promedio	2.9ms

De estos resultados podemos concluir que la señal de control se puede exigir más, por lo que se puede mejorar el tiempo de establecimiento reduciendo el valor de λ

$\lambda = 0.005$

La respuesta del sistema se muestra en la Figura 3.6, la variable de control se muestra en la Figura 3.7. Los criterios de desempeño se muestran en la Tabla 3.2.

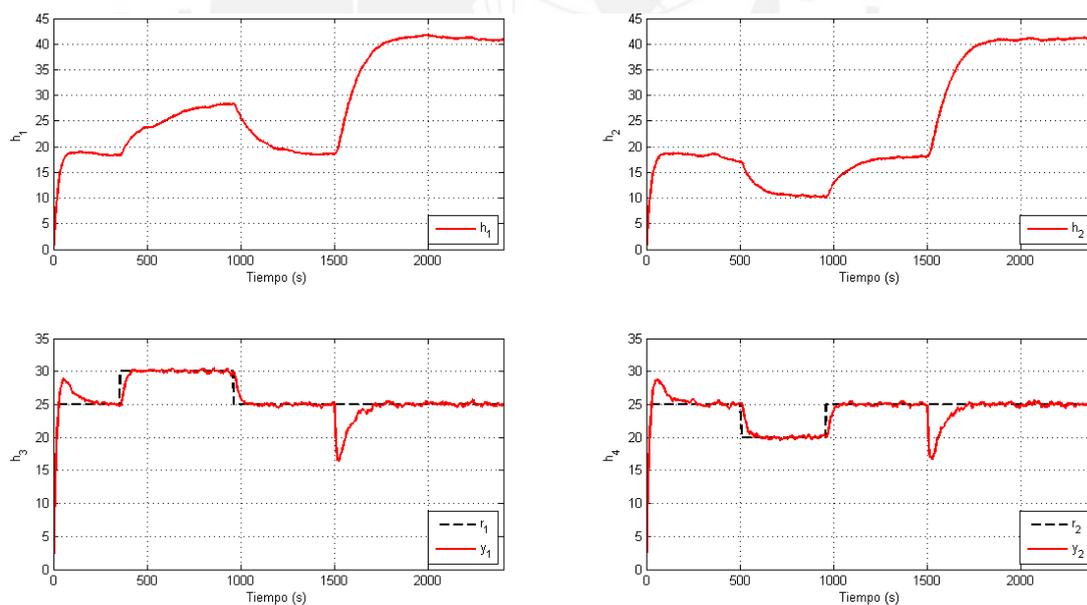


Figura 3.6: Respuesta del sistema para $\lambda = 0.005$

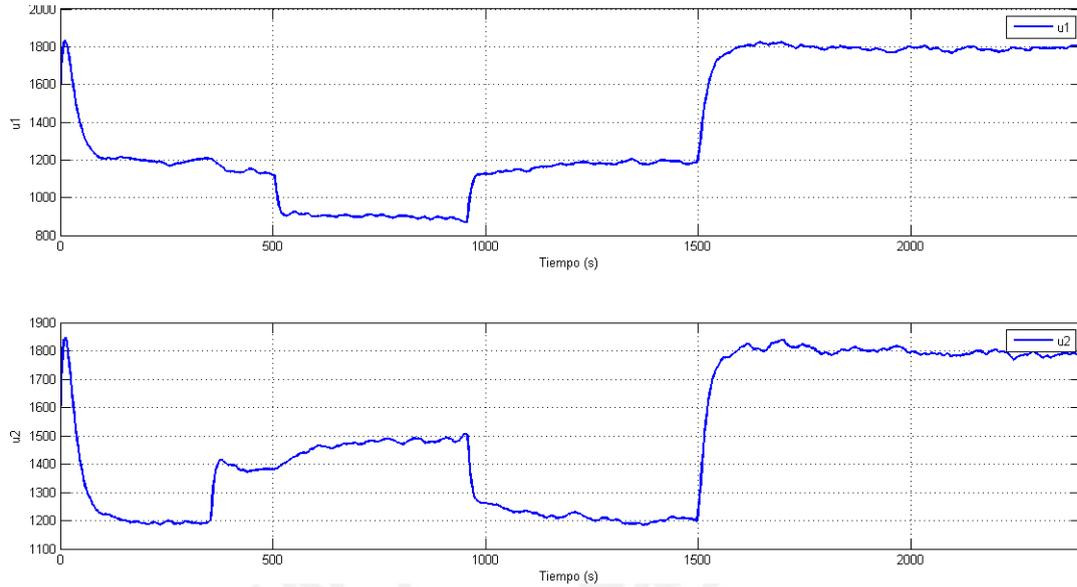


Figura 3.7: Variables de control para $\lambda = 0.005$

Tabla 3.2: Criterios de desempeño para $\lambda = 0.005$

Criterio	Valor
Sobrepico	16%
Tiempo de establecimiento	132s
IAE $y1$	628.58
IAE $y2$	641.88
ISE $y1$	3554.58
ISE $y2$	3523.32
Máximo tiempo de ejecución	14.98ms
Mínimo tiempo de ejecución	2.23ms
Tiempo de ejecución promedio	3.02ms

$\lambda = 0.001$

La respuesta del sistema se muestra en la Figura 3.8, la variable de control se muestra en la Figura 3.9. Los criterios de desempeño se muestran en la Tabla 3.3.

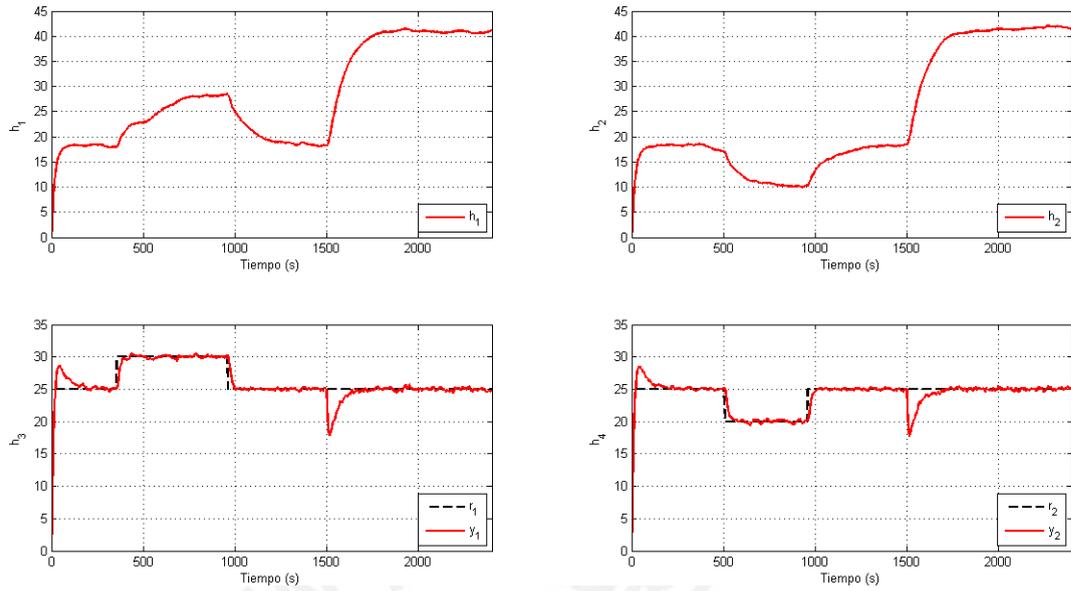


Figura 3.8: Respuesta del sistema para $\lambda = 0.001$

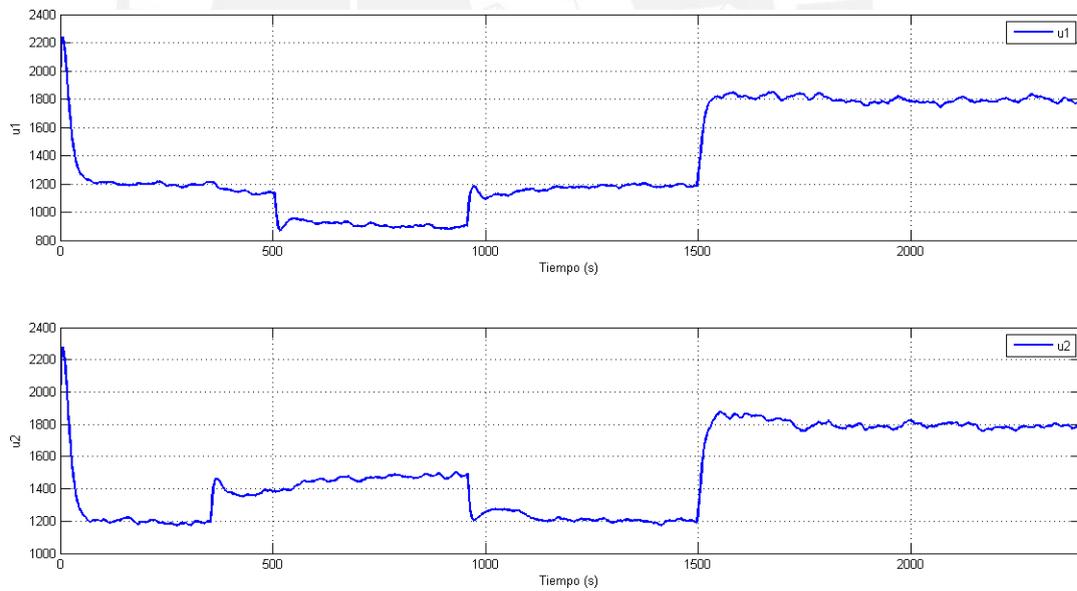


Figura 3.9: Variables de control para $\lambda = 0.001$

Tabla 3.3: Criterios de desempeño para $\lambda = 0.001$

Criterio	Valor
Sobrepico	16%
Tiempo de establecimiento	105s
IAE $y1$	485.47
IAE $y2$	474.61
ISE $y1$	2548.35
ISE $y2$	2445.10
Máximo tiempo de ejecución	10.13ms
Mínimo tiempo de ejecución	2.27ms
Tiempo de ejecución promedio	2.60ms

Podemos concluir que aplicando el criterio del 5% para evaluar el tiempo de establecimiento, con $\lambda = 0.001$ se reduce significativamente el tiempo de establecimiento sin llegar a saturar las variables de control, mientras que los valores ISE, IAE y Sobrepico no tienen grandes variaciones.

Cabe mencionar que los valores tomados de sobrepico y tiempo de establecimiento se enfocan en la primera estabilización de las variables de proceso.

3.4. Diseño del sistema de control DMPC MIMO

3.4.1. Marco teórico

En esta sección se resume el desarrollo teórico del control DMPC MIMO considerando los trabajos de (Wang, 2009), (Ningning et al., 2015), (Deepa et al., 2011).

3.4.1.1. Modelo de espacio de estados ampliado

Asumimos un sistema con ne entradas, ns salidas y nss estados, también asumimos que el número de salidas es menor o igual al número de entradas del proceso, es decir, $ns \leq ne$.

Así, definimos el sistema discreto como:

$$x_m(k+1) = A_m x_m(k) + B_m u(k) + B_d w(k) \quad (3.47)$$

$$y(k) = C_m x_m(k) + D_m u(k) \quad (3.48)$$

Donde:

x_m : vector de estados

A_m, B_m, C_m, D_m : Matrices del modelo de espacio de estados discreto

u : vector de entradas del sistema

y : vector de salidas del sistema

w : perturbación del sistema

Sin embargo, por el principio del horizonte deslizante, la señal de control se actualiza en cada instante de muestreo utilizando únicamente la variación actual en la ley de control, definido por $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$. Por lo que en el modelo ampliado descrito más adelante en la Ecuación (3.54), se requiere que los estados del modelo ampliado sólo dependan de la variación actual de la variable de control $\Delta u(k)$. Para esto es necesario que la entrada actual $u(k)$ no puede afectar directamente a la salida $y(k)$ en el mismo instante, pues la salida $y(k)$ es parte del vector de estados ampliado, entonces:

$$x_m(k+1) = A_m x_m(k) + B_m u(k) + B_d w(k) \quad (3.49)$$

$$y(k) = C_m x_m(k) \quad (3.50)$$

La perturbación del sistema, se asume como ruido blanco, esto quiere decir que $w(k)$ se relaciona a una media nula. Donde podemos escribir la secuencia:

$$w(k) - w(k-1) = \varepsilon(k) \quad (3.51)$$

De la Ecuación (3.49), se deriva lo siguiente:

$$x_m(k) = A_m x_m(k-1) + B_m u(k-1) + B_d w(k-1) \quad (3.52)$$

Luego, se define $\Delta x_m(k) = x_m(k) - x_m(k-1)$ y $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ y restando la Ecuación (3.52) de la Ecuación (3.49), se obtiene:

$$x_{m(k+1)} - x_{m(k)} = A_m (x_{m(k)} - x_{m(k-1)}) + B_m (u_{(k)} - u_{(k-1)}) + B_d (w_{(k)} - w_{(k-1)}) \quad (3.53)$$

$$\Delta x_m(k+1) = A_m \Delta x_m(k) + B_m \Delta u(k) + B_d \varepsilon(k) \quad (3.54)$$

A fin de relacionar la salida $y(k)$ con las variables de estado $\Delta x_m(k)$, se deduce de la Ecuación (3.50) que:

$$y(k+1) - y(k) = C_m (x_m(k+1) - x_m(k)) \quad (3.55)$$

$$y(k+1) = y(k) + C_m \Delta x_m(k+1) \quad (3.56)$$

Y se reemplaza la Ecuación (3.54) en la Ecuación (3.56):

$$y(k+1) = y(k) + C_m (A_m \Delta x_m(k) + B_m \Delta u(k) + B_d \varepsilon(k)) \quad (3.57)$$

$$y(k+1) = y(k) + C_m A_m \Delta x_m(k) + C_m B_m \Delta u(k) + C_m B_d \varepsilon(k) \quad (3.58)$$

Con lo que se escoge un nuevo vector de variables de estado:

$$x(k)=[\Delta x_m(k)^T y(k)]^T \quad (3.59)$$

Donde el superíndice T indica la transpuesta del vector. En este punto, utilizando las Ecuaciones (3.54), (3.58) se puede escribir:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_m(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & 0_m^T \\ C_m & I_{ns \times ns} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix} \Delta u(k) + \begin{bmatrix} B_d \\ C_m B_d \end{bmatrix} \varepsilon(k) \quad (3.60)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

Donde $I_{ns \times ns}$ es la matriz identidad con dimensiones $ns \times ns$ y 0_m es una matriz de ceros de tamaño $ns \times ns$. En las Ecuaciones (3.60) y (3.61), las matrices A_m , B_m y C_m tienen dimensiones $(nss \times nss)$, $(nss \times ne)$ y $(ns \times nss)$ respectivamente.

Para simplicidad en la notación, se escriben las Ecuaciones (3.60) y (3.61) como:

$$x(k+1) = Ax(k) + B\Delta u(k) + B_\varepsilon \varepsilon(k) \quad (3.62)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (3.63)$$

Donde las matrices A, B y C corresponden a la forma dada en las Ecuaciones (3.60) y (3.61) y definen el modelo de espacio de estados ampliado que se utiliza para la predicción.

3.4.1.2. Eigenvalores del modelo ampliado

La ecuación característica del sistema ampliado viene dada por:

$$p(\lambda) = \det \begin{bmatrix} \lambda I - A_m & 0_m^T \\ -C_m A_m & (\lambda - 1)I_{ns \times ns} \end{bmatrix} = (\lambda - 1)^{ns} \det(\lambda I - A_m) = 0 \quad (3.64)$$

Donde usamos la propiedad de que el determinante de una matriz triangular inferior en bloque es igual al producto de los determinantes de las matrices en la diagonal.

De la Ecuación (3.64) se concluye que los eigenvalores del modelo resultan ser la unión de los eigenvalores del modelo de la planta ($\det(\lambda I - A_m)$) y ns eigenvalores de valor unitario ($(\lambda - 1)^{ns}$). Esto significa que hay ns integradores embebidos dentro del modelo ampliado, de esta manera se obtiene la acción integral del controlador.

3.4.1.3. Controlabilidad y Observabilidad del modelo ampliado

Debido a que el modelo de la planta se ha aumentado con integradores y el diseño del controlador predictivo está basado en el modelo de espacio de estados aumentado de la planta, es importante para el diseño del sistema de control que el modelo ampliado de la planta no se vuelva incontrolable o inobservable.

Necesitamos examinar ahora bajo qué condiciones el modelo ampliado es controlable. Este análisis lo hacemos citando una definición y dos teoremas cuyo detalle y demostración se encuentra en el texto de Wang (2009).

Definición: Una realización de la función de transferencia $G(z)$ es cualquier triplete de matrices (A, B, C) tal que: $G(z) = C(zI - A)^{-1}B$. Si dicho conjunto de matrices existe, se dice que $G(z)$ es realizable. Una realización (A, B, C) es llamada realización mínima de la función de transferencia $G(z)$ si no existe otra realización con un triplete de matrices de menor dimensión.

Teorema 3.1: Una realización mínima es controlable y observable.

Teorema 3.2: Asumiendo que el modelo de la planta representado por el triplete (A_m, B_m, C_m) es controlable y observable y representan a la función de transferencia $G_m(z)$ con realización mínima, donde:

$$G_m(z) = C_m (zI - A_m)^{-1} B_m \quad (3.65)$$

Entonces, la función de transferencia del modelo aumentado definido por la Ecuaciones (3.62) y (3.63) tiene la representación:

$$G(z) = \frac{z}{z-1} G_m(z) \quad (3.66)$$

Y es controlable y observable si y solo si el modelo de la planta $G_m(z)$ no tiene ceros en $z = 1$. Los ceros de un sistema multivariable, son los valores de z donde la matriz de transferencia $G_m(z)$ pierde rango.

Por lo tanto, para asegurar la controlabilidad del modelo de espacio de estados aumentado tenemos que verificar que el modelo discreto de la planta no tenga ceros en $z = 1$.

3.4.1.4. Control predictivo dentro de una ventana de optimización

Tras la formulación del modelo matemático, el siguiente paso en el diseño de un sistema de control predictivo es calcular la salida pronosticada de la planta con la señal de control futura como variables ajustables. Esta predicción se describe dentro

de una ventana de optimización. Esta sección examinará en detalle la optimización llevada a cabo dentro de esta ventana.

Aquí, suponemos que el instante actual es k_i y la duración de la ventana de optimización es Np como el número de muestras.

Predicción de estados y variables de salida

Se asume que para el tiempo k_i , el vector de estados $x(k_i)$ está disponible a través de medición.

La trayectoria de control futuro se da por:

$$\Delta u(k_i), \Delta u(k_i+1), \dots, \Delta u(k_i + Nc - 1) \quad (3.67)$$

Donde Nc es el horizonte de control, que dicta el número de parámetros usados para capturar la trayectoria de control futuro.

Con la información de los estados $x(k_i)$, las variables de estado futuras se predicen por Np número de muestras, donde Np es llamado horizonte de predicción (es también el largo de la ventana de optimización).

Las variables de estado se escriben como:

$$x(k_i + 1 | k_i), x(k_i + 2 | k_i), \dots, x(k_i + m | k_i), \dots, x(k_i + Np | k_i) \quad (3.68)$$

Donde $x(k_i + m | k_i)$ es la predicción del vector de estados en el instante $k_i + m$, dada la información actual $x(k_i)$.

El horizonte de control Nc se escoge para que sea siempre menor o igual al horizonte de predicción Np .

Basado en el modelo de espacio de estados definido por el triplete (A, B, C) , las variables de estado futuro se calculan secuencialmente como:

$$\begin{aligned} x(k_i + 1 | k_i) &= Ax(k_i) + B\Delta u(k_i) \\ x(k_i + 2 | k_i) &= Ax(k_i + 1) + B\Delta u(k_i + 1) \\ &= A^2 x(k_i) + AB\Delta u(k_i) + B\Delta u(k_i + 1) \\ &\dots \\ x(k_i + Np | k_i) &= A_{Np} x(k_i) + A_{Np-1} B\Delta u(k_i) + A_{Np-2} B\Delta u(k_i + 1) + \dots \\ &\dots + A^{Np-Nc} B\Delta u(k_i + Nc - 1) \end{aligned} \quad (3.69)$$

Donde vemos que N_p y N_c deben ser mayores o iguales a 1.

Con la predicción de las variables de estado, la predicción de la variable de salida es:

$$\begin{aligned}
 y(k_i + 1 | k_i) &= CAx(k_i) + CB\Delta u(k_i) \\
 y(k_i + 2 | k_i) &= CAx(k_i + 1) + CB\Delta u(k_i + 1) \\
 &= CA^2x(k_i) + CAB\Delta u(k_i) + CB\Delta u(k_i + 1) \\
 &\dots \\
 y(k_i + N_p | k_i) &= CA_{N_p}x(k_i) + CA_{N_p-1}B\Delta u(k_i) + CA_{N_p-2}B\Delta u(k_i + 1) + \dots \\
 &\dots + CA^{N_p-N_c}B\Delta u(k_i + N_c - 1)
 \end{aligned} \tag{3.70}$$

Se observa que todas las variables se escriben en términos de la información de los estados actual $x(k_i)$ y de la variación futura de control $\Delta u(k_i + j)$, donde $j = 0, 1, \dots, N_c - 1$.

Se definen los vectores:

$$\begin{aligned}
 Y &= [y(k_i + 1 | k_i) \quad y(k_i + 2 | k_i) \quad \dots \quad y(k_i + N_p | k_i)] \\
 \Delta U &= [\Delta u(k_i)^T \quad \Delta u(k_i + 1)^T \quad \dots \quad \Delta u(k_i + N_c - 1)^T]^T
 \end{aligned} \tag{3.71}$$

Para el sistema multivariable, la dimensión de Y es $(n_s * N_p) \times 1$ y la dimensión de ΔU es $(n_e * N_c) \times 1$. Reescribimos entonces (3.70) usando la forma matricial:

$$Y = Fx(k_i) + \Phi \Delta U \tag{3.72}$$

Donde las matrices F y Φ se definen como:

$$F = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix} \tag{3.73}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} CB & 0_{n_s \times n_e} & 0_{n_s \times n_e} & 0_{n_s \times n_e} & 0_{n_s \times n_e} \\
 CAB & CB & 0 & 0 & 0 \\
 CA^2B & CAB & CB & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix} \tag{3.74}$$

Optimización

Para una señal de set point r dada con un valor $r(k_i)$ en el tiempo de muestreo k_i , el objetivo del sistema de control predictivo es llevar la señal de salida pronosticada dentro de la ventana de predicción tan cerca como sea posible a la señal de set point donde se asume que la señal de set point se mantiene constante en la ventana de optimización. Este objetivo se lleva a cabo mediante un diseño para encontrar el “mejor” vector de parámetros de control ΔU tal que una función de error entre el set point y la predicción de la salida se minimiza.

Se asume el vector con la data del set point:

$$R = \begin{bmatrix} I_{ns \times ns} \\ I_{ns \times ns} \\ \vdots \\ I_{ns \times ns} \end{bmatrix}_{(ns \times Np) \times ns} r(k) \quad (3.75)$$

La señal de set point es $r(k) = [r(k)_1 \ r(k)_2 \ \dots \ r(k)_{ns}]^T$ y contiene las ns señales de set point correspondiente a cada una de las salidas.

Se define la función de costo J , que refleja el objetivo del control, como:

$$J = (R - Y)_s^T (R - Y)_s + \Delta U^T R \Delta U \quad (3.76)$$

Donde el primer término se relaciona al objetivo de minimizar el error entre la predicción de la salida y la señal de set point, mientras que el segundo término refleja la consideración dada al término ΔU cuando la función J se hace lo más pequeña posible.

\bar{R} es una matriz diagonal de la forma $\bar{R} = r_w I_{N_c \times N_c}$, ($r_w \geq 0$), donde r_w se usa como parámetro de sintonización para el desempeño del sistema en lazo cerrado. Para el caso de $r_w = 0$, la función J se interpreta como la situación donde no se quiere prestar nada de atención a qué tan grande puede ser ΔU y nuestro objetivo es únicamente hacer el error $(R - Y)_s^T (R - Y)_s$ tan pequeño como sea posible. Para

valores grandes de r_w , la función de costo J se interpreta como la situación donde se considera cuidadosamente que tan grande puede ser ΔU y se reduce cautelosamente el error $(R - Y)_s^T (R - Y)_s$.

Para encontrar ΔU óptimo que minimice J , usando la Ecuación (3.72), J se escribe como:

$$J = (R_s - Fx(k_i))^T (R_s - Fx(k_i)) - 2\Delta U^T \Phi^T (R_s - Fx(k_i)) + \Delta U^T (\Phi^T \Phi + R) \Delta U \quad (3.77)$$

Con esto, aplicamos la derivada parcial de J con respecto a ΔU :

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta U} = -2\Phi^T (R - Fx(k)) + 2(\Phi^T \Phi + R)\Delta U \quad (3.78)$$

La condición necesaria para la minimización de J se obtiene con:

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta U} = 0 \quad (3.79)$$

Para lo cual, usando la Ecuación (3.78), se encuentra la solución óptima para la señal de control:

$$\Delta U = (\Phi^T \Phi + R)^{-1} \Phi^T (R - Fx(k)) \quad (3.80)$$

Se asume que $(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1}$ existe. La matriz $(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1}$ es llamada la matriz Hessiana en la literatura de optimización. Se observa que R_s es un vector de datos que contiene la información del set point, expresado como:

$$R_s = \begin{bmatrix} I_{ns \times ns} \\ I_{ns \times ns} \\ \dots \\ I_{ns \times ns} \end{bmatrix}_{(ns \times Np) \times ns} \quad r(k) = \begin{bmatrix} \bar{r}(k) \\ r(k) \end{bmatrix}_s \quad (3.81)$$

Donde:

$$\bar{r}(k) = \begin{bmatrix} I_{ns \times ns} \\ I_{ns \times ns} \\ \dots \\ I_{ns \times ns} \end{bmatrix}_{(ns \times Np) \times ns} R_s \quad (3.82)$$

Horizonte de control deslizante

Notamos que el vector ΔU contiene las variaciones de control sobre todo el horizonte de control, en la implementación solo utilizamos el primer término $\Delta u(k_i)$, así:

$$u(k_i) = u(k_i - 1) + \Delta u(k_i) \quad (3.83)$$

Sin embargo, ΔU debe ser completamente calculado en cada instante de muestreo.

3.4.1.5. Sistema de control en lazo cerrado

Para el instante de muestreo k_i se obtiene que:

$$\Delta U = (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \bar{R}_s r(k_i) - (\Phi^T \Phi + R)^{-1} \Phi^T F x(k_i) \quad (3.84)$$

Donde el elemento $(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \bar{R}_s$ corresponde al cambio de set point dentro del horizonte de predicción, mientras que el elemento $(\Phi^T \Phi + R)^{-1} \Phi^T F$ corresponde al control por realimentación de estados en el marco del control predictivo. Ambos dependen de parámetros del sistema, por lo que permanecen constantes para un sistema invariante en el tiempo. Por la estrategia de horizonte de control deslizante, solo es necesario el primer elemento de ΔU en el tiempo k_i , así:

$$\Delta u(k_i) = \begin{bmatrix} I_{n \times n} & 0_{n \times n} & \dots & 0_{n \times n} \end{bmatrix}_{n \times (n \times N_c)} (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T (\bar{R}_s r(k_i) - F x(k_i)) \quad (3.85)$$

$$\Delta u(k_i) = K_y r(k_i) - K_{DMPC} x(k_i) \quad (3.86)$$

Donde:

$$K_y = \begin{bmatrix} I_{n \times n} & 0_{n \times n} & \dots & 0_{n \times n} \end{bmatrix}_{n \times (n \times N_c)} (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \bar{R}_s \quad (3.87)$$

$$K_{DMPC} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}_{n \times (n \times N_c)} \quad (3.88)$$

Finalmente, con las ganancias encontradas, se puede calcular la variación del vector de control del sistema.

3.4.2. Sintonización del sistema de control DMPC MIMO

En el trabajo de Shridhar y Cooper (1998) se presenta una estrategia de sintonización para controladores DMC MIMO, que podemos tomar como referencia para la sintonización de este controlador, ya que se parte de la misma matriz de funciones de transferencia, sin embargo, se han tomado consideraciones adicionales para llegar a una sintonización más adecuada para la planta piloto particular que se usa, se detalla a continuación para la planta objeto de estudio del presente trabajo.

- Se aproxima la dinámica de los pares *salida del controlador-entrada de la planta* con modelos de primer orden:

$$\frac{y(s)}{u_s(s)} = \frac{K_s e^{-\theta s}}{\tau_{rs} s + 1} \quad (3.89)$$

Donde el sistema tiene r salidas y s entradas.

En nuestro caso, expresamos el modelo de la planta piloto como una matriz de funciones de transferencia, tenemos entonces:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.012566}{(1+29.61s)(1+72.24s)} & \frac{0.02932}{(1+29.61s)} \\ \frac{0.02932}{(1+29.61s)} & \frac{0.012566}{(1+29.61s)(1+72.24s)} \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

En el modelo consideramos τ_{rs} como la constante de tiempo más alta de cada elemento de la matriz de funciones de transferencia. Tenemos así:

$$\tau_{rs} = \begin{bmatrix} 72.24 & 29.61 \\ 29.61 & 72.24 \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

Cabe mencionar que los retardos θ_{rs} se desprecian.

- b. Se selecciona el tiempo de muestreo como:

$$\begin{aligned} T_{rs} &= \text{Max}(0.1\tau_{rs}, 0.5\theta_{rs}) \\ T_s &= \text{Min}(T_{rs}) \\ T_s &= 2.961 \end{aligned} \quad (3.92)$$

Se escoge un tiempo de muestreo $T_s = 3s$.

- c. Se calcula el horizonte de predicción N_p , consideramos las constantes de tiempo que relacionan las salidas con las respectivas entradas que tienen un grado mayor de dependencia (τ_{11}, τ_{22}):

$$\begin{aligned} N_p &= \text{Max} \left(\frac{\tau_{rs} + k}{T_s} \right), \text{ donde } k = \left(\frac{\theta_{rs} + 1}{T} \right) \\ N_p &= 49.35 \end{aligned} \quad (3.93)$$

Se escoge el horizonte de predicción $N_p=50$.

- d. Se selecciona el horizonte de control N_c igual al 63.2% del tiempo de establecimiento del sub-proceso más lento en el sistema multivariable, considerando las constantes de tiempo que relacionan las salidas con las respectivas entradas que tienen un grado mayor de dependencia (τ_{11}, τ_{22}):

$$\begin{aligned} N_c &= \text{Max} \left(\frac{\tau_{rs} + k}{T_s} \right) \\ N_c &= 9.87 \end{aligned} \quad (3.94)$$

Se escoge el horizonte de control $N_c=10$.

- e. Se selecciona la ponderación de la variación de control r_w para escalar el segundo término de la función de costo J a magnitudes similares las medidas de las variables de proceso.

$$J = (R - Y)^T (R - Y) + \Delta U^T R \Delta U \quad (3.95)$$

En el punto de operación, los valores de salida son $y_{10}=25$, $y_{20}=52$, y los valores de entrada son $u_{10}=1193.73$ y $u_{20}=1193.73$. Con lo que hacemos una primera aproximación de sintonización de $r_w=0.01$. Sin embargo, luego probaremos para valores más grandes y más pequeños, con el objetivo de ver hasta que límites puede llegar sin saturar al actuador y sin comprometer el tiempo de establecimiento.

En resumen, la primera sintonización es:

$$T_s = 3, N_p = 50, N_c = 10, r_w = 0.01 \quad (3.96)$$

3.4.3. Resumen de ecuaciones

Con el objetivo de resumir lo anterior y mostrar de una manera didáctica la implementación del controlador, presentamos a continuación las ecuaciones principales del marco teórico descrito previamente.

$$\begin{aligned} x_m(k+1) &= A_m x_m(k) + B_m u(k) + B_d w(k) \\ y(k) &= C x(k) + D u(k) \end{aligned} \quad (3.97)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_m & 0^T \\ C & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_m \\ C B \end{bmatrix} \Delta u(k) + \begin{bmatrix} B_d \\ C B \end{bmatrix} \varepsilon(k) \\ \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.98)$$

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B\Delta u(k) + B_\varepsilon \varepsilon(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (3.99)$$

$$G_m(z) = C_m (zI - A_m)^{-1} B_m \quad (3.100)$$

$$Y = F x(k_i) + \Phi \Delta U \quad (3.101)$$

$$F = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{Np} \end{bmatrix} \quad (3.102)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} CB & 0_{ns \times xne} & 0_{ns \times xne} & 0_{ns \times xne} & 0_{ns \times xne} \\ CAB & CB & 0_{ns \times xne} & 0_{ns \times xne} & 0_{ns \times xne} \\ CA^2B & CAB & CB & 0_{ns \times xne} & 0_{ns \times xne} \end{bmatrix} \quad (3.103)$$

$$K = \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} (\Phi^T \Phi + R)^{-1} \Phi^T R$$

$$K_{DMPC} = \begin{bmatrix} I_{ne \times xne} & 0_{n \times xne} & \dots & 0_{n \times xne} \end{bmatrix} (\Phi^T \Phi + R)^{-1} \Phi^T F$$

$$y \quad \begin{matrix} nexne & nexne & nexne & nexne & nex(ne*Nc) & s \end{matrix} \quad (3.104)$$

$$\Delta u(k_i) = K_y r(k_i) - K_{DMPC} x(k_i) \quad (3.105)$$

$$Ts = 3, Np = 50, Nc = 10, r_w = 0.01 \quad (3.106)$$

3.4.4. Implementación del controlador DMPC MIMO

En el Anexo A.1 se encuentra el código de simulación de la presente técnica de control predictivo. En la Figura 3.10 se detalla el diagrama de flujo del programa mencionado.

En el Anexo A.1 se encuentra el código de implementación de la presente técnica de control predictivo en el apartado “DMPC_MIMO.m”. A continuación, detallamos el funcionamiento del programa y en la figura 3.10 se muestra el diagrama de flujo correspondiente.

- 1) Inicialización de la planta: se cargan los parámetros del modelo de la planta (Am, Bm, Cm, Dm) que se muestran en la expresión (3.97), las condiciones iniciales y el punto de operación. También se calculan las matrices del modelo expandido correspondiente a las expresiones (3.98) y (3.99).

- 2) Inicialización del controlador: se cargan los parámetros de simulación y los parámetros del controlador (T , Muestreo T_s , tiempo final de la simulación, horizonte de predicción N_p , horizonte de control N_c , ponderación de la variable de control λ). Los valores se muestran en la Expresión (3.106).
- 3) Análisis de Controlabilidad: se verifica que el modelo es una realización mínima, también se verifica que no existen polos en $z=1$. Para lo que se utiliza la expresión (3.100)
- 4) Ganancias del controlador: se calcula las ganancias del controlador K_y , K_{mpc} , utilizando las expresiones (3.101), (3.102), (3.103) y (3.104).
- 5) Inicialización de simulación: se crean e inicializan las variables que se utilizan en el bucle de simulación: Numero de iteraciones (nit), variables para control, variables del proceso, set point, variables auxiliares de cálculo para la respuesta libre y vector de costo computacional (tiempo de ejecución).
- 6) Cálculo de la ley de control con saturación: se calcula el vector de ley de control \mathbf{u} expresado en (3.105) utilizando las ganancias calculadas en el punto número 4 y considerando los límites de operación de las bombas (0-100%).
- 7) Actualizar simulación: se actualizan los vectores de simulación: Set point, variables de proceso, variables de control que serán necesarios en la siguiente iteración.
- 8) Cálculo de variables de proceso siguientes: se calculan las variables de proceso nuevas con el modelo no lineal de la planta considerando las perturbaciones.
- 9) Parámetros de desempeño: se calculan los parámetros de criterio de desempeño IAE, ISE, costo computacional en base a los resultados del bucle de simulación.

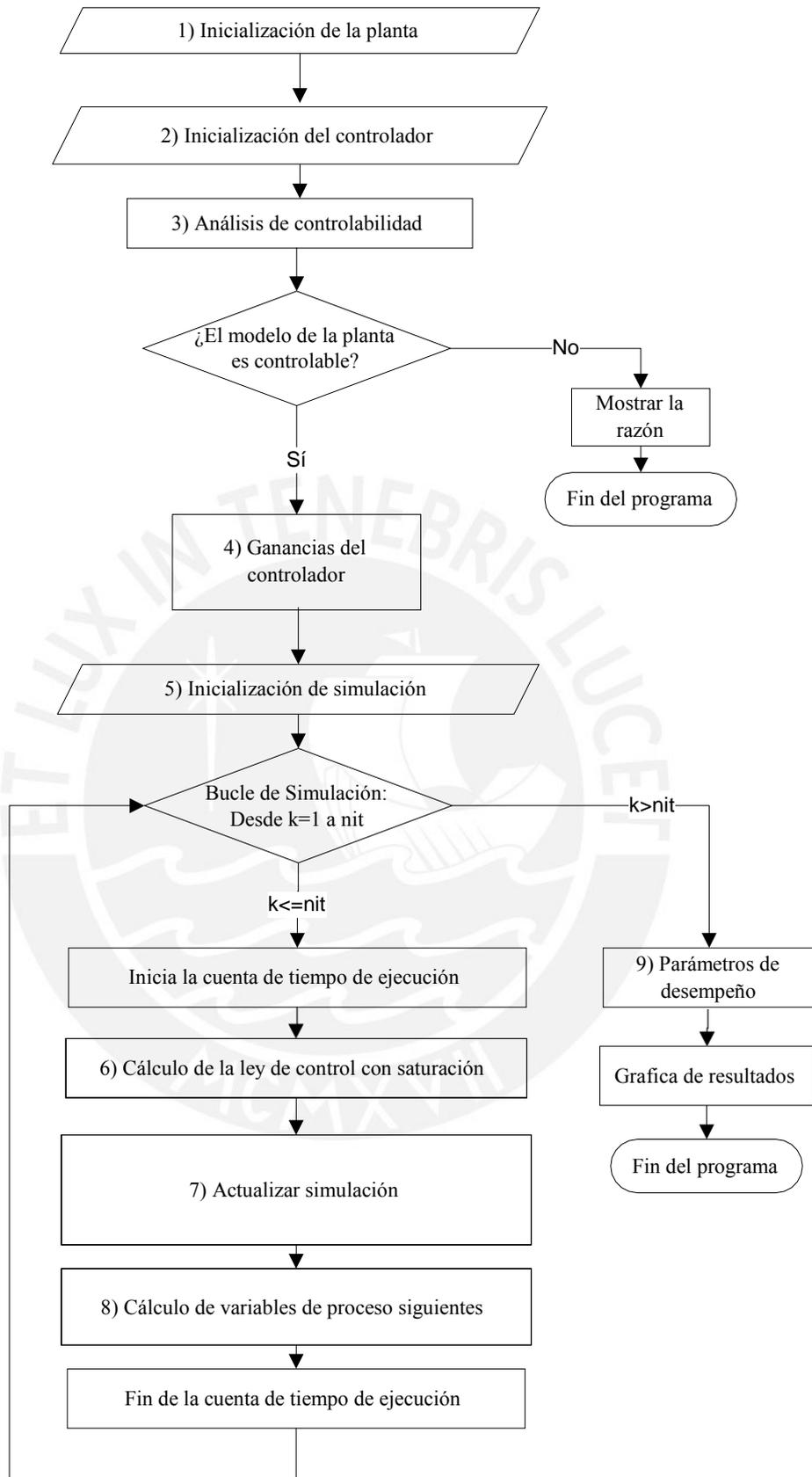


Figura 3.10: Diagrama de flujo de programa de simulación DMPC_MIMO.m desarrollado

Para la ejecución de la simulación, elaboramos la señal de referencia (set point) para ambas variables de proceso de la planta objeto de estudio. En la Figura 3.2 se grafican las señales mencionadas en la vecindad del punto de operación para el que se linealizó la planta, tomando como dicha vecindad un 20% por encima y por debajo de su valor de linealización.

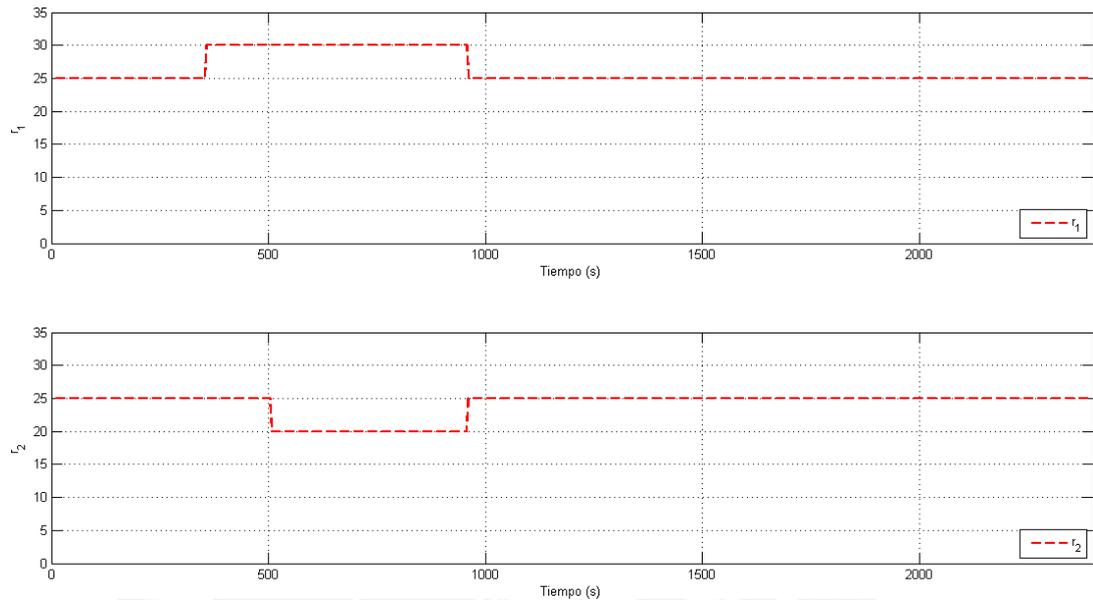


Figura 3.11: Señales de set point para las variables de proceso de la planta objeto de estudio

Al igual que en la simulación de la Sección 3.4.3., se aplica una perturbación en el tiempo 1500s, que representa una fuga en los tanques TK-03 y TK-04, cuyas alturas son los objetivos del control. Dicha perturbación representa un 50% de la fuga normal de los tanques hacia el tanque de alimentación TK-05. Para mayor detalle ver la Figura 2.3.

También, se aplica un ruido en los sensores con desviación estándar de 1cm.

Considerando lo antes mencionado, a continuación se presenta la simulación y resultados para varios valores de r_w y en cada caso evaluamos los criterios de desempeño.

$$\underline{r_w = 0.01}$$

La respuesta del sistema se muestra en la Figura 3.12, la variable de control se muestra en la Figura 3.13. Los criterios de desempeño se muestran en la Tabla 3.4.

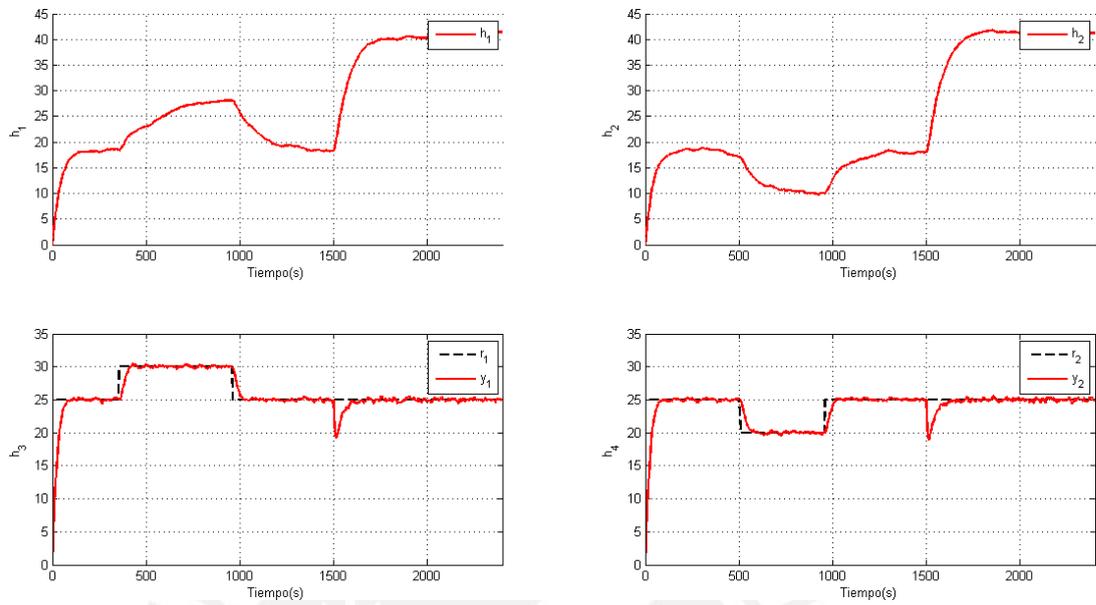


Figura 3.12: Respuesta del sistema para $r_w = 0.01$

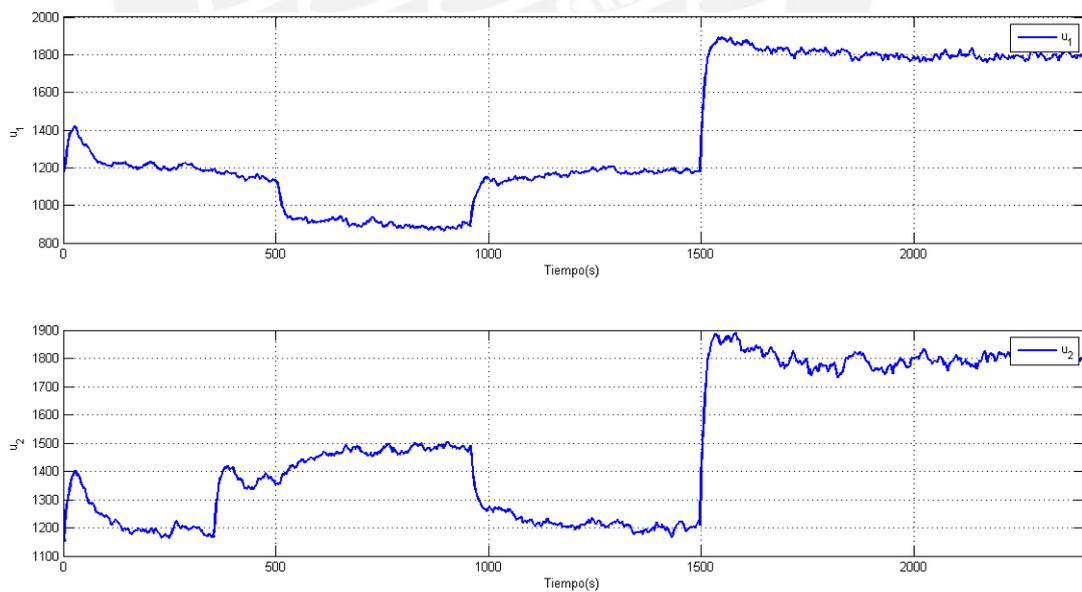


Figura 3.13: Variables de control para $r_w = 0.01$

Tabla 3.4: Criterios de desempeño para $r_w = 0.01$

Criterio	Valor
Sobrepico	0%
Tiempo de establecimiento	62
IAE $y1$	484.85
IAE $y2$	481.51
ISE $y1$	3509.28
ISE $y2$	3545.88
Máximo tiempo de ejecución	2.75ms
Mínimo tiempo de ejecución	39.51us
Tiempo de ejecución promedio	47.49us

De estos resultados podemos concluir que la señal de control se puede exigir más, por lo que se puede mejorar el tiempo de establecimiento reduciendo el valor de r_w

$r_w = 0.005$

La respuesta del sistema se muestra en la Figura 3.14, la variable de control se muestra en la Figura 3.15. Los criterios de desempeño se muestran en la Tabla 3.5.

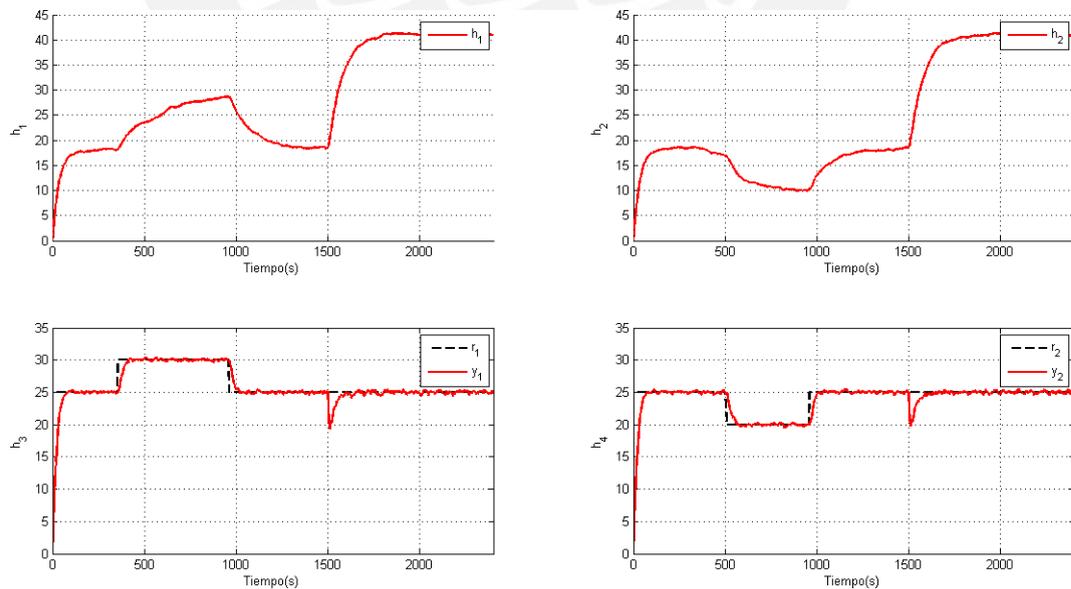


Figura 3.14: Respuesta del sistema para $r_w = 0.005$

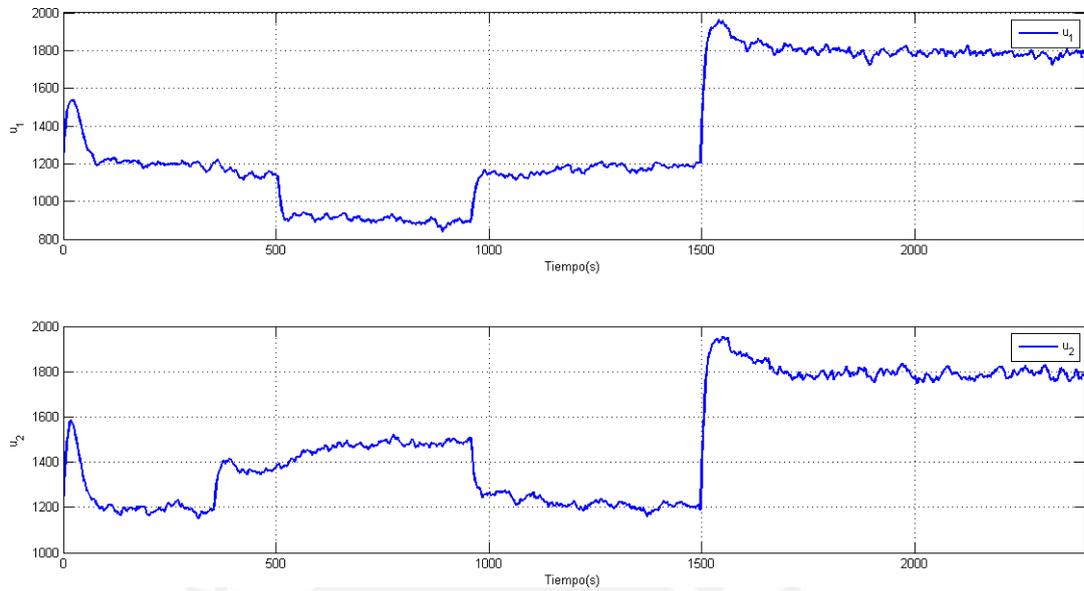


Figura 3.15: Variables de control para $r_w = 0.005$

Tabla 3.5: Criterios de desempeño para $r_w = 0.005$

Criterio	Valor
Sobrepico	2.8%
Tiempo de establecimiento	55s
IAE $y1$	434.58
IAE $y2$	433.93
ISE $y1$	3249.04
ISE $y2$	3211.86
Máximo tiempo de ejecución	3.1ms
Mínimo tiempo de ejecución	41us
Tiempo de ejecución promedio	51us

$r_w = 0.001$

La respuesta del sistema se muestra en la Figura 3.16, la variable de control se muestra en la Figura 3.17. Los criterios de desempeño se muestran en la Tabla 3.6.

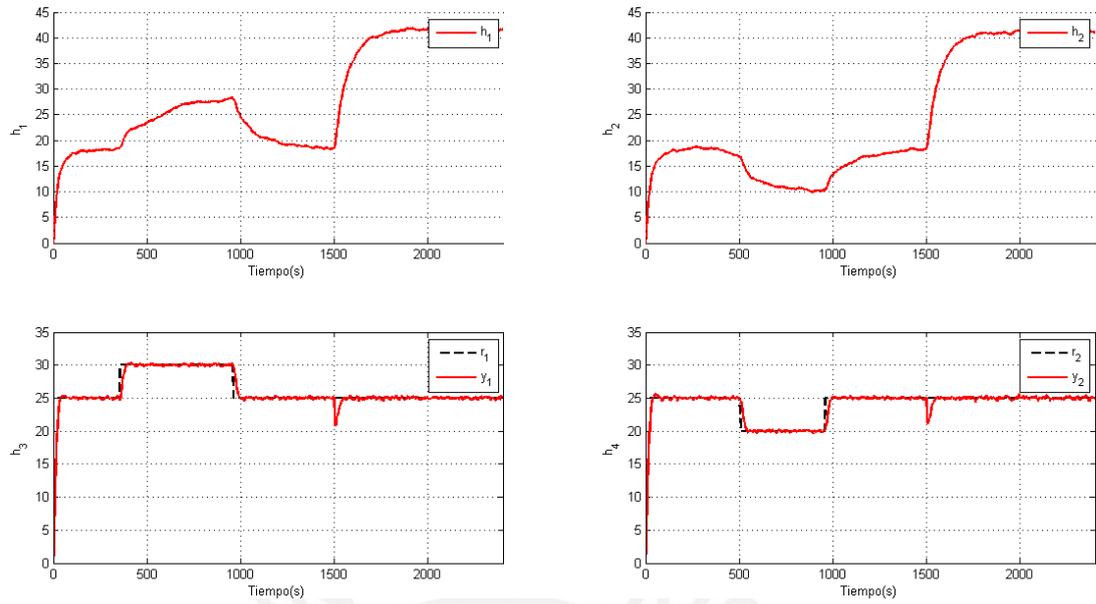


Figura 3.16: Respuesta del sistema para $r_w = 0.001$

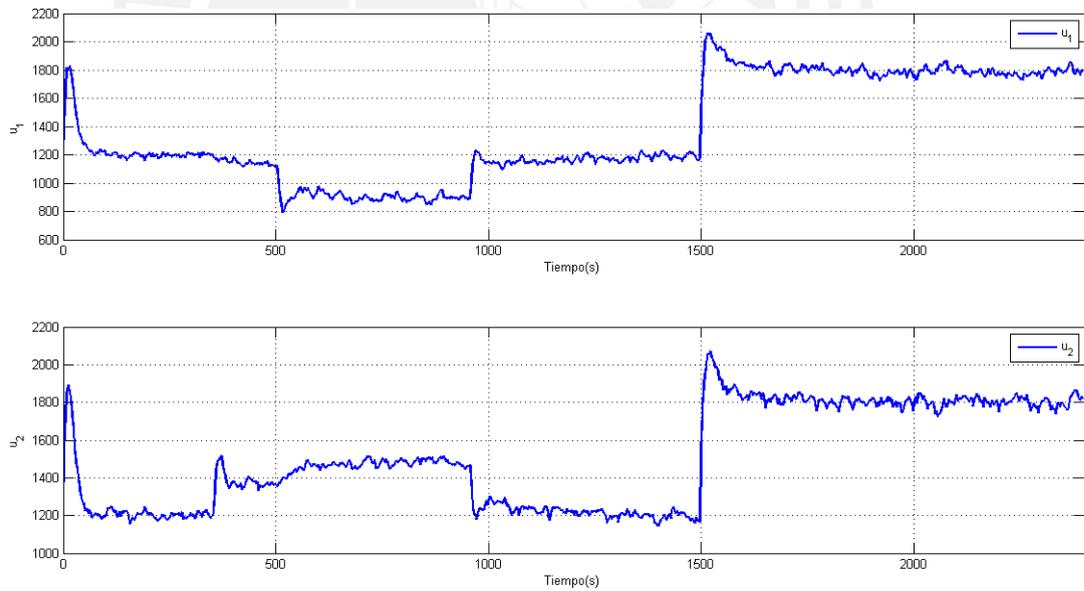


Figura 3.17: Variables de control para $r_w = 0.001$

Tabla 3.6: Criterios de desempeño para $r_w = 0.001$

Criterio	Valor
Sobrepico promedio	3.6%
Tiempo de establecimiento	32s
IAE $y1$	307.31
IAE $y2$	311.38
ISE $y1$	2474.51
ISE $y2$	2442.24
Máximo tiempo de ejecución	3.1ms
Mínimo tiempo de ejecución	41us
Tiempo de ejecución promedio	51us

Podemos concluir que con $r_w = 0.001$ se reduce significativamente el tiempo de establecimiento sin llegar a saturar las variables de control, mientras que los valores ISE, IAE y Sobrepico no tienen grandes variaciones.

Cabe mencionar que los valores tomados de sobrepico y tiempo de establecimiento se enfocan en la primera estabilización de las variables de proceso.

3.4.5. Pruebas adicionales de funcionamiento

Visto el desempeño del controlador DMPC MIMO en el apartado 3.4.4. se ve conveniente evaluar el funcionamiento del controlador frente a situaciones y casos particulares con la sintonización que mejor resultado dio en la sección 3.4.4. $r_w = 0.001$.

3.4.5.1. Set Point fuera del punto de linealización

Se considera importante mostrar el funcionamiento del controlador utilizando set point alejado del punto de linealización.

Para la siguiente simulación se considera la variación del set point 50% por encima y por debajo del punto de linealización como se muestra en la Figura 3.18.

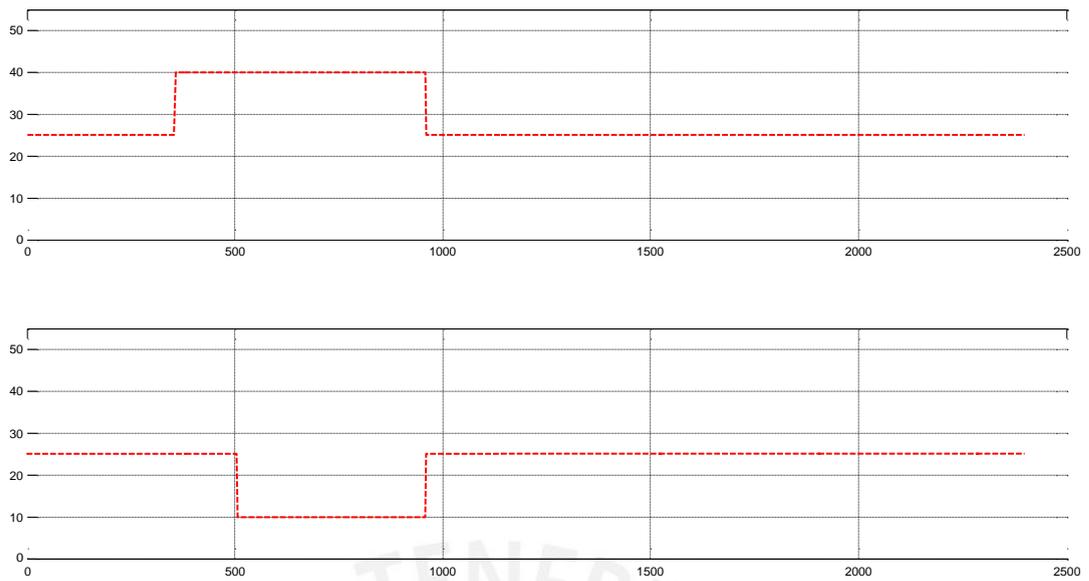


Figura 3.18: Señales de set point alejados del punto de linealización

Además cabe mencionar que se mantienen las perturbaciones utilizadas en la sección 3.4.4.

La respuesta del sistema se muestra en la Figura 3.19, la variable de control se muestra en la Figura 3.20. Los criterios de desempeño se muestran en la Tabla 3.7.

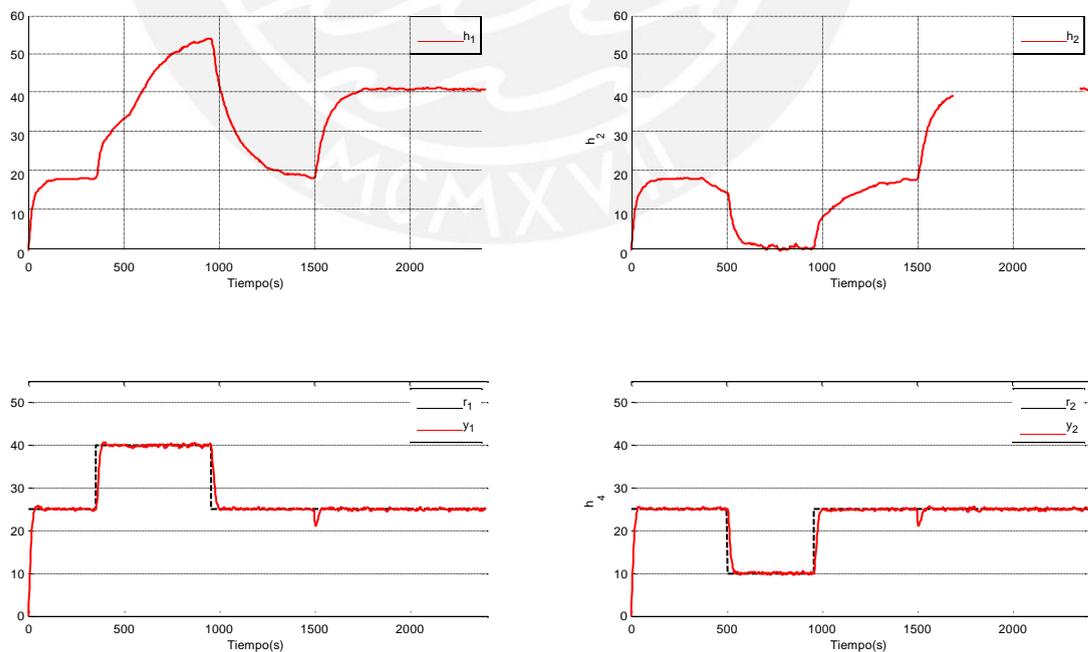


Figura 3.19: Respuesta del sistema para set point alejados del punto de linealización

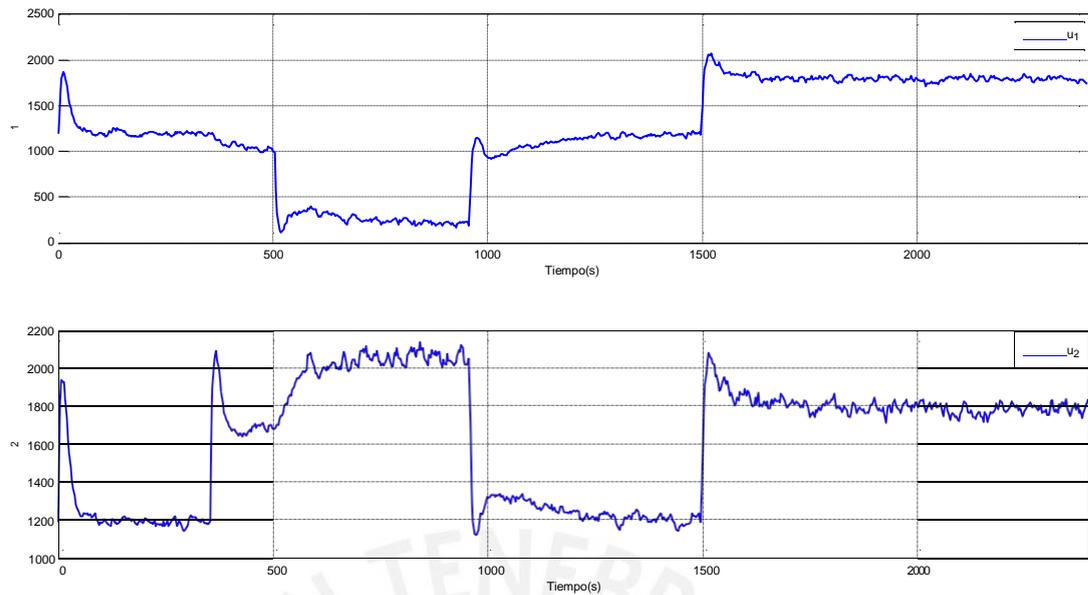


Figura 3.20: Variables de control para set point alejados del punto de linealización

Tabla 3.7: Criterios de desempeño para set point alejados del punto de linealización

Criterio	Valor
Sobrepico promedio	3.3%
Tiempo de establecimiento	30s
IAE $y1$	427.29
IAE $y2$	417.12
ISE $y1$	3825
ISE $y2$	3714.32
Máximo tiempo de ejecución	2.78ms
Mínimo tiempo de ejecución	39us
Tiempo de ejecución promedio	49us

Podemos observar en la Tabla 3.7 que los valores de desempeño no cambian significativamente, sin embargo, de las gráficas de resultados se puede observar que no se alcanza la estabilidad en los tanques superiores, el tiempo de establecimiento para esos tanques si varía, por lo tanto el funcionamiento del controlador empieza a desmejorar, también habrá que tomar en cuenta la capacidad física de la planta para evitar un posible derrame de los tanques superiores en una prueba con la planta piloto real. Asimismo, en las gráficas de las señales de control se puede observar mayores oscilaciones y esfuerzo de parte de las bombas que generan el flujo hacia los tanques.

3.4.5.2. Fallas en sensores

En esta sección se analiza el comportamiento del sistema como respuesta al controlador cuando existen fallas en los sensores, se simula una medición nula del

sensor para los 4 tanques a partir del segundo 1200, en cada caso se toma el mismo set point, mostrado en la Figura 3.21, y cabe mencionar que no se toma en cuenta ninguna perturbación externa pues el objetivo de este apartado es mostrar el desempeño del controlador frente a fallas en los sensores.

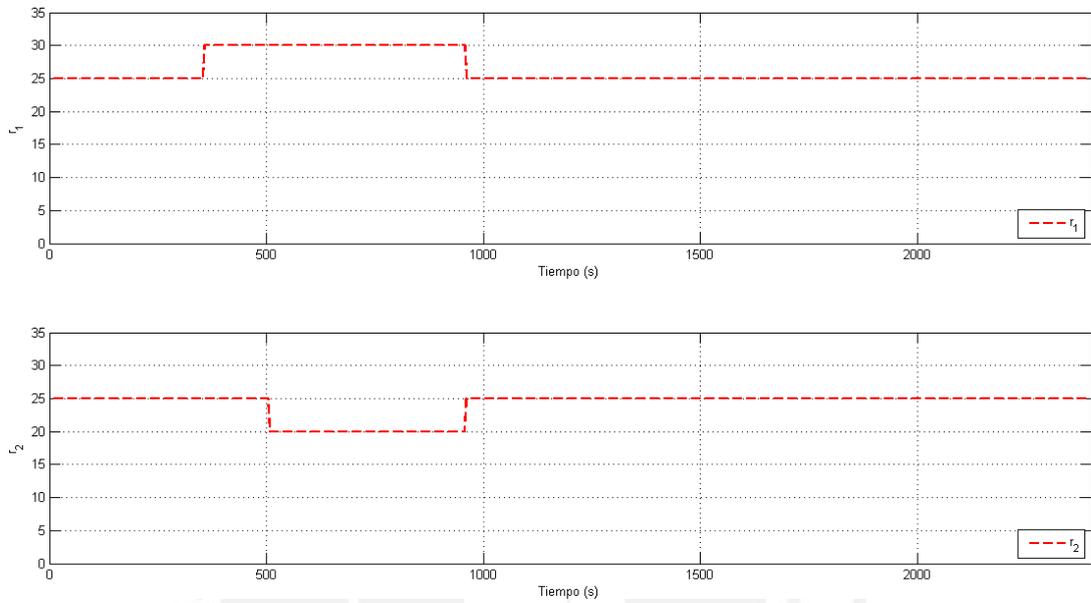


Figura 3.21: Señales de set point para prueba de falla en sensores

Falla sensor h1:

Se muestra en la Figura 3.22 la respuesta del sistema frente a la falla del sensor h1 y en la Figura 3.23 se muestra las señales de control generadas por el controlador.

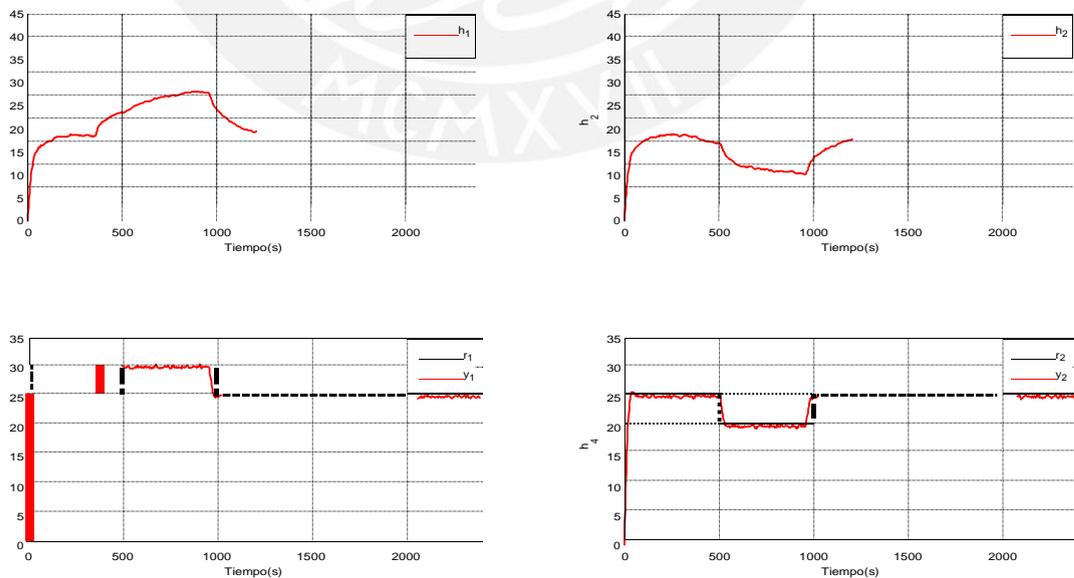


Figura 3.22: Respuesta del sistema para prueba de falla en sensor h1

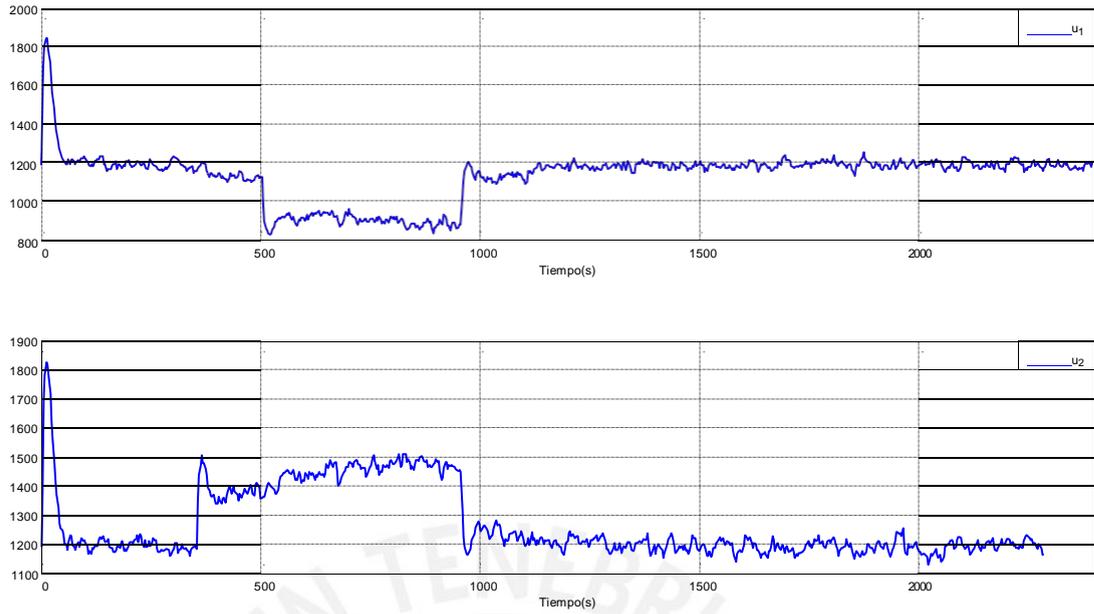


Figura 3.23: Variables de control para prueba de falla en sensor h1

Falla sensor h2:

Se muestra en la Figura 3.24 la respuesta del sistema frente a la falla del sensor h2 y en la Figura 3.25 se muestra las señales de control generadas por el controlador.

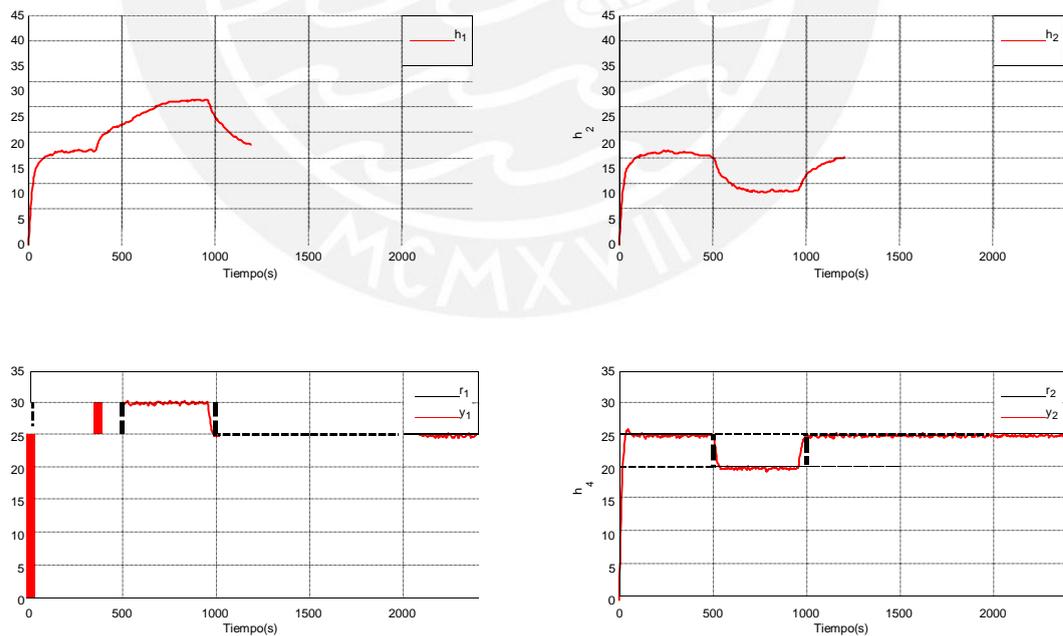


Figura 3.24: Respuesta del sistema para prueba de falla en sensor h2

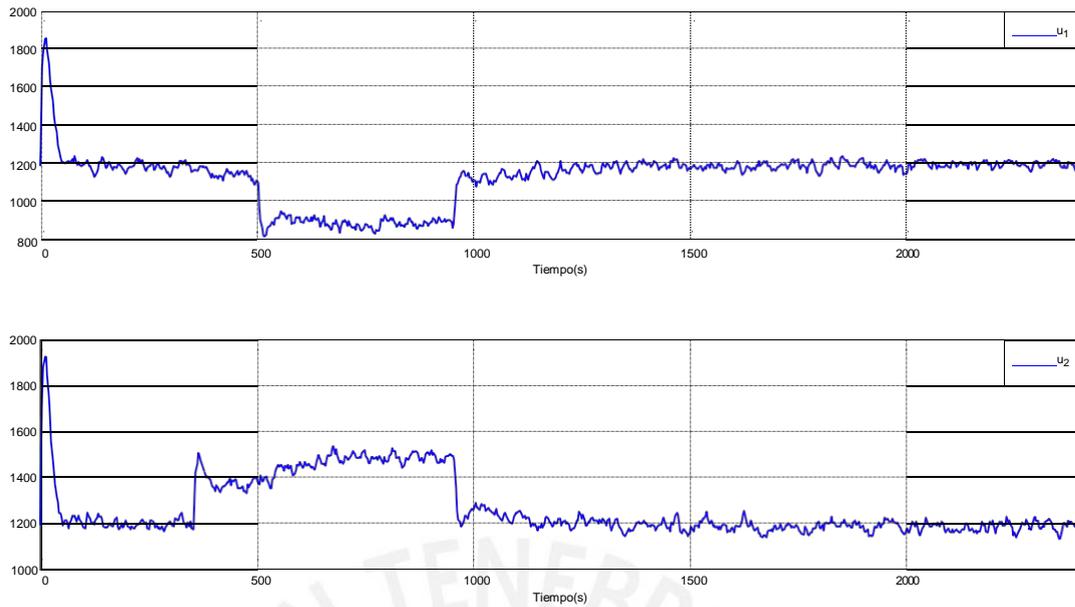


Figura 3.25: Variables de control para prueba de falla en sensor h2

Falla sensor h3:

Se muestra en la Figura 3.26 la respuesta del sistema frente a la falla del sensor h3 y en la Figura 3.27 se muestra las señales de control generadas por el controlador.

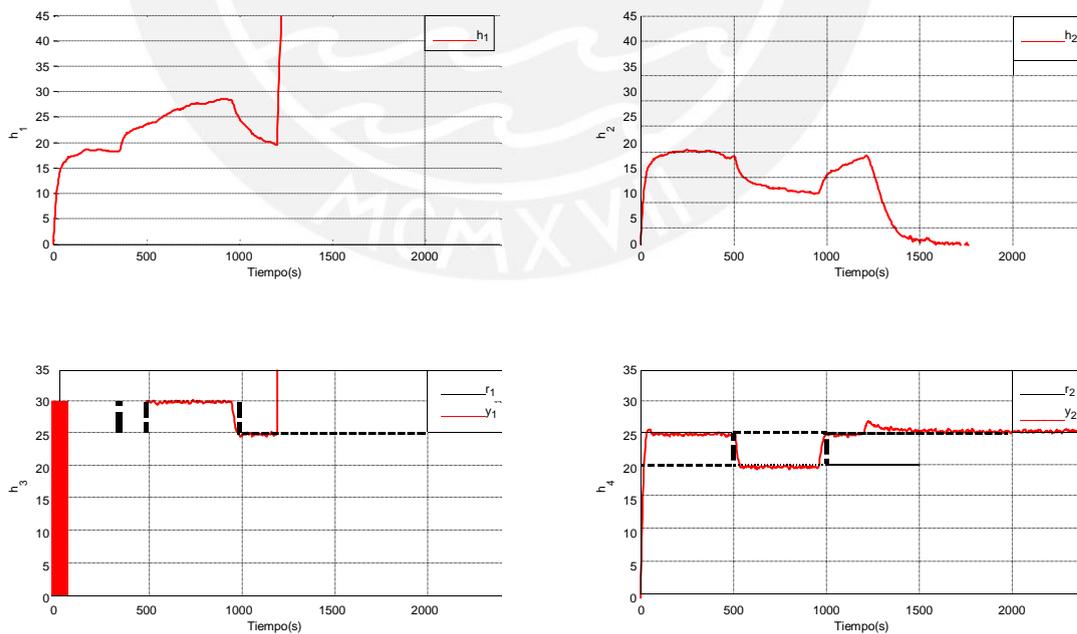


Figura 3.26: Respuesta del sistema para prueba de falla en sensor h3

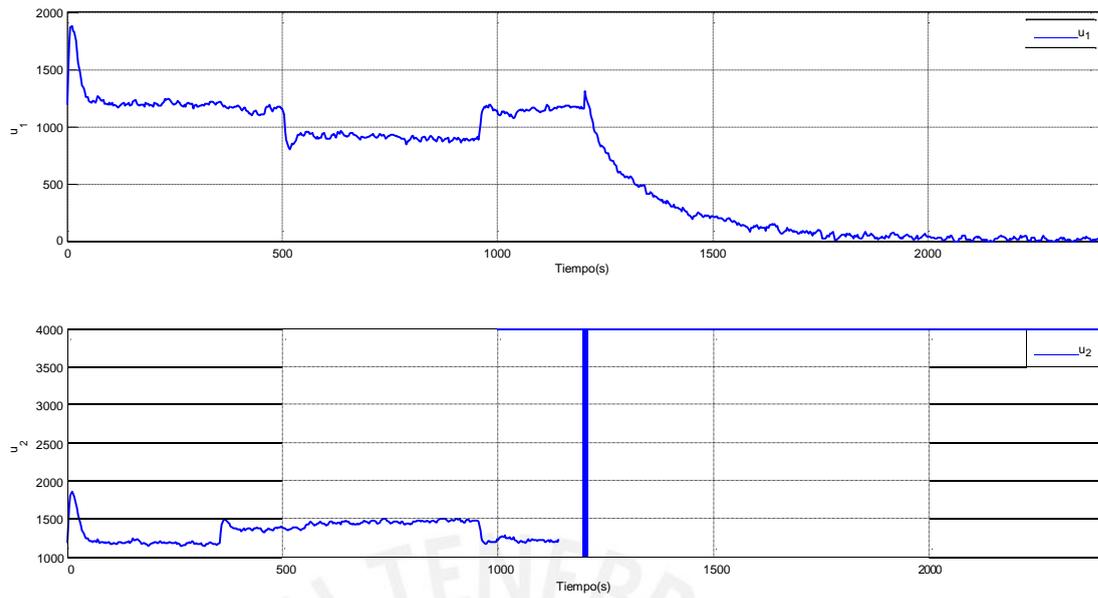


Figura 3.27: Variables de control para prueba de falla en sensor h3

Falla en sensor h4:

Se muestra en la Figura 3.28 la respuesta del sistema frente a la falla del sensor h4 y en la Figura 3.29 se muestra las señales de control generadas por el controlador.

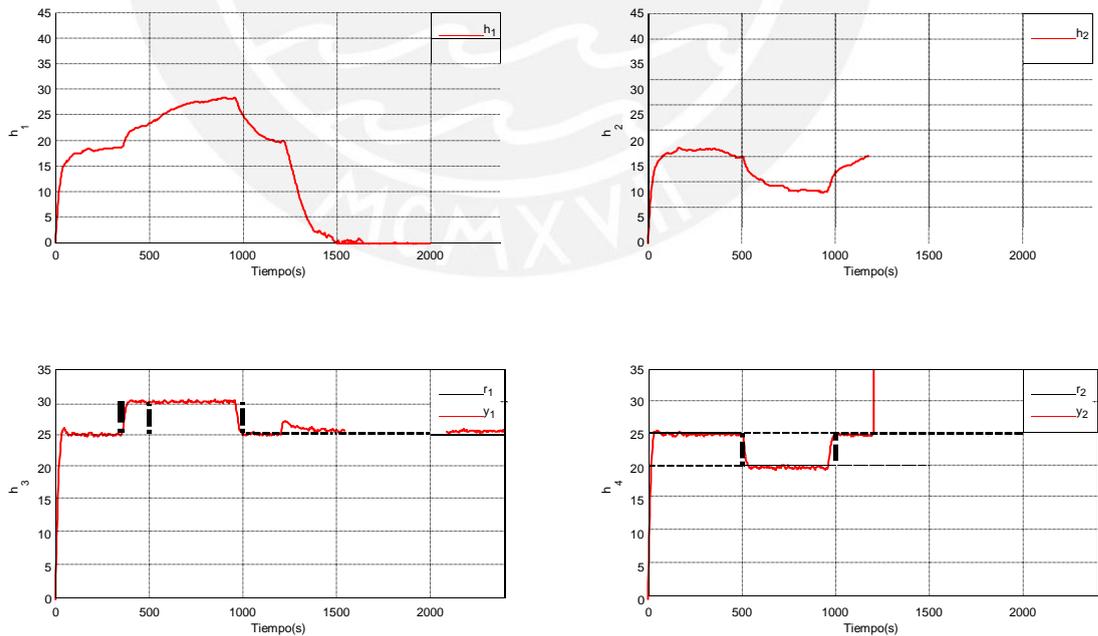


Figura 3.28: Respuesta del sistema para prueba de falla en sensor h4

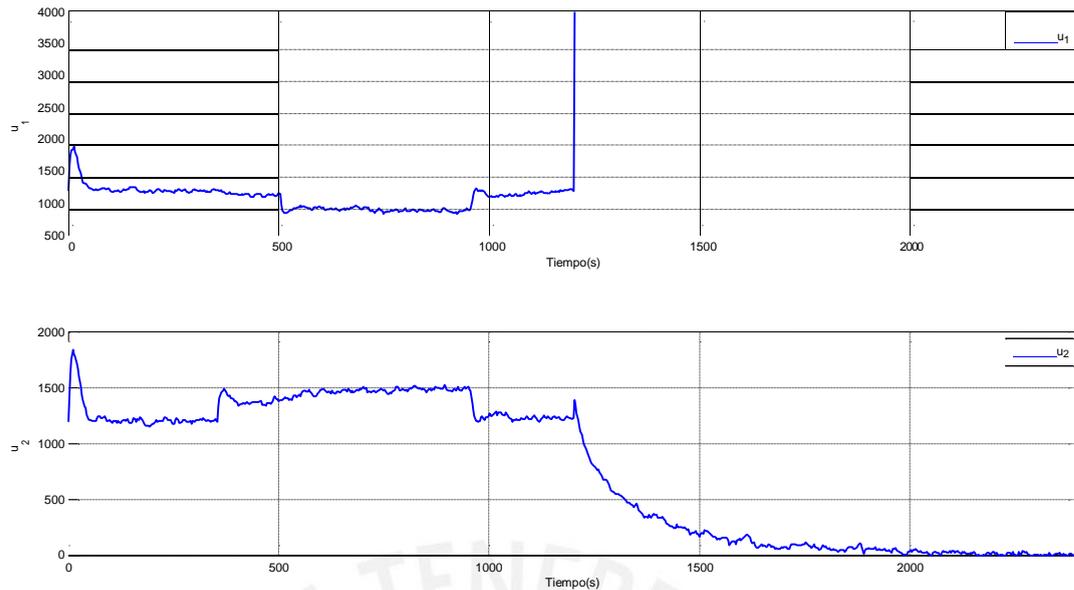


Figura 3.29: Variables de control para prueba de falla en sensor h4

En esta sección se analiza la respuesta del sistema de control frente a fallos en sensores. Como se observa a pesar de que el controlador responde manteniendo la estabilidad frente a fallos en los sensores h1 y h2, en los casos de fallo en los sensores h3 y h4 que son las variables de salida del sistema, el comportamiento se torna inestable y no hay control de las variables de proceso. Esto se debe a que el sistema no contempla ningún bloque o módulo de diagnóstico de fallos ni un observador, lo que representa una limitación del controlador en cuestión, sin embargo, el presente trabajo puede tomarse como punto de partida para el diseño de un sistema de control a prueba de fallos en un trabajo posterior.

3.5. Comparación de los sistemas de control desarrollados

A continuación, se muestra la tabla comparativa de ambas simulaciones para los mejores resultados obtenidos de cada algoritmo:

- Control DMC MIMO sintonizado con: $T_s = 3, N_p = 20, N_c = 5, \lambda = 0.01$.
- Control DMPC MIMO sintonizado con: $T_s = 3, N_p = 20, N_c = 5, r_w = 0.01$.

En la Tabla 3.8. se muestra el resumen

Tabla 3.8: Comparación de criterios de desempeño

Criterio	Valor	
	DMC MIMO	DMPC MIMO
Sobrepico promedio	16%	3.6%
Tiempo de establecimiento	105s	32s
IAE <i>y1</i>	485.47	307.31
IAE <i>y2</i>	474.61	311.38
ISE <i>y1</i>	2548.35	2474.51
ISE <i>y2</i>	2445.10	2442.24
Máximo tiempo de ejecución	10.13ms	3.1ms
Mínimo tiempo de ejecución	2.27ms	41us
Tiempo de ejecución promedio	2.60ms	51us

Se concluye que el algoritmo DMPC MIMO tiene un mejor desempeño en todos los criterios aplicados: el desempeño muestra 12.4% menos sobrepico, su tiempo de establecimiento es el 30.47% del tiempo de establecimiento del DMC MIMO, menor valor en los parámetros IAE, ISE para ambas salidas y lo más resaltante es la diferencia del tiempo de ejecución de ambos algoritmos, lo que significa que el costo computacional de ejecución del algoritmo DMPC MIMO es menor, en concreto, el tiempo promedio de ejecución del algoritmo DMPC MIMO es el 1.96% del tiempo promedio de ejecución del algoritmo DMC MIMO.

Escogemos así, el algoritmo DMPC MIMO para ser llevarlo a implementación en un equipo industrial convencional.

3.6. Conclusiones del capítulo

En el presente capítulo se diseñó dos sistemas de control avanzado predictivo basados en diferentes algoritmos de control multivariable. También, se comparó los sistemas de control diseñados bajo criterios estándar de desempeño para determinar la técnica de control que se llevara a implementación.

Se escogió el algoritmo DMPC MIMO para ser llevarlo a implementación al presentar mejores valores de desempeño frente al algoritmo DMC MIMO.

CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE IMPLEMENTACION CON PLC PROGRAMADO EN LENGUAJE ESTRUCTURADO

4.1. Introducción

En el presente capítulo se desarrolla la propuesta de implementación del sistema de control avanzado DMPC que se diseñó en el capítulo anterior.

Para las pruebas experimentales con el controlador lógico programable (Programmable logic controller PLC), se tiene como planta experimental una PC con un programa hecho en Simulink que simula la planta real para la que se diseñó el sistema de control y que cuenta con tarjetas de adquisición de datos con entradas y salidas analógicas conectadas al PLC.

También se considera el desarrollo de una interfaz gráfica para un panel de interfaz humano-maquina (Human-Machine Interface HMI)

4.2. Programación del PLC basado en el sistema de control DMPC

El PLC que se usa en el presente trabajo es de la serie ControlLogix 5570, del fabricante Allen Bradley, las principales características de este controlador son:

- Admite redundancia y eliminación completas del controlador y desconexión y reconexión con la alimentación conectada (RIUP)
- Se comunica por medio de EtherNet/IP, ControlNet™, DeviceNet™, Data Highway Plus™, E/S remotas, SynchLink y redes de dispositivos y procesos de terceros
- Incluye una opción de fuente de alimentación eléctrica delgada 1756 para chasis estándar serie B y C y XT 1756, lo que ofrece una reducción del 29% en el ancho cuando el espacio es limitado.

El controlador cuenta con la unidad central de proceso (central processing unit CPU) 1756-L71, cuyas principales características son:

- Memoria interna disponible para usuario de 2MB
- Puerto USB
- Display alfa/numérico de 4 caracteres
- Rango de operación de 0°C a 60°C
- Soporta lenguajes de programación: Ladder, Texto estructurado, Diagramas de bloques de funciones, Grafico de funciones secuenciales.

De lo antes mencionado, cabe resaltar que el lenguaje de programación que se utiliza en el presente trabajo es Texto estructurado.

También cuenta con el módulo de entradas analógicas de voltaje/corriente no aislada 1756-IF8, cuyas características principales son:

- Soporta 3 tipos de cableado (método de cableado simple, método de cableado diferencia, método de cableado diferencial en modo de alta velocidad).
- Cuenta con un máximo de 8 entradas analógicas en modo de cableado simple y con 4 entradas analógicas en modo de cableado diferencial.
- Manejo de señales tanto de corriente como de voltaje.
- Selección de diferentes rangos de voltaje y de corriente para escalamiento interno.
- Escalamiento interno con offset.

Para el presente trabajo se utiliza el método de cableado diferencial, se utilizan señales de voltaje de 0VDC a 10VDC para el sensado las variables de proceso de la planta, se escoge este modo de cableado pues tiene una mayor resistencia al ruido.

En la figura 4.1 se muestra el método de cableado diferencial para las entradas analógicas del módulo 1756-IF8.

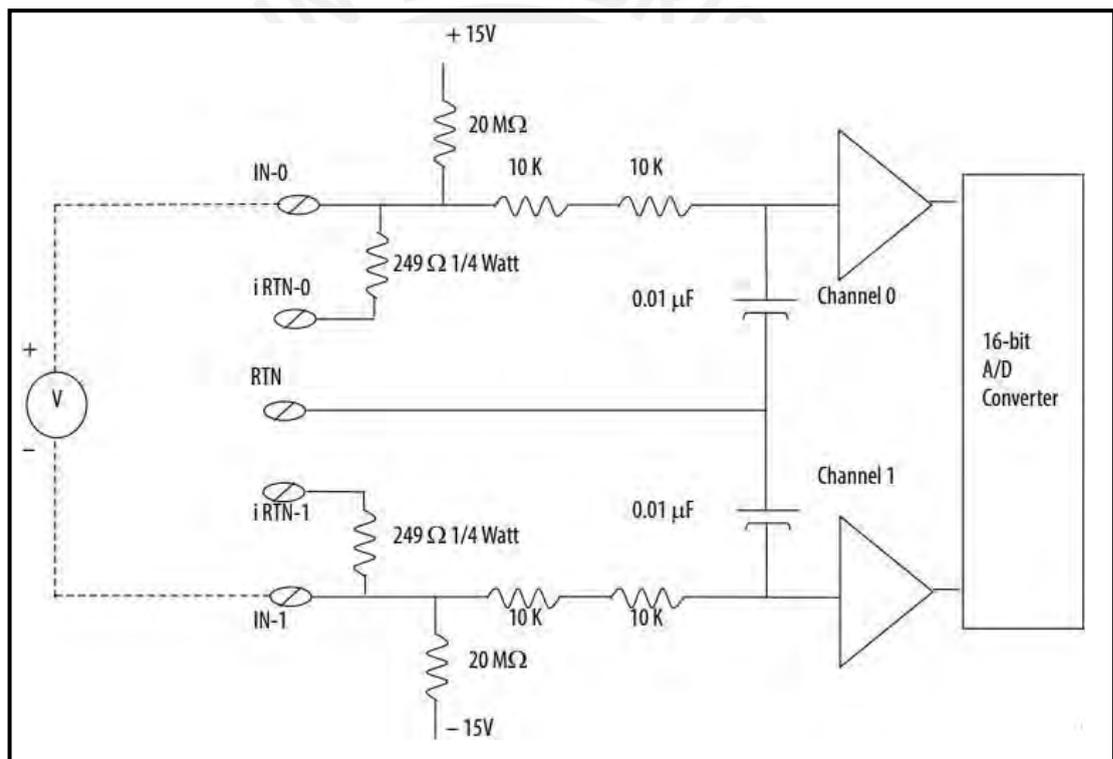


Figura 4.1: Cableado en modo diferencial para las entradas analógicas de voltaje del módulo 1756-IF8 (Manual del fabricante)

Para enviar las variables de control, el PLC cuenta con el módulo de salidas analógicas de voltaje/corriente no aisladas 1756-OF4 de salidas analógicas, cuyas características principales son:

- Cuenta con 4 salidas analógicas con libre selección de voltaje o corriente.

- Cuenta con pines separados para salidas de voltaje o corriente.
- Selección de diferentes rangos de voltaje y de corriente para escalamiento interno.
- Escalamiento interno con offset.

En el presenta trabajo se configuran las salidas analógicas en un rango de voltaje de 0VDC a 10VDC para enviar las variables de control a la planta.

En la figura 4.2 se muestra el cableado para las salidas analógicas en selección de voltaje para el módulo 1756-OF4.

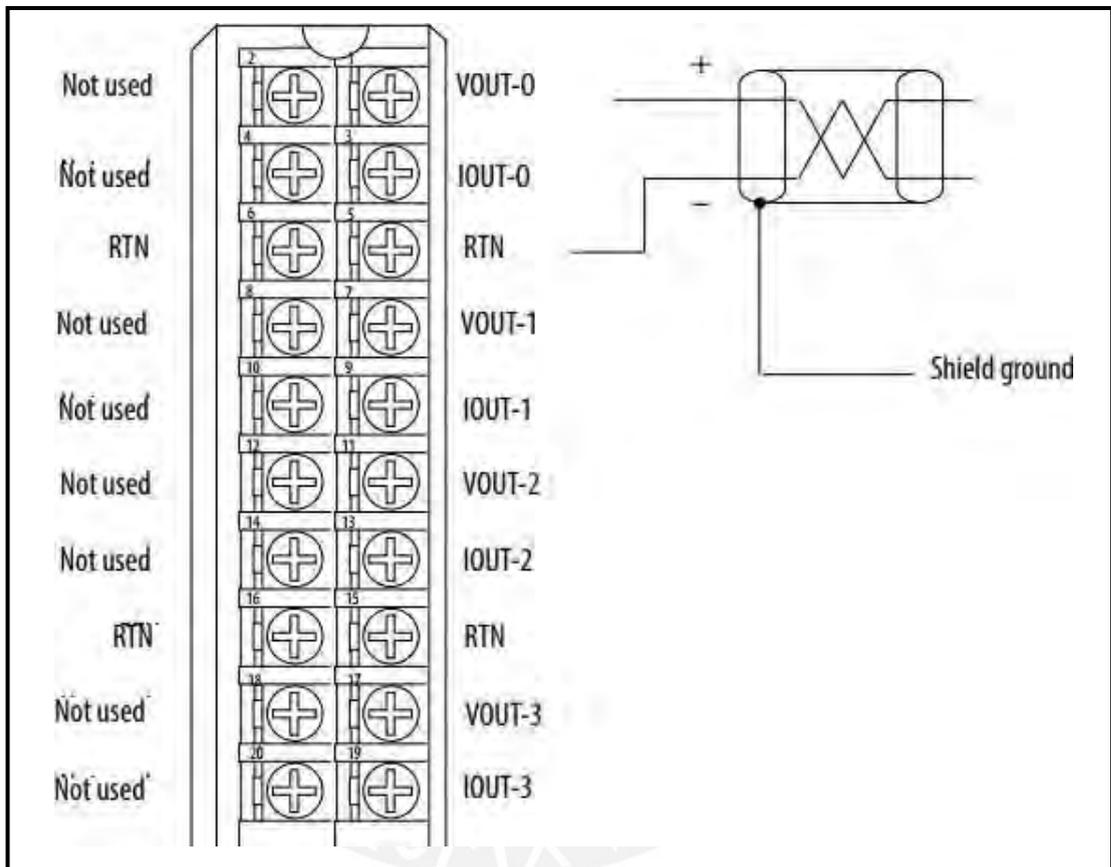


Figura 4.2: Cableado en selección de voltaje para las salidas analógicas del módulo 1756-OF4 (Manual del fabricante)

Para la comunicación con el software de programación, el controlador cuenta con el módulo 1756-EN2T para comunicación Ethernet.

Todo lo antes mencionado se encuentra en los manuales de usuario que provee el fabricante para cada uno de los módulos y elementos mencionados.

4.2.1. Programa en el PLC

Con el objetivo de desarrollar un programa didáctico y de sencilla comprensión se ha dividido el programa en el PLC en tres partes, que se describen a continuación:

- Tarea global en lenguaje Ladder: ésta es la tarea que se ejecuta desde el encendido del PLC, su objetivo principal es determinar cuál de las tareas programadas en lenguaje estructurado debe ejecutarse en ese ciclo de muestreo, si la tarea de inicialización o la tarea de control DMPC.
- Tarea de inicialización en lenguaje estructurado: esta tarea inicializa todas las variables que necesita la tarea de ejecución del control DMPC. En cada ciclo de muestreo actualiza las variables de condiciones iniciales midiendo las variables de proceso del sistema de control.
- Tarea de ejecución del control DMPC en lenguaje estructurado: esta tarea realiza la medición de las variables de proceso a través del módulo de entradas analógicas del PLC, para calcular las variables de control, las cuales son enviadas a la planta experimental a través del módulo de salidas analógicas del PLC.

El software que provee el fabricante para la programación del PLC es el entorno Studio 5000, en el Anexo A.3, se encuentran los códigos de las tareas mencionadas, a continuación se muestran los diagramas de flujo de las tareas que ejecuta el PLC.

En la Figura 4.3 se muestra el diagrama de flujo de la tarea global en lenguaje ladder:

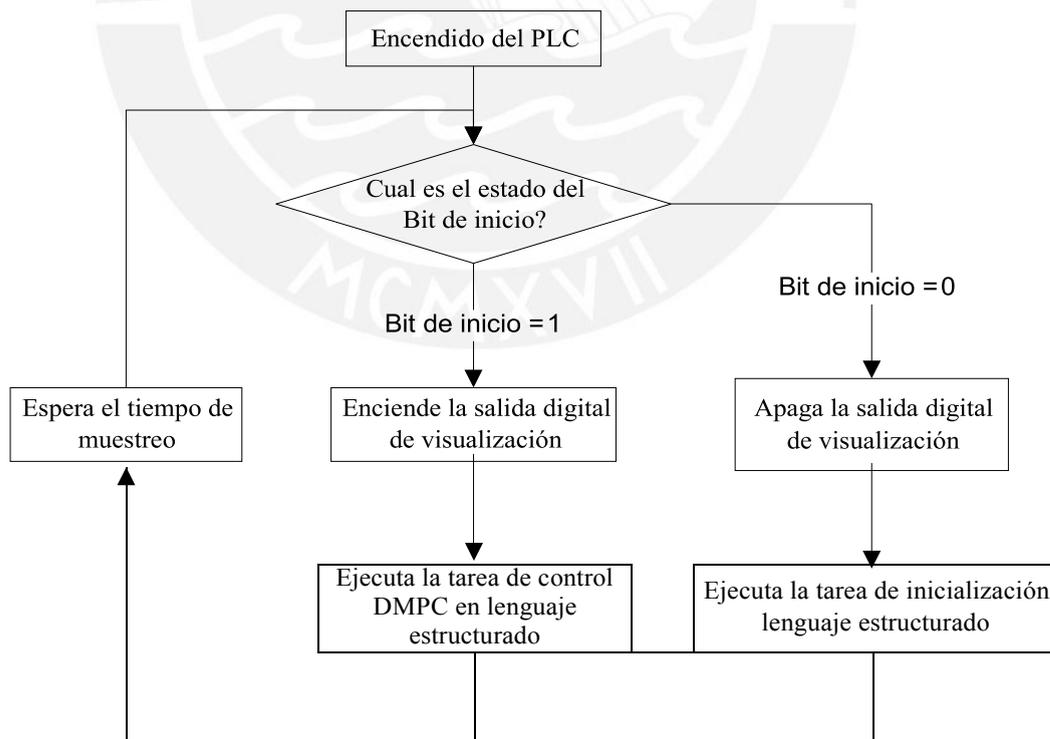


Figura 4.3: Diagrama de flujo de la tarea global en lenguaje Ladder

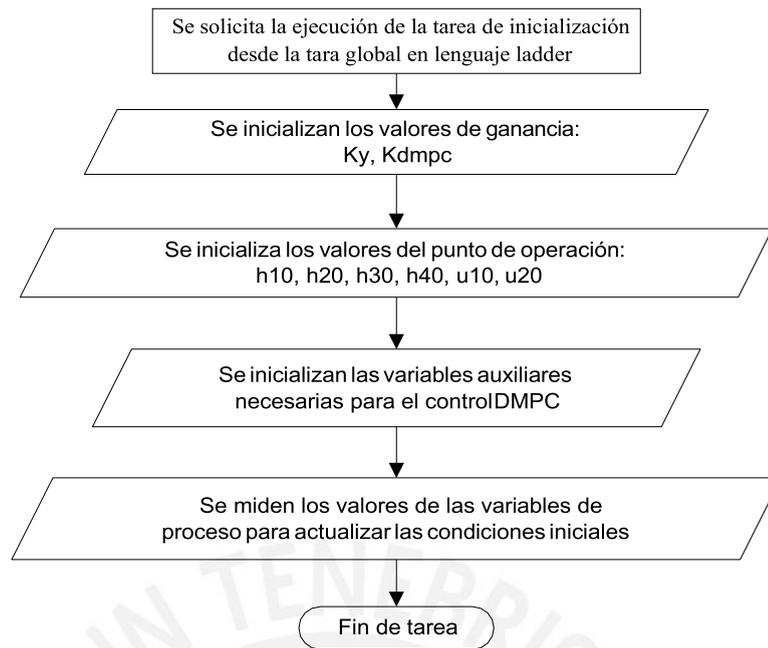


Figura 4.4: Diagrama de flujo de la tarea de inicialización en lenguaje estructurado

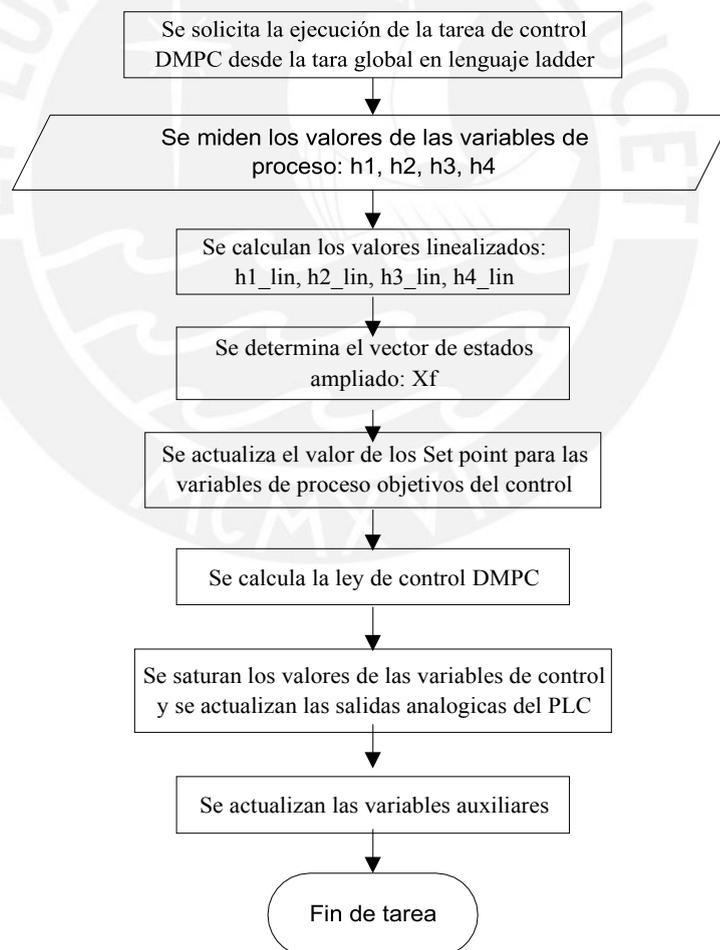


Figura 4.5: Diagrama de flujo de la tarea de ejecución del control DMPC en lenguaje estructurado

En la Figura 4.4 se muestra el diagrama de flujo de la tarea de inicialización en lenguaje estructurado.

En la Figura 4.5 se muestra el diagrama de flujo de la tarea de ejecución del control DMPC en lenguaje estructurado.

4.2.2. Procedimiento de implementación

Para fines didácticos, se incluye en este apartado un procedimiento práctico para la puesta en marcha del PLC con el programa descrito previamente.

- 1) Configurar el PLC para la correcta comunicación con el software de programación Studio5000, de utilizar la comunicación Ethernet se debe considerar el uso de la misma máscara de red tanto para el PLC como para la computadora.
- 2) Agregar a la configuración los módulos físicos con los que cuenta el PLC.
- 3) Programar en lenguaje ladder la rutina principal Main, se puede encontrar el detalle en el Anexo A.3.
- 4) Agregar las tareas Inicializacion y DMPC en lenguaje estructurado en el PLC, se puede encontrar el detalle del código en el Anexo A.3.
- 5) Identificar las salidas y entradas analógicas y digitales a usar, cablear correspondiente a los diagramas de la sección 4.2. se debe tener en cuenta los escalamientos correspondientes a las entradas y salidas y los límites de acción de los sensores y actuadores a utilizar los cuales se configuran dentro de los módulos agregados en el punto 2.
- 6) Identificar la entrada digital que ejecuta el algoritmo DMPC y arrancar la puesta en marcha del controlador.

4.3. Programa de simulación de la planta en Simulink

Con el objetivo de simular la planta piloto objeto de estudio del presente trabajo, se desarrolla un programa en Simulink que cumple esta tarea.

Para poder conectar el software Simulink con el PLC se cuenta con tarjetas de adquisición de datos NI PCI/PXI-6229 del fabricante National Instruments que cuentan con salidas y entradas analógicas que son conectadas directamente a los módulos 1756-IF8 y 1756-OF4 del PLC.

En la Figura 4.6 se muestra el diagrama de bloques que se realizó en Simulink:

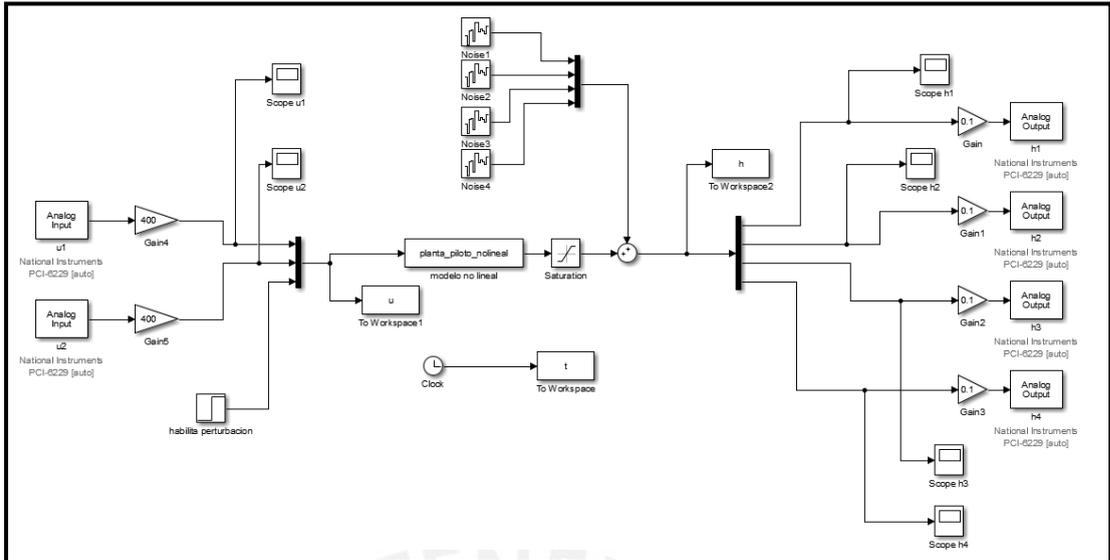


Figura 4.6: Programa en Simulink que simula la planta piloto de procesos hidráulicos

El código del bloque S-function “planta_piloto_no_lineal” se puede encontrar en el Anexo A.2.

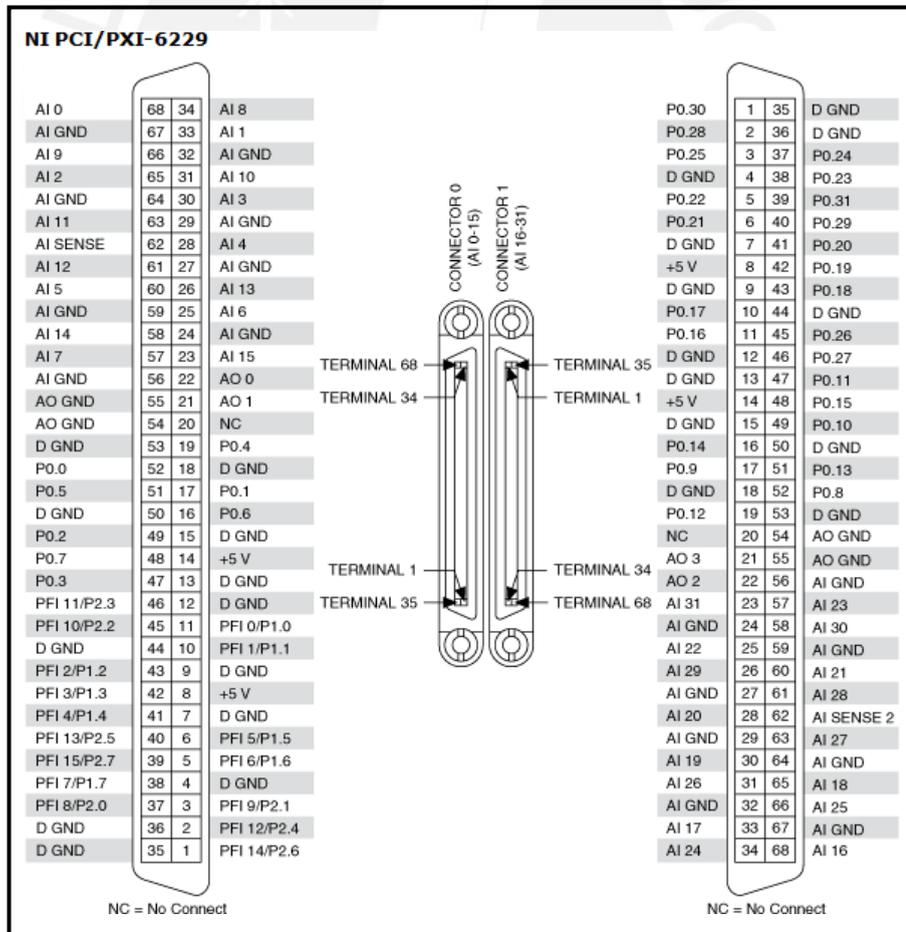


Figura 4.7: Borneras de las tarjetas de adquisición

Se observa que se ha agregado una entrada adicional al bloque para determinar en qué momento se introducen las perturbaciones al sistema y también se ha agregado ruido a las variables de proceso.

En la Figura 4.7. se muestran los pines correspondientes a las entradas y salidas analógicas que se usan en las tarjetas de adquisición.

4.4. Interfaz gráfica HMI

Se desarrolla una interfaz gráfica para el HMI PanelView 1500 del fabricante Allen Bradley cuyas características principales son:

- Cuenta con una pantalla táctil de 15”
- Cuenta con un puerto bus serie universal (USB) que cumplen con requerimientos para entornos de ubicaciones peligrosas
- Módulo lógico con alimentación de CA o CC
- Tarjeta CompactFlash interna con firmware o sistema operativo, memoria RAM(SO-DIMM)
- Cuenta con puerto de comunicación Ethernet
- Módulo de comunicación para protocolos de comunicación específicos

Para el desarrollo de la interfaz gráfica del sistema de control, se cuenta con el software de desarrollo Factory Talk, del fabricante Allen Bradley.

Con el objetivo de la correcta visualización de las variables de proceso y las variables de control, se divide la interfaz gráfica en dos pantallas.

- Pantalla de visualización de tanques: en esta pantalla se visualiza el diagrama esquemático de la planta piloto y se muestran las variables de proceso objetivos del control con sus respectivos Set point.
- Pantalla de visualización de variables de proceso y variables de control: en esta pantalla se visualizan todas las variables de proceso y también las variables de control asociadas al sistema de control.

En la Figura 4.8 se muestra la Pantalla de visualización de tanques:

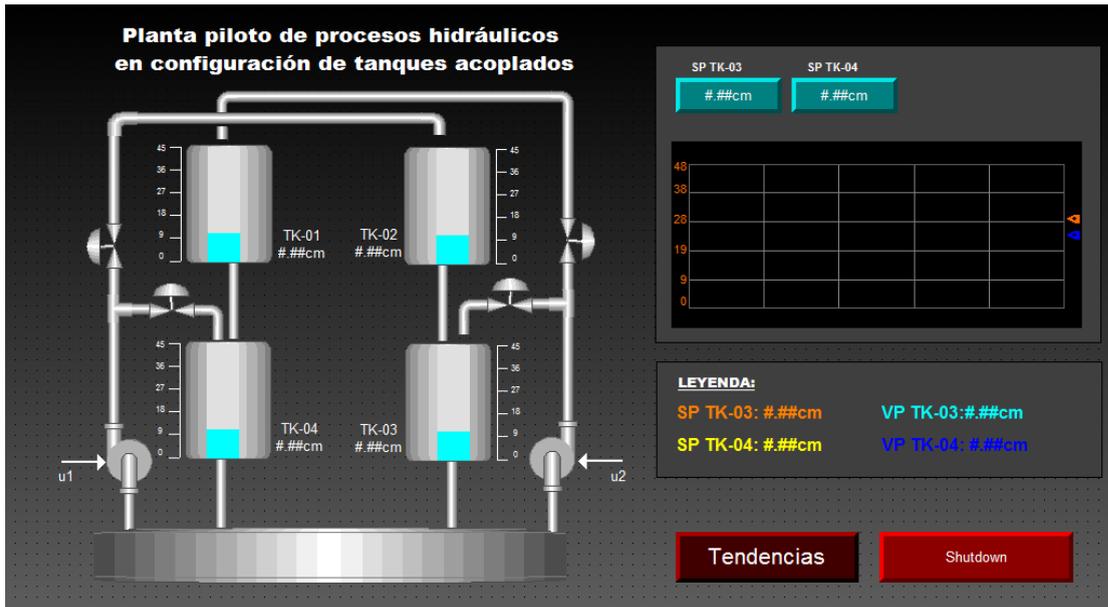


Figura 4.8: Interfaz gráfica: Pantalla de visualización de tanques

En la Figura 4.9 se muestra la pantalla de visualización de variables de proceso y variables de control.

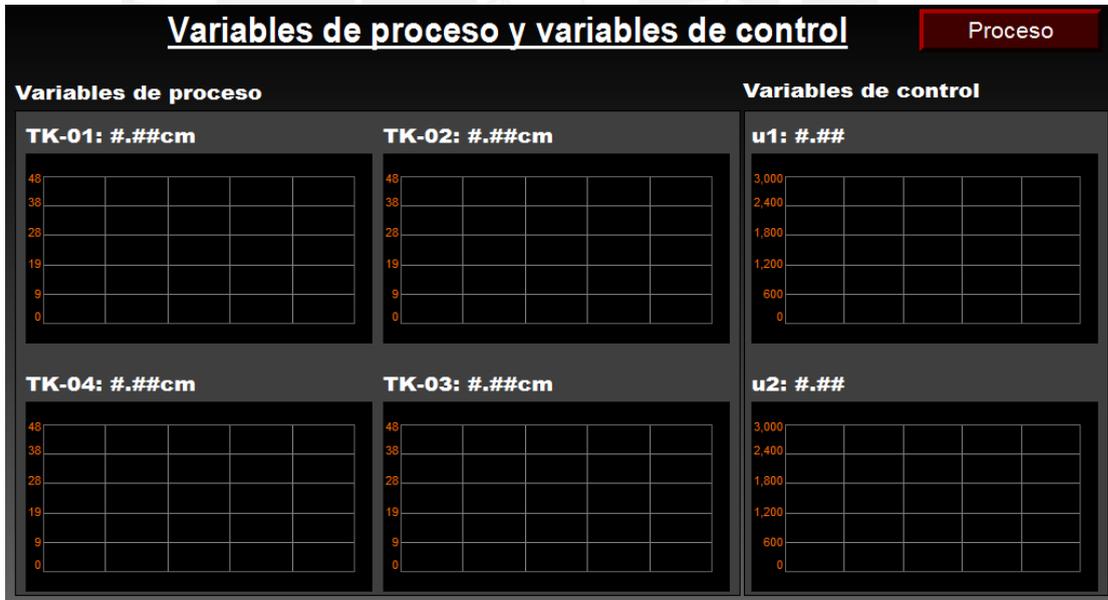


Figura 4.9: Interfaz gráfica: Pantalla de visualización de variables de proceso y variables de control

Se observa que se cuenta con la posibilidad de cambiar el set point desde la interfaz gráfica y se observan las variables de proceso y las variables de control en tiempo real.

4.5. Pruebas experimentales con software

En esta sección se realizan dos pruebas experimentales, la primera contempla la estabilización de las variables de proceso objetivo del control y el cambio de set point de ambas, replicando la señal de set point elaborada en las simulaciones del capítulo 3.

La segunda prueba experimental contempla la estabilización de las variables de proceso objetivo del control y se aplican perturbaciones que representan fugas en los tanques TK-03 y TK-04, cuyas alturas son los objetivos del control. Las perturbaciones representan un 50% de la fuga normal de los taques hacia el tanque de alimentación TK-05. Para mayor detalle ver la Figura 2.3.

4.5.1. Resultados

A continuación, se muestran las diversas pantallas que se han recopilado de las pruebas realizadas.

En las figuras 4.10 y 4.11, se muestra el correcto funcionamiento del Scada desarrollado en Factory Talk para las pruebas realizadas:

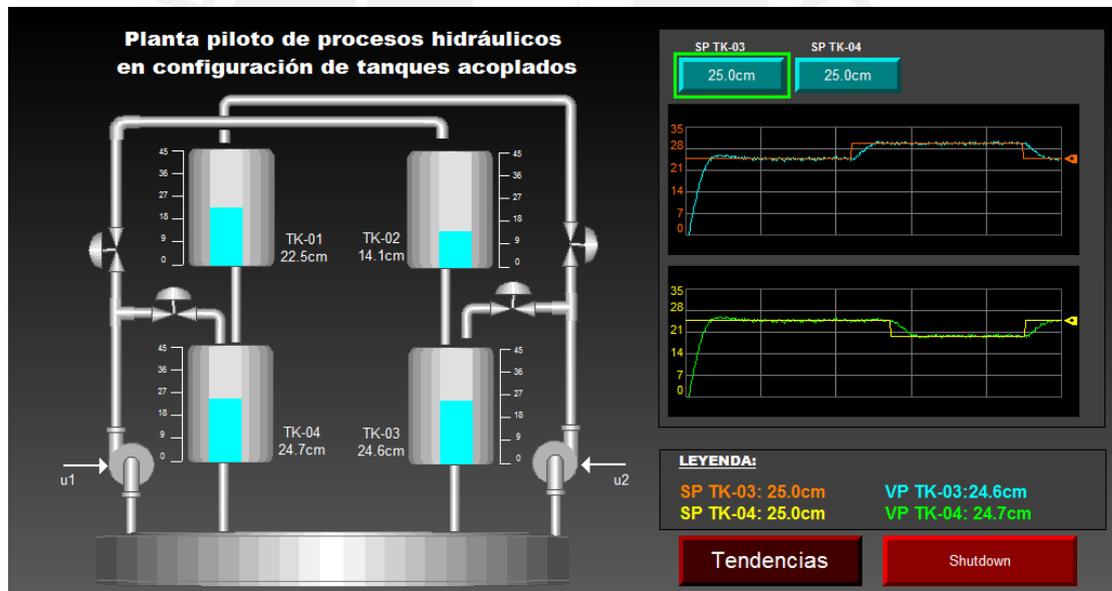


Figura 4.10: Pantalla de visualización de tanques

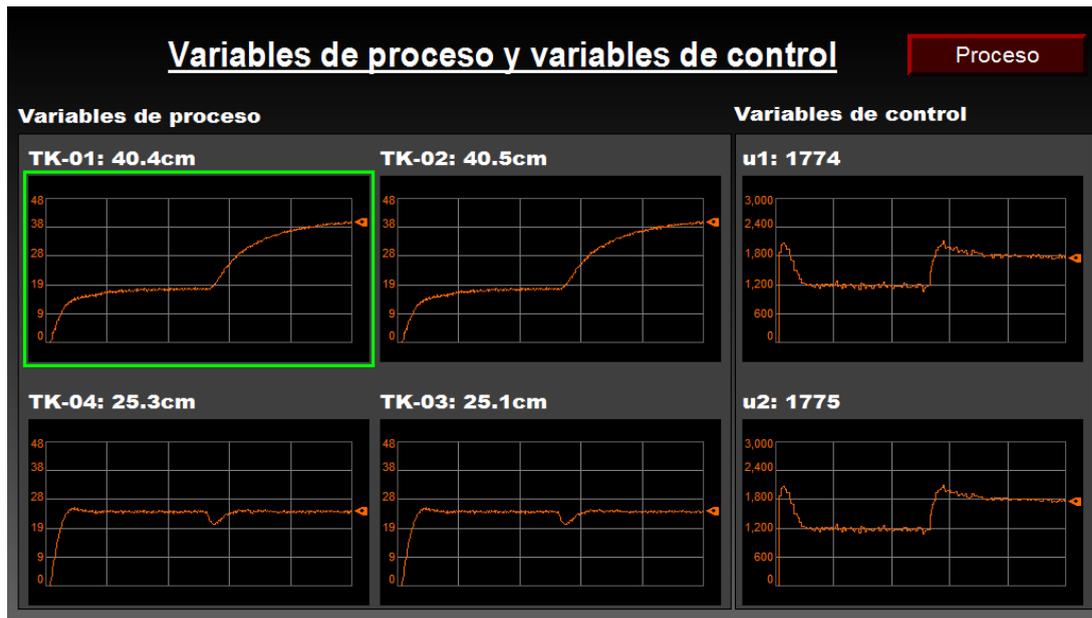


Figura 4.11: Pantalla de visualización de variables de proceso y variables de control

En la Figura 4.12 se muestra el software Studio 5000 en línea con el PLC, durante la prueba, se puede observar las gráficas de las variables de proceso y de los set point.

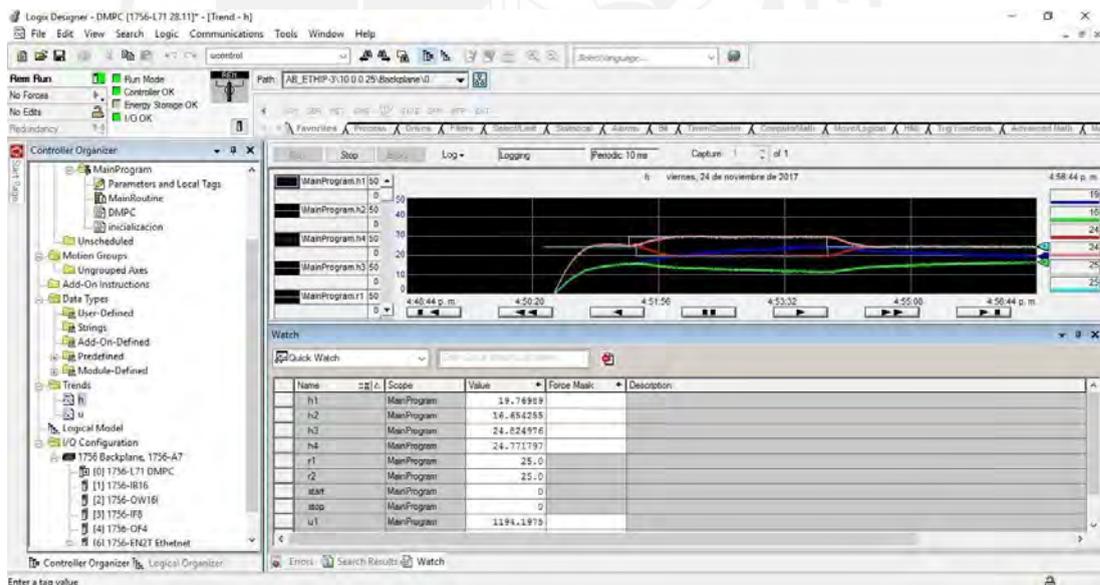


Figura 4.12: Studio 5000 en línea con el PLC

El programa que se realizó en Simulink, permite guardar los valores de las variables de proceso y variables de control de ambas pruebas en vectores de datos, lo que permite graficarlas de manera clara, como se muestra a continuación.

Para la primera prueba, en la Figura 4.13 se muestra las variables de proceso y en la Figura 4.14 se muestran las variables de control.

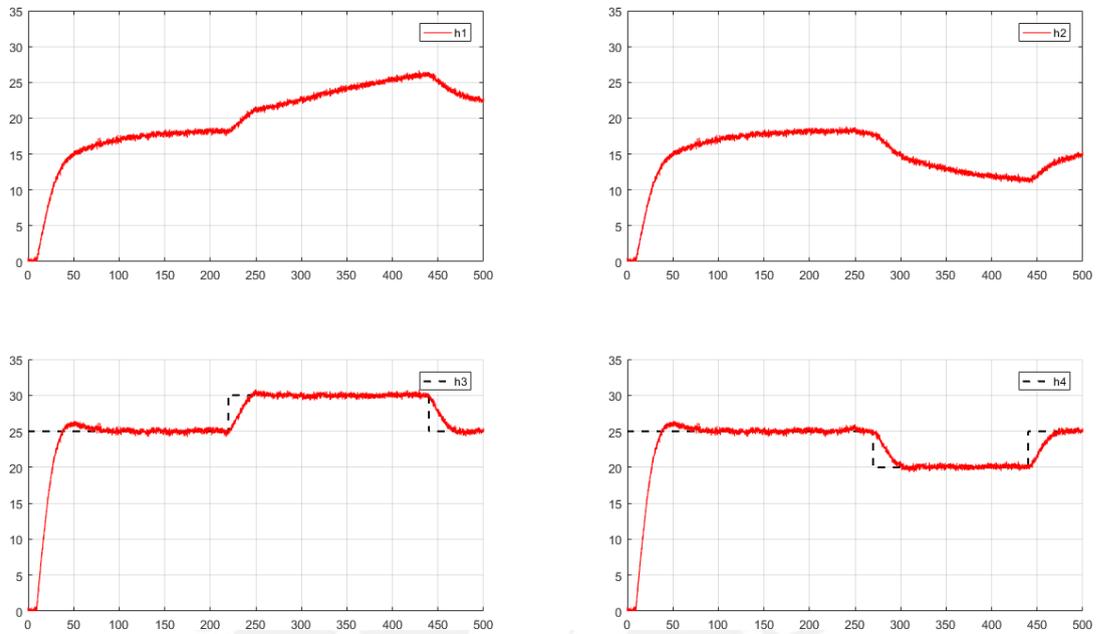


Figura 4.13: Variables de proceso, primera prueba

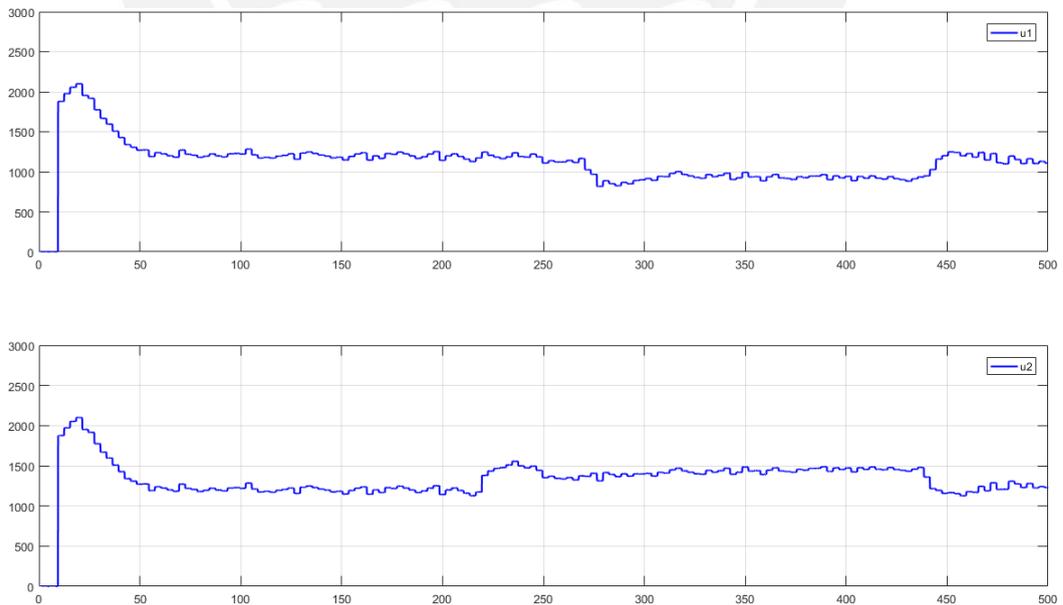


Figura 4.14: Variables de control, segunda prueba

Para la segunda prueba, en la Figura 4.15 se muestra las variables de proceso y en la Figura 4.16 se muestran las variables de control.

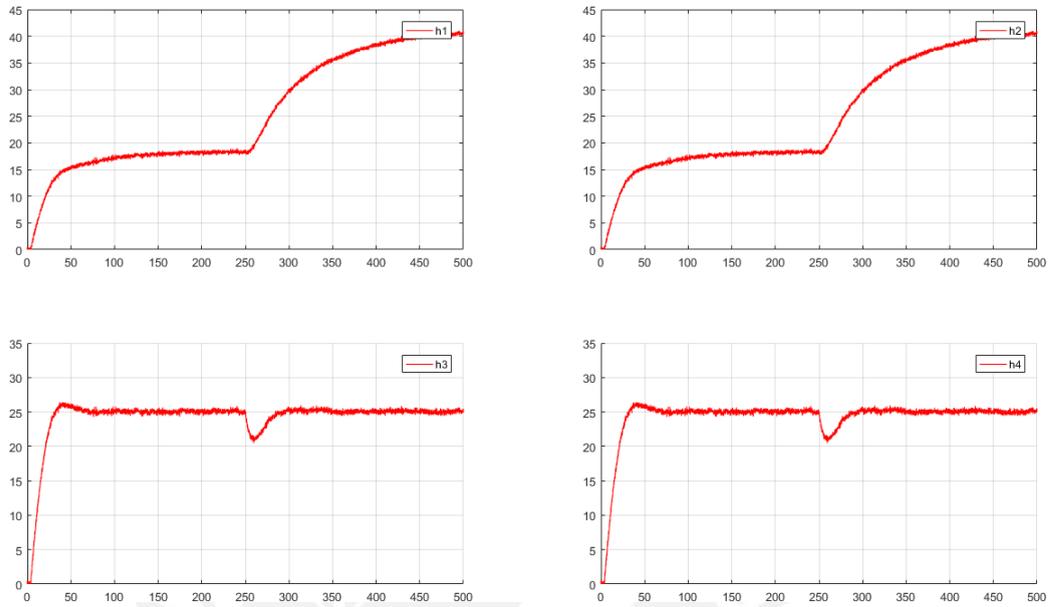


Figura 4.15: Variables de proceso, primera prueba

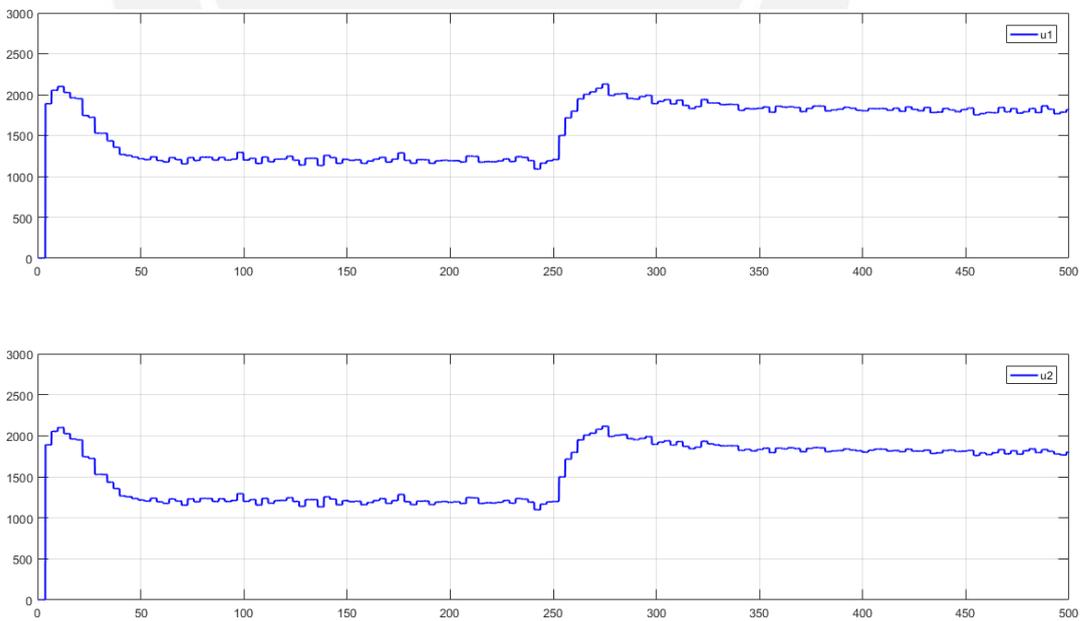


Figura 4.16: Variables de control, segunda prueba

En las Figuras 4.13, 4.14 se observa la respuesta del sistema de control frente a cambios en el set point en la vecindad de la linealización y en las Figuras 4.15, 4.16 se observa la respuesta del sistema de control frente a perturbaciones externas que representan un 50% de la fuga normal de los taques hacia el tanque de alimentación TK-05. Para mayor detalle ver la Figura 2.3.

Se puede concluir que el sistema de control responde de manera satisfactoria frente a los cambios de set point en la vecindad de linealización y frente a perturbaciones externas.

4.6. Conclusiones del capítulo

En el presente capítulo se desarrolló la programación del sistema de control diseñado en el capítulo 3 en equipos industriales comerciales.

Se desarrolló un programa que simula la planta en Simulink que se comunica con el PLC mediante tarjetas de adquisición de datos.

Se desarrolló una interfaz gráfica en el software Factory Talk para supervisión de datos de variables de control y variables de proceso del sistema de control.

Se desarrolló en lenguaje estructurado la ejecución del control predictivo DMPC y se describió el procedimiento para implementarlo.

Se validó el correcto funcionamiento del sistema de control con pruebas experimentales, para verificar la respuesta del sistema de control frente a cambios de set point en la vecindad de linealización y la respuesta del sistema de control frente a perturbaciones externas, obteniendo resultados satisfactorios.

CONCLUSIONES

Se estudió el estado del arte de la problemática de los sistemas hidráulicos interconectados acoplados con lo que se concluye utilizar como planta objeto de estudio el proceso hidráulico de cuatro tanques acoplados como problema de control a resolver pues ilustra de manera didáctica la problemática estudiada. Se estudió las diferentes técnicas de control clásico, control moderno y control avanzado que resuelven el problema de control de nivel multivariable del proceso hidráulico de cuatro tanques acoplados concluyendo que las técnica de control predictivo posee ventajas sobre las otras y se escogen los algoritmos DMC MIMO y DMPC MIMO para implementarlos y escoger uno para la propuesta de la solución.

Se obtuvo el modelo matemático no lineal que caracteriza el comportamiento dinámico de la planta piloto de procesos hidráulicos en configuración de tanques acoplados, obteniendo un modelo multivariable donde se tienen como variables de entrada el flujo generado por las bombas del proceso y como variables de salida los niveles en los tanques inferiores. Además se linealizó el modelo que se obtuvo y se analizó las condiciones de operación para el modelo linealizado. Con lo mencionado, se evalúa el porcentaje de adaptación del modelo linealizado con respecto al modelo no lineal de la planta objeto de estudio obteniendo un ajuste promedio de 80% con lo que se concluye que se tiene una aproximación aceptable con el modelo desarrollado.

Se diseñaron dos sistemas de control avanzado predictivo basados en modelo: DMC MIMO y DMPC MIMO y se compararon los sistemas de control diseñados bajo criterios estándar de desempeño para determinar la técnica de control con mejor desempeño. Con lo que se concluye que el algoritmo DMPC MIMO presenta mejores valores de desempeño frente al algoritmo DMC MIMO al mostrar 12.4% menos sobrepico; un tiempo de establecimiento que es el 30.47% del tiempo de establecimiento del DMC MIMO; menor valor en los parámetros IAE, ISE para ambas salidas y lo más resaltante es la diferencia del tiempo de ejecución de ambos algoritmos, lo que significa que el costo computacional de ejecución del algoritmo DMPC MIMO es menor, en concreto, el tiempo promedio de ejecución del algoritmo DMPC MIMO es el 1.96% del tiempo promedio de ejecución del algoritmo DMC MIMO.

Se desarrolló la programación del sistema de control DMPC MIMO mediante lenguaje estructurado con lo que se concluye que el controlador es implementable en equipos comerciales como el utilizado en el presente trabajo (ControlLogix 5570).

Se validó el correcto funcionamiento del sistema de control con pruebas experimentales, para verificar la respuesta del sistema de control frente a cambios de set point en la vecindad de linealización y la respuesta del sistema de control frente a perturbaciones externas, obteniendo un desempeño satisfactorio con lo que se

concluye que es posible mejorar el funcionamiento de la planta objeto de estudio mediante el uso de la técnica de control avanzada DMPC.



RECOMENDACIONES

Se recomienda utilizar el presente trabajo para el desarrollo de guías de laboratorio y material de estudio para el dictado de los cursos de control avanzado en los programas de maestría que convenga, para dicho fin este material explica y detalla de manera didáctica el funcionamiento de la planta piloto de sistemas hidráulicos ubicada en el Laboratorio de Control Avanzado del Departamento de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica del Perú en las secciones 2.2.2, 2.2.3. Además la sección 4.2.2 puede tomarse como base para el desarrollo de una guía de laboratorio para la puesta en marcha del algoritmo de control DMPC en el PLC ControlLogix5570 que está disponible en la estancia antes mencionada.

También se recomienda tomar el presente trabajo como material de punto de partida para el diseño e implementación de sistemas de control predictivo basado en modelos con diferentes variantes como el uso de observadores, ajustes en línea del modelo, y otras variantes que convenga al lector.

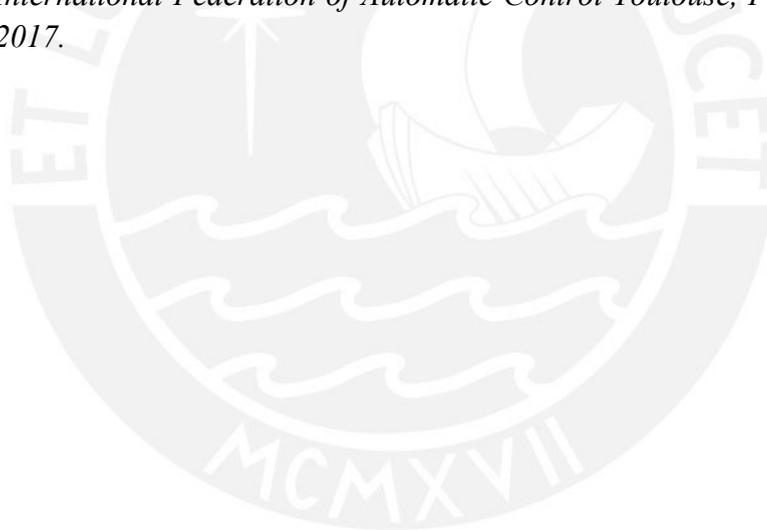
BIBLIOGRAFÍA

1. Albin, R. J. y Deepa, S. N. (2016). Modeling and Implementation of Various Controllers used for Quadruple- Tank, *2016 International Conference on Circuit, Power and Computing Technologies*
2. Anang y Hadisupadmo, S. y Leksono, E. (2016). Model Predictive Control Design and Performance Analysis of a Pasteurization Process Plant, *International Conference on Instrumentation, Control and Automation (ICA) Institut Teknologi Bandung (ITB), Bandung, Indonesia, August 29-31, 2016*
3. Bequette, B. W. (1998). *Process Dynamics: Modeling, Analysis and Simulation*. Prentice hall PTR Upper Saddle River, NJ.
4. Camacho, E. F. y Bordons, C. (2007), *Model Predictive Control*. Londres, Inglaterra: Editorial Springer.
5. Castelo, G y Garrido, J. (2017). AJUSTE, CONFIGURACIÓN Y CONTROL DE CUATRO TANQUES ACOPLADOS. Recuperado de <https://www.researchgate.net/>
6. Clarke, D. y Mohtadi, C. y Tuffs, P.. (1987). Generalized predictive control. part 1: The basic algorithm. part 2: Extensions and interpretations. *Automatica*, 23:137–160, 1987.
7. Corriou, JP. (2004). *Process Control*. Londres, Inglaterra: Editorial Springer.
8. Cutler, C. y Ramaker, B. (1980). Dynamic Matrix Control- a computer algorithm. *Proc. JACC, 1980*
9. Dai, L. y Ström, K. J. (1999), Dynamic matrix control of a quadruple tank process, *14th World Congress of IFAC*.
10. Davendra, D. y Zelinka, I. y Senkerik, R. (2010). Chaos driven evolutionary algorithms for the task of PID control. *Computers and Mathematics with Applications* 60 (2010) 1088-1104.
11. Deepa, T. y Lakshimi, P. y Vidya, S. (2011). Level Control of Quadruple tank process using Discrete time Model Predictive Control. *2011 3rd International Conference on Electronics Computer Technology*
12. Ekin, B. y Rutten, M. y Abraham, E. y Oude, G. y Delsman, J. (2017). Model Predictive Control of Salinity in a Polder Ditch Under High Saline Groundwater Exfiltration Conditions: A Test Case, *20th World Congress The International Federation of Automatic Control Toulouse, France, July 9-14, 2017*.
13. Hypiusová, M. y Rosinová, D. (2016). Robust Control of Quadruple-Tank Process via LMI, *Proceeding of the 28th International Conference, 2016 Cybernetics & Informatics (K&I)*.

14. I. Alvarado y D. Limon y D. Muñoz de la Peña y J.M. Maestre y M.A. Ridao y H. Scheu y W. Marquardt y R.R. Negenborn y B. De Schutter y F. Valencia y J. Espinosa. (2011). A comparative analysis of distributed MPC techniques applied to the HD-MPC four-tank benchmark, *Journal of Process Control*, vol. 21, no. 5, pp. 800-815, June 2011.
15. Jayaprakash, D. y Subha J. (2013). Comparison of Controller Performance for MIMO Process. *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, Volume 3, Issue 8, August 2013.
16. Johansson, K. H. (2000). The quadruple-tank process : A Multivariable Laboratory Process with an Adjustable Zero. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8:456–465, 2000.
17. Johansson, K. H. y Horch, A y Wijk, O. y Hansson, A. (1999) “Teaching Multivariable Control Using the Quadruple-Tank Process”, *38th Conference on Decision & Control*, pp 807-812.
18. Johansson, K. H. y Rocha, J. L. (1998). A MULTIVARIABLE LABORATORY PROCESS WITH AN ADJUSTABLE ZERO, *Proceedings of the American Control Conference, Philadelphia, Pennsylvania June 1998*
19. Kämpjärvi, P. y Jämsä-Jounela, S.-L. (2003), Level control strategies for flotation cells, *Minerals Engineering 16 (2003) 1061–1068*
20. Khorasgani, H. y Jung, D. y Biswas, G. (2015). Structural Approach for Distributed Fault Detection and Isolation. *9th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*
21. Ławryńczuk, M. (2014). *Computationally Efficient Model Predictive Control Algorithms*. Switzerland: Editorial Springer
22. Ljung, L. (1987), *Systems Identification*. New Jersey, USA: Editorial Prentice Hall.
23. Maciejowski, J. (2002). *Predictive Control with Constraints*. Editorial Pearson, 2002.
24. Maxim, A. y Ionescu, C. M. y Copot, C. y Lazar, C. (2013). Multivariable Model-Based Control Strategies for Level Control in a Quadruple Tank Process. *2013 17th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*.
25. Mercangoz, M. y Doyle III, F. J. (2007). Distributed model predictive control of an experimental four-tank system. *Journal of Process Control*, 17:297– 308, 2007.
26. Morari, M. y Lee, J. (1999). Model predictive control- past, present and future. *Computers and Chemical Engineering 23*, 667–682 (1999)

27. Muske, K. y Rawlings, J. (1993). Linear model predictive control of unstable processes. *Journal of Process Control*, 3, 1993
28. Ogata, K. (2010). *Ingeniería de control moderna*. España, Madrid: Editorial Pearson Educación.
29. Pan, H. y Wong, H. y Kapila, V. y, De Queiroz, M. S. (2003), Experimental validation of a nonlinear backstepping liquid level controller for a state coupled two tank system, *Control Eng Practice* 2005;13:27–40.
30. Perez, C. y Trave-Massuyes, L. y Chanthery, E. y Sotomayor, J. (2016). Fault-Driven Minimal Structurally Overdetermined Set in a Distributed Context. *The 27th International Workshop on Principles of Diagnosis: DX- 2016 Denver, Colorado, October 4-7, 2016*.
31. Pontificia Universidad Católica del Perú (2017). Manual de uso de la planta piloto de sistemas hidráulicos
32. Qin N. y Fang, Y. y Ren, X. y Wu, Y. (2015). Varying-Gain Modeling and Advanced DMPC Control of an AFM System. *IEEE Transactions on nanotechnology*, vol. 14, No. 1, January 2015.
33. Rawlings, J. (2000). Tutorial overview of model predictive control. *IEEE Control Systems Magazine*, 20:38–52, 2000.
34. Ricker, N. (1991). Model-predictive control: state of the art. *Proc. Fourth International Conference on Chemical Process Control, Padre Island, Texas, 271–296, 1991*
35. Rivas, R. y Sotomayor, J. y Perez, C. y Calderon, E. (2016). Design of a multivariable GPC based on an industrial PC for control of a reverse osmosis unit of a pharmaceutical industry. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 15 (1), pp. 259-273, 2016.
36. Rivas-Perez, R. y Sotomayor-Moriano, J. y Perez-Zuñiga, C. G. (2017). Adaptive Expert Generalized Predictive Multivariable Control of Seawater RO Desalination Plant for a Mineral Processing Facility, *20th World Congress The International Federation of Automatic Control Toulouse, France, July 9-14, 2017*
37. Shridhar, R. y Cooper, D. J. (1998). A tuning strategy for unconstrained multivariable modelpredictive control. *Industrial & engineering chemistry research* 37(10):4003–4016.
38. Smith, C. y Corripio, A. (1991). *Control automático de procesos. Teoría y práctica*, Ciudad de México, México: Editorial Limusa.

39. Sorcia, F. y Garcia, C. y Valencia, G y Guerrero, G. y Adam, M. y Escobar, R. (2015). Control Predictivo Distribuido Óptimo Aplicado al Control de Nivel de un Proceso de Cuatro Tanques Acoplados, *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 12 (2015) 365–375.
40. Vadigepalli, R. y Gatzke, E. y Doyle III, F. (2001). Robust Control of a Multivariable Experimental 4-Tank System, *Computers & Chemical Engineering*, 24:1503–1509.
41. Walker, S. S. W. y Lombardi, W. y Lesecq, S. y Roshany-Yamchi, S. (2017). Application of Distributed Model Predictive Approaches to Temperature and CO₂ Concentration Control in Buildings, *20th World Congress The International Federation of Automatic Control Toulouse, France, July 9-14, 2017*.
42. Wang, L. (2009). *Model Predictive Control System Design and Implementation using MATLAB*. Londres, Inglaterra: Editorial Springer.
43. Wang, Y. y Salvador, J. y Muñoz de la Peña, D. y Puig, V. y Cembrano, G. (2017). Periodic Nonlinear Economic Model Predictive Control with Changing Horizon for Water Distribution Networks, *20th World Congress The International Federation of Automatic Control Toulouse, France, July 9- 14, 2017*.



ANEXOS

Anexo A: Programas

A.1. MATLAB

simulacion_linealizacion.m

```
1  %%%
2  %%% Simulacion y comparacion del modelo linealizado
3  %%%
4
5  clc;clear all;close all;
6  %%% Parametro de simulacion
7  Ts = 1; % Tiempo de muestreo para simulacion
8  t_f = 2000; %tiempo de simulacion
9  %%% Parametros fisicos de la planta piloto
10 % area transversal de los tanques
11 A1 = 706.85; % cm^2
12 A2 = 706.85; % cm^2
13 A3 = 706.85; % cm^2
14 A4 = 706.85; % cm^2
15 % area de los orificios de salida de los tanques
16 a1 = 1.89; % cm^2
17 a2 = 1.89; % cm^2
18 a3 = 5.39; % cm^2
19 a4 = 5.39; % cm^2
20 % ganancia de los variadores de las bombas
21 k1 = 1; % cm^3/s
22 k2 = 1; % cm^3/s
23 % proporcion de las valvulas
24 y1 = 0.7;
```

```

25 y2 = 0.7;
26 % gravedad
27 g = 981; % cm/s^2
28
29 %%% Modelo linealizado
30
31 %%% Calculo del punto de operacion
32 % se define las alturas deseadas de los tanques inferiores
33 h30 = 25; %cm
34 h40 = 25; %cm
35
36 % calculo de las variables de entrada en el punto de operacion
37 % Ecuaciones (2.45) y (2.46)
38 M_A = [(1-y1)*k1 y2*k2
39         y1*k1 (1-y2)*k2];
40 M_B = [a3*sqrt(2*g*h30)
41         a4*sqrt(2*g*h40)];
42 u0 = inv(M_A)*M_B;
43 u10 = u0(1);
44 u20 = u0(2);
45 % calculo de las alturas del punto de operacion de los tanques
superiores:
46 % Ecuaciones (2.43) y (2.44)
47 h10 = ( (1-y2)*k2*u20/a1 )^2/(2*g);
48 h20 = ( (1-y1)*k1*u10/a2 )^2/(2*g);
49 % punto de operacion de las variables de salida
50 h0 = [h10; h20; h30; h40];
51 h_inic = h0; %condicion inicial que se usa en el bloque S-func
52         %planta_piloto_nolineal

```

```

53 dh_inic = h_inic-h0; %condicion inicial para el bloque en
    espacio de estados
54
55 %% Matrices linealizadas
56 % parametros de las matrices linealizadas
57 T1 = A1/a1*sqrt(2*h10/g);
58 T2 = A2/a2*sqrt(2*h20/g);
59 T3 = A3/a3*sqrt(2*h30/g);
60 T4 = A4/a4*sqrt(2*h40/g);
61 a11 = -1/T1;
62 a22 = -1/T2;
63 a32 = A2/A3/T2;
64 a33 = -1/T3;
65 a41 = A1/A4/T1;
66 a44 = -1/T4;
67 b12 = (1-y2)*k2/A1;
68 b21 = (1-y1)*k1/A2;
69 b32 = y2*k2/A3;
70 b41 = y1*k1/A4;
71 A = [ a11    0    0    0
72        0  a22    0    0
73        0  a32  a33    0
74        a41    0    0  a44 ];
75 B = [ 0 b12
76       b21    0
77       0 b32
78       b41    0];
79 C2 = eye(4); % se usa en la simulacion para ver
80           % el nivel de todos los tanques

```

```

81 C = [ 0 0 1 0
82       0 0 0 1 ]; % alturas controladas
83 D2 = zeros(4,2);
84 D = zeros(2,2);
85
86 %% Simulacion del modelo en simulink
87 % armar la señal de entrada
88 u = ones(t_f,3);
89 u(:,1) = 0:Ts:t_f-1;
90 u(:,2) = u10;
91 u(:,3) = u20;
92 u(601:1200,2) = u10*1.3;
93 u(1201:2000,2) = u10*0.7;
94 u(101:1000,3) = u20*1.3;
95 u(1001:2000,3) = u20*0.7;
96 sim('planta_piloto_simulacion');
97
98 %graficamos el nivel de los 4 tanques
99 figure
100 subplot(2,2,1)
101 plot(t,h_nolin(:,1),'b')
102 hold on
103 plot(t,h_lin(:,1),'r')
104 ylabel('h1')
105 legend('no lineal','lineal')
106 xlabel('tiempo')
107
108 subplot(2,2,2)

```

```

109 plot(t,h_nolin(:,2),'b')
110 hold on
111 plot(t,h_lin(:,2),'r')
112 ylabel('h2')
113 legend('no lineal','lineal')
114 xlabel('tiempo')
115
116 subplot(2,2,3)
117 plot(t,h_nolin(:,3),'b')
118 hold on
119 plot(t,h_lin(:,3),'r')
120 ylabel('h3')
121 legend('no lineal','lineal')
122 xlabel('tiempo')
123
124 subplot(2,2,4)
125 plot(t,h_nolin(:,4),'b')
126 hold on
127 plot(t,h_lin(:,4),'r')
128 ylabel('h4')
129 legend('no lineal','lineal')
130 xlabel('tiempo')
131
132 figure
133 plot(u(:,2),'b')
134 hold on
135 plot(u(:,3),'r')
136 legend('entrada u1','entrada u2')

```

```

137
138 % Calculo del fit del modelo
139 max(h_nolin(:,3))/h30*100 -100
140 max(h_nolin(:,4))/h40*100 -100
141 100-min(h_nolin(:,3))/h30*100
142 100-min(h_nolin(:,4))/h40*100
143
144 FIT_h1 = 100 * (1-norm(h_nolin(:,1)-
h_lin(:,1))/norm(h_nolin(:,1)-mean(h_nolin(:,1))));
145 FIT_h2 = 100 * (1-norm(h_nolin(:,2)-
h_lin(:,2))/norm(h_nolin(:,2)-mean(h_nolin(:,2))));
146 FIT_h3 = 100 * (1-norm(h_nolin(:,3)-
h_lin(:,3))/norm(h_nolin(:,3)-mean(h_nolin(:,3))));
147 FIT_h4 = 100 * (1-norm(h_nolin(:,4)-
h_lin(:,4))/norm(h_nolin(:,4)-mean(h_nolin(:,4))));

```

planta_piloto_parametros.m

```

1 % Inicializacion de parametros de la planta
2
3 %% Parametros fisicos de la planta piloto
4 % area transversal de los tanques
5 A1 = 706.85; % cm^2
6 A2 = 706.85; % cm^2
7 A3 = 706.85; % cm^2
8 A4 = 706.85; % cm^2
9 % area de los orificios de salida de los tanques
10 a1 = 1.89; % cm^2
11 a2 = 1.89; % cm^2
12 a3 = 5.39; % cm^2

```

```

13 a4 = 5.39; % cm^2
14
15 k1 = 1; % cm^3/s
16 k2 = 1; % cm^3/s
17 % proporcion de las valvulas
18 y1 = 0.7;
19 y2 = 0.7;
20 % gravedad
21 g = 981; % cm/s^2
22
23 %% Modelo linealizado
24
25 %% Calculo del punto de operacion
26 % se define las alturas deseadas de los tanques inferiores
27 h30 = 25; %cm
28 h40 = 25; %cm
29
30 % calculo de las variables de entrada en el punto de operacion
31 % Ecuaciones (2.45) y (2.46)
32 M_A = [(1-y1)*k1 y2*k2
33         y1*k1 (1-y2)*k2];
34 M_B = [a3*sqrt(2*g*h30)
35         a4*sqrt(2*g*h40)];
36 u0 = inv(M_A)*M_B;
37 u10 = u0(1);
38 u20 = u0(2);
39 % calculo de las alturas del punto de operacion de los tanques
    superiores:
40 % Ecuaciones (2.45) y (2.44)

```

```

41 h10 = ( (1-y2)*k2*u20/a1 )^2/(2*g);
42 h20 = ( (1-y1)*k1*u10/a2 )^2/(2*g);
43 % punto de operacion de las variables de salida
44 h0 = [h10; h20; h30; h40];
45 h_inic = [0;0;0;0]; %condicion inicial que se usa en el bloque
46 % S-func planta_piloto_nolineal
47 dh_inic = h_inic-h0; %condicion inicial para el bloque en
    espacio de estados
48
49 %% Matrices linealizadas
50 % parametros de las matrices linealizadas
51 T1 = A1/a1*sqrt(2*h10/g);
52 T2 = A2/a2*sqrt(2*h20/g);
53 T3 = A3/a3*sqrt(2*h30/g);
54 T4 = A4/a4*sqrt(2*h40/g);
55 a11 = -1/T1;
56 a22 = -1/T2;
57 a32 = A2/A3/T2;
58 a33 = -1/T3;
59 a41 = A1/A4/T1;
60 a44 = -1/T4;
61 b12 = (1-y2)*k2/A1;
62 b21 = (1-y1)*k1/A2;
63 b32 = y2*k2/A3;
64 b41 = y1*k1/A4;
65 Ac = [ a11    0    0    0
66         0  a22    0    0
67         0  a32  a33    0
68         a41    0    0  a44 ];

```

```

69  Bc = [ 0 b12
70         b21  0
71         0 b32
72         b41  0];
73  C2 = eye(4); % se usa en la simulacion para ver
74         % el nivel de todos los tanques
75  Cc = [ 0 0 1 0
76         0 0 0 1 ]; % alturas controladas
77  D2 = zeros(4,2);
78  Dc = zeros(2,2);

```

DMC_MIMO.m

```

1  %% Control predictivo multivariable por matriz dinamica DMC
2  %% para la planta piloto en configuracion de tanques
   acoplados
3
4  clc; clear all; close all
5
6  %% Modelo MIMO de Sistema
7  %% Parametros de la planta
8  run('planta_piloto_parametros');
9
9  h_inic = [0;0;0;0]; %condicion inicial de las alturas
   absolutas de la planta
10 dh_inic = h_inic-h0;
11 ne = 2; % numero de entradas
12 ns = 2; % numero de salidas
13 % Ac: Matriz A del modelo linealizado
14 % Bc: Matriz B del modelo linealizado

```

```

15 % Cc: Matriz C del modelo linealizado
16 % Dc: Matriz D del modelo linealizado
17 % h0: punto de operacion
18 % h_inic: condiciones iniciales
19 % u0: punto de operacion
20 % dh_inic: condicion inicial de los estados
21
22 %% Parametros de la simulacion
23 Ts = 3; %Tiempo de muestreo
24 t_f = 1350; %tiempo final de la
    simulacion
25
26 %% Parametros del Control Preditivo
27 Np = 20; %Horizonte de prediccion
28 Nc = 5; %Horizonte de control
29 lamda = 0.001;
30
31 %% Calculo de los valores gijk
32 sys_ss = ss(Ac,Bc,Cc,Dc);
33 sys_tf = zpk(sys_ss); %matriz con las funciones de
    transferencia
34 %en tiempo continuo
35 sys_tf.DisplayFormat = 'time constant';
36 sys_tf;
37
38 ret11=0; %Retardo del sistema
    despreciable
39 gp11= sys_tf(1,1); %Funcion de transferencia
40 gp11.outputdelay=ret11;
41 ftz11=c2d(gp11,Ts); %Planta Discreta

```

```

42 d11=0;    % atraso de tiempo discreto
43
44 ret12=0;                                %Retardo del sistema
45 gp12= sys_tf(1,2);                       %Funcion de transferencia
46 gp12.outputdelay=ret12;
47 ftz12=c2d(gp12,Ts);                      %Planta Discreta
48 d12=0;    % atraso de tiempo discreto
49
50 ret21=0;                                %Retardo del sistema
51 gp21= sys_tf(2,1);                       %Funcion de transferencia
52 gp21.outputdelay=ret21;
53 ftz21=c2d(gp21,Ts);                      %Planta Discreta
54 d21=0;    % atraso de tiempo discreto
55
56 ret22=0;                                %Retardo del sistema
57 gp22= sys_tf(2,2);                       %Funcion de transferencia
58 gp22.outputdelay=ret22;
59 ftz22=c2d(gp22,Ts);                      %Planta Discreta
60 d22=0;    % atraso de tiempo discreto
61
62 %% Vector de coeficientes Gi
63
64 g11i=step(ftz11);                         %Guardo la respuesta al escalón
65 M11=length(g11i);                        %Valor donde trunco la sumatoria para
    la predicción del modelo completo "M"
66
67 g12i=step(ftz12);
68 M12=length(g12i);
69

```

```

70 g21i=step(ftz21);
71 M21=length(g21i);
72
73 g22i=step(ftz22);
74 M22=length(g22i);
75
76 %completamos los vector gi para que tengan el tamaño Myu+Np
77 for j=M11:M11+Np
78     g11i(j) = g11i(M11);
79 end
80 for j=M12:M12+Np
81     g12i(j) = g12i(M12);
82 end
83 for j=M21:M21+Np
84     g21i(j) = g21i(M21);
85 end
86 for j=M22:M22+Np
87     g22i(j) = g22i(M22);
88 end
89
90
91 %% Calculo de la Matriz G
92 % G11: (u1,y1)
93 G11=zeros(Np,Nc);
94 G11(:,1)=g11i(1+d11:Np+d11); % lleno la primera columna con
    los valores
95                                     % de la respuesta al escalon
    hasta el horizonte de
96                                     % prediccion, quitando los
    retardos que pueda tener el sistema

```

```

97
98 for i=2:Nc          %columna 2 a la Nc
99     for j=2:Np      %fila 2 a la Np rellenando de la diagonal
100     hacia abajo
101         G11(j,i)=G11(j-1,i-1);
102     end
103 end
104 % G12: (u1,y2)
105 G12=zeros(Np,Nc);
106 G12(:,1)=g12i(1+d12:Np+d12);
107
108 for i=2:Nc
109     for j=2:Np
110         G12(j,i)=G12(j-1,i-1);
111     end
112 end
113
114 % G21: (u2,y1)
115 G21=zeros(Np,Nc);
116 G21(:,1)=g21i(1+d21:Np+d21);
117
118 for i=2:Nc
119     for j=2:Np
120         G21(j,i)=G21(j-1,i-1);
121     end
122 end
123
124 % G22: (u2,y2)

```

```

125 G22=zeros(Np,Nc);
126 G22(:,1)=g22i(1+d22:Np+d22);
127
128 for i=2:Nc
129     for j=2:Np
130         G22(j,i)=G22(j-1,i-1);
131     end
132 end
133
134 G = [G11 G12    % El vector G considerando toda la interaccion
135     G21 G22];
136
137 %% calcula matriz K
138 K=inv(G'*G + lamda*eye(Nc*ne,Nc*ne))*G';
139
140 % Consideramos la primera fila del bloque que corresponde a
141 % cada entrada al sistema
142
143 ku1=K(1,:);
144 ku2=K(Nc+1,:);
145
146 %% Simulacion del sistema de control
147
148 % inicializa parametros
149
150 nit=t_f/Ts; %numero iteraciones
151 inc_u1=0; inc_u2=0; %inicializacion de variable de control
152 % Referencia

```

```

153 r=10*ones(nit+Np,2); % set point de la simulacion
154 r(101:210,1)=20; r(211:300,1)=-20; r(301:end,1)=0;
155 r(151:210,2)=30; r(211:300,2)=-20; r(301:end,2)=0;
156 r1 = r(:,1);
157 r2 = r(:,2);
158 amp = 0;
159 %Ruido
160 ruido1 = amp*randn(nit,1); % ruido en los sensores
161 ruido2 = amp*randn(nit,1);
162 ruido3 = amp*randn(nit,1);
163 ruido4 = amp*randn(nit,1);
164 %Perturbacion
165 do1 = zeros(nit,1); do1(351:end)= 1; % perturbacion a la
    salida
166 do2 = zeros(nit,1); do2(351:end)= 1;
167 % Variables para la simulacion
168 xm = dh_inic; % inicializo el vector que guarda las alturas
    actuales de
169         % los 4 tanques
170 u1= 0; u2 = 0; %estado inicial de las entradas
171 y1m = xm(3); y2m = xm(4); %estado inicial de las entradas
172
173 % % % % % duf1=zeros(1,M); % vector que guarda las variaciones
    pasadas de control
174 % % % % % duf2=zeros(1,M);
175
176 duf11 = zeros(1,M11);
177 duf12 = zeros(1,M12);
178 duf21 = zeros(1,M21);
179 duf22 = zeros(1,M22);

```

```

180 comp_cost = zeros(1,nit);
181
182 for k=1:nit
183     tic % inicia la cuenta de tiempo
184     %% CALCULO DE LA RESPUESTA LIBRE
185     f1=zeros(Np,1); % Vector f (free) Respuesta Libre
186     f2=zeros(Np,1);
187
188     for kk=1:Np % monta vectores con las gkk+i - gkk
189         for i=1:M11
190             vect_g11(i)=g11i(kk+i)-g11i(i);
191         end
192         for i=1:M12
193             vect_g12(i)=g12i(kk+i)-g12i(i);
194         end
195         f1(kk)=y1m+vect_g11*duf11'+vect_g12*duf12';
196         for i=1:M21
197             vect_g21(i)=g21i(kk+i)-g21i(i);
198         end
199         for i=1:M22
200             vect_g22(i)=g22i(kk+i)-g22i(i);
201         end
202         f2(kk)=y2m+vect_g21*duf21'+vect_g22*duf22';
203     end
204     f = [f1' f2']';
205
206     %% Calculo de la ley de control
207     % armo mi vector W

```

```

208     W1 = r1(k)*ones(Np,1);
209     W2 = r2(k)*ones(Np,1);
210     W = [W1
211          W2];
212     % calculo de los incrementos de las entradas
213     inc_u1=ku1*(W-f);
214     inc_u2=ku2*(W-f);
215     % calculo de las entradas
216     u1 = u1+ inc_u1;
217     u2 = u2+ inc_u2;
218     % saturador para la salida
219     if u1 > (4000 - u10)
220         u1 = (4000 - u10);
221     elseif u1 < - u10
222         u1 = - u10;
223     end
224     if u2 > (4000 - u20)
225         u2 = (4000 - u20);
226     elseif u2 < - u20
227         u2 = - u20;
228     end
229
230     %actualiza los vectores duf
231     aux_u11=duf11(1:M11-1);
232     duf11=[inc_u1 aux_u11];
233     aux_u12=duf12(1:M12-1);
234     duf12=[inc_u2 aux_u12];
235     aux_u21=duf21(1:M21-1);

```

```

236     duf21=[inc_u1 aux_u21];
237     aux_u22=duf22(1:M22-1);
238     duf22=[inc_u2 aux_u22];
239
240     % guardar datos de la simulacion
241     u1_kk(k) = u1 + u10;
242     u2_kk(k) = u2 + u20;
243     xmkk(k,1:4) = xm+h0;
244     y1_kk(k) = y1m + h30;
245     y2_kk(k) = y2m + h40;
246     r1_t(k) = h30 + r1(k);
247     r2_t(k) = h40 + r2(k);
248
249     %% calcula salida de proceso con el modelo no lineal
    (medicion de planta)
250     h1 = h10 + xm(1) + ruido1(k); % alturas absolutas de la
    planta
251     h2 = h20 + xm(2) + ruido2(k);
252     h3 = h30 + xm(3) + ruido3(k);
253     h4 = h40 + xm(4) + ruido4(k);
254     if (h1<0) h1=0; end % las alturas no pueden ser negativas
255     if (h2<0) h2=0; end
256     if (h3<0) h3=0; end
257     if (h4<0) h4=0; end
258     u1_abs = u10 + u1; % valor absoluto de las entradas
259     u2_abs = u20 + u2;
260     dh1dt = -a1/A1*sqrt(2*g*h1)+(1-y2)*k2*u2_abs/A1;
261     dh2dt = -a2/A2*sqrt(2*g*h2)+(1-y1)*k1*u1_abs/A2;
262     dh3dt = -
    a3/A3*sqrt(2*g*h3)+a2/A3*sqrt(2*g*h2)+y2*k2*u2_abs/A3-

```

```

0.5*a3/A3*sqrt(2*g*h3)*do1(k);

    dh4dt = -
263 a4/A4*sqrt(2*g*h4)+a1/A4*sqrt(2*g*h1)+y1*k1*u1_abs/A4-
    0.5*a4/A4*sqrt(2*g*h4)*do2(k);

264     xm = xm + [dh1dt; dh2dt; dh3dt; dh4dt]*Ts;

265     y1m = xm(3); %medicion de las salidas
266     y2m = xm(4);

267     comp_cost(k) = toc; % guarda el tiempo de ejecucion

268 end

269

270 % calculo IAE
271 e_y1 = r1_t - y1_kk;
272 iae_y1 = sum(abs(e_y1));
273 e_y2 = r2_t - y2_kk;
274 iae_y2 = sum(abs(e_y2));

275 % calculo ISE
276 e_y1 = r1_t - y1_kk;
277 ise_y1 = norm(e_y1)^2;
278 e_y2 = r2_t - y2_kk;
279 ise_y2 = norm(e_y2)^2;

280 % costo computacional
281 max_cc = max(comp_cost);
282 min_cc = min(comp_cost);
283 mean_cc = mean(comp_cost);

284 criterios = [iae_y1; iae_y2; ise_y1; ise_y2; max_cc; min_cc;
    mean_cc]

285

286 % vector de tiempo para graficar
287 t = 0:Ts:(nit-1)*Ts;

288

```

```

289 figure %figura de salidas
290 subplot(2,1,1);
291 plot(t,r1_t,'--k',t,y1_kk,'-r','Linewidth',1.5)
292 xlabel('Tiempo (s)');
293 ylabel('h_3');
294 legend('r_1','y_1','Location','SouthEast')
295 grid on;
296 hold
297 xlim([0 t_f])
298 subplot(2,1,2);
299 plot(t,r2_t,'--k',t,y2_kk,'-r','Linewidth',1.5)
300 xlabel('Tiempo (s)');
301 ylabel('h_4');
302 legend('r_2','y_2','Location','SouthEast')
303 grid on;
304 hold
305 xlim([0 t_f])
306
307 figure %figura de entradas
308 subplot(2,1,1);
309 plot(t,u1_kk,'b','Linewidth',1.5)
310 xlabel('Tiempo (s)');
311 ylabel('u1');
312 legend('u1')
313 grid on;
314 hold
315 xlim([0 t_f])
316

```

```

317 subplot(2,1,2);
318 plot(t,u2_kk,'b','Linewidth',1.5)
319 xlabel('Tiempo (s)');
320 ylabel('u2');
321 legend('u2')
322 grid on;
323 hold
324 xlim([0 t_f])

```

DMPC_MIMO.m

```

1  %% Control predictivo discreto multivariable
2  %% basado en modelo por realimentación de estados (DMPC)
3  %% para la planta piloto en configuracion de tanques
   acoplados
4
5  clc; clear all; close all
6
7  %% Parametros de la planta
8  run('planta_piloto_parametros');
9
   h_inic = [0;0;0;0]; %condicion inicial de las alturas
   absolutas de la planta
10 dh_inic = h_inic-h0;
11 % Ac: Matriz A del modelo linealizado
12 % Bc: Matriz B del modelo linealizado
13 % Cc: Matriz C del modelo linealizado
14 % Dc: Matriz D del modelo linealizado
15 % h0: punto de operacion
16 % h_inic: condiciones iniciales

```

```

17 % u0: punto de operacion
18 % dh_inic: condicion inicial de los estados linealizados
19
20 %%% Parametro de simulacion
21 Ts = 3; % Tiempo de muestreo para simulacion
22 t_f = 1350; % tiempo de simulacion
23
24 %%% Parametros del controlador
25 Np=20; % horizonte de prediccion
26 Nc=5; % horizonte de control
27 rw = 0.001; % ponderacion de la variable de control
28
29 %%% Controlabilidad
30 [Am,Bm,Cm,Dm]=c2dm(Ac,Bc,Cc,Dc,Ts);
31 sysd_ss = ss(Am,Bm,Cm,Dm,Ts);
32 Gmz = tf(sysd_ss); % matriz de funcion de transferencia
33 sys_min = ss(Gmz,'min');
34 [Amin,Bmin,Cmin,Dmin,Tsmin] = ssdata(sys_min);
35 % verificamos que el modelo sea una realizacion minima
36 if length(Amin) ~= length(Am)
37     display('Modelo de espacio de estados no es realizaci3n
38     m3nima');
39     break;
40 end
41 % calculamos el vector de ceros del sistema y verificamos que
42 no tenga
43 % ceros en z=1
44 ceros = tzero(Gmz);
45 indice = find(ceros == 1);

```

```

44  if any(indice) == 1
45      display('Modelo tiene al menos un cero en z=1');
46      break;
47  end
48
49  [ns,nss]=size(Cc); % ns: numero de salidas, nss: numero de
    estados
50  [nss,ne]=size(Bc); % nss: numero de estados, ne: numero de
    entradas
51  nssa = nss + ns;      % n: numero de estados del modelo
    ampliado
52
53  % Calculo de las ganancias del controlador
54  [Phi_Phi,Phi_F,Phi_R,PhiT,A,B,C] =
    mpcgain_MIMO(Am,Bm,Cm,Nc,Np);
55  %calculo de las matrices A,B,C y Phi_Phi,Phi_F,Phi_R,PhiT
56  Ky = [eye(ne,ne) zeros(ne,(Nc-
    1)*ne)]*inv(Phi_Phi+rw*eye(ne*Nc,ne*Nc))*Phi_F(:,nssa-
    ns+1:nssa);
57  Kdmpc = [eye(ne,ne) zeros(ne,(Nc-
    1)*ne)]*inv(Phi_Phi+rw*eye(ne*Nc,ne*Nc))*Phi_F;
58
59  [nssa,ne]=size(B); % n_in: numero de entradas, n: numero
    estados ampliados
60  xm=dh_inic;      % inicializacion vector estados xm
61  y= Cc*xm;      % declaramos el vector de salidas
62  y_0 = y;      % condicion inicial de las salidas
63  u=[0;0];      % declaramos el vector de control
64  u_0 = u;
65
66  Xf=zeros(nssa,1); % estado inicial de estados ampliados
67  nit = t_f/Ts;

```

```

68 % Referencia
69 r=10*ones(nit+Np,2); % set point de la simulacion
70 r(101:210,1)=20; r(211:300,1)=-20; r(301:end,1)=0;
71 r(151:210,2)=30; r(211:300,2)=-20; r(301:end,2)=0;
72 r1 = r(:,1);
73 r2 = r(:,2);
74 amp = 1;
75 %Ruido
76 ruido1 = amp*randn(nit,1); % ruido en los sensores
77 ruido2 = amp*randn(nit,1);
78 ruido3 = amp*randn(nit,1);
79 ruido4 = amp*randn(nit,1);
80 %Perturbacion
81 do1 = zeros(nit,1); do1(351:end)= 1; % perturbacion a la
    salida
82 do2 = zeros(nit,1); do2(351:end)= 1;
83
84 comp_cost = zeros(1,nit);
85
86 for kk=1:nit;
87     tic % inicia la cuenta de tiempo
88     rki = [r(kk,1) r(kk,2)]';
89     deltau = Ky*rki - Kdmpc*Xf;
90     u=u+deltau;
91     % saturador para la salida
92     if u(1,1) > (4000 - u10)
93         u(1,1) = (4000 - u10);
94     elseif u(1,1) < - u10
95         u(1,1) = - u10;

```

```

96     end
97     if u(2,1) > (4000 - u20)
98         u(2,1) = (4000 - u20);
99     elseif u(2,1) < - u20
100        u(2,1) = - u20;
101    end
102    % guardar datos de la simulacion
103    ukk(kk,1:ne) = u+u0;
104    xmkk(kk,1:nss) = xm+h0;
105    ykk(kk,1:ns) = y+Cc*h0;
106    xm_old=xm;
107    h1 = h10 + xm(1) + ruido1(kk); % alturas absolutas de la
planta
108    h2 = h20 + xm(2) + ruido2(kk);
109    h3 = h30 + xm(3) + ruido3(kk);
110    h4 = h40 + xm(4) + ruido4(kk);
111    if (h1<0) h1=0; end % las alturas no pueden ser negativas
112    if (h2<0) h2=0; end
113    if (h3<0) h3=0; end
114    if (h4<0) h4=0; end
115    u1 = u10 + u(1); % valor absoluto de las entradas
116    u2 = u20 + u(2);
117    dh1dt = -a1/A1*sqrt(2*g*h1)+(1-y2)*k2*u2/A1;
118    dh2dt = -a2/A2*sqrt(2*g*h2)+(1-y1)*k1*u1/A2;
119    dh3dt = -
a3/A3*sqrt(2*g*h3)+a2/A3*sqrt(2*g*h2)+y2*k2*u2/A3-
0.5*a3/A3*sqrt(2*g*h3)*do1(kk);
120    dh4dt = -
a4/A4*sqrt(2*g*h4)+a1/A4*sqrt(2*g*h1)+y1*k1*u1/A4-
0.5*a4/A4*sqrt(2*g*h4)*do2(kk);

```

```

121     xm = xm + [dh1dt; dh2dt; dh3dt; dh4dt]*Ts;
122     y=Cm*xm;
123     Xf=[xm-xm_old;y];
124     comp_cost(kk) = toc; % guarda el tiempo de ejecucion
125 end
126
127 r_abs(:,1) = r(1:nit,1) + h0(3);
128 r_abs(:,2) = r(1:nit,2) + h0(4);
129
130 % calculo IAE
131 e_y1 = r_abs(:,1) - ykk(:,1);
132 iae_y1 = sum(abs(e_y1));
133 e_y2 = r_abs(:,2) - ykk(:,2);
134 iae_y2 = sum(abs(e_y2));
135 % calculo ISE
136 e_y1 = r_abs(:,1) - ykk(:,1);
137 ise_y1 = norm(e_y1)^2;
138 e_y2 = r_abs(:,2) - ykk(:,2);
139 ise_y2 = norm(e_y2)^2;
140 % costo computacional
141 max_cc = max(comp_cost);
142 min_cc = min(comp_cost);
143 mean_cc = mean(comp_cost);
144 criterios = [iae_y1; iae_y2; ise_y1; ise_y2; max_cc; min_cc;
145             mean_cc]
146
147 t=0:Ts:(nit-1)*Ts;
148 figure
149 subplot(211)

```

```

149 plot(t,r_abs(:,1),'--k','Linewidth',1.5)
150 hold on; grid on; xlim([0 t_f]);
151 plot(t,ykk(:,1),'-r','Linewidth',1.5)
152 xlabel('Tiempo(s)')
153 ylabel('h_3')
154 legend('r_1','y_1')
155 subplot(212)
156 plot(t,r_abs(:,2),'--k','Linewidth',1.5)
157 hold on; grid on; xlim([0 t_f]);
158 plot(t,ykk(:,2),'-r','Linewidth',1.5)
159 xlabel('Tiempo(s)')
160 ylabel('h_4')
161 legend('r_2','y_2')
162
163 figure
164 subplot(211)
165 plot(t,ukk(:,1),'-b','Linewidth',1.5)
166 hold on; grid on; xlim([0 t_f]);
167 xlabel('Tiempo(s)')
168 ylabel('u_1')
169 legend('u_1')
170 subplot(212)
171 plot(t,ukk(:,2),'-b','Linewidth',1.5)
172 hold on; grid on; xlim([0 t_f]);
173 xlabel('Tiempo(s)')
174 ylabel('u_2')
175 legend('u_2')

```

A.2. SIMULINK

planta_piloto_simulacion.slx

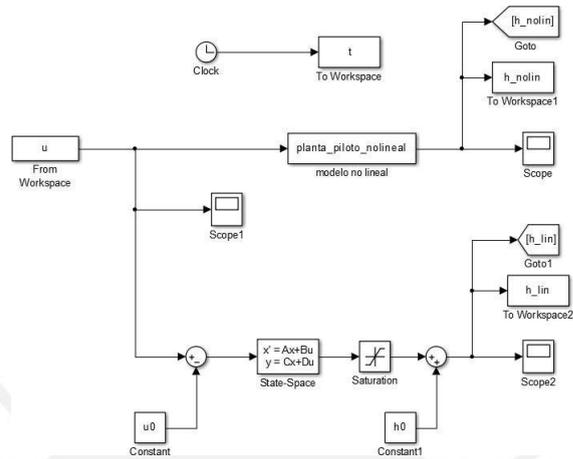


Figura A.1: Simulacion modelo linealizado

planta_piloto_nolineal (Bloque en Figura A.1)

```
1 function [sys,x0,str,ts] =
2   planta_piloto_nolineal(t,x,u,flag,h_inic)
3
4   switch flag
5
6       case 0 % inicializacion;
7
8           sizes = simsizes;
9
10          sizes.NumContStates = 4;
11          sizes.NumDiscStates = 0;
12          sizes.NumOutputs = 4;
13          sizes.NumInputs = 2;
14          sizes.DirFeedthrough = 0;
15          sizes.NumSampleTimes = 1;
16          sys = simsizes(sizes);
```

```

14
15  str = [];
16  ts = [0 0];
17  x0 = h_inic ;
18
19  case 1 % derivadas;
20  % es conveniente usar notaciones comunes para los estados
21
22  h1 = x(1);
23  h2 = x(2);
24  h3 = x(3);
25  h4 = x(4);
26  % entradas
27
28  u1 = u(1); % manipulada
29  u2 = u(2); % manipulada
30
31  % parametros del proceso
32
33  % area de los tanques
34  A1 = 706.85; %cm2
35  A2 = 706.85; %cm2
36  A3 = 706.85; %cm2
37  A4 = 706.85; %cm2
38  % area de las salidas de los tanques
39  a1 = 1.89; %cm2
40  a2 = 1.89; %cm2
41  a3 = 5.39; %cm2

```

```

42  a4 = 5.39; %cm2
43  % ganancia de las bombas
44  k1 = 1; % cm3/s
45  k2 = 1; % cm3/s
46  % bypass de las valvulas
47  y1 = 0.70;
48  y2 = 0.70;
49  % gravedad
50  g = 981; % cm2/s
51
52  % derivadas de los estados
53
54  if h1 < 0
55  h1 = 0; % para evitar valores negativos en la raiz cuadrada
56  end
57  if h2 < 0
58  h2 = 0;
59  end
60  if h3 < 0
61  h3 = 0;
62  end
63  if h4 < 0
64  h4 = 0;
65  end
66  dh1dt = -a1/A1*sqrt(2*g*h1)+(1-y2)*k2*u2/A1;
67  dh2dt = -a2/A2*sqrt(2*g*h2)+(1-y1)*k1*u1/A2;
68  dh3dt = -a3/A3*sqrt(2*g*h3)+a2/A3*sqrt(2*g*h2)+y2*k2*u2/A3;
69  dh4dt = -a4/A4*sqrt(2*g*h4)+a1/A4*sqrt(2*g*h1)+y1*k1*u1/A4;

```

```

70
71 sys = [dh1dt; dh2dt; dh3dt; dh4dt];
72
73 case 3 % salidas;
74
75 sys = [x(1); x(2); x(3); x(4)];
76
77 case {2, 4, 9}
78 sys = [];
79
80 otherwise
81 error(['unhandled flag = ', num2str(flag)]);
82
83 end

```

Planta_piloto_nolineal (Bloque en Figura 4.6)

```

function [sys,x0,str,ts] =
1 planta_piloto_nolineal(t,x,u,flag,h_inic)
2
3 switch flag
4     case 0 % inicializacion;
5
6 sizes = simsizes;
7 sizes.NumContStates = 4;
8 sizes.NumDiscStates = 0;
9 sizes.NumOutputs = 4;
10 sizes.NumInputs = 3;
11 sizes.DirFeedthrough = 0;
12 sizes.NumSampleTimes = 1;
13 sys = simsizes(sizes);
14
15 str = [];
16 ts = [0 0];
17 x0 = h_inic ;
18

```

```

19 case 1 % derivadas;
20 % es conveniente usar notaciones comunes para los estados
21
22 h1 = x(1);
23 h2 = x(2);
24 h3 = x(3);
25 h4 = x(4);
26 % entradas
27
28 u1 = u(1); % manipulada
29 u2 = u(2); % manipulada
30 pert = u(3); % habilita la perturbacion
31 % parametros del proceso
32
33 % area de los tanques
34 A1 = 706.85; %cm2
35 A2 = 706.85; %cm2
36 A3 = 706.85; %cm2
37 A4 = 706.85; %cm2
38 % area de las salidas de los tanques
39 a1 = 1.89; %cm2
40 a2 = 1.89; %cm2
41 a3 = 5.39; %cm2
42 a4 = 5.39; %cm2
43 % ganancia de las bombas
44 k1 = 1; % cm3/s
45 k2 = 1; % cm3/s
46 % bypass de las valvulas
47 y1 = 0.70;
48 y2 = 0.70;
49 % gravedad
50 g = 981; % cm2/s
51
52 % derivadas de los estados
53
54 if h1 < 0 % para evitar valores fuera de rango
55 h1 = 0;
56 elseif h1 > 100
57     h1 = 100;
58 end
59 if h2 < 0
60 h2 = 0;
61 elseif h2 > 100
62     h2 = 100;
63 end

```

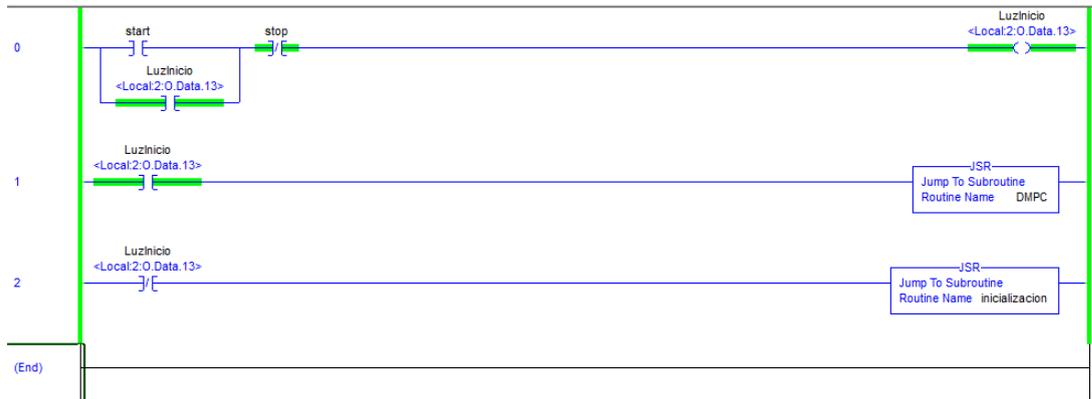
```

64 if h3 < 0
65 h3 = 0;
66 elseif h3 > 100
67     h3 = 100;
68 end
69 if h4 < 0
70 h4 = 0;
71 elseif h4 > 100
72     h4 = 100;
73 end
74 dh1dt = -a1/A1*sqrt(2*g*h1)+(1-y2)*k2*u2/A1;
75 dh2dt = -a2/A2*sqrt(2*g*h2)+(1-y1)*k1*u1/A2;
76 dh3dt = -a3/A3*sqrt(2*g*h3)+a2/A3*sqrt(2*g*h2)+y2*k2*u2/A3 -
77 0.5*a3/A3*sqrt(2*g*h3)*pert;
78 dh4dt = -a4/A4*sqrt(2*g*h4)+a1/A4*sqrt(2*g*h1)+y1*k1*u1/A4 -
79 0.5*a4/A4*sqrt(2*g*h4)*pert;
80
81 sys = [dh1dt; dh2dt; dh3dt; dh4dt];
82
83 case 3 % salidas;
84
85 sys = [x(1); x(2); x(3); x(4)];
86
87 case {2, 4, 9}
88 sys = [];
89
90 otherwise
91 error(['unhandled flag = ', num2str(flag)]);
92
93 end

```

A.3. STUDIO 5000

Main



Inicializacion

```

//////////////////// rutina de inicializacion
//valores de ganancia del controlador

Ky[0,0] := 0.4603; Ky[0,1] := 27.4347;
Ky[1,0] := 27.4347; Ky[1,1] := 0.4603;

Kmpc[0,0] := -2.231485; Kmpc[0,1] := 2.41568; Kmpc[0,2] := 6.2413; Kmpc[0,3]
:= 95.3234; Kmpc[0,4] := 0.4603; Kmpc[0,5] := 27.4347;
Kmpc[1,0] := 2.4157; Kmpc[1,1] := -2.2315; Kmpc[1,2] := 95.3234; Kmpc[1,3]
:= 6.24131; Kmpc[1,4] := 27.4347; Kmpc[1,5] := 0.4603;

// punto de operacion
h0[1] := 18.2994; h0[2] := 18.2994; h0[3] := 25; h0[4] := 25;
u0[1] := 1193.7359; u0[2] := 1193.7359;

h1_ant := h1-h0[1];
h2_ant := h2-h0[2];
h3_ant := h3-h0[3];
h4_ant := h4-h0[4];

u1 := 0;

```

```
u2 := 0;
aux_u1 := u1;
aux_u2 := u2;
```

DMPC

r las variables de proceso

```
h1_lin := h1 - h0[1];
```

```
h2_lin := h2 - h0[2];
```

```
h3_lin := h3 - h0[3];
```

```
h4_lin := h4 - h0[4];
```

```
// Calculo Xf
```

```
Xf_1 := h1_lin - h1_ant;
```

```
Xf_2 := h2_lin - h2_ant;
```

```
Xf_3 := h3_lin - h3_ant;
```

```
Xf_4 := h4_lin - h4_ant;
```

```
Xf_5 := h3_lin;
```

```
Xf_6 := h4_lin;
```

```
// set point
```

```
r1_lin := r1 - h0[3];
```

```
r2_lin := r2 - h0[4];
```

```
// calculo de variables de control
```

```
Ky_r_1 := Ky[0,0]*r1_lin + Ky[0,1]*r2_lin;
```

```
Ky_r_2 := Ky[1,0]*r1_lin + Ky[1,1]*r2_lin;
```

```
Kdmpc_r_1 := Kmpc[0,0]*Xf_1 + Kmpc[0,1]*Xf_2 + Kmpc[0,2]*Xf_3 +  
Kmpc[0,3]*Xf_4 + Kmpc[0,4]*Xf_5 + Kmpc[0,5]*Xf_6;
```

```
Kdmpc_r_2 := Kmpc[1,0]*Xf_1 + Kmpc[1,1]*Xf_2 + Kmpc[1,2]*Xf_3 +
```

```
Kmpc[1,3]*Xf_4 + Kmpc[1,4]*Xf_5 + Kmpc[1,5]*Xf_6;
```

```
deltau_1 := Ky_r_1 - Kdmpc_r_1 ;
```

```
deltau_2 := Ky_r_2 - Kdmpc_r_2 ;
```

```
aux_u1 := aux_u1 + deltau_1;
```

```
aux_u2 := aux_u2 + deltau_2;
```

```
// saturador para las variables de control
```

```
if aux_u1 > (4000 - u0[1]) then
```

```
    aux_u1 := (4000 - u0[1]);
```

```
elseif aux_u1 < - u0[1] then
```

```
    aux_u1 := - u0[1];
```

```
end_if;
```

```
if aux_u2 > (4000 - u0[2]) then
```

```
    aux_u2 := (4000 - u0[2]);
```

```
elseif aux_u2 < - u0[2] then
```

```
    aux_u2 := - u0[2];
```

```
end_if;
```

```
u1 := aux_u1 + u0[1];
```

```
u2 := aux_u2 + u0[2];
```

```
// actualizacion variables auxiliares
```

```
h1_ant := h1_lin;
```

```
h2_ant := h2_lin;
```

```
h3_ant := h3_lin;
```

```
h4_ant := h4_lin;
```