

---

# MASTERARBEIT

---

Herr  
**Thomas Püschel**

**Charakterisierung räumlicher  
Dispersionseigenschaften  
ultrakurzer Laserpulse**

2017



Fakultät Ingenieurwissenschaften

---

# MASTERARBEIT

---

## Charakterisierung räumlicher Dispersionseigenschaften ultrakurzer Laserpulse

Autor:

**Thomas Püschel**

Studiengang:

**Lasertechnik**

Seminargruppe:

**LT14w1-M**

Erstprüfer:

**Prof. Dr. Steffen Weißmantel**

Zweitprüfer:

**Prof. Dr. Ulrich Schramm**

Einreichung:

**Mittweida, 28.04. 2017**

Verteidigung/Bewertung:

**Mittweida, 2017**



---

## **Bibliografische Angaben**

Püschel, Thomas: Charakterisierung räumlicher Dispersionseigenschaften ultrakurzer Laserpulse, 54 Seiten, 46 Abbildungen, 2 Tabellen, Hochschule Mittweida, University of Applied Sciences, Fakultät Ingenieurwissenschaften

Masterarbeit, 2017

Satz: L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

## **Referat**

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Vermessung räumlich lateraler Unterschiede der Dispersion räumlich ausgedehnter ultrakurzer Laserpulse. Die Zielstellung ist etwaige Unterschiede zu charakterisieren. Hierfür wird die Methode der fouriertransformierten spektralen Interferometrie evaluiert, angepasst und experimentell angewendet. Anhand von gemessenen Versuchsaufbauten wird gezeigt, dass die Methodik sinnvoll auf die Problemstellung angewendet werden kann.



---

## Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denjenigen bedanken, die mich während der Anfertigung dieser Masterarbeit unterstützt und motiviert haben.

Zuerst gebührt mein Dank Herrn Prof. Weißmantel von der Hochschule Mittweida und Herrn Prof. Schramm vom Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf, die meine Masterarbeit betreut haben. Für die Unterstützung bei der Erstellung dieser Arbeit möchte ich mich herzlich bedanken.

Ebenfalls möchte ich mich bei Stefan Bock vom Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf bedanken, der mir mit viel Geduld, Interesse, Hilfsbereitschaft und Rat zur Seite stand. Bedanken möchte ich mich für die zahlreichen interessanten Debatten und Ideen, die maßgeblich dazu beigetragen haben, dass diese Masterarbeit in dieser Form vorliegt.

Ein besonderer Dank gilt allen Mitarbeitern und Mitarbeiterinnen sowie allen Wissenschaftlern und Wissenschaftlerinnen der Abteilung Laser-Teilchen-Beschleunigung des Instituts für Strahlenphysik am Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf. Mein Dank gilt ihrer Informationsbereitschaft und ihren interessanten Beiträgen und Antworten auf meine Fragen.

Bedanken möchte ich mich auch bei meinem Kommilitone Tom, der mir mit fachlichem Rat und technischer Unterstützung zum Abschluss dieser Masterarbeit verholfen hat.

Abschließend gilt mein ganz besonderer Dank meinen Eltern Roland und Petra sowie meiner Schwester Denise, die mir mein Studium durch ihre Unterstützung ermöglicht haben, mich während meines gesamten Studiums motivierten und stets ein offenes Ohr für meine Sorgen hatten.





# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>I</b>
<b>Abbildungs- und Tabellenverzeichnis</b>	<b>II</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>III</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>IV</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Problemstellung . . . . .	1
1.2 Zielstellung . . . . .	2
<b>2 Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1 Theorie ultrakurzer Laserpulse . . . . .	3
2.1.1 Mathematische Beschreibung im Zeitbereich . . . . .	3
2.1.2 Mathematische Beschreibung im Frequenzbereich . . . . .	5
2.1.3 Zeit-Bandbreite-Produkt . . . . .	6
2.1.4 Auswirkung der spektralen Phase auf die zeitliche Pulsform . . . . .	7
2.1.5 Dispersion durch transparente Medien . . . . .	10
2.2 Fourier-Transformierte spektrale Interferometrie (FTSI) . . . . .	11
2.2.1 Grundprinzip . . . . .	11
2.2.2 Allgemeine mathematische Beschreibung des FTSI-Algorithmus . . . . .	13
<b>3 Simulation des FTSI-Algorithmus zur Extraktion der spektralen Phasendifferenz</b>	<b>17</b>
3.1 Charakteristika der Simulation . . . . .	17
3.2 Varianten zur Extraktion der spektralen Phasendifferenz . . . . .	18
3.2.1 Direkte Transformation . . . . .	18
3.2.2 Lineare Interpolation . . . . .	20
3.2.3 Zero-Padding Interpolation . . . . .	22
3.3 Fensterfunktion . . . . .	23
3.4 Einfluss des Rauschens auf die spektrale Phasendifferenz . . . . .	24
3.4.1 Theoretische Grundlagen . . . . .	24
3.4.2 Auswirkung des SNR auf die spektrale Phasendifferenz . . . . .	25
3.5 Zusammenfassung und Schlussfolgerung . . . . .	27
<b>4 Erprobung des entwickelten FTSI-Algorithmus unter definierten Bedingungen</b>	<b>29</b>
4.1 Experimenteller Aufbau . . . . .	29
4.2 Ermittlung der spektralen Phasendifferenz des experimentellen Aufbaus . . . . .	30
4.2.1 Methode . . . . .	30
4.2.2 Ergebnisse und Diskussion . . . . .	30
4.3 Ermittlung der spektralen Transferfunktion der Glasproben . . . . .	32
4.3.1 Methode . . . . .	32
4.3.2 Ergebnisse und Diskussion . . . . .	33
4.4 Zusammenfassung . . . . .	36

---

<b>5</b>	<b>Charakterisierung räumlicher Unterschiede in der Dispersion</b>	<b>37</b>
5.1	Experimenteller Aufbau . . . . .	37
5.2	Methoden . . . . .	38
5.2.1	Grundprinzip zur Ermittlung räumlicher Dispersion . . . . .	38
5.2.2	Vorgehen bei der Ermittlung der spektralen Phasendifferenzen und der Taylorkoeffizienten . . . . .	40
5.3	Ergebnisse und Diskussion . . . . .	41
5.3.1	Konfiguration 1 . . . . .	41
5.3.2	Konfiguration 2 . . . . .	46
5.3.3	Konfiguration 3 . . . . .	48
5.4	Zusammenfassung . . . . .	52
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>53</b>
	<b>Anhang</b>	<b>i</b>
<b>A</b>	<b>FTSI-Algorithmus Matlabcode</b>	<b>i</b>
<b>B</b>	<b>Datenblatt des Spektrometers</b>	<b>vii</b>
<b>C</b>	<b>Datenblatt Fused Silica</b>	<b>ix</b>
<b>D</b>	<b>Datenblatt BK7</b>	<b>xi</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>xiii</b>
	<b>Selbstständigkeitserklärung</b>	<b>xv</b>

# Abbildungs- und Tabellenverzeichnis

## Abbildungen

2.1	Darstellung eines ultrakurzen Laserpulses im Zeitbereich chirpfrei (a), mit positivem linearen Chirp (b) und mit negativem linearen Chirp (c). . . . .	4
2.2	Puls mit einer Pulsdauer von 30 fs und einer absoluten Phase von $-2$ rad . . . . .	7
2.3	Puls mit einer Pulsdauer von 30 fs und einem GD von 500 fs . . . . .	8
2.4	Puls mit einer Pulsdauer von 30 fs und einem GVD von $800 \text{ fs}^2$ verbreiter auf ca. 56 fs . . . . .	9
2.5	Puls mit einer Pulsdauer von 30 fs und einem TOD von $20000 \text{ fs}^3$ . . . . .	10
2.6	Prinzipiskizze zur Generierung des spektralen Interferogramms . . . . .	12
2.7	FTSI-Algorithmus zur Gewinnung der spektralen Phasendifferenz . . . . .	12
2.8	Spektrales Interferogramm zweier gaußförmiger Femtosekundenlaserpulse mit einer Zentralfrequenz von 375 THz und einer Zeitverzögerung von $\tau = 500$ fs. . . . .	13
2.9	Realteil und Betrag des transformierten Interferogramms im Zeitbereich . . . . .	14
2.10	Betrag des transformierten Interferogramms im Zeitbereich mit Fensterfunktion . . . . .	15
3.1	Spektrum (a) und Interferogramm (b) des Mess- und Referenzpulses . . . . .	17
3.2	Betrag des direkt fourier-transformierten Interferogramms mit unterschiedlichen Werten für $\tau$ . . . . .	19
3.3	Spektrale Phasendifferenz $\Delta\Phi$ bei unterschiedlichen Werten für $\tau$ bei einer Simulierten spektralen Phasendifferenz von 0 rad . . . . .	20
3.4	Betrag des linear interpolierten Interferogramms nach Fourier-Transformation bei unterschiedlichen Werten von $\tau$ . . . . .	21
3.5	Spektrale Phasendifferenz $\Delta\Phi$ bei unterschiedlichen Werten für $\tau$ bei einer Simulierten spektralen Phasendifferenz mit einer GVD von $10 \text{ fs}^2$ . . . . .	21
3.6	Betrag des fouriertransformierten Interferogramms nach Zero-Padding und linearer Interpolation bei unterschiedlichen Werten von $\tau$ . . . . .	22
3.7	Spektrale Phasendifferenz $\Delta\Phi$ bei unterschiedlichen Werten für $\tau$ bei einer Simulierten spektralen Phasendifferenz mit einer GVD von $10 \text{ fs}^2$ . . . . .	23

---

3.8	Position und Breite der Supergaußfunktion im fouriertransformierten spektralen Interferogramm . . . . .	24
3.9	Betrag des Transformierten Interferogramms bei unterschiedlichem SNR . . . . .	26
3.10	Betrag des transformierten Interferogramms bei unterschiedlichem SNR und einer GVD von $10 \text{ fs}^2$ . . . . .	26
3.11	Betrag des transformierten Interferogramms bei unterschiedlichem SNR und einer TOD von $50 \text{ fs}^3$ . . . . .	27
4.1	Skizze des experimentellen Aufbaus . . . . .	29
4.2	Ermittelter Wert des experimentellen Aufbaus für $\Delta GVD$ in Abhängigkeit von $\tau$ . . .	31
4.3	Ermittelter Wert des experimentellen Aufbaus für $\Delta TOD$ in Abhängigkeit von $\tau$ . . .	31
4.4	GVD der Glasproben aus Fused Silica bei verschiedenen Materialdicken . . . . .	33
4.5	TOD der Glasproben aus Fused Silica bei verschiedenen Materialdicken . . . . .	34
4.6	Ergebnisse der GVD ohne Nullpunktfehler im Vergleich zu Theorie . . . . .	35
4.7	Ergebnisse der TOD ohne Nullpunktfehler im Vergleich zu Theorie . . . . .	35
5.1	Skizze des experimentellen Aufbaus . . . . .	37
5.2	Prinzipskizze der Messvorgangs . . . . .	39
5.3	Prinzipskizze der Messvorgangs mit den erhaltenen spektralen Phasendifferenzen	39
5.4	Ermittelte Werte der $\Delta GVD$ und Fehlerfunktion der Konfiguration 1 . . . . .	41
5.5	Ermittelte Werte der $\Delta GVD$ und Fehlerfunktion der Konfiguration 1 . . . . .	42
5.6	Ermittelte Werte der $\Delta GVD$ für die Konfiguration 1 . . . . .	42
5.7	Ermittelte Werte der $\Delta TOD$ für die Konfiguration 1 . . . . .	43
5.8	Fouriertransformiertes Interferogramm für einen Abstand von 22.5 mm vom Strahlzentrum . . . . .	44
5.9	Fouriertransformiertes Interferogramm für einen Abstand von 25 mm vom Strahlzentrum	45
5.10	Ermittelte Werte der $\Delta GVD$ und Fehlerfunktion der Konfiguration 2 . . . . .	46
5.11	Ermittelte Werte der $\Delta TOD$ und Fehlerfunktion der Konfiguration 2 . . . . .	47
5.12	Vergleich der Ergebnisse der $\Delta GVD$ zwischen interner und externer Referenz . . . .	47
5.13	Vergleich der Ergebnisse der $\Delta TOD$ zwischen interner und externer Referenz . . . .	48
5.14	Ermittelte Werte der $\Delta GVD$ und Fehlerfunktion der Konfiguration 3 . . . . .	49
5.15	Ermittelte Werte der $\Delta TOD$ und Fehlerfunktion der Konfiguration 3 . . . . .	49
5.16	Ermittelte Werte der $\Delta GVD$ für die Konfiguration 3 . . . . .	50

---

5.17 Vergleich der Ergebnisse der $\Delta GVD$ zwischen Konfiguration 1 und 3 . . . . .	50
5.18 Ermittelte Werte der $\Delta TOD$ für die Konfiguration 3 . . . . .	51

## Tabellen

2.1 Fourier-Limits für eine Auswahl an Pulsformen . . . . .	6
5.1 Konfigurationen der experimentellen Aufbau . . . . .	38



---

## Abkürzungsverzeichnis

FFT	Schnelle Fourier-Transformation (engl. Fast Fourier-Transformation)
FTSI	Fouriertransformierte spektrale Interferometrie
FWHM	Halbwertsbreit (engl. Full With at Half Maximum)
GD	Gruppenverzögerung (engl. Group Delay)
GVD	Gruppengeschwindigkeitsdispersion (engl. Group Velocity Dispersion)
SNR	Signal-Rauschverhältnis (engl. Signal Noise Ratio)
TOD	Dispersion dritter Ordnung (engl. Third Order Dispersion)





# Symbolverzeichnis

$A(t)$	zeitabh. Amplitude/Einhüllende der elektrischen Feldstärke
$C$	Koeffizienten der Kalibrierfunktion der Wellenlänge
$E(t)$	zeitabhängige elektrische Feldstärke
$E_p$	Pulsenergie des Lasers
$I(\omega)$	spektrale Intensität
$I(t)$	zeitabhängige Intensität
$S(\omega)$	Produkt aus Fensterfunktion und $I(t)$ transformiert
$S(t)$	Produkt aus Fensterfunktion und $I(t)$
$\Delta GD$	Zeitdifferenz zwischen Mess- und Referenzpuls
$\Delta GVD$	Differenz der GVD zw. Mess- und Referenzpuls
$\Delta TOD$	Differenz der TOD zw. Mess- und Referenzpuls
$\Delta\Phi(\omega)$	spektrale Phasendifferenz
$\Delta\omega$	spektrale FWHM-Bandbreite
$\Delta t$	FWHM-Pulsdauer
$\Delta z$	Weglängendifferenz zwischen Mess- und Referenzpuls
$\Phi(\omega)$	spektrale Phase
$\Phi(t)$	zeitliche Phase
$\Phi_0$	absolute Phase
$\Phi_a(t)$	zeitabhängige additive Phase
$\Theta(t)$	Fensterfunktion Super-Gauß
$\omega(x)$	Kalibrierfunktion des Spektrometers
$\omega_z$	Zentralfrequenz
$\omega_M(t)$	Momentanfrequenz
$\omega$	Kreisfrequenz
$\phi_0$	absolute spektrale Phase
$\phi_1$	Gruppenverzögerung GD
$\phi_2$	Gruppengeschwindigkeitsdispersion GVD
$\phi_3$	Dispersion dritter Ordnung TOD
$\tau$	zeitliche Verschiebung zwischen den Laserpulsen
$\tilde{E}(\omega)$	komplexe frequenzabhängige elektr. Feldstärke
$\tilde{E}^+(\omega)$	komplexes Analytisches Signal
$\tilde{E}^-(\omega)$	konjugiert komplexes Analytisches Signal
$f_p$	Pulswiederholfrequenz des Lasers
$n$	Brechungsindex
$t$	Zeit



# 1 Einleitung

Hochleistungslaseranlagen für Untersuchungen im Bereich der Plasmaphysik und der Laser-Teilchen-Beschleunigung basieren auf der Erzeugung, Verstärkung und Fokussierung ultrakurzer Laserpulse. Diese Laserpulse müssen möglichst exakt charakterisiert und kontrolliert werden. Hierfür ist insbesondere ein genaues Verständnis ihrer räumlich und zeitlich verkoppelten Eigenschaften notwendig. Eine solche Hochleistungslaseranlage ist das Draco-Lasersystem am Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf. Mit einer Pulsspitzenleistung bis zu einem Petawatt ( $10^{15}$  Watt) wird dieser momentan weltweit einzigartige Laser zur Forschung im Bereich der Laser-Teilchen-Beschleunigung eingesetzt. Insbesondere die Bestimmung und Kontrolle der räumlich-spektralen Eigenschaften sind von zentraler Bedeutung, da diese insbesondere die Bedingungen im Fokus bestimmen und damit kritische Auswirkungen auf die Plasmaeigenschaften und die Beschleunigung haben. Moderne Laseranlage, wie beispielsweise das oben genannte Draco-System, bestehen aus verschiedenen kaskadierten Verstärkeranlagen und Optiken zur Strahlführung und Anpassung. Beim aktuellen Stand der Technik ist ein genaues und tieferes Verständnis der räumlich-spektral-dispersiven Wirkung dieser Systeme auf die einzelnen Bereiche des Strahlquerschnittes eines Laserpulses von Nöten.

## 1.1 Problemstellung

Zur Strahlführung ultrakurzer Laserpulse kommen neben Spiegel auch refraktive optische Elemente (Linsen) tragend zum Einsatz, um beispielsweise Strahlquerschnittsgrößen auf die jeweiligen Verstärkerstufen anzupassen, oder aber auch den Strahl zu fokussieren. Da ultrakurze Laserpulse intrinsisch eine Bandbreite an Frequenzen besitzen, unterliegen sie bei der Transmission durch refraktive optische Elemente der Dispersion. Die Dispersion wirkt sich auf die zeitlichen, bzw. spektralen Eigenschaften (spektrale, bzw. zeitliche Phase) ultrakurzer Laserpulsen aus. Vor allem bei der Strahlaufweitung mit refraktiven Teleskopen, kommt es somit zu einer Verkopplung räumlicher und zeitlicher Veränderungen der Laserpulse; infolge der Anwendung realer Linsen kommt es zu räumlich unterschiedlichen spektralen (zeitlichen) Phasen der Laserpulse. Diese Veränderungen sind innerhalb des Strahldurchmessers des Laserpulses nicht konstant, sondern je nach betrachtetem Ort im Strahldurchmesser unterschiedlich. So kann beispielsweise die Pulsdauer entlang der lateralen Ausdehnung des Strahldurchmessers variieren oder die Pulsfront verkippt sein. Die räumlich unterschiedliche Dispersion welche beispielsweise von refraktiven Teleskopen hervorgerufen wird kann nicht durch die übliche Kombination von Gitter-Kompressoren und -Streckern kompensiert werden, da diese gleichmäßig auf den gesamte Strahlquerschnitt eines Laserpulses wirken. Um geeignete Strategien zur Gegenwirkung zu entwickeln, ist zunächst eine genaue Kenntnis der räumlich-spektralen Eigenschaften, bzw. die Kenntnis der räumlichen Dispersion eines Laserpulses notwendig.

## 1.2 Zielstellung

Ziel der Arbeit ist es auf Basis der fouriertransformierten spektralen Interferometrie (FTSI) einen Messaufbau zu entwickeln, der die räumliche Dispersion ultrakurzer Laserpulse durch refraktive optische Elemente messen kann. Dazu werden zu Beginn Simulationen zur FTSI mit Matlab durchgeführt, mit dem Ziel, Probleme in der FTSI ausfindig zu machen und Lösungen zu entwickeln. Auf der Basis der Ergebnisse der Simulationen wird ein FTSI-Algorithmus in Matlab umgesetzt, um Messungen der räumlichen Dispersion auszuwerten. Der FTSI-Algorithmus soll hierbei durch Berechnung der spektralen Phasendifferenz die Taylorkoeffizienten, zwischen einem Referenzpuls und einem Messpuls, ermitteln. Indem die Dispersion von Glasproben unterschiedlicher Materialdicke bestimmt wird, wird die Zuverlässigkeit des in Matlab umgesetzten FTSI-Algorithmus unter bekannten Bedingungen festgestellt. Im Anschluss soll die Messung der räumlichen Dispersion eines durch Teleskope aufgeweiteten Laserpulses mit unterschiedlichen Bedingungen ermittelt werden. Am Ende der Untersuchungen werden die Ergebnisse dokumentiert und eine Zusammenfassung erstellt. Zusätzlich wird ein kurzer Ausblick auf zukünftige Anwendungen gegeben.

Das Übergeordnete Ziel ist in naher Zukunft ein Messverfahren zur Verfügung zu haben, welches die räumlichen Unterschiede der Dispersion der Laserpulse des Draco-Lasersystems ermitteln kann.

## 2 Grundlagen

Im ersten Teil dieses Kapitels, wird ein kurzer Überblick zur Theorie ultrakurzer Laserpulse gegeben. Dabei wird eine mathematische Beschreibung im Zeit- und Frequenzbereich durchgeführt. Die Auswirkungen der spektraler Phase auf die zeitlicher Pulsform werden erläutert und ein Überblick zur Dispersion ultrakurzer Laserpulse beim Durchgang durch transparente Medien gegeben. Im zweiten Teil wird das Grundprinzip und der allgemeine Algorithmus der Fourier-Transformierten spektralen Interferometrie (FTSI) erklärt. Des Weiteren wird auf die Rekonstruktion der spektralen Phase und des zeitabhängigen elektrischen Feldes eingegangen.

### 2.1 Theorie ultrakurzer Laserpulse

#### 2.1.1 Mathematische Beschreibung im Zeitbereich

Um ein einfache mathematische Beschreibung eines ultrakurzer Laserpuls im Zeitbereich zu erhalten, wird zunächst die räumliche Abhängigkeit vernachlässigt. Demnach ist der Laserpuls an einem festen Ort im Raum positioniert. Als weitere Vereinfachung, wird die Polarisation der elektrischen Feldstärke als linear angenommen. Damit lässt sich die zeitabhängige elektrische Feldstärke  $E(t)$  mit dem Ansatz

$$E(t) = A(t) \cdot \cos[\Phi(t)] \quad (2.1)$$

beschreiben.  $\Phi(t)$  beschreibt die zeitliche Phase während  $A(t)$  die zeitabhängige Amplitude oder Einhüllende ist (siehe Abb. 2.1 a). Jedem Laserpuls kann eine Pulsdauer  $\Delta t$  zugeordnet werden. Diese ist als die Halbwertsbreite oder Full With at Half Maximum (FWHM) der zeitabhängigen Intensität  $I(t)$  definiert. Wobei die Intensität proportional zum Quadrat der zeitlichen Amplitude ist.

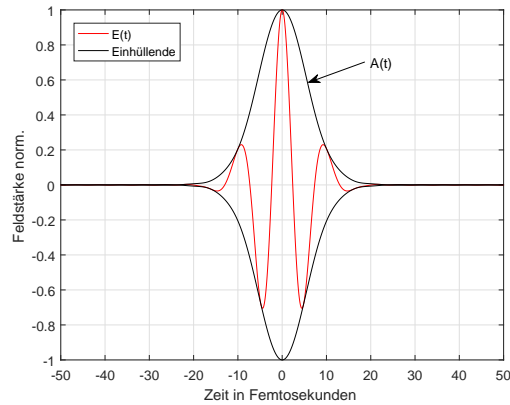
$$I(t) \propto A(t)^2 \quad (2.2)$$

Die zeitliche Phase  $\Phi(t)$  lässt sich in der folgenden Form darstellen [4]:

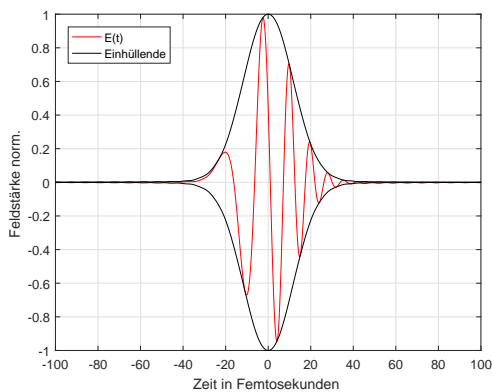
$$\Phi(t) = \Phi_0 + \omega_z \cdot t + \Phi_a(t). \quad (2.3)$$

$\Phi_0$  ist die absolute Phase,  $\omega_z$  die zentrale Kreisfrequenz oder Zentralfrequenz des Laserpulses und  $\Phi_a(t)$  ist eine zeitabhängige additive Phasenfunktion in Form einer Potenzreihe. Durch Ableiten von (2.3) nach der Zeit ergibt sich die Momentanfrequenz  $\omega_M(t)$ .

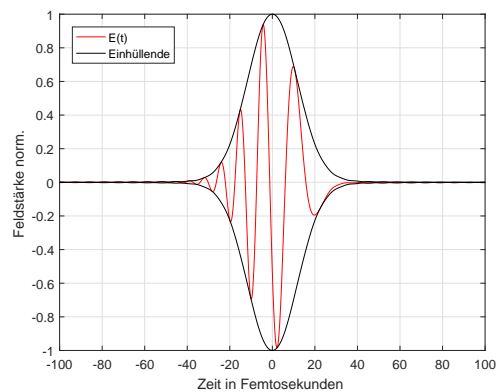
$$\omega_M(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \omega_z + \frac{d\Phi_a(t)}{dt} \quad (2.4)$$



(a) Puls im Zeitbereich



(b) positiver Chirp



(c) negativer Chirp

Abb. 2.1: Darstellung eines ultrakurzen Laserpulses im Zeitbereich chirpfrei (a), mit positivem linearem Chirp (b) und mit negativem linearem Chirp (c).

Diese setzt sich aus zwei Summanden zusammen, der zentralen Kreisfrequenz  $\omega_2$  und der zeitlichen Ableitung der additiven Phasenfunktion. Letzterer beschreibt dabei eine zeitliche Änderung der Frequenz des Laserpulses. Dieser Effekt wird als Chirp bezeichnet. Steigt die Momentanfrequenz in Abhängigkeit der Zeit an, spricht man von einem positiven Chirp (up chirp), umgekehrt von einem negativen Chirp (down chirp). Ein Chirp tritt nur auf, wenn  $\Phi_a(t)$  mindestens quadratisch von der Zeit abhängt und demnach die zeitliche Ableitung eine lineare Funktion ist. Ist dies nicht der Fall, ist der Laserpuls als chirpfrei zu bezeichnen. Die Ordnung des Chirp hängt von der Ordnung der Polynome in der additiven Phase ab. Also ergibt eine quadratische Zeitabhängigkeit der additiven Phase einen linearen Chirp, eine kubische Zeitabhängigkeit einen quadratischen Chirp usw.... Daraus folgt, dass die Form der additiven Phase große Auswirkungen auf den zeitlichen Verlauf der elektrischen Feldstärke  $E(t)$  hat. Des Weiteren ist ein geschirpter Laserpuls nicht mehr Bandbreiten- oder Fourierlimitiert, d.h. die Pulsdauer ist bei gegebenem Pulsspektrum nicht mehr minimal (siehe Abschnitt 2.1.3). [4]

## 2.1.2 Mathematische Beschreibung im Frequenzbereich

Durch die Anwendung der Fourierintegrale

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.5)$$

und

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.6)$$

auf die mathematische Beschreibung ultrakurzer Laserpulse, wird ein Transformationspaar gebildet. Anhand dessen lässt sich das zeitabhängige elektrische Feld  $E(t)$  in ein komplexes frequenzabhängiges elektrisches Feld  $\tilde{E}(\omega)$  transformieren und umgekehrt. Dabei gilt:

$$\tilde{E}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.7)$$

und

$$E(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (2.8)$$

Ist  $E(t)$  ein reelles elek. Feld, dann gilt:

$$\tilde{E}(\omega) = E^*(-\omega) \quad (2.9)$$

Demnach ist der Teil mit den positiven oder den negativen Frequenzen vollkommen ausreichend, um den Laserpuls vollständig zu charakterisieren. Diese Teile des Spektrums werden in der Literatur oft als Analytisches Signal bezeichnet und wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \tilde{E}^+(\omega) &= \tilde{E}(\omega) \quad \text{für } \omega \geq 0 \\ &0 \quad \text{für } \omega < 0. \end{aligned} \quad (2.10)$$

In gleicher Weise gilt für den negativen Teil:

$$\begin{aligned} \tilde{E}^-(\omega) &= \tilde{E}(\omega) \quad \text{für } \omega < 0 \\ &0 \quad \text{für } \omega \geq 0. \end{aligned} \quad (2.11)$$

$\tilde{E}^+(\omega)$  ist das komplex wobei  $\tilde{E}^-(\omega)$  das konjugiert komplexe analytische Signal ist. Der Zusammenhang zwischen dem reellen elektrischen Feld  $E(t)$  und dem analytischen Signal ist gegeben durch die Summe der mit (2.8) invers fouriertransformierten analytischen Signale:

$$E(t) = FT^{-1} [\tilde{E}^+(\omega)] + FT^{-1} [\tilde{E}^-(\omega)] \quad (2.12)$$

Für eine einfache mathematische Beschreibung des Laserpulses im Frequenzbereich kann der folgende Ausdruck verwendet werden:

$$\tilde{E}^+(\omega) = |\tilde{E}^+(\omega)| \cdot e^{-j\Phi(\omega)}. \quad (2.13)$$

$|\tilde{E}^+(\omega)|$  wird als spektrale Amplitude und  $\Phi(\omega)$  als spektrale Phase bezeichnet. Demzufolge ergibt sich eine Analogie zur Darstellung im Zeitbereich. In beiden Fällen lässt sich das elektr. Feld durch Amplitude und Phase beschreiben. Die spektrale Intensität  $I(\omega)$  ist proportional dem Betragsquadrat von  $\tilde{E}^+(\omega)$ .

$$I(\omega) \propto |\tilde{E}^+(\omega)|^2 \quad (2.14)$$

Wie bei der zeitlichen Phase  $\Phi(t)$  lässt sich auch die spektrale Phase  $\Phi(\omega)$  zerlegen. Dazu wird diese in eine Taylorreihe um die Zentralfrequenz des Laserpulses  $\omega_z$  entwickelt. Danach ergibt sich:

$$\begin{aligned} \Phi(\omega) = & \phi_0 + \phi_1(\omega_z) \cdot (\omega - \omega_z) + \frac{1}{2} \cdot \phi_2(\omega_z) \cdot (\omega - \omega_z)^2 + \\ & \frac{1}{6} \cdot \phi_3(\omega_z) \cdot (\omega - \omega_z)^3 + \dots \end{aligned} \quad (2.15)$$

Demnach besteht die spektrale Phase aus einem konstanten, einem linearen und höheren nichtlinearen Anteilen. Die Bedeutung und die Wirkung der einzelnen Anteile auf den Laserpuls im Frequenz- sowie im Zeitbereich wird im Abschnitt 2.1.4 ausführlich behandelt. [4]

### 2.1.3 Zeit-Bandbreite-Produkt

Die mathematische Multiplikation der zeitlichen FWHM-Pulsdauer  $\Delta t$  eines Laserpulses mit der spektralen FWHM-Bandbreite  $\Delta \omega$ , ergibt das sogenannte Zeit-Bandbreiten-Produkt. Es lässt Aussagen über die Qualität eines bestehenden Chirp zu. Resultierend aus der Unschärferelation kann die Dauer des Pulses einen bestimmten Wert bei gegebenem Spektrum nicht unterschreiten und umgekehrt. Für das Zeit-Bandbreiten-Produkt gilt also stets:

$$\Delta \omega \cdot \Delta t \geq p \quad (2.16)$$

Das theoretische Minimum des Produktes ist für verschiedene Pulsformen unterschiedlich, wobei es jeweils den chirpfreien Fall wiedergibt. Die Fourier-Limits  $p$  für ausgewählte Pulsformen sind der nachfolgenden Tabelle zu entnehmen.[4]

Tab. 2.1: Fourier-Limits für eine Auswahl an Pulsformen

Pulsform	Fourier-Limit $p$
sech <sup>2</sup>	$2\pi \cdot 0.315$
Gauss	$2\pi \cdot 0.441$
Lorentz	$2\pi \cdot 0.221$



Pulse, deren Zeit-Bandbreiten-Produkte dem theoretischen Minimum entsprechen, d.h. deren zeitliche und spektrale Phasen höchstens linear von der Zeit oder Frequenz abhängen, werden als fourier-limitiert oder auch bandbreitenbegrenzt bezeichnet.

### 2.1.4 Auswirkung der spektralen Phase auf die zeitliche Pulsform

Im vorangegangenen Abschnitt wurde die spektrale Phase in eine Taylorreihe entwickelt (2.15). Dabei kommt den Taylorkoeffizienten eine besondere Bedeutung zu.  $\phi_0$  beschreibt die absolute Phase. Sie verschiebt das zeitliche elektrische Feld zum Maximum der Einhüllenden (Abb. 2.2). Die absolute Phase ist in den meisten Fällen nicht weiter von Bedeutung, da sie keine Auswirkung auf die Bestimmung linearer optischer Spektren besitzt. Bei einem Impuls mit vielen optischen Zyklen fällt eine Änderung der absoluten Phase außerdem kaum ins Gewicht. Bei einem Impuls mit nur wenigen Schwingungen ist jedoch die absolute Phase entscheidend für die Form des Feldes.

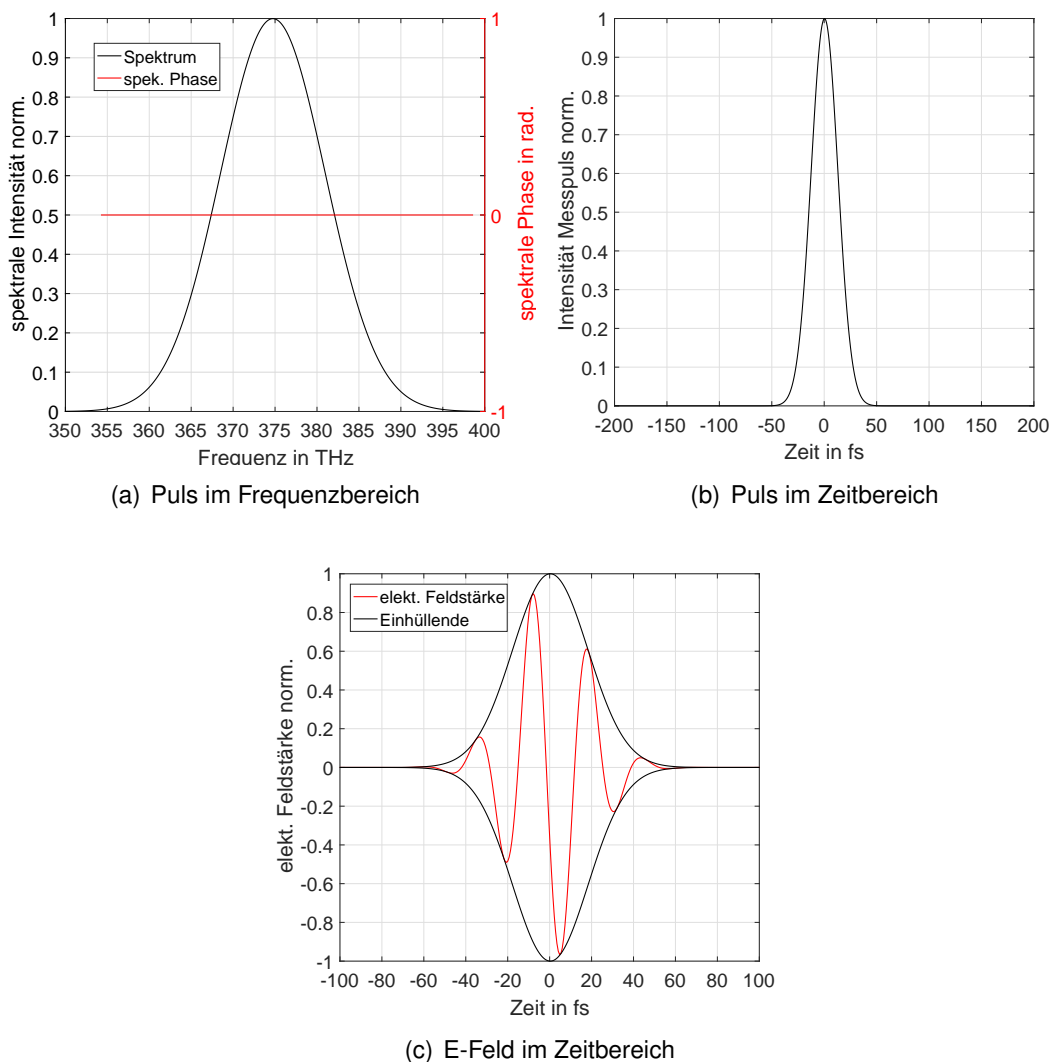


Abb. 2.2: Puls mit einer Pulsdauer von 30 fs und einer absoluten Phase von  $-2$  rad

$\phi_1$  ist die Gruppenverzögerung GD (engl. Group Delay). Diese bewirkt eine lineare Änderung der spektralen Phase. Durch die Fourier-Transformation führt diese lineare Änderung zu einer Verschiebung des Pulsmaximums im Zeitbereich (Abb. 2.3).

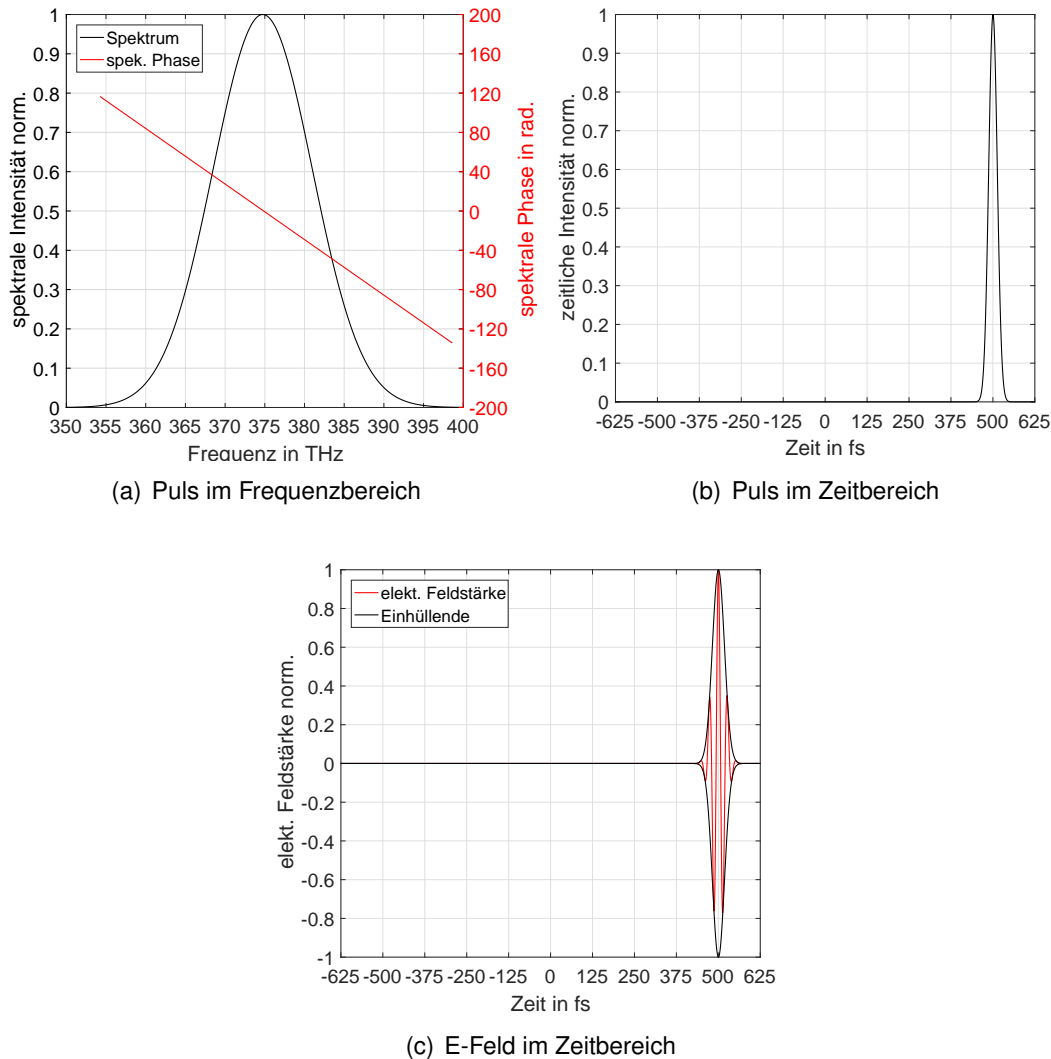


Abb. 2.3: Puls mit einer Pulsdauer von 30 fs und einem GD von 500 fs

$\phi_2$  wird als Gruppengeschwindigkeitsdispersion GVD (engl. Group Velocity Dispersion) bezeichnet. Die Veränderung der GVD hat zwei Auswirkungen. Auf der einen Seite verbreitert sie die zeitliche Einhüllende des Pulses, was zu einer Erhöhung der Pulsdauer führt. Das Ausmaß der Pulsverbreiterung ist von der ursprünglichen Pulsdauer des Pulses abhängig. Denn bei einem konstanten GVD wird ein kürzerer Puls stärker verbreitert als ein Längerer. Auf der anderen Seite ändert sie die zeitliche Phase, wobei die Form der Einhüllenden (z.B. Gaußform) bestehen bleibt. Bei näherer Betrachtung der zeitlichen Phase ist zu sehen, dass ein GVD den additiven Phasentherm  $\Phi_a(t)$ , aus (2.3), eine quadratische Abhängigkeit auferlegt. Daraus folgt, dass die Momentanfrequenz  $\omega_M(t)$ , aus (2.4), sich linear mit der Zeit ändert. Das bedeutet der Puls erfährt einen linearen

Chirp. Wie in Abschnitt 3.1.1 bereits beschrieben, erhält der Puls bei positivem GVD einen up-chirp und bei negativem GVD ein down-chirp. In Abb. 2.4 ist der Sachverhalt des positiven Chirp dargestellt.

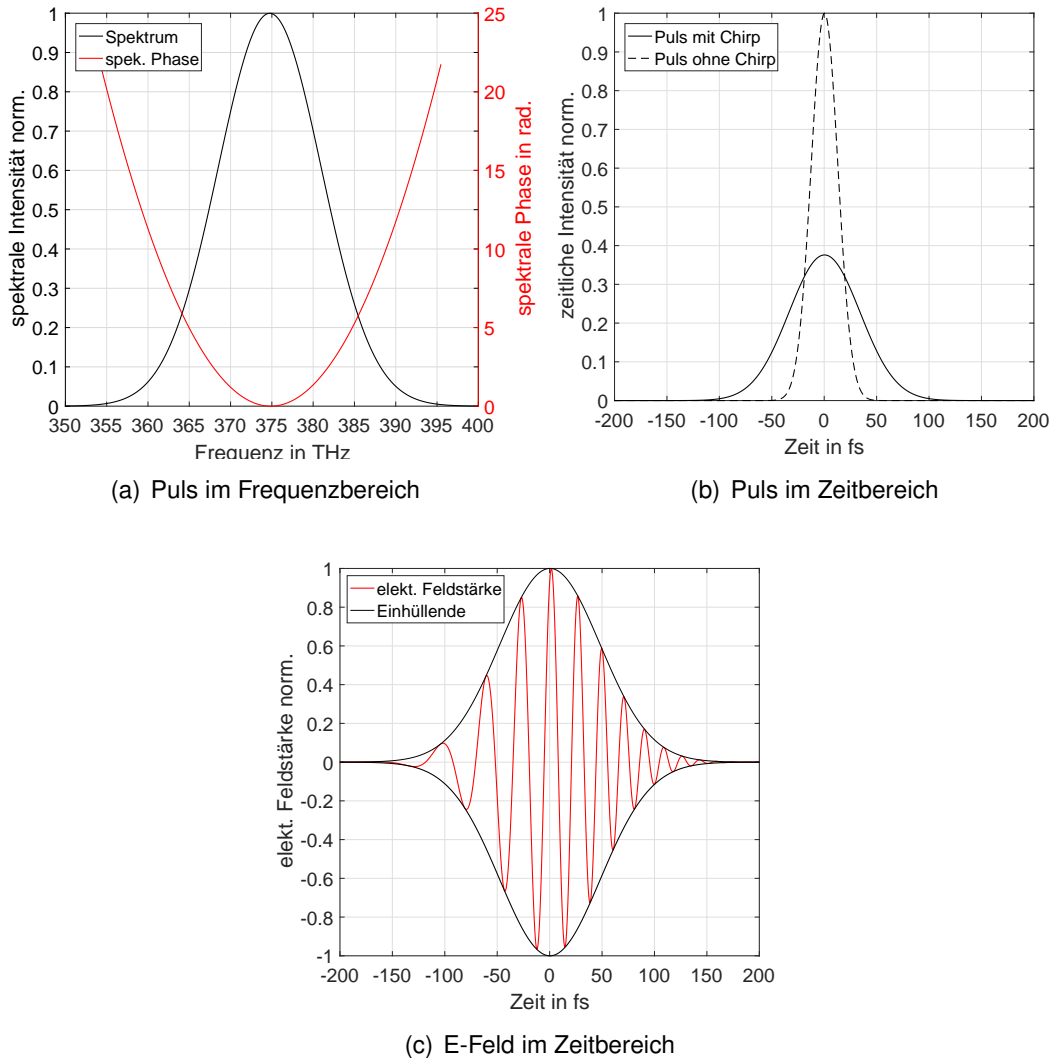


Abb. 2.4: Puls mit einer Pulsdauer von 30 fs und einem GVD von  $800 \text{ fs}^2$  verbreitert auf ca. 56 fs

$\phi_3$  ist die Dispersion dritter Ordnung TOD (engl. Third Order Dispersion). Aufgrund dieses Terms erhält die zeitliche Phase einen kubischen Anteil. Daraus folgt für die Momentanfrequenz  $\omega_M(t)$  eine quadratische Abhängigkeit. Darum wird die Dispersion dritter Ordnung auch als quadratischer Chirp bezeichnet. Durch den quadratischen Chirp bekommt der zeitliche Puls, in Abhängigkeit des Vorzeichens von TOD, neben dem Hauptpuls noch zusätzliche Nebenmaxima. Die Anzahl und die Höhe der zusätzlichen Nebenmaxima ist abhängig von der Größe der TOD.

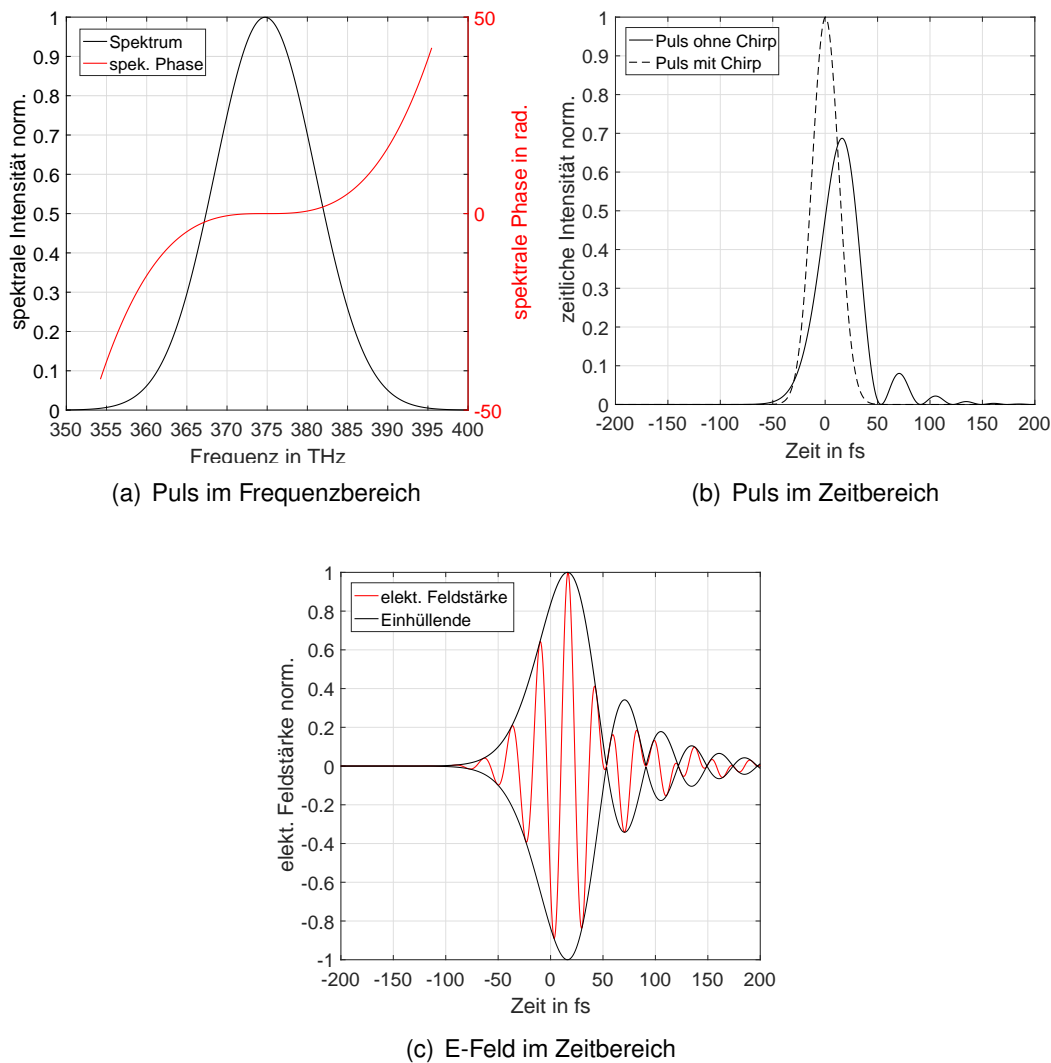


Abb. 2.5: Puls mit einer Pulsdauer von 30 fs und einem TOD von 20000 fs<sup>3</sup>

### 2.1.5 Dispersion durch transparente Medien

Durchquert ein ultrakurzer Laserpuls ein transparentes Medium der Länge  $L$  mit einem Brechungsindex  $n(\omega)$ , so erhält die spektrale Phase einen vom Medium verursachten additiven Anteil  $\phi_M(\omega)$ . Diese Funktion wird als spektrale Transferfunktion bezeichnet und ist definiert als:

$$\phi_M(\omega) = k(\omega)L = \frac{\omega}{c}n(\omega)L. \quad (2.17)$$

$k(\omega)$  ist dabei die Wellenzahl in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz. Die Transferfunktion kann mit der Taylorreihenentwicklung der spektralen Phase gleichgesetzt werden. Demnach sind die Taylorkoeffizienten darin enthalten. Diese können durch die Bildung der Ableitungen nach  $\omega$  berechnet werden. Dadurch ergeben sich folgende zusammen-

hänge:

$$GD = \phi'_M = \frac{d\phi_M}{d\omega} = L \frac{dk}{d\omega} = L \left( \frac{d\omega}{dk} \right)^{-1} = \frac{L}{c} \left( n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) \quad (2.18)$$

$$GVD = \phi''_M = \frac{d^2\phi_M}{d\omega^2} = \frac{L}{c} \left( 2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2n}{d\omega^2} \right) \quad (2.19)$$

$$TOD = \phi'''_M = \frac{d^3\phi_M}{d\omega^3} = \frac{L}{c} \left( 3 \frac{d^2n}{d\omega^2} + \omega \frac{d^3n}{d\omega^3} \right) \quad (2.20)$$

·  
·  
·

Mit Hilfe der Ableitungen lassen sich für jedes transparente Medium die Taylorkoeffizienten  $GD$ ,  $GVD$ ,  $TOD$  usw. bestimmen.

Für eine theoretische Berechnung der spektralen Transferfunktion ist die Kenntnis des Brechungsindex  $n(\lambda)$  erforderlich. Um die Funktion des Brechungsindex in Abhängigkeit von der Wellenlänge zu erhalten, kann die Sellmeier-Gleichung verwendet werden.

$$n(\lambda) = \sqrt{1 + \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3\lambda^2}{\lambda^2 - C_3}} \quad (2.21)$$

Die Sellmeierkoeffizient  $B$  und  $C$  sind für sehr viele in der Optik eingesetzten Materialien bekannt und können der Literatur oder aus Datenblättern der Hersteller entnommen werden.

## 2.2 Fourier-Transformierte spektrale Interferometrie (FTSI)

### 2.2.1 Grundprinzip

Die Fourier-Transformierte spektrale Interferometrie ist ein Verfahren zur Bestimmung der spektralen Phasendifferenz  $\Delta\Phi(\omega)$  zweier zeitlich versetzter ultrakurzer Laserpulse, aus dem fouriertransformierten, experimentell gewonnenen, spektralen Interferogramm. Dazu wird ein ultrakurzer Laserpuls beispielsweise in einem Mach-Zehnder-Interferometer in einen Mess- und einen Referenzpuls aufgeteilt (siehe Abb. 2.6). Der Messpuls durchläuft ein Transparentes Medium, das die spektrale Phase  $\Phi(\omega)$  des Messpulses um ein  $\Delta\Phi$  im Vergleich zur spektralen Phase des Referenzpulses ändert. Danach werden beide

Laserpulse spektral zu Interferenz gebracht, wobei der Messpuls zum Referenzpuls einen zeitlichen Versatz  $\tau$  hat.

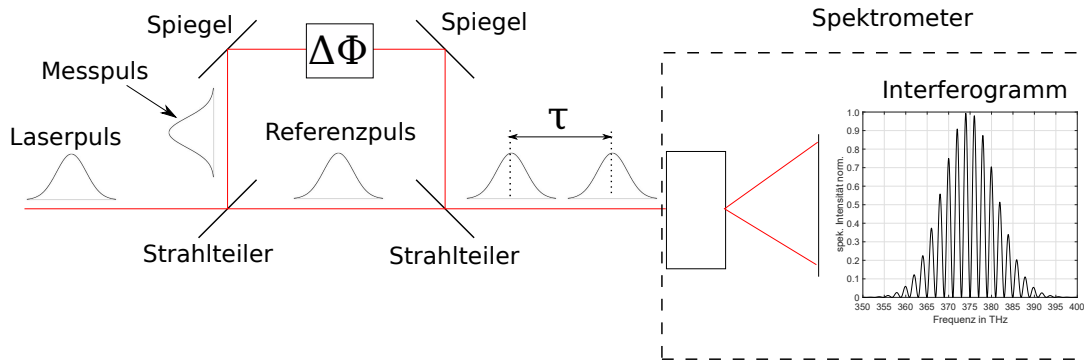


Abb. 2.6: Prinzipische Skizze zur Generierung des spektralen Interferogramms

Um aus dem gemessenen spektralen Interferogramm die spektrale Phasendifferenz zu erhalten wird wie in Abb. 2.7 zu sehen vorgegangen.

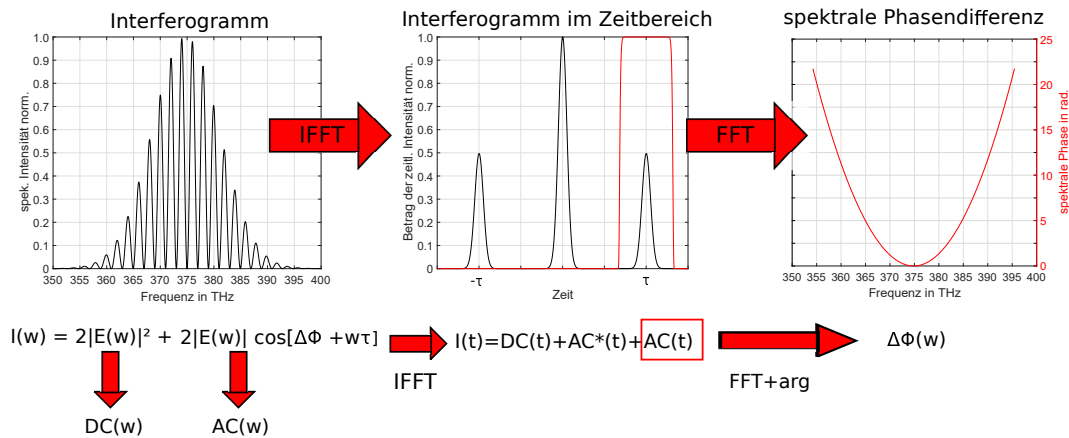


Abb. 2.7: FTSI-Algorithmus zur Gewinnung der spektralen Phasendifferenz

Das spektrale Interferogramm lässt sich über die Gleichung in Abb. 2.7 beschreiben. In ihr sind zwei Summanden enthalten. Der erste Summand ist ein konstanter Anteil  $DC(\omega)$ , während der zweite Summand  $AC(\omega)$  die spektrale Interferenz beschreibt, in der die spektrale Phasendifferenz  $\Delta\Phi$  enthalten ist. Durch die inverse Fourier-Transformation (IFFT) in den Zeitbereich wird der DC-Teil vom AC-Teil getrennt. Und bei  $+\tau$  bzw.  $-\tau$  lokalisiert. Durch die Separation der Anteile kann der AC-Teil an der Stelle  $+\tau$  über eine Fensterfunktion herausgefiltert werden. Der gefilterte AC-Teil wird über die Fouriertransformation zurück in den Frequenzbereich transformiert. Durch anschließende Berechnung des Argumentes ergibt sich die spektrale Phasendifferenz  $\Delta\Phi(\omega)$ .

## 2.2.2 Allgemeine mathematische Beschreibung des FTSI-Algorithmus

### Bildung des spektralen Interferogramms

Gegeben sind die zeitabhängigen elektr. Felder eines unbekanntes Laserpulses  $E(t)$  und eines bekannten Referenzpulses  $E_0(t)$ . Die zugehörigen Fourier-Transformierten komplexen elektr. Felder sind  $\tilde{E}(\omega)$  und  $\tilde{E}_0(\omega)$ . Die Phasendifferenz der beiden Felder berechnet sich mit:

$$\Delta\Phi(\omega) = \arg[\tilde{E}(\omega)] - \arg[\tilde{E}_0(\omega)] \quad (2.22)$$

In einem klassischen Interferenzexperiment werden die beiden Felder mit einer zeitlichen Verschiebung von  $\tau$  kollinear zusammengeführt und in einem Spektrometer analysiert. Das im Spektrometer entstandene spektrale Interferogramm ist in Abb. 2.8 dargestellt und hat die folgende mathematische Form:

$$I(\omega) = |\tilde{E}_0(\omega) + \tilde{E}(\omega)\exp[j\omega\tau]|^2 \quad (2.23)$$

$$= |\tilde{E}_0(\omega)|^2 + |\tilde{E}(\omega)|^2 + \tilde{E}_0^*(\omega)\tilde{E}(\omega)\exp[j\omega\tau] + \tilde{E}_0(\omega)\tilde{E}^*(\omega)\exp[-j\omega\tau] \quad (2.24)$$

Dabei steht \* für komplex konjugierte Werte. Die letzten beiden Summanden bilden den Interferenzanteil der Gleichung. Dieser kann mit  $\cos(\Delta\Phi(\omega) + \omega\tau)$  verglichen werden.

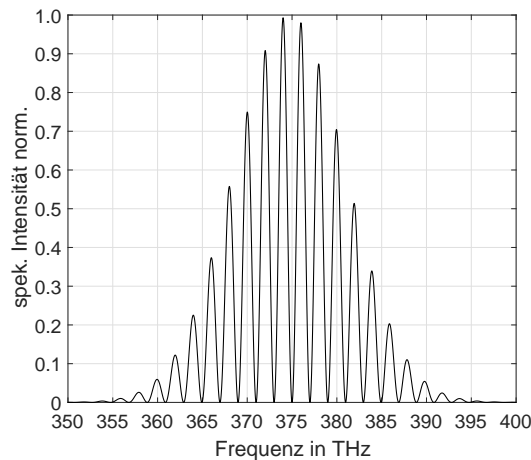


Abb. 2.8: Spektrales Interferogramm zweier gaußförmiger Femtosekundenlaserpulse mit einer Zentralfrequenz von 375 THz und einer Zeitverzögerung von  $\tau = 500$  fs.

Um die Phasendifferenz zu isolieren wird eine Substitution mit  $f(\omega)$  durchgeführt.

$$f(\omega) = \tilde{E}_0^*(\omega)\tilde{E}(\omega) = |\tilde{E}_0^*(\omega)\tilde{E}(\omega)| \cdot \exp[j\Delta\Phi(\omega)] \quad (2.25)$$

Die Gleichung (2.24) ändert sich damit zu:

$$I(\omega) = |\tilde{E}_0(\omega)|^2 + |\tilde{E}(\omega)|^2 + f(\omega)\exp[j\omega\tau] + f^*(\omega)\exp[-j\omega\tau]. \quad (2.26)$$

Die gesuchte spektrale Phasendifferenz ist nun das Argument von  $f(\omega)$  bzw.  $f^*(\omega)$ .

$$\Delta\Phi(\omega) = \arg[f(\omega)] = -\arg[f^*(\omega)] \quad (2.27)$$

### Interferogramm im Fourierraum und Filterung der Phasendifferenz

Um die spektrale Phasendifferenz aus dem Interferogramm zu extrahieren muss es invers Fourier-Transformiert werden.

$$I(t) = FT^{-1}[I(\omega)] = FT^{-1}[|\tilde{E}_0(\omega)|^2 + |\tilde{E}(\omega)|^2] + f(t - \tau) + f^*(-t - \tau) \quad (2.28)$$

Durch die Transformation wird eine komplexe achsensymmetrische Funktion im Zeitbereich gebildet  $I(t)$ . Der Realteil dieser Funktion ist in Abb. 2.9 dargestellt. Die Summanden  $f(t - \tau)$  und  $f^*(-t - \tau)$  aus (2.28) können nun den beiden entstandenen Seitenbändern zugeordnet werden.

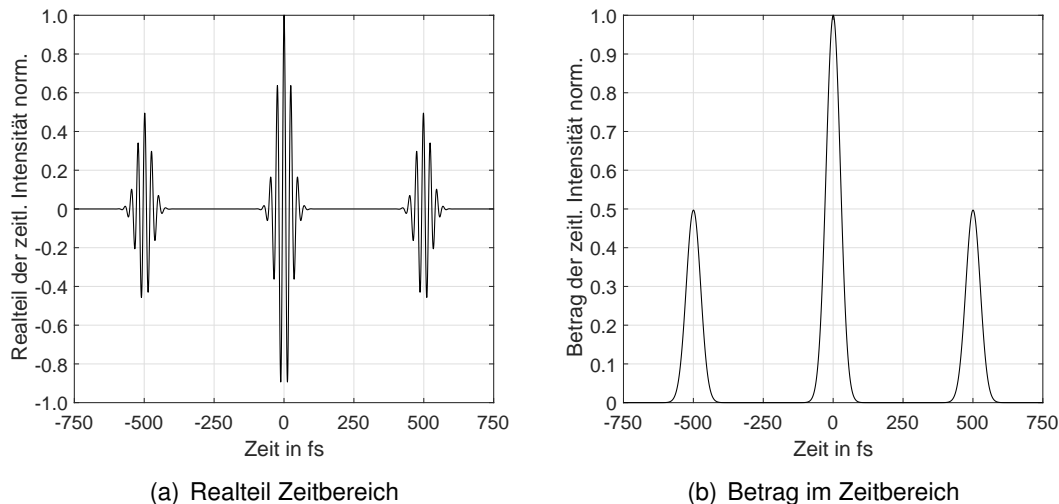


Abb. 2.9: Realteil und Betrag des transformierten Interferogramms im Zeitbereich

Diese beiden Funktionen bilden das analytische Signal analog zu (2.10) und (2.11) und sind zeitlich um  $\tau$  bzw.  $-\tau$  verschoben. Um die spektrale Phasendifferenz zu bekommen, muss nur eine dieser Funktionen herausgefiltert werden, da in beiden die gleiche Information enthalten ist (siehe Abschnitt 2.1.3). An dieser Stelle wird sich für das positive analytische Signal  $f(t - \tau)$  entschieden. Dazu wird die gesamte komplexe Funktion  $I(t)$  mit einer Fensterfunktion multipliziert.

$$S(t) = \Theta(t) \cdot I(t) = \Theta(t) \cdot FT^{-1}[I(\omega)]. \quad (2.29)$$



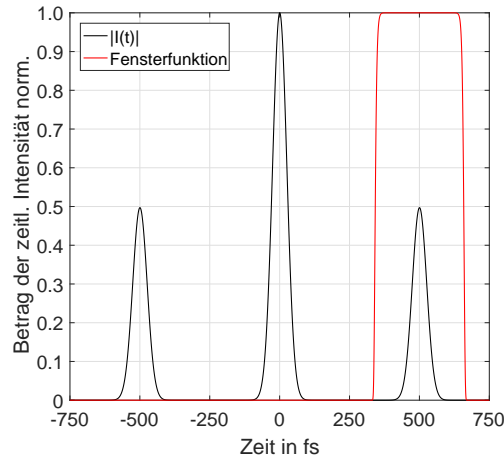


Abb. 2.10: Betrag des transformierten Interferogramms im Zeitbereich mit Fensterfunktion

Als Fensterfunktion soll an dieser Stelle eine Supergaus  $\Theta(t)$  verwendet werden (siehe Abb. 2.10). Prinzipiell können auch andere Fensterfunktionen verwendet werden, die allerdings auch unterschiedliche Wirkungen haben können.

### Rekonstruktion der spektralen Phasendifferenz

Für die Berechnung der spektralen Phasendifferenz muss (2.29) zurück in den Frequenzbereich transformiert werden. Dadurch ergibt sich der folgende Ausdruck:

$$S(\omega) = FT[S(t)] = FT[\Theta(t) \cdot FT^{-1}[I(\omega)]] \quad (2.30)$$

Dieser kann jetzt gleichgesetzt werden mit dem vorletzten Summanden aus (2.26).

$$S(\omega) = FT[\Theta(t) \cdot FT^{-1}[I(\omega)]] = f(\omega) \exp[j\omega\tau] \quad (2.31)$$

$f(\omega)$  kann jetzt mit (2.25) ersetzt werden.

$$S(\omega) = f(\omega) \exp[j\omega\tau] = |\tilde{E}_0^*(\omega)\tilde{E}(\omega)| \cdot \exp[j(\Delta\Phi(\omega) + \omega\tau)] \quad (2.32)$$

Die spektrale Phasendifferenz  $\Delta\Phi(\omega)$  ist jetzt im Argument von  $S(\omega)$  enthalten und muss entsprechend herausgelöst werden. Dazu wird das Argument berechnet.

$$\arg[S(\omega)] = \Delta\Phi(\omega) + \omega\tau \quad (2.33)$$

Die spektrale Phasendifferenz lässt sich nun durch einfaches subtrahieren des linearen Phasenterm  $\omega\tau$  bestimmen.

$$\Delta\Phi(\omega) = \Delta\Phi(\omega) + \omega\tau - \omega\tau \quad (2.34)$$

### Berechnung der Taylorkoeffizienten der spektralen Phasendifferenz

Die spektrale Phasendifferenz kann wie in (2.15) als Taylorreihe, um den Entwicklungspunkt der Zentralfrequenz  $\omega_z$ , entwickelt werden.

$$\begin{aligned}\Delta\Phi(\omega) = & \Delta\Phi_0 + \Delta GD(\omega_z) \cdot [\omega - \omega_z] + \frac{1}{2} \cdot \Delta GVD(\omega_z) \cdot [\omega - \omega_z]^2 \\ & + \frac{1}{6} \cdot \Delta TOD(\omega_z) \cdot [\omega - \omega_z]^3 + \dots\end{aligned}\quad (2.35)$$

Die Taylorkoeffizienten werden jeweils als Differenz zwischen Mess- und Referenzpuls angegeben, da die spektrale Phasendifferenz die Grundlage ist. Die Berechnung der Taylorkoeffizienten ist über die Ableitungen der spektralen Phasendifferenz nach der Differenzfrequenz  $\omega - \omega_z$  gegeben.

$$\Delta GD = \Delta\Phi(\omega)' = \frac{d\Delta\Phi(\omega)}{d(\omega - \omega_z)} \quad (2.36)$$

$$\Delta GVD = \Delta\Phi(\omega)'' = \frac{d^2\Delta\Phi(\omega)}{d(\omega - \omega_z)^2} \quad (2.37)$$

$$\Delta TOD = \Delta\Phi(\omega)''' = \frac{d^3\Delta\Phi(\omega)}{d(\omega - \omega_z)^3} \quad (2.38)$$

·  
·  
·

### Rekonstruktion des elektrischen Feldes und des Laserpulses

Zur Rekonstruktion des unbekanntes elekt. Feldes  $E(t)$  muss das elekt. Feld des Referenzpulses bekannt bzw. vollständig charakterisiert sein. Das unbekanntes elekt. Feld im Frequenzraum ergibt sich durch Division des Ausdrucks  $S(\omega)$  mit dem fouriertransformierten elekt. Feld des Referenzpulses und des linearen Phasenterms.

$$\tilde{E}(\omega) = \frac{S(\omega)}{\tilde{E}_0^*(\omega) \cdot \exp[j\omega\tau]} = \frac{f(\omega) \cdot \exp[j\omega\tau]}{\tilde{E}_0^*(\omega) \cdot \exp[j\omega\tau]} \quad (2.39)$$

Die Fourier-Transformation von  $\tilde{E}(\omega)$  ergibt das komplexe zeitabhängige elekt. Feld des unbekanntes Pulses, wobei nur der Realteil von Interesse ist, der das zeitabhängige elekt. Feld des unbekanntes Laserpulses repräsentiert.

$$E(t) = \text{Re} [FT [\tilde{E}(\omega)]] \quad (2.40)$$

Der Laserpuls bzw. die Laserpulsform lässt sich durch Berechnung der Intensität im Zeitbereich darstellen.[2][5]

$$I(t) \propto |E(t)|^2 \quad (2.41)$$

### 3 Simulation des FTSI-Algorithmus zur Extraktion der spektralen Phasendifferenz

In diesem Kapitel werden verschiedene Varianten zur Extraktion der spektralen Phasendifferenz aus spektralen Interferogrammen durch Simulationen in Matlab untersucht und diskutiert. Es wird die Eignung der einzelnen Methoden geprüft und für den praktischen Einsatz bewertet. Des Weiteren wird der Einfluss des Rauschens sowie die Verwendung der Fensterfunktion auf die Extraktion der Spektralen Phasendifferenz beschrieben. Auf Basis der hier gewonnenen Erkenntnisse, werden die erfolgversprechendsten Methoden in einem FTSI-Algorithmus für die nachfolgenden Experimente umgesetzt.

#### 3.1 Charakteristika der Simulation

Das mit Matlab umgesetzte Simulationsprogramm, erzeugt ein spektrales Interferogramm aus der Interferenz eines Mess- und eines Referenzpulses mit einer gaußförmigen Intensitätsverteilung im Spektralbereich (siehe Abb. 3.1). Die spektrale FWHM-Bandbreite  $\Delta\omega$  beider Pulse ist identisch und berechnet sich über das Zeit-Bandbreite-Produkt bei einstellbarer FWHM-Pulsdauer. Die zentrale Wellenlänge bzw. Frequenz liegt bei 800 nm oder 375 THz. Die spektrale Phase des Messpulses ist bis zur dritten Ordnung variabel einstellbar, während die des Referenzpulses konstant Null ist. Die zeitliche Verschiebung  $\tau$  der Pulse zueinander ist ebenfalls in einem Bereich von Null bis Zehn Pikosekunden einstellbar. Für die durchgeführten Fourier-Transformationen wird die Fast-Fourier-Transformation (FFT) bzw. die inverse Fast-Fourier-Transformation (IFFT) basierend auf dem Algorithmus von Cooley-Tukey verwendet.

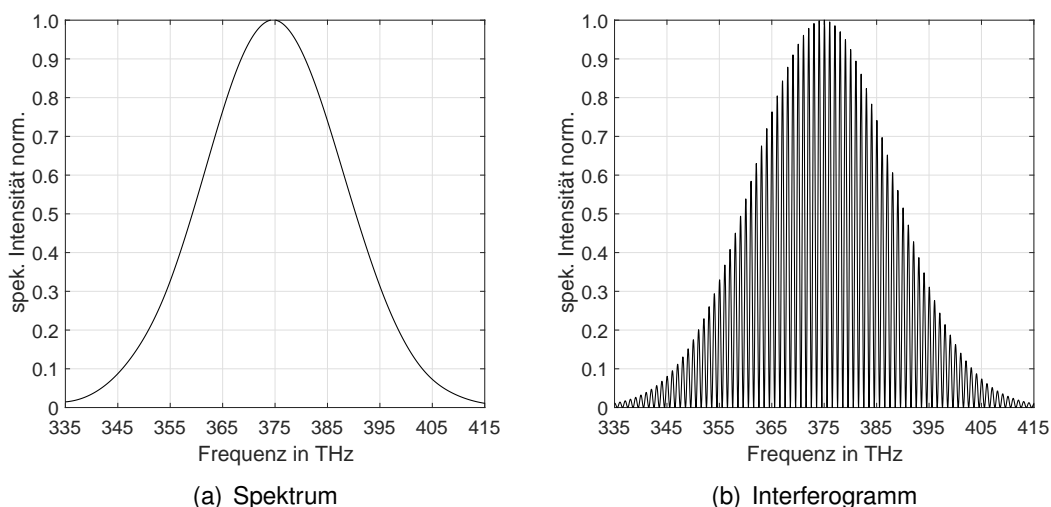


Abb. 3.1: Spektrum (a) und Interferogramm (b) des Mess- und Referenzpulses

## 3.2 Varianten zur Extraktion der spektralen Phasendifferenz

Prinzipiell wird die Extraktion der spektralen Phasendifferenz nach dem im Abschnitt 2.2.2 beschriebenen allgemeinen Algorithmus durchgeführt. Dennoch existieren verschiedene Vorgehensweisen innerhalb dieses Algorithmus. Die in den folgenden Unterpunkten untersuchten Varianten befassen sich mit dem Problem der nicht äquidistanten Frequenzabstände der Datenpunkte, die nach der Aufnahme des Interferogramms mit einem Spektrometer entstehen. Bevor näher auf das Problem eingegangen wird, muss kurz erläutert werden, wie ein Spektrometer die gemessenen Wellenlängen den einzelnen Pixeln zuordnet. Dafür wird eine Kalibrierung des Spektrometers mit einer Lichtquelle durchgeführt, die spezifische Emissionslinien mit bekannten Wellenlänge besitzt. Durch die Beugung oder Dispersion im Spektrometer werden die Emissionslinien der Lichtquelle auf der Detektorebene an einer bestimmten Position  $x$  abgebildet.  $x$  ist dabei einfach die Nummer eines Pixels in der Detektorebene. Es kann also jeder Emissionslinie ein Pixel zugeordnet werden. Da allerdings nur einzelne Emissionslinien zugeordnet werden können, müssen alle dazwischen liegenden Wellenlängen über ein Polynomfit vierter oder fünfter Ordnung berechnet werden. Diese Polynomfunktion wird Kalibrierfunktion der Wellenlänge genannt.

$$\lambda(x) = C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3 + C_4x^4 + \dots \quad (3.1)$$

Mit  $C$  werden die Koeffizienten von (3.1) bezeichnet.

Die Frequenz  $\omega$  ist proportional zum reziproken der Wellenlänge

$$\omega(x) \propto \frac{1}{\lambda(x)} \quad (3.2)$$

und kann in eine Taylorreihe um die Zentralfrequenz  $\omega_z$  entwickelt werden.

$$\omega(x) = \omega_z + \alpha_1x + \frac{\alpha_2x^2}{2} + \frac{\alpha_3x^3}{3} + \dots \quad (3.3)$$

Diese Funktion wird als Kalibrierfunktion bezeichnet. Die Folge dieser Kalibrierfunktionen sind nicht äquidistante Frequenzabstände der Datenpunkte des aufgenommenen Interferogramms. Die in der Kalibrierfunktion  $\omega(x)$  enthaltenen Nichtlinearitäten verursachen Probleme bei der Extraktion der spektralen Phasendifferenz. In den folgenden Abschnitten werden die Varianten untersucht, die die Auswirkungen der Nichtlinearitäten aufzeigen und auf unterschiedliche Weise entgegenwirken.

### 3.2.1 Direkte Transformation

Bei der Methode der direkten Transformation des Interferogramms, werden die Datenpunkte direkt über die FFT transformiert. Als Resultat ergibt sich eine Verbreiterung

des zu extrahierenden Interferenzanteils  $f(t - \tau)$  bzw.  $f^*(-t - \tau)$  in Abhängigkeit von  $\tau$ . In Abb. 3.2 ist der Betrag des transformierten Interferogramms für vier unterschiedliche Werte von  $\tau$  dargestellt.

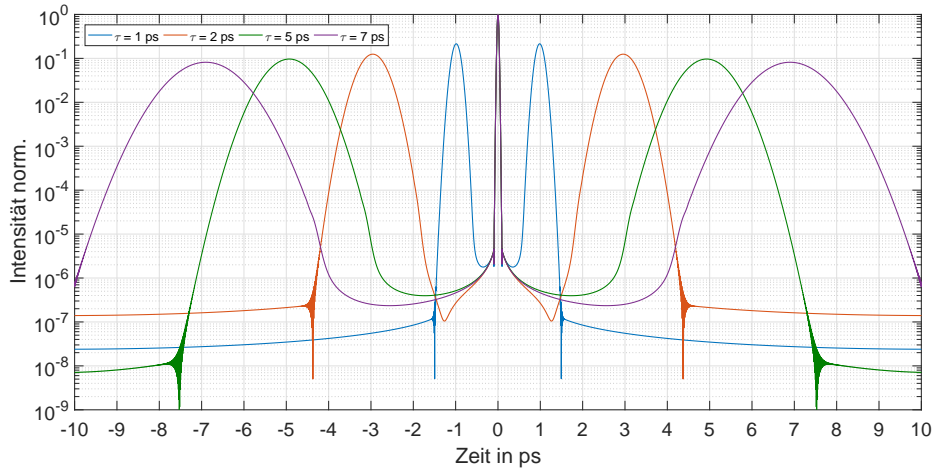


Abb. 3.2: Betrag des direkt fourier-transformierten Interferogramms mit unterschiedlichen Werten für  $\tau$

Die auftretende Verbreiterung ist eine direkte Folge der Kalibrierfunktion  $\omega(x)$ . Zur Erklärung dieses Phänomens, muss die Gleichung des Interferogramms (2.26) in Abhängigkeit von  $\omega(x)$  betrachtet werden.

$$I(\omega(x)) = |\tilde{E}_0(\omega(x))|^2 + |\tilde{E}(\omega(x))|^2 + f(\omega(x))\exp[j\omega(x)\tau] + f^*(\omega(x))\exp[-j\omega(x)\tau] \quad (3.4)$$

Es ist ersichtlich, dass die von  $\tau$  abhängigen Größen die Argumente der Exponentialfunktionen sind. Durch Einsetzen der Kalibrierfunktion in das Argument ergibt sich:

$$\exp[-j\omega(x)\tau] = \exp[-j(\omega_0\tau + \alpha_1\tau x + \alpha_2\tau x^2 + \alpha_3\tau x^3 \dots)] \quad (3.5)$$

$$\exp[j\omega(x)\tau] = \exp[j(\omega_0\tau + \alpha_1\tau x + \alpha_2\tau x^2 + \alpha_3\tau x^3 \dots)] \quad (3.6)$$

Die im Argument enthaltenen nichtlinearen Anteile bewirken eine künstliche Änderung der spektralen Phase bzw. erzeugen einen künstlichen Chirp. Aufgrund dessen muss sich die Form des Interferenzanteils  $f(t - \tau)$  bzw.  $f^*(-t - \tau)$  im Zeitbereich ändern. Die Verbreiterung in Abb. 3.2 ist demnach auf den quadratischen Anteil in der Kalibrierfunktion zurückzuführen, der einen quadratischen Chirp im Zeitbereich bewirkt. Im Bezug auf die Extraktion der spektralen Phasendifferenz, ergibt sich nach der Fensterung, Rücktransformation und Abzug des linearen Phasenterms ein falsche spektrale Phasendifferenz. Dieser Fehler vergrößert sich, wie die Verbreiterung, in Abhängigkeit von  $\tau$ . In Abb. 3.3 ist der Fehler graphisch dargestellt. Die parabolische Form der spektralen Phasendifferenz ist direkt auf den quadratische Anteil, der für die Verbreiterung sorgt, zurückzuführen.

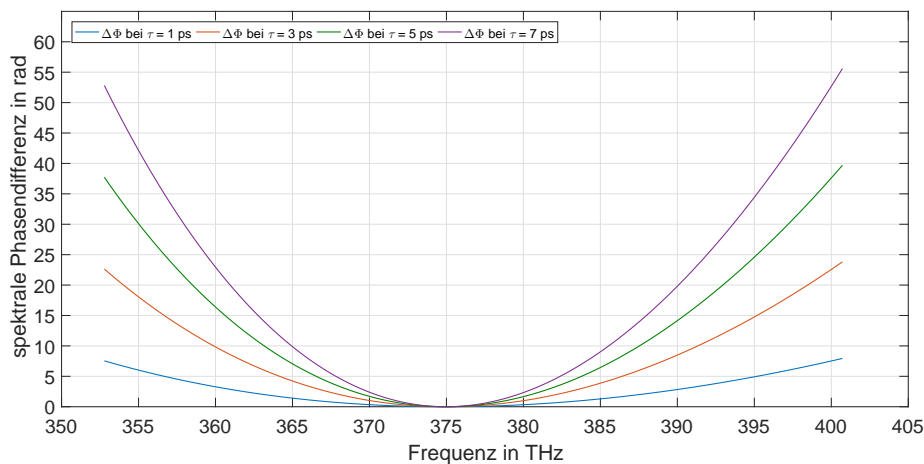


Abb. 3.3: Spektrale Phasendifferenz  $\Delta\Phi$  bei unterschiedlichen Werten für  $\tau$  bei einer Simulierten spektralen Phasendifferenz von 0 rad

Dennoch ist es möglich auch mit dieser Variante die korrekte spektrale Phasendifferenz zu bestimmen. Die Voraussetzung dafür ist die genaue Kenntnis der Kalibrierfunktion. Denn anstatt zur Berechnung der spektralen Phasendifferenz den linearen Phasenterm  $\omega\tau$  zu subtrahieren (siehe (2.34)), wird stattdessen das Produkt aus Kalibrierfunktion und der zeitlichen Verschiebung der Laserpulse  $\omega(x)\tau$  subtrahiert.

$$\Delta\Phi(\omega) = \Delta\Phi(\omega) + \omega(x)\tau - \omega(x)\tau \quad (3.7)$$

Die künstlich erzeugten Anteile der spektralen Phasendifferenz werden dadurch komplett entfernt. Das ist auch der Grund für die notwendige und genaue Kenntnis der Kalibrierfunktion bei der Verwendung dieses Verfahrens.[1]

### 3.2.2 Lineare Interpolation

Bei dieser Variante werden die Datenpunkte mit nicht äquidistanten Frequenzabständen des Interferogramms auf Datenpunkte mit äquidistanten Frequenzabständen interpoliert. Dies wird vor der FFT durch die Interpolation mit einer kubischen Splinefunktion bewerkstelligt. Dadurch werden die nichtlinearen Anteile der Kalibrierfunktion entfernt. Nach der FFT tritt keine Verbreiterung mehr in Abhängigkeit von  $\tau$  auf (siehe Abb. 3.4). Stattdessen ergeben sich Peaks gleicher Breite.

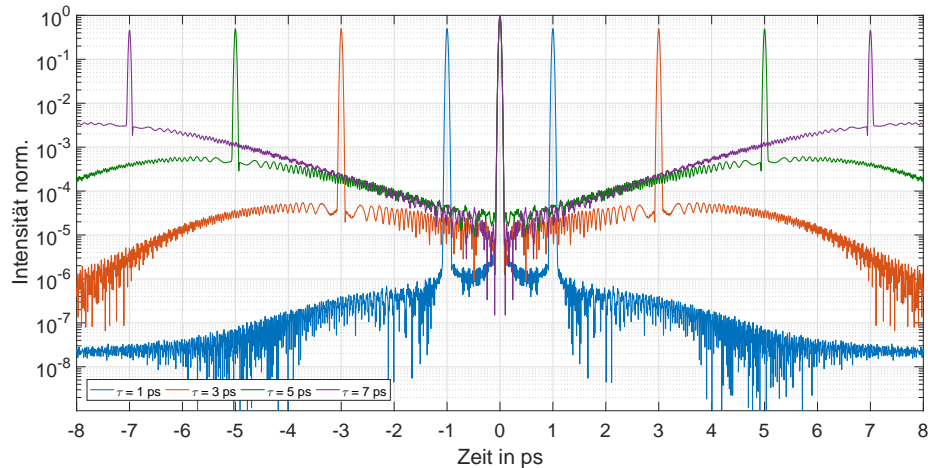


Abb. 3.4: Betrag des linear interpolierten Interferogramms nach Fourier-Transformation bei unterschiedlichen Werten von  $\tau$

Dadurch lässt sich die Phasendifferenz einfach nach dem allgemeinen Algorithmus aus Abschnitt 2.2.2 berechnen. Der Nachteil dieser Variante, ist der ebenfalls in Abb. 3.4 zu sehende Anstieg des Hintergrundes in Abhängigkeit von  $\tau$ . Für kleine Werte von  $\tau$  ergibt sich ein zu vernachlässigender Fehler bei der Berechnung von  $\Delta\Phi(\omega)$ . Wohingegen beim großem  $\tau$  der Hintergrund um mehrere Größenordnungen steigt und damit ein parasitären Effekt hat bzw. ein zusätzliches Rauschen einbringt. Bei der Berechnung der Phasendifferenz treten dadurch Abweichungen auf die sich nicht kompensieren lassen (siehe Abb. 3.5).

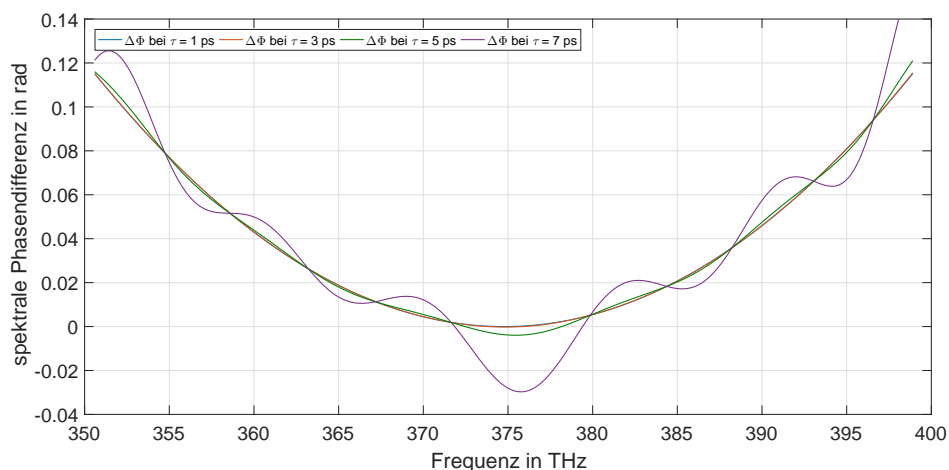


Abb. 3.5: Spektrale Phasendifferenz  $\Delta\Phi$  bei unterschiedlichen Werten für  $\tau$  bei einer Simulierten spektralen Phasendifferenz mit einer GVD von  $10 \text{ fs}^2$

Der Grund für das Ansteigen des Hintergrundes sind Fehler, die bei der Interpolation der Daten entstehen [1]. Der Fehler  $N(\omega)$  ist grob proportional zu  $\tau^2$  und kann wie folgt

angegeben werden [1]:

$$N(\omega) = -|\tilde{E}(\omega)||\tilde{E}_0(\omega)| \cos[\omega\tau + \Delta\Phi(\omega)] \cdot \left[ \frac{\partial\Phi(\omega)}{\partial\omega} + \tau^2 \right] r(\omega) \quad (3.8)$$

mit

$$r(\omega) = -\frac{(\omega - \omega_{\min})(\omega - \omega_{\max})}{2}, \quad (3.9)$$

wobei  $\omega_{\min}$  und  $\omega_{\max}$  die minimale und maximale Kreisfrequenz der Bandbreite des Laserpulses ist.

### 3.2.3 Zero-Padding Interpolation

Mit der Zero-Padding Methode, wird das Interferogramm zuerst direkt Fourier-Transformiert. Im Zeitbereich wird eine Verlängerung des Signals vorgenommen indem zusätzliche Datenpunkte mit dem Wert Null angefügt werden. Durch anschließende Rücktransformation in den Frequenzbereich und Bildung des Betrags, zeigt das Interferogramm eine höhere Anzahl an Datenpunkten. Aufgrund des verlängerten Signals im Zeitbereich, steigt die Abtastfrequenz bei der Rücktransformation in den Frequenzbereich. Dies resultiert in einer höheren Auflösung bzw. einer höheren Anzahl an Datenpunkten. Das Signal sollte mindestens auf  $4 \cdot N$  oder  $8 \cdot N$  verlängert werden, um einen ausreichend guten Effekt zu erzielen, wobei  $N$  die Anzahl der Datenpunkte des Interferogramms ist. Das so erhaltene Interferogramm wird zusätzlich mit einem kubischen Spline äquidistante Frequenzabstände interpoliert und anschließend in den Zeitbereich transformiert.

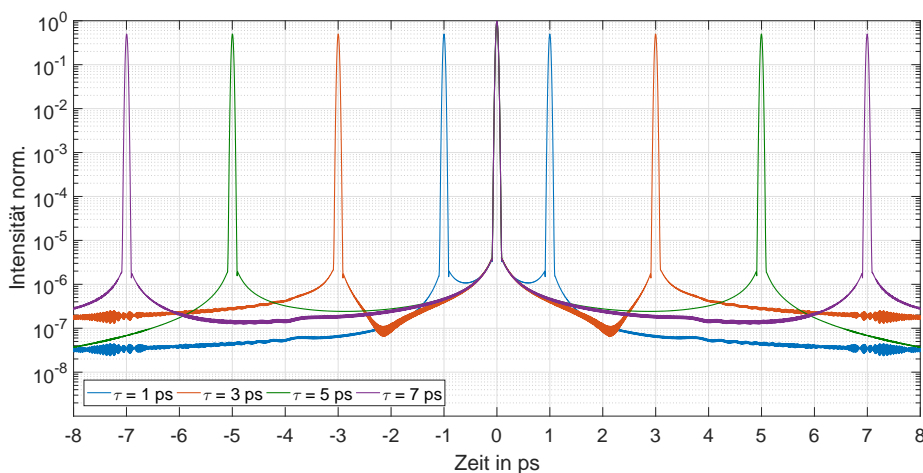


Abb. 3.6: Betrag des fouriertransformierten Interferogramms nach Zero-Padding und linearer Interpolation bei unterschiedlichen Werten von  $\tau$

In Abb. 3.6 ist aufgrund der linearen Interpolation keine Verbreiterung des Interferenzanteils mehr vorhanden. Zudem wird durch das vorhergehende Zero-Padding der von  $\tau$  abhängige Fehler bei der linearen Interpolation nahezu komplett beseitigt. Das heißt, der



stärker werdende Hintergrund aus Abb. 3.4 verschwindet. Damit erlaubt diese Methode, auch für größere Werte von  $\tau$ , eine akkurate Extraktion der spektralen Phasendifferenz.

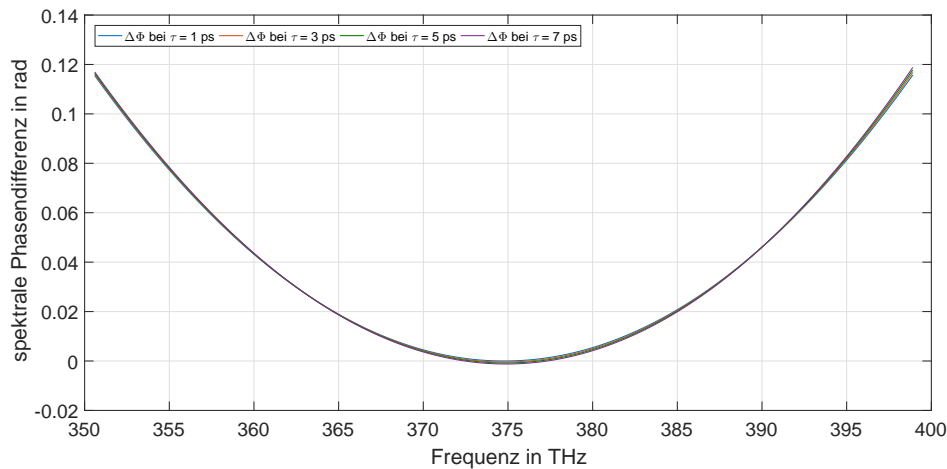


Abb. 3.7: Spektrale Phasendifferenz  $\Delta\Phi$  bei unterschiedlichen Werten für  $\tau$  bei einer Simulierten spektralen Phasendifferenz mit einer GVD von  $10 \text{ fs}^2$

### 3.3 Fensterfunktion

Um den Interferenzanteil aus dem fouriertransformierten Interferogramm zu extrahieren wird eine Fensterfunktion verwendet. Da es eine Vielzahl unterschiedlicher Fensterfunktionen gibt, ist die Auswahl einer geeigneten nicht direkt ersichtlich. Es gilt dabei eine große Menge an Eigenschaften zu betrachten, die die verschiedenen Fensterfunktionen auszeichnen. Da eine separate Untersuchung der geeigneter Fensterfunktionen im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich war, wird auf Erfahrungswerte aus der Arbeit von [3] zurückgegriffen. [3] verwendete zur Extraktion des Interferenzanteils eine Supergaußfunktion. Da sie sich für diese Art der Anwendung bewährt hat.

Die Supergaußfunktion wird über die folgende Gleichung beschrieben:

$$\Theta(t) = \exp \left[ 2 \left( \frac{t - \tau}{\Delta\varepsilon} \right)^n \right] \quad (3.10)$$

$\tau$  ist dabei der zeitliche Pulsversatz,  $\Delta\varepsilon$  die zeitliche FWHM-Breite und  $n$  die Ordnung des Supergaußes. Zur Extraktion des Interferenzanteils wird der Mittelpunkt der Funktion in  $\tau$  gelegt, da sich an dieser Stelle das Maximum des Interferenzanteils im fouriertransformierten Interferogramm befindet. Die FWHM-Breite der Fensterfunktion ist von entscheidender Bedeutung. Sie muss so gewählt werden das sie den kompletten Interferenzanteil einschließt. Wird sie zu klein gewählt gehen wichtige Informationen der spektralen Phasendifferenz verloren, was zu Fehlern in der Bestimmung der Taylorkoeffizienten führt. In Anlehnung daran wird die FWHM-Breite der Fensterfunktion in dieser Arbeit immer auf das doppelte des zeitlichen Abstandes zwischen dem Maximum des

Interferenzanteils und dem Minimum zwischen dem Gleichanteil und dem Maximum des Interferenzanteils eingestellt (siehe Abb. 3.8).

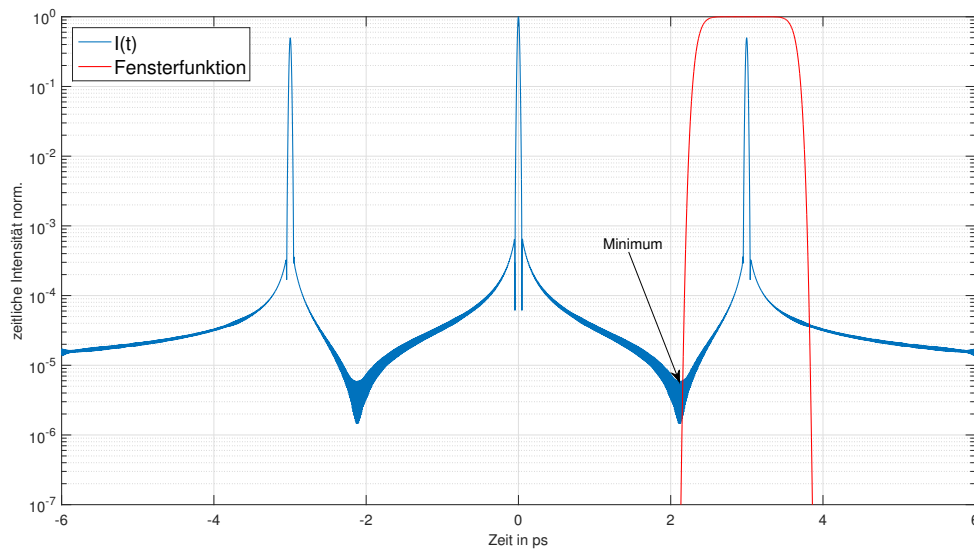


Abb. 3.8: Position und Breite der Supergaußfunktion im fouriertransformierten spektralen Interferogramm

## 3.4 Einfluss des Rauschens auf die spektrale Phasendifferenz

### 3.4.1 Theoretische Grundlagen

Die Aufnahme eines Interferogramms mit einem Spektrometer, ist prinzipiell immer mit einem weißen Rauschen überlagert. Das Rauschen resultiert aus dem Dunkelstrom der CCD-Pixels und aus dem Johnson-Nyquist-Rauschen in den elektronischen Schaltkreisen des Spektrometers. Zur Charakterisierung des Rauschens in Spektrometern wird deshalb das Signal-Rauschverhältnis (SNR), auch als Dynamic bezeichnet [3], verwendet.

$$SNR = \frac{\max.(Signal)}{Rauschen} \quad (3.11)$$

Der Einfluss des Rauschens auf die Spektrale Phasendifferenz lässt sich mathematisch beschreiben, indem ein frequenzabhängiges Rauschen  $N(\omega)$  zu der spektralen Intensität  $I(\omega)$  des Interferogramms addiert wird.

$$I(\omega) + N(\omega) = |\tilde{E}_0(\omega)|^2 + |\tilde{E}(\omega)|^2 + f(\omega)\exp[j\omega\tau] + f^*(\omega)\exp[-j\omega\tau] + N(\omega) \quad (3.12)$$

Nach der Fourier-Transformation in den Zeitbereich wird der Interferenzanteil  $f(t - \tau)$  nach dem FTSI-Algorithmus mit der Fensterfunktion  $\Theta(t)$  multipliziert. Da das Rauschen im Zeitbereich  $N(t)$  den Interferenzanteil überlagert, wird es ebenso mit der Fensterfunktion multipliziert.

$$S'(t) = f(t - \tau) \cdot \Theta(t) + N(t) \cdot \Theta(t) \quad (3.13)$$

Die Rücktransformation in den Frequenzbereich, abzüglich des linearen Phasenteils  $\exp(i\omega\tau)$ , ergibt

$$S'(\omega) = f(\omega) + N'(\omega) \quad (3.14)$$

$$= a(\omega) \cdot \exp(i\Delta\Phi) + b(\omega) \cdot \exp(i\theta), \quad (3.15)$$

wobei  $a(\omega)$  die spektrale Amplitude,  $b(\omega)$  die spektrale Amplitude des Rauschens und  $\theta(\omega)$  die spektrale Phase des Rauschens ist. Die aufgrund des Rauschens veränderte spektrale Phasendifferenz  $\Delta\Phi'(\omega)$ , ist das Argument von  $S'(\omega)$ .

$$\Delta\Phi'(\omega) = \arg [S'(\omega)] = \arg [a(\omega) \cdot \exp(i\Delta\Phi(\omega)) + b(\omega) \cdot \exp(i\theta(\omega))] \quad (3.16)$$

Daraus folgt, dass die spektrale Phase des Rauschens  $\theta(\omega)$  und die spektralen Amplituden  $a(\omega)$  und  $b(\omega)$  Einfluss auf die extrahierte spektrale Phasendifferenz haben. Das Verhältnis der spektralen Amplituden  $a(\omega)$  und  $b(\omega)$  kann als SNR verstanden werden. Damit hat das SNR ebenfalls einen direkten Einfluss auf die extrahierte spektrale Phasendifferenz. Das SNR von kommerziellen Spektrometern liegt in einem Bereich von ca. 300:1 bis 20000:1.[1][3]

### 3.4.2 Auswirkung des SNR auf die spektrale Phasendifferenz

Um die Auswirkungen des Rauschens auf die spektrale Phasendifferenz zu untersuchen, wurde das Interferogramm mit einem weißen Rauschen überlagert. Dabei wurde das SNR über drei Größenordnungen variiert. Die Simulierte spektrale Phasendifferenz hatte eine eingestellte GVD von  $10 \text{ fs}^2$  und eine TOD von  $50 \text{ fs}^3$ .

Die Abb. 3.9 zeigt den Betrag der transformierten Interferogramme bei unterschiedlichem SNR. Es ist zu erkennen, dass mit einer Abnahme des SNR das Hintergrundrauschen zunimmt. Die Folge dieses Anstiegs auf eine spektrale Phasendifferenz die nur GVD bzw. TOD aufweist, ist in Abb. 3.10 und Abb. 3.11 dargestellt. Bei einem SNR von 1000:1 ist in beiden Abbildungen eine Modulation der spektralen Phasendifferenz erkennbar, die mit steigendem Abstand zur Zentralfrequenz eine Vergrößerung der Amplitude entwickelt. Der Grund für die erhöhte Amplitude bei den niedrigeren und höheren Frequenzen ist auf die Intensitätsverteilung des Spektrums aus Abb. 3.1 (a) zurückzuführen. Da die spektrale Intensität bei den niedrigeren und höheren Frequenzen deutlich geringer ist als bei der Zentralfrequenz, sinkt das SNR weiter ab. Dies führt zu einer Erhöhung der Amplituden. Die spektrale Phasendifferenz, die nur mit GVD beaufschlagt ist, zeigt

bei höherem SNR keine Modulationen mehr. Bei TOD treten erst ab einem SNR von 10000:1 keine Modulationen mehr auf. Demnach reagieren die höheren Ordnungen der spektralen Phasendifferenz empfindlicher auf das SNR als die GVD.

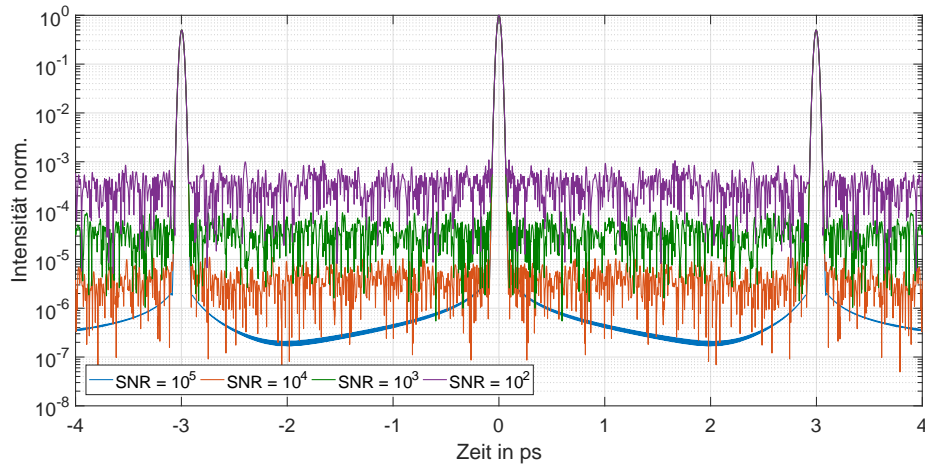


Abb. 3.9: Betrag des Transformierten Interferogramms bei unterschiedlichem SNR

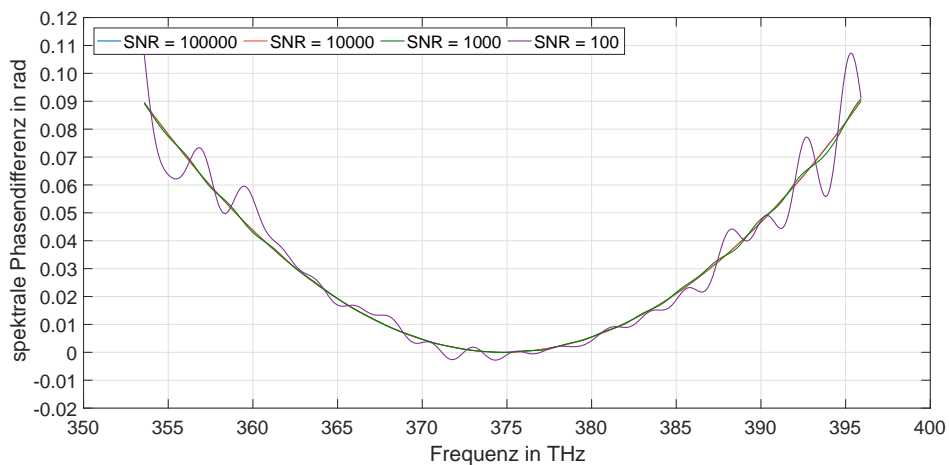


Abb. 3.10: Betrag des transformierten Interferogramms bei unterschiedlichem SNR und einer GVD von  $10 \text{ fs}^2$

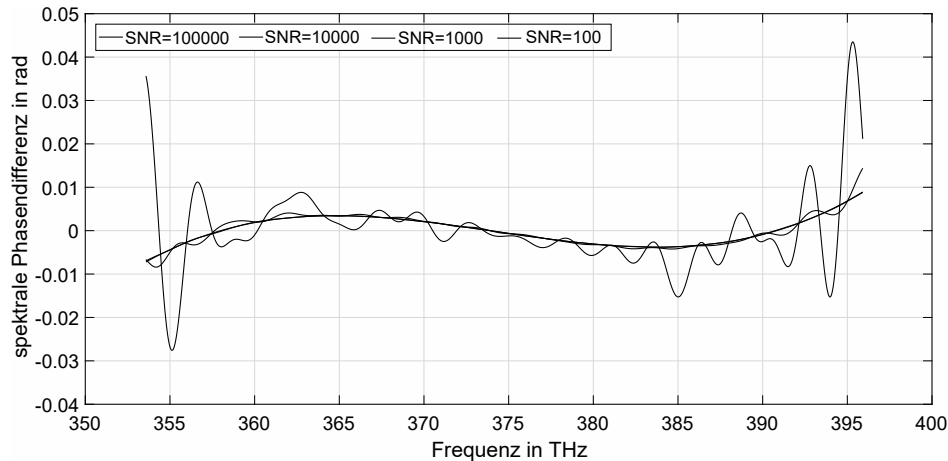


Abb. 3.11: Betrag des transformierten Interferogramms bei unterschiedlichem SNR und einer TOD von  $50 \text{ fs}^3$

### 3.5 Zusammenfassung und Schlussfolgerung

Die durchgeführten Simulationen konnten die Unterschiede zwischen den Verfahren der direkten Transformation, der linearen Interpolation und der Zero-Padding Interpolation zeigen. Die direkte Transformation bewirkte eine Verbreiterung des Interferenzanteils im Zeitbereich aufgrund des künstlichen Chirps, der durch die Kalibrierfunktion des Spektrometers hervorgerufen wird. Dadurch besitzt die extrahierte spektrale Phasendifferenz einen Fehler, der sich mit ansteigendem  $\tau$  vergrößert und für eine Erhöhung des quadratischen Anteils sorgt. Durch genaue Kenntnis der Kalibrierfunktion wäre es dennoch möglich mit der Methode der direkten Transformation die korrekte spektrale Phasendifferenz zu ermitteln. Da die Bestimmung der genauen Kalibrierfunktion in der Praxis schwierig ist, kommt sie nicht zur Anwendung. Die lineare Interpolation wird ebenfalls ausgeschlossen. Sie löst zwar das Problem der Verbreiterung, das durch die Kalibrierfunktion verursacht wird, generiert aber ihrerseits ein Ansteigen des Hintergrundes bzw. Rauschens mit steigendem  $\tau$ . Für die Extraktion der spektralen Phasendifferenz eignet sich die Methode der Zero-Padding Interpolation am besten, da sie die Nachteile der beiden anderen Methoden nicht hat. Es ist in Abhängigkeit von  $\tau$  immer eine Extraktion der spektralen Phasendifferenz möglich. Aus diesem Grund wird diese Variante der Zero-Padding Interpolation auch in den folgenden Experimenten verwendet. Als Fensterfunktion wurde die Supergaußfunktion gewählt, da damit bereits gute Erfahrungen in anderen Arbeiten gemacht wurden. Der Einfluss des Rauschens auf die spektrale Phasendifferenz ist direkt mit dem SNR verknüpft. Ein SNR kleiner 1000:1 sorgt für Modulationen in der spektralen Phasendifferenz und damit zu Fehlern. Die Fehler beeinflussen vor allem die höheren Ordnungen über GVD. Zur Kompensation der Modulationen wird die spektrale Phasendifferenz durch einen Fit mit einem Polynom höherer Ordnung angenähert. Anhand der Ergebnisse der Simulation wurde der FTSI-Algorithmus nach den besten Methoden in Matlab umgesetzt (siehe Anhang A).



## 4 Erprobung des entwickelten FTSI-Algorithmus unter definierten Bedingungen

### 4.1 Experimenteller Aufbau

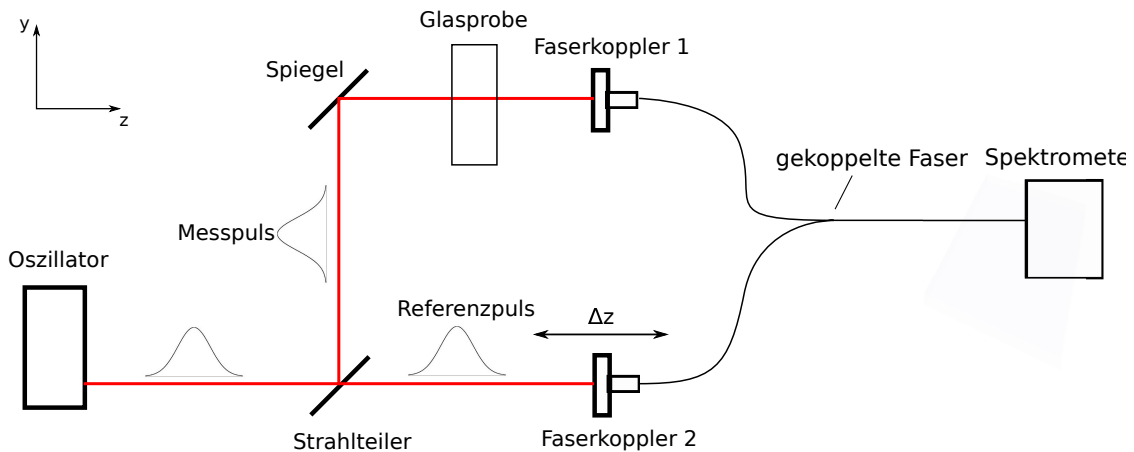


Abb. 4.1: Skizze des experimentellen Aufbaus

In dem experimentellen Aufbau Abb. 4.1, erzeugt ein Ti:Sapphire-Oszillator, der Firma Femtolasers vom Typ Synergy, Laserpulse mit einer FWHM-Pulsdauer  $\Delta t$  von ca. 10 fs, einer Pulswiederholfrequenz  $f_p$  von 75 MHz und einer Pulsenergie  $E_p$  von ca. 7 nJ bei einer zentralen Wellenlänge von 800 nm und einer FWHM-Bandbreite von ca. 100 nm. Jeder Laserpuls wird an einem, im 45 Grad Winkel angebrachten, 50:50 Strahlteiler, in einen Mess- und einen Referenzpuls aufgeteilt. Der Referenzpuls wird vom Strahlteiler transmittiert und über den Faserkoppler FK2 in eine polarisationserhaltende optische Faser eingekoppelt. Der Messpuls wird an einem Silberspiegel um 90 Grad reflektiert und trifft anschließend senkrecht auf eine planparallele transparente Glasprobe aus Fused Silica. Nach der Durchquerung der Glasprobe wird der Messpuls über den Faserkoppler FK1, ebenfalls in eine polarisationserhaltende Faser eingekoppelt. Beide Fasern sind Teil eines faseroptischen Kopplers der Firma Gould Fiber Optics. Der Mess- und der Referenzpuls werden über den faseroptischen Koppler in eine Faser überführt und in ein Gitterspektrometer der Firma Avantes (siehe Anhang B) spektral zur Interferenz gebracht.

## 4.2 Ermittlung der spektral Phasendifferenz des experimentellen Aufbaus

### 4.2.1 Methode

Zu Beginn der Erprobung des FTSI-Algorithmus, musste festgestellt werden, wie groß die erzeugte spektrale Phasendifferenz der unveränderlichen Komponenten des experimentellen Aufbaus ist. Zu diesem Zweck wurde die Glasprobe aus Abb. 4.1 vorerst entfernt. Im Anschluss wurden Interferogramme bei unterschiedlichen Werten von  $\tau$  aufgenommen. Dafür wurde die Weglängendifferenz  $\Delta z$  zwischen dem Mess- und dem Referenzpuls durch eine Verschiebung von FK2 in Strahlrichtung, in Schritten von  $150 \mu\text{m}$  über einen Bereich von ca.  $-900 \mu\text{m}$  bis  $900 \mu\text{m}$  verändert. Für  $\tau$  ergeben sich damit insgesamt zwölf Werte in einem Bereich von ca.  $-3 \text{ ps}$  bis  $3 \text{ ps}$ . Zu jedem eingestellten Wert von  $\Delta z$  wurden zehn Interferogramme aufgenommen, wobei jedes Interferogramm aus dem arithmetischen Mittel von zweitausend Einzelmessungen gebildet wurde. Die Integrationszeit des Spektrometers betrug bei den Einzelmessungen jeweils  $1 \text{ ms}$ . Über die aufgenommenen Interferogramme wurde anschließend die spektrale Phasendifferenz berechnet. Dafür wurden die Datenpunkte der Interferogramme in Matlab geladen und der entwickelte FTSI-Algorithmus angewandt. Der Algorithmus benutzt die Variante der Zero-Padding Interpolation und verwendete eine Supergaußfunktion zehnter Ordnung zur Fensterung. Nach Erhalt der spektralen Phasendifferenz kam ein Polynom vierter Ordnung als Fitfunktion der spektralen Phasendifferenz zur Anwendung. Die Ergebnisse für  $\Delta GVD$  und  $\Delta TOD$  wurden durch die Berechnung der Taylorkoeffizienten der Fitfunktion für eine zentrale Frequenz von  $375 \text{ THz}$  ermittelt.  $\Delta GVD$  und  $\Delta TOD$  sind anschließend graphisch in Abhängigkeit von  $\tau$  dargestellt wurden. Mit einem linearen Fit von  $\Delta GVD$  und  $\Delta TOD$  lässt sich der Wert der Dispersion für den Experimentellen Aufbau in Abhängigkeit von  $\tau$  ermitteln.

### 4.2.2 Ergebnisse und Diskussion

Die Auswertung der Interferogramme über den FTSI-Algorithmus ergab den in Abb. 4.2 und Abb. 4.3 dargestellten Zusammenhang. Beide Taylorkoeffizienten zeigen eine direkte Proportionalität zu  $\tau$  im untersuchten Bereich. Der lineare Fit der Ergebnisse ergibt die beiden Gleichungen für  $\Delta GVD$  und  $\Delta TOD$  des experimentellen Aufbaus in Abhängigkeit von  $\tau$ .

$$\Delta GVD_1 = \Delta GVD_{\text{ex.A.}}(\tau) = -0.0019 \frac{1}{\text{fs}}(\tau) + 296.51 \text{ fs}^2 \quad (4.1)$$

$$\Delta TOD_1 = \Delta TOD_{\text{ex.A.}}(\tau) = -0.0217 \frac{1}{\text{fs}}(\tau) + 197.23 \text{ fs}^3 \quad (4.2)$$



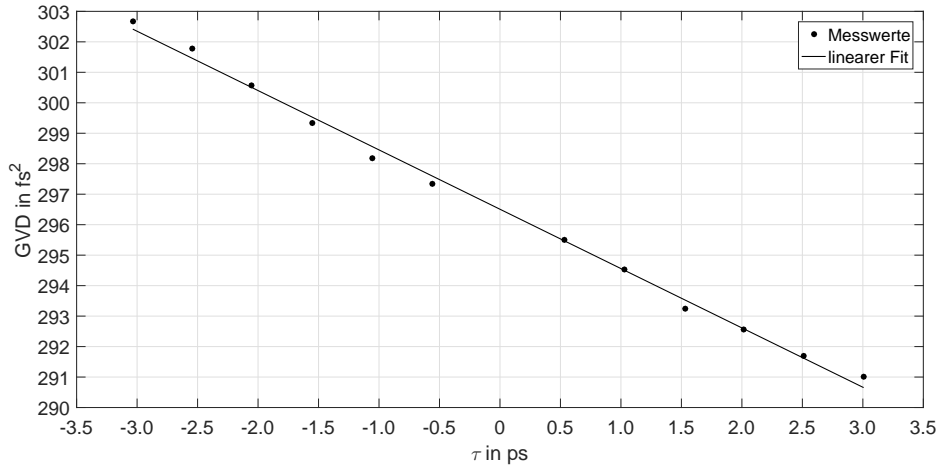


Abb. 4.2: Ermittelter Wert des experimentellen Aufbaus für  $\Delta GVD$  in Abhängigkeit von  $\tau$

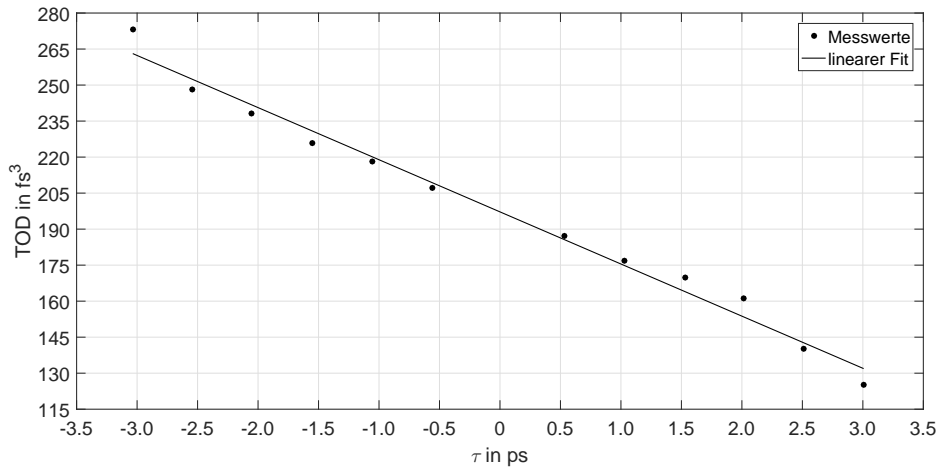


Abb. 4.3: Ermittelter Wert des experimentellen Aufbaus für  $\Delta TOD$  in Abhängigkeit von  $\tau$

Die Abhängigkeit der Taylorkoeffizienten von  $\tau$  ist auf Unzulänglichkeiten bei der Kalibrierung des Spektrometers zurückzuführen. Nach [1] wird dieses Verhalten damit erklärt, dass die Frequenz  $\omega$  bei der Zuordnung im Spektrometer mit einem Fehler behaftet ist.

$$\omega = \omega_{\text{Real}} + e(\omega_{\text{Real}}) \tag{4.3}$$

$\omega_{\text{Real}}$  ist dabei die reale Frequenz der Photonen und  $e(\omega_{\text{Real}})$  der Frequenzfehler. Dadurch ändert sich (2.33) in:

$$\arg[S(\omega_{\text{Real}} + e(\omega_{\text{Real}}))] = \Delta\Phi(\omega_{\text{Real}} + e(\omega_{\text{Real}})) + (\omega_{\text{Real}} + e(\omega_{\text{Real}}))\tau \tag{4.4}$$

Um die spektrale Phasendifferenz zu erhalten muss der von  $\tau$  abhängige lineare Teil subtrahiert werden (vergleiche Abschnitt 2.2.2). Das entfernen des linearen Teils berücksichtigt allerdings nicht  $e(\omega_{\text{Real}}) \cdot \tau$ . Das heißt, die spektrale Phasendifferenz besitzt

einen von  $\tau$  abhängigen linearen Fehler. Dieser bewirkt die in Abb. 4.2 und Abb. 4.3 zu sehende lineare Abhängigkeit von  $\Delta GVD$  und  $\Delta TOD$ . Aufgrund des genannten Zusammenhangs, muss im Vorfeld die Funktionen für  $\Delta GVD$  und  $\Delta TOD$  in Abhängigkeit von  $\tau$  des experimentellen Aufbaus unbedingt ermittelt werden. Diese Funktionen werden im weiteren Verlauf der Arbeit als Fehlerfunktionen bezeichnet.

## 4.3 Ermittlung der spektralen Transferfunktion der Glasproben

### 4.3.1 Methode

Um feststellen zu können ob der entwickelte FTSI-Algorithmus zuverlässige Ergebnisse liefert, wurden Interferogramme aufgenommen bei denen sich jeweils eine planparallele Glasprobe aus Fused Silica mit unterschiedlicher Materialdicke im Strahlengang des Messpulses befand. Die Materialdicke der Glasproben wurde im Vorfeld mit einer Bügelmessschraube gemessen. Die Genauigkeit der Messung lag bei  $\pm 1 \mu\text{m}$ . Aufgrund der bekannten Glasart, konnten die Sellmeierkoeffizienten aus dem Datenblatt des Glasherstellers entnommen werden. Über die Sellmeiergleichung lies sich anschließend der wellenlängenabhängige Brechungsindex berechnen. Dadurch konnte die Dispersion bzw. die spektralen Transferfunktion der Glasprobe  $\phi_{\text{Glas}}(\omega)$  mit Gleichung (2.17) berechnet werden. Das heißt, die theoretischen Werte für die GVD und TOD der Glasproben bei einer Frequenz von 375 THz sind bekannt (siehe Abschnitt 2.1.5). Daraus folgt, dass sich die im Experiment erwartete spektrale Phasendifferenz aus der Summe der spektralen Phasendifferenz des experimentellen Aufbaus und der spektralen Transferfunktion der Glasprobe zusammensetzt.

$$\Delta\Phi(\omega) = \Delta\Phi_{\text{ex.A.}}(\omega, \tau) + \phi_{\text{Glas}}(\omega) \quad (4.5)$$

Demnach ergibt sich  $\phi_{\text{Glas}}$  aus der Differenz der ermittelten spektralen Phasendifferenz  $\Delta\Phi(\omega)$  und der spektralen Phasendifferenz des experimentellen Aufbaus  $\Delta\Phi_{\text{ex.A.}}(\omega, \tau)$ .

$$\phi_{\text{Glas}}(\omega) = \Delta\Phi(\omega) - \Delta\Phi_{\text{ex.A.}}(\omega, \tau) \quad (4.6)$$

Diese Gleichung lässt sich für die Werte GVD und TOD der Glasproben verändern. Für GVD gilt:

$$GVD_{\text{Glas}}(\omega) = \Delta GVD(\omega) - \Delta GVD_{\text{ex.A.}}(\omega, \tau) \quad (4.7)$$

analog gilt für TOD:

$$TOD_{\text{Glas}}(\omega) = \Delta TOD(\omega) - \Delta TOD_{\text{ex.A.}}(\omega, \tau) \quad (4.8)$$

Um festzustellen ob der entwickelte FTSI-Algorithmus zuverlässig funktioniert, wurde  $\phi_{\text{Glas}}(\omega)$  für unterschiedlich dicke Glasproben ermittelt und mit der theoretisch berechne-

ten verglichen.

### 4.3.2 Ergebnisse und Diskussion

Die über den FTSI-Algorithmus ermittelten Taylorkoeffizienten  $GVD_{\text{Glas}}$  und  $TOD_{\text{Glas}}$  für die unterschiedlich Materialdicken der Glasproben sind in Abb. 4.4 und Abb. 4.5 dargestellt. Die Ergebnisse für die GVD zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit der roten Geraden, die die theoretisch berechneten Werte darstellt. Ein Vergleich der theoretischen berechneten Geraden mit dem linearen Fit, zeigt im Anstieg eine Abweichung von  $0.08 \text{ fs}^2/\text{mm}$  und eine Nullpunktverschiebung von  $2.76 \text{ fs}^2$ .

$$\text{Theorie : } GVD_{\text{Glas}}(d) = 36.16 \frac{\text{fs}^2}{\text{mm}}$$

$$\text{Messung : } GVD_{\text{Glas}}(d) = 36.08 \frac{\text{fs}^2}{\text{mm}} + 2.76 \text{ fs}^2$$

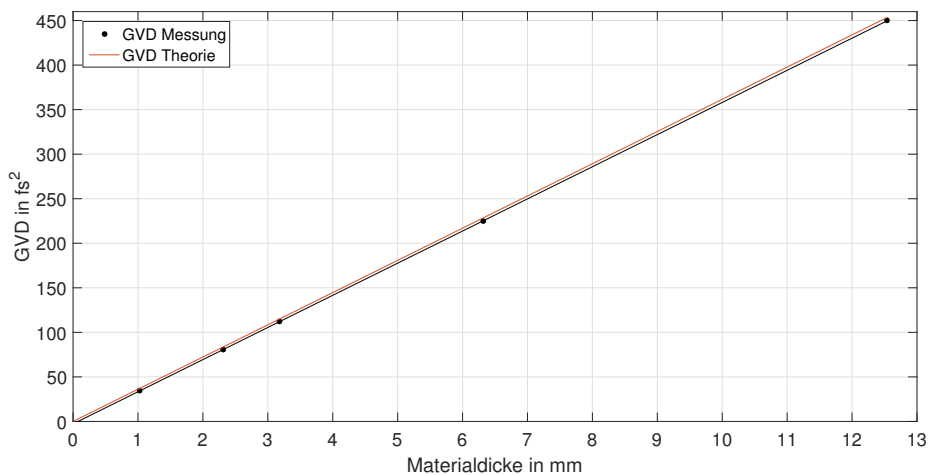


Abb. 4.4: GVD der Glasproben aus Fused Silica bei verschiedenen Materialdicken

Aus den Messwerten für die TOD der Glasproben ist eine größere Abweichung von der Theorie, als bei der GVD ersichtlich. Ein erneuter Vergleich der theoretisch berechneten Werte mit dem linearen Fit, ergibt im Anstieg eine Abweichung von  $0.19 \text{ fs}^2/\text{mm}$  und eine Nullpunktfehler von  $21.4 \text{ fs}^3$ .

$$\text{Theorie : } GVD_{\text{Glas}}(d) = 27.70 \frac{\text{fs}^2}{\text{mm}}$$

$$\text{Messung : } GVD_{\text{Glas}}(d) = 27.51 \frac{\text{fs}^2}{\text{mm}} - 21.40 \text{ fs}^3$$

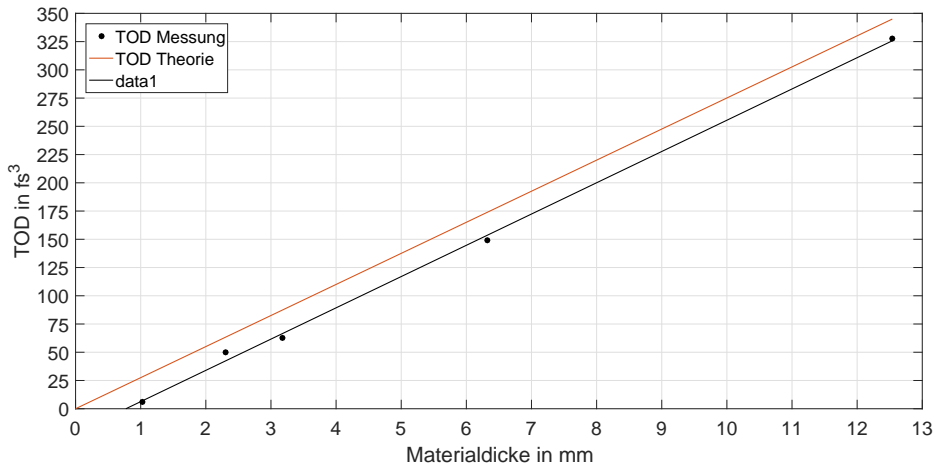


Abb. 4.5: TOD der Glasproben aus Fused Silica bei verschiedenen Materialdicken

Die über den FTSI-Algorithmus ermittelte GVD und TOD der Glasproben weisen beide eine Abweichung im Anstieg sowie einen Nullpunktfehler auf. Um die Ursache für dieses Verhalten zu erklären, muss die Abweichung im Anstieg und der Nullpunktfehler separat betrachtet werden. Die Abweichung im Anstieg ist den Ergebnissen zu folge nicht auf Fehler im FTSI-Algorithmus zurückzuführen. Der Grund ist eher die auftretende Streuung der ermittelten Werte. Die Streuung selbst wird durch das Rauschen des Spektrometers bei der Aufnahme der Interferogramme verursacht. Da das Rauschen, wie in Abschnitt 3.4 beschrieben, weniger Auswirkungen auf die GVD als auf die TOD hat, lässt sich damit die größere Streuung der Messwerte bei TOD im Vergleich zu GVD erklären. Demnach kann durch die Wahl eines Spektrometers mit einem höheren SNR die Streuung der Messwerte und damit die Abweichung im Anstieg vermutlich weiter reduziert werden. Für die Vorliegende Arbeit ist diese Abweichung in einem akzeptablen Bereich. Als Ursache für den Nullpunktfehler wird angenommen, dass der Frequenzfehler  $e(\omega_{\text{Real}})$  dafür verantwortlich ist. Denn die spektrale Transferfunktion der Glasprobe wird auch durch den Frequenzfehler beeinflusst. Unter Berücksichtigung des Frequenzfehlers ändert sich Gleichung (4.6) in die folgende Form.

$$\phi_{\text{Glas}}(\omega_{\text{Real}} + e(\omega_{\text{Real}})) = \Delta\Phi(\omega_{\text{Real}} + e(\omega_{\text{Real}})) - \Delta\Phi_{\text{ex.A.}}(\omega_{\text{Real}} + e(\omega_{\text{Real}}), \tau) \quad (4.9)$$

Um den Einfluss des Frequenzfehlers auf die GVD und TOD der Glasprobe zu verdeutlichen, wird  $\phi_{\text{Glas}}(\omega_{\text{Real}} + e(\omega_{\text{Real}}))$  in eine Taylorreihe um die Zentralfrequenz  $\omega_z$  entwickelt.

Daraus folgt, dass die Werte für GVD und TOD der Glasproben nicht wie gewollt für die Zentralfrequenz  $\omega_z$  bestimmt werden, sondern für eine Frequenz  $\omega = \omega_z + e(\omega_{\text{Real}})$ . Aufgrund dieser Verschiebung der Frequenz, ergibt sich der Nullpunktfehler. Demnach muss nach der Ermittlung der GVD und der TOD durch den FTSI-Algorithmus der Nullpunktfehler vom Ergebnis subtrahiert werden, um die GVD und TOD für die Zentralfrequenz zu erhalten. In Abb. 4.6 und Abb. 4.7 sind die Ergebnisse der GVD und TOD

der Glasproben ohne Nullpunktfehler im Vergleich zur Theorie dargestellt. Des Weiteren kann aufgrund der Ergebnisse gesagt werden, dass der entwickelte FTSI-Algorithmus zuverlässig funktioniert.

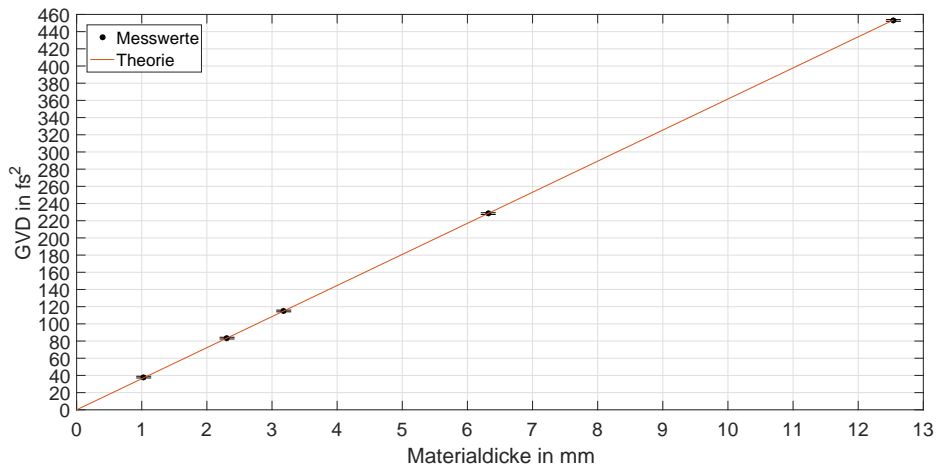


Abb. 4.6: Ergebnisse der GVD ohne Nullpunktfehler im Vergleich zu Theorie

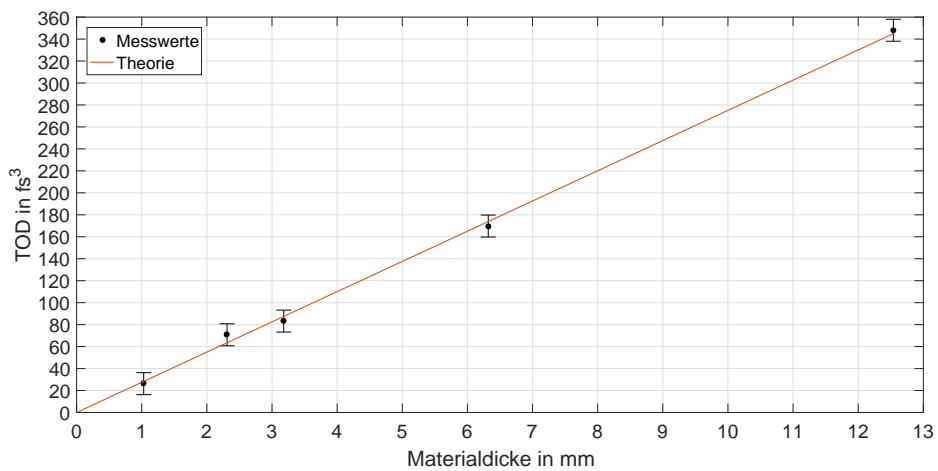


Abb. 4.7: Ergebnisse der TOD ohne Nullpunktfehler im Vergleich zu Theorie

## 4.4 Zusammenfassung

In den durchgeführten Versuchen konnte gezeigt werden, dass der entwickelte FTSI-Algorithmus zuverlässig arbeitet und die spektrale Phasendifferenz bzw. die Taylorkoeffizienten GVD und TOD der Glasproben mit einer hoher Genauigkeit ermittelt. Es zeigte sich, dass zur korrekten Ermittlung der GVD und der TOD im Vorfeld die Fehlerfunktion ermittelt werden muss, da der Frequenzfehler des Spektrometers in Abhängigkeit von  $\tau$  eine lineare Änderung der GVD und der TOD verursacht. Zudem wirkte sich der Frequenzfehler in Form eines Nullpunktfehlers auf die GVD und TOD aus, da es zu einer Frequenzverschiebung der Zentralfrequenz kommt. Die Auswirkungen betreffen die TOD stärker als die GVD, da die Frequenzverschiebung mit der dritten Potenz auf die TOD und nur mit der zweiten Potenz auf die GVD wirkt.

## 5 Charakterisierung räumlicher Unterschiede in der Dispersion

### 5.1 Experimenteller Aufbau

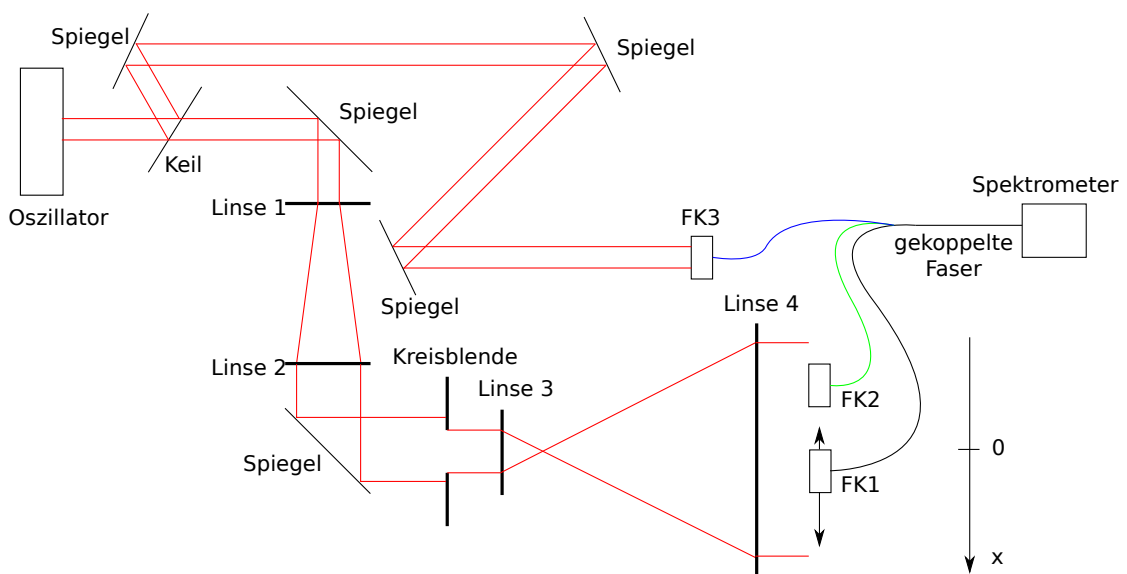


Abb. 5.1: Skizze des experimentellen Aufbaus

Der verwendete experimentelle Aufbau basiert auf einer zweistufigen Strahlaufweitung bestehend aus einem Galilei- und einem Kepler-Teleskop sowie einer Anordnung zur Aufnahme der spektralen Interferometrie. Als Laserquelle kommt der in Abschnitt 4.1 verwendete Ti:Saphir-Oszillator zum Einsatz. Ausgehend von der Laserquelle wird die ersten Stufe der Strahlaufweitung durch das Galilei-Teleskop realisiert. Die Eintrittslinse (Linse 1) ist eine Plankonkavlinse mit einem Durchmesser von 25 mm und einer Brennweite  $f = 58$  mm bei einer Wellenlänge von 800 nm. Die Austrittslinse (Linse 2) ist eine Plankonvexlinse mit 50 mm Durchmesser und einer Brennweite  $f = 682$  mm bei einer Wellenlänge von 800 nm. Beide Linsen sind aus BK7 gefertigt und generieren eine Vergrößerung des Strahldurchmessers von 10:1. Die zweite Stufe bildet das Kepler-Teleskop. Als Eintrittslinse (Linse 3) können wahlweise zwei Plankonvexlinsen mit einem Durchmesser von 25 mm, aber unterschiedlicher Brennweiten verwendet werden. Zur Auswahl steht eine Brennweite mit  $f = 75$  mm und  $f = 50$  mm bei 800 nm Wellenlänge. Diese Linsen bestehen ebenfalls aus dem Material BK7. Die Austrittslinse (Linse 4) ist auch eine Plankonvexlinse. Sie hat einen Durchmesser von 200 mm, eine Brennweite  $f = 1500$  mm und besteht aus Corning 5F. Das Verhältnis der Strahlaufweitung des Kepler-Teleskops ist damit wahlweise 20:1 für  $f = 75$  mm oder 30:1 bei  $f = 50$  mm. Im Anschluss an das Kepler-Teleskop befindet sich der Aufbau zur Generierung der spektralen Interferometrie. Er besteht aus den beiden Faserkopplern FK1 und FK2. FK1 ist über

einen Lineartisch mit einer Positionsgenauigkeit von  $10\ \mu\text{m}$  in einer Raumdimension  $x$  senkrecht zur Strahlrichtung variabel positionierbar, wären FK2 eine feste Position besitzt. Zusätzlich kann FK1 in Strahlrichtung um die Weglängendifferenz  $\Delta z$  verschoben werden. Über die Faserkoppler werden an räumlich festgelegten Punkten Anteile aus dem aufgeweiteten Laserstrahl in eine polarisationserhaltende optische Faser eingekoppelt. Die beiden Fasern werden anschließend über einen faseroptischen Koppler zu einer Faser vereinigt. Diese Faser ist mit dem Spektrometer aus Abschnitt 4.1 verbunden. Der experimentelle Aufbau verfügt zusätzlich über einen zweiten Strahlengang. Dieser beginnt mit der Ausgliederung eines Teils des Hauptstrahl zwischen der Laserquelle und dem Galilei-Teleskop über einen Keil aus Fused Silica mit einem Keilwinkel von 5 Grad. Der zweite Strahlengang endet am Faserkoppler FK3. FK3 ist als alternative zu FK2 angelegt, d.h. die Faser an FK2 kann an FK3 angekoppelt werden. Diese Variierbarkeit ist in Abb. 5.1 durch die farbigen Fasern veranschaulicht. Aufgrund der Variation der Faserkoppler und der Linse 3 wurden drei unterschiedliche Konfigurationen des experimentellen Aufbaus vorgesehen. In Tabelle 5.1 sind die verwendeten Konfiguration aufgeführt.

Tab. 5.1: Konfigurationen der experimentellen Aufbaus

Konfiguration	Brennweite Linse 3	Verwendete Faserkoppler	Referenz
1	$f = 75\ \text{mm}$	FK1 und FK2	intern
2	$f = 75\ \text{mm}$	FK1 und FK3	extern
3	$f = 50\ \text{mm}$	FK1 und FK2	intern

Die Strahlumlenkung im gesamten Aufbau wird mit Hilfe von hochreflektierenden Silberspiegeln umgesetzt.

## 5.2 Methoden

### 5.2.1 Grundprinzip zur Ermittlung räumlicher Dispersion

Die Ermittlung der räumlichen Unterschiede in der Dispersion des in Abb. 5.1 dargestellten aufgeweiteten Laserstrahls, beruht darauf, dass an unterschiedlichen räumlichen Positionen die spektrale Phasendifferenz mittels der FTSI festgestellt wird. Dazu wurden die Faserkoppler FK1 und FK2, wie in Abb. 5.2 ersichtlich, im Strahl angeordnet. FK2 besitzt dabei eine feste Position auf der  $x$ -Achse in der  $x$ - $y$ -Ebene, während FK1 unterschiedliche Positionen entlang der  $x$ -Richtung, ausgehend vom Strahlzentrum zum Strahlrand, in der  $x$ - $y$ -Ebene anfahren kann.



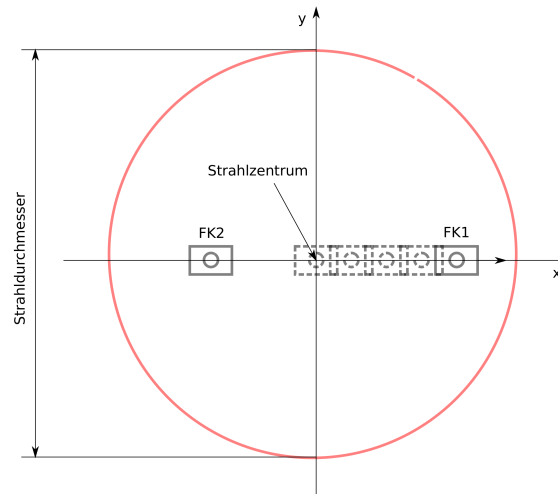


Abb. 5.2: Prinzipskizze der Messvorgangs

Dadurch lassen sich zu jeder eingestellten Position von FK1 Interferogramme aufnehmen, aus denen die spektralen Phasendifferenzen  $\Delta\Phi_1 \dots \Delta\Phi_n$  mit Hilfe des entwickelten FTSL-Algorithmus bestimmen werden können (siehe Abb. 5.3). Die jeweiligen spektralen Phasendifferenzen beziehen sich immer auf die Position von FK2. Den FK2 koppelt den Referenzpuls in die Faser ein und wird deshalb als interne Referenz bezeichnet.

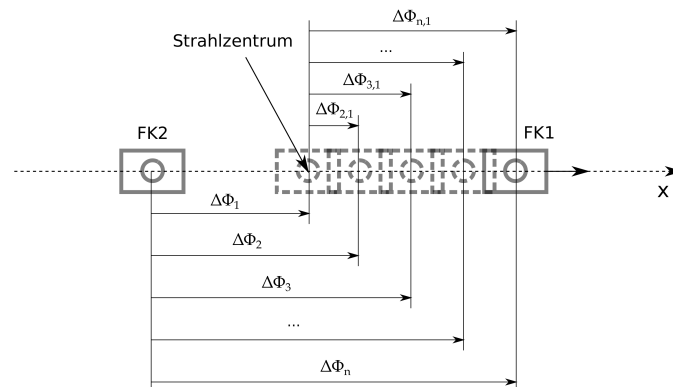


Abb. 5.3: Prinzipskizze der Messvorgangs mit den erhaltenen spektralen Phasendifferenzen

Da die Messung nur lateral entlang eine Linie vom Strahlzentrum zum Strahlrand abläuft, ist es sinnvoll die Unterschiede in den spektralen Phasendifferenzen  $\Delta\Phi_{1,1} \dots \Delta\Phi_{n,1}$  zwischen den angefahrenen Positionen von FK1 zu bestimmen bzw. die zugehörigen Taylorkoeffizienten  $\Delta GVD_{1,1} \dots \Delta GVD_{n,1}$  und  $\Delta TOD_{1,1} \dots \Delta TOD_{n,1}$  zu ermitteln. Um dies

zu erreichen müssen die Gleichungen (5.1) verwendet werden.

$$\begin{aligned}
 \Delta\Phi_{1,1} &= \Delta\Phi_1 - \Delta\Phi_1 \\
 \Delta\Phi_{2,1} &= \Delta\Phi_2 - \Delta\Phi_1 \\
 \Delta\Phi_{3,1} &= \Delta\Phi_3 - \Delta\Phi_1 \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 \Delta\Phi_{n,1} &= \Delta\Phi_n - \Delta\Phi_1
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Diese Gleichungen lassen sich für die Taylorkoeffizienten auflösen. Damit ist es möglich die Werte für  $\Delta GVD_{1,1} \dots \Delta GVD_{n,1}$  und  $\Delta TOD_{1,1} \dots \Delta TOD_{n,1}$  zu berechnen.

$$\Delta GVD_{n,1} = \Delta GVD_n - \Delta GVD_1 \tag{5.2}$$

$$\Delta TOD_{n,1} = \Delta TOD_n - \Delta TOD_1 \tag{5.3}$$

$\Delta GVD_1$  und  $\Delta TOD_1$  sind von besonderer Bedeutung. Denn hierbei handelt es sich um die Fehlerfunktionen in Abhängigkeit von  $\tau$ . Das heißt, die spektrale Phasendifferenz zwischen der Position von FK2 und dem Strahlzentrum muss für verschiedene Werte von  $\tau$  aufgenommen werden. Dies ist sehr wichtig, denn um die  $\Delta GVD_n$  und  $\Delta TOD_n$  korrekt zu bestimmen, muss die Fehlerfunktion  $\Delta GVD_{\text{ex.A.}}(\tau)$  und  $\Delta TOD_{\text{ex.A.}}(\tau)$  des experimentellen Aufbaus bekannt sein. Der Grund ist die Änderung von  $\tau$  für die einzelnen Positionen von FK1, da die einzelnen Strahlanteile unterschiedliche Materialdicken durchlaufen.

$$\Delta GVD_1 = \Delta GVD_{\text{ex.A.}}(\tau) \tag{5.4}$$

$$\Delta TOD_1 = \Delta TOD_{\text{ex.A.}}(\tau) \tag{5.5}$$

## 5.2.2 Vorgehen bei der Ermittlung der spektralen Phasendifferenzen und der Taylorkoeffizienten

Nach der Einrichtung der jeweils zu untersuchenden Konfiguration aus Tab. 5.1, wurde der Durchmesser der Lochblende immer so eingestellt, dass der Laserstrahl nach der Linse 4 einen Strahldurchmesser von 110 mm hat. Der Faserkoppler FK1 ist zu Beginn der Untersuchung im Strahlzentrum bei  $x = 0$  mm positioniert. Für diese Position ist in einem ersten Schritt die Fehlerfunktion  $\Delta GVD_{\text{ex.A.}}(\tau)$  und  $\Delta TOD_{\text{ex.A.}}(\tau)$  für den experimentellen Aufbau ermittelt wurden. Dazu wurde die Weglängendifferenz  $\Delta z$  von ca. 150  $\mu\text{m}$  bis 950  $\mu\text{m}$  in ca. 150  $\mu\text{m}$  Schritten variiert. Dadurch ergaben sich zehn Werte für  $\tau$  in einem Bereich von ca. 0.5 ps bis 3.5 ps. Über den FTSI-Algorithmus wurden die spektralen Phasendifferenzen und die Taylorkoeffizienten  $\Delta GVD$  und  $\Delta TOD$  bei einer Frequenz von 375 THz ermittelt. Anhand der ermittelten Taylorkoeffizienten wurden, mittels eines linearen Fits, die Fehlerfunktionen  $\Delta GVD_{\text{ex.A.}}(\tau)$  und  $\Delta TOD_{\text{ex.A.}}(\tau)$  be-

stimmt. Anschließend wurden Interferogramme an verschiedenen Positionen von FK1 aufgenommen. Die Position wurde ausgehend vom Strahlzentrum in äquidistanten Abständen von 2.5 mm auf einer Strecke von  $x = 0$  mm bis  $x = 50$  mm angeordnet. Da sich  $\tau$  für jede angefahrne Position ausgehend vom Strahlzentrum verringert, wurde  $\Delta z$  im Strahlzentrum auf ca.  $950 \mu\text{m}$  gestellt. Das entspricht einem zeitlichen Pulsversatz von  $\tau = 3$  ps. Der Grund dafür ist, dass  $\tau$  nicht zu klein werden darf und somit der Interferenzteil des fouriertransformierten Interferogramms nicht mehr ordentlich separiert werden kann. Über die Interferogramme der einzelnen Positionen wurden mit Hilfe des FTSI-Algorithmus die spektralen Phasendifferenzen  $\Delta\Phi_{1,1} \dots \Delta\Phi_{n,1}$  bzw. die Taylorkoeffizienten  $\Delta GVD_{1,1} \dots \Delta GVD_{n,1}$  und  $\Delta TOD_{1,1} \dots \Delta TOD_{n,1}$  bestimmt und anschließend dargestellt. Dieses Vorgehen ist bei allen Konfiguration auf die gleiche Weise abgelaufen. Für die Messung mit externer Referenz wurde nur die optische Faser von FK2 an FK3 angeschlossen.

## 5.3 Ergebnisse und Diskussion

### 5.3.1 Konfiguration 1

Um die Unterschiede in der räumlichen Dispersion für die Konfiguration 1 zu bestimmen, wurden zuerst die Fehlerfunktionen  $\Delta GVD_{\text{ex.A.}}(\tau)$  und  $\Delta TOD_{\text{ex.A.}}(\tau)$  bestimmt. Die ermittelten Werte für  $\Delta GVD$  und  $\Delta TOD$  in Abhängigkeit von  $\tau$  sind in Abb. 5.4 und in Abb. 5.5 dargestellt. Die Fehlerfunktionen  $\Delta GVD_{\text{ex.A.}}(\tau)$  und  $\Delta TOD_{\text{ex.A.}}(\tau)$  ergeben sich aus dem linearen Fit der Werte.

$$\Delta GVD_1 = \Delta GVD_{\text{ex.A.}}(\tau) = -0.0031 \frac{1}{\text{fs}}(\tau) + 80.98 \text{fs}^2 \quad (5.6)$$

$$\Delta TOD_1 = \Delta TOD_{\text{ex.A.}}(\tau) = -0.0050 \frac{1}{\text{fs}}(\tau) + 178.21 \text{fs}^3 \quad (5.7)$$

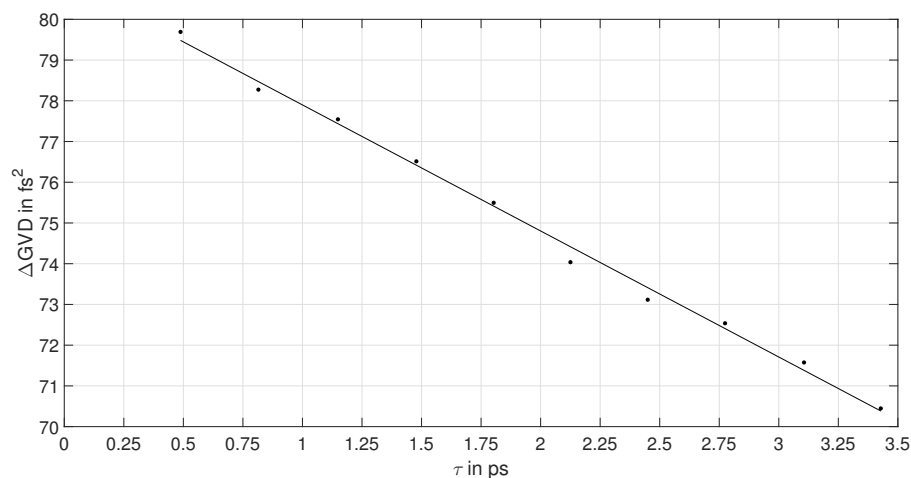


Abb. 5.4: Ermittelte Werte der  $\Delta GVD$  und Fehlerfunktion der Konfiguration 1

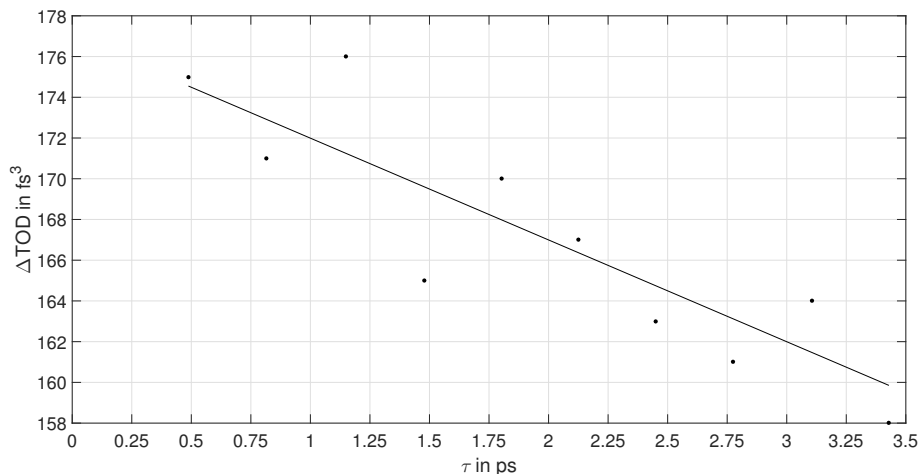


Abb. 5.5: Ermittelte Werte der  $\Delta GVD$  und Fehlerfunktion der Konfiguration 1

Bei der Betrachtung der ermittelten Werte für  $\Delta GVD$  und  $\Delta TOD$  fällt sofort auf, dass die Werte für  $\Delta TOD$  eine größere Abweichungen vom dem linearen Fit haben, als die Werte für  $\Delta GVD$ . Die Streuung der Werte um den prinzipiell lineare Fit (Vgl. Abschnitt 4.2.2) deuten auf eine größere Ungenauigkeit bei der Ermittlung der  $\Delta TOD$  hin.

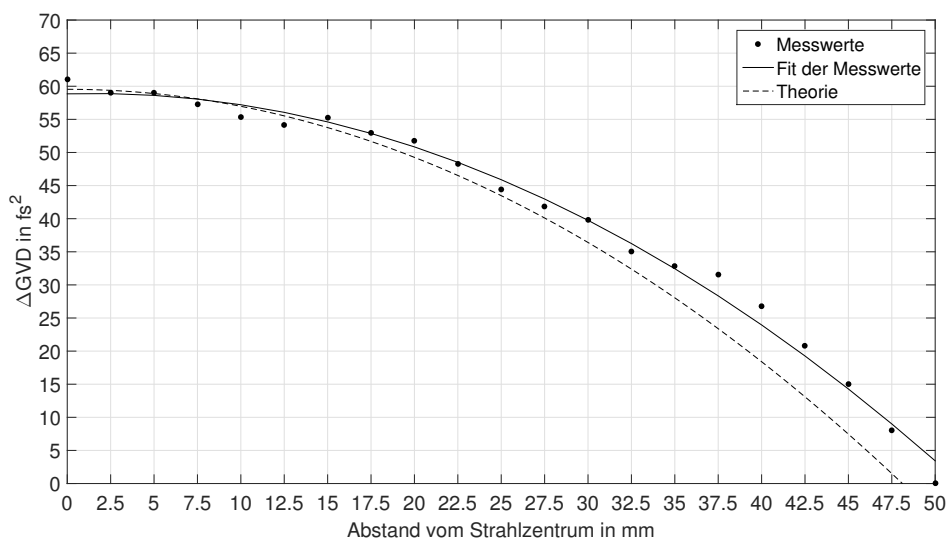


Abb. 5.6: Ermittelte Werte der  $\Delta GVD$  für die Konfiguration 1

Die Ergebnisse der räumlichen Bestimmung für  $\Delta GVD$  sind in Abb. 5.6 dargestellt. Die einzelnen Werte ergeben mit zunehmendem Abstand vom Strahlzentrum einen näherungsweise sphärischen Verlauf. Der Unterschied zwischen dem Strahlzentrum und dem Strahlrand liegt bei rund  $60 fs^2$ . Daraus folgt, dass der Strahlanteil des Laserpuls im Strahlzentrum eine höhere Pulsdauer besitzt als der Strahlanteil am Strahlrand, da eine höhere GVD den Laserpuls im Zeitbereich verbreitert (vergl. ).

Die Ursache für die Unterschiede der GVD ist auf die verwendeten Linsen im experimentellen Aufbau zurückzuführen.

Abgesehen von Linse 1 sind alle anderen Linsen plankonvex. Demzufolge besitzt das Zentrum dieser Linsen eine größere Materialdicke als der Randbereich. Die Abnahme der Materialdicke zum Rand hin wird dabei über den Krümmungsradius bestimmt. Bedingt durch die Aufweitung des Laserstrahls legen die Strahlanteile im Strahlzentrum eine signifikant längere Strecke im Linsenmaterial zurück, als die Strahlanteile am Strahlrand. Entsprechend des Unterschieds der spektralen Transferfunktion zwischen Strahlzentrum und Strahlrand der Linse unterscheiden sich die spektralen Phasendifferenzen zwischen Strahlzentrum und Strahlrand.

Die  $\Delta GVD$  ist für die Strahlanteile im Strahlzentrum größer als am Strahlrand. Der näherungsweise sphärische Verlauf der Werte von  $\Delta GVD$  geht auf die Abnahme der Materialdicke der Linsen mit dem Krümmungsradius zurück. In Abb. 5.6 ist des Weiteren der theoretisch berechnete Verlauf der  $\Delta GVD$  eingetragen. Die ermittelten Werte weichen mit zunehmendem Abstand vom Strahlzentrum immer weiter von der Theorie ab. Eine Erklärung für diese Abweichung sind Unzulänglichkeiten im Versuchsaufbau, wie die Winkelverkipfung der Linsen zur Strahlausbreitungsrichtung. Dadurch ändert sich der Einfallswinkel der Laserstrahlung auf die Grenzfläche der Linsen wodurch der Brechungswinkel verändert wird und damit der zurückgelegte Weg im Linsenmaterial verlängert oder verkürzt wird.

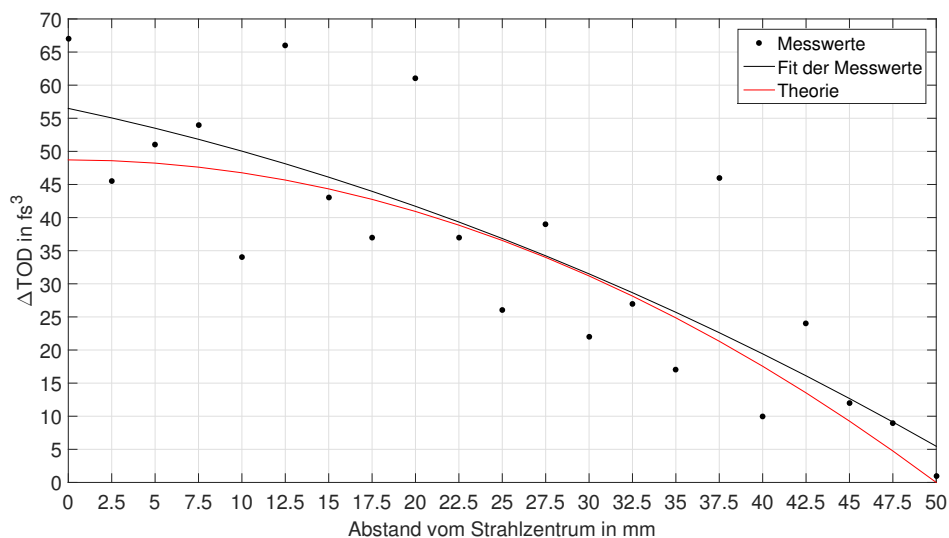


Abb. 5.7: Ermittelte Werte der  $\Delta TOD$  für die Konfiguration 1

In Abb. 5.7 sind die ermittelten Werte für  $\Delta TOD$  dargestellt. Die Abbildung zeigt, dass die bestimmten Werte eine große Streuung besitzen. Im Vergleich zu  $\Delta GVD$  ist kein eindeutiger sphärischer Verlauf über den Messbereich zu erkennen, obwohl dieser auch hier zu erwarten gewesen wäre, was sich anhand der theoretisch berechneten Ergebnisse (rote Kurve) zeigt. Die Ergebnisse wurden dennoch mit einem quadratischen Fit bewertet. Dieser Fit kann an dieser Stelle, aufgrund der Streuung der Daten, nur als

Trendlinie angesehen werden. Die Trendlinie zeigt, dass die  $\Delta TOD$  mit zunehmendem Abstand vom Strahlzentrum zum Strahlrand abfällt. Dieses Ergebnis stimmt mit dem erwarteten Verhalten überein. Demzufolge kann mit dem verwendeten Versuchsaufbau keine genaue Ermittlung der Werte für die  $\Delta TOD$  durchgeführt werden, aber es ist eine Aussage über das prinzipielle räumliche Verhalten möglich. Die beobachtete Streuung der Ergebnisse  $\Delta TOD$  wird durch mehrere Faktoren hervorgerufen. Der erste Faktor ist das dem Interferogramm überlagerte Rauschen. In Abb. 5.8 ist das fouriertransformierte Interferogramm bei einem Abstand vom Strahlzentrum von 22,5 mm dargestellt.

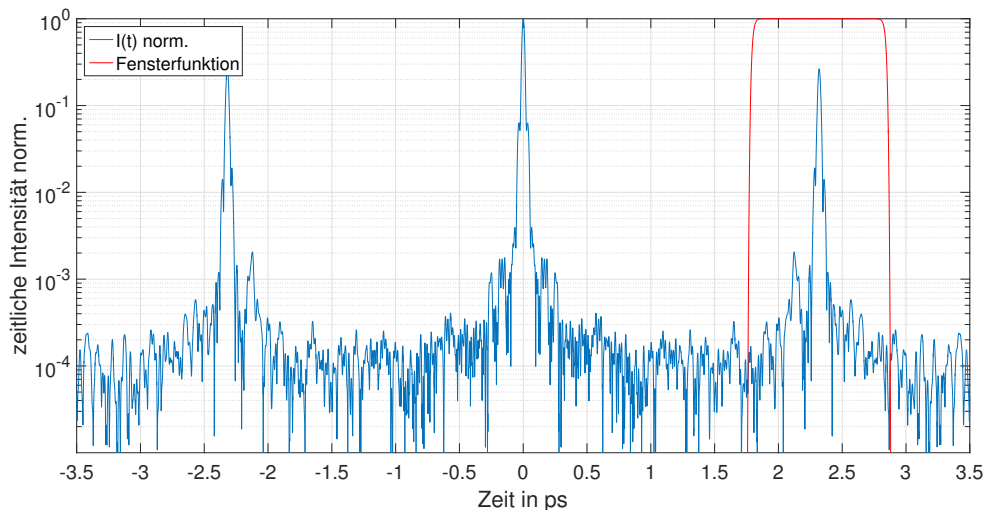


Abb. 5.8: Fouriertransformiertes Interferogramm für einen Abstand von 22,5 mm vom Strahlzentrum

Darin ist das Grundrauschen zu sehen. Es liegt bei ca.  $10^{-4}$ . Damit liegt das SNR im Vergleich mit den Simulationen zum Rauschen aus Abb. 3.9 bei ca. 500:1. Dies stimmt in guter Näherung mit dem angegebenen SNR des Spektrometers (300:1) überein. Die Simulation zeigte, dass bei diesem SNR die spektrale Phasendifferenz Modulationen aufweist, die die Streuung der ermittelten Werte für  $\Delta TOD$  erklärt. Zudem ist in Abb. 5.8 bei ca. 2,1 ps ein Nebenmaxima im Rauschen zu erkennen, was sich zusätzlich negativ auf das SNR auswirkt und die große Abweichung des Wertes der  $\Delta TOD$  erklären könnte. Denn im Vergleich mit dem Wert bei einem Abstand von 25 mm vom Strahlzentrum, der näher an der Theorie liegt, zeigt sich kein Nebenmaxima im fouriertransformierten Interferogramm (Abb. 5.9). Zur Verbesserung des SNR und damit der Messbarkeit der TOD ist ein Spektrometer mit einem besseren SNR empfehlenswert.

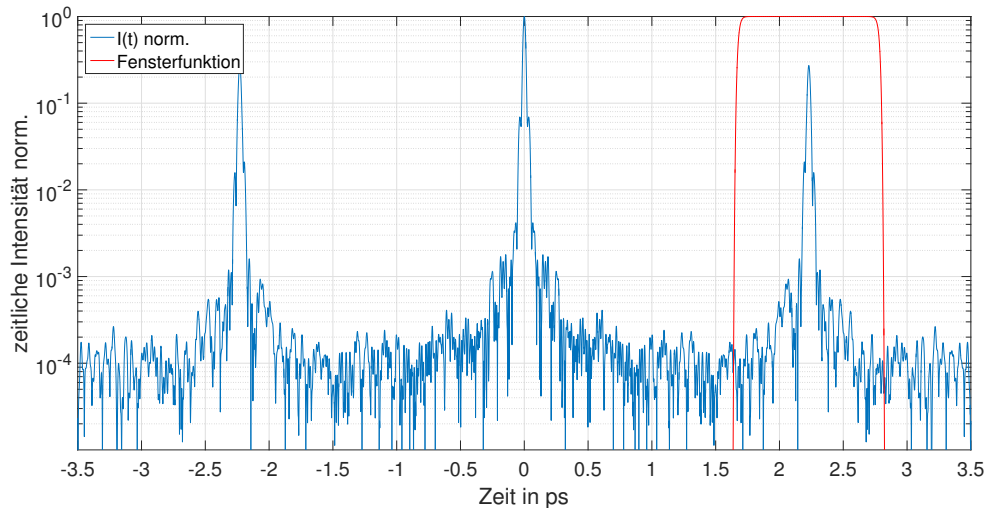


Abb. 5.9: Fouriertransformiertes Interferogramm für einen Abstand von 25 mm vom Strahlzentrum

Ein weiterer Aspekt der zur Streuung der  $\Delta TOD$  führen könnte, betrifft die optische Faser die an FK1 angekoppelt ist. Durch die Bewegung von FK1 bewegt sich auch die optische Faser. Dies führt zu geringfügigen Änderungen der Biegeradien der Faser. Diese Änderungen induzieren lokale Spannungen in den Biegestellen. Die Spannungen verursachen minimale Variationen des Brechungsindex des Fasermaterials. Aufgrund dessen verändert sich die spektrale Transferfunktion der Faser. Dadurch wird die ermittelte spektrale Phasendifferenz auch geringfügig verändert und führt deshalb auch zu einer Variation von  $\Delta TOD$  und auch  $\Delta GVD$ . Wie groß dieser Effekt ist wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht.

Ein letzter Faktor, der die Streuung der Werte beeinflusst, sind Turbulenzen der Luft im Raum den der Laserpuls durchquert. Durch die Strahlaufweitung legen die Strahlanteile, die durch die Faserkoppler entnommen werden, räumlich getrennte Wege zurück. Im experimentellen Aufbau sind dies mehrere Meter. Auf diesem Weg können Turbulenzen in der Luft die Strahlanteile unterschiedlich beeinflussen. Denn die Turbulenzen verursachen geringe Dichteunterschiede der Luft wodurch wiederum der Brechungsindex der Luft geringfügig variiert. Dadurch wird auch die spektrale Transferfunktion der Luft verändert und damit die spektrale Phasendifferenz. Der Einfluss der Turbulenzen konnte auch bei der Aufnahme der Interferogramme beobachtet werden. Die Interferogramme zeigten keine statische Modulation, wie es ideal der Fall wäre sondern die Modulation schwankte in einem sehr geringen Frequenzbereich. Diese Schwankungen sind darauf zurückzuführen, dass die Turbulenzen ,aufgrund der genannten Gründe, geringe Änderungen im zurückgelegten optischen Weg der einzelnen Strahlanteile bewirken und deshalb  $\tau$  nicht konstant ist.

### 5.3.2 Konfiguration 2

Um festzustellen, ob sich unter Verwendung der externen Referenz andere Ergebnisse für  $\Delta TOD$  und auch  $\Delta GVD$  zeigen, wurde Konfiguration zwei verwendet. Da sich der experimentelle Aufbau geändert hat, wurde zu Beginn erneut die Fehlerfunktionen ermittelt. Die Ergebnisse der Werte für  $\Delta GVD$  und  $\Delta TOD$  sind in Abb. 5.10 und Abb. 5.11 aufgezeigt. Aus dem linearen Fit ergaben sich die folgenden Fehlerfunktionen.

$$\Delta GVD_1 = \Delta GVD_{\text{ex.A.}}(\tau) = -0.0031 \frac{1}{\text{fs}}(\tau) + 1290.45 \text{ fs}^2 \quad (5.8)$$

$$\Delta TOD_1 = \Delta TOD_{\text{ex.A.}}(\tau) = -0.0050 \frac{1}{\text{fs}}(\tau) + 878.24 \text{ fs}^3 \quad (5.9)$$

Im Gegensatz zu den Fehlerfunktionen der Konfiguration 1 ist das Absolutglied in (5.5) und (5.6) weitaus größer. Der Grund ist, dass die spektrale Phasendifferenz zwischen dem externen Referenzpuls und dem internen Messpuls in dieser Konfiguration, den Dispersionsunterschied über alle Linse im experimentellen Aufbau räumlich erfasst.

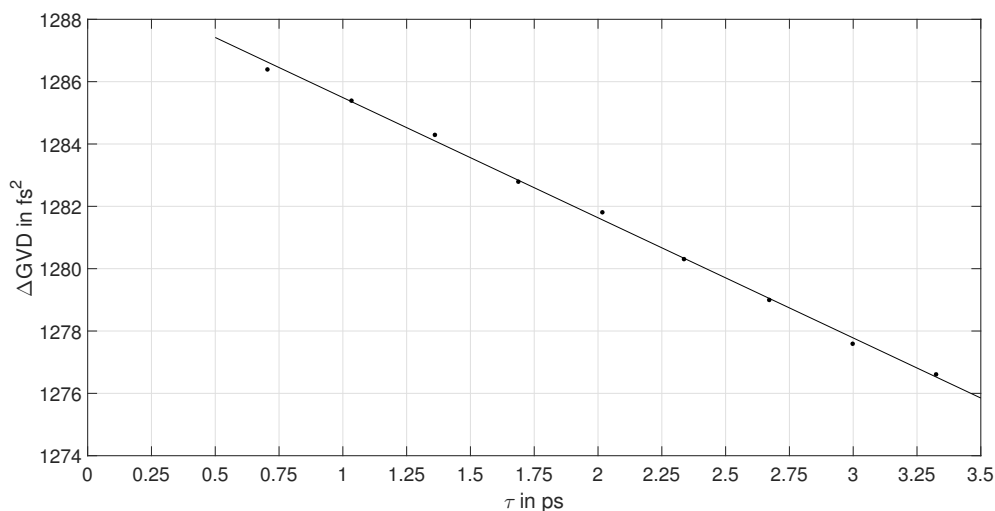


Abb. 5.10: Ermittelte Werte der  $\Delta GVD$  und Fehlerfunktion der Konfiguration 2



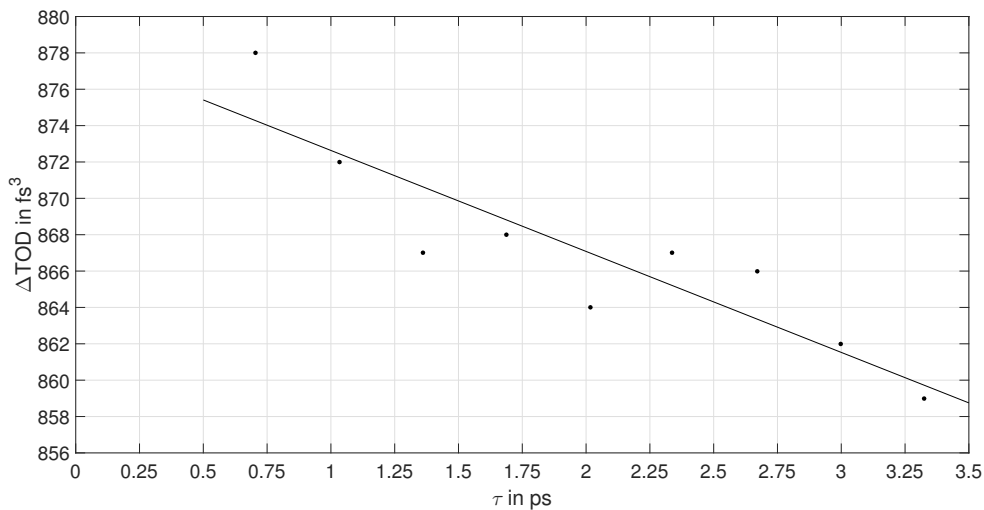


Abb. 5.11: Ermittelte Werte der  $\Delta TOD$  und Fehlerfunktion der Konfiguration 2

Die Ergebnisse für räumlichen Unterschiede in  $\Delta GVD$  sind in Abb. 5.12 im direkten Vergleich mit den Ergebnissen aus Konfiguration 1 dargestellt. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit den Werten der  $\Delta GVD$  aus den Messungen mit interner Referenz. Der Verlauf vom Strahlzentrum zum Strahlrand hat nahezu das gleiche Verhalten und die Abweichung zur Theorie, die aus der Winkelverkipfung der Linsen hervorgeht, ist ebenfalls identisch. Zudem beschreiben die gemessenen Werte von Konfiguration 1 und 2 ähnliche Verläufe im Vergleich zum Fit. Diese ähnlichen Abweichungen sind nicht auf statistische Streuungen der Messungen zurückzuführen, sondern finden ihre Ursache in anderen systematischen Effekten. Mögliche Erklärungen sind zum einen, dass der Silberspiegel, der zwischen den beiden Teleskopstufen

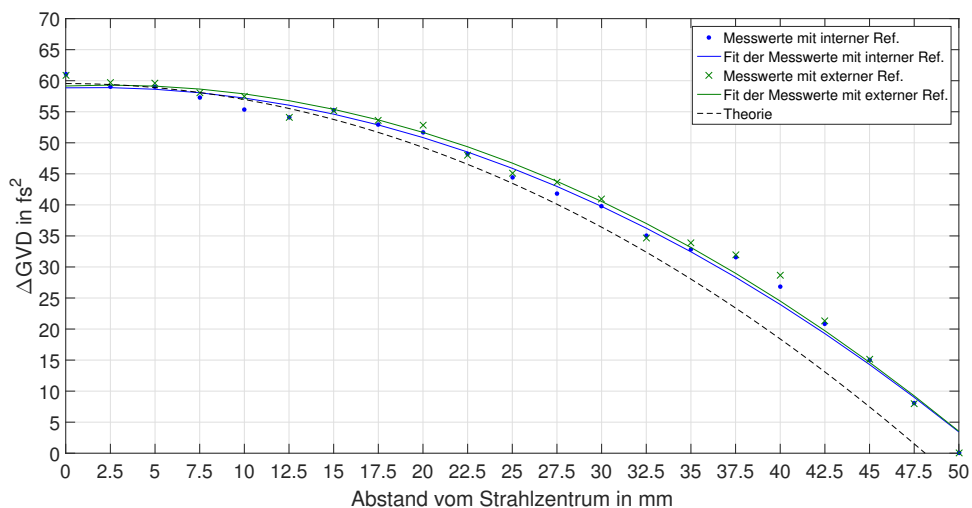


Abb. 5.12: Vergleich der Ergebnisse der  $\Delta GVD$  zwischen interner und externer Referenz

angebracht ist, an verschiedenen Stellen der Oberfläche, unterschiedliche Verände-

rungen in der GVD der Strahlanteile verursachen kann. Zum Anderen verursacht die Lochblende zwischen den Teleskopstufen Beugungsringe, deren Auswirkungen sich in dem Abgebildeten Verhalten zeigen können.

Die ermittelten Werte der  $\Delta TOD$  sind in Abb. 5.13 ebenso im Vergleich zu den bestimmten Werten aus der Messung mit interner Referenz dargestellt. Es zeigt sich ein ähnliches Verhalten, wie bei der Messung mit interner Referenz. Die Streuung der Werte ist sehr groß, sodass der Fit wiederum nur als Trendlinie interpretiert werden kann. Der Trend betätigt den in der Theorie zu erwartenden Verlauf, im Bezug auf die Zunahme der  $\Delta TOD$ . Die Streuung der Werte zwischen den Konfigurationen ist in etwa vergleichbar. Aus diesem Grund liefern beide Konfiguration sehr ähnliche Ergebnisse.

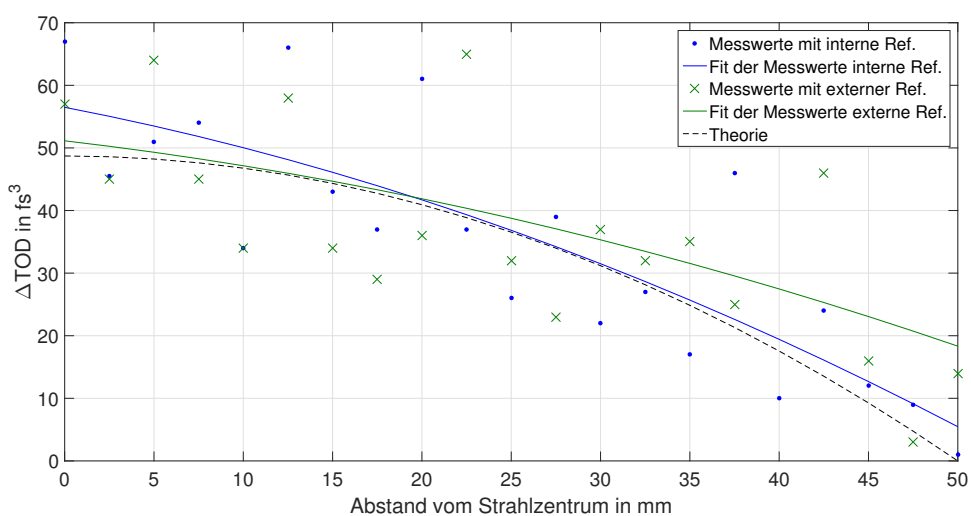


Abb. 5.13: Vergleich der Ergebnisse der  $\Delta TOD$  zwischen interner und externer Referenz

Der Vergleich der ermittelten Ergebnisse für die  $\Delta GVD$  und  $\Delta TOD$  der beiden Konfiguration führt zu dem Schluss, dass beide Varianten zur Bestimmung der Unterschiede in der räumlichen Dispersion ultrakurzer Laserpulse geeignet sind. Wobei die Variante mit interner Referenz bevorzugt wird, da dafür kein zusätzlicher Strahlengang zum Abgriff eines Referenzpulses notwendig ist.

### 5.3.3 Konfiguration 3

Mit der Konfiguration 3 sollte festgestellt werden, ob Änderung im räumlichen Verhalten der Dispersion im Vergleich zu Konfiguration 1 bestimmbar sind. Die Messung erfolgte dabei mit interner Referenz. Im ersten Schritt wurde erneut die Fehlerfunktionen des geänderten Aufbaus ermittelt. Abb. 5.14 und Abb. 5.18 stellen die bestimmten Ergebnisse der  $\Delta GVD$  und  $\Delta TOD$  für die Fehlerfunktionen dar. Im Folgenden sind die

Fehlerfunktionen des linearen Fits beschrieben.

$$\Delta GVD_1 = \Delta GVD_{\text{ex.A.}}(\tau) = -0.0031 \frac{1}{\text{fs}}(\tau) + 92.45 \text{ fs}^2 \quad (5.10)$$

$$\Delta TOD_1 = \Delta TOD_{\text{ex.A.}}(\tau) = -0.0052 \frac{1}{\text{fs}}(\tau) + 184.53 \text{ fs}^3 \quad (5.11)$$

Beide Fehlerfunktionen besitzen ein größeres Absolutglied im Vergleich zu Konfiguration 1. Anhand dessen lässt sich bereits sagen, dass eine Veränderung im Versuchsaufbau stattgefunden hat.

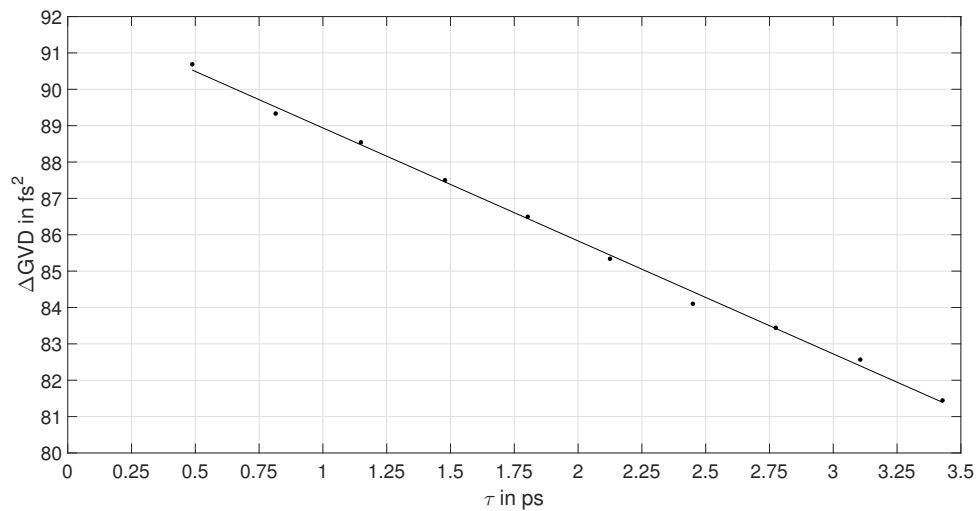


Abb. 5.14: Ermittelte Werte der  $\Delta GVD$  und Fehlerfunktion der Konfiguration 3

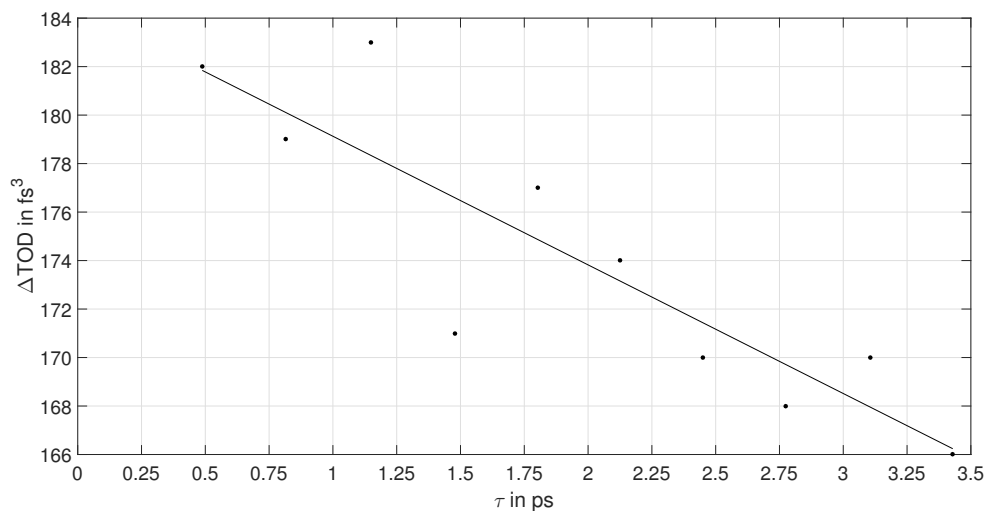


Abb. 5.15: Ermittelte Werte der  $\Delta TOD$  und Fehlerfunktion der Konfiguration 3

Die  $\Delta GVD$  der Konfiguration 3 zeigt wieder einen näherungsweise sphärischen Verlauf. Im Bezug zur Theorie ist ebenfalls wieder eine zunehmende Abweichung mit Zunehmen-

dem Abstand zum Strahlzentrum feststellbar. Dies ist wiederum auf die Winkelverkipfung der einzelnen Linsen zurückzuführen. Die Differenz der  $\Delta GVD$  zwischen Strahlzentrum und einem Abstand von 50 mm beträgt ca.  $63fs^2$ . Im Vergleich zur Konfiguration 1 ist sie um  $3 fs^2$  größer.

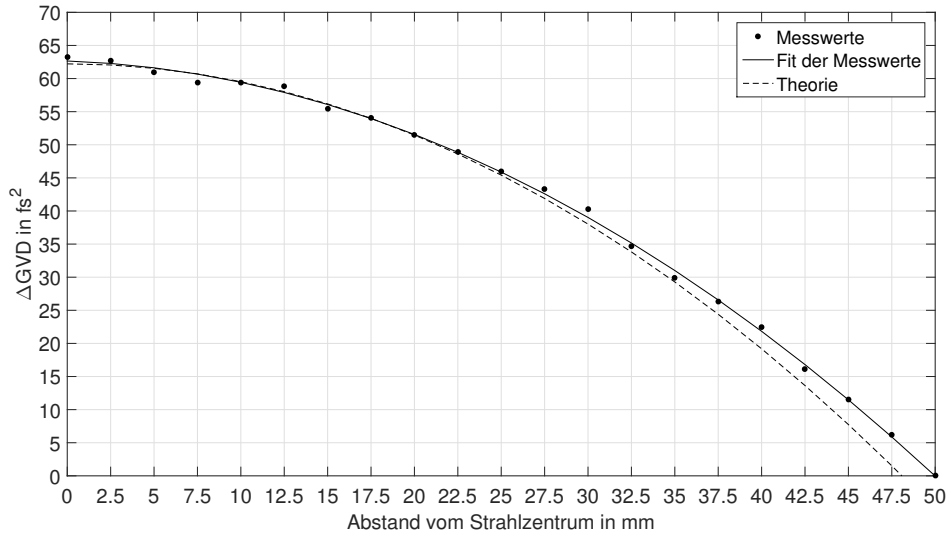


Abb. 5.16: Ermittelte Werte der  $\Delta GVD$  für die Konfiguration 3

Im direkten Vergleich der Konfiguration 1 mit der Konfiguration 3 (Abb. 5.17) ist ein kleiner aber deutlichen Unterschied im Verlauf der  $\Delta GVD$  zu erkennen. Der Werte der  $\Delta GVD$  in Konfiguration 3 ist im Strahlzentrum größer, als bei Konfiguration 1. Mit zunehmendem Abstand zum Strahlzentrum fällt die  $\Delta GVD$  strenger ab als die Vergleichswerte.

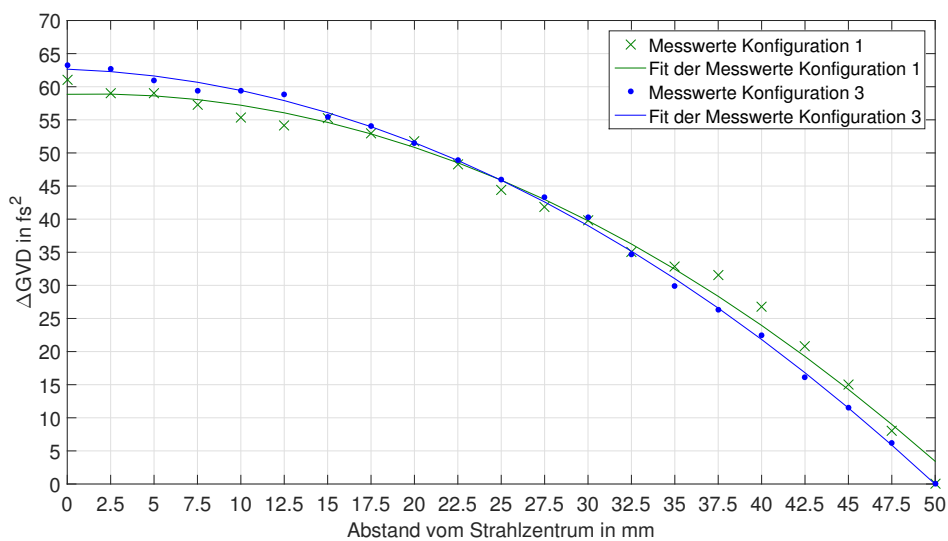


Abb. 5.17: Vergleich der Ergebnisse der  $\Delta GVD$  zwischen Konfiguration 1 und 3

Der Grund dafür ist der kleinere Krümmungsradius der Linse 3 mit 50 mm Brennweite. Der größere Wert im Strahlzentrum begründet sich in der größeren Materialdicke im Linsenzentrum der Linse 3, die in der Konfiguration 3 zum Einsatz kam.

Anhand des Vergleichs in Abb. 5.17 kann nachgewiesen werden, dass das Messverfahren zur Ermittlung der  $\Delta GVD$  gut funktioniert und Unterschiede in der räumlichen Dispersion klar sichtbar sind.

Für die  $\Delta TOD$  der Konfiguration 3 ergeben sich die in Abb. 5.18 dargestellten Werte. Wie bei den vorhergehenden Untersuchungen, kann aufgrund der Streuung der ermittelten Werte keine konkrete Aussage zum Verlauf der  $\Delta TOD$  gemacht werden. Lediglich der Trend ist durch den quadratischen Fit bestimmbar. Dieser bestätigt die Theorie erneut in dem Sinne, dass die  $\Delta TOD$  mit zunehmendem Abstand vom Strahlzentrum kleiner wird. Im Vergleich der  $\Delta TOD$  der Konfiguration 1 mit Konfiguration 2 ist festzustellen, dass anhand der  $\Delta TOD$  keine Unterscheidung der Konfigurationen möglich ist, da die auftretende Streuung der Werte eine genaue Aussage zu den Unterschieden unmöglich macht.

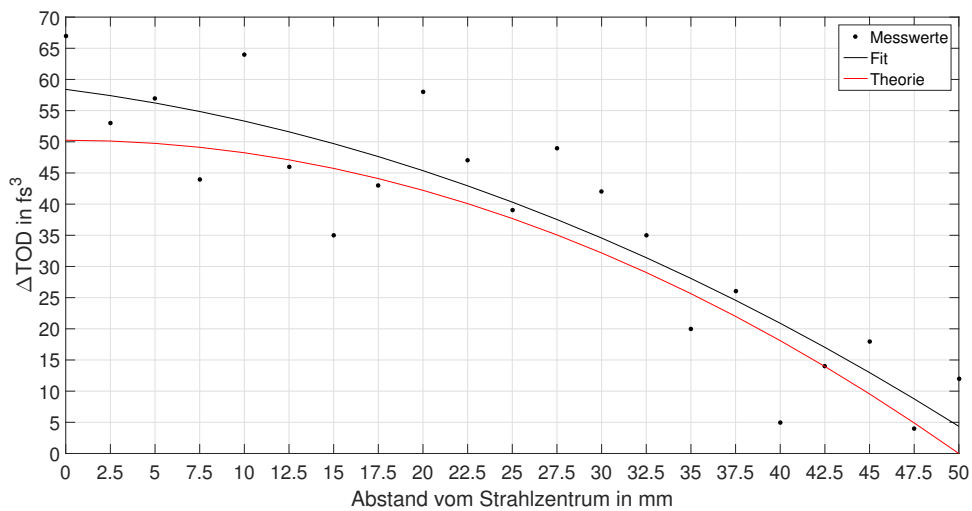


Abb. 5.18: Ermittelte Werte der  $\Delta TOD$  für die Konfiguration 3

## 5.4 Zusammenfassung

Anhand der Ergebnisse konnte gezeigt werden, dass die Ermittlung der  $\Delta GVD$  mit interner und externer Referenz sehr gut funktioniert. Über den gemessenen Raumbereich ergibt sich ein klarer Verlauf, der den Einfluss der Linsen aufzeigt. Eine Änderung der Brennweite von Linse 3 konnte ebenso anhand der Werte für die  $\Delta GVD$  nachgewiesen werden. Die  $\Delta TOD$  kann weder mit interner noch mit externer Referenz genau bestimmt werden, da die Streuung der ermittelten Werte keine exakten Ergebnisse zulässt. Die Streuung ist hauptsächlich auf das Rauschen zurückzuführen, das die Interferogramme überlagert. Durch Verwendung eines Spektrometers mit einem SNR größer als 1000:1 ist möglicherweise eine exaktere Bestimmung der  $\Delta TOD$  möglich. Dennoch konnte das theoretische Verhalten der  $\Delta TOD$  mit zunehmenden Abstand zum Strahlzentrum durch den Trend bestätigt werden. Eine Unterscheidung der  $\Delta TOD$  zwischen den Konfigurationen 1 und 3 war ebenfalls nicht möglich. Die Versuch haben aber gezeigt, dass die interne und die externe Referenz gleiche Ergebnisse liefern. Dennoch ist es von Vorteil die interne Referenz zu nutzen, da der zusätzliche Aufwand zur Generierung der externen Referenz entfällt. Das Messverfahren ist aufgrund der genannten Tatsachen gut geeignet, um die Unterschiede die in der räumlich Dispersion zu bestimmen.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Das Hauptziel dieser Arbeit bestand darin einen Messaufbau und Algorithmus zu entwickeln, der die räumlichen Unterschiede der Dispersion im Strahlquerschnitt ultrakurzer Laserpulse auf Basis der fouriertransformierten spektralen Interferometrie (FTSI) ermittelt. Zu diesem Zweck wurden im Rahmen dieser Arbeit zunächst Simulationen zur FTSI durchgeführt, um Störfaktoren sowie die besten Methoden zur Extraktion der spektralen Phasendifferenz und der Taylorkoeffizienten  $\Delta GVD$  und  $\Delta TOD$  zu ermitteln. Anhand der Simulationen konnte gezeigt werden, dass die beste Methode zur Extraktion der spektralen Phasendifferenz die Zero-Padding-Interpolation ist. Da diese Methode im Vergleich zur linearen Interpolation kein zusätzliches Rauschen mit ansteigendem  $\tau$  generiert. Des Weiteren wird kein künstlicher Chirp erzeugt, im Gegensatz zur Methode der direkten Transformation. Weiterhin konnte gezeigt werden, dass sich das simulierte Rauschen auf die spektrale Phasendifferenz bzw. auf die Taylorkoeffizienten negativ auswirkt. Dabei spielt die SNR des Spektrometers eine zentrale Rolle. Bei einem SNR von unter 1000:1 werden die Auswirkungen auf die spektrale Phasendifferenz in Form von Modulation sichtbar. Zudem konnte festgestellt werden, dass sich das SNR stärker auf die  $\Delta TOD$  auswirkt als auf die  $\Delta GVD$ . Dies stellt eine wichtige Aussage im Hinblick auf zukünftige Messungen, bzw. deren Bewertung dar.

Anhand der Simulationen konnte ein FTSI-Algorithmus in Matlab umgesetzt werden, der die spektrale Phasendifferenz und die Taylorkoeffizienten berechnet. Um sicher zu stellen, dass der FTSI-Algorithmus die spektrale Phasendifferenz und vor allen die Taylorkoeffizient korrekt bestimmt, wurden die Taylorkoeffizienten der spektralen Transferfunktion von Glasproben unterschiedlicher Materialdicke untersucht, und damit der entwickelte Algorithmus verifiziert. Die Ergebnisse demonstrierten eine sehr gute Übereinstimmung mit den theoretischen Werten der GVD und der TOD der verwendeten Glasproben. Es wurde dabei festgestellt, dass das Spektrometer einen von  $\tau$  abhängigen linear Fehler, infolge der Kalibrierungsgenauigkeit des Spektrometers, in der GVD und TOD generiert, der bei der Ermittlung der spektralen Phasendifferenz bzw. der Taylorkoeffizienten zu einer Abweichung führt. Deshalb musste, und muss zukünftig, diese Fehlerfunktion im Vorfeld jeder Messung ermittelt werden, um genauest mögliche Ergebnisse zu erhalten. Im Anschluss daran wurde ein Messaufbau zur Feststellung der Unterschiede in der räumlichen Dispersion des Strahlquerschnitts eines Laserpulses umgesetzt. Dazu wurde der Strahlquerschnitt des Laserpulses durch einen zweistufigen Teleskopaufbau aufgeweitet und mittels externer und interner Referenz die lateralen Unterschiede der Dispersion vermessen. Die Ergebnisse zeigen, dass die Ermittlung der  $\Delta GVD$  mit interner und externer Referenz sehr gut funktioniert. Über den gemessenen Raumbereich ergibt sich eine klare Abhängigkeit der  $\Delta GVD$  in Abhängigkeit der Geometrie der Linsen. Die  $\Delta TOD$  kann weder mit interner noch mit externer Referenz exakt bestimmt werden, da die Werte aufgrund der oben genannten Ursachen streuen. Aus diesem Grund lässt sich nur ein Trend der  $\Delta TOD$  über den gemessenen Raumbereich bestimmen. Hauptursache dieser Streuung ist das Rauschen, welches die gemessenen Interferogramme überlagert.

Das aus den Messungen abgeleitete SNR lag bei ca. 500:1. In den Simulation konnte demonstriert werden, dass ein SNR in dieser Größenordnung großen Einfluss auf die  $\Delta TOD$  hat und die Streuung erklärt. Für zukünftige Messungen ist deshalb ein Spektrometer mit einem SNR von 1000:1 oder höher zu verwenden.

Zukünftige Messungen sollen am realen Strahl des Hochleistungslasers Draco durchgeführt werden. Hierbei ist insbesondere erst einmal die klare Bestimmung der lateralen Unterschiede der GVD über den Strahlquerschnitt der Laserpulse relevant. Der hierfür entwickelte Algorithmus und die Messaufbauten haben sich im Rahmen dieser Arbeit als dafür geeignet erwiesen. Dies gilt es als nächsten Schritt durchzuführen.



## Anhang A: FTSI-Algorithmus Matlabcode

```
1  clc;
2  clear all;
3
4  %% Schleife
5  i=1;
6  v=1;
7  while i<10
8  %% Lade Daten
9  clc;
10 eval(['name='Dateipfad' [int2str(i)] '.mat'']);
11 load(name);
12 disp('Contents of workspace after loading file:');
13 % whos;
14 %% Funktionen und Konstanten
15
16 Nw = length(Messung(:,1)); % Samplingrate
17 lambda0 = 800; % Zentrale Wellenlänge
18 c = 299.792458; % Lichtgeschwindigkeit (nm/fs)
19 w0=2.*pi.*(c/lambda0); % Zentrale Kreisfrequenz
20 q=10000; % Bereichsfilter für das Interferogramm in Pixel
21 b1=10350; % Fensterbreite Phasenfilter FWHM in Pixel
22 b2=20; % Gauß fenster Potenz (1 = 2. Potenz, 2 = 4.Potenz,....)
23 l=512; % Filterbreite für Spektralteil (Gleichanteil)
24
25 %% Funktionen
26
27 % Einheitentransformation nm <--> rad/fs
28 chng_rng = @(x) 2*pi*c./x;
29
30 % Gauss Funktion:
31 % x = Co-ordinate
32 % x0 = Centre
33 % dx = FWHM
34 % = sqrt(2*log(2))*sigma_xh
35 % n = Order (normal = 1)
36 gauss1D = @(x, x0, dx, n) exp((-log(2)*...
37 (2*(x-x0)/dx).^ (2*abs(floor(n)))));
38
39 %% Intensitaet und Frequenz des Spektrogramms übergeben
40 % Übergabe der Messwerte des Interferogramm
41 Z1 = Messung(:,2)';
42 % Wellenlaenge in nm
43 Wellenlaenge = Messung(:,1);
44
45 %% Wellenlänge
46
47 % positionsgitter für omega
```

```

48 x=1:1:2048;
49 % minimale Wellenlänge in nm
50 lambda_min = min(Wellenlaenge);
51 % maximale Wellenlänge in nm
52 lambda_max = max(Wellenlaenge);
53 % Schrittweite der Wellenlänge in nm
54 dlambda = (lambda_max-lambda_min)/(Nw-1);
55 % Vektor der Wellenlänge in nm
56 lambda = ((0:Nw-1)'*dlambda + lambda_min)';
57
58 %% Kreisfrequenz
59 [CCC1,R001,Mu001]=polyfit(x,Wellenlaenge',5);
60 Wellenlaengex=polyval(CCC1,x,R001,Mu001);
61 % Vektor der Kreisfrequenz in rad/fs
62 omega = chng_rng(Wellenlaenge);
63 omegal=spline(Wellenlaenge,omega,lambda);
64 omega5=interp(omega,8);
65 % maximale Kreisfrequenz in rad/fs
66 omega_max = max(omega);
67 minimale Kreisfrequenz in rad/fs
68 omega_min = min(omega); %
69 domega = (omega_max-omega_min)/(Nw-1);
70 % Schrittweite der Kreisfrequenz in rad/fs
71 omega_lin = (0:Nw-1)'*domega + omega_min;
72 % lineares Frequenzgitter in rad/fs
73 domega1 = (omega_max-omega_min)/(256*Nw-1);
74 % Schrittweite der Kreisfrequenz in rad/fs
75 omega_lin1 = (0:256*Nw-1)'*domega1 + omega_min;
76 domega2 = (omega_max-omega_min)/(16*Nw-1);
77 % Schrittweite der Kreisfrequenz in rad/fs
78 omega_lin2 = (0:16*Nw-1)'*domega2 + omega_min;
79 Frequenz=omega'./(2.*pi); % Frequenz in 1/fs
80 % Daten der Kalibrierfunktion
81 q0=6.92583557128906e2;
82 q1=1.21172666549683e-1;
83 q2=-9.18594105314696e-6;
84 q3=-4.47140741099972e-10;
85 q4=0;
86
87 qx=1:1:2048;
88 Lambda=q4.*qx.^4+q3.*qx.^3+q2.*qx.^2+q1.*qx.^1+q0;
89 omegaqx=chng_rng(Lambda);
90
91 [CCC,R00,Mu00]=polyfit(x,omega',5);
92 omegax=polyval(CCC,x,R00,Mu00);
93 omegax1=polyval(CCC,0.03125:0.03125:2048,R00,Mu00);
94
95
96 QX=spline(omegaqx,qx,omegax);
97 omegaxx=QX.*omegax;
98 % maximale Kreisfrequenz in rad/fs
99 omega_max1=max(omegax1);

```

```

100 % minimale Kreisfrequenz in rad/fs
101 omega_min1=min(omegax1);
102 % Schrittweite der Kreisfrequenz
103 domegax=(omega_max1-omega_min1)/(32*Nw-1);
104 %lineares Frequenzgitter in rad/fs
105
106 omegax_lin=(0:32*Nw-1)*domegax+omega_min1;
107 %fit
108 [CCCC,RR00,Mu0000]=polyfit(qx,omegax,5);
109 omegaxX=polyval(CCCC,QX,RR00,Mu0000);
110 omegaxX1=polyval(CCCC,0.03125:0.03125:2048,RR00,Mu0000);
111 % maximale Kreisfrequenz in rad/fs
112 omega_max2=max(omegaxX);
113 % minimale Kreisfrequenz in rad/fs
114 omega_min2=min(omegaxX);
115 % Schrittweite der Kreisfrequenz
116 domegaxX=(omega_max2-omega_min2)/(32*Nw-1);
117 % lineares Frequenzgitter in rad/fs
118 omegax_linX=(0:32*Nw-1)*domegaxX+omega_min2;
119 %% Zeitbereich
120
121 % An dieser Stelle wird der Zeitbereich für die
122 % Fourier-Transformation berechnet
123 df=domegaxX/(2*pi); % Frequenzschritte
124 Fs=omega_max1./(2*pi); % max. Frequenz
125 T=1/df; % Periodendauer
126 dt0=1/(Nw*df);
127 dt=1/Fs;
128 dt1=7.172; % Zeitschritte
129 t=linspace(-T/2,T/2,10*Nw);% Zeitvektor in fs
130 t0=linspace(-T/2,T/2,1*Nw);% Zeitvektor in fs
131
132 %% IFFT des Interferogramm (Transformation in den Zeitbereich)
133
134 %Zeropadding
135 Z9=ifftshift(ifft(Z1));
136 A=zeros((16*Nw-Nw/2),1);
137 Z8=[A',Z9,A'];
138 Z11=(abs(fft(Z8)));
139
140 %splineinterpolation
141 Z13=spline(omegaxX1,Z11,omegax_lin2);
142
143 omegax_lin=omegax_lin2;
144
145 %% Inverse Fourier-Transformation des Interferogramms
146 % in den Zeitbereich
147 It =ifftshift(ifft(Z13),1*Nw));
148
149 %% Positionsbestimmung und Normierung
150
151 % Maximum des Interferogramm im Zeitbereich wird

```

```

152 % gesucht für spätere Normierung auf den Wert 1
153 max_spalten=max(It);
154 max_gesamt1=max(max_spalten);
155
156 % Sucht nach maximum in und der Position im
157 % Array (Phaseninformation)
158 start1 =1*Nw/2+1000; stopp1 = 1*Nw;
159 [val, pos] = max(abs(It(start1:stopp1)));
160 pos = pos+start1-1;
161
162 start2 =1*Nw/2-10000; stopp2 = 1*Nw/2+10000;
163 [val2, pos2] = max(abs(It(start2:stopp2)));
164 pos2 = pos2+start2-1;
165
166 start3 =1*Nw/2; stopp3 = pos;
167 AA=(envelope(abs(It(start3:stopp3))));
168 [val31, pos31]=min(envelope(abs(It(535000:555000))));
169 [val3, pos3] = min(sgolayfilt...
170     ((envelope(abs(It(start3:stopp3))),3,81));
171 pos3 = pos3+start3-1;
172
173 start5 =1*Nw/2; stopp5 = pos3;
174 [val5, pos5] = min(sgolayfilt...
175     ((envelope(abs(It(start5:stopp5))),3,81));
176 pos5 = pos5+start5-1;
177
178 start4 =pos; stopp4 = pos+(pos-pos2)*(3/3);
179 [val4, pos4] = min(abs(It(start4:stopp4)));
180 pos4 = pos4+start4-1;
181
182 %% Fensterfunktion zur Filterung der Phaseninformationen
183
184 % Generierung eines linearen Pixelgitters für die
185 % Fensterfunktion
186 pxls1=1:1:1*Nw;
187 % Gauß fenster für Filterung Phaseninformationen
188 ft1 = 1*gauss1D(pxls1, pos, (pos4-pos3)/2,20);
189
190 %% Multiplikation der Fensterfunktion
191
192 % Fensterung der Phaseninformationen durch multiplikation des
193 % Interferogramms im Zeitbereich mit der Fensterfunktion
194 R1=It.*ft1';
195
196 %% FFT (Rücktransformation in Frequenzbereich)
197
198 % FFT Phaseninformationen in den Frequenzbereich
199 Iwf1 = (fft(fftshift(R1)));
200 Iwf21 = Iwf1(1:32768);
201 %% Phasenrekonstruktion und Berechnung von GD, GVD und TOD
202
203 % Zentrum des Array zur begrenzung des Interferogrammbereichs

```

```

204 poso= 13558;
205 % Bereichsgrenzen werden festgelegt
206 poso1=poso-q;
207 poso2=poso+q;
208
209
210 % Berechnung der spektralen Phase und Entfernung (Glättung) der
211 % Phasensprünge mit unwrap
212 theta0 = unwrap(angle(Iwf21));%--PDPHASEref';
213
214 % Fit der spek. Phasendifferenz
215 [g,S0,mu0]=polyfit(omegax_lin(poso1:poso2)-w0,theta0(poso1:poso2),4);
216 k=polyval(g,omegax_lin(poso1:poso2)-w0,S0,mu0);
217
218
219 %% GD,GVD,TOD
220 % Ableitung der spektralen Phase um GD zu erhalten
221 FX0 = gradient(k,omegax_lin(poso1:poso2)-w0);
222 % Berechnung von GD aus FX0
223
224 [g0,S,mu]=polyfit(omegax_lin(poso1:poso2)-w0,FX0,3);
225 k0=polyval(g0,omegax_lin(poso1:poso2)-w0,S,mu);
226
227 GD =spline(omegax_lin(poso1:poso2),FX0,w0);
228
229 % Ableitung von FX0 um GVD zu bekommen
230 FX1 = gradient(k0,omegax_lin(poso1:poso2)-w0);
231 [g1,S1,mu1]=polyfit(omegax_lin(poso1:poso2)-w0,FX1,2);
232 k1=polyval(g1,omegax_lin(poso1:poso2)-w0,S1,mu1);
233 % Berechnung von GVD aus FX1
234 GVD = round(spline(omegax_lin(poso1:poso2),FX1,w0),2);
235
236 % Ableitung von FX1 um TOD zu bekommen
237 FX2 = gradient(k1,omegax_lin(poso1:poso2)-w0);
238 [g2,S2,mu2]=polyfit(omegax_lin(poso1:poso2)-w0,FX2,1);
239 k2=polyval(g2,omegax_lin(poso1:poso2)-w0,S2,mu2);
240 % Berechnung von TOD aus FX2
241 TOD = round((spline(omegax_lin(poso1:poso2),FX2,w0)),1);
242
243 % Berechnung des linearer Phasenterms der spektralen Phase
244 u1= GD.*(omegax_lin(poso1:poso2)-w0);
245
246 % Rekonstruktion der spektralen Phase (nur zweite und dritte Ordnung)
247 u3=(TOD./6).*(omegax_lin(poso1:poso2)-w0).^3+...
248     (GVD./2).*(omegax_lin2-w0).^2;
249
250 %Vektorausgabe
251 [VektorGD(v,1)]=GD;
252 [VektorGVD(v,1)]=GVD;
253 [VektorTOD(v,1)]=TOD;
254 [VektorFOD(v,1)]=FOD;
255 [VektorFFOD(v,1)]=FFOD;

```

```
256 [VektorSOD(v,1)]=SOD;
257
258 %Schleifenparameter
259 v=v+1;
260 i=i+1;
261 clc;
262 end
263
264 %% Ausgabe der Taylorkoeffizienten
265 PDGD=mean(VektorGD,'native')-(-0.0031*PDGD-81)
266 PDGVD=mean(VektorGVD,'native')-(-0.0031*PDGD-81)
267 PDTOD=mean(VektorTOD,'native')-(0.0062*PDGD+181)
268
269 STDGVD=std(VektorGVD)
270 STDTOD=std(VektorTOD)
271 STDFOD=std(VektorFOD)
272
273 %% Plot der Simulation
274 % pxls2=linspace(1,32*2048,32*2048);
275 % pxls3=linspace(1,4*256*2048,4*256*2048);
276 % % Plot des Interferogramm und der spektralen Phase
277 % figure(1)
278 % plot(omegaxX1,Z11);
279 % title('Interferogramm');
280 % ylabel('spek. Intensität');
281 % grid on;
282 %
283 % % Plot des fouriertransformierten Interferogramm
284 % figure(2)
285 % semilogy((t0/2)*1e-3,(abs(It))/max(abs(It)),t0/2*1e-3,(ft1));
286 % title('Fouriertransformierte des Spektrums und Fensterfunktion');
287 % xlabel('Zeit in Femtosekunden');
288 % ylabel('Intensität norm. ');
289 % xlim([(3*GD*1e-3)-(3*GD*1e-3)]);
290 % legend('I(t)', 'Fensterfunktion', 'Location', 'northwest');
291 % grid on;
```

# Anhang B: Datenblatt des Spektrometers

## AvaSpec-ULS2048L



## AvaSpec-ULS2048L StarLine Versatile Fiber-optic Spectrometer

A close cousin to the AvaSpec-ULS2048 but with larger pixels, is the AvaSpec-ULS2048L. It provides enhanced sensitivity at an affordable price. The AvaSpec-ULS2048L has pixels that are almost four times higher than those in the AvaSpec-ULS2048. It gives you a better signal to noise ratio and 40% less dark noise.

Options include a deep-UV detector coating, for better performance in the deep-UV-range, a detector collection lens to enhance sensitivity in the 200-1100 nm range and order-sorting filter to reduce 2<sup>nd</sup> order effects. Furthermore, the AvaSpec-ULS2048L is available with a wide range of slit sizes, gratings and fiber-optic entrance connectors.

The AvaSpec-2048L is also available in dual or multi-channel versions (up to 10 spectrometers), where all spectra are taken simultaneously.

Connection to your PC is handled via USB2-connection, delivering a scan every 1.8 milli-seconds. Integration time can be as short as 1.05 milliseconds up to a maximum of 10 minutes. It comes complete with AvaSoft-Basic software, USB cable and an extensive manual, including a quick start guide in four languages.

### Technical Data

<b>Optical Bench</b>	ULS Symmetrical Czerny-Turner, 75 mm focal length
<b>Wavelength range</b>	200-1100 nm
<b>Resolution</b>	0.06 -20 nm, depending on configuration (see table)
<b>Stray-light</b>	0.16-0.28%, depending on the grating
<b>Sensitivity</b>	470,000 counts/ $\mu$ W per ms integration time
<b>Detector</b>	CCD linear array, 2048 pixels
<b>Signal/Noise</b>	300:1
<b>AD converter</b>	16-bit, 2 MHz
<b>Integration time</b>	1.05 ms - 10 minutes
<b>Interface</b>	USB 2.0 high-speed, 480 Mbps RS-232, 115.200 bps
<b>Sample speed with store to RAM</b>	1.05 ms /scan
<b>Data transfer speed</b>	1.8 ms/scan (USB2) 430 ms/scan (RS-232)
<b>Digital IO</b>	HD-26 connector, 2 Analog in, 2 Analog out, 3 Digital in, 12 Digital out, trigger, sync.
<b>Power supply</b>	Default USB power, 350 mA Or with SPU2 external 12VDC, 150 mA
<b>Dimensions, weight</b>	175 x 110 x 44 mm (1 channel), 716 grams

Add flexibility  
to your spectrometer with  
the Replaceable Slit (-RS) option





# Anhang C: Datenblatt Fused Silica

## Properties of Lithosil®

Refractive Indices n(N <sub>2</sub> ) (at 20°C; nitrogen atmosphere; 1013 hPa)		
	λ <sub>vac</sub> [nm]	n
n <sub>2325</sub>	2325.59	1.43290
n <sub>1970</sub>	1970.56	1.43849
n <sub>1530</sub>	1530	1.44424
n <sub>1060</sub>	1060	1.44965
n <sub>t</sub>	1014.25	1.45021
n <sub>s</sub>	852.35	1.45243
n <sub>r</sub>	706.71	1.45511
n <sub>C</sub>	656.45	1.45633
n <sub>C'</sub>	644.03	1.45667
n <sub>He-Ne</sub>	632.98	1.45698
n <sub>D</sub>	589.46	1.45837
n <sub>d</sub>	587.73	1.45843
n <sub>e</sub>	546.23	1.46004
n <sub>F</sub>	486.27	1.46309
n <sub>F'</sub>	480.13	1.46347
n <sub>g</sub>	435.96	1.46666
n <sub>h</sub>	404.77	1.46958
n <sub>i</sub>	365.12	1.47450
n <sub>334</sub>	334.24	1.47973
n <sub>312</sub>	312.66	1.48446
n <sub>296</sub>	296.82	1.48870
n <sub>280</sub>	280.43	1.49401
n <sub>248</sub>	248.35	1.50837
n <sub>194</sub>	194.23	1.55887
n <sub>193</sub>	193.37	1.56022
n <sub>184</sub>	184.95	1.57497

All refractive indices are interpolated from values measured under dry nitrogen; λ<sub>vac</sub> = vacuum wavelength. Tolerances of refractive indice: ± 2.0 · 10<sup>-5</sup>

Thermal Properties	
Strain point T <sub>10</sub> <sup>14.5</sup> [°C]	980
Annealing point T <sub>10</sub> <sup>13.0</sup> [°C]	1080
Softening point T <sub>10</sub> <sup>7.6</sup> [°C]	1600
Max working temperature continuously [°C]	930
shortterm [°C]	1180
Mean specific heat c <sub>p</sub> (20–100°C) [J/g · K]	0.79
Heat conductivity λ (32°C) [W/(m · K)]	1.31
Linear thermal expansion coefficient	
α <sub>(25–100°C)</sub> [10 <sup>-6</sup> /K]	0.5
α <sub>(25–200°C)</sub> [10 <sup>-6</sup> /K]	0.52
α <sub>(25–300°C)</sub> [10 <sup>-6</sup> /K]	0.55
α <sub>(25–600°C)</sub> [10 <sup>-6</sup> /K]	0.51

n <sub>d</sub> = 1.45843	v <sub>d</sub> = 67.83	n <sub>F</sub> - n <sub>C</sub> = 0.00676
n <sub>e</sub> = 1.46004	v <sub>e</sub> = 67.68	n <sub>F'</sub> - n <sub>C'</sub> = 0.00680

Sellmeier Dispersion Formula  
(according to SCHOTT Technical Information TIE29 Literature link: 9)  
n<sup>2</sup>-1 = B<sub>1</sub> λ<sup>2</sup>/(λ<sup>2</sup>-C<sub>1</sub>) + B<sub>2</sub> λ<sup>2</sup>/(λ<sup>2</sup>-C<sub>2</sub>) + B<sub>3</sub> λ<sup>2</sup>/(λ<sup>2</sup>-C<sub>3</sub>) with λ in μm

valid for 184 nm < λ < 2326 nm (20°C; 1013 hPa); n = n(N<sub>2</sub>); λ = λ<sub>vac</sub>

Constants of formula for dn <sub>abs</sub> /dT in vacuum	
D <sub>0</sub>	2.06 · 10 <sup>-5</sup>
D <sub>1</sub>	2.51 · 10 <sup>-8</sup>
D <sub>2</sub>	- 2.47 · 10 <sup>-11</sup>
E <sub>0</sub>	3.12 · 10 <sup>-7</sup>
E <sub>1</sub>	4.22 · 10 <sup>-10</sup>
λ <sub>TK</sub> [μm]	0.16

Constants of Sellmeier Dispersion Formula for λ <sub>vac</sub> and n(N <sub>2</sub> )	
B <sub>1</sub>	6.69422575 · 10 <sup>-1</sup>
B <sub>2</sub>	4.34583937 · 10 <sup>-1</sup>
B <sub>3</sub>	8.71694723 · 10 <sup>-1</sup>
C <sub>1</sub>	4.48011239 · 10 <sup>-3</sup>
C <sub>2</sub>	1.32847049 · 10 <sup>-2</sup>
C <sub>3</sub>	9.53414824 · 10 <sup>1</sup>

valid for 365 nm < λ < 1014 nm and for -100°C ≤ T ≤ +140°C

λ <sub>vac</sub> [nm]	Δn <sub>rel</sub> /ΔT [10 <sup>-6</sup> /K]*			Δn <sub>abs</sub> /ΔT [10 <sup>-6</sup> /K]**		
	1060.0	546.23	365.12	1060.0	546.23	365.12
-40/-20 [°C]	8.9	9.4	10.2	6.9	7.3	8.1
+20/+40 [°C]	9.4	9.9	10.9	8.1	8.6	9.6
+60/+80 [°C]	9.8	10.4	11.5	8.8	9.4	10.4

\*) relative to nitrogen

\*\*) relative to vacuum

Relative Partial Dispersion	
P <sub>s,t</sub>	0.3287
P <sub>C,s</sub>	0.5770
P <sub>d,c</sub>	0.3102
P <sub>e,d</sub>	0.2388
P <sub>g,f</sub>	0.5277
P <sub>i,h</sub>	0.7283

Deviation of Relative Partial Dispersions from "Normal Line"	
ΔP <sub>C,t</sub>	0.0390
ΔP <sub>C,s</sub>	0.0159
ΔP <sub>F,e</sub>	-0.0017
ΔP <sub>g,f</sub>	-0.0020
ΔP <sub>i,g</sub>	0.0054

Electrical Properties	
Dielectric constant ε <sub>r</sub>	3.8 ± 0.2
Dielectric loss angle φ (25°C/1MHz)	89.92° ± 0.03°
tan δ (δ = 90° - φ) (25°C/1MHz)	(14 ± 5) · 10 <sup>-4</sup>
Electrical resistivity (20°C) [Ω · cm]	1.15 · 10 <sup>18</sup>

Typical Trace Contaminants [ppm]		
Trace elements	Lithosil® Q0/Q1	Lithosil® Q2
Al	≤ 0.05	0.20
Na	≤ 0.02	0.50
Ca	≤ 0.02	0.60
K	≤ 0.01	0.20
Fe	≤ 0.005	0.10
Ti	≤ 0.01	0.05
Cu	≤ 0.005	0.05
Cr	≤ 0.005	0.01
Mn	≤ 0.005	0.01

Mechanical Properties	
Young's modulus (25°C) [GPa]	72
Shear modulus (25°C) [GPa]	31
Compressive strength [N/mm <sup>2</sup> ]	1250
Bending strength [N/mm <sup>2</sup> ]	80–100
Poisson's ratio μ	0.17
Knoop HK 0.1/20	580
Mohs	5–6
Density ρ [g/cm <sup>3</sup> ]	2.2
Stress optical coefficient [1/Pa]	3.4 · 10 <sup>-12</sup>
Longitudinal ultrasonic velocity [m/s]	5940
Transversal ultrasonic velocity [m/s]	3770
Internal damping (25°–500°C)	2.0 · 10 <sup>-5</sup>



# Anhang D: Datenblatt BK7

## Datenblatt



**SCHOTT N-BK7®**  
**517642.251**

$n_d = 1,51680$	$v_d = 64,17$	$n_F - n_C = 0,008054$
$n_e = 1,51872$	$v_e = 63,96$	$n_F' - n_C' = 0,008110$

Brechzahlen		
	$\lambda$ [nm]	
$n_{2325,4}$	2325,4	1,48921
$n_{1970,1}$	1970,1	1,49495
$n_{1529,6}$	1529,6	1,50091
$n_{1060,0}$	1060,0	1,50669
$n_t$	1014,0	1,50731
$n_s$	852,1	1,50980
$n_f$	706,5	1,51289
$n_C$	656,3	1,51432
$n_{C'}$	643,8	1,51472
$n_{632,8}$	632,8	1,51509
$n_D$	589,3	1,51673
$n_d$	587,6	1,51680
$n_e$	546,1	1,51872
$n_F$	486,1	1,52238
$n_{F'}$	480,0	1,52283
$n_g$	435,8	1,52668
$n_h$	404,7	1,53024
$n_i$	365,0	1,53627
$n_{334,1}$	334,1	1,54272
$n_{312,6}$	312,6	1,54862
$n_{296,7}$	296,7	
$n_{280,4}$	280,4	
$n_{248,3}$	248,3	

Reintransmissionsgrad $\tau_i$		
$\lambda$ [nm]	$\tau_i$ (10mm)	$\tau_i$ (25mm)
2500	0,665	0,360
2325	0,793	0,560
1970	0,933	0,840
1530	0,992	0,980
1060	0,999	0,997
700	0,998	0,996
660	0,998	0,994
620	0,998	0,994
580	0,998	0,995
546	0,998	0,996
500	0,998	0,994
460	0,997	0,993
436	0,997	0,992
420	0,997	0,993
405	0,997	0,993
400	0,997	0,992
390	0,996	0,989
380	0,993	0,983
370	0,991	0,977
365	0,988	0,971
350	0,967	0,920
334	0,905	0,780
320	0,770	0,520
310	0,574	0,250
300	0,292	0,050
290	0,063	
280		
270		
260		
250		

Relative Teildispersionen	
$P_{s,t}$	0,3098
$P_{C,s}$	0,5612
$P_{d,C}$	0,3076
$P_{e,d}$	0,2386
$P_{g,F}$	0,5349
$P_{i,h}$	0,7483
$P'_{s,t}$	0,3076
$P'_{C,s}$	0,6062
$P'_{d,C'}$	0,2566
$P'_{e,d}$	0,2370
$P'_{g,F'}$	0,4754
$P'_{i,h}$	0,7432

Konstanten der Dispersionsformel	
$B_1$	1,03961212
$B_2$	0,231792344
$B_3$	1,01046945
$C_1$	0,00600069867
$C_2$	0,0200179144
$C_3$	103,560653

Farbcode	
$\lambda_{80}/\lambda_5$	33/29
(*= $\lambda_{70}/\lambda_5$ )	

Konstanten der Formel für dn/dT	
$D_0$	$1,86 \cdot 10^{-6}$
$D_1$	$1,31 \cdot 10^{-8}$
$D_2$	$-1,37 \cdot 10^{-11}$
$E_0$	$4,34 \cdot 10^{-7}$
$E_1$	$6,27 \cdot 10^{-10}$
$\lambda_{TK}$ [µm]	0,17

**Bemerkungen**  
in Brechzahlstufe 0,5 verfügbar

Abweichungen rel. Teildispersionen $\Delta P$ von der "Normalgeraden"	
$\Delta P_{C,t}$	0,0216
$\Delta P_{C,s}$	0,0087
$\Delta P_{F,e}$	-0,0009
$\Delta P_{g,F}$	-0,0009
$\Delta P_{i,g}$	0,0035

Sonstige Eigenschaften	
$\alpha_{-30/+70^\circ C} [10^{-6}/K]$	7,1
$\alpha_{+20/+300^\circ C} [10^{-6}/K]$	8,3
$T_g [^\circ C]$	557
$T_{10}^{13,0} [^\circ C]$	557
$T_{10}^{7,6} [^\circ C]$	719
$c_p [J/(g \cdot K)]$	0,858
$\lambda [W/(m \cdot K)]$	1,114
$\rho [g/cm^3]$	2,51
$E [10^3 N/mm^2]$	82
$\mu$	0,206
$K [10^{-6} mm^2/N]$	2,77
$HK_{0,1/20}$	610
HG	3
CR	1
FR	0
SR	1
AR	2,3
PR	2,3

Temperaturkoeffizienten der Lichtbrechung						
[°C]	$\Delta n_{rel}/\Delta T [10^{-6}/K]$			$\Delta n_{abs}/\Delta T [10^{-6}/K]$		
	1060,0	e	g	1060,0	e	g
-40/ -20	2,4	2,9	3,3	0,3	0,8	1,2
+20/ +40	2,4	3,0	3,5	1,1	1,6	2,1
+60/ +80	2,5	3,1	3,7	1,5	2,1	2,7



## Literaturverzeichnis

- [1] Christophe Dorre; Nadia Belabas; Jean-Pierre Likforman; Manuel Joffre; „Spectral resolution and sampling issues in Fourier-transform spectral Interferometry“; in: *Journal of the Optical Society of America* 17.10 (Okt. 2000), S. 1795–1802 (siehe S. 20–22, 25, 31).
- [2] L. Lepetit; G. Chériaux; M. Joffre; „Linear techniques of phase measurement by femtosecond spectral interferometry for applications in spectroscopy“; in: *Journal of the Optical Society of America* Vol.12.Nr.12 (Dez. 1995), S. 2467–2474 (siehe S. 16).
- [3] T. Oksenhändler; *Self-referenced spectral Interferometry theory*; Englisch; Fastlite, Centre Scientifique d’Orsay, Bât. 503; 2012; URL: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1204/1204.4949.pdf> (siehe S. 23–25).
- [4] Frank Träger; *Springer Handbook of Lasers and Optics* -; 2. Aufl.; Berlin Heidelberg: Springer Science & Business Media, 2012; ISBN: 978-3-642-19409-2 (siehe S. 3, 4, 6).
- [5] Chris Iaconis; Ian A. Walmsley; „Self-Referencing Spectral Interferometry for Measuring Ultrashort Optical Pulses“; in: *Journal of Quantum Electronics* Vol.35.Nr.4 (Apr. 1999), S. 501–509 (siehe S. 16).



---

# Selbstständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich meine Arbeit selbstständig verfasst, keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt und die Arbeit noch nicht anderweitig für Prüfungszwecke vorgelegt habe.

Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht.

Mittweida, 28. April 2017