

# Rediseño territorial biobjetivo usando estadística multivariante

## *Biobjective territorial redesign using multivariate statistics*

Gabriel Correa Medina<sup>1</sup>, Ma. Locelia Ruvacalba Sánchez<sup>2</sup> y José Antonio Martínez Murillo<sup>3</sup>

### Resumen

El rediseño de territorios de venta es una actividad estratégica que permite a las empresas adaptarse a los constantes cambios en el mercado y que contribuye a la identificación de áreas de oportunidad para la expansión. En este artículo se propone una metodología orientada a resolver un problema de rediseño de territorios de venta biobjetivo para obtener un frente de Pareto aproximado a partir de la utilización de estadística multivariante. Los objetivos del rediseño son la minimización de la distancia total recorrida por los vendedores y la variación de los portafolios de venta nuevos con respecto a los actuales. El primer objetivo se alcanzó a través de la aplicación de un análisis de clúster basado en las distancias de las poblaciones de residencia de los vendedores a las de los clientes. El segundo objetivo requirió la clasificación de clientes en función de algunos puntos de interés para la empresa. Los resultados múltiples se obtienen a través de la combinación estructurada de los grupos resultantes del análisis de clúster. La metodología propuesta se aplica a un caso real y los resultados muestran que es posible obtener un frente de Pareto aproximado mediante estadística multivariante.

**Palabras clave:** rediseño de territorios de venta, fuerza de ventas, k-medias,

---

Recibido: julio 2014 • Aceptado: junio 2015

<sup>1</sup> Licenciado en Informática. Master en Ciencias de la Ingeniería Industrial. Doctor en Logística y Dirección de la Cadena de Suministros. Investigador Asociado a la Dirección de Investigación de la Universidad Autónoma de Tamaulipas (UAT). Ciudad Victoria Tamaulipas, México. Correo electrónico: [jcorrea@uat.edu.mx](mailto:jcorrea@uat.edu.mx)

<sup>2</sup> Licenciada en Informática. Master en Ciencias de la Ingeniería Industrial. Doctora en Logística y Dirección de la Cadena de Suministros. Investigador Asociado a la Dirección de Investigación de la Universidad Autónoma de Tamaulipas (UAT). Ciudad Victoria Tamaulipas, México. Correo electrónico: [lruvalcaba@uat.edu.mx](mailto:lruvalcaba@uat.edu.mx)

<sup>3</sup> Master en Administración. Profesor de Tiempo Completo Titular C del Departamento de Recursos Humanos del Centro de Ciencias Económicas y Administrativas. Profesor Investigador. Director General de Planeación y Desarrollo de la Universidad Autónoma de Aguascalientes (UAA). Aguascalientes, Ags., México. Correo electrónico: [jmartin@correo.uaa.mx](mailto:jmartin@correo.uaa.mx)

análisis discriminante.

## **Abstract**

Redesign of sales territories is a strategic activity which enables companies adapt to changes in the market and helps it to identify opportunity areas for its own expansion. This paper proposes a methodology to solve bi-objective redesign sales territories problem through an approximate Pareto front obtained by use of multivariate statistics. The redesign looks for minimization of the total distance traveled by salespeople and the turnover variation between new and current portfolios. The first objective is achieved through of a cluster analysis application based on distances of the residence population from salespeople to customer's populations. The second objective required a customer's classification according to some points of interest to the company. Pareto front results are obtained through structured combination of groups obtained by cluster analysis. The proposed methodology is applied to a real case and the results show that is possible to obtain an approximate Pareto front.

**Keywords:** redesign of sales territories, sales force, k-means, discriminant analysis.

## **Introducción**

En una economía de libre mercado los clientes ven el marketing como un proceso de compra que además de la negociación incluye investigar, examinar y seleccionar proveedores potenciales. Esta situación plantea grandes retos para los oferentes de productos, quienes deben preocuparse entre otras cosas de los precios, puntualidad y plazos de entrega, que son reconocidos como factores de competencia importantes. Los clientes se ganan o se pierden de acuerdo con el nivel de servicio ofrecido, por lo que el éxito de una empresa depende de su habilidad de adquirir y retener clientes.

Como tal, la fuerza de ventas es un factor que puede contribuir en múltiples formas al logro de dicho objetivo. El concepto de fuerza de ventas se compone de personas, cada una con sus propias capacidades, motivaciones y valores. Estas personas se denominan comúnmente vendedores.

A su vez, las empresas toman gran interés en sus vendedores, debido a que son su principal vía de comunicación y de interacción social con los clientes. Los escuchan, evalúan sus necesidades, ofrecen soluciones y reducen la complejidad de manejar objeciones, son un factor que agrega valor y asegura la continuidad del servicio a largo plazo. Asimismo, los vendedores flexibilizan el servicio, personalizan la oferta del producto y el proceso de compra para cada cliente en específico generando su lealtad (Zoltners et al., 2004:2:5).

Es importante garantizar que los vendedores tengan los recursos suficientes para desarrollar sus actividades y que además hagan un uso adecuado de ellos. Una actividad estratégica importante para lograrlo es la delimitación y asignación de zonas geográficas de gestión, conocidas generalmente como territorios de venta.

Los territorios de venta son las áreas geográficas asociadas a las operaciones de venta y las cuentas actuales o potenciales de clientes. Es usual que varios territorios conformen un distrito o región de ventas. Un buen diseño de territorios puede contribuir a mejorar significativamente las ventas, reducir los costos operativos, mejorar la cobertura e incrementar el nivel de servicio de los clientes actuales y potenciales, mientras que una mala definición puede traer problemas que llegan a confundirse con otros, por ejemplo, el bajo rendimiento de un territorio puede atribuirse a la poca habilidad de un vendedor, mientras que el éxito de algunos vendedores puede ser atribuible al buen territorio que tienen asignado.

La definición y delimitación de territorios consiste en agrupar pequeñas áreas geográficas llamadas unidades de cobertura de ventas (SCU; del inglés, Sales Coverage Units) en unidades geográficas más grandes, denominadas territorios. Cuando la definición de territorios se realiza por primera vez, se conoce como diseño de territorios, mientras que cuando se parte de una definición previa se conoce como rediseño de territorios.

El rediseño de territorios debe cumplir con diferentes objetivos y está sujeto a una serie de condiciones, objetivos y metas establecidas por la gerencia de la empresa. Entre los principales objetivos considerados para la conformación de los territorios de venta se encuentran la ubicación geográfica, mercado potencial, productos y cargas de trabajo. El diseño/rediseño de territorios pertenece a los problemas de distribución y ha sido clasificado como un problema de optimización combinatoria NP-hard (Tavares-Pereira et al., 2007; Ríos-Mercado y Fernández, 2009).

Dos técnicas de estadística multivariante de clasificación de datos útiles para resolver este tipo de problemas son el análisis de clúster y el análisis discriminante.

El análisis de clúster consiste de un conjunto de técnicas utilizadas para clasificar  $n$  datos (u objetos) en  $m$  grupos homogéneos llamados conglomerados (clúster) con respecto a algún criterio de selección predeterminado (Bottman et al., 2007). Los objetos dentro de cada grupo, son similares entre sí (alta homogeneidad interna) y diferentes a los objetos de los otros grupos (alta heterogeneidad externa). Es decir, que si la clasificación realizada es adecuada, los objetos dentro de cada clúster estarán cercanos unos de otros y los clúster diferentes estarán muy apartados entre sí.

Uno de las más populares y eficientes métodos de agrupación es el método  $k$ -medias que usa prototipos (centroides) para representar cada clúster mediante la minimización de la suma de cuadrados de una función de costo (Ding y He, 2004).

Entre los usos del método  $k$ -medias se encuentran la definición de radios geográficos de territorios (Jennings, 2008), análisis de componentes principales (Ding y He, 2004), distritos políticos (Bottman et al., 2007), problemas de localización discreta  $p$ -mediana (Kaveh et al., 2010), entre otros.

Vale la pena remarcar que pese a su popularidad,  $k$ -medias tiene como principal desventaja su propensión hacia los óptimos locales, por lo que en algunos casos es utilizado en combinación con otras técnicas de búsqueda que permitan superar esta tendencia, por ello, Anil (2008) ofrece una breve reseña de agrupación de  $k$ -medias, haciendo un resumen de los métodos conocidos y señalando las nuevas orientaciones de investigación en este tópico.

Por su parte, el análisis discriminante es una técnica que ayuda a identificar las características que diferencian o discriminan a dos o más grupos, determina cuántas de esas características son necesarias para alcanzar la mejor clasificación y crea una función capaz de distinguir con la mayor precisión posible a los miembros de cada grupo. Esta técnica ha sido aplicada al reconocimiento de patrones (Ordowski y Meyer, 2004; Zhou y Chellappa, 2004; Zhu y Martínez, 2006), clasificación de documentos (Moon et al., 2006), entre otros.

En este trabajo se propone una metodología que utiliza técnicas de estadística multivariante para resolver un problema biobjetivo de rediseño de territorios de venta. Para ello, se parte de un caso real proveniente de una empresa que distribuye sus productos en México. El problema ha sido previamente tratado por Olivares et al. (2009) y por Correa et al. (2010, 2011a, 2011b, 2011c). La empresa trabaja con un sistema de compensación basado en comisiones, que derivan de la venta externa, en la que el vendedor visita personalmente a cada uno de sus clientes para recabar los pedidos.

Cada vendedor ha ido heredado e incrementado su portafolio de clientes y su volumen de ventas a través del tiempo, sin algún tipo de control por parte de la administración de la empresa. Como consecuencia de ello, la empresa enfrenta un desbalance en los volúmenes de venta y cargas de trabajo de sus vendedores, así como traslapes geográficos que generan una duplicidad de gastos y por ende un incremento en sus costos de servicio.

Para hacer frente a estos problemas, la empresa desea rediseñar sus territorios de venta en base a dos objetivos:

- 1) minimización de la variación entre los portafolios de venta nuevos y actuales de los vendedores, para que éstos puedan mantener sus ingresos por concepto de comisiones; y
- 2) minimización de la distancia total recorrida por los vendedores.

Los nuevos territorios están sujetos a una carga máxima de trabajo en horas/periodo; la conservación de los lugares de residencia de los vendedores como

parte de sus nuevos territorios; y la indivisibilidad de SCU que pueden ser servidos sólo por un vendedor, a excepción de los SCU de residencia compartidos por dos o más vendedores, en donde cada vendedor conservará su porcentaje actual de ventas.

Es importante mencionar que la empresa ha decidido considerar como SCU a cada una de las poblaciones donde actualmente residen uno o más clientes con la intención de evitar la duplicidad de gastos y el traslape entre territorios. Por ello, cada SCU representa la suma de las características de todos los clientes individuales residentes en él. Actualmente, la empresa ha dividido la República Mexicana en nueve regiones para simplificar la administración de sus ventas. Se ha conservado esa estructura regional a fin de simplificar la complejidad del problema.

Para resolver este problema se plantea una metodología basada en las técnicas de análisis de clúster y análisis discriminante, procedentes de la estadística multivariante y que están disponibles en el software comercial. Esta metodología permite obtener múltiples soluciones no dominadas a partir de las cuales se integra un frente de Pareto para problemas biobjetivo de rediseño de territorios de venta.

## Fundamentación teórica

### Optimización multiobjetivo

De acuerdo a Coello et al. (2010), muchos problemas del mundo real tienen por naturaleza dos o más objetivos, a menudo en conflicto y medidos en unidades diferentes, que se intentan optimizar a la vez. Esos problemas se denominan problemas de optimización combinatoria multiobjetivo (MOCOP-MultiObjective Combinatorial Optimization Problems) y normalmente se definen como:

$$MOCOP = \text{optimizar } F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)) \text{ con } x \in D$$

Donde  $n$  es el número de objetivos ( $n \geq 2$ ),  $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)$  es el vector de variables de decisión,  $D$  es el conjunto de soluciones factibles y cada función objetivo  $f_i(x)$  tiene que optimizarse (es decir, minimizarse o maximizarse). El límite de cada variable de decisión  $x_i$  constituye el espacio de la variable de decisión a menudo denotado por  $D$ . En optimización multiobjetivo, la función objetivo  $F$  constituye un espacio multidimensional que frecuentemente se denota con  $Z$ . Para cada solución  $x$  en el espacio de la variable de decisión (o espacio de decisión) existe un punto en el espacio objetivo definido por  $F(x)$ . El mapeado toma lugar entre un  $k$ -vector dimensional de solución y un  $n$ -vector dimensional objetivo (ver Figura 1).

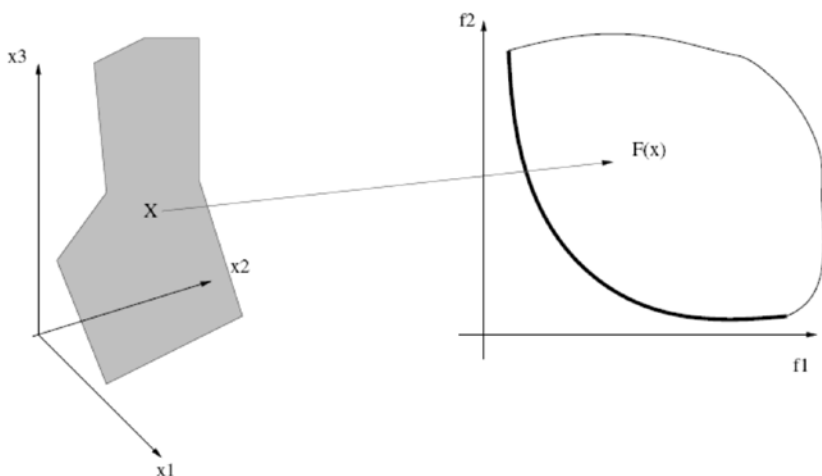
A diferencia de la optimización de un objetivo, la solución de un MOCOP no es única sino que se compone de un conjunto de soluciones vectoriales que satisfacen ciertas restricciones y optimizan una función vectorial cuyos elementos representen las funciones objetivo. Tales soluciones se congregan en lo que se denomina conjunto Óptimo de Pareto (PO). Cuando se grafican los valores de las

funciones objetivo correspondientes al PO, se tiene el frente de Pareto del problema.

En los MOCOP hay una noción de optimalidad distinta a la optimización simple, pues en este caso es de interés descubrir buenos compromisos (compensaciones) entre los objetivos que se desean optimizar.

La definición de optimalidad más común adoptada es la que originalmente propuso Francis Ysidro Edgeworth en 1881 y después generalizada por Vilfredo Pareto (1896). Aunque algunos autores la denominan como optimalidad Edgeworth-Pareto, el término más ampliamente aceptado es optimalidad de Pareto.

### Figura 1. Mapa del espacio de decisión al espacio objetivo



**Fuente:** Coello et al. (2010).

Un concepto importante, como indican Correa et al. (2008), es la dominancia, derivado del orden de Pareto y que ayuda a la hora de clasificar las diferentes soluciones, teniendo en cuenta la presencia y cuantificación de los diferentes objetivos.

El concepto de dominancia se puede utilizar para encontrar un conjunto de soluciones no dominadas, dentro de una población; el conjunto de todas estas soluciones no dominadas conforman el frente de Pareto, es decir, soluciones no dominadas entre sí, pero que dominan al resto de soluciones. Una solución factible  $x^* \in D$  es denominada óptima de Pareto, si y solo si, no hay solución  $x \in D$  tal que  $x$  domine a  $x^*$ .

El frente de Pareto es entonces la hipersuperficie dentro del espacio de la función objetivo, la cual se define como el conjunto de todas soluciones fuertemente eficientes. Cuando se obtiene el frente de Pareto mediante métodos

exactos, se le denomina frente de Pareto verdadero, mientras que cuando este se deriva de métodos aproximados como lo son las heurísticas y metaheurísticas es conocido como frente de Pareto aproximado.

## **Diseño de territorios**

Cualquier empresa que vende y distribuye productos, y que emplea la filosofía clásica de relacionarse con sus clientes, crea la necesidad de que sus agentes de venta viajen y los atiendan de manera personal. Esta forma de operaciones involucra varios problemas asociados entre sí que conllevan la asignación de diversos recursos.

Existe la necesidad de determinar si el tamaño de la fuerza de ventas es el adecuado para cubrir la totalidad de su ámbito de mercado, si el sistema de compensación empleado es efectivo y motiva a la fuerza de ventas, si los recursos asignados a cada vendedor se utilizan con eficiencia y si los vendedores salen a atender y/o captar clientes, todo ello a un costo aceptable.

Es un hecho que muchas empresas adoptaron la práctica de que los vendedores sean quienes creen las relaciones con los clientes y los territorios se definieron en torno al servicio a los consumidores. Sin embargo, aunque los clientes son la verdadera clave de los territorios no pueden separarse de su componente geográfico, por lo que la libre movilidad de los vendedores, indudablemente, conduce a que un vendedor acuda a las poblaciones donde otro ya ha establecido relaciones comerciales.

Obvia decir que esta falta de tratamiento geográfico implica duplicidad en el empleo de recursos económicos, tiempos y distancias. Una manera de simplificar el problema consiste en delimitar geográficamente el campo de acción de cada vendedor, es decir, crear territorios de exclusividad de venta con clientes actuales y potenciales.

Por lo anterior y de acuerdo con Tavares-Pereira et al. (2007) el problema de diseñar territorios de venta, puede verse desde dos perspectivas. La primera consiste en la aglomeración o agrupación de pequeñas unidades geográficas o SCU en unidades geográficas mayores denominadas territorios de venta, en el sentido de que son aceptables u óptimos de acuerdo a criterios administrativos (Zoltners y Sinha, 1983). La segunda puede verse como la división de un área geográfica grande en zonas más pequeñas (territorios) a partir de uno o más objetivos de prioridad para la empresa.

Es importante que el diseñador de territorios tenga claro el tipo de producto que se va a vender, a quién, dónde (e.g., localidades, estados, regiones, entre otros) y cómo. Este conocimiento le ayudará a colocar mejor su producto, mejorar el nivel de servicio al cliente y minimizar el tiempo y distancia de viaje entre clientes tomando en consideración al número de visitas requeridas en un periodo de tiempo

dado y los intervalos adecuados para que el vendedor pueda realizarlas sin problemas y sin exceder su carga programada de trabajo (Artal, 2010:189).

Zoltners y Sinha (2005) mencionan que existe un gran interés de las empresas por adoptar técnicas de la ciencia administrativa en la delimitación de los territorios de venta, agregando, que esta decisión tiene más peso que otras decisiones relacionadas con ella (e.g., la definición del tamaño de la fuerza de ventas o la asignación de los territorios).

Aunque actualmente el diseño de territorios de venta no es una actividad frecuente, es innegable que con el transcurso del tiempo los territorios tienden a desbalancearse debido a cambios entre las áreas geográficas, expansión o contracción de la empresa y cambios en la fuerza de trabajo (Lilien y Rangaswamy, 2004). Otros factores que influyen son la introducción de nuevos productos, desplazamiento del mercado, organización de la fuerza de ventas y la necesidad de mejorar el desempeño, equilibrar las cargas de trabajo y reducir los tiempos y distancias de viaje (Zoltners y Sinha, 1983).

En 1971, Hess y Samuels fueron pioneros al proponer un modelo matemático aplicado al diseño de territorios, denominado GEOLINE, cuyo objetivo fue el desarrollo de territorios equilibrados conformados por SCU contiguos e igualados en términos de volumen de trabajo, minimizando una medida de compacidad (Lilien y Rangaswamy, 2004). A partir de este modelo se han propuesto diversos modelos, de los cuales sobresalen las aplicaciones de distritación política y distritación escolar.

Algunos autores han expuesto las características deseables para considerar como aceptable o bueno un rediseño, como es el caso de Zoltners y Sinha (1983):

- Cada SCU se asigna de forma exclusiva a un territorio y tradicionalmente se han empleado regiones, códigos postales y censos para hacerlo.

- Los territorios deben tener un tamaño que los haga económicos, prácticos y asequibles. Además es ideal que estén casi balanceados en base a uno o más atributos. Estos atributos están asociados generalmente a parámetros como ventas promedio, número de clientes, distancias, comunicaciones y cargas de trabajo.

- Los territorios deben ser contiguos.

- Cada territorio debe integrar consideraciones geográficas como vías de comunicación, accidentes topográficos y en la medida de lo posible el estado de dichas vías de comunicación.

Aunque Zoltners y Sinha no son claros con el concepto de contigüidad, se puede inferir que está asociada al hecho de que entre territorios no deben existir vacíos, es decir, un territorio colinda con otros.

Kalcsics et al. (2005) definen la contigüidad como la conectividad geográfica



existente entre territorios basado en dos razones: protegerse contra desbalances que beneficien o perjudiquen a alguien (gerrymandering) y por causas administrativas.

Para Ricca (2004) representa el acto sujeto a que dentro de un territorio el desplazamiento de un punto a otro es posible sin abandonar el mismo territorio.

Adicionalmente el autor previamente citado define los siguientes conceptos asociados a la geografía de los territorios:

- La integridad, que es un indicador de que no existen territorios superpuestos, es decir, parte de un territorio está rodeado por otro.
- La compacidad, que representa el hecho teórico de que desde del centro de un territorio a cualquier SCU existe la “misma” distancia.
- La ausencia de huecos, donde ningún territorio debe rodear a otro. Aunque esto último se deriva de las dos anteriores.

Artal (2010:191) plantea las siguientes cuatro ventajas de dividir el territorio global de una empresa en varios territorios:

1. Facilita la programación de objetivos, mejorando el flujo de información sobre el mercado y la competencia permitiendo definir mejor las responsabilidades de la red.
2. Facilita la cobertura al equilibrar las cargas de trabajo dentro de los territorios, organizar mejor sus acciones hacia el cliente, aumentar la eficiencia y servir como base para la realización de mejoras a los métodos y tiempos.
3. Facilita el control y coordinación de los resultados al permitir comparaciones útiles y evitar duplicidades y solapamientos.
4. Crea una imagen de seriedad y buena organización hacia los clientes.

### **Aplicaciones del problema de diseño de territorios**

En la revisión del estado del arte que realiza Kalcsics et al. (2005), caracteriza las principales aplicaciones del diseño de territorios en:

- Distritación política. Consiste en la división de una ciudad o estado, en subáreas donde se elegirá a un candidato o representante político.
- Diseño de territorios de venta y servicio. Los territorios de venta son importantes aunque caros para las empresas que operan con una fuerza de ventas, requiriéndoles dividir el mercado (área) en regiones (zonas) de operación y responsabilidad. Si los clientes requieren algún tipo de asistencia, los territorios de servicio se vuelven necesarios.
- Distritos escolares. Consiste en la asignación de escuelas o transportes escolares a fraccionamientos, áreas residenciales o colonias.

- Territorios para instalaciones sociales. Los cuales tienen la finalidad de determinar a qué instalación debe acudir cada habitante a recibir servicios públicos.
- Territorios para la recolección de basura.
- Territorios para los servicios de emergencia.
- Distribución de servicios eléctricos.

## **Modelado del Diseño de Territorios**

Kalcsics et al. (2005) mencionan que muchos autores han explorado técnicas de solución para el diseño de territorios, proponiendo diversos modelos y aplicaciones. Aunque existe un consenso en aspectos esenciales, tales bases podrían resultar insuficientes debido a que los usuarios encontrarían que sus requerimientos no se ajustan a un modelo. Esto puede atribuirse a la estrecha relación de los objetivos del diseño territorial con la particularidad de los criterios de gestión de una empresa u organización. Aun así, hay varias razones para estudiar modelos generales de diseño de territorio, entre ellas:

1. Con frecuencia un modelo puede proporcionar una aproximación suficiente para la aplicación real.
2. Los modelos proponen soluciones que puede servir de punto de partida para mejoras manuales o heurísticas de búsqueda.
3. Existe un amplio rango de problemas reales en los que se pueden aplicar esos modelos.
4. Los modelos genéricos pueden servir de base para problemas más complejos que consideren criterios de planeación adicionales.

De acuerdo a Kalcsics et al. (2005), los elementos básicos que intervienen en la construcción de los modelos son:

- Áreas básicas o SCU: las cuales son objetos en el plano geográfico: puntos (e.g., direcciones geocodificadas), líneas (e.g., carreteras) o áreas geográficas (e.g., áreas de código postal, poblaciones o áreas predefinidas por la empresa). Para cada área hay uno o más atributos cuantificables asociados, denominados medidas de actividad (tradicionalmente, carga de trabajo o mercados potenciales).

- Centro de territorio: que puede ser un sitio específico como el lugar de residencia, ubicación de la oficina o sencillamente el centro geográfico de la zona.

- Número de territorios: el cual es un parámetro de planeación preestablecido que representa el número de territorios a delimitar dentro de una zona.

- Objetivos: que involucran las medidas de actividad relevantes en las que se basará el diseño de territorios. Aunque a veces es posible reducir los criterios de

gestión a un solo objetivo, generalmente es difícil definirlo en esos términos, debido a que la realidad plantea múltiples objetivos.

- **Criterios específicos adicionales:** como la asignación exclusiva o no de los SCU, la contigüidad y la compacidad, que se pueden incorporar al objetivo, pero a la vez sirven como restricciones.

Entre las referencias fundamentales requeridas para el establecimiento de territorios de venta se destacan (Artal, 2010):

- **Información cuantitativa:**

- **Mercado potencial:** que consiste de un índice que representa el valor relativo de capacidad de compra de un territorio respecto al mercado total de referencia.

- **Potencial de ventas:** referida como la cantidad de ventas (en cifras absolutas o porcentajes) de la empresa en un periodo futuro.

- **Ventas del sector:** que representan la cifra real de ventas de un sector comercial o de servicios en un mercado y tiempo dados.

- **Otros datos importantes** son los que relacionan los pedidos a las visitas, tiempos muertos, tiempos disponibles y el tiempo real utilizado para vender, costos de venta, número de vendedores y los datos geográficos relacionados con las comunicaciones y medios de transporte.

- **Información cualitativa:**

- Aunque es difícil de cuantificar, generalmente hace referencia al entorno socioeconómico, estrategias y tácticas comerciales, tipo de cobertura del mercado, ubicación física de los vendedores, afinidad cultural, entre otros.

El alto grado de complejidad de los problemas de diseño y rediseño de territorios, así como la particularidad de sus objetivos, han propiciado la aparición de múltiples trabajos relacionados con este tema.

Guo et al. (2000) desarrollan y aplican una herramienta computacional para la división de zonas óptimas llamada Multi-Objective Zoning and Aggregation Tool (MOZART). MOZART trata el problema de diseño de zonas como un problema de partición matemática de grafos que integra un sistema de información geográfico (GIS).

Ricca (2004) sugiere un conjunto de criterios de optimalidad para encontrar buenas agregaciones territoriales y los aplica a un caso de estudio en la ciudad de Roma, el cual resuelve mediante la heurística old bachelor acceptance.

Wei y Chai (2004) presentan una metaheurística multiobjetivo de zonificación espacial que integra los métodos Tabu Search y Scatter Search a un GIS.

Tavares-Pereira et al. (2007) proponen un algoritmo evolutivo con búsqueda local para un problema multiobjetivo de distribución de servicios públicos.

Ricca y Simeone (2008) utilizan las metaheurísticas Descent, Tabu Search, Simulated Annealing y Old Bachelor Acceptance para resolver un problema de distribución política multicriterio, el cual transforman en un modelo de objetivo único usando una combinación convexa.

Gentile y Tiddi (2009) proponen un algoritmo de agrupación (clustering) para el diseño multiobjetivo de zonas de tráfico y lo aplican a un caso real que analiza la sensibilidad de los parámetros de la heurística y de las ponderaciones de los objetivos del problema.

Smith et al. (2009) presentan una formulación matemática y un procedimiento heurístico para resolver un problema real de diseño territorial biobjetivo en una compañía que recolecta y entrega productos en múltiples territorios.

Correa et al. (2010) proponen un modelo de programación entero mixto biobjetivo para el rediseño de territorios que busca minimizar la variación entre las carteras nuevas y actuales y la distancia total recorrida por los vendedores. Ellos resuelven diversas instancias provenientes de un caso real mediante el método  $\epsilon$ -restricción y comparan los resultados con los de una heurística basada en escalado de colina (Correa et al., 2011a), una heurística de dos etapas (Correa et al., 2011b) y algoritmos evolutivos (Correa et al., 2011c; Ruvalcaba et al., 2011).

Salazar et al. (2011a) proponen un modelo de programación biobjetivo donde la dispersión y el balance con respecto al volumen de ventas son considerados en el modelo. Ellos utilizan el método  $\epsilon$ -restricción para resolver problemas de hasta 150 unidades básicas y 6 territorios. Salazar et al. (2011b) proponen estrategias GRASP para el problema biobjetivo de diseño de territorios comerciales. Ellos comparan empíricamente los resultados obtenidos a partir de dos esquemas generales con dos estrategias para cada uno con los resultados de un algoritmo NSGA-II.

## **Materiales y métodos**

La metodología propuesta aprovecha las técnicas de clasificación de la estadística multivariante disponibles en software comercial para reducir la complejidad combinatoria asociada al diseño de territorios de venta y permite obtener un frente de Pareto biobjetivo aproximado mediante la implementación de las siguientes etapas:

1. Recolección y preparación de datos.
2. Clasificación de SCU.
3. Definición de grupos en función de su distancia a los SCU de residencia.
4. Generación de nuevas configuraciones territoriales.

5. Evaluación de configuraciones territoriales.
6. Obtención del frente de Pareto.
7. Subdivisión de territorios con dos o más vendedores.
8. Re-evaluación de la variación en cartera.

### Recolección y preparación de datos

La disponibilidad de datos confiables es un requisito indispensable para el rediseño de territorios de venta, ya que la presencia de errores en los mismos puede resultar en configuraciones territoriales malas e inservibles (i.e. GIGO –Garbage In Garbage Out). La Tabla 1 muestra los datos mínimos requeridos por la metodología propuesta.

**Tabla 1. Conjunto de datos requeridos para el rediseño de territorios de venta**

Datos por vendedor	Datos por SCU	Datos por región
<ul style="list-style-type: none"> <li>• SCU de residencia.</li> <li>• Portafolio actual de ventas.</li> <li>• Tiempo total (por periodo) disponible para ventas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Clave de estado.</li> <li>• Clave de municipio.</li> <li>• Código postal.</li> <li>• Consumo total actual.</li> <li>• Tiempo total requerido para el servicio (en unidades de tiempo estándar).</li> <li>• Utilidad derivada de su consumo.</li> <li>• Número de visitas por periodo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Número total de vendedores.</li> <li>• Tabla de distancias de los SCU de residencia a todos y cada uno de los SCU que integran la región.</li> </ul>

**Fuente:** elaboración propia.

### Clasificación de SCU

Aunque la mayoría de las empresas consolidadas cuentan ya con una o varias clasificaciones de sus clientes basados en sus propias políticas de segmentación, en esta metodología se sugiere reclasificarlos si y solo si los SCU serán considerados como agrupaciones de clientes actuales.

Para esta clasificación se propone la realización de un análisis de clúster que considere las variables estandarizadas: consumo actual, utilidad derivada del consumo y número de visitas por periodo. Cabe mencionar que algunos paquetes comerciales que realizan análisis de clúster realizan automáticamente esta estandarización pero otros no.

Puesto que en la mayoría de las empresas se manejan tres tipos de clientes básicos, se puede tomar este número de grupos como punto de referencia en el análisis de clúster  $k$ -medias o puede aplicarse un análisis de clúster jerárquico (en un rango aceptable de grupos) para poder identificar vía dendograma el número de grupos que mejor se ajusta a las necesidades de su empresa. Lo importante es que una vez identificado el número ideal de grupos, se realice un análisis de clúster de tipo  $k$ -medias para identificar las principales características de cada grupo y los SCU que forman parte de cada uno de ellos.

Con el objetivo de validar la clasificación resultante del apartado anterior e identificar las funciones de discriminación de los diferentes grupos para la clasificación de los actuales y futuros SCU, se sugiere la realización de un análisis discriminante. Además, este es un mecanismo útil para medir la efectividad de los grupos obtenidos, ya que nos permite conocer la probabilidad de realizar una clasificación correcta a priori mediante este sistema.

### **Definición de grupos en función de su distancia a los SCU de residencia**

Para esta clasificación se propone la realización de un análisis de clúster  $k$ -medias para cada localidad de residencia.

En cada análisis se buscará la identificación de 4 grupos de SCU:

1) SCU que se encuentran a una distancia corta de alguna localidad de residencia y que por definición se buscará sean asignados al vendedor(es) que radiquen en dicha localidad;

2) SCU que se encuentran a una distancia media de la localidad de residencia;

3) SCU que se encuentran a una distancia grande de la localidad de residencia y;

4) SCU que se encuentran demasiado alejados de la localidad de residencia y que por definición no deberán ser asignados al vendedor o vendedores que en ella radiquen. En esta etapa se sugiere no estandarizar las variables para darle mayor peso a la distancia.

### **Generación de nuevas configuraciones territoriales**

En esta etapa se empezará a formar un territorio por cada SCU de residencia (i.e., no se considera la residencia de dos o más vendedores en ella, salvo para la integración de sus carteras de ventas), para ello y con la intención de producir resultados múltiples se sugieren las siguientes consideraciones:

1. No son candidatos de asignarse a ese centro territorial aquellos SCU que se encuentren demasiado alejados del centro del territorio (es decir, lo pertenecientes al grupo 4) que se está formando.

2. Se asignarán de manera prioritaria por cada centro territorial los elementos que se encuentran a una distancia corta de la localidad de residencia (es decir, los del grupo 1). El rompimiento de empates dará lugar a diferentes combinaciones. Si se desea minimizar la distancia se sugiere que el rompimiento del empate se haga en función de la menor distancia al centro territorial.

3. A continuación, se buscara la asignación de los elementos que se encuentran a una distancia mediana y grande. Nuevamente, el criterio de desempate dará lugar a diferentes combinaciones.

### Evaluación de las configuraciones territoriales

En esta etapa se obtiene la evaluación de los objetivos buscados en el rediseño de los territorios de venta, los cuales pueden estar asociados con la optimización de las cargas de trabajo, mercados actuales y potenciales, cargas de trabajo, distancias y productos.

En el caso de esta investigación, la empresa busca la minimización de la suma de la distancia total (ecuación 1) y la minimización de la variación de la cartera de ventas actual con respecto al de las configuraciones territoriales resultantes de la etapa 4 (ecuación 2).

$$\sum_{i \in T} \sum_{j \in C} x_{ij} d_{ij} \quad 1)$$

$$\sum_{i \in T} \left| 1 - \frac{1}{Tnow_i} \sum_{j \in C} m_j x_{ij} \right| \quad 2)$$

Donde  $T$  es el conjunto de territorios obtenidos en las etapas 3 y 4 representado mediante el índice  $i$ ;  $C$  es el conjunto total de SCU que conforman la región de ventas representado mediante el índice  $j$ ;  $x_{ij}$  es una variable de decisión que toma el valor de 1 si el SCU  $j$  pertenece al territorio  $i$  y 0 en cualquier otro caso;  $Tnow_i$  representa el ingreso actual por concepto de ventas en el territorio  $i$ ; y  $m_j$  es el consumo actual del SCU  $j$ .

La mayoría del software comercial ofrece opciones para realizar cálculos y esta opción es de mucha utilidad para la automatización de la evaluación de las configuraciones territoriales.

### Obtención del frente de Pareto aproximado

En esta etapa se obtiene primero el conjunto de soluciones factibles, es decir, aquellas que cumplan con las restricciones establecidas por la administración (si las hay) para la formación de los nuevos territorios; con el objetivo de reducir aún más

el conjunto de alternativas a valorar. Es necesario eliminar aquellas soluciones que por sus características no formarán parte del frente de Pareto aproximado debido a que sus indicadores son mejorados por alguna otra solución.

El procedimiento concluye en esta etapa si no existen territorios con dos o más vendedores, en caso contrario, continúa el resto del procedimiento.

### **Subdivisión de territorios con dos o más vendedores**

Para subdividir un territorio en dos o más se sugiere la aplicación de un análisis de clúster  $k$ -medias que contemple las variables clave de estado, clave de municipio, código postal, clasificación de SCU y distancia.

Deben obtenerse tantos grupos como vendedores radiquen en el territorio que desea subdividirse, de manera que pueda asignársele una subdivisión resultante a cada uno de ellos.

A continuación, se evalúa la variación en cartera obtenida de la clasificación directa y solo se hacen ajustes si la variación en cartera no es la deseada. Se sugiere utilizar la mejor solución obtenida en la etapa posterior.

En nuestro caso de aplicación una consideración adicional establecida por la empresa, es que cada subdivisión deberá contemplar la conservación de la proporción actual de ventas del vendedor en su localidad de residencia. Por un lado, esto garantiza que todos y cada uno de los SCU incluidos en el territorio representen un punto de actividad para los vendedores; y por otro, que se incremente el nivel de servicio aprovechando la familiaridad de los vendedores con su entorno. Además, esta es una buena estrategia para expandir el mercado al interior de estos SCU con una mínima inversión.

### **Re-evaluación de la variación en cartera**

En esta etapa se recalcula la variación en cartera de los territorios, considerando a todos los vendedores y se ajusta el frente de Pareto aproximado.

### **Experimentación y resultados**

Para la realineación de territorios se utilizó SPSS v.17 y una hoja de cálculo comercial. Puesto que la empresa en cuestión dividió el territorio mexicano en diferentes zonas o regiones para tener un mayor control, se reutiliza esa división para disminuir la complejidad del problema y se utilizan cuatro regiones de venta que cuentan con toda la información requerida para probar la metodología propuesta.

Para este estudio se cuenta con información de un año de operaciones. El periodo base que se considera es de un mes.

Se utilizan distancias de red punto a punto colindantes que se obtienen a partir



de un grafo no completo, donde el peso de las aristas se calcula a partir de las distancias carreteras primarias y secundarias entre SCU y son obtenidas de los mapas por entidad Federativa de México (Guía Roji, 2010) y/o carreteras de México (Secretaría de Comunicaciones y Transportes, 2010).

Las distancias de red se obtienen mediante la aplicación parcial del algoritmo de Floyd (1962), omitiendo el cálculo de la ruta punto a punto. La Tabla 2 muestra las características general de cada una de esas regiones.

**Tabla 2. Características de las regiones de venta**

Región ID	Número de vendedores	Número de SCU	Número de SCU de residencia diferentes	Numero de estados que abarca
Aguascalientes	6	93	6	8
Chihuahua	4	319	2	1
Monterrey	7	52	3	4
Sonora-Sinaloa	4	49	3	2

**Fuente:** elaboración propia.

Pese a que inicialmente se plantea la obtención de 3 tipos de SCU para la etapa 3, en todas las instancias de prueba se identificó un tipo de clientes con consumo superior que requerían solo visitas ocasionales, por lo que los clientes de este grupo fueron clasificados como clientes “*platinum*” y se excluyeron de las bases de datos para un análisis de clúster posterior.

La Figura 2 muestra una gráfica que ilustra los tres grupos de clientes adicionales identificados en una de las instancias de prueba en un segundo análisis de clúster, y que en general presentan las siguientes características:

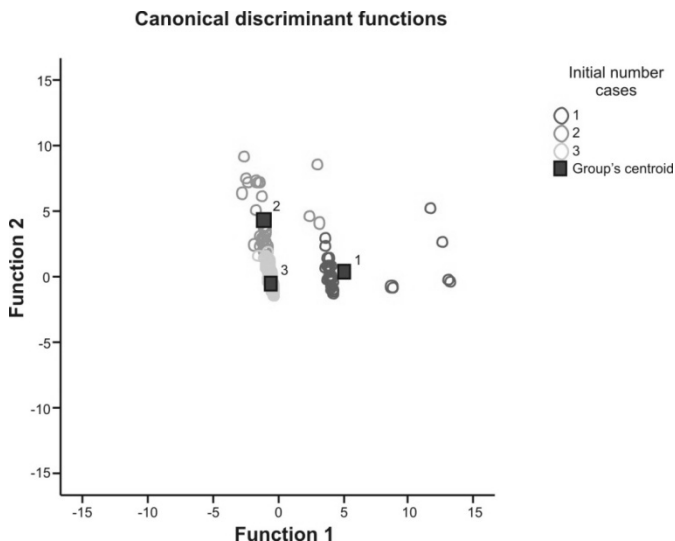
1. Compras ocasionales de volumen bajo.
2. Compras frecuentes de volumen promedio.
3. Compras habituales de volumen alto.

Asimismo, se obtuvieron las funciones de discriminación para la clasificación de SCU actuales y futuros y se determinó que la probabilidad promedio de realizar una clasificación correcta mediante este sistema está en el rango de 0.973 y 0.984. Vale la pena remarcar que este valor nos indica la probabilidad de clasificar correctamente un SCU a *priori* mediante la utilización de las funciones de discriminación resultantes, por lo que, entre más se aproxime a uno, mejor será su nivel de confiabilidad.

La Tabla 3 resume las características de los territorios encontrados de la etapa

3 a la 6. Para ello, muestra el número de territorios resultantes de la definición de grupos en función de su distancia a las localidades de residencia, el rango general de valores de cada uno de los objetivos propuestos.

**Figura 2. Grupos de clientes identificados mediante el análisis de clúster**



Fuente: elaboración propia.

**Tabla 3. Características generales de las distribuciones territoriales obtenidas**

Región ID	No. total de configuraciones obtenidas	Distancia total		Variación en cartera	
		Mínima	Máxima	Mínima	Máxima
Aguascalientes	21	9246	11781	0.1972	10.594
Chihuahua	10	5106	7074	0.1080	0.421
Monterrey	14	5351	29086	0.0395	1.982
Sonora-Sinaloa	15	6915	10181	0.2837	1.330

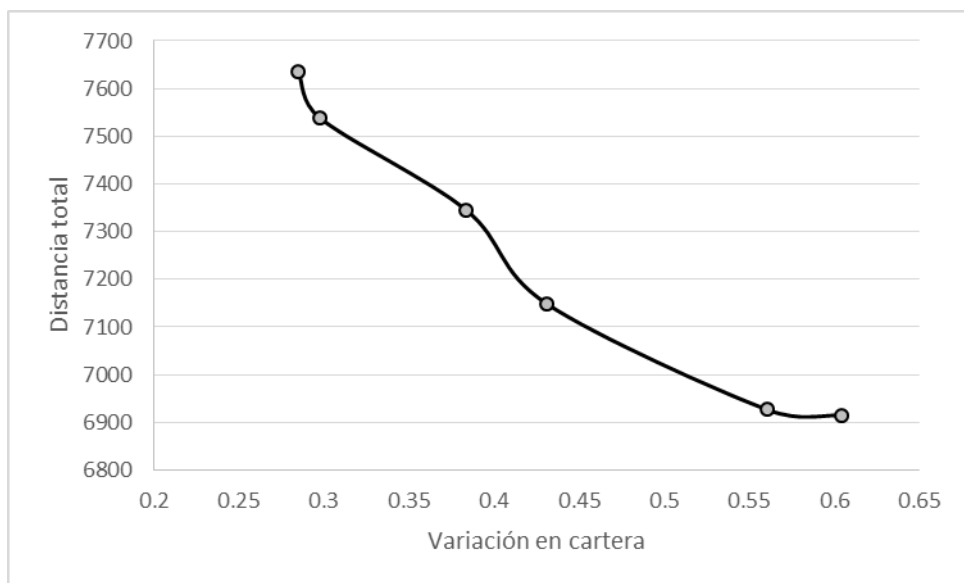
Fuente: elaboración propia.

A excepción de la región de Aguascalientes, el resto requirió una subdivisión de territorios.

En la subdivisión solo se consideran las configuraciones territoriales pertenecientes al frente de Pareto aproximado. En la Figura 3 se muestra un ejemplo

de frente de Pareto aproximado conformado por las configuraciones alternativas no dominadas obtenidas para la región Sonora-Sinaloa, en ella se puede ver que a medida que la suma de la distancia total disminuye, la variación en la cartera de ventas se incrementa, es decir, el acercamiento a la consecución de un objetivo implica sacrificar la consecución del otro.

**Figura 3. Frente de Pareto aproximado para la región Sonora-Sinaloa**



**Fuente:** elaboración propia.

La Tabla 4 muestra un resumen del número de elementos no dominados encontrados y el rango de valores de cada uno de los objetivos en los frentes de Pareto aproximados obtenidos para cada una de las instancias de prueba (después de la subdivisión cuando esta fue requerida). Estos resultados demuestran que la metodología propuesta resulta útil para la obtención de múltiples configuraciones territoriales.

**Tabla 4. Características generales de los frentes de Pareto obtenidos**

Región ID	No. de soluciones no dominadas	Distancia total		Variación en cartera	
		Mínima	Máxima	Mínima	Máxima
Aguascalientes	11	9246	9921	0.1972	1.9489
Chihuahua	2	5106	5153	0.1231	0.3144
Monterrey	3	5351	5517	0.0028	0.0559
Sonora-Sinaloa	6	6915	7635	0.2848	0.6040

**Fuente:** elaboración propia.

Es importante mencionar que aunque la optimización no es el fin último de esta metodología, las soluciones con distancia total mínima representan soluciones óptimas. Esto se debe en gran medida a que la minimización de distancias intragrupo es el objetivo principal del análisis de clúster de k-medias.

Asimismo, vale la pena remarcar que entre más exhaustivo sea el proceso de intercambio de asignaciones (sección 3.4) mayor será la probabilidad de obtener este tipo de soluciones.

## Discusión

Aunque por naturaleza el análisis de clúster en el software comercial está enfocado a proporcionar soluciones únicas que agrupan datos respecto a un número predeterminado de variables buscando que los elementos de cada grupo se parezcan entre sí y se diferencien claramente de los elementos de otros grupos, la metodología propuesta aprovecha la clasificación obtenida del análisis de clúster para reducir la complejidad combinatoria del problema y facilitar la creación de configuraciones territoriales buscando aprovecharse de las similitudes y diferencias.

De esta manera, la similitud entre los elementos de un grupo contribuye a la generación de configuraciones territoriales que minimicen la distancia total ayudando a reducir el número de combinaciones posibles, mientras que las diferencias entre grupos ayudan a tomar decisiones respecto a que SCU solo deberán ser asignados como último recurso en pro de minimizar la variación de las nuevas carteras con respecto a las actuales.

Desde la perspectiva teórica, el rediseño territorial busca generalmente una igualdad de ingresos en los nuevos territorios y elige libremente los centros territoriales. Sin embargo, como se muestra en el caso de aplicación, cada empresa define sus objetivos de diseño en función de su esquema de gestión, experiencias, necesidades, sistema de remuneración, mercado objetivo y las características de su fuerza de ventas, por mencionar algunos.

Aunque la intención de este estudio no fue buscar soluciones óptimas se observó que dos o tres soluciones del frente de Pareto aproximado pertenecen al

frente de Pareto verdadero y que se presentan en el área donde se minimiza la suma de la distancia total, que es el principal parámetro de clasificación utilizado.

## Conclusiones

La metodología propuesta contempla el uso de software comercial y puede ser exitosamente implementada en cualquier paquete que soporte técnicas de estadística multivariante.

Una restricción de la metodología es su ceguera en la definición de territorios con dos o más vendedores en la primera etapa, sin embargo, queda demostrado que esta puede superarse con poca información adicional, la cual debe ser imperiosamente diferencial, debido a que en este caso particular, la distancia no es un factor de diferenciación.

Aun cuando se sugiere un número determinado de variables, algunas de ellas podrían resultar poco significativas en la definición de grupos si su valor es homogéneo para todo el conjunto de datos, pues no representaría un factor de diferenciación, tal es el caso de la instancia de prueba que solo comprende una entidad federativa.

Además, es importante mencionar que la tipificación de SCU es sumamente importante debido a que contribuye significativamente a la formación de los grupos y por tanto de los territorios nuevos. También puede ayudar a decidir cuáles SCU pueden ser intercambiados entre territorios al mejorar minimización de las variaciones en cartera. Por otro lado, aunque en el caso de aplicación no se contemplan los SCU potenciales, la posibilidad de clasificarlos correctamente con las funciones discriminantes obtenidas es altamente confiable y viable.

## Referencias Bibliográficas

- Anil, Jain (2008). Data clustering: 50 years beyond K-Means. **19th International Conference Pattern Recognition (ICPR)**. Tampa, Estados Unidos.
- Artal, Manuel (2010). **Dirección de ventas: organización del departamento de ventas y gestión de vendedores**. Alfaomega. España.
- Bottman, Nathaniel; Essig, Wesley y Whittle, Sam (2007). **Why weight? A cluster-theoretic approach to political districting**. Departamento de Matemáticas de la Universidad de Washington. Estados Unidos.
- Coello, Carlos; Dhaenens, Clarisse y Jourdan, Laetitia (2010). **Advances in multi-objective nature inspired computing**. Springer-Verlang. Alemania.
- Correa, Juan; Ruvalcaba, Ma. Locelia; Olivares, Elías y Zanella, Vittorio

- (2011a). Heurística biobjetivo de dos etapas para el rediseño de territorios de venta. **Econoquantum**. Volumen 8, número 2. México. (Pp. 143-161).
- Correa, Juan; Ruvalcaba, Ma. Loecelia; Olivares, Elías; Zanella, Vittorio y Aguilar, José (2011b). Bi-objective mixed integer programming model for the redesign of a sales region. **International Journal of Industrial Engineering**. Edición Especial 2011, México conference. Corea del Sur. (Pp. 376-384).
- Correa, Juan y Ruvalcaba, Ma. Loecelia (2011c). Sales territory redesign using SPEA 2. **2nd International Congress on instrumentation and applied sciences**. Puebla, México.
- Correa, Gabriel; Ruvalcaba, Ma. Loecelia; Olivares, Elías; Aguilar, José y Macías, Jorge (2010). Biobjective model for redesign sales territories. **International Conference on Industrial Engineering Theory, Applications and Practice 15th**. México DF, México.
- Correa, Carlos; Bolaños, Ricardo y Molina, Alexander (2008). Algoritmo multiobjetivo NSGA-II aplicado al problema de la mochila. **Scientia et Technica**. Volumen 39. Colombia. (Pp. 206-211).
- Ding, Chris y He, Xiaofeng (2004). K-means clustering and principal component analysis. **21st International Conference on Machine Learning**. (ICML2004). Banff, Canada.
- Floyd, Robert (1962). Algorithm 97: shortest path. **Communications of the ACM**. Volumen 5, edición 6. (Pp. 345).
- Gentile, Guido y Tiddi, Danielle (2009). Clustering methods for the automatic design of traffic zones. **SIDT International Conference**. Milán, Italia.
- Guía Roji (2010). **Por las carreteras de México**. Guía Roji S. A. de C. V. México.
- Guo, Jessica; Trinidad, Gerardo y Smith, Nariida (2000). MOZART: A Multi-Objective Zoning and Aggregation Tool. **Philippine Computing Science Congress (PCSC)**. Manila, Filipinas.
- Jennings, Philip (2008). **Using cluster analysis to define geographical rating territories**. Casualty Actuarial Society. Discussion Paper Program. Estados Unidos.
- Kalcsics, Jörg; Nickel, Stefan y Schröder, Michael (2005). **Towards a unified**

**territory design approach-applications: algorithms and GIS integration.** Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik ITWM. Alemania.

Kaveh, Payman; Sabsevari, Ali y Sahraeian, Rashed (2010). Solving Capacitated P-Median Problem by Hybrid K-Means Clustering and fixed neighborhood search algorithm. **International Journal of Innovation, Management and Technology.** Volumen 1, número 4. Singapur. (Pp. 405-410).

Lilien, Gary y Rangaswamy, Arvind (2004). **Marketing Engineering. Computer-Assited Marketing Analysis and Planning.** Trafford. Estados Unidos.

Moon, Todd; Howland, Peg y Gunther, Jacob (2006). **Document Author Classification using Generalized Discriminant Analysis.** Universidad del Estado de Utah. Estados Unidos.

Olivares, Elías; Gutiérrez, Mauricio; Martínez, Manuel y González, Aldo (2009). **Consultancy Report AGS DIID 2009 01.** Tecnológico de Monterrey. México.

Ordowski, Mark y Meyer, Gerard (2004). Geometric linear discriminant analysis for pattern recognition. **Pattern Recognition Society.** Volumen 37, edición 3. Estados Unidos. (Pp. 421-428).

Ricca, Federica (2004). A multicriteria districting heuristic for the aggregation of zones and its use in computing origin-destination matrices. **INFOR.** Volumen 42, número 1. Canadá. (Pp. 61-77).

Ricca Federica y Simeone, Bruno (2008). Local search algorithms for political districting. **European Journal of Operational Research.** Volumen 189, número 3. Estados Unidos. (Pp. 1409-1426).

Ríos-Mercado, Roger; Fernández, Elena; Kalcsics, Jörg y Nickel, Stefan (2009). Computational experience with GRASP for a maximum dispersion territory design problem. **Proceedings of the EU/Meeting 2009.** Porto, Portugal.

Ruvalcaba, Ma. Loecelia; Correa, Gabriel y Zanella, Vittorio (2011). Multiobjective Evolutionary Algorithm for Redesigning Sales Territories. **Second International Conference, ICCL.** Hamburgo, Alemania.

Salazar, Ma. Angélica; Ríos, Roger y González, José (2011a). GRASP strategies for a bi-objective commercial territory design problem. **Journal of**

**Heuristics.** Volumen 19, edición 2. Alemania. (Pp. 179-200).

Salazar, Ma. Angélica; Ríos Roger y González, José (2011b). A bi-objective programming model for designing compact and balanced territories in commercial districting. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies.** Volumen 19, número 5. Estados Unidos. (Pp. 885-895).

Secretaría de Comunicaciones y Transportes. (2010). **Subsecretaría de Infraestructura.** Extraído de <http://www.sct.gob.mx/carreteras/> consulta: 25/09/11.

Smith, Ricardo; González, Rosa y Askin, Ronald (2009). A districting procedure for a pickup and delivery parcel company. **Proceedings of the 2009 Industrial Engineering Research Conference.** Hong Kong, China.

Tavares, Fernando; Figueira, José; Mousseau, Vincent y Roy, Bernard (2007). Multiple criteria districting problems: The public transportation network pricing system of the Paris region. **Annals of Operation Research.** Volumen 154. Alemania. (Pp. 69–92).

Wei, Bong y Chai, Wang (2004). A multiobjective hybrid metaheuristic approach for GIS based spatial zone model. **Journal of Mathematical Modelling and Algorithms.** Volumen 3, número 3. Alemania. (Pp. 245–261).

Zhou Shaohua y Chellappa Rama (2004). Multiple-exemplar discriminant analysis for face recognition. **Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition, ICPR'04.** Cambridge, Reino Unido.

Zhu, Manli y Martínez, Aleix (2006). Subclass discriminant analysis. **IEEE transaction on pattern analysis and machine intelligence.** Volumen 28, número 8. Estados Unidos. (Pp 1274-1286).

Zoltners, Andris; Sinha, Prabha y Lorimer, Sally (2004). **Sales force design for strategic advantage.** Palgrave Macmillan. Estados Unidos.

Zoltners Andris y Sinha, Prabhakant (1983). Sales territory alignment: a review and model. **Management Science.** Volumen 29, número 11. Estados Unidos. (Pp. 1237-1256).

Zoltners Andris y Sinha Prabhakant (2005). Sales territory design: thirty years of modeling and implementation. **Marketing Science.** Volumen 24, número 3. Estados Unidos. (Pp. 113-331).