

Una experiencia sobre el diseño de juegos como recurso para desarrollar la competencia didáctico-matemática en probabilidad con docentes de infantil y primaria

An experience about game design as a resource to develop didactical-mathematical competence in probability with early childhood and primary education teachers

Pablo Beltrán-Pellicer¹, Maria Ricart² y Assumpta Estrada²

¹Universidad de Zaragoza, ² Universitat de Lleida, España

Resumen

Presentamos un estudio exploratorio a partir de una experiencia centrada en el diseño o adaptación de un juego sobre probabilidad en docentes de infantil y primaria. Esta tarea se enmarca en la invención o generación de problemas (*problem posing*), actividad que contribuye a elevar la idoneidad didáctica de una secuencia de enseñanza. El trabajo describe la experiencia formativa realizada, en el contexto de un máster en formación avanzada para maestros, donde se solicita a las participantes diseñar o adaptar un juego para el aprendizaje de la probabilidad. En la discusión se analiza una de las producciones, poniendo de manifiesto la complejidad de esta actividad, en términos de objetos primarios y sus relaciones, así como la dificultad que conlleva, y concluimos que es un instrumento potente para mejorar la competencia didáctico-matemática.

Palabras clave: invención de problemas, juegos de probabilidad, enfoque onto-semiótico, formación de profesores.

Abstract

We present an exploratory research based on an experience that focuses on the design or adaptation of a probability game for pre-school and primary teachers. These kinds of tasks are related to problem posing, an approach that contributes to raising the didactic suitability of teaching sequences. In this work, we describe the training experience carried out in a master's degree in advanced training for teachers. In it, participants were asked to design or adapt a game to teach probability. In the discussion one of the productions is analysed, bringing to light the complexity of this task with respect to establishing the main aims and their relationship, as well as the difficulty it entails and its potential as a resource to improve the didactic-mathematical competence.

Keywords: problem posing, probability games, onto-semiotic approach, teacher training.

1. Introducción

Existe un amplio consenso en que la resolución de problemas debe ser, no solo el objetivo fundamental del aprendizaje de las matemáticas, sino que también debe ser el eje sobre el que articular los contenidos curriculares. A este respecto, Gaulin (2001) señala las tres opciones de enseñanza que puede considerar un docente: enseñanza *para* resolver problemas, enseñanza *a través de* la resolución de problemas y enseñanza *sobre* resolución de problemas. Otros autores, como Castro (2008), se hacen eco de estas alternativas, así como de las ideas, tendencias e influencias en la resolución de problemas en España. English y Gainsburg (2016) hacen lo propio en el panorama internacional, reflexionando acerca de la importancia del contenido matemático per se y de las expectativas de la sociedad, al mismo tiempo que recogen la necesidad de realizar más investigaciones sobre la enseñanza a través de la resolución de problemas. Como

punto de encuentro, recomiendan la utilización de problemas ricos, que precisen de la utilización de contenido curricular.

Por otro lado, la invención o generación de problemas o *problem posing* es un tipo de actividad de aula que se enmarca en la enseñanza a través de la resolución de problemas y sobre la que investigan diversos autores (Singer, Ellerton y Cai, 2015), dada su potencialidad didáctica. Esta relación ha sido puesta de manifiesto en estudios como los de Keil (1965) y Silver y Cai (1996), cuyos resultados reflejaron una mejora en la resolución de problemas después de haber trabajado la invención de problemas.

Milinković (2015) sugiere que una buena forma de introducir la invención de problemas en los programas de formación del profesorado es, precisamente, a partir de la transformación o adaptación de juegos ya existentes. Una vez elegido el juego, la explicación de los cambios realizados sobre el mismo y su análisis contribuye al desarrollo de la competencia de análisis didáctico-matemático. De forma similar, otros autores (Chen, Van Dooren y Verschaffel, 2015) proponen el empleo de juegos matemáticos como recurso a partir del cual generar problemas. Por otro lado, la propuesta de Kafai, Franke, Ching y Shih (1998), aunque enfocada al diseño de videojuegos, pone de relieve que de esta manera se ofrece un apoyo semántico-contextual que facilita la relación de conceptos y el progreso en el aprendizaje.

En este trabajo presentamos una primera experiencia en la que se plantea, en el contexto de un curso de posgrado para maestros de infantil y primaria, el diseño o adaptación de un juego de mesa sobre probabilidad, con el objetivo de desarrollar la competencia de análisis didáctico-matemático. Dedicamos el siguiente apartado a exponer brevemente el marco teórico que emplearemos y describimos la metodología seguida en el tercer punto. El apartado cuarto recoge y discute los resultados obtenidos. Se finaliza con unas conclusiones que resumen los fenómenos detectados y que esbozan algunas líneas futuras de trabajo.

2. Marco teórico

Dentro del marco teórico que proporciona el enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007) ha surgido un modelo de categorías para el conocimiento didáctico-matemático (Pino-Fan y Godino, 2015) y las competencias profesionales del docente de matemáticas (Breda, Pino-Fan y Font, 2017; Font, 2018; Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017). De esta forma, utilizamos herramientas del EOS para analizar los conocimientos didáctico-matemáticos y la subcompetencia de análisis ontosemiótico.

Para ello, emplearemos la noción de configuración de objetos primarios (Godino, Batanero y Font, 2007). La visión de la actividad matemática por parte del EOS, en términos pragmatistas, implica que los sujetos desarrollen unos sistemas de prácticas, de los que emergen una serie de objetos primarios de diferente naturaleza. Estos son las situaciones-problema; los lenguajes, en sentido amplio, como registros y representaciones semióticas de cualquier índole; las reglas, es decir, conceptos-definición, proposiciones, procedimientos; y los argumentos.

Esta identificación de objetos primarios permite delimitar los significados parciales que están en juego y cómo se articulan entre sí a través de los procesos que tienen lugar entre ellos. Si un docente es competente para llevarla a cabo, será capaz de comprender

la evolución en el aprendizaje del alumnado y de gestionar las secuencias didácticas en el aula.

3. Metodología

Se trata de un estudio exploratorio y la metodología es de carácter cualitativo e interpretativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010). Las participantes con las que se lleva a cabo la experiencia son nueve maestras recién graduadas, cuatro en Educación Infantil y cinco en Educación Primaria, que cursan un máster de formación especializada para maestros. Describimos, a continuación, la experiencia que tuvieron con la utilización de juegos como recurso didáctico en su formación inicial.

Las maestras de educación infantil analizaron diferentes tipos de juegos en la única asignatura de didáctica de la matemática del grado (8 créditos): juegos sensoriales, de manipulación y construcción, de atención (de memoria), con reglas (jugar al número más alto), o de estrategia. En lo relativo a juegos de probabilidad, trabajaron el conocido como carrera de caballos o carrera de camellos, en donde se pueden elegir 12 fichas que representan los caballos y los jugadores apuestan sobre cuál creen que va a ganar. En el juego, un caballo avanza cuando, al tirar dos dados, aparece su número como suma de ambos.

En cuanto a las maestras de educación primaria, su plan de estudios había contemplado una asignatura anual de 6 créditos denominada *Tratamiento de la información, azar y probabilidad*. En el bloque dedicado a probabilidad se presentó el juego como recurso didáctico, analizando igualmente diferentes ejemplos, con la mirada puesta en su posible aplicación en la educación primaria. Ejemplos de estos juegos son el problema de *Monty Hall* (Batanero, Fernández y Contreras, 2009) y el applet del INE llamado *Los Probs* (http://www.ine.es/explica/explica_juegos_probs_en.htm).

Por lo que se refiere a la formación realizada en el curso de posgrado en que se enmarca la experiencia, también se abordaron diferentes juegos de probabilidad. Por otro lado, también se les plantearon actividades para desarrollar específicamente la competencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas. Así, resolvieron unas tareas matemáticas del nivel de 6º de Educación Primaria sobre figuras planas y mosaicos y, después de poner en común las soluciones halladas y las estrategias seguidas, identificaron los objetos primarios y procesos matemáticos implicados. A continuación, se les mostró varias veces un vídeo educativo matemático sobre un proceso de enseñanza y aprendizaje basado en unas prácticas matemáticas similares a las tareas anteriores, solicitando realizaran un análisis de los objetos primarios, procesos y significados emergentes del proceso. Así mismo, aplicaron los criterios de idoneidad didáctica propuestos por Godino (2013) para valorar la idoneidad del proceso y, en consecuencia, desarrollar la competencia de análisis y valoración de idoneidad didáctica.

El primer autor de esta comunicación actúa como profesor-investigador, con la observación participante como principal técnica de recogida de datos, junto con el análisis de las producciones de las estudiantes.

La consigna que se proporcionó a las participantes para esta actividad fue la siguiente:

Se trata de preparar por parejas dos propuestas de aula, adaptadas al nivel que decidáis, de forma que una de ellas sea un juego para trabajar contenidos de probabilidad y otra sea un proyecto de estadística. Observa que pueden ser actividades completamente diferentes o, por el contrario,

plantear un proyecto estadístico para analizar el juego en cuestión. Han de ser propuestas originales. En el caso del juego, debéis ser capaces de explicar cómo influye la probabilidad en el juego, ¡así que no lo compliquéis demasiado!

- Instrucciones del juego, detallando los materiales necesarios, fotos e incluyendo alguna imagen del tablero de juego o las cartas. ¿Es el juego justo? Si no lo es, ¿cómo podrías cambiar el juego para que sea justo?
- Propuesta de aula y producciones esperadas de los alumnos, reflexión y tareas a realizar sobre el juego. Ojo, no se trata simplemente de llegar y jugar, hay que sacarle partido en el aula, como si fuera un buen problema a partir del cual ir articulando las matemáticas que son el objetivo de una unidad didáctica.
- Análisis EOS de los objetos matemáticos involucrados en el juego y una valoración detallada de la idoneidad didáctica y de posibles dificultades del alumnado, así como de las posibles variantes que podrían emplearse (atención, pista, tener previstas diversas variantes facilita la atención a la diversidad, tanto para los que van a un ritmo de aprendizaje más rápido como a los que van más lento).

Después de una semana de trabajo autónomo, se dedicó parte de una sesión de clase a discutir las propuestas de trabajo iniciales de cada uno de los equipos. Las participantes, divididas en tres parejas y un grupo de tres, propusieron cuatro juegos diferentes. Por motivos de espacio, a continuación, analizamos solamente uno de ellos, que consistió en una adaptación del juego de las palabras prohibidas o *Tabú*.

4. Resultados y discusión

4.1. Descripción de la adaptación del juego *Tabú*

Una de las parejas participantes diseñó un *Tabú* de probabilidad. El *Tabú* ha de jugarse en equipos de dos o más personas, de manera que uno de los miembros debe intentar que los demás componentes del equipo adivinen de qué palabra se trata, evitando ciertas palabras prohibidas. A su vez, el equipo contrario debe estar pendiente de que no se empleen dichas palabras *tabú*. Tanto la palabra que hay que adivinar como las palabras prohibidas se proporcionan en unas tarjetas o cartas, y a medida que los equipos van acertando palabras, avanzan en las sucesivas casillas del recorrido que aparece en el tablero de juego. Algunas de estas casillas son especiales y dan el doble de puntos o precisan de acertar dos palabras.

La dificultad estriba en que las palabras prohibidas, o palabras *tabú*, están directamente relacionadas con la que hay que adivinar a partir de las pistas que va dando el jugador en cuestión. Por este motivo, el conocimiento del vocabulario probabilístico es esencial en el juego, puesto que el jugador que describe la palabra debe aproximarse a la misma por caminos que no son el habitual, ingeniárselas por medio de otras descripciones.

En un primer momento, esta pareja propuso adaptar el clásico juego de mesa *Party*, que incluye, además del mencionado *Tabú*, una prueba de preguntas, otra de dibujo y otra de gestos. Esta elección respondía al hecho de que la probabilidad está presente en el juego, puesto que se desconoce a priori la capacidad de cada jugador para superar la prueba que le toca en cada momento. El profesor-investigador enfatizó que no se trataba simplemente de diseñar un juego con un factor aleatorio, sino que la tarea consistía en que el juego precisase de un razonamiento probabilístico o de conocimientos sobre probabilidad para aumentar la probabilidad de tener éxito. Por lo tanto, de forma consensuada, se decidió trabajar únicamente el *Tabú*, eligiendo términos sobre probabilidad adecuados para cierto nivel de alumnado de educación primaria.

De esta manera, esta pareja preparó unas instrucciones (Figura 1) orientando el juego para el último ciclo de educación primaria, si bien señalan que, eligiendo otras palabras, puede servir también para la educación secundaria.

2. OBJETIVO

Conseguir que tu equipo diga la palabra Clave de la parte superior de la carta. Pero no utilices ninguna de las palabras Tabú en tu descripción... ¡o el equipo contrario hará sonar la bocina!

Palabra Clave
La palabra que quieres que diga tu equipo.

EJEMPLO:
"CUANTO DE POSIBLE ES..."



Palabras Tabú
Las palabras que no puedes decir.

¿CUÁNDO HAGO SONAR LA BOCINA?
¡Tienes que hacer sonar la bocina cuando el jugador que describe rompe algunas de las normas! Se muestran a continuación:

- ¡No decir ninguna de las palabras de la carta!
- ¡No hacer gestos con el rostro o las manos!
- ¡No decir: "esta palabra se parece a...!"
- ¡Puede cantar!
- ¡No olvides que lo importante es divertirse y aprender!

Figura 1. Objetivo del juego e instrucciones principales.

El trabajo realizado sigue las fases de una ingeniería didáctica orientada al diseño de secuencias de enseñanza y aprendizaje (Godino, Rivas, Arteaga, Lasa y Wilhelmi, 2014). En primer lugar, tras un análisis preliminar que se concreta en la elección del juego de manera consensuada por el profesor-investigador, las participantes realizan un análisis a priori, en el que eligen las palabras o expresiones que habrá que adivinar en el juego (Tabla 1) y, en base a sus conocimientos y experiencia, indican posibles discursos del alumnado para cada una de ellas. Por ejemplo, para *diagrama de árbol*, las posibles descripciones a priori fueron:

Concepto que hemos trabajado que tiene una palabra de la naturaleza.
Procedimiento de lo que hemos trabajado donde creamos muchas flechas.
Herramienta para saber todos los resultados que existen de algo que pasa.

Tabla 1. Palabras o expresiones para adivinar y las correspondientes palabras tabú propuestas por las participantes.

Suceso imposible	Suceso seguro	Experimento aleatorio	Equiprobabilidad	Suceso posible
Probabilidad	Espacio muestral	Predecir	Probabilidad	Resultado
Espacio muestral	Probable	Azar	Posibles resultados	Predecir
Nunca	Experimento aleatorio	Casos posibles	Misma posibilidad	Ocurrir
Extraer	Siempre	Probabilidad	Suerte	Realizar
Azar	Probabilidad	Diagrama de árbol	Frecuencia	Experimento determinista
Incerteza	Probable	Espacio muestral	Experiencia aleatoria	Resultado
Aleatorio	Experimento aleatorio	Experimento aleatorio	Repetición	Predecir
Relación causa-efecto	Resultados posibles	Experimento aleatorio	Contar	Cumplir
Desconocido	Suceso	Casos posibles	Número de veces	Realizar
		Combinar		

Una vez desarrollado el prototipo, pasan a la siguiente fase de esta ingeniería didáctica orientada al diseño. Es decir, realizan un análisis a posteriori del juego, utilizando la noción de configuración de objetos primarios. En el análisis ontosemiótico que realiza esta pareja, distingue dos situaciones-problema:

Creación autónoma de una definición para cada concepto matemático. Con la ayuda de una tarjeta proporcionada por la maestra, los alumnos tendrán que construir una definición para cada una de las palabras tabú, las cuales corresponden a conceptos matemáticos, teniendo en cuenta que no pueden mencionar ninguna de las cuatro palabras incluidas en esta.

Adivinar la palabra tabú. A partir de la definición creada por un compañero, en un período determinado de tiempo, los alumnos deberán de acertar cual es la palabra tabú a la que se hace referencia.

Es decir, diferencian entre la actividad realizada por el alumno que debe describir la palabra y la actividad matemática de los miembros de su equipo, quienes tienen que adivinar de qué palabra se trata. Realmente, se trata de una única situación, que posee una unidad temporal clara y delimitada, respondiendo a la asignación que sugieren las participantes a los patrones de interacción que tienen lugar.

Los conceptos, entendidos como reglas (conceptos-definición) son aquellos que aparecen en el currículo. Las participantes clasifican como conceptos a la totalidad de las palabras que hay que adivinar (*suceso imposible, suceso seguro, suceso posible, experimento aleatorio, experimento determinista, equiprobabilidad, azar, probabilidad, diagrama de árbol, frecuencia*), e incluyen otros que aparecen como palabras o expresiones prohibidas para alguna de las anteriores (*predecir, casos posibles, resultado posible, espacio muestral, nunca, extraer, combinar, suceso, siempre, número de veces, incerteza, relación causa-efecto*).

Esta clasificación denota cierta confusión para identificar los objetos primarios del EOS, ya que la inclusión como conceptos-definición de expresiones como *número de veces, combinar, extraer, siempre o nunca*, no responde a una necesidad operativa. De hecho, se trata de otro tipo de objetos primarios empleados, los elementos lingüísticos. Por ejemplo, el significado que asignan a *nunca* es:

Adverbio de tiempo que en el presente juego se utiliza como aspecto matemático que no se puede mencionar en la construcción de la definición de la palabra tabú.

En el caso de las proposiciones y propiedades que identifican las participantes (Tabla 2) también se observan algunas confusiones. Por ejemplo, una propiedad que señalan es “Todos los resultados posibles tienen la misma probabilidad”, mientras que el significado que le dan en la situación (en el juego) es “Porque son equiprobables”. Es decir, el significado que le dan es un argumento de tipo circular, diciendo lo mismo que expresa la proposición en cuestión, pero, con otras palabras.

Las participantes reconocen dos registros lingüísticos. En sus propios términos, distinguen el "lenguaje verbal" y el "visual". De esta forma, indican que los alumnos utilizarán el lenguaje verbal cuando comuniquen a sus compañeros la definición que ellos mismos han construido sobre cada una de las palabras tabú; así como en el momento que el alumno relacione la información proporcionada por su compañero con un concepto matemático y lo comunique. En cuanto al lenguaje "visual", señalan que se pone de manifiesto cuando el jugador observa la pista que aparece en cada tarjeta (Figura 2). Más que "visual", cabría especificar que se trata de un registro semiótico de tipo gráfico, puesto que el registro gestual, que no nombran y cuya aparición en el desarrollo del juego es posible, es también visual.

Tabla 2. Proposiciones y propiedades identificadas por las participantes.

Proposiciones y propiedades	Significado en la situación
Todos los resultados posibles tienen la misma probabilidad	Porque son equiprobables
No se puede predecir su resultado	Debido al hecho que se trata de un experimento aleatorio
Al tirar un dado convencional, se sacará un número menor o igual a seis	Suceso seguro
En una ruleta numerada del 1 al 8 no podrá salir el número 9	Porque es un suceso imposible
Al tirar una moneda es posible que salga cara	Suceso posible

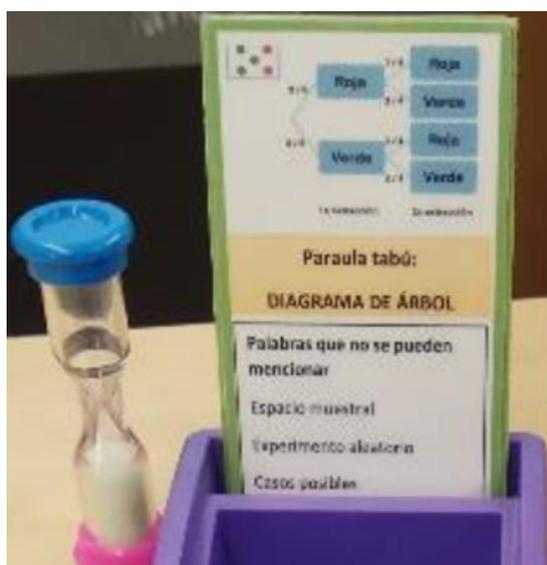


Figura 2. Las tarjetas proporcionan una pista gráfica al jugador.

Tabla 3. Procedimientos identificados por las participantes.

Procedimientos	Significado en la situación
Relacionar los conceptos matemáticos con la palabra tabú	Cada alumno deberá de establecer relaciones entre la palabra tabú y los conceptos matemáticos relacionados con ésta a fin de poder elaborar su propia definición.
Conocer el significado de las palabras tabú	Todos los alumnos que realicen este juego deben de conocer cada una de las palabras tabú.
Utilizar sinónimos para cada una de las palabras que no se pueden mencionar	Los alumnos cuando tengan que definir cada una de las palabras tabú, no podrán decir cualquier palabra, sino que tendrán que buscar sinónimos para las palabras que no se pueden mencionar.

En cuanto a los procedimientos, la Tabla 3 recoge los que identifican las participantes. Consideramos que los procedimientos detectados por las estudiantes no son procedimientos matemáticos como tales. De hecho, "relacionar los conceptos matemáticos con la palabra tabú" es más bien la definición del proceso de conexión (NCTM, 2000). Por otro lado, lo mismo ocurre con "conocer el significado de la palabra tabú": tampoco lo consideramos un procedimiento, pues es un conocimiento previo. En cuanto a "utilizar sinónimos para cada una de las palabras" también es discutible que

sea un procedimiento matemático como tal. Es decir, tal vez sea una técnica en sentido amplio, un recurso lingüístico, pero al no quedar explícitos los pasos que requiere no encaja plenamente como procedimiento (Font y Rubio, 2017, p. 3).

Finalmente, la Tabla 4 lista los argumentos que identificaron las participantes. Consideramos que no se trata de argumentos, ya que no justifican nada, sino más bien son proposiciones.

Tabla 4. Argumentos identificados por las participantes.

Argumentos	Significado en la situación
Cuando se realiza esta experiencia no se sabe ciertamente el resultado que puede salir.	En este caso se están relacionando los conocimientos previos con la palabra tabú experimento aleatorio
En la lotería no se sabe el número que saldrá.	Así este alumno/a demostró que tenía presente el significado de la palabra tabú azar.
En una experiencia que no tiene una única resolución, hay diferentes posibilidades existentes.	En este caso, el alumno/a ha buscado sinónimos por ejemplo para la palabra experimento aleatorio, la cual se trataba de una palabra que no se podía mencionar.

5. Conclusiones

El análisis se ha realizado sobre lo que constituiría un primer ciclo de una ingeniería didáctica orientada al diseño de una secuencia de enseñanza y aprendizaje. En cuanto al juego elegido por las participantes, el tabú de probabilidad, los objetivos de aprendizaje que perseguiría en una aplicación en el aula se alinearían con los procesos de comunicación y representación en el aula, puestos de relieve por algunas orientaciones internacionales (NCTM, 2000) y currículos autonómicos (Burgués y Sarramona, 2013; Generalitat de Catalunya, 2015).

La idea es que las palabras prohibidas tienen que estar muy bien elegidas, de manera que no se pueda encontrar fácilmente un sinónimo que sustituya a la palabra. Para llevar a buen término la tarea de diseño, consideramos que se precisa cierto conocimiento del lenguaje probabilístico, tanto a nivel formal como informal, así como tener en cuenta el marco curricular del correspondiente nivel educativo.

Los resultados obtenidos con este estudio exploratorio invitan a continuar la línea de trabajo. El diseño de los juegos ha exigido de la puesta en juego de conocimiento matemático especializado (Pino-Fan y Godino, 2015) y de la competencia de análisis ontosemiótico (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017). Los resultados muestran que las participantes han tenido dificultades a la hora de aplicar la herramienta de análisis de objetos primarios del EOS, tanto en el sentido del reconocimiento como en explicar el significado del objeto. Esto es algo que puede ser debido a que necesiten más actividades en su formación para desarrollar la competencia asociada o a que el tipo de práctica matemática (el juego del tabú) es una tarea más bien discursiva y no operativa. Esto es algo que queda claro cuando no consiguen identificar correctamente ningún argumento.

También es evidente la confusión a la hora de reconocer los procedimientos, aunque esto puede deberse a la dificultad de diferenciar un procedimiento de un proceso y a la existencia de cierto solapamiento entre ambos constructos (Font y Rubio, 2017, pp. 3-4).

Agradecimientos

Esta investigación se ha desarrollado dentro del proyecto EDU2016-74848-P (FEDER, AEI) y dentro del grupo S36_17D - Investigación en Educación Matemática (Gobierno de Aragón y Fondo Social Europeo).

Referencias

- Batanero, C., Fernández, J. A. y Contreras, J. M. (2009). Un análisis semiótico del problema de Monty Hall e implicaciones didácticas. *Suma*, 62, 11–18.
- Breda, A., Pino-Fan, L. y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 13(6), 1893-1918.
- Burgués, C. y Sarramona, J. (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació*. Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. En *Investigación en Educación Matemática* (Vol. XII, pp. 113-140). España: SEIEM.
- Chen L., Van Dooren W. y Verschaffel L. (2015). Enhancing the development of chinese fifth-graders' problem-posing and problem-solving abilities, beliefs, and attitudes: A design experiment. En F.Singer, N. Ellerton y J.Cai (Eds.) *Mathematical problem posing. Research in mathematics education*. New York, NY: Springer.
- English, L. D. y Gainsburg, J. (2016). Problem solving in a 21st-century mathematics curriculum. En L. D. English y D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 313-335). New York, NY: Routledge.
- Font, V. (2018). Competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. Un modelo basado en el enfoque ontosemiótico. *ALME*, 31, 749-756.
- Font, V. y Rubio, N. V. (2017). Procesos matemáticos en el enfoque ontosemiótico. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*.
- Gaulin, C. (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas. *Sigma*, 19, 51-63.
- Generalitat de Catalunya (2015). *Decret 119/2015 de 23 de juny, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària*. Barcelona: Autor.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111-132.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113.
- Godino, J. D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A. y Wilhelmi, M. R. (2014). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico-semiótico del conocimiento y de la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(2/3), 167–200.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. 5ª

- Ed. México, México D.F.: Editorial McGraw Hill.
- Kafai, Y. B., Franke, M. L., Ching, C. C. y Shih, J. C. (1998). Game design as an interactive learning environment for fostering students' and teachers' mathematical inquiry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3(2), 149-184.
- Keil, G. E. (1965). *Writing and solving original problems as a means of improving verbal arithmetic problem solving ability*. Doctoral dissertation, Indianan University.
- Milinković J. (2015). Conceptualizing problem posing via transformation. En F.Singer, N. Ellerton y J. Cai (Eds.) *Mathematical Problem posing. research in mathematics education*. New York, NY: Springer.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Pino-Fan, L. R. y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 1, 87-109.
- Silver, E. A. y Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27,521–539.
- Singer, F. M., Ellerton, N. F. y Cai, J. (2015). *Mathematical problem posing*. New York, NY: Springer.