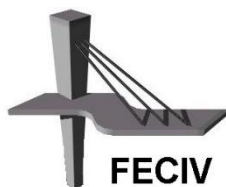




UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Dissertação De Mestrado

**AVALIAÇÃO DO EFEITO DE PUNÇÃO EM
LAJES LISAS DE CONCRETO COM FIBRAS
COM A VARIAÇÃO DO ÍNDICE DE
RETANGULARIDADE**



FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



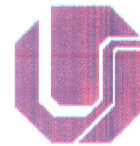
Vinícius Sandovani da Silva Alves

**AVALIAÇÃO DO EFEITO DE PUNÇÃO EM LAJES
LISAS DE CONCRETO COM FIBRAS DE AÇO COM A
VARIAÇÃO DO ÍNDICE DE RETANGULARIDADE**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil da
Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos
para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia Civil**.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Carlos dos Santos

Uberlândia, 28 de Março de 2017.



ATA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL - PPGEC

ATA Nº: 180/2017

CANDIDATO: Vinícius Sandovani da Silva Alves

Nº. Matrícula: 11512ECV005

ORIENTADOR: Prof. Dr. Antonio Carlos dos Santos

TÍTULO: "Avaliação do efeito de punção em lajes lisas de concreto com fibras com a variação do índice de retangularidade".

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Estruturas e Construção Civil

LINHA DE PESQUISA: Estruturas

PROJETO DE PESQUISA: Recuperação e Reforço de Elementos Estruturais

DATA DA DEFESA: 28 de março de 2017

LOCAL: Sala de Projeções, bloco 1Y. **HORÁRIO INÍCIO/TÉRMINO:** 14:10 até 17h15

Reuniu-se na **Sala de Projeções Prof. Celso Franco de Gouvêa, bloco 1Y - Campus Santa Mônica** da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do PPGEC, assim composta: Professores Doutores: **Leila Aparecida de Castro Motta – FECIV/UFU; Luiz Carlos de Almeida – FEC/UNICAMP e Antonio Carlos dos Santos** orientador do candidato. Ressalta-se todos os membros da banca e o aluno participaram in loco.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa **Prof. Dr. Antonio Carlos dos Santos** apresentou a Comissão Examinadora e concedeu ao discente a palavra para a exposição do trabalho. A seguir, o senhor presidente concedeu a palavra aos examinadores, que passaram a arguir o candidato. Ultimada a arguição, a Banca, em sessão secreta, atribuiu os conceitos finais. Em face do resultado obtido, a Banca Examinadora considerou o candidato Aprovado. Esta defesa de Dissertação de Mestrado Acadêmico é parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre. O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU. Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos e foi lavrada a presente ata que após lida e aprovada foi assinada pela Banca Examinadora.

Antonio Carlos dos Santos

Professor Orientador: **Prof. Dr. Antonio Carlos dos Santos – FECIV/UFU**

Membro externo: **Prof. Dr. Luiz Carlos de Almeida – FEC/UNICAMP**

Leila Aparecida de Castro Motta

Membro interno: **Prof.^a Dr.^a Leila Aparecida de Castro Motta – FECIV/UFU**

Uberlândia, 28 de março de 2017.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, por todas as bênçãos que coloca em minha vida.

Ao meu pai, Jovair, por ter me auxiliado nos ensaios e sempre me incentivar nos momentos mais difíceis.

A minha mãe e irmã, Marilene e Lorayne, e meus amigos pelo apoio e compreensão.

Ao meu primo, Matheus, e todos meus tios e primos por me ajudarem e tornarem esta caminhada mais divertida.

Aos meus colegas, especialmente Felipe e Lucas, pelo companheirismo e força.

Ao meu orientador Professor Antônio Carlos dos Santos por sua orientação e sabedoria.

Aos professores da graduação e pós-graduação da Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia, em especial, a professora Leila Aparecida Castro Motta, por todos os ensinamentos.

A Cristiane Pires, técnica do laboratório de estruturas, e todos os funcionários da Faculdade de Engenharia Civil, por toda paciência e atenção.

As empresas Belgo Bekaert Arames e Basf pelo incentivo a esta pesquisa com a doação das fibras de aço e do aditivo superplastificante.

A Básica Construtora por toda ajuda e atenção, sempre prestativa em me ajudar com materiais e mão de obra.

Alves, V. S. S. Avaliação do efeito de punção em lajes lisas de concreto com fibras com a variação do índice de retangularidade. 142 p. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2017.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo avaliar a punção em lajes lisas de concreto reforçado com diferentes taxas de fibras de aço e variando o índice de retangularidade do pilar, em pilares internos e carregamento simétrico. A justificativa desta pesquisa se encontra na inexistência da avaliação destas duas variáveis, simultaneamente, na literatura. Além disto, nenhuma destas é considerada na maioria dos métodos normativos, mesmo que tais parâmetros influenciem na resistência ao puncionamento. Foram ensaiadas 9 modelos locais de lajes com dimensão de 1800x 1800 mm² e altura de 130 mm, onde variou-se a quantidade de fibra adicionada (0; 50 e 60 kg/m³) e o índice de retangularidade (1;1,5 e 2,03). Os parâmetros analisadas foram a carga de ruptura, o deslocamento vertical, deformação da armadura, características e quantidade de fissuras formadas. A adição de fibras de aço se mostrou efetiva para o aumento da resistência à punção, independentemente do índice de retangularidade, levando a formação de um número maior de fissuras e maiores deslocamentos verticais posteriormente a ruptura. O índice de retangularidade influenciou a resistência a punção e o comportamento da ruptura, em que para o índice de 1 a 1,5 ocorre um acréscimo da resistência a punção, e entre 1,5 e 2,03 ocorre um decréscimo. Os métodos normativos de maneira geral se mostraram conservadores, mas considerando o grande número de variáveis não consideradas no equacionamento, esta segurança é necessária.

Palavras-chave: Concreto reforçado com fibra – Lajes lisas - Punção – Índice de retangularidade dos pilares

Alves, V. S. S. Evaluation of the effect of punching in flat slabs with concrete reinforced with steel fibers with variation of column rectangularity coefficient. 142p. MSc Dissertation, College of Civil Engineering, Federal University of Uberlândia, 2017.

ABSTRACT

The objective of this work is to evaluate the punching in flat slabs of concrete reinforced with different rates of steel fibers and varying the pillar rectangular index in internal column and symmetrical loading. The justification of this research is find in the lack of evaluation of these two variables, simultaneously, in the literature. Moreover, none of these is consider in most normative methods, even that these parameters influence punching resistance. 9 local models of slabs with a dimension of 1800x 1800 mm² and a height of 130 mm were tested, where the amount of added fiber (0, 50 and 60 kg / m³) and the rectangular index (1, 1,5 e 2,03) were varied. The analyzed parameters were the load of rupture, the vertical displacement, deformation of the armature, characteristics and amount of cracks formed. The addition of steel fibers proved effective for increasing puncture resistance, regardless of the rectangular index, leading to the formation of a larger number of cracks and greater vertical displacements after rupture. The rectangular index influenced the puncture resistance and the behavior of the rupture, in which for the index of 1 to 1,5 an increase in puncture resistance occurs, and between 1,5 and 2,03 a decrease occurs. The normative methods in general have been conservative, but considering the large number of variables not considered in the equation, this safety is necessary.

Keywords: Concrete reinforced with steel fibers – Flat slabs- Punching – Index of rectangularity of column

SÍMBOLOS, ABREVIATURAS E SIGLAS

SÍMBOLOS

a	- Comprimentos dos vãos da laje
a_s	- Constante que varia em função da posição do pilar
b_p	- Valor do perímetro do pilar ou área carregada
b_0	- Perímetro crítico distante $0,5 \cdot d$ da face do pilar
C_{min}	- Menor lado do pilar
$C_{máx}$	- Maior lado do pilar
C_{max}/C_{min}	- Índice de retangularidade do pilar
d	- Altura útil da laje
d_f	- Diâmetro efetivo da fibra
d_g	- Diâmetro máximo do agregado
d_v	- Altura útil da laje para a norma Fib Model Code 2010 (2012)
d_x	- Altura útil na direção x
d_y	- Altura útil na direção y
f_c	- Resistência característica à compressão do concreto
f_{Fuk}	- Valor característico de resistência residual última a tração
f_{Fts}	- Valor da resistência residual à tração no estado limite de serviço
f_{R1}	- Resistência residual característica do concreto para 0,5 mm de abertura de fissura
f_{R3}	- Resistência residual característica do concreto para 2,5 mm de abertura de fissura
h	- Altura efetiva da laje
l_f	- Comprimento da fibra não alongada
L	- Comprimento equivalente da laje em relação ao modelo ensaiado
m_s	- Momento fletor médio solicitante
m_R	- Momento fletor médio resistente
n_f	- Fator de aderência das fibras
$r_{s,x}$	- Distância entre o eixo do pilar e o momento nulo na direção paralela ao eixo x
$r_{s,y}$	- Distância entre o eixo do pilar e o momento nulo na direção paralela ao eixo y
u_1	- Perímetro crítico distante $2 \cdot d$ da face do pilar
u_p	- Perímetro da seção crítica distante $d/2$ da face do pilar
V_{exp}	- Carga de ruptura da laje lisa
V_f	- Volume de fibras
V_r	- Carga em que se formou a primeira fissura na laje
V_{AZ}	- Carga de ruptura por punção através da norma ACI318:2014 (2014)
V_{BACI}	- Carga de ruptura por punção através do método de Borges (2004) modificando a ACI318:2002

V_{BCEB}	- Carga de ruptura por punção através do método de Borges (2004) modificando a CEB-FIP MC90 (1991)
V_{CEB}	- Carga de ruptura por punção através da norma CEB-FIP MC90 (1991)
V_{Eu}	- Carga de ruptura por punção através da norma Eurocode2.2010 (2010)
V_{Fib}	- Carga de ruptura por punção total através da norma Fib Model Code 2010 (2012)
$V_{Fib,c}$	- Parcela da carga de ruptura por punção devido ao concreto sem fibras, através da norma Fib Model Code 2010 (2012)
$V_{Fib,f}$	- Parcela da carga de ruptura por punção devido a adição de fibras de aço, através da norma Fib Model Code 2010 (2012)
V_{Har}	- Carga de ruptura por punção através do método de Harajli et al. (1995)
V_{Haw}	- Carga de ruptura por punção através do método de Hawkins et al. (1971)
V_{HeH}	- Carga de ruptura por punção através do método de Holanda e Hanai (2003)
V_{Hi}	- Carga de ruptura por punção através do método de Higashiyama et al. (2011)
V_{Ho}	- Carga de ruptura por punção através do método de Holanda (2002)
V_{NBR}	- Carga de ruptura por punção através da norma ABNT NBR 6118:2014 (2014)
V_{Ol}	- Carga de ruptura por punção através do método de Oliveira (2003)
V_{SeG}	- Carga de ruptura por punção através do método de Shaaban e Gesund (1994)
ρ	- Taxa de armadura de flexão aderente
ρ_x	- Taxa de armadura de flexão aderente na direção x
ρ_y	- Taxa de armadura de flexão aderente na direção y
λ	- Fator de correção de flexão
γ_c	- Coeficiente de segurança do concreto
γ_f	- Coeficiente de segurança do concreto com fibra
τ_{Az}	- Tensão cisalhante através da norma ACI318:2014 (2014)
τ_{SeG}	- Tensão cisalhante através do método de Shaaban e Gesund (1994))
τ_r	- Tensão resistente de cisalhamento afastada $2.d$ da face do pilar
τ_{Rd1}	- Tensão resistente à tração diagonal afastada $2.d$ da face do pilar
τ_{Rd2}	- Tensão resistente de compressão no perímetro do pilar ou área carregada
τ_{Sd1}	- Tensão atuante à tração diagonal afastada $2.d$ da face do pilar
τ_{Sd2}	- Tensão atuante de compressão no perímetro do pilar ou área carregada
v	- Resistência à compressão para um concreto fissurado
v	- Tensão atuante de cisalhamento

SIGLAS

CRF	- Concreto Reforçado com Fibras
CRFA	- Concreto Reforçado com Fibras de Aço
TFCC	- Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	8
Introdução	8
1.1 Introdução	8
1.2 Objetivos	11
1.2.1 Objetivos gerais	11
1.2.2 Objetivos específicos	11
1.3 Estrutura do trabalho	12
CAPÍTULO 2	13
Revisão Bibliográfica	13
2.1 Conceitos básicos	13
2.1.1 Punção	13
2.1.2 Concreto reforçado com fibra de aço	18
2.2 Pesquisas analíticas e experimentais	24
2.2.1 Forssel e Holmberg (1946)	24
2.2.2 Hawkins, Fallsen e Hinojosa (1971)	25
2.2.3 Swamy e Ali (1982)	26
2.2.4 Alexander e Simmonds (1992)	28
2.2.5 TheodoraKopoulos e Swamy (1993)	28
2.2.6 Shaaban e Gesund (1994)	29
2.2.7 Tan e Paramavisam (1994)	30
2.2.8 Harajli, Maalouf e Khatib (1995)	31
2.2.9 Hughes e Xiao (1995)	33
2.2.10 Zambrana Vargas (1997)	34
2.2.11 Azevedo (1999)	34
2.2.12 Teng, Kuang e Cheong (1999)	35

2.2.13 Holanda (2002).....	36
2.2.14 Holanda e Hanai (2003).....	37
2.2.15 Al-Yousif e Regan (2003)	38
2.2.16 Silva (2003)	38
2.2.17 Oliveira (2003)	39
2.2.18 Borges (2004).....	41
2.2.19 Musse (2004).....	42
2.2.20 Santos (2005)	42
2.2.21 Mouro (2006).....	44
2.2.22 Cheng e Parra-Montesinos (2010).....	44
2.2.23 Gouveia et al. (2010)	46
2.2.24 Binici, Erdogan e Ozcebe (2011)	46
2.2.25 Higashiyama et al. (2011).....	47
2.2.26 Nguyen-Minh et al. (2011)	48
2.2.27 Sagasetta et al. (2014)	49
2.2.28 Barros, Moraes Neto e Melo (2015)	50
2.3 Métodos de cálculo normativos	50
2.3.1 CEB-FIP MC90(1991).....	51
2.3.2 ABNT NBR 6118:2014	51
2.3.3 Eurocode2:2010	52
2.3.4 ACI318:2014	53
2.3.5 Fib Model Code 2010 (2012).....	54
CAPÍTULO 3	63
Programa experimental	63
3.1 Lajes.....	63
3.2 Armadura de flexão.....	65
3.3 Sistema de ensaio	67
CAPÍTULO 4	72

Análise de Resultados.....	72
4.1 Materiais	72
4.2 Carga de ruptura das lajes	73
4.3 Deslocamentos verticais	76
4.4 Deformação das armaduras.....	83
4.5 Modo de ruptura	91
4.6 Fissuração	92
4.7 Valores estimados para a ruptura.....	94
CAPÍTULO 5	99
Conclusão	99
Referências Bibliográficas	103
Apêndice A	109
Apêndice b.....	128
Apêndice C	137
1 CEB-FIP MC90(1991).....	137
2 ABNT NBR 6118:2014	137
3 Eurocode2:2010	137
4 ACI318:2014	138
5 Fib Model Code 2010 (2012).....	138

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Introdução

O sistema estrutural mais utilizado no Brasil para edifícios em concreto armado é o reticulado, com lajes, vigas e pilares (FERREIRA, 2010). Com o aumento da competitividade, emerge a necessidade do desenvolvimento de novas técnicas e tecnologias, a fim de se destacar no mercado. Neste contexto, surgem novos conceitos, técnicas e materiais que resultam em estruturas cada vez mais arrojadas. Dentre os sistemas estruturais que podem ser citados, se destacam as lajes lisas (TRAUTWEIN, 2006).

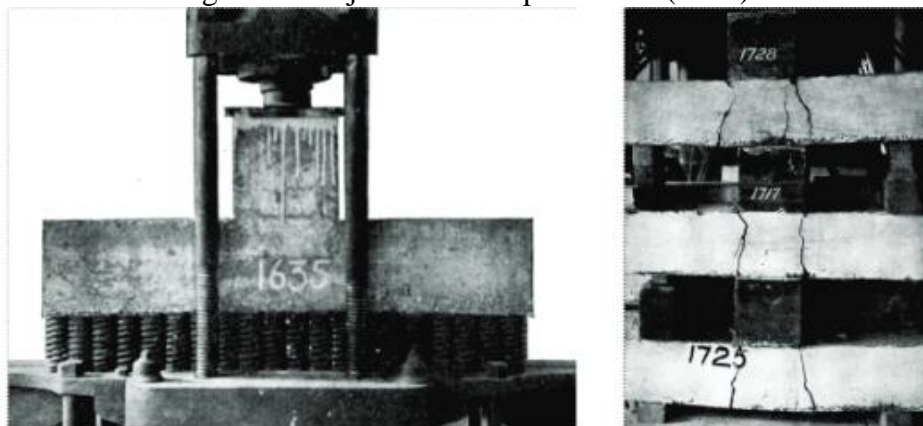
A autoria da primeira construção com laje lisa ainda é discutida entre os pesquisadores, contudo os principais engenheiros citados como os responsáveis pela primeira utilização do sistema são: George M. Hill em 1899, Orlando Whitney Norcross em 1902, C.A.P. Turner em 1906 e Robert Maillart em 1908. Inicialmente, a semelhança da armadura que é utilizada para resistir ao cisalhamento a um cogumelo, foi responsável pela denominação inicial de todas as lajes apoiadas diretamente sobre pilares como lajes cogumelos (MORAES NETO, 2014).

Apesar da atribuição de vanguarda a diferentes engenheiros, na utilização de lajes lisas, o primeiro responsável por avaliar a eficácia do sistema foi o engenheiro C.A.P. Turner em 1906, através do ensaio de prova de carga. As lajes analisadas possuíam um alargamento no pilar na interface laje-pilar e barras com diâmetro de 32 mm em forma de gaiola, em que funcionava como elemento resistente ao cisalhamento (GASPARINNI, 2002).

Talbot (1913) foi o primeiro pesquisador a analisar punção em lajes cogumelos, em que algumas lajes ensaiadas são ilustradas na Figura 1. Foram ensaiadas 197 sapatas, sendo 114 apoiadas em muros e 83 em pilares, verificando que 20 delas romperam por punção. Também foi o primeiro a propor um cálculo para estimar a resistência à punção levando em

consideração apenas a resistência à tração do concreto, apesar de ter constatado que a armadura de flexão também influencia na resistência à punção.

Figura 1 – Lajes ensaiadas por Talbot (1913)

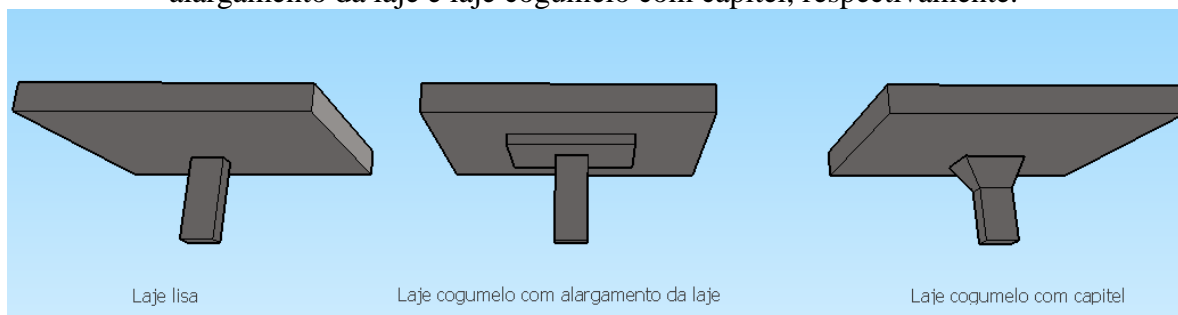


Fonte: Talbot (1913).

A utilização de lajes lisas em alguns países da Europa, América do Norte e Ásia já é corrente, dentre estes países destacam-se: Inglaterra, Estados Unidos e Coréia do Sul. No Brasil tal sistema tem recebido notório destaque no mercado da construção civil nas últimas décadas (OLIVEIRA, 2013).

De acordo com Ferreira (2010), desde a criação das lajes apoiadas diretamente sobre pilares, várias técnicas foram utilizadas para aprimorar tal sistema. Estas lajes podem ser classificadas segundo as seguintes características: tipo de laje (maciça ou nervurada) e alargamentos (capitéis, pastilhas ou sem nenhum alargamento). A Figura 2 ilustra diferentes tipos de lajes lisas maciças em concreto armado.

Figura 2 – Tipos de lajes lisas maciças em concreto armado: laje lisa, laje cogumelo com alargamento da laje e laje cogumelo com capitel, respectivamente.



Fonte: Autor (2016).

Inicialmente as lajes apoiadas diretamente sobre os pilares eram denominadas de lajes lisas ou cogumelos, independentemente do capitel ou pastilha. Contudo, a ABNT NBR

6118:2014 definiu as lajes apoiadas diretamente sobre os pilares e sem alargamentos como lajes lisas, e as lajes em que o pilar possui capitel como lajes cogumelos.

As lajes lisas apresentam uma série de vantagens, em relação ao sistema convencional reticulado, que justificam o crescimento de sua utilização. Entre as principais vantagens estão: flexibilização do *layout*, diminuição da altura total do edifício, simplificação das armaduras e formas, diminuição da quantidade de formas e escoramento, maior facilidade no lançamento do concreto e menor carga na fundação devido a diminuição do peso próprio (ALBUQUERQUE, 2010).

Apesar de apresentar vantagens consideráveis, as lajes lisas possuem alguns inconvenientes, que devem ser considerados para sua utilização. De acordo com Nicácio (2013), as principais desvantagens das lajes lisas são: deslocamentos verticais maiores que o sistema estrutural convencional, considerando o mesmo vão; maiores momentos na ligação laje-pilar; menor estabilidade global em relação a forças horizontais e risco de ruptura por punção na ligação laje-pilar, que pode levar ao colapso progressivo da estrutura no momento da redistribuição dos esforços após a ruptura por punção.

No dimensionamento das lajes lisas, vários aspectos são delimitados em função da resistência à punção. Dentre tais características estão: resistência a compressão do concreto, geometria dos pilares na interface com a laje, espessura da laje e métodos de aumentar a resistência ao cisalhamento quando necessário, entre eles a utilização de concreto reforçado com fibra de aço (TRAUTWEIN, 2006).

Desde o primeiro estudo de lajes lisas, realizado por Talbot (1913), diversos pesquisadores internacionais e nacionais tem avaliado os fatores que interferem no comportamento e resistência de lajes lisas quanto a ruptura por punção. Segundo Mouro (2006), o aumento índice de retangularidade, para o mesmo perímetro do pilar, diminui a resistência à punção, enquanto para Santos (2005), a utilização do concreto reforçado com fibras aumenta a resistência à punção. Contudo nenhuma pesquisa avalia os dois efeitos simultaneamente, a fim de analisar qual seria mais influente no comportamento e na resistência á punção da laje lisa.

Apesar do efeito positivo causado pela incorporação de fibras de aço, a maioria das normas desconsidera a fibra incorporada como fator resistente ao efeito de punção, em que entre as analisada somente a Fib Model Code 2010(2012) considera. O efeito negativo causado pelo aumento do índice de retangularidade do pilar para pilares internos sem transferência de momento também é desconsiderado pela maioria das normas, sendo considerado somente quando ocorre a transferência de momento para o pilar. A única norma analisada que considera decréscimo causado na resistência a punção pela variação do índice de retangularidade é a ACI 318:2014.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos gerais

Esta pesquisa visa avaliar a resistência à punção e ductilidade da ligação laje-pilar, variando a taxa de fibra de aço adicionada (0; 50 e 60 kg/m³) e o índice de retangularidade dos pilares (1; 1,5 e 2,03) mantendo o perímetro do pilar igual a 1000 mm.

Também serão comparados os métodos de estimativa de carga de ruptura por punção para diferentes códigos e normas internacionais, além de métodos de cálculo de outros pesquisadores que consideraram variação do índice de retangularidade ou adição de fibra de aço, com os valores experimentais encontrados e da literatura.

1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Analisar os valores de carga e modo de ruptura quando variando o índice de retangularidade ou concreto reforçado com fibra de aço, e os dois simultaneamente;
- Analisar os diferentes métodos de estimativa de carga de ruptura considerando índice de retangularidade ou adição de fibras de aço, considerando os resultados experimentais encontrados por diferentes pesquisadores;
- Comparar os valores experimentais com os métodos de cálculo da literatura e normativos;

1.3 Estrutura do trabalho

O Capítulo 1 faz uma breve introdução sobre laje lisa, os objetivos da pesquisa e a estrutura do trabalho.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre punção, concreto reforçado com fibras de aço e pesquisas que analisaram punção em lajes com concreto reforçado com fibra de aço ou variação do índice de retangularidade. Além de apresentar resumidamente métodos de cálculo utilizados por diferentes normas.

No Capítulo 3 é elucidado o programa experimental, com os detalhes sobre todos os procedimentos realizados para execução dos ensaios, assim como características dos materiais e equipamentos.

O Capítulo 4 expõe os resultados obtidos nos ensaios, tais como: deformação do aço do concreto, deslocamento vertical da laje, resistência à compressão do concreto, resistência à tração diagonal do concreto, módulo de elasticidade secante do concreto e limite de escoamento do aço. Assim como, as análises dos resultados obtidos de modo a avaliar as características quanto a variação da taxa de fibras e índice de retangularidade. Também são comparados os valores experimentais com os valores estimados pelas normas e códigos, e métodos analíticos propostos por outros autores que consideram índice de retangularidade ou concreto reforçado com fibra de aço.

No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões sobre os valores encontrados nos ensaios realizados, comparações entre as diferentes lajes ensaiadas e métodos de estimativa de cálculo, o programa experimental utilizado, além de sugerir pesquisas futuras.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentados conceitos básicos sobre punção em lajes lisas, concreto reforçado com fibra de aço e pesquisas nacionais e internacionais onde foram avaliados punção em lajes lisas com adição de fibras de aço ou com variação do índice de retangularidade dos pilares em lajes bidirecionais. Também serão discutidos os métodos de cálculo de punção das normas nacional e internacionais, e de pesquisadores, onde tais métodos serão comparados com os valores encontrados na literatura.

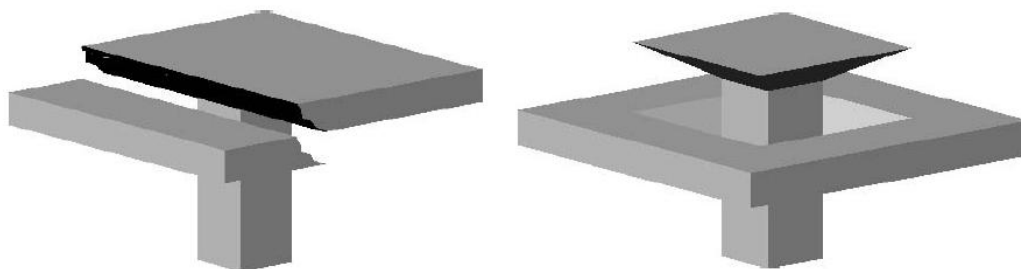
2.1 Conceitos básicos

Neste subitem são apresentados conceitos básicos sobre punção e concreto reforçado com fibra.

2.1.1 Punção

As lajes lisas podem apresentar ruptura por cisalhamento por dois diferentes mecanismos: cisalhamento em uma direção ou cisalhamento nas duas direções. O cisalhamento em uma direção é conhecido como ruptura por viga chata, onde caracteriza-se pelo desenvolvimento de uma fissura inclinada por todo o comprimento da peça, típico em lajes unidirecionais. O cisalhamento em duas direções é a punção propriamente dita e ocorre em lajes bidirecionais (WIGHT et al., 2009). Os modos de ruptura por cisalhamento em lajes é ilustrado na Figura 3.

Figura 3 – Tipos de ruptura por cisalhamento em lajes lisas



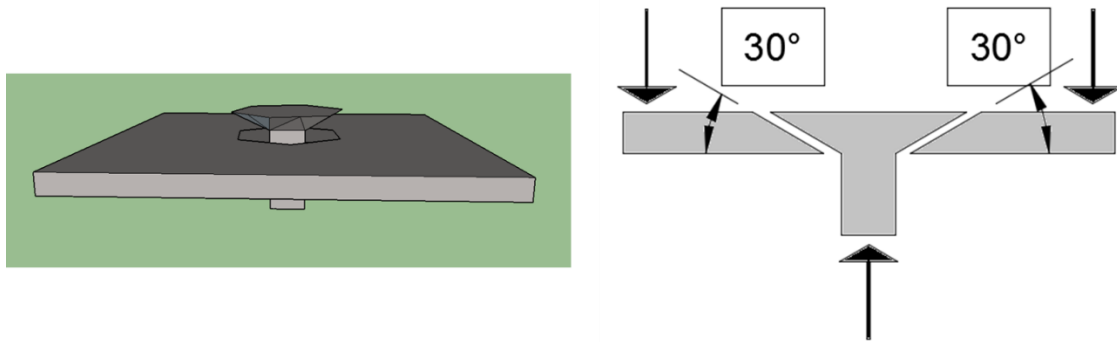
a) Ruptura em uma direção ou por viga chata

b) Ruptura em duas direções ou por punção

Fonte: Wight et al. (2009).

A ruptura por punção é um fenômeno de natureza frágil, que ocorre em lajes ou sapatas delgadas, devido a um esforço concentrado em uma pequena área, gerando elevadas tensões de cisalhamento nesta região. Forma-se uma superfície tronco-cônica ou tronco-piramidal com inclinação das fissuras em relação a horizontal de aproximadamente 30° (AZEVEDO, 1999). O esquema da ruptura por punção é apresentado na Figura 4.

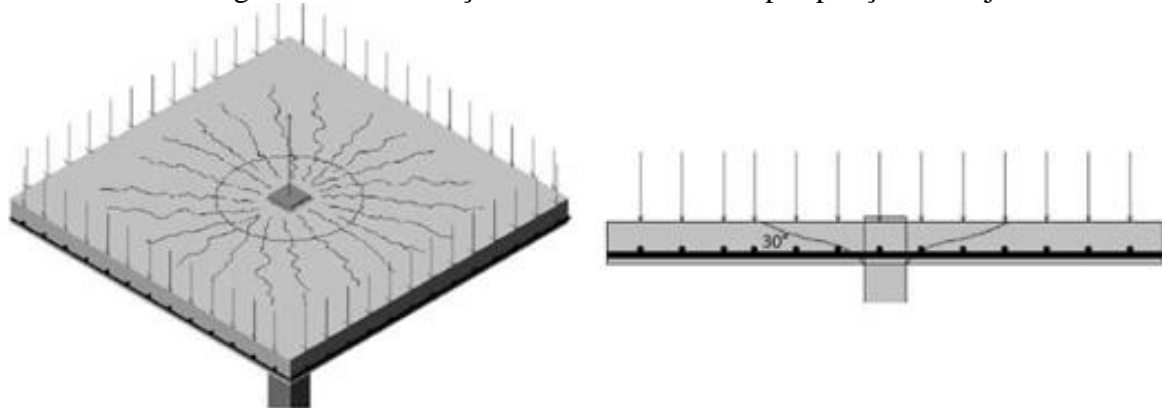
Figura 4 – Esquema da ruptura por punção



Fonte: Autor.

De acordo com Leonhardt e Mönning (1979), Azevedo (1999), Trautwein (2006), Ferreira (2010), Moraes Neto (2014), entre outros pesquisadores, inicialmente as deformações tangenciais são maiores que as deformações circunferenciais, surgindo primeiramente as fissuras radiais. Somente para elevados estágios de carga aparecem fissuras circunferenciais, desenvolvendo-se a superfície de ruptura por cisalhamento, com inclinação da ordem de 25° a 40° em relação a horizontal, como ilustra a Figura 5.

Figura 5 – Distribuição das fissuras e ruína por punção em laje lisa



Fonte: Leonhardt e Mönning (1979)

Segundo Melo (1990) apud. Ferreira (2010), o primeiro caso de ruptura por punção em lajes cogumelo que se tem notícia foi o edifício *Prest-of-life*, em Indianópolis no ano de 1911. O total desligamento do pilar da laje levou à ruína toda a estrutura, devido ao colapso

progressivo após a ruptura da ligação laje-pilar, causando a morte de 9 pessoas e deixando 20 feridas.

Foram noticiados, em todo mundo, vários outros casos de ruína devido ao punção em lajes lisas. A Figura 6 ilustra o colapso parcial do edifício *Pipers Row Car Park* em Wolverhampton, Inglaterra no ano de 1997.

Figura 6 – Colapso parcial do edifício *Pipers Row Car Park* em Wolverhampton, Inglaterra em 1997

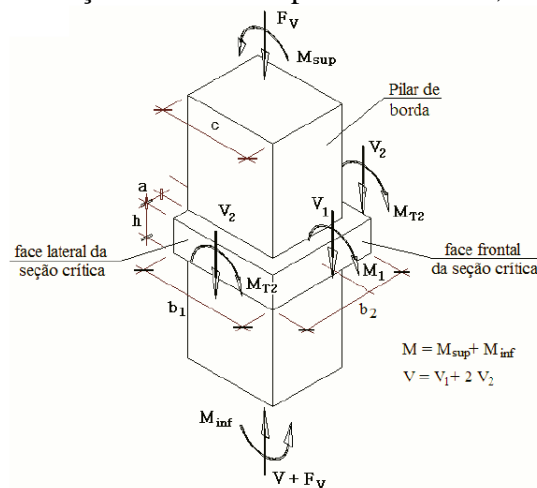


Fonte: Wood (2008).

Segundo Albuquerque (2010), a dificuldade para a determinação de equações analíticas para estimativa das tensões na região de interface laje-pilar é devido à complexidade da distribuição de tensões na região. Portanto, as normas e códigos, nacional e internacionais, determinam a resistência ao cisalhamento da laje, considerando uma seção crítica no entorno do pilar e ajustam os valores utilizando coeficientes obtidos experimentalmente.

Para pilares de extremidade, o fenômeno de punção é mais crítico, já que ocorre a transferência de momento entre a laje e o pilar. Esse fenômeno torna mais complexo a análise da interface, visto que atuam na região o esforço cortante, momento fletor e torção (MELO, 2005). A Figura 7 ilustra os esforços atuantes nos pilares de borda.

Figura 7 – Esforços atuantes em pilares de borda, em lajes lisas



Fonte: Barbán (2008).

Devido a questões arquitetônicas e estruturais, é comum o uso de pilares internos retangulares. A maioria das normas considera somente a geometria e o perímetro do pilar na equacionamento dos esforços atuantes. Contudo, a concentração de esforços cisalhantes também depende do índice de retangularidade dos pilares, onde o índice de retangularidade é o quociente do maior lado pelo menor lado do pilar (SAGASETA et al., 2014).

Forssel e Holmberg (1946) foram os primeiros pesquisadores a avaliar punção em lajes lisas com pilares de seção transversal retangular. Destaca-se também a pesquisa realizada por Hawinks et al. (1971), que contribuiu para as recomendações da norma americana (ACI318) quanto ao comportamento das lajes lisas, considerando a influência do índice de retangularidade.

Segundo Binici et al. (2011), o aumento do índice de retangularidade dos pilares, para o mesmo perímetro, diminui a resistência à punção na interface e torna a ruptura da laje na região mais frágil.

Além da resistência à punção em lajes lisas, é importante salientar que também é necessário a verificação do comportamento e resistência pós-ruptura da ligação laje-pilar. Pois quando os esforços são transferidos para pilares vizinhos, poderá ocorrer a ruptura generalizada da estrutura (ALBUQUERQUE, 2010).

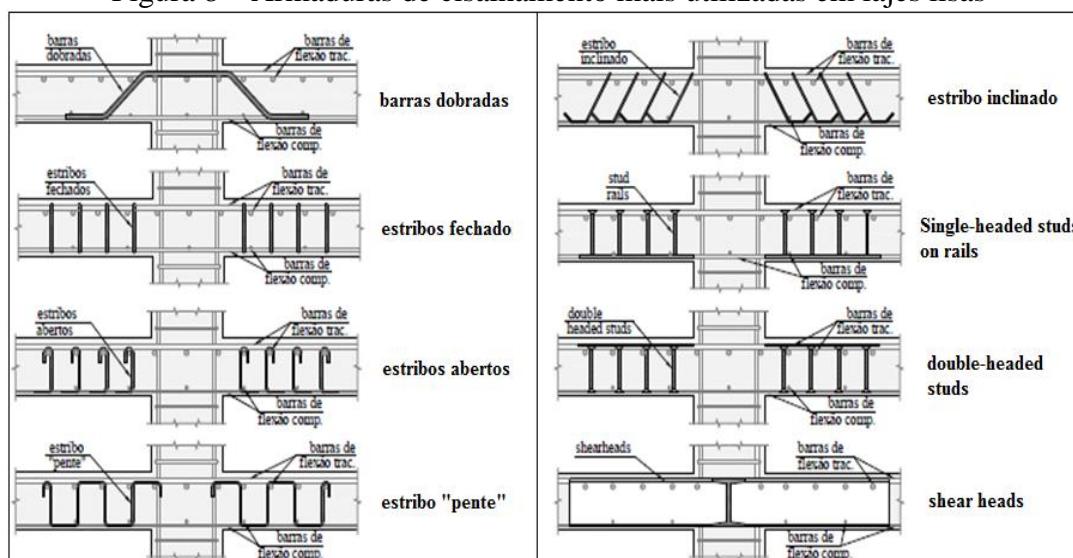
Algumas medidas podem ser tomadas para aumentar a resistência à punção em lajes lisas. Dentre tais medidas estão: aumentar a seção do pilar na interface (capitéis); aumentar a espessura da laje na interface (pastilha); aumentar a espessura de toda laje; aumentar a taxa de armadura de flexão aderente; adição de fibras no concreto e utilização de armadura de cisalhamento (NICÁCIO, 2013).

O aumento da espessura da laje, ou da resistência à compressão a tração, elevam a resistência à punção da laje. Contudo os dois parâmetros individualmente tornam a ruptura mais frágil. A ruptura mais frágil é crítica, já que não tem aviso prévio, impedindo que medidas de segurança sejam tomadas anteriormente a ruína (TAN e PARAMAVISAM, 1994).

Ainda segundo estes autores, uma medida para tornar a ruptura menos frágil seria adicionar fibras de aço ao concreto. Sendo observado que com a adição de fibras de aço, a ruptura da interface laje-pilar, para determinadas quantidades de fibras adicionadas, foi precedida pelo escoamento da armadura de flexão e maior formação de fissuras radiais e circunferenciais, se comparado a laje sem fibras.

Dentre os diferentes tipos de armadura de cisalhamento, ilustrados na Figura 8, a armaduras do tipo *stud* são as mais populares, devido ao fato de serem industrializados e fornecidas por empresas especializadas, o que lhes permite maior padronização e garantia de qualidade (FERREIRA, 2010).

Figura 8 – Armaduras de cisalhamento mais utilizadas em lajes lisas



Fonte: Adaptado de Ferreira (2010).

2.1.2 Concreto reforçado com fibra de aço

Neste subitem será apresentado as definições sobre o concreto reforçado com fibras e os fatores que interferem na sua eficiência no concreto.

2.1.2.1 Concreto reforçado com fibra

A utilização de compósitos na construção civil é milenar, remetendo ao Antigo Egito. Em que, observa-se citações sobre a utilização de tijolos de argila reforçados com palha nas *Escrituras Sagradas* (MEHTA e MONTEIRO, 2006).

Segundo Bentur e Mindess (2007), concreto reforçado com fibra (CRF) é composto por uma matriz de cimento hidráulico, um reforço com agregados de diferentes granulometrias e fibras incorporadas de forma descontínua.

Segundo Góis (2010 p. 23):

A resistência à tração dos compósitos depende da natureza da matriz, do tipo, características, geometria e quantidade de fibras empregadas como reforço e da forma de eficiência da interação fibra-matriz.

A adição de fibras ao concreto iniciou-se a partir de 1960, em que as primeiras fibras utilizadas eram de aço. Desde então, vários tipos de fibras vem sendo apresentadas, podendo ser encontradas fibras de origem vegetal, mineral e artificial (GOIS, 2010).

Dos métodos normativos, somente a Fib Model Code 2010 (2012) permite a substituição da armadura de cisalhamento pelo concreto reforçado com fibras. Contudo, segundo Barros (2000), a utilização de concreto reforçado com fibras de aço apresentaria inúmeras vantagens em relação ao reforço convencional utilizando barras de aço. Destacando-se a redução no tempo com mão de obra para corte e dobra da armadura, que resultaria em menor tempo total na execução da estrutura de concreto.

Segundo Moraes Neto (2014), alguns cuidados devem ser tomados durante o preparo do concreto com adição de fibras de aço (CRFA), de modo a evitar que ocorra a aglomeração

das fibras, formando os denominados *ouriços*. Esse acúmulo promove a redução da trabalhabilidade, desempenho mecânico e da durabilidade do concreto.

Alguns fatores podem influenciar na aglomeração das fibras de aço, entre eles: o fator de forma e a porcentagem de fibras adicionadas. Em que, quanto maior a porcentagem de fibras adicionadas ou maior o fator de forma da fibra, maior será a tendência de formação de *ouriços*. Para que isto seja evitado, recomenda-se que as fibras sejam lançadas no concreto em parcelas e juntamente com os agregados graúdos, de modo a homogeneizar as fibras na mistura, anteriormente ao lançamento do cimento (FIGUEIREDO, 2000).

De acordo com Barros (2000), outros fatores que interferem na aglomeração de fibras de aço são: o tamanho, porcentagem e granulometria dos agregados; o método utilizado no preparo do concreto e a relação água/cimento.

Outras desvantagens do CRFA são: o custo, que pode ser superior ao reforço convencional com barras de aço, dependendo da quantidade de fibras de aço adicionadas; e a alta heterogeneidade da mistura, para volumes superiores a 30 kg/m³, que exige a utilização de aditivos químicos (SHAKHMENKO et al., 2007).

Segundo a ACI544.1R-96 (1996) a utilização de fibras coladas em pentes é uma alternativa para diminuição da interferência causada na trabalhabilidade pelo uso de fibras de aço. A cola utilizada nos pentes se dissolve em contato com a água, de modo a permitir que as fibras sejam distribuídas em parcelas e de forma homogênea.

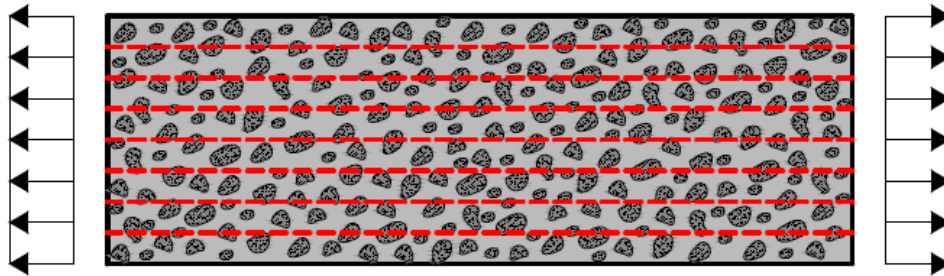
Quanto ao dimensionamento de lajes lisas, a adição de fibras de aço é uma alternativa para substituir a armadura de cisalhamento. Para Harajli et al. (1995), as fibras de aço podem aumentar a ductilidade do concreto e modificar a comportamento da ruptura de punção pura para flexão pura em pilares internos, dependendo das características da fibra e do concreto.

1.2.2 Fatores que interferem no desempenho do CRFA para punção

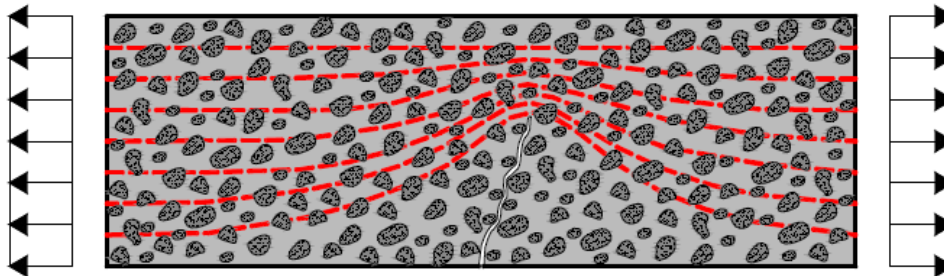
O método de funcionamento do CRFA compreende na redistribuição de esforços após a formação das fissuras, mesmo quando a quantidade de fibras é baixa. No concreto convencional, quando ocorre uma fissura, esta torna-se uma barreira para a propagação das

tensões, levando a concentração de tensões na extremidade da fissura. No CRFA, as fibras funcionam como ponte de transferência, minimizando a concentração de tensões nas extremidades das fissuras. A distribuição de tensões para o concreto sem fibra e com fibra é ilustrada na Figura 9 e 10, respectivamente (FIGUEIREDO, 2000).

Figura 9 – Distribuição de tensões em concreto sem fibras



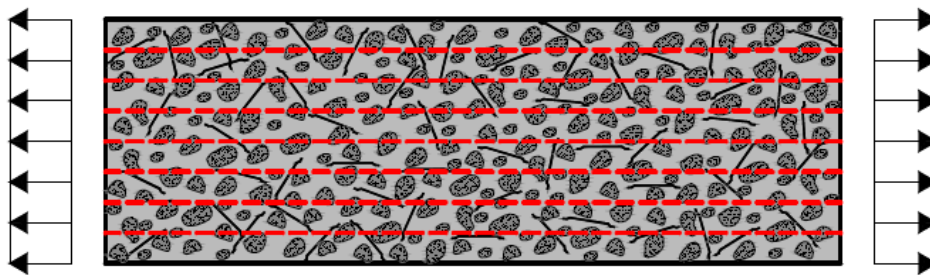
a) Distribuição das tensões no concreto simples antes da fissuração



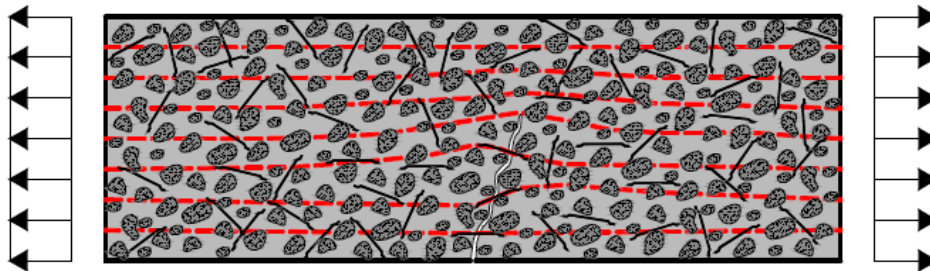
b) Distribuição das tensões no concreto simples fissurado

Fonte: Figueiredo (2000) adaptado por Moraes Neto (2014).

Figura 10 – Distribuição de tensões em concreto com fibras



a) Distribuição das tensões no CRFA antes da fissuração



b) Distribuição das tensões no CRFA fissurado

Fonte: Figueiredo (2000) adaptado por Moraes Neto (2014).

De acordo com Hanai e Holanda (2008), a resistência à punção aumenta com o acréscimo da resistência a tração do concreto. Contudo, o concreto de alta resistência apresenta ruptura mais frágil, em virtude da menor granulometria dos agregados utilizados que leva a diminuição dos efeitos positivos do atrito e do interbloqueio dos agregados.

As fibras podem ser classificadas segundo a geometria em lisas, onduladas e com ganchos nas extremidades. Segundo Cheng e Parra-Montesinos (2010), as fibras lisas e onduladas garantem a ancoragem através do atrito com o concreto. A fibra com gancho é mais efetiva que a fibra ondulada e lisa, para a mesma resistência à tração, devido maior eficiência de ancoragem do gancho.

Quanto maior a resistência à tração das fibras, maior a resistência ao puncionamento da laje. Cheng e Parra-Montesinos (2010), variaram a resistência da fibra em 1100 MPa e 2300 MPa, obtiveram uma resistência à punção 75% superior para a fibra mais resistente. Contudo as lajes apresentaram mesma característica quanto a formação de fissuras e deslocamentos verticais na ruptura, independentemente da fibra utilizada, concluindo que o volume de fibras foi mais influente no comportamento da laje do que a resistência da fibra.

O volume de fibras crítico é o volume em que as fibras serão solicitadas em seu valor máximo e o compósito ainda continua trabalhável. Um volume abaixo do crítico, leva a tensões excessivas nas poucas fibras e a sua ruptura prematura. Volumes acima do crítico, começam a afetar a trabalhabilidade do concreto, além de gerar uma incorporação excessiva de ar (GÓIS, 2010).

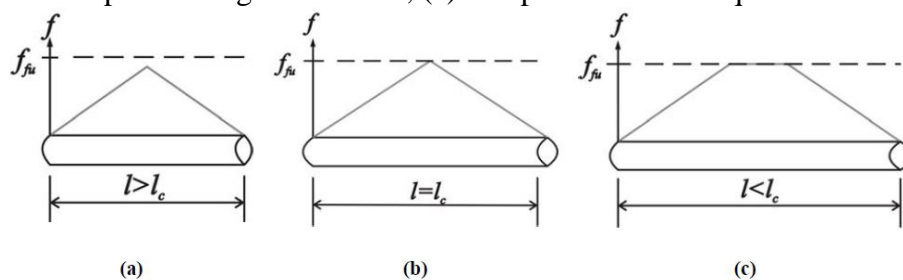
O volume usual de fibras adicionado no concreto varia entre 0,5 a 2,0% em relação ao volume total de concreto. No qual a quantidade máxima que pode ser adicionado é influenciada pela dimensão máxima do agregado. Os agregados dificultam que as fibras sejam distribuídas de forma uniforme na mistura, resultando em quantidades máximas menores que podem ser adicionadas (AZEVEDO, 1999). A ACI 554.3R:1994 delimita a dimensão máxima do agregado em 20 mm.

De acordo com Bentur e Mindess (2007), o comprimento crítico é o comprimento mínimo para que a fibra escoe antes que seja arrancada da matriz, ou seja, o comprimento que garanta

a ancoragem na matriz. Se o comprimento da fibra for igual ou superior ao crítico, a maioria das fibras irá escoar, atingindo assim seu máximo potencial. As possíveis distribuições de tensão nas fibras são apresentadas na Figura 11.

Segundo Figueiredo (2000), o comprimento crítico varia conforme a resistência à compressão do concreto. Para concreto de elevada resistência mecânica, a aderência entre a fibra e matriz é melhorada, resultando em menores valores de comprimento crítico do que para concretos com baixa ou moderada resistência.

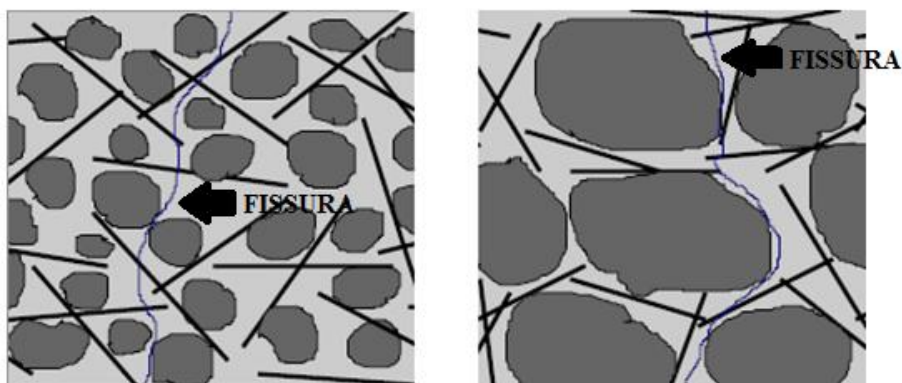
Figura 11 – Distribuições de tensões para: (a) comprimento menor que o crítico; (b) comprimento igual o crítico; (c) comprimento maior que o crítico



Fonte: Adaptado de Bentur e Mindess (2007).

O comprimento adequado garante que a fibra, além de trabalhar nas fissuras formadas na matriz do concreto, possa gerar uma ponte de transferência de tensões na zona de transição agregado-pasta, aumentando a resistência desta região (FIGUEIREDO, 2000). A Figura 12 ilustra uma situação em que as fibras trabalham adequadamente devido o comprimento corretamente escolhido e outra em que as fibras não trabalham eficientemente, devido ao incorreto comprimento.

Figura 12 – Comprimento correto das fibras, possibilitando que trabalhem eficientemente (esquerda); Comprimento incorreto, impossibilitando que as fibras trabalhem corretamente (direita)



Fonte: Figueiredo (2000) adaptado

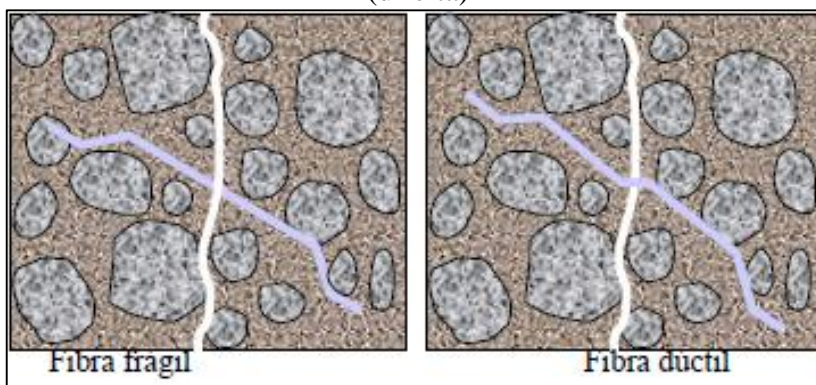
As fibras de aço também potencializam o efeito da armadura contínua, por efeito sinérgico. Onde trabalham melhorando a adesão entre o concreto e a armadura, de forma a inibir a fissuração na região de ocorrência de transferência de esforços. Distribuindo de maneira mais homogênea as tensões entre armadura e concreto (BENTUR e MINDESS, 2007).

Segundo Soroushian e Lee (1990) apud Santos (2005), a orientação das fibras relaciona-se a suposição de que as fibras ficarão organizadas em todas as direções, gerando esforços resistentes em todas as microfissuras. Porém a vibração do concreto tende a reorientar as fibras no plano horizontal, resultando em um situação diferente da teórica.

O fator de forma é a relação geométrica obtida pela divisão entre o comprimento da fibra não alongado e o diâmetro do círculo com área equivalente a seção transversal (FIGUEIREDO, 2011). A ACI 554.3R:1994 delimita o valor de fator de forma das fibras de 30 a 100.

A ductilidade também pode comprometer a capacidade resistente do CRFA, pois, caso a ductilidade não seja suficiente para que a fibra deforme plasticamente no momento em que ocorrer a fissuração, as fibras podem romper por cisalhamento antes que ocorra o deslizamento da fibra na matriz de concreto, como ilustra a Figura 13.

Figura 13 – Ruptura de fibra por cisalhamento (esquerda); ruptura por deformação plástica (direita)



Fonte: Figueiredo (2000) adaptado

Segundo Naaman (2003), para obter a maior eficiência e desempenho possível do concreto reforçado com fibra, o coeficiente de Poisson e o coeficiente de expansão térmica dos materiais devem ser da mesma ordem de grandeza. As fibra também devem apresentar resistência à tração de duas a quatro vezes superior à do concreto, a força de aderência à

matriz de concreto deve ser igual ou maior que a resistência à tração da matriz e o módulo de elasticidade da fibra deve ser pelo menos três vezes superior ao módulo de elasticidade do concreto.

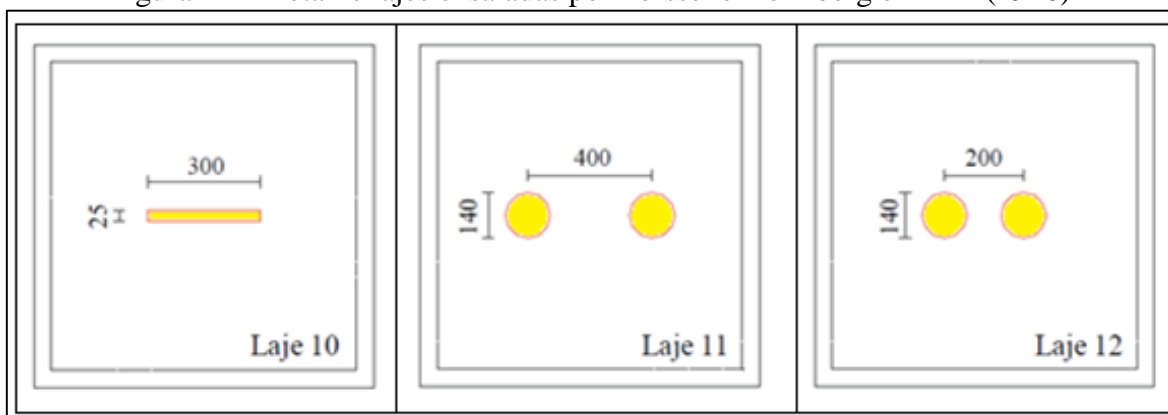
2.2 Pesquisas analíticas e experimentais

Neste subitem serão apresentadas algumas pesquisas nacionais e internacionais onde foram avaliados a influência da adição de fibras no concreto e variação do índice de retangularidade dos pilares. Além de descrever as pesquisas, serão apresentados resumos de propostas de cálculos desenvolvidos com o intuito de prescrever a resistência última à punção em lajes. Foram apresentados somente os resultados dos pesquisadores relacionados a pilares internos com variação do índice de retangularidade ou adição de fibras.

2.2.1 Forssel e Holmberg (1946)

Foram ensaiadas lajes quadradas com dimensões de 1200 x 1200 mm², com espessura de 117 mm a 127 mm e resistência estimada à compressão do concreto de 18 MPa. Foram utilizados 3 tipos de carregamentos retangulares: aplicado no centro, utilizando um chapa de seção retangular com dimensão 25 mm x 300 mm; e duas seções circulares com diâmetro de 140 mm com eixos espaçados 200 e 400 mm. Na Figura 14 é apresentado os detalhes das lajes ensaiadas.

Figura 14 – Detalhe lajes ensaiadas por Forssel e Holmberg em mm (1946)



Fonte: Forssel e Holmberg (1946) adaptado.

O Quadro 1 apresenta os valores de carga de ruptura encontrados (V_{exp}), o menor (C_{min}) e maior (C_{max}) lado do pilar, o índice de retangularidade (C_{max}/C_{min}), a resistência característica a compressão do concreto (f_{ck}), altura útil da laje (d) e taxa de armadura da laje (ρ). Todas as lajes tiveram modo de ruptura semelhante, e apesar da utilização de áreas circulares nas lajes

11 e 12, os esforços cortantes concentraram-se nas extremidades das áreas carregadas, assim como na seção retangular.

Quadro 1 – Características das lajes de Forssell e Holmberg (1946)

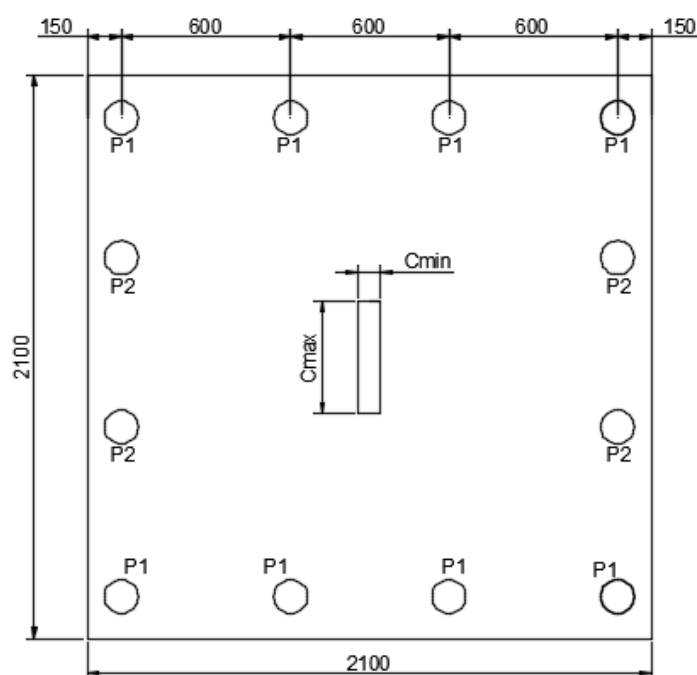
Laje	V_{exp} (kN)	C_{min} (mm)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)
10	186	25	300	12,00	18	104	0,68
11	279	140	400	2,86	18	112	0,63
12	265	140	200	1,43	18	108	0,65

Fonte: Forssell e Holmberg (1946)

2.2.2 Hawkins, Fallsen e Hinojosa (1971)

Foram ensaiadas lajes quadradas com dimensões de 2100 x 2100 x 152 mm³, com pilares moldados monoliticamente com seção variável e altura igual a 1041 mm. As variáveis foram: o índice de retangularidade, a posição do carregamento e a taxa de armadura de flexão. O esquema de ensaio é ilustrado na Figura 15.

Figura 15 – Detalhes das lajes ensaiadas por Hawkins et al. (1971)



Fonte: Hawkins et al.(1971) adaptado

O carregamento na maioria dos ensaios foi aplicado em dois bordos perpendiculares aos maiores lados do pilar. Em algumas lajes foram aplicados carregamentos diferentes nas duas direções da laje, para analisar a influência de momento fletor atuante no pilar. Observou-se

que com o aumento do índice de retangularidade, a resistência à punção das lajes diminui. Os valores encontrados são apresentados no Quadro 2.

Quadro 2 – Características e resultados das lajes ensaiadas por Hawkins et al. (1971)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{min} (mm)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)
7	326	152	457	3,01	27	117	0,87
8	321	114	495	4,34	27	121	0,81
9	322	152	305	2,01	30	121	0,77

Fonte: Hawkins et al.(1971) apud Oliveira (2003)

Com os resultados experimentais encontrados, os autores propuseram uma expressão para calcular a carga de ruptura por punção para índice de retangularidade superiores a 2, conforme a Equação 1.

$$\frac{V_{Haw}}{b_p \cdot d \cdot \sqrt{f_c}} = (0,21 + 0,25 \cdot \frac{C_{min}}{C_{max}}) \leq 0,335 \quad \text{Equação 1}$$

Sendo V_{Haw} é a carga de ruptura por punção, em kN; b_p é o valor do perímetro do pilar, em mm; d é a altura útil da laje, calculada através da Equação 2, em mm; f_c é a resistência a compressão do concreto, em MPa; C_{max} e C_{min} a maior e menor dimensão do pilar, respectivamente, em mm.

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad \text{Equação 2}$$

Onde d é a altura útil da laje, em mm; d_x e d_y são as alturas úteis nas direções x e y, respectivamente, em mm.

2.2.3 Swamy e Ali (1982)

Foram analisadas 19 lajes com dimensões de 1800 mm de lado e espessura de 125 mm. As variáveis analisadas foram: tipo e volume de fibra de aço (V_f) (0,6%; 0,9%; 1,2% e 1,37%) adicionados, região ao redor do pilar onde foi utilizado concreto com fibras, combinação de fibras de aço e armadura de cisalhamento, e variação da taxa e localização da armadura de flexão.

O carregamento foi aplicado utilizando pilar centrado quadrado com dimensão de 150 x150 mm², que foi moldado monoliticamente a laje com altura de 250 mm. Foram utilizados três

tipos de fibras: onduladas, com ganchos nas extremidades e retas. O fator de forma da fibra (l_f/d_f) também variou em 83,3 e 100.

Em algumas lajes foi utilizado concreto reforçado com fibra ondulada de aço em toda laje. Em outras, quando a taxa de fibras é igual a 0,9%, utilizou-se CRFA até uma distância de 3 vezes da altura da laje ($3h$) em relação a face do pilar ou até uma altura 60 mm a partir da face tracionada em toda a laje, ou $3,5h$ da face do pilar para taxa de fibras igual a 1,37%. Os concretos reforçados com fibras retas ou com gancho na extremidade só foram utilizadas até a distância de $3,5h$ em relação a face do pilar, quando utilizado o volume de 0,9%.

As fibras proporcionaram redução no deslocamento vertical, independentemente se aplicada em toda laje ou afastada a partir de $3h$. Quando utilizado fibras somente na região tracionada, não ocorreu aumento significativo na resistência ao puncionamento. A concentração de armaduras na região ao redor do pilar aumenta a resistência à punção, quando não utilizado fibra. No Quadro 3 são apresentados os valores encontrados.

Quadro 3 – Características das lajes de Swamy e Ali (1982)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{min} (mm)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f
S1	197,7	150	1,00	40,6	10	0,63	0	-	-
S2	243,6	150	1,00	41,3	10	0,63	0,6	Ondulada	100
S3	262,9	150	1,00	41,3	10	0,63	0,9	Ondulada	100
S4	281	150	1,00	41,3	10	0,63	1,2	Ondulada	100
S5	267,2	150	1,00	41,3	10	0,63	0,9	Ondulada	100
S8	255,7	150	1,00	41,3	10	0,63	0,9	Ondulada	100
S9	179,3	150	1,00	41,3	10	0,63	0,9	Ondulada	100
S10	203	150	1,00	41,3	10	0,63	0,9	Ondulada	100
S11	262	150	1,00	41,3	10	0,63	0,9	Ondulada	100
S12	249	150	1,00	41,3	10	0,63	0,9	com gancho	100
S13	236,7	150	1,00	41,3	10	0,63	0,9	Lisa	83,3
S16	213	150	1,00	41,3	10	0,63	0,9	Ondulada	100
S18	265,5	150	1,00	41,3	10	0,63	1,37	Ondulada	100

Fonte: Swamy e Ali (1982) adaptado.

2.2.4 Alexander e Simmonds (1992)

Foram ensaiadas 6 lajes de concreto armado com dimensões de 2750 x 2750 x 115 mm³ e com pilares moldados monoliticamente com dimensão de 200 x 200 x 200 mm³. As variáveis analisadas foram: volume de fibra de aço adicionado e cobrimento de concreto da armadura de flexão (11 e 38 mm). Foram utilizadas fibras do tipo onduladas.

Foi observado que a adição de fibras de aço levou ao aumento da resistência ao puncionamento, independente do cobrimento utilizado. A diferença de cobrimento não gerou mudanças significativas nos valores de carga última, podendo concluir que tal variação não influi na resistência à punção. Os valores encontrados são apresentados no Quadro 4.

Quadro 4 – Características das lajes de Alexander e Simmonds (1992)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f
P11F0	257	200	1,00	33,2	132	0,46	0	-	-
P11F31	324	200	1,00	35,8	132	0,46	0,4	ondulada	41,12
P11F66	345	200	1,00	35	132	0,46	0,8	ondulada	41,12
P38F0	264	200	1,00	35,6	105	0,46	0	-	-
P38F34	308	200	1,00	38,4	105	0,46	0,4	ondulada	41,12
P38F69	330	200	1,00	38,5	105	0,46	0,8	ondulada	41,12

Fonte: Alexander e Simmonds (1992) adaptado.

2.2.5 TheodoraKopoulos e Swamy (1993)

Foram ensaiadas 20 lajes quadradas com dimensão de 1800 x 1800 mm² e espessura de 125 mm. As variáveis analisadas foram: tipo, geometria e volume de fibra; variação na taxa de armadura de flexão; as dimensões do pilar e resistência à compressão do concreto. Foram utilizados fibras onduladas de comprimento 38 e 50 mm, retas de seção retangular e elíptica de comprimento 25 e 53 mm, respectivamente; e as fibras com gancho na extremidades com comprimento de 50 mm.

Foi utilizado um pilar moldado monoliticamente à laje com altura de 250 mm e com a área variando em 100 x 100 mm², 150 x 150 mm² e 200 x 200 mm². Em todas as lajes analisadas do pesquisador, foi utilizado concreto reforçado com fibra somente na região que compreende 550 mm em relação ao eixo central da laje, formando um quadrado com lados iguais a 1100 mm. No restante da laje utilizou concreto sem adição e fibras.

A utilização de fibras reduz as deformações verticais e aumenta a capacidade de carga de ruptura, se comparada com lajes sem fibras. A adição de fibras de aço na taxa de 1% pode permitir que a armadura de flexão seja reduzida sem que a laje perca capacidade resistente à punção, além de alterar o modo de ruptura de punção para flexão. No Quadro 5 são apresentados os resultados encontrados.

Quadro 5 – Características das lajes de TheodoraKopoulas e Swamy (1993)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f
FS-1	173,5	150	1,00	35,4	100	0,56	0	-	-
FS-2	225	150	1,00	34	100	0,56	0,5	ondulada	100
FS-3	247,4	150	1,00	35,6	100	0,56	1	ondulada	100
FS-4	224,4	150	1,00	37,3	100	0,56	1	ondulada	100
FS-5	198,1	150	1,00	38	100	0,37	1	ondulada	100
FS-6	174,5	150	1,00	35,7	100	0,37	1	ondulada	100
FS-7	192,4	150	1,00	34,5	100	0,37	1	ondulada	100
FS-8	136,5	100	1,00	36,6	100	0,56	0	-	-
FS-9	211	100	1,00	35,6	100	0,56	1	ondulada	100
FS-10	150,3	200	1,00	36,4	100	0,56	0	-	-
FS-11	216,6	200	1,00	34,2	100	0,56	1	ondulada	100
FS-12	191,4	150	1,00	36,1	100	0,56	1	lisa	59,81
FS-13	259,8	150	1,00	33,5	100	0,56	1	com gancho	100
FS-14	217,5	150	1,00	35	100	0,56	1	lisa	69,74
FS-15	235,5	150	1,00	31,2	100	0,56	1	ondulada	69,74
FS-16	239,5	150	1,00	27,9	100	0,56	1	lisa	69,74
FS-17	238	150	1,00	46,8	100	0,56	1	lisa	69,74
FS-18	227,8	150	1,00	14,2	100	0,56	1	lisa	69,74
FS-19	268,4	150	1,00	36,6	100	0,37	0	-	-

Fonte: TheodoraKopoulas e Swamy (1993) adaptado.

2.2.6 Shaaban e Gesund (1994)

Foram ensaiadas 13 lajes quadradas de concreto armado com lados iguais a 1448 mm e altura de 83 mm. Foram utilizadas fibras de aço onduladas. As variáveis analisadas foram a resistência a compressão do concreto e o volume de fibra adicionado ao concreto. No Quadro 6 são apresentados os valores encontrados para CRFA.

Quadro 6 – Características das lajes de Shaaban e Gesund (1994)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f
SFO-1	90	63,5	1,00	33,4	65	1,6	0	-	-
SFO-2	112,5	63,5	1,00	39,5	65	1,6	0	-	-
SFO-3	81	63,5	1,00	31,05	65	1,6	0	-	-
SFO-4	94,5	63,5	1,00	31,74	65	1,6	0	-	-
SF2-1	94,5	63,5	1,00	34,5	65	1,6	0,61	ondulada	20,56
SF2-2	112,5	63,5	1,00	37,26	65	1,6	0,61	ondulada	20,56
SF2-3	70	63,5	1,00	29,67	65	1,6	0,61	ondulada	20,56
SF2-4	85,5	63,5	1,00	24,84	65	1,6	0,61	ondulada	20,56
SF3-1	108	63,5	1,00	37,67	65	1,6	0,95	ondulada	20,56
SF4-1	135	63,5	1,00	46,78	65	1,6	1,19	ondulada	20,56
SF4-2	117	63,5	1,00	36,57	65	1,6	1,19	ondulada	20,56
SF6-1	99	63,5	1,00	22,36	65	1,6	1,86	ondulada	20,56
SF6-2	103,5	63,5	1,00	22,08	65	1,6	1,86	ondulada	20,56

Fonte: Shaaban e Gesund (1994) adaptado.

Com base nos resultados encontrados pelos autores, foi proposto uma modificação na ACI318:89 para estimar a carga de ruptura por punção de lajes considerando o concreto com adição fibras de aço, pilar interno e sem armadura de cisalhamento (Equação 3).

$$V_{SeG} = 0,083 \cdot 10^{-3} \cdot (0,98 \cdot V_f + 6,8) \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \quad \text{Equação 3}$$

Onde V_{SeG} é a carga de ruptura por punção, em kN; V_f é o volume de fibras em relação ao volume de concreto, em %; b_0 é o perímetro crítico distante $0,5 \cdot d$ da face do pilar, em mm; d é a altura útil da laje, em mm; f_c é a resistência a compressão do concreto, em MPa.

2.2.7 Tan e Paramavisam (1994)

Foram ensaiadas 14 modelos de lajes lisas em que os parâmetros analisados foram: altura efetiva, volume de fibras adicionado, altura da laje, resistência a compressão do concreto e lado do pilar quadrado. Os modelos de lajes eram quadradas e apoiadas nas quatro bordas.

As fibras de aço tinham geometria com gancho na extremidade, comprimento de 30 mm e 0,5 mm de diâmetro. A resistência à tração das fibras utilizadas foi de 1275 MPa. O pilar quadrado foi simulado por uma chapa metálica e posicionado no centro da laje. O

carregamento foi aplicado de baixo para cima através de um atuador hidráulico. Na Quadro 7 são apresentados os resultados encontrados pelos autores para CRFA.

Quadro 7 – Características das lajes de Tan e Paramavisam (1994)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f
SFRC1-1	21,4	100	1,00	46,2	22	0,87	0,31	com gancho	60
SFRC1-2	22,6	100	1,00	45,8	22	0,87	0,31	com gancho	60
SFRC1-3	18,9	100	1,00	47,2	22	0,87	0,31	com gancho	60
SFRC2-1	20,9	100	1,00	40,3	22	0,87	0,5	com gancho	60
SFRC2-2	23,7	100	1,00	40,7	22	0,87	1	com gancho	60
SFRC2-3	24,6	100	1,00	39,7	22	0,87	1,5	com gancho	60
SFRC2-4	27,4	100	1,00	47,8	22	0,87	2	com gancho	60
SFRC3-1	9,4	100	1,00	46,9	14	0,87	0,31	com gancho	60
SFRC3-2	54,9	100	1,00	46,1	35	0,87	0,31	com gancho	60
SFRC3-3	70,5	100	1,00	48,4	44	0,87	0,31	com gancho	60
SFRC4-1	19	100	1,00	37,6	22	0,87	0,31	com gancho	60
SFRC4-2	20	100	1,00	60,6	22	0,87	0,31	com gancho	60
SFRC5-1	26,1	200	1,00	41,4	22	0,87	0,31	com gancho	60
SFRC5-2	18,7	150	1,00	39,8	22	0,87	0,31	com gancho	60

Fonte: Tan e Paramavisam (1994) adaptado.

Os autores observaram que o perímetro crítico, para lajes com concreto reforçado com fibras de aço, forma-se a uma distância de 4,5 vezes a altura útil da laje, com uma inclinação em relação ao plano horizontal variando de 20° a 60°.

Os valores de carga em que apareceram as primeiras fissuras, a quantidade de armaduras que escoaram, a carga de ruptura e a ductilidade da laje aumentaram quando acrescido o volume de fibras de aço, a altura da laje, a resistência a compressão do concreto ou área do pilar.

2.2.8 Harajli, Maalouf e Khatib (1995)

Nesta pesquisa foram avaliados os efeitos da fibra de aço e polipropileno na resistência à punção e no comportamento da laje lisa no momento da ruptura. Foram ensaiadas 24 modelos de lajes lisas em escala reduzida. Os parâmetros analisados foram: tipo de fibra (aço e polipropileno), volume de fibras adicionado, o fator de forma das fibras, altura útil da laje.

Os modelos de lajes eram quadrados com lados igual a 650 mm, apoiadas nas quatro bordas. As fibras de aço utilizadas tinham geometria com gancho na extremidade. O pilar, posicionado no centro, tinha dimensões de 100x100 mm². O concreto foi dosado no local para obter resistência à compressão aproximada, aos 28 dias, igual a 27,6 MPa. A Quadro 8 apresenta os valores encontrados para CRFA.

Quadro 8 – Características das lajes de Harajli, Maalouf e Khatib (1995)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f
A1	58,8	100	1,00	29,6	39	1,12	0	-	-
A2	63,6	100	1,00	30	39	1,12	0,45	com gancho	100
A3	73,1	100	1,00	31,4	39	1,12	0,8	com gancho	100
A4	64,7	100	1,00	24,6	39	1,12	1	com gancho	60
A5	58,3	100	1,00	20	39	1,12	2	com gancho	60
B1	91,8	100	1,00	31,4	55	1,12	0	-	-
B2	105,9	100	1,00	31,4	55	1,12	0,45	com gancho	100
B3	108,4	100	1,00	31,8	55	1,12	0,8	com gancho	100
B4	108,8	100	1,00	29,1	55	1,12	1	com gancho	60
B5	134,5	100	1,00	29,2	55	1,12	2	com gancho	60

Fonte: Harajli, Maalouf e Khatib (1995) adaptado.

Foram observados valores de resistência a ruptura por punção até 36% superiores, em relação a laje sem fibra, para adição de fibras de aço de 2%. A resistência ao puncionamento foi influenciada somente pelo aumento do volume de fibras, ou seja, o fator forma não apresentou significância na resistência à punção e ductilidade. A adição de fibras de aço pode também alterar o modo de ruptura da laje de punção pura para flexão ou uma combinação de flexão e punção.

Os autores, com base nos resultados encontrados e de pesquisadores, propuseram uma equação para determinação do aumento da capacidade resistente por punção quando considerado a adição de fibras de aço, apresentado na Equação 4.

$$V_{Har} = (0,33 + (0,75 \cdot V_f)) \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \quad \text{Equação 4}$$

Sendo V_{Har} é a capacidade resistente devido a adição de fibra de aço, em kN; V_f é o volume de fibras em relação ao volume de concreto, em %; b_0 é o perímetro crítico distante $0,5 \cdot d$ da face do pilar, em mm; d é a altura útil da laje, em mm; f_c é a resistência a compressão do concreto, em MPa.

2.2.9 Hughes e Xiao (1995)

Foram ensaiadas 22 lajes de concreto com dimensão de 860 x 860 mm². As variáveis analisadas foram: a espessura da laje (50, 65 e 80 mm), o tipo de fibra (polipropileno e aço), a volume de fibra, o fator forma das fibras de aço, a taxa de armadura de flexão. Em algumas lajes foi utilizado armadura de cisalhamento distribuída em cinco camadas espaçadas 50 mm.

O pilar foi moldado monoliticamente à laje e possui área de 132 x 132 mm². O carregamento foi aplicado centralmente, com a laje apoiado nas quatro bordas. O ensaio foi realizado com deformação controlada com velocidade de 0,3 mm/min.

Foi observado que o acréscimo na taxa de armadura de flexão aumentou a resistência à punção, contudo não alterou o comportamento da ruptura por punção. A armadura de cisalhamento e o acréscimo de fibras de polipropileno, ou aço, ao concreto elevaram a resistência à punção e alteraram o modo de ruptura, além da diminuição nos deslocamentos verticais. No Quadro 9 são apresentados os resultados encontrados para CRFA.

Quadro 9 – Características das lajes de Hughes e Xiao (1995)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f
S1	122	132	1,00	36,8	67	1	0	-	-
S4	89	132	1,00	41,6	52	1	0	-	-
S5	108	132	1,00	44,8	52	1	1	lisa	95
S6	106	132	1,00	36	52	1	1	lisa	100
S8	121	132	1,00	41,6	52	1	1	ondulada	92,3
S9	116	132	1,00	38,4	52	1	1	ondulada	80
S12	105	132	1,00	31,2	52	1	0,5	ondulada	92,3
S13	127	132	1,00	42,4	52	1	1,5	ondulada	92,3
S16	66	132	1,00	39,2	40	1	0	-	-
S18	91	132	1,00	29,6	40	1	1	ondulada	92,3
S21	116	132	1,00	36	52	1,5	0	-	-
S22	108	132	1,00	41,6	52	0,8	1	ondulada	92,3

Fonte: Hughes e Xiao (1995) adaptado.

2.2.10 Zambrana Vargas (1997)

Foram ensaiadas 12 modelos de lajes lisas de concreto armado com dimensões de 800 x 800 x 60 mm³. O pilar foi moldado monoliticamente à laje com seção igual a 100 x 100 mm². As variáveis analisadas foram: o volume de fibras de aço, a utilização de armadura de cisalhamento tipo *studs* e a resistência a compressão do concreto. Foram utilizadas fibras com ganchos nas extremidades.

Observou-se que a adição de fibras de aço potencializou a armadura de cisalhamento, alterando o modo de ruptura de punção para flexo-punção, além de aumentar a carga de ruptura em mais de 62%. No Quadro 10 são apresentados os resultados encontrados para CRFA.

Quadro 10 – Características das lajes de Zambrana Vargas (1997)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f
L02	84	100	1,00	31,5	40	1,73	0,75	com gancho	37,48
L03	97	100	1,00	31,6	40	1,73	1,5	com gancho	37,48
L07	101	100	1,00	88,7	40	1,73	0	-	-
L08	112	100	1,00	79	40	1,73	0,75	com gancho	37,48
L09	136	100	1,00	93	40	1,73	1,5	com gancho	37,48

Fonte: Zambrana Vargas (1997) adaptado.

2.2.11 Azevedo (1999)

Foram ensaiadas 12 lajes com dimensões de 1160 x 1160 x 100 mm³. As variáveis analisadas foram: resistência a compressão do concreto, o volume de fibras de aço e a utilização de armadura de cisalhamento do tipo *studs*, disposta radialmente.

O carregamento foi aplicado por pilar central, que foi simulado por uma chapa metálica de seção igual a 80 mm. As fibras usadas foram as com ganchos nas extremidades. As armaduras de cisalhamento do tipo *studs* foram espaçadas em nove camadas, sendo formadas de 6,6 mm de diâmetro.

Foi verificado que as fibras foram mais eficientes em concreto de alta resistência do que nos convencionais. A utilização de fibras altera o modo de ruptura das lajes, contudo as fibras nas produziram acréscimo quando em conjunto com a armadura de cisalhamento. A adição

de fibra de aço proporcionou maior ductilidade na ruptura do que a armadura de cisalhamento. Os resultados encontrados são apresentados no Quadro 11.

Quadro 11 – Características das lajes de Azevedo (1999)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f
OSCS1	176,5	80	1,00	43,7	80	1,57	0	-	-
OSCS2	192	80	1,00	36,4	80	1,57	0,75	com gancho	67
OSCS3	197,6	80	1,00	30,8	80	1,57	1,5	com gancho	67
HSCS1	190,7	80	1,00	86,7	80	1,57	0	-	-
HSCS2	206,8	80	1,00	81,8	80	1,57	0,75	com gancho	67
HSCS3	293,9	80	1,00	79,3	80	1,57	1,5	com gancho	67

Fonte: Azevedo (1999) adaptado.

A autora propôs uma expressão para estimar a carga de ruptura considerando a adição de fibras de aço ao concreto, sendo apresentado na Equação 5.

$$V_{Az} = (0,17 + 0,05 \cdot V_f) \cdot \left[u_1 \cdot d \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \cdot \sqrt[3]{f_c} \right] \quad \text{Equação 5}$$

Onde V_{Az} é a carga de ruptura por punção, em kN; V_f é o volume de fibras em relação ao volume de concreto, em %; u_1 é o perímetro crítico distante $2 \cdot d$ da face do pilar, em mm; d é a altura útil da laje, em mm; f_c é a resistência a compressão do concreto, em MPa.

2.2.12 Teng, Kuang e Cheong (1999)

Foram ensaiadas lajes com dimensões de 2200 mm x 2200 mm x 150 mm. As seções transversais dos pilares foram 200 mm x 200 mm, 200 mm x 500 mm e 200 mm x 1000 mm, simulando índices de retangularidade de 1, 3 e 5 respectivamente, permanecendo a menor dimensão constante e com carregamento diferenciado do concreto nas direções x e y da laje. A resistência a compressão estimada do concreto foi de 40 MPa.

Todas as lajes foram moldadas juntamente com um trecho de pilar medindo 200 mm de altura. O sistema de ensaio consistiu na aplicação de cargas iguais em oito pontos através de vigas metálicas, de cima para baixo. As principais características das lajes ensaiadas são apresentadas na Quadro 12.

Quadro 12 – Características das lajes ensaiadas por Teng, Kuang e Cheong (1999)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{min} (mm)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	h (mm)	L (mm)	ρ (%)
------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	----------------	-------------	-------------	-----------	---------------

OC11	423	200	200	1,00	36	105	150	5500	1,81
OC13	568	200	600	3,00	35,8	107	150	5500	1,71
OC15	649	200	1000	5,00	40,2	103	150	5500	1,76

Fonte: Teng, Kuang e Cheong (1999) apud Mouro (2006)

2.2.13 Holanda (2002)

A pesquisa teve por objetivo avaliar os mecanismos resistentes e similaridades devido a adição de fibras de aço no comportamento de lajes rompendo por punção e vigas ao cisalhamento. As principais variáveis analisadas foram: o volume e tipo de fibra, e a resistência a compressão do concreto.

Na série 1 foram ensaiadas vigas pilotos, com as mesmas características das lajes ensaiadas por Azevedo (1999) (mesmas altura e taxa de armadura de flexão; e largura igual à dimensão do pilar), sendo observado que o mecanismo de transferência da força cortante foram predominantemente por “ação de viga”.

Na série 2 foram ensaiadas vigas curtas, em que a diferença para série 1 foi a relação entre a largura e altura útil que foi igual 2,4 e na série 1 foi de 3,9. Sendo que a resistência a compressão variou entre 35 e 40 MPa.

Analisando as séries piloto, observou-se que houve correlação entre os resultados encontrados para as lajes e vigas da série 1, sendo a transmissão dos esforços predominantemente devido a ação de vigas, para $a/d \geq 2,5$, onde a é o vão da laje ou viga. Contudo na série 2 não ocorreu aumento da capacidade última das vigas quando adicionado fibras de aço, ou seja, as fibras não contribuíram para a resistência ao cisalhamento quando houve predomínio da ação de arco (a/d menor que um valor entre 2 e 3).

Os modelos de laje eram quadrados de 1160mm de lado e espessura de 100mm. O carregamento foi aplicado de cima para baixo, em uma chapa de aço de 80x80mm, simulando um pilar no centro da laje. O ensaio foi realizado com deformação controlada. As variáveis analisadas foram: o volume de fibra, a resistência à compressão do concreto, a espessura da laje e o fator forma das fibras. O valores encontrados são apresentados no Quadro 13.

Quadro 13 – Características das lajes ensaiadas por Holanda (2002)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f
L1	137,2	80	1,00	23,1	85	1,57	0	-	-
L2	139,6	80	1,00	24,4	85	1,57	1	com gancho	54,5
L3	163,6	80	1,00	28,1	85	1,57	2	com gancho	54,5
L4	192,9	80	1,00	57	85	1,57	0	-	-
L5	215,1	80	1,00	59,7	85	1,57	1	com gancho	54,5
L6	236,2	80	1,00	52,4	85	1,57	2	com gancho	54,5
L7	182,9	80	1,00	36,6	85	1,57	0,75	com gancho	48
L8	210,1	80	1,00	46,1	85	1,57	1,5	com gancho	48

Fonte: Holanda (2002)

A adição de fibras tornou a ruptura mais dúctil, sendo as fibras as mais eficientes das variáveis analisadas para aumento de resistência à punção. As fibras foram mais efetivas em concretos de alta resistência, devido a maior ancoragem. O fator forma não promoveu alterações consideráveis no modo de ruptura e resistência à punção das lajes. Na maior parte dos casos houve similaridade no comportamento das vigas e lajes análogas.

Com base nos valores encontrados e nos valores de Zambrana (1997) e Azevedo (1999), a autora propôs uma expressão para estimativa da resistência à punção em lajes com concreto reforçado com fibras de aço (Equação 6).

$$V_{Ho} = 0,6266 \cdot (0,06 \cdot V_f + 0,53) \cdot 10^{-3} \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \quad \text{Equação 6}$$

Em que V_{Ho} é a carga de ruptura por punção, em kN; V_f é o volume de fibras em relação ao volume de concreto, em %; b_0 é o perímetro crítico distante $0,5 \cdot d$ da face do pilar, em mm; d é a altura útil da laje, em mm; f_c é a resistência a compressão do concreto, em MPa.

2.2.14 Holanda e Hanai (2003)

O autores analisando a expressão proposta por Holanda (2002), propuseram um novo equacionamento considerando um número maior de resultados experimentais encontrados na literatura, resultando na Equação 7.

$$V_{HeH} = 0,65 \cdot (0,08 \cdot V_f + 0,51) \cdot 10^{-3} \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \quad \text{Equação 7}$$

Em que V_{HeH} é a carga de ruptura por punção, em kN; V_f é o volume de fibras em relação ao volume de concreto, em %; b_0 é o perímetro crítico distante $0,5 \cdot d$ da face do pilar, em mm; d é a altura útil da laje, em mm; f_c é a resistência a compressão do concreto, em MPa.

2.2.15 Al-Yousif e Regan (2003)

Foram ensaiadas lajes com pilares retangulares com dimensões de 2000 x 2000 x 100 mm³. As variáveis foram a posição de carregamento, em dois ou quatro bordos, e o lado do carregamento em relação ao maior lado do pilar nas lajes carregadas em apenas dois bordos

Todas as lajes romperam por punção e as cargas de ruptura foram maiores para as lajes apoiadas nos quatro bordos. A carga de ruptura mais baixa foi quando o carregamento foi aplicado paralelo ao menor lado do pilar. Os resultados para as lajes com pilares retangulares, com carga aplicada nos quatro bordos, estão apresentados na Quadro 14.

Quadro 14 – Características das lajes ensaiadas por Al-Yousif e Regan (2003)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{min} (mm)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)
2	209	100	500	5,00	23,2	80	0,98
4	242	300	300	1,00	22	80	0,98

Fonte: Al-Yousif e Regan (2003) adaptado.

2.2.16 Silva (2003)

Foram ensaiadas lajes de concreto armado com dimensão de 1800 x 1800 mm² e 130 mm de espessura, submetidas a carregamento central. O carregamento foi aplicado através de chapas metálicas e realizado de baixo para cima. Variou-se os lados do pilar nas seguintes seções: 150 x 150 mm², 150 x 300 mm², 150 x 450 mm² e uma seção circular de 402 mm de diâmetro. O Quadro 15 apresenta as características e os resultados encontrados.

Quadro 15 – Características das lajes ensaiadas por Silva (2003)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{min} (mm)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)
L1	273	150	150	1,00	39,6	90	1,45
L2	401	150	300	2,00	40,4	90	1,45
L3	469	150	450	3,00	40,8	90	1,45

Fonte: Silva (2003) adaptado.

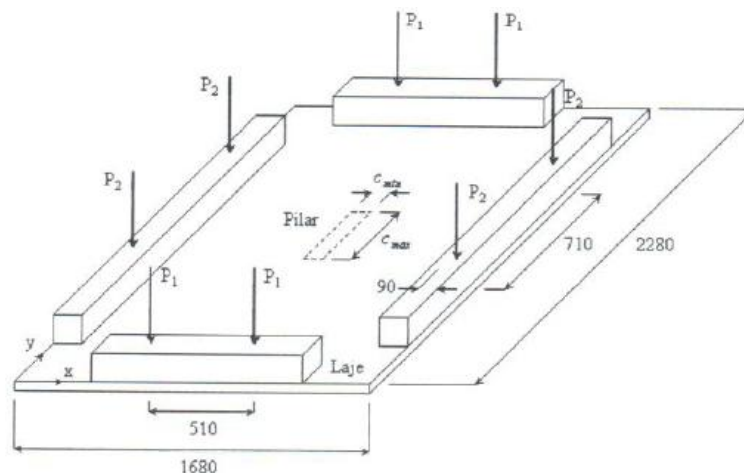
Com o aumento do índice de retangularidade, mantendo um lado constante, ocorreu um aumento na carga de ruptura da laje. Porém o aumento não é tão significativo, para valores de índice de retangularidade superiores a 2.

2.2.17 Oliveira (2003)

Foram ensaiadas lajes de concreto com dimensão de 2280 x 1680 mm² e espessura de 130 mm. O variável principal foi o índice de retangularidade, em que buscou-se verificar a influência da relação entre os lados do pilar e o comportamento à flexão destas lajes.

Os carregamentos foram variados, sendo realizados nas 2 bordas maiores, nas 2 menores e nas quatro bordas. Os carregamentos sempre tiveram a mesma intensidade em que o esquema geral do ensaio é ilustrado na Figura 16. Os resultados são apresentados na Quadro 16.

Figura 16 – Características das lajes ensaiadas por Oliveira (2003)



Fonte: Oliveira (2003).

Quadro 16 – Características das lajes ensaiadas por Oliveira (2003)

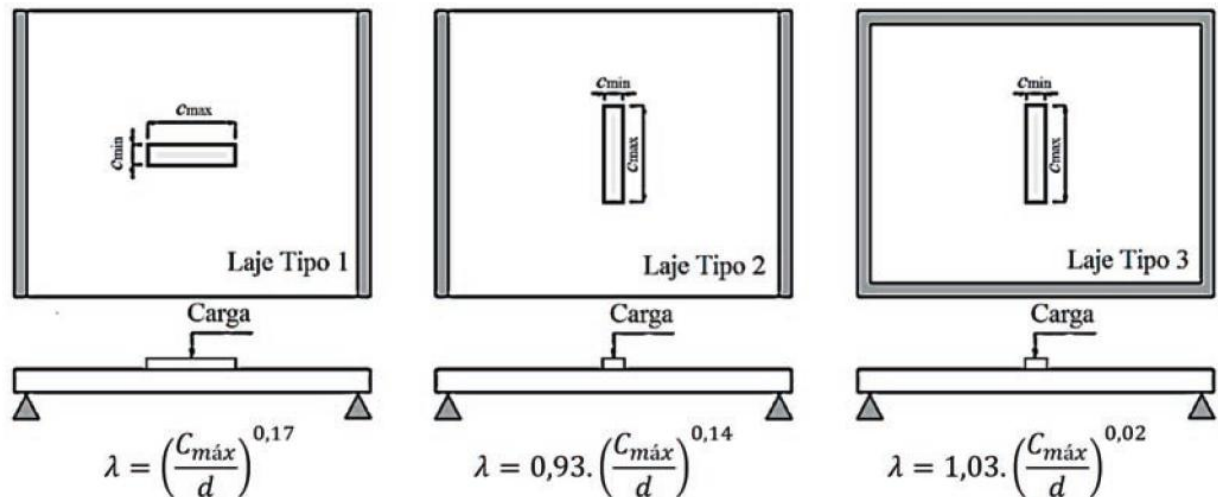
Laje	V_{exp} (kN)	C_{min} (mm)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)
L1c	318	120	120	1,00	59	107	1,09
L2c	331	120	240	2,00	57	107	1,09
L3c	358	120	360	3,00	54	106	1,01
L4c	404	120	480	4,00	56	107	1,09
L5c	446	120	600	5,00	63	109	1,07

Fonte: Oliveira (2003) adaptado.

A partir dos resultados encontrados, o autor propôs um parâmetro λ de correção na estimativa de carga de ruptura por punção para norma CEB-FIP Model Code (1990), em que considera o índice de retangularidade e a orientação dos pilares.

Na expressão proposta, as lajes foram classificadas em três grupos, onde cada grupo possui um fator de flexão (λ) para correção das estimativas de resistência à punção, conforme mostrado na Figura 17. Estes fatores foram determinados considerando o fenômeno da polarização das forças cortantes, para o fenômeno da punção simétrica, com lajes sem armaduras de cisalhamento e solicitadas em uma ou nas duas direções.

Figura 17 – Fatores e flexão e classificação das lajes



Fonte: Paiva et al. (2015)

A proposta de estimativa da carga de ruptura por punção em lajes lisas considerando o índice de retangularidade é calculado através da Equação 8.

$$V_{oi} = \frac{0,18}{\lambda} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 8}$$

Sendo V_{oi} é a carga de ruptura por punção, em kN; u_1 é o perímetro crítico distante $2 \cdot d$ da face do pilar, em mm; d é a altura útil da laje, em mm; f_c é a resistência a compressão do concreto, em Mpa; ρ é a taxa de armadura de flexão, calculado através da Equação 9, em %; λ é o fator de flexão, calculado conforme a Figura 16, adimensional.

$$\rho = \sqrt{\rho_x + \rho_y} \quad \text{Equação 9}$$

Onde ρ é a taxa de armadura de flexão da laje, em %; ρ_x e ρ_y é a taxa de armadura de flexão na direção x e y, respectivamente. O valor de taxa de armadura em cada direção deve ser

calculado considerando a dimensão do pilar acrescido de um comprimento de $3 \cdot d$ para cada lado.

2.2.18 Borges (2004)

Foram ensaiadas lajes com dimensão de $3000 \times 3000 \times 200 \text{ mm}^2$. As variáveis analisadas foram: dimensões do pilar, furos nas lajes, utilização de armadura de cisalhamento e taxa de armadura de flexão. Os pilares foram simulados por chapas de aço e o carregamento aplicado de baixo para cima.

Os modos de ruptura nas lajes sem armadura de cisalhamento ocorreram por punção, independente da geometria do pilar. A inclinação da fissura crítica foi entre 20° e 30° com a horizontal. Na Quadro 17 são apresentados as características e cargas de ruptura das lajes.

Quadro 17 – Características e resultados das lajes ensaiadas por Borges (2004)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{min} (mm)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	h (mm)	ρ (%)
L41	600	150	250	1,67	44,7	139	200	1,39
L41A	650	150	250	1,67	38,9	164	200	1,24
L43A	776	150	450	3,00	38,7	164	200	1,24
L44	814	150	600	4,00	40	164	200	1,18
L42	703	200	400	2,00	43,2	139	200	1,53
L42A	743	200	400	2,00	36,2	164	200	1,15
L45	843	200	600	3,00	42	154	200	1,37
L46	947	200	800	4,00	39,3	164	200	1,15

Fonte: Borges (2004) adaptado.

O aumento das dimensões levou ao acréscimo da carga de ruptura por punção. A carga de ruptura por punção não aumenta na mesma proporção que o perímetro do pilar.

O autor propôs uma alteração na norma ACI318:2002 e CEB-FIP Model Code 90 (1991) em que incorpora o parâmetros (C_{max}/d), afim de considerar o índice de retangularidade no equacionamento, como apresenta a Equação 10 e 11, respectivamente.

$$V_{BACI} = \frac{0,50}{(C_{m\acute{a}x}/d)^{0,1756}} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Equação 10}$$

$$V_{BCEB} = 0,18 \cdot 0,95 \cdot \left(\frac{C_{m\acute{a}x}}{d}\right)^{0,038} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 11}$$

Onde V_{BACI} é a carga de ruptura por punção com alteração proposta por Borges (2004) para a ACI318:2002, em kN; V_{BCEB} é a carga de ruptura por punção com alteração proposta por Borges (2004) para a CEB-FIP MC90 (1991), em kN; b_0 é o perímetro crítico distante $0,5 \cdot d$ da face do pilar, em mm; u_l é o perímetro crítico distante $2 \cdot d$ da face do pilar, em mm; d é a altura útil da laje, em mm; f_c é a resistência a compressão do concreto, em Mpa; ρ é a taxa de armadura de flexão, em %; C_{max} é a maior dimensão do pilar, em mm.

2.2.19 Musse (2004)

Foram ensaiadas oito lajes com dimensão de 1800 x 1800 mm² e espessura de 130 mm. O carregamento foi aplicado no centro, por meio de uma chapa que simula um pilar de seção de 150 x 150 mm². As variáveis analisadas foram: volume de fibras adicionadas, taxa e disposição e camadas da armadura de cisalhamento dispostas radialmente ao pilar.

A armadura de cisalhamento e fibras proporcionaram aumento na resistência à punção da laje. As fibras aumentaram a ductilidade das lajes com ou sem armadura de cisalhamento. As primeiras fissuras a surgir foram as radiais, sendo que o valor de carga para o aparecimento das primeiras fissuras foram constantes, independente da utilização de armadura de cisalhamento e/ou fibras de aço. Os valores encontrados são apresentados no Quadro 18.

Quadro 18 – Características e resultados das lajes ensaiadas por Musse (2004)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f
L1	309	150	1,00	41,7	91	1,36	0	0	0
LF1	390	150	1,00	35,8	90	1,38	0,9	com gancho	80

Fonte: Musse (2004) adaptado.

2.2.20 Santos (2005)

Nesta pesquisa foi avaliado a influência da adição de fibras de aço no puncionamento de lajes lisas para diferentes resistência à compressão do concreto. Foram ensaiadas 12 modelos locais de lajes quadradas com dimensão de 1800x1800 mm² e altura de 130 mm. O pilar foi simulado utilizando uma placa metálica fixada com gesso na laje, com área de contato igual a 150x150 mm².

As lajes com fibras apresentaram um aumento de ductilidade em relação ao concreto sem fibra. A formação de fissuras iniciou-se na face superior com fissuras radiais, com cargas entre 24% e 35% da carga de ruptura da laje, e posteriormente fissuras circunferenciais. A adição de fibras promoveu um acréscimo na carga em que formou a primeira fissura nas lajes com resistência à compressão próximas. No Quadro 19 são apresentados os resultados obtidos.

Quadro 19 – Características e resultados das lajes ensaiadas por Santos (2005)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f
L1A	232	150	1,00	17,6	83	1,42	0	0	0
L2A	226	150	1,00	10,2	89	1,42	0,6	com gancho	80
L3A	163	150	1,00	11,8	80	1,42	1,2	com gancho	80
L1B	200	150	1,00	17	89	1,42	0	0	0
L2B	220	150	1,00	15,3	88	1,42	0,6	com gancho	80
L3B	225	150	1,00	13	88	1,42	1,2	com gancho	80
L4	347	150	1,00	35,8	90	1,42	0	0	0
L5	420	150	1,00	32,7	85	1,42	0,6	com gancho	80
L6	543	150	1,00	36,7	89	1,42	1,2	com gancho	80
L7	298	150	1,00	51,6	83	1,42	0	0	0
L8	317	150	1,00	34,2	80	1,42	0,6	com gancho	80
L9	375	150	1,00	36,6	80	1,42	1,2	com gancho	80

Fonte: Santos (2005) adaptado.

As deformações foram crescentes com o aumento de fibras, devido ao aumento da carga absorvida antes da ruptura, mas o comportamento da ruptura manteve-se o mesmo. O número de fissuras radiais e circunferenciais cresceu com a taxa de fibras, o que pode também estar relacionado ao aumento de absorção de carga.

O problema com a diferença de altura útil e o uso de aditivo comprometeu alguns resultados e não foi possível avaliar de forma segura os dados. Fica claro que a influência das fibras se torna mais efetiva se associadas a uma considerável resistência à compressão no concreto.

2.2.21 Mouro (2006)

Nesta pesquisa foi avaliado a influência da variação do índice de retangularidade dos pilares para o perímetro do pilar constante e igual a 1000 mm. Foram ensaiadas 8 modelos locais de lajes quadradas com lados iguais à 1800 mm e altura de 130 mm. O concreto utilizado tinha resistência estimada em 25 MPa aos 28 dias.

O pilar foi simulado utilizando uma placa metálica fixada com gesso na laje, em que a dimensão da área de contato variava conforme a dimensão do pilar. No Quadro 20 são apresentados os resultados encontrados.

Quadro 20 – Características e resultados das lajes ensaiadas por Mouro (2006)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{min} (mm)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	h (mm)	L (mm)	ρ (%)
L1	375	250	250	1,00	29	94	130	4500	1,39
L2	390	230	270	1,17	29	93	130	4500	1,4
L3	375	215	285	1,33	29	94	130	4500	1,39
L4	395	200	300	1,50	29	90	130	4500	1,45
L5	385	165	335	2,03	22	91	130	4500	1,43
L6	350	125	375	3,00	22	91	130	4500	1,43
L7	300	110	390	3,55	22	91	130	4500	1,43
L8	275	100	400	4,00	22	92	130	4500	1,39

Fonte: Mouro (2006) adaptado.

O aumento do índice de retangularidade do pilar diminui a resistência à punção e resistência à flexão da laje para índice superior a 2. Para coeficiente de retangularidade superior a 2, o acréscimo do índice gerou um maior número de fissuras devido a flexão e cisalhamento.

2.2.22 Cheng e Parra-Montesinos (2010)

Foram ensaiadas 10 modelos de lajes quadradas com dimensão de 1500x1500 mm² e altura de 150 mm. Foi construído um pilar, posicionado no centro da laje com altura de 150 mm, para simular a solidarização na interface laje-pilar. O pilar era quadrado com lados iguais a 152 mm. O carregamento foi aplicado no centro da laje com deformação controlado em 3,8 mm/min.

Os parâmetros analisados foram: geometria da fibra, resistência à tração da fibra, o volume de fibras e a taxa de armadura de flexão. A taxa de armadura de flexão é igual área de armadura utilizada dividida pela área analisada, ou seja, na região próxima a interface do pilar.

No Quadro 21 são apresentados os valores encontrados para as lajes com concreto reforçado com fibras de aço (CRFA). Nas lajes S9 e S10 foi utilizado concreto reforçado com fibra somente na região central da laje e nas lajes S5 e S6 foi utilizado argamassa reforçada com fibras.

Quadro 21 – Características e resultados das lajes ensaiadas por Cheng e Parra-Montesinos (2010)

Laje	V_{exp} (kN)	f_{ck} (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f	Resistência da fibra (MPa)
S1	433	47,7	127	0,95	0	0	0	0
S2	379	47,7	127	0,74	0	0	0	0
S3	386	25,4	127	0,95	1	com gancho	54,55	1100
S4	389	25,4	127	0,74	1	com gancho	54,55	1100
S5	530	59,3	127	0,95	1,5	ondulada	70	180
S6	444	57,9	127	0,74	1,5	ondulada	70	1800
S7	522	31	127	0,95	1,5	com gancho	54,55	1100
S8	472	31	127	0,74	1,5	com gancho	54,55	1100
S9	530	46,1	127	0,95	1,5	com gancho	78,95	2300
S10	503	59,1	127	0,74	1,5	com gancho	78,95	2300

Fonte: Cheng e Parra-Montesinos (2010) adaptado.

A adição de fibras de aço aumenta os valores de resistência à punção e capacidade de deformação das lajes. Com o aumento da resistência à punção devido a adição de fibras de aço, o modo de ruptura pode modificar de punção pura para flexão pura. A resistência à tração da fibra influenciou diretamente na resistência à punção da laje.

Quando a taxa de armadura é pequena e o volume de fibras é alto, tende-se a escoar grande quantidade de armaduras de flexão e a ruptura ocorre por flexão ou combinação de flexão e punção. Dos parâmetros analisados, somente o volume de fibras influenciou na

comportamento no modo de ruptura da laje, onde quanto maior a quantidade, mais dúctil a ruptura.

2.2.23 Gouveia et al. (2010)

Foram ensaiadas 6 modelos locais de lajes quadradas com lados iguais a 1650 mm e altura de 125 mm. As demais características, como armadura de flexão, foram mantidas constantes, pois afetam a resistência ao puncionamento. Nesta pesquisa foi avaliado o comportamento do concreto reforçado com fibras de aço no puncionamento de lajes lisas. O parâmetro avaliado foi a taxa de fibras (0, 0,50%, 0,75%, 1,00% e 1,25%).

O pilar foi simulado utilizando uma placa metálica fixada com gesso na laje, com área de igual a 200 x 200 mm². O carregamento foi aplicado em uma taxa constante de 285 Newtons por segundo. Os valores encontrados são apresentados na Quadro 22.

Quadro 22 – Características e resultados das lajes ensaiadas por Gouveia et al. (2010)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f
ND0	289,2	200	1,00	35,9	105	1	0	0	0
ND1	296	200	1,00	33,8	105	1	0,5	com gancho	64
ND2	369,3	200	1,00	46,2	105	1	0,75	com gancho	64
ND3	450,7	200	1,00	45,8	105	1	1	com gancho	64
ND4	456	200	1,00	44,5	105	1	1,25	com gancho	64

Fonte: Gouveia et al. (2010) adaptado.

Os autores observaram que a introdução de fibras elevou a capacidade de resistência à punção e o deslocamento vertical máximo nas lajes.

2.2.24 Binici, Erdogan e Ozcebe (2011)

Foram ensaiadas 7 modelos de lajes, com escala de 0,75 em relação ao modelo real. A dimensão do modelo de lajes era 2000x2000 mm² e altura de 150 mm. As variáveis analisadas foram: variação do índice de retangularidade e reforço com polímero reforçado com fibra de carbono. Foi construído um pilar com altura de 300 mm na parte superior e inferior para simular a solidificação da interface laje-pilar.

O PRFC foi aplicado com distribuição do tipo dupla cruz e através do método *dowel*. No método *dowel*, também conhecido como pino, a fibra é cortada de forma retangular e fica com as extremidades para fora do furo. Estas extremidades fixadas a faces superior e inferior da laje, e serão responsáveis por garantir a ancoragem do PRFC na laje. O PRFC foi fixado nas paredes do furo e nas faces da laje através de um resina epóxi.

Após a aplicação da PRFC nos furos, é aplicado uma camada de PRFC nas faces da laje, interligando todos os furos para aumentar a ancoragem. O Quadro 23 apresenta os valores encontrados para as lajes ensaiadas.

Quadro 23 – Características e resultados das lajes ensaiadas por Binici, Erdogan e Ozcebe (2011)

Laje	V_{exp} (kN)	C_{min} (mm)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	h (mm)	L (mm)	ρ (%)
R1	500	250	250	1,00	32	114	150	5000	0,7
R2	423	167	333	1,99	39	113	150	5000	0,7
R3	414	125	375	3,00	30	114	150	5000	0,7

Fonte: Binici, Erdogan e Ozcebe (2011) adaptado.

O índice de retangularidade dos pilares não afeta na resistência pós-puncionamento das lajes. Contudo, o aumento do índice torna a ruptura mais frágil e diminui a resistência à punção nas lajes.

2.2.25 Higashiyama et al. (2011)

Os autores apresentaram uma proposta de cálculo de estimativa da carga de ruptura baseada na prescrição da JSCE:2008, em que consideram a contribuição da fibra de aço, resultando na Equação 12.

$$V_{Hi} = \beta_d \cdot \beta_p \cdot \beta_r \cdot (f_{pcd} + v_b) \cdot u_p \cdot d \quad \text{Equação 12}$$

Onde V_{Hi} é a carga de ruptura por punção, em kN; β_d é calculado através da Equação 13; β_p é calculado através da Equação 14; β_r é calculado através da Equação 15; u_p é calculado através da Equação 16, em mm; v_b é calculado através da Equação 17, em MPa; f_{cpd} é calculado através da Equação 18, em MPa.

$$\beta_d = \sqrt[4]{\frac{1000}{d}} < 1,5 \quad \text{Equação 13}$$

$$\beta_p = \sqrt[3]{100 \cdot \rho} < 1,5 \quad \text{Equação 14}$$

$$\beta_r = 1 + \frac{1}{1+0,25 \cdot (b_p/d)} \quad \text{Equação 15}$$

$$u_p = (b_p + \pi \cdot d) \cdot (1 - 0,32 \cdot F) \quad \text{Equação 16}$$

$$v_b = 0,41 \cdot \tau \cdot F \quad \text{Equação 17}$$

$$f_{pcd} = 0,2 \cdot \sqrt{f_c} < 1,2 \text{ MPa} \quad \text{Equação 18}$$

Onde f_c é a resistência a compressão do concreto, em MPa; d é a altura útil, em mm; ρ é a taxa de armadura de flexão, em %; b_p é o perímetro do pilar ou área carregada, em mm; u_p é o perímetro da seção crítica localizada a distância de $d/2$ da face do pilar; F é calculado através da Equação 19.

$$F = \frac{l_f}{d_f} \cdot V_f \cdot n_f \quad \text{Equação 19}$$

Onde n_f é o fator de aderência, sendo igual a 0,5 para fibras lisas, 0,75 para onduladas e 1 para com ganchos na extremidade; V_f é o volume de fibra em relação ao volume de concreto, em %; l_f é comprimento da fibra, em mm; d_f é o diâmetro da fibra, em mm.

2.2.26 Nguyen-Minh et al. (2011)

Foram ensaiadas 12 lajes lisas quadradas de diferentes dimensões de lados (l), mantendo a espessura igual a 125 mm e taxa de armadura de flexão constante e igual a 0,66%. O carregamento foi aplicado utilizando um pilar com seção 150 x 150 mm². A utilização de fibras de aço melhorou a resistência à punção das lajes. Os valores encontrados são apresentados no Quadro 24.

Quadro 24 – Características e resultados das lajes ensaiadas por Nguyen-Minh et al (2011)

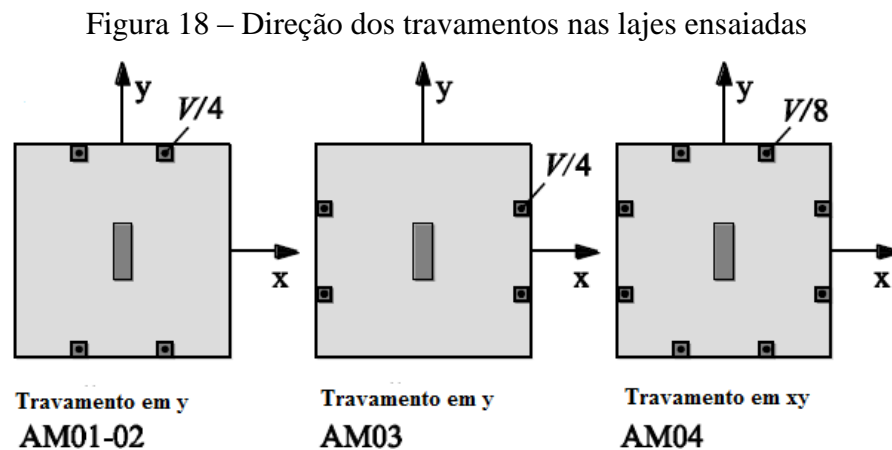
Laje	V_{exp} (kN)	f_c (MPa)	d (mm)	l (mm)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f
A0	284	21,68	105	900	0	-	-
A1	330	22,32	105	900	0,38	com gancho	80
A2	345	23,36	105	900	0,58	com gancho	80
A3	397	25,28	105	900	0,77	com gancho	80
B0	301	21,68	105	1200	0	-	-
B1	328	22,32	105	1200	0,38	com gancho	80
B2	337	23,36	105	1200	0,58	com gancho	80
B3	347	25,28	105	1200	0,77	com gancho	80
C0	264	21,68	105	1500	0	-	-
C1	307	22,32	105	1500	0,38	com gancho	80
C2	310	23,36	105	1500	0,58	com gancho	80
C3	326	25,28	105	1500	0,77	com gancho	80

Fonte: Nguyen-Minh et al (2011) adaptado.

2.2.27 Sagasetta et al. (2014)

Neste trabalho foi avaliado, em lajes lisas suportadas por pilares internos retangulares, a influência das condições de carregamento na resistência à punção. Foram ensaiadas 4 modelos de lajes lisas com dimensões de 3000x3000 mm² e altura de 250 mm. O pilar retangular era metálico com dimensões de contato de 260x780 mm. A taxa de armadura de flexão utilizado foi de 0,75%. A altura efetiva teórica das lajes é de 214 mm, porém, após o ensaio, as lajes foram cortadas e mensurado a altura efetiva real das lajes ensaiadas.

Em todas as lajes o carregamento era aplicado de baixo para cima, através do pilar metálico. Variou-se o posicionamento dos tirantes, que funcionavam como vigas de reação, na direção x, y e nas duas direções, como ilustra na Figura 18. Na Quadro 25 é apresentado os valores encontrados pelos autores.



Fonte: Sagasetta et al. (2014) adaptado.

Quadro 25 – Características e resultados das lajes ensaiadas por Sagasetta et al. (2014)

Laje	f_c (MPa)	d (mm)	Direção da reação	V_u (kN)
AM01	44,0	214	x	950
AM02	39,7	208	y	919
AM03	42,2	203	x	883
AM04	44,6	202	xy	1067

Fonte: Sagasetta et al. (2014) adaptado.

Os autores observaram em pilares com a razão entre o maior lado do pilar e a altura efetiva real maior que 3, independente da deflexão da laje, uma redução na concentração de esforços cisalhantes nos cantos dos pilares retangulares e quadrados.

O modo de ruptura, carga de ruptura última e a capacidade rotação são altamente influenciadas pela direção do carregamento aplicado, principalmente quando aplicado na direção do eixo de menor inércia. As rotações em cargas aplicadas em uma direção foram significativamente maiores, na direção do carregamento, se comparado a laje com carga aplicada nas duas direções.

2.2.28 Barros, Moraes Neto e Melo (2015)

Foram ensaiadas 8 modelos de lajes lisas com dimensão de 2550x2550 mm² e altura de 150 mm. Os parâmetros analisados foram a quantidade de fibras utilizadas e a resistência do concreto à compressão. O carregamento foi aplicado de baixo para cima por um atuador hidráulico em um chapa metálica que simulava um pilar quadrado com dimensão de 200x200 mm².

O ensaio foi executado com controle do deslocamento em 0,05 mm/min. Após os ensaios, as lajes com CRFA foram cortadas e medido a altura útil real das lajes ensaiadas (*d*). No Quadro 26 são apresentados os resultados encontrados pelos autores.

Quadro 26 – Características e resultados das lajes ensaiadas por Barros, Moraes Neto e Melo (2015)

Lajes	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	ρ (%)	V_f (%)	d (mm)	V_{exp} (kN)
B1	200	1,0	57,61	0,85	0	-	409,11
B2	200	1,0	62,63	0,80	0	-	399,15
B3	200	1,0	51,90	0,89	0,64	125	386,08
B4	200	1,0	63,77	0,77	0,64	125	462,03
B5	200	1,0	55,68	0,81	0,77	107,5	408,03
B6	200	1,0	70,02	0,82	0,77	107,5	496,34
B7	200	1,0	53,39	0,95	0,96	90	456,53
B8	200	1,0	57,63	0,96	0,96	90	495,58

Fonte: Barros, Moraes Neto e Melo (2015) adaptado.

Os autores observaram que para o concreto com resistência entre 50 e 70 MPa, a fibra de aço com gancho na extremidade e volume de aproximadamente 1%, modifica a ruptura da laje de punção para flexão e torna a laje muito mais dúctil.

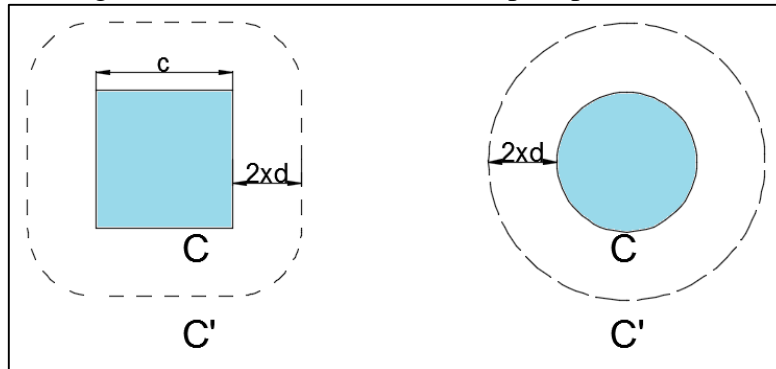
2.3 Métodos de cálculo normativos

Neste subitem são apresentados os métodos de cálculo para diferente códigos e normas para determinação da carga de ruptura por punção em lajes lisas. No Apêndice C é apresentado uma demonstração de cálculo para todos os métodos normativos.

2.3.1 CEB-FIP MC90(1991)

O dimensionamento de lajes lisas sem armaduras de cisalhamento, pela norma CEB-FIP MC90 (1991), se dá através da análise da resistência transversal ao efeito de cargas concentradas na face do pilar e do esforço cortante nominal na seção crítica, u_1 , que é considerado distante $2 \cdot d$ do face do pilar, como ilustra a Figura 19.

Figura 19 – Perímetro de controle para pilar interno



Fonte: Autor.

Quando a distribuição das forças concentradas atuantes na laje são aproximadamente simétricas, a determinação da tensão de cisalhamento na seção crítica pode ser através da Equação 20.

$$\frac{V_{CEB}}{u_1 \cdot d} \leq \tau_r \quad \text{Equação 20}$$

Em que V_{CEB} é a carga concentrada solicitante, em kN; u_1 é o comprimento da seção crítica afastado $2 \cdot d$, em mm; d é altura útil, considerada constante e calculada através da Equação 2, em mm; τ_r é a tensão resistente de cisalhamento, calculada através da Equação 21, em MPa.

$$\tau_r = 0,12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \quad \text{Equação 21}$$

Sendo f_c a resistência a compressão do concreto, em MPa; ξ é calculado através da Equação 22, em mm; e ρ a taxa de armadura de flexão, sendo calculado através da Equação 9.

$$\xi = 1 + \left(\frac{200}{d}\right)^{1/2} \quad \text{Equação 22}$$

2.3.2 ABNT NBR 6118:2014

A ABNT NBR 6118:2014 define o mesmo perímetro crítico da norma CEB-FIP MC90 (1991), sendo distanciada $2 \cdot d$ da face do pilar com os cantos arredondados, ilustrado na Figura 19. A altura mínima de laje lisa proposta pela norma é de 16 cm. O dimensionamento

da laje lisa é realizado fazendo a verificação da compressão na seção do pilar, da punção no perímetro crítico e punção na seção de controle afastada $1,5 \cdot d$ da armadura de cisalhamento, caso seja utilizada.

A verificação da compressão do concreto na seção do pilar é realizada através da comparação entre a tensão resistente (τ_{Rd2}) e a tensão atuante no perímetro do pilar (τ_{sd2}) conforme apresentado na Equação 23.

$$\frac{V_{NBR}}{b_p \cdot d} = \tau_{sd2} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_c}{250}\right) \cdot f_c \quad \text{Equação 23}$$

Em que V_{NBR} é a carga de ruptura por punção, em kN; b_p é o perímetro do pilar, em mm; d é a altura útil da laje, calculada através da Equação 2, em mm; f_{ck} é a resistência a compressão do concreto, em MPa.

A verificação da punção na seção de controle afastada $2 \cdot d$ do pilar, quando a laje não apresentar armadura de cisalhamento e carregamento simétrico, é realizada comparando a tensão de cisalhamento atuante (τ_{sd1}) na seção de controle (u_1) e a tensão resistente de cisalhamento do concreto (τ_{Rd1}), através da Equação 24.

$$\frac{V_{NBR}}{u_1 \cdot d} = \tau_{sd1} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \quad \text{Equação 24}$$

2.3.3 Eurocode2:2010

O método de verificação da norma Eurocode2:2010 apresenta recomendações muito semelhantes ao método CEB-FIP MC90 (91) e a NBR6118:2014. A seção crítica de controle (u_1) está localizada a uma distância $2 \cdot d$ do pilar e os cantos são arredondados, como ilustrado na Figura 19.

As verificações das tensões máximas são realizadas no perímetro do pilar ($v \leq v_{máx}$), na seção de controle a $2 \cdot d$ do pilar ($v \leq v_n$) e na seção de controle afastada $1,5 \cdot d$ da armadura de cisalhamento, caso seja utilizada. A tensão atuante de cisalhamento (v) é dada pela Equação 25.

$$v = \frac{V_{Eu}}{u_1 \cdot d} \quad \text{Equação 25}$$

Quando a laje não apresenta armadura de cisalhamento, são feitas duas verificações: na face do pilar, através da Equação 26, e na seção de controle a $2 \cdot d$ do pilar, apresentado na Equação 27.

$$\frac{V_{Eu}}{b_p \cdot d} \leq 0,5 \cdot v \cdot f_c \quad \text{Equação 26}$$

$$\frac{V_{Eu}}{u_1 \cdot d} \leq \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \quad \text{Equação 27}$$

Onde V_{Eu} é a carga de ruptura, em kN; b_p é o perímetro do pilar, em mm; k é calculado através da Equação 28; f_c é a resistência a compressão do concreto, em MPa; d é altura útil, em mm; v é a resistência à compressão para um concreto fissurado, em MPa, obtido através da Equação 29; e ρ é a taxa de armadura de flexão, em %.

$$k = \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \leq 2 \quad \text{Equação 28}$$

$$v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_c}{250} \right) \quad \text{Equação 29}$$

2.3.4 ACI318:2014

Para o dimensionamento de lajes lisas, a ACI318:2014 considera um perímetro de controle localizado a uma distância de $0,5 \cdot d$ em relação a face do pilar. A altura mínima de laje proposta pela norma é de 20 cm. A diferença de afastamento entre outras normas e a americana se deve a altura mínima sugerida, em que a altura maior resulta em um afastamento menor do pilar. A verificação da punção em lajes lisas ocorre através da comparação entre a força nominal resistente (V) e a força nominal atuante (V_{ACI}). A resistência ao cisalhamento de uma peça de concreto é calculada através da Equação 30.

$$V_{ACI} \leq V \quad \text{Equação 30}$$

O valor de V_{ACI} é obtido através das Equações 31, 32 e 33, em que o valor final será o menor entre os valores.

$$V_{ACI-1} = \left(1 + \frac{2}{c_{max}/c_{min}} \right) \cdot \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Equação 31}$$

$$V_{ACI-2} = \left(\frac{a_s \cdot d}{b_0} + 2 \right) \cdot \frac{1}{12} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Equação 32}$$

$$V_{ACI-3} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Equação 33}$$

Sendo V_{ACI} o valor de carga de ruptura, em kN; C_{max}/C_{min} é quociente entre o maior e menor lado do pilar, adimensional; f_c é a resistência à compressão do concreto, em MPa; b_0 é o perímetro de controle localizado a $0,5 \cdot d$ do pilar, em mm; d é a altura efetiva, em mm; α_s é uma constante que varia em função da posição do pilar, sendo 40 para pilares internos, 30 para pilares de bordas e 20 para pilares de canto.

2.3.5 Fib Model Code 2010 (2012)

O perímetro de controle considerado é afastado $0,5 \cdot d$ da face do pilar. Das normas analisadas, está é a única norma que considera a adição de fibras de aço no concreto como elemento resistente a punção. Contudo seu equacionamento leva em conta a resistência residual para abertura de fissura de 0,5mm e 2,5 mm (f_{R1} e f_{R3} , respectivamente). Contudo, tais valores são obtidos através do ensaio à flexão do método da EN 14651:2007, e como a maioria dos ensaios experimentais não possuem esse valor, não foi considerado a parcela resistente referente as fibras no comparação entre métodos.

O cálculo proposto pela Fib Model Code 2010 (2012) é baseado no modelo físico proposto por Muttoni e Schuartz (1991) da Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (TFCC). Esta teoria admite que a resistência a punção diminui com o aumento da rotação da laje, formando a fissura crítica de cisalhamento que se propaga na diagonal comprimida.

Através desta teoria o equacionamento para determinar a resistência a punção em lajes sem armadura de cisalhamento e com fibras de aço é apresentado na Equações 34 a 36.

$$V_{Fib} = V_{Fib,c} + V_{Fib,f} \quad \text{Equação 34}$$

$$V_{Fib,c} = k_{\Psi} \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Equação 35}$$

$$V_{Fib,s} = \frac{f_{Fftuk}}{\gamma_f} \cdot b_0 \cdot d_v \quad \text{Equação 36}$$

Sendo V_{Fib} a carga de ruptura, em kN; $V_{Fib,c}$ é a parcela resistente do concreto, em kN; $V_{Fib,f}$ é a parcela resistente devido a adição de fibras de aço, em kN; γ_c é o coeficiente do concreto com valor igual a 1,5; e k_{Ψ} é calculado através das Equações 37 e 38, dependendo da rotação

da laje na região do apoio; γ_f é coeficiente de segurança; d_v é a altura útil da laje, que deve considerar o nível de apoio, como ilustra a Figura 20; f_{Ftuk} é o valor característico de resistência residual última a tração, em que para lajes com armadura de flexão é calculado através da Equação 39, em kN;

$$k_\Psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot \Psi \cdot d \cdot k_{dg}} \leq 0,6 \quad \text{Equação 37}$$

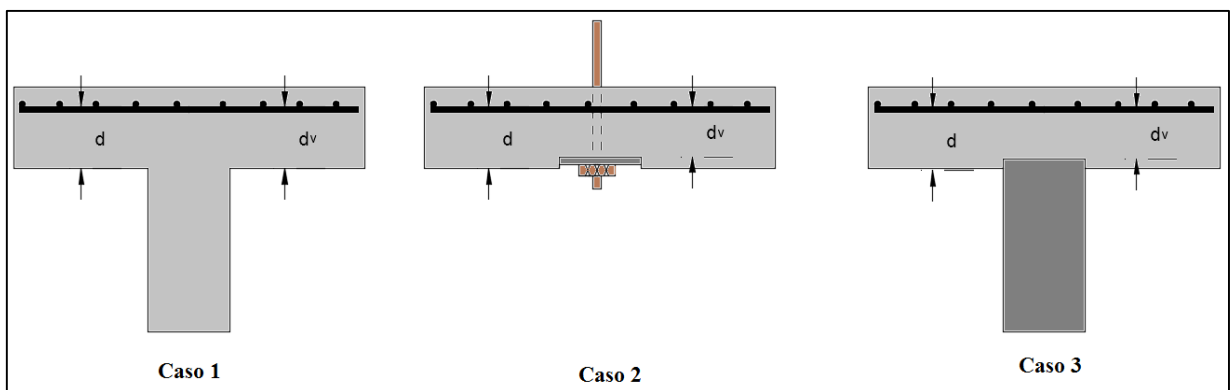
$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad \text{Equação 38}$$

$$f_{f_{Ftuk}} = f_{f_{Fts}} - \frac{\Psi \cdot d}{15} \cdot (f_{Fts} - 0,5 \cdot f_{R3} + 0,2 \cdot f_{R1}) \quad \text{Equação 39}$$

$$f_{Fts} = 0,45 \cdot f_{R1} \quad \text{Equação 40}$$

Sendo d_g é o diâmetro máximo do agregado, em mm; se d_g for maior ou igual a 16 mm, k_{dg} pode ser assumido igual a 1,0; f_{Fts} é o valor da resistência residual à tração no estado limite de serviço, calculado através da Equação 40; os valores de f_{R1} e f_{R3} representam parâmetros de resistência residual à flexão para abertura de fissura de 0,5 mm e 2,5 mm, respectivamente, obtidos no diagrama carga x CMOD (*Crack Mouth Opening Displacement*), obtido no ensaio de flexão segundo o método EN 14651:2007.

Figura 20 – Altura útil segundo Fib Model Code 2010(2012)



Fonte: Autor.

Dependendo do rigor necessário ao dimensionamento, a Fib Model Code 10 (2012) considera diferentes níveis de aproximação para avaliar a rotação da laje (Ψ). O nível I é o sugerido para projetos de novas estruturas e aplicado à prática de projeto. Para este nível não

são consideradas redistribuições significativas de força e as lajes são projetadas considerando análise elástica, em que a rotação pode ser estimada pela Equação 41.

$$\Psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{ys}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_s}{m_R} \right)^{3/2} \quad \text{Equação 41}$$

Sendo r_s igual a $0,22 \cdot L$ (nas direções x e y) em lajes onde a relação entre os vãos L_x/L_y , está entre os valores de 0,5 e 2,0; m_s é o momento fletor médio solicitante, e depende da localização do pilar na edificação, podendo ser calculado através da Equação 42 para pilares internos, em kN.cm; m_R é o momento fletor médio resistente, calculado através da Equação 43, em kN.cm.

$$m_s = \frac{V_E}{8} \quad \text{Equação 42}$$

$$m_R = \rho \cdot d^2 \cdot f_{ys} \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_{ys}}{2 \cdot f_c} \right) \quad \text{Equação 43}$$

Os momentos m_s e m_R são calculados considerando uma faixa de comprimento b_s , calculado através da Equação 45.

$$b_s = 1,5 \cdot (r_{s,x} \cdot r_{s,y})^{0,5} \leq L_{\text{mín}} \quad \text{Equação 44}$$

Sendo $r_{s,x}$ e $r_{s,y}$ os pontos de momentos nulos em relação ao eixo do pilar, nas direções x e y, respectivamente.

2.4 Relação entre os valores estimados e valores experimentais da literatura

Com os métodos de cálculos discutidos foram calculadas as previsões de carga de ruptura para diferentes ensaios experimentais realizados na literatura e tais valores foram comparados com os valores experimentais encontrados. Não foi analisado o equacionamento proposto pela norma Fib Model Code 2010(2012), pois seu equacionamento necessita dos valores de granulometria máxima do agregado e módulo de elasticidade do concreto, como não possuía estas informações em alguns artigos, não foi realizado este método.

Foram realizadas análises considerando os valores experimentais e os métodos normativos (Quadro 27), métodos que consideram o índice de retangularidade (Quadro 28) e métodos que consideram a adição de fibras de aço (Quadro 29). Os valores experimentais utilizados para análise são apresentados no Apêndice A, assim como os valores de comparação entre os métodos de estimativa e valores experimentais.

Quadro 27 - Relação entre os valores experimentais e estimativa pelos métodos normativos

		V_{exp}/V_{NBR}	V_{exp}/V_{CEB}	V_{exp}/V_{Eu}	V_{exp}/V_{ACI}
Índice de retangularidade	Média	1,49	1,62	1,78	1,44
	Desvio Padrão	0,19	0,20	0,27	0,19
	Variância	5,94	6,13	10,28	5,88
Concreto com fibras de aço	Média	1,44	1,56	1,91	1,45
	Desvio Padrão	0,30	0,32	0,36	0,35
	Variância	15,68	18,40	20,78	19,05
Duas variáveis	Média	1,45	1,57	1,89	1,45
	Desvio Padrão	0,29	0,31	0,36	0,32
	Variância	13,84	16,10	19,02	16,53

Fonte :Autor.

Quadro 28 - Relação entre os valores experimentais e estimativa por métodos considerando o índice de retangularidade

		V_{exp}/V_{Haw}	V_{exp}/V_{OI}	V_{exp}/V_{BACI}	V_{exp}/V_{BCEB}
Índice de retangularidade	Média	1,57	1,05	1,05	1,04
	Desvio Padrão	0,47	0,23	0,26	0,22
	Variância	31,48	9,61	10,76	8,62
Concreto com fibras de aço	Média	1,37	1,16	1,04	1,08
	Desvio Padrão	0,24	0,13	0,15	0,13
	Variância	7,67	2,81	3,72	2,72
Duas variáveis	Média	1,54	1,07	1,05	1,05
	Desvio Padrão	0,42	0,22	0,24	0,20
	Variância	27,57	8,51	9,41	7,52

Fonte :Autor.

Quadro 29 - Relação entre os valores experimentais e estimativa por métodos considerando a adição de fibras de aço

		$V_{exp}/$ V_{SeG}	$V_{exp}/$ V_{Har}	$V_{exp}/$ V_{Az}	$V_{exp}/$ V_{Ho}	$V_{exp}/$ V_{HeH}	$V_{exp}/$ V_{Hi}
Índice de retangularidade	Média	1,12	1,41	1,43	1,07	1,44	1,44
	Desvio Padrão	0,46	0,35	0,36	0,24	0,36	0,36
	Variância	37,72	19,89	20,10	10,90	20,84	20,89
Concreto com fibras de aço	Média	0,66	1,25	1,29	1,20	1,28	1,28
	Desvio Padrão	0,14	0,20	0,20	0,18	0,20	0,20
	Variância	3,19	5,94	6,32	5,12	6,24	6,26
Duas variáveis	Média	1,03	1,38	1,40	1,09	1,41	1,41
	Desvio Padrão	0,43	0,33	0,33	0,24	0,34	0,34
	Variância	34,50	17,61	17,76	10,04	18,44	18,49

Fonte: Autor.

Os métodos de cálculo que consideram o índice de retangularidade, possuem o mesmo princípio, em que se considera o método de estimativa da carga de ruptura proposto por alguma norma e reduz o valor total em função do índice de retangularidade. Essa redução ocorre pela adoção de um coeficiente maior que um dividindo toda expressão ou um coeficiente menor que um diminuindo o valor final, encontrado em função do índice de retangularidade ou da maior dimensão do pilar.

Nos métodos que consideram a adição de fibras de aço no concreto, o procedimento para estimativa de carga é semelhante, onde calcula-se utilizando alguma método normativo a carga de ruptura para um concreto sem fibra e posteriormente, adiciona uma parcela devido ao CFRA. Com exceção da expressão proposta por Higashiyama et al. (2011), todas

expressões consideram o cálculo da parcela adicional em função do volume de fibras adicionadas. Para corrigir as variações que podem ocorrer em função das características negligenciadas, essa parcela é multiplicada por uma constante obtida através da análise de uma gama de valores experimentais.

Em relação aos valores de carga de ruptura para os métodos normativos, nota-se que a norma com média mais próxima aos valores experimentais é a ACI318:2014, isto se justifica pela consideração do índice de retangularidade em seus cálculos. Observa-se que as médias considerando as variáveis isoladas ou em conjunto, foram próximas, variando somente o desvio padrão e variância. Este fenômeno pode ser justificado pelo fato da consideração das 3 situações de rupturas, sendo que o preconizado será sempre o mais desfavorável. Portanto os valores de carga de ruptura, sempre estão relacionados a situação mais crítica.

Os valores de desvio padrão para a norma ACI318:2014 foram baixos para quando considerado somente o índice de retangularidade, contudo para os CRFA e considerando todos os dados o valor foi alto. Isto ocorreu porque não é considerado a fibra de aço como mecanismo resistente no concreto, resultando em valores estimados inferiores aos experimentais. Como o número de amostras de lajes com CRFA foi maior do que variando somente o índice de retangularidade, isto acabou influenciando significativamente os valores quando considerado ambos.

Os valores da NBR 6118:2014 foram próximos aos obtidos através da ACI318:2014, mesmo não considerando o índice de retangularidade. Isto mostra que apesar da influência negativa causada pelo índice, o coeficiente experimental ainda abrange tal influência, resultando em valores a favor da segurança para os casos analisados. Contudo, mesmo as duas normas (NBR6118:2014 e ACI318:2014) sendo as mais próximas aos valores experimentais, seus valores estão muito conservadores, visto que nestes cálculos não foi considerado nenhum coeficiente de segurança.

A norma Eurocode2.2010, que não considera retangularidade e CRFA, foi a mais conservadora das normas, o que pode ser justificado pela limitação na deformação no equacionamento a no máximo 2. O índice de retangularidade e principalmente a adição de fibras de aço modificam o comportamento da laje, o que pode ter tornado esta limitação da

deformação em 2 muito conservadora para tais situações, resultando em valores muito abaixo dos experimentais.

Apesar das semelhanças no equacionamento entre as normas NBR 6118:2014 e CEB- FIP MC90(1991), os valores desta última foram mais conservadores. A justificativa está no coeficiente experimental menor, visto que na época que foi elaborada esta norma não existiam tantos valores experimentais para melhorar este coeficiente de refinamento.

Todas as normas se mostraram consideravelmente a favor da segurança, porém seus valores foram muito conservadores. Quando considerado ainda o coeficiente de segurança, isto resulta em superdimensionamentos. Contudo visto que tal fenômeno possui muitas variáveis que influenciam no valor final de carga de ruptura e ainda não foi completamente analisado e mensurado, o que pode-se observar pela variação entre os métodos de estimativa, este conservadorismo tem o intuito de contemplar todos os casos possíveis.

Os valores mais conservadores foram os de Hawkins et al. (1971), pois seus valores são limitados a índice de retangularidade superiores a 2, o que gerou valores inferiores aos experimentais. Como a estimativa não abrangia a maioria dos índices utilizados e a adição de fibras de aço, tal método resultou em uma expressão que pode ser considerada conservadora. O motivo da limitação do cálculo para no mínimo 2, é que até o índice de 1,5, o aumento do índice de retangularidade leva ao aumento na resistência à punção e somente a partir desse valor começa a ocorrer o decréscimo significativa na carga de ruptura conforme aumento o índice de retangularidade.

Os valores de Oliveira (2003) se mostraram seguros quando considerado a adição de fibra, pois a não consideração de adição de fibras de aço gerou valores inferiores aos valores de ruptura. Contudo, apresentou valores superiores aos experimentais quando considerado o índice de retangularidade, o que pode ter ocorrido devido a utilização de alturas inferiores a mínima proposta na norma e a limitação quanto ao índice de retangularidade máximo.

O método proposto por Shaaban e Gesund (1994) obteve média próxima a experimental quando considerado a retangularidade, contudo a média foi afastada para CRFA. A principal razão é a consideração somente do volume de fibras utilizadas e como na época do ensaio o

número de valores de carga de ruptura considerando adição de fibras de aço era pequena, resultou em uma expressão imprecisa para CRFA.

O método utilizado por Harajli et al. (1995) obteve valores inferiores aos experimentais quando analisado a média e o desvio padrão, o que resultou em um método de estimativa de carga de ruptura seguro, porém superdimensionado.

O método de Holanda (2002) obteve valores inferiores quando considerado CRFA, contudo o acréscimo na resistência pela constante proposta pela autora, resultou em valores superiores quando considerado a retangularidade.

As expressões propostas por Azevedo (1999), Holanda e Hanai (2002) e Higashiyama et al. (2011) podem ser consideradas seguras quando considerado a média e o desvio padrão, para todas as variáveis. Contudo tais métodos tiveram média 40% superior ao valor experimental e com desvio padrão relativamente alto, portanto não pode-se aferir que são métodos precisos, pois quando considerado tais valores e os coeficiente de majoração, resultará em uma carga de ruptura consideravelmente inferior à real.

Considerando as duas variáveis, índice de retangularidade e adição de fibras de aço, observa-se que os métodos que consideram o índice de retangularidade foram mais precisos. Isto ocorreu, pois a não consideração da adição da taxa de fibras no equacionamento, levou a estimativa de valores menores e portanto mais próximo dos valores experimentais. Porém é necessário salientar que esta precisão não deve ser entendida como maior segurança, pois trata-se de um valor estatístico, com um desvio que possui valores estimados inferiores ao real e conseqüentemente fora da zona de segurança.

O desvio padrão alto quando considerado o índice de retangularidade pode ocorrer pela utilização de índices fora dos intervalos de valores propostos pelos autores e os modelos locais utilizarem alturas de lajes inferiores a altura mínima proposta pelas normas. Outro motivo para variação quando alterado o índice de retangularidade é o comportamento diferente entre os índices de 1 a 1,5 e acima de 1,5.

Quanto ao CFRA, pode-se justificar tal ocorrência, ao fato que no equacionamento só é considerado o volume de fibras e utilizado uma constante para refinar os valores obtidos através dos equacionamentos das normas. Contudo, outros fatores também interferem nos valores de carga de ruptura e no desempenho do CRFA.

CAPÍTULO 3

PROGRAMA EXPERIMENTAL

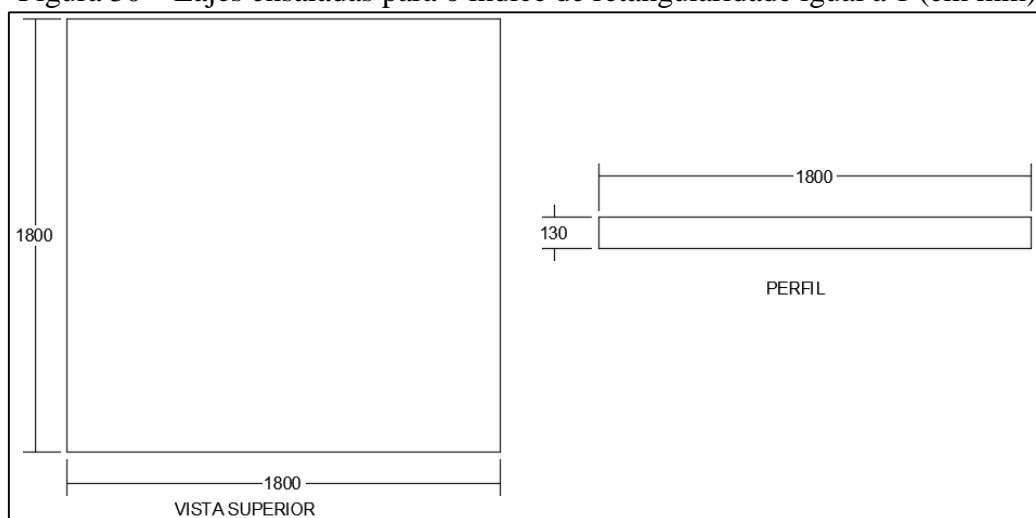
O programa experimental foi realizado no Laboratório de Construção Civil e Estruturas da Faculdade de Engenharia Civil na Universidade Federal de Uberlândia.

3.1 Lajes

Foram utilizados modelos locais, que através de várias pesquisas tem mostrado resultados consideráveis para avaliar a interface laje-pilar. Contudo é necessário compreender que em uma laje completa, aconteceria uma redistribuição dos esforços após o início da formação das fissuras gerando um comportamento diferente do analisado no modelo local.

As lajes ensaiadas apresentaram dimensão de $1800 \times 1800 \times 130 \text{ mm}^3$, ilustrado na Figura 30. Os pilares foram simulados por chapas metálicas, com espessura de 2,54 mm e seções variando conforme o índice de retangularidade analisado em 1 ($250 \times 250 \text{ mm}^2$), 1,5 ($300 \times 200 \text{ mm}^2$) e 2,03 ($335 \times 165 \text{ mm}^2$).

Figura 30 – Lajes ensaiadas para o índice de retangularidade igual a 1 (em mm)



Fonte: Autor.

O programa experimental foi do tipo fatorial 3×3 , onde são analisados dois diferentes fatores para 3 diferentes níveis. Os fatores analisadas são as taxas de fibra e índice de retangularidade dos pilares, e os níveis são apresentados no Quadro 33.

Quadro 33 – Número de lajes ensaiadas

Taxa de fibras (kg/m ³)	Índice de retangularidade		
	1	1,5	2,03
0	1	1	1
50	1	1	1
60	1	1	1

Fonte: Autor.

A resistência à compressão estimada do concreto foi de 40 MPa. Para escolha da taxa de fibra a ser utilizada, foi realizado um estudo de traço em conjunto com a pesquisa de Vitor (2017), em que obteve-se que o volume de fibras, de modo que a fibra trabalhe no seu máximo potencial no concreto, está no intervalo entre 50 kg/m³ e 60 kg/m³. Os traços em massa utilizados para as 3 taxas de fibras de aço são apresentados no Quadro 34.

Quadro 34 – Traço em massa do concreto utilizado

Traços	Cimento	Areia fina	Areia media	Brita 0	Brita 1	Água	Consumo cimento (kg)	Fibra (%)	Aditivo (%)*
Traço 1	1	0,56	1,04	0,6	1,8	0,4	447	0	0,55
Traço 2	1	0,56	1,04	0,6	1,8	0,4	447	0,64	0,70
Traço 3	1	0,56	1,04	0,6	1,8	0,4	447	0,77	0,80

*em relação ao massa de cimento utilizado.

Fonte: Autor.

O cimento utilizado foi CPIV- 32RS da marca Holcin Forte. As características do cimento e dos agregados miúdos e graúdos utilizados são apresentados nos Quadros 35 a 37, respectivamente.

Quadro 35 – Características do cimento utilizado

Propriedades físicas		Normas	
Massa específica (g/cm ³)		2,84	NBR NM 23:2000
Finura	Resíduo na peneira 200 (%)	0,38	NBR 11579:2012
	Área específica (m ² /kg)	464	NBR NM 76:1998
Tempo de pega (min)	Início de pega	240	NBR NM 65:2003
	Fim de pega	320	NBR NM 65:2003
Resistência à compressão (MPa)	7 dias	26,4	NBR 5735:1991
	28 dias	38,2	NBR 5736:1991

Fonte: Autor.

Quadro 36 – Características dos agregados miúdos

Ensaio realizado	Areia Fina	Areia média	Normas
Massa específica (g/cm ³)	2,63	2,6	NBR NM 52:2009
Diâmetro máximo (mm)	4,75	4,75	NBR NM 248:2003
Módulo de finura	2,05	2,68	NBR NM 248:2003

Fonte: Autor.

Quadro 37– Características do agregados graúdos

Ensaio realizado	Brita 0	Brita 1	Normas
Massa específica (g/cm ³)	2,96	2,96	NBR NM 53:2009
Diâmetro máximo (mm)	12,5	19	NBR NM 248:2003
Módulo de finura	6,22	2,68	NBR NM 248:2003

Fonte: Autor.

Para determinação da resistência a compressão, resistência a tração por compressão diametral e módulo de elasticidade foram moldados 3 corpos de prova cilíndricos de 100x200 mm para cada propriedade mecânica por laje.

Foram utilizadas fibras de aço em pente, modelo Dramix RC 65/60, de seção circular com fator de forma 65 e comprimento 60 cm da marca Belgo Bekaert Arames, ilustradas na Figura 31. Os valores fornecidos pelo fabricante de resistência a tração da fibra é de 1160 MPa e módulo de elasticidade de 210 GPa.

Figura 31 – Fibra de aço utilizada.



Fonte: Autor.

O aditivo utilizado foi o aditivo superplastificante GLENIUM 3400 NV, que apresenta aspecto líquido, pH aproximado de 7,8, cor marrom escuro e densidade aproximada de 1,05 mg/cm³. A quantidade recomendada de utilização é entre 0,2% a 0,8% da massa de cimento.

3.2 Armadura de flexão

A armadura de flexão foi dimensionada com taxa de 1,66%, de modo que ruptura ocorresse por punção. Todas as lajes tiveram a mesma taxa de armadura de flexão, já que tal armadura influencia na resistência à punção. A tubulação de PVC foi utilizada como molde para não concretar os locais por onde passariam os tirantes.

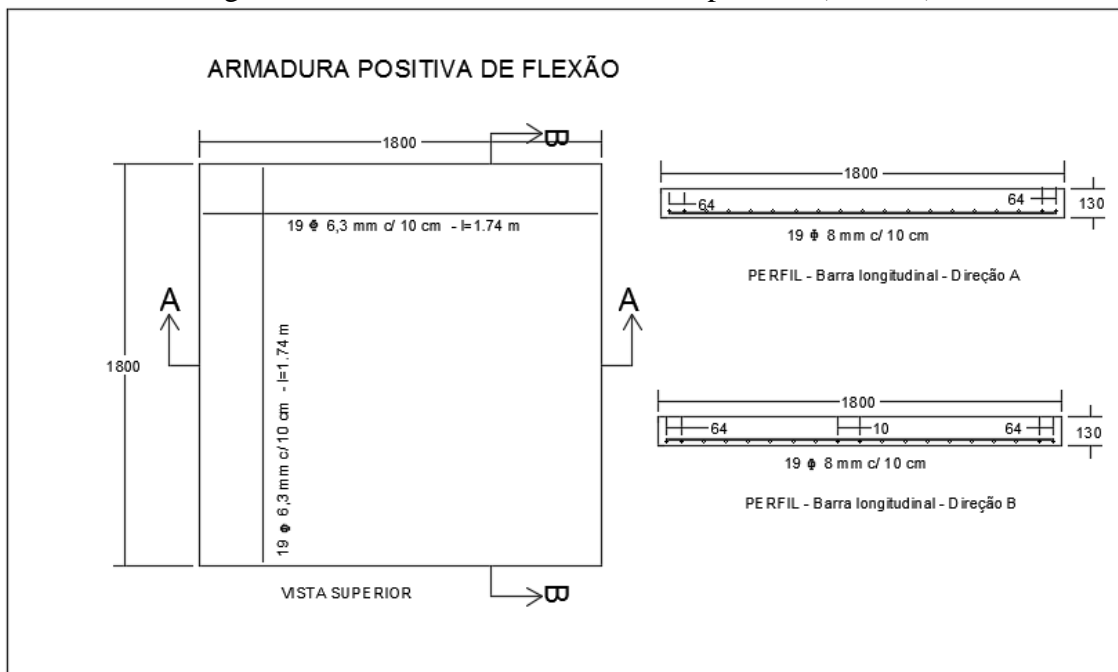
Na armadura superior foram utilizadas barras CA-50 de diâmetro nominal de 16 mm espaçadas 10 cm nas duas direções. Na armadura inferior foram utilizadas barras CA-50 com diâmetro nominal de 6,3 mm espaçados 10 cm. Foram utilizados ganchos em forma de U para a ancoragem de barras CA-50 com diâmetro nominal de 10 mm. A malha posicionada na forma metálica, o espaçamento das armaduras positivas e negativas, e dimensões dos ganchos são apresentados nas Figuras 32 a 35, respectivamente.

Figura 32 – Malha posicionada na forma metálicas.



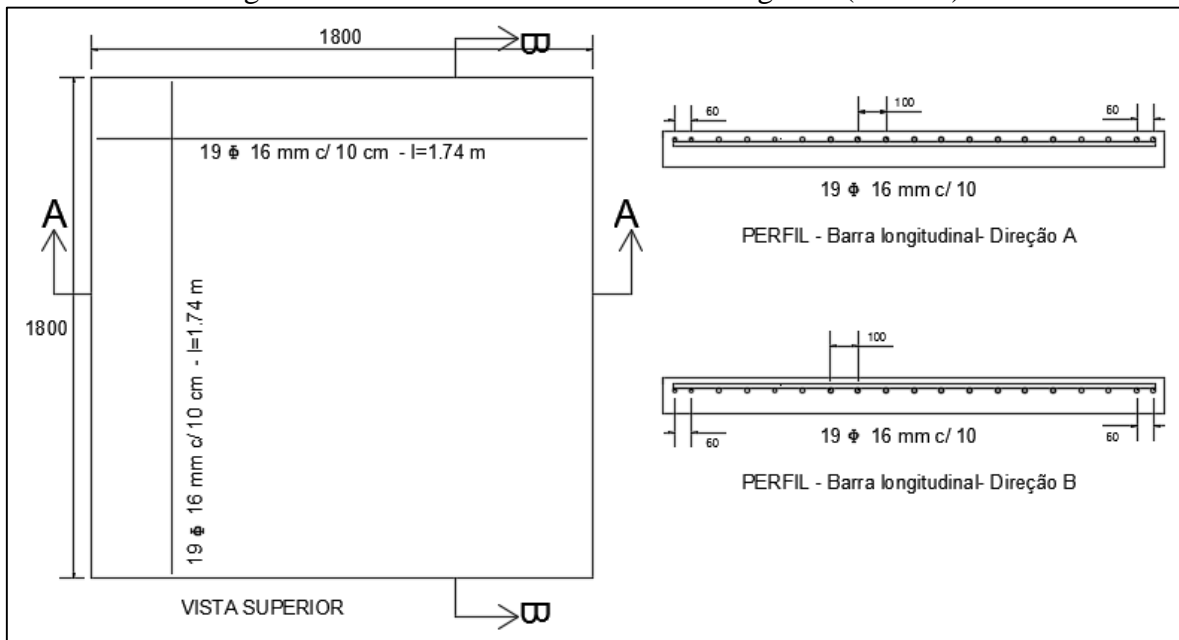
Fonte: Autor.

Figura 33 – Detalhamento da armadura positiva (em mm)



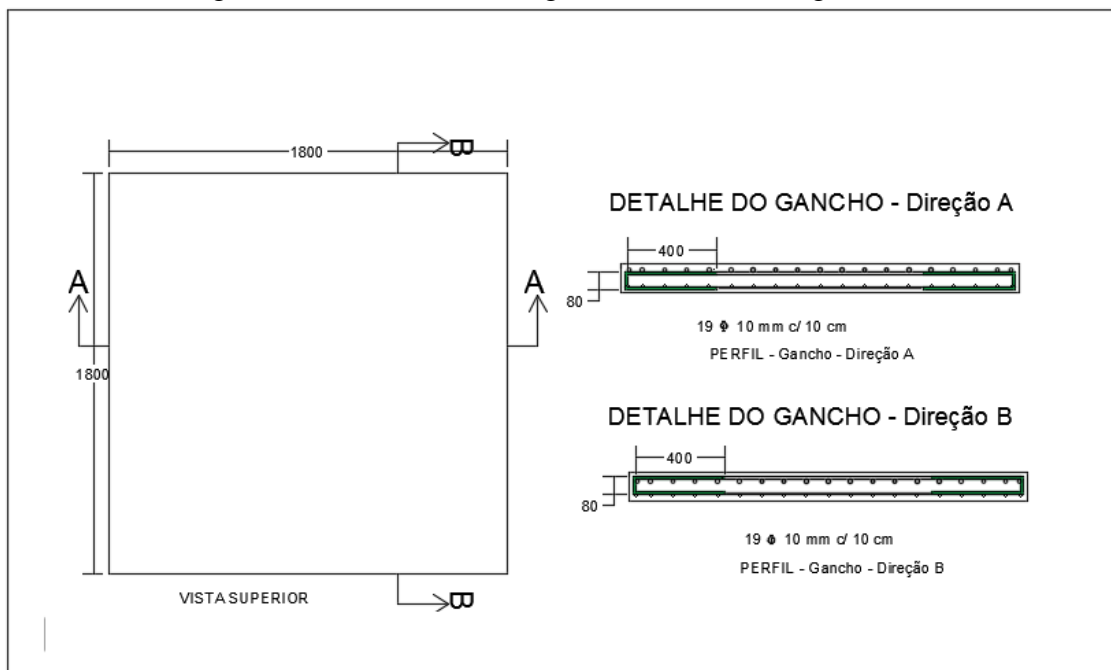
Fonte: Autor.

Figura 34 – Detalhamento da armadura negativa (em mm)



Fonte: Autor.

Figura 35 – Dimensões dos ganchos U de ancoragem (em mm)



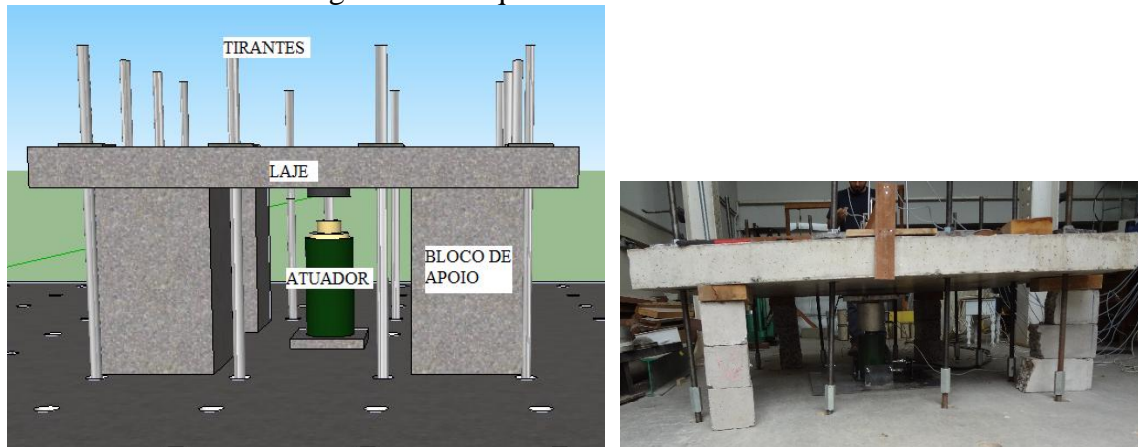
Fonte: Autor.

3.3 Sistema de ensaio

O modelo local foi travado em 12 pontos à laje de reação, de modo que tais pontos geraram a reação. Os travamentos foram realizados por barras CA-50 de diâmetro nominal de 25 mm com comprimento de 2000 mm. Entre as roscas nas barras e a laje de ensaio foram utilizadas chapas metálicas com espessura de 2,54 cm e dimensão de 150 x 150 mm², que serviram para distribuir o esforço de reação na região de contato.

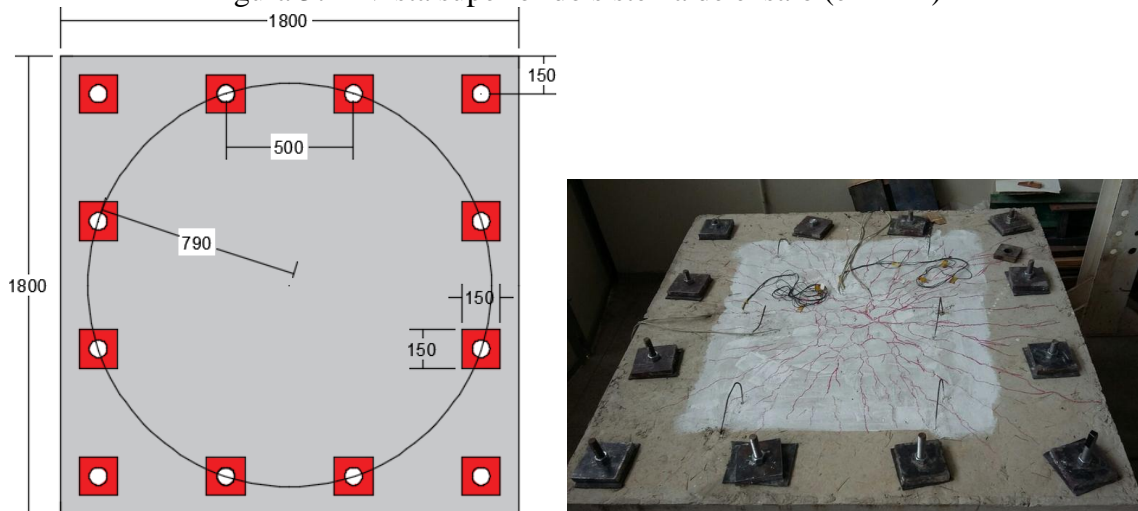
Entre as chapas de reação ou as que simulavam o pilar e a laje foi utilizada uma borracha para distribuir uniformemente o esforço da chapa para a laje e evitar concentração de esforços devido alguma irregularidade. O esquema de ensaio é apresentado na Figura 36 e as dimensões são ilustradas na Figura 37.

Figura 36 – Esquema do sistema de ensaio



Fonte: Autor.

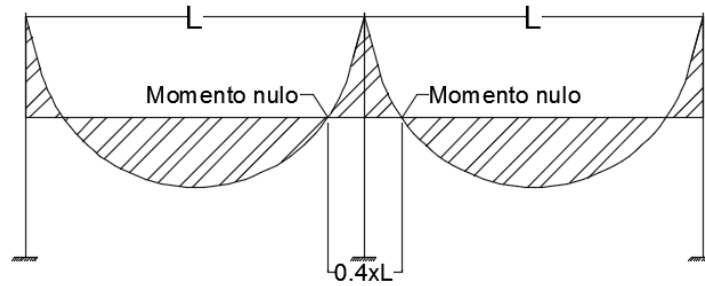
Figura 37 – Vista superior do sistema de ensaio (em mm)



Fonte: Autor.

O modelo de ensaio utilizado representa a região do momento negativo em uma laje lisa, como ilustra a Figura 38, onde o travamento representa a região de momento. Portanto considerando o travamento adotado, com raio de aproximadamente 790 mm, este modelo de laje representa um vão (L) de aproximadamente 4 m.

Figura 38 – Região do momento analisado no modelo local de laje



Fonte: Autor.

As deformações da armadura de flexão foram medidas com extensômetros elétricos de resistência da marca Excel com resistência de 120 ohms. Primeiramente, a região onde seria posicionada o extensômetro foi lixada de modo a gerar um superfície plana e lisa, e limpa com acetona para remoção de impurezas. A superfície da barra foi limpa utilizando acetona, e posteriormente o extensômetro foi colado com adesivo de éster de cianocrilato. Para proteger mecanicamente o extensômetro, foi aplicado uma camada de silicone e após o endurecimento do mesmo, passou-se fita isolante na região. Na Figura 39 é ilustrado o processo de fixação do extensômetro.

Figura 39 – Processo de fixação do extensômetro na armadura de flexão



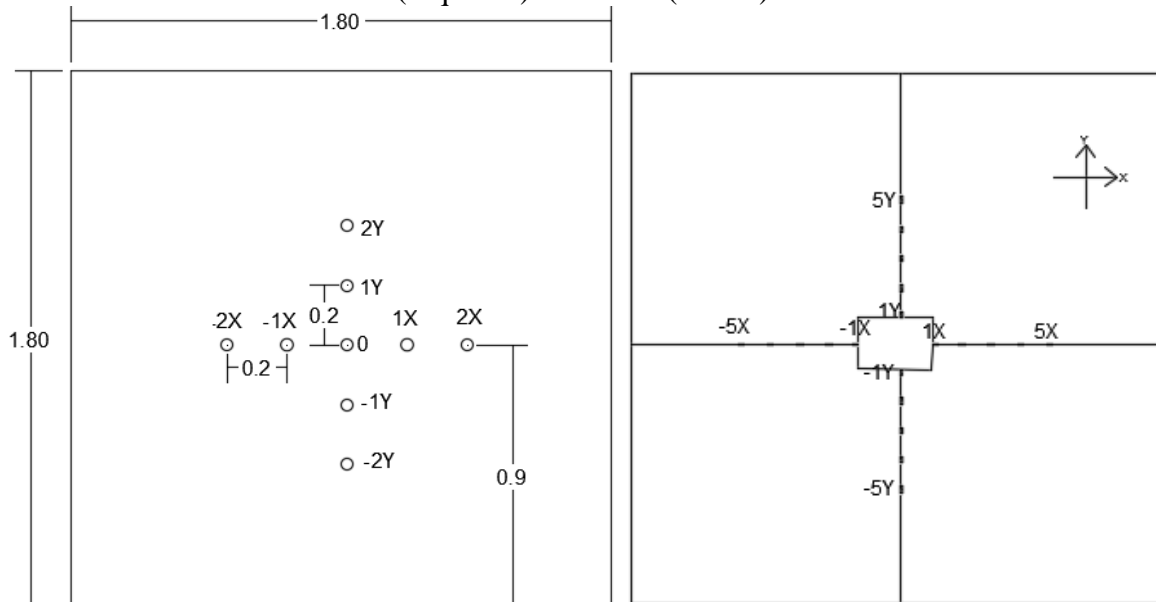
Fonte: Autor.

Os extensômetros foram colados espaçados 10 cm entre eles, a partir do primeiro que foi fixado na posição relativa a borda do pilar. O deslocamento vertical foi monitorado por 9 LVDTs, sendo adotado a direção Y como a direção perpendicular ao maior lado do pilar. Na Figura 40 são apresentadas o distanciamento e direções adotados para as instrumentações.

Os LVDTs foram fixados a uma estrutura de madeira de modo a garantir que estarão espaçados igualmente para todas a lajes ensaiadas. A estrutura está apoiada na laje, deste modo é possível garantir que os deslocamentos mensurados serão em relação a laje, sem a

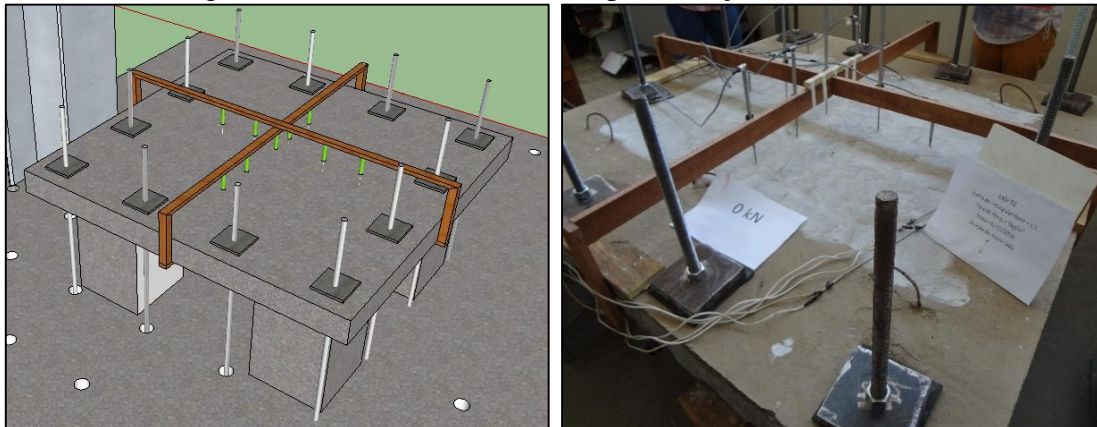
necessidade de correções. Na Figura 41 e 42 são apresentadas os esquemas e a situação experimental dos posicionamentos dos extensômetros e dos LVDTs, respectivamente.

Figura 40 – Nomenclatura, distanciamento e direções adotadas nos extensômetros (esquerda) e LVDTs (direita).



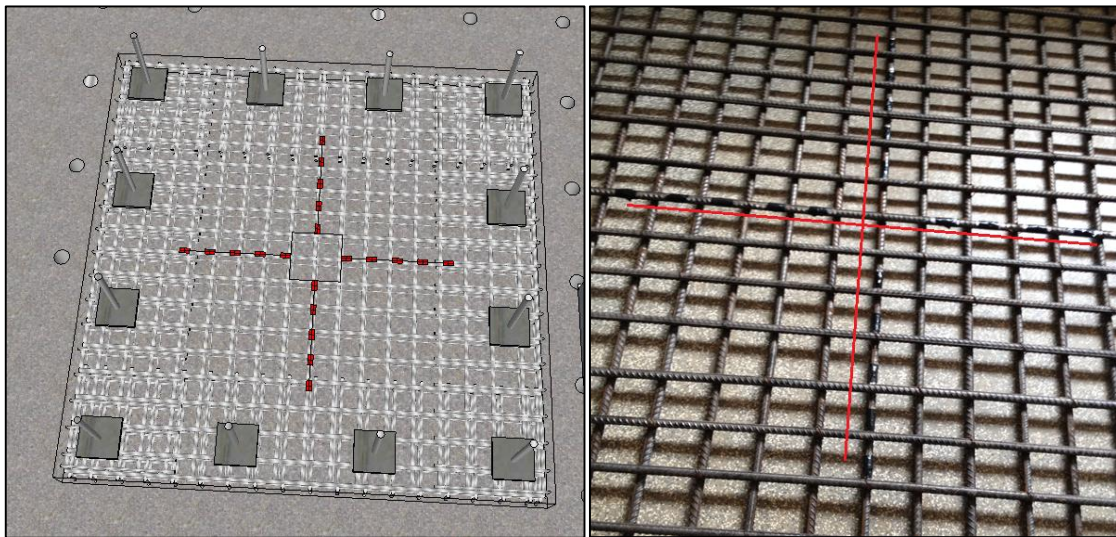
Fonte: Autor.

Figura 41 – Estrutura de madeira para fixação dos LDVTs.



Fonte: Autor.

Figura 42 – Esquema do posicionamento dos extensômetros e foto armadura instrumentada.



Fonte: Autor.

O carregamento foi aplicada de baixo para cima através de um atuador com capacidade de 1000 kN. A carga foi aplicada em passos de 20 kN, onde entre os passos foram armazenados os valores de deformação da armadura de flexão e deslocamento vertical da laje. Para controle da carga aplicada foi utilizada uma célula de carga com capacidade de 1000 kN.

Entre os passos de carga foram mapeadas as fissuras formadas. Após a marcação das fissuras, fez-se um registro fotográfico das marcações e prosseguiu a aplicação de carga até a valores próximos do valor de ruptura estimado, em que os LVDTs foram retirados para evitar que fossem danificados, e a aplicação da carga continuou até a ruptura da laje.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE DE RESULTADOS

Neste capítulo são apresentadas as análises dos resultados de carga de ruptura, deslocamentos verticais, deformação das armaduras e modo de ruptura de cada laje. Também são comparados os valores encontrados experimentalmente com os propostos por diferentes pesquisadores e normas.

4.1 Materiais

Neste subitem são apresentadas os resultados dos ensaios de caracterização do concreto e do aço utilizado.

4.1.1 Concreto

Todos os ensaios foram realizados com o concreto com idade superior a 90 dias, onde foram moldados 3 corpos de prova cilíndricos para cada propriedade. No Quadro 38 são apresentados os valores médios de resistência a compressão (f_c), módulo de elasticidade (E_s) e resistência a tração por compressão diagonal (f_t) nas idades de 90 dias. Para cada laje foram necessárias 3 betonadas, em que em cada betonada foi retirado uma amostra para análise de cada propriedade.

Quadro 38 – Propriedades mecânicas dos concretos ensaiados

Lajes	Resistência a compressão do concreto (MPa)								Resistência à tração (MPa)				E _c (GPa)
	I	II	III	IV	V	VI	Média	f _{ck}	I	II	III	IV	
L1-0	39,1	44,6	40,8	38,6	43,7	44,4	41,9	41,8	1,65	1,19	1,55	1,46	37,35
L2-0	41,5	42,2	42,2	42,8	41,2	42,1	42,0	41,7	2	1,66	1,32	1,66	36,52
L3-0	48,2	47,9	49,3	49,6	48,5	49,7	48,9	47,2	2,05	1,79	2,3	2,05	41,38
L1-50	42,3	42,7	40,7	43,5	43,8	42,6	42,6	42,4	2,38	3,56	2,74	2,89	44,68
L2-50	43,8	43,3	43,1	43,3	48,8	45,2	44,6	42,5	2,84	2,31	3,37	2,84	40,74
L3-50	41,8	41,7	42,6	43,4	46,1	42,0	42,9	40,5	1,95	2,47	2,46	2,29	39,82
L1-60	42,4	47,7	48,5	43,8	47,5	45,2	45,9	44,2	2,89	3,79	2,36	3,01	45,03
L2-60	40,8	39,1	44,6	39,8	41,9	40,2	41,1	39,5	2,73	2,43	3,17	2,78	50,84

L3-60	49,3	49,6	50,5	48,2	49,8	51,3	49,8	49,1	3,05	4,89	3,58	3,84	47,26
-------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------

Fonte: Autor.

Apesar do estudo de traço para o concreto considerando a resistência média estimada de 40 MPa, algumas lajes apresentaram resistência de até 6 MPa superiores a resistência média, com um desvio de 9 MPa entre a laje com maior e menor resistência. Contudo, os maiores acréscimos foram observados na resistência a tração e módulo de elasticidade. Em que as lajes com 60 kg/m³ de fibras de aço obtiveram valores de resistência a tração até 162% superiores aos valores das lajes sem fibras e módulo até 39% superiores em relação as lajes sem fibras. Através dos valores encontrados, é possível concluir que o volume crítico de fibras está próximo a quantidade de 60 kg/m³.

4.1.2 Aço

Todas as armadura utilizadas eram CA-50. No Quadro 39 são apresentados os valores de tensão de escoamento (f_y) e deformação máxima (ϵ_s) para o aço de 6,3 mm, 10 mm e 16 mm de diâmetro. Todas as barras de mesmo diâmetro pertenciam ao mesmo lote, em que, para cada diâmetro foram ensaiadas 3 amostras.

Quadro 39 – Propriedades das armaduras

ϕ (mm)	f_y (Mpa)	ϵ_y (mm/m)	Função da armadura
16	617,66	2,68	flexão/positiva
10	535,68	2,65	gancho
6,3	499,76	2,70	flexão/negativa

Fonte: Autor.

4.2 Carga de ruptura das lajes

No Quadro 40 são apresentadas as principais características e os valores de carga de ruptura para todas as lajes ensaiadas. Apesar da diferença no comportamento, todas as lajes foram solicitadas até a ruptura, sendo observada em todas a formação da fissura circunferencial característica de ruptura por punção.

Quadro 40 – Propriedades das lajes e carga de ruptura

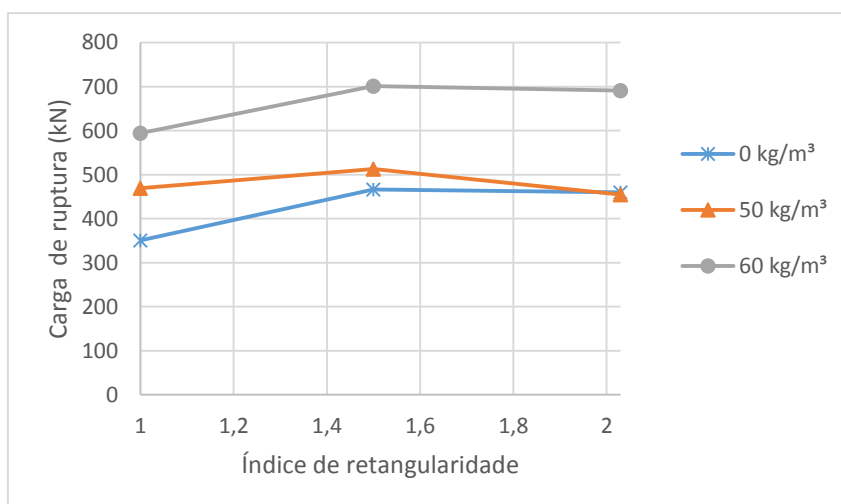
Laje	f_c (Mpa)	ρ (%)	Taxa de fibra (kg/m ³)	Índice de retangularidade	Carga de ruptura (kN)
L1-0	42	1,68	0	1	351
L2-0	42	1,68	0	1,5	466

L3-0	49	1,68	0	2,03	460
L1-50	42	1,68	50	1	469
L2-50	42	1,68	50	1,5	513
L3-50	43	1,68	50	2,03	455
L1-60	46	1,68	60	1	594
L2-60	41	1,68	60	1,5	701
L3-60	50	1,68	60	2,03	691

Fonte: Autor.

Na Figura 43 são ilustrados os valores encontrados de carga de ruptura em função das taxas de fibra de aço. Para a análise dos valores de carga de ruptura, serão considerados a influência da adição de fibra de aço no concreto, o índice de retangularidade do pilar e ambos os fatores simultaneamente.

Figura 43 - Valores de carga de ruptura.



Fonte: Autor.

4.2.1 Quantidade de fibra de aço no concreto

A adição de fibras de aço no concreto resultou no aumento da resistência à tração do concreto, que influenciou diretamente na resistência à punção. Para as lajes com quantidade de fibra de aço de 60kg/m³ os valores de carga de ruptura foram de 50% a 69% superiores as lajes sem fibras. A justificativa para o acréscimo significativo se deve provavelmente ao fato do volume crítico do concreto ser próximo a 60 kg/m³. Tal fato resultou no máximo desempenho do compósito, levando a um aumento significativamente superior aos observados nas lajes com 50 kg/m³. Tal acréscimo alterou o modo de ruptura das lajes da série 60 kg/m³ de flexão pura para flexo-punção.

As lajes com taxa de fibra de 50 kg/m^3 obtiveram valores superiores as sem fibras para os índices de 1 e 1,5, em que o acréscimo chegou a 30%. Contudo, a laje L3-50 obteve um valor ligeiramente inferior ao encontrado para a L3-0, que não possui fibra. A principal justificativa para tal fato se deve a resistência da laje L3-0 (49 MPa) ser superior a laje L3-50 (43 MPa). Contudo observando a diferença entre as resistências e os valores de carga obtidos, observa-se que para a mesma resistência a laje L3-50 obteria valor de carga superior a laje sem fibra.

4.2.2 Índice de retangularidade do pilar

O comportamento observado nos experimentos realizados e em resultados de outros autores, como Mouro (2006), mostra que o acréscimo do índice de 1 até o valor 1,5 gera um aumento na resistência à punção da laje. Somente para valores de índice superiores a 1,5 começa a ocorrer o decaimento da resistência à punção.

A possível razão para o decréscimo pouco significativo da carga de ruptura, com o aumento do índice de 1,5 para 2,03 nas lajes da série com 0 e 60 kg/m^3 , se deve a resistência à compressão superior das lajes com índice 2,03 em relação as lajes com índice de 1 e 1,5 da mesma série de taxa de fibras. Contudo, considerando que apesar da resistência superior para tais lajes, seu valor foi inferior aos obtidos pelas de índice 1,5, leva-se a crer que tal decréscimo seria mais significativo se as resistências das lajes fossem mais próximas.

As lajes com 50 kg/m^3 de fibras, que possuem resistências próximas, obtiveram uma queda na carga de ruptura de 12% considerando do índice 1,5 para o 2,03, além do valor obtido por 2,03 ser inferior ao do índice 1. O que leva a crer que se as resistências fossem próximas, possivelmente os valores obtidos para o índice 2,03 seriam inferiores aos obtidos para 1.

4.2.3 Quantidade de fibras de aço e índice de retangularidade do pilar

No Quadro 41 são apresentados os valores de carga de ruptura considerando as duas variáveis analisadas. Observa-se que a utilização de concreto reforçado com fibra se mostrou mais influente no aumento da resistência à punção do que o decréscimo provocado pelo aumento no índice de retangularidade. Pois considerando a série com 50 kg/m^3 de fibras, que

teve o maior decréscimo na resistência, o aumento do índice de 50% diminuiu em 12% a carga, enquanto a adição de 50 kg/m³ aumentou em até 33% a resistência à punção. Contudo, como os valores apresentam um alta para índice de retangularidade entre 1 e 1,5, não é possível determinar o ponto em que a resistência começa a decair na faixa de índice entre 1,5 e 2,03. Portanto para uma afirmação mais conclusiva, seria necessário avaliar a resistência a punção considerando índices de retangularidade entre 1,5 e 2,03.

Quadro 41 – Comparação dos valores de carga de ruptura encontrados (kN)

Taxa de fibras (kg/m ³)	Índice de retangularidade		
	1	1,5	2,03
0	351	466	460
50	469	513	465
60	594	701	691

Fonte: Autor.

4.3 Deslocamentos verticais

No Apêndice B é apresentado o desenvolvimento dos deslocamentos verticais considerando passo de carga de 40 kN. Na Figura 44 é apresentado o deslocamento vertical para o LVDT posicionado no centro da laje, portanto o que obteve maiores valores de deslocamentos. Através desta Figura, observa-se que as lajes com CRFA obtiveram valores de deslocamento de no mínimo 2 mm superiores aos obtidos pelas lajes sem fibras. Uma das razões se deve a maior capacidade de absorção de energia, resultando em um deslocamento vertical superior as lajes sem fibras.

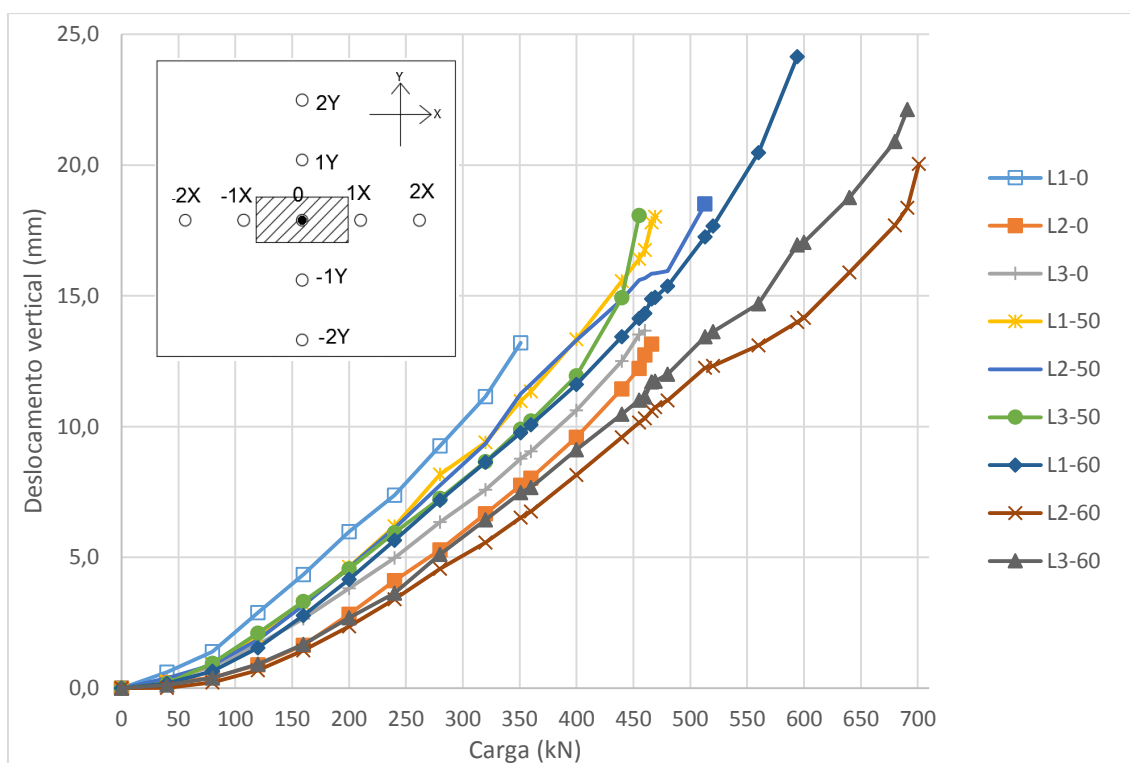
Independentemente do índice de retangularidade, da resistência à compressão do concreto e da carga de ruptura, as lajes sem fibras de aço obtiveram, nas duas direções, os valores de deslocamentos máximos próximos. Entre as lajes com fibras, observa-se o mesmo comportamento para as lajes da série com 50kg/m³. As lajes da série com 60 kg/m³ obtiveram valores de no mínimo 2 mm superiores aos valores das lajes com 50 kg/m³ e no mínimo 4 mm em relação as lajes sem fibras.

As lajes da série de 60 kg/m³ obtiveram deslocamentos verticais diferenciados, em que os valores variaram entre 20 e 24 mm de deslocamento máximos. Apesar da menor carga de ruptura de sua série, a laje L1-60, apresentou os maiores valores de deslocamento vertical nas duas direções. As diferenças encontradas entre os deslocamentos das lajes na série de 60 kg/m³ podem ser justificadas pela diferença entre as resistências das mesmas e ao fato de

romperem por flexo-punção, portanto um comportamento diferente do que ocorreu nas demais lajes, em que a ruptura ocorreu pelo escoamento da armadura.

As lajes solicitadas por pilares retangulares de índice 1 obtiveram os maiores deslocamentos verticais em suas séries de taxas de fibra, para a mesma carga, enquanto as lajes com pilares de índice 1,5 tiveram os menores deslocamentos em suas séries. Este comportamento ocorreu porque as lajes romperam quando atingiram o deslocamento máximo suportado, como pode ser observado nas lajes da série 0 kg/m³ e 50 kg/m³. Ou seja, as lajes que deformaram menos para a mesma carga, demoraram mais para atingir o deslocamento máximo e assim absorveram maior carga.

Figura 44 – Deslocamento vertical na posição 0



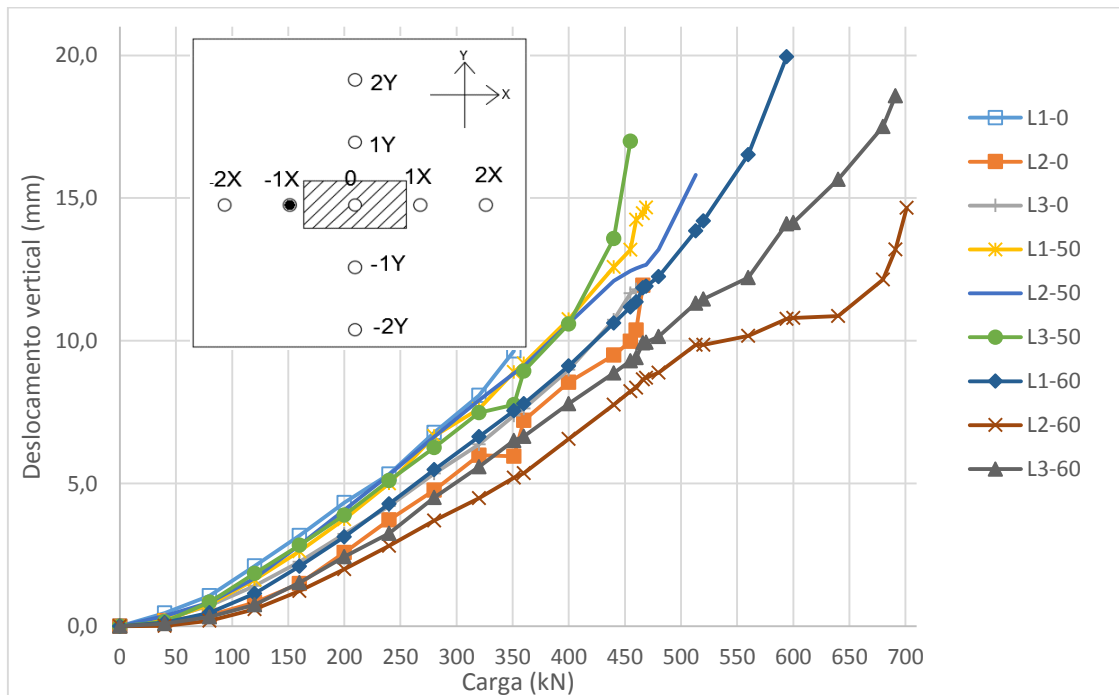
Fonte: Autor.

Nas Figuras 45 a 48 são apresentados os deslocamentos verticais afastados 200 mm em relação ao eixo em todas as direções. Foi observado a simetria entre os valores encontrados para deslocamentos em mesma direção (X e Y), com pequenas variações. Apesar da influência da adição de fibras de aço na carga de ruptura e no deslocamento vertical máximo, o índice de retangularidade foi mais influente no comportamento dos deslocamentos distanciados 20 mm do centro, sendo observado deslocamentos verticais inferiores para as lajes com índice de retangularidade igual a 1,5.

Através destes valores, pode-se concluir que a possível justificativa para maiores cargas no índice de 1,5 se devem a menores deslocamentos verticais e consequentemente, maior carga para atingir os deslocamentos máximos, quando considerado mesma taxa de fibra e resistência.

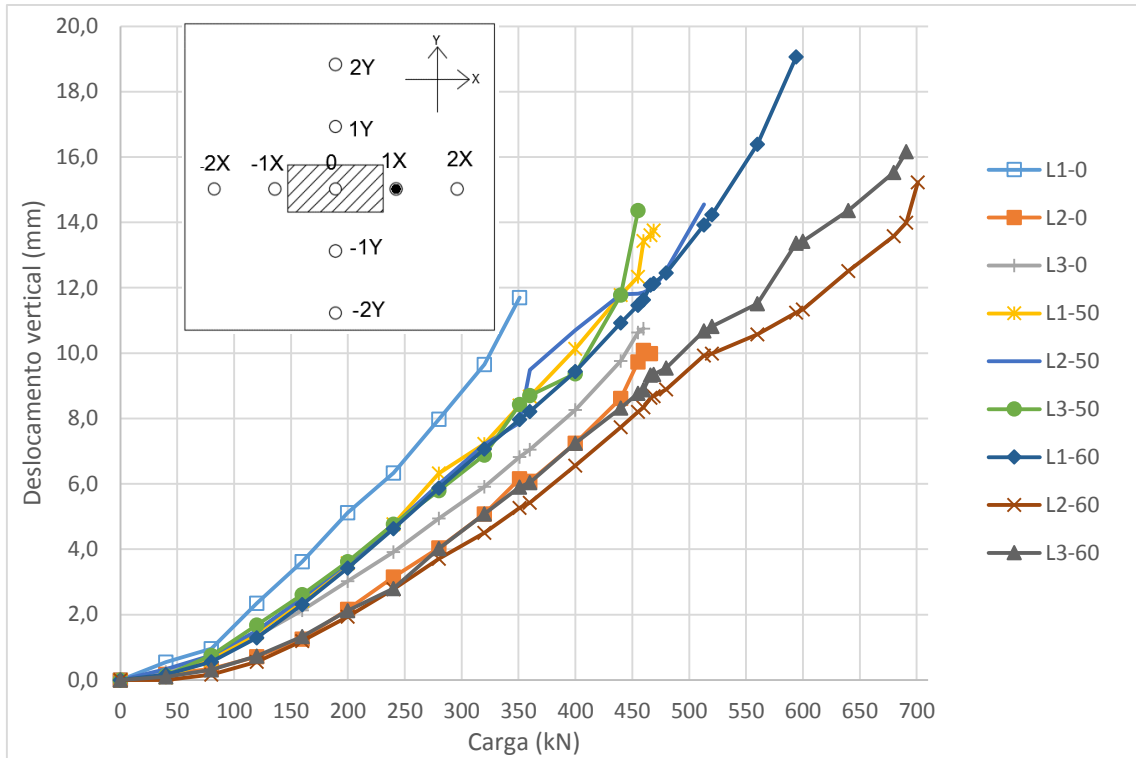
Na laje L2-60 na direção Y e -Y o deslocamento vertical obteve um comportamento linear a partir da carga de 460 kN, que pode ser justificado por algum defeito de leitura no LVDT neste momento, que a partir de então não fez mais leitura do deslocamento vertical. Mas já se observava que os deslocamentos desta laje eram inferiores as demais da série de 60 kg/m³ e às demais.

Figura 45 – Deslocamento vertical na posição -1X



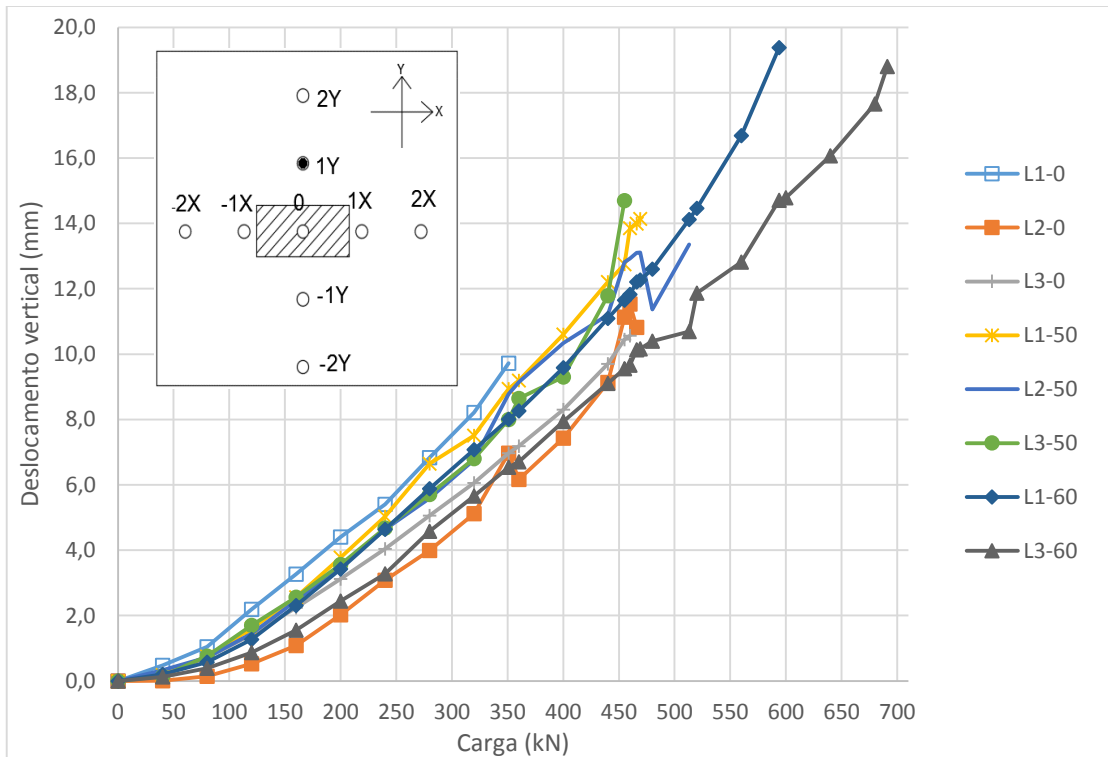
Fonte: Autor.

Figura 46 – Deslocamento vertical na posição 1X



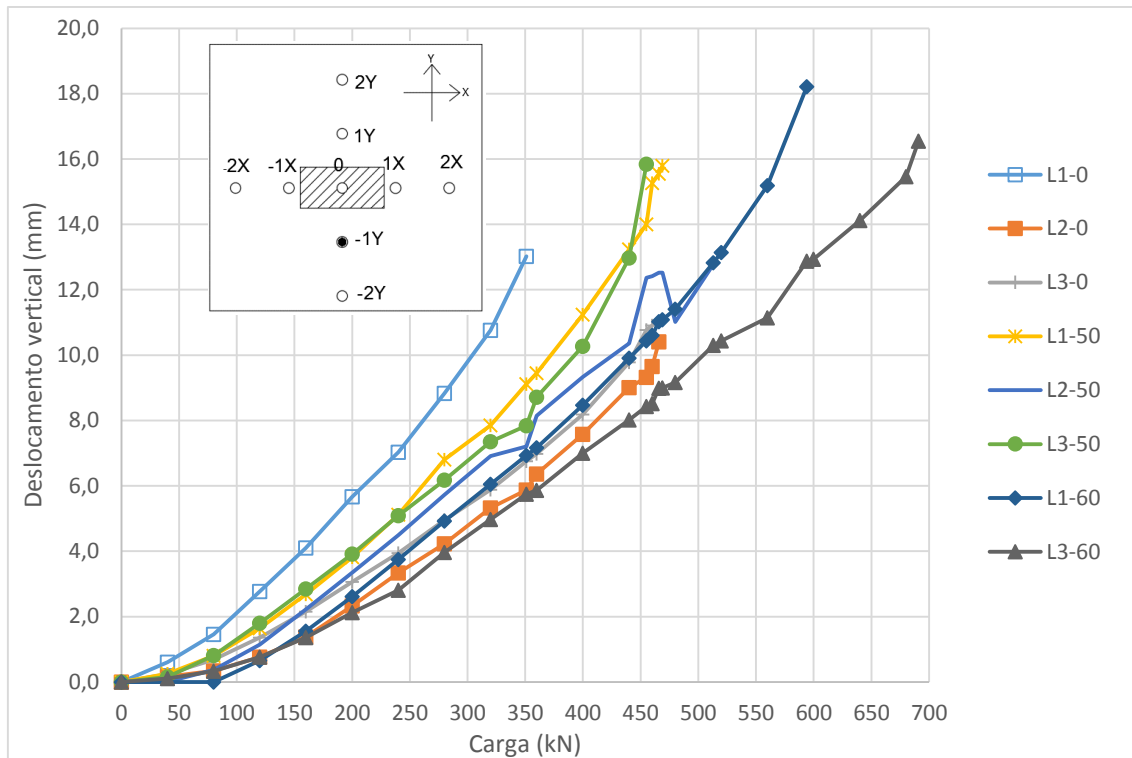
Fonte: Autor.

Figura 47 – Deslocamento vertical na posição 1Y



Fonte: Autor.

Figura 48 – Deslocamento vertical na posição -1Y

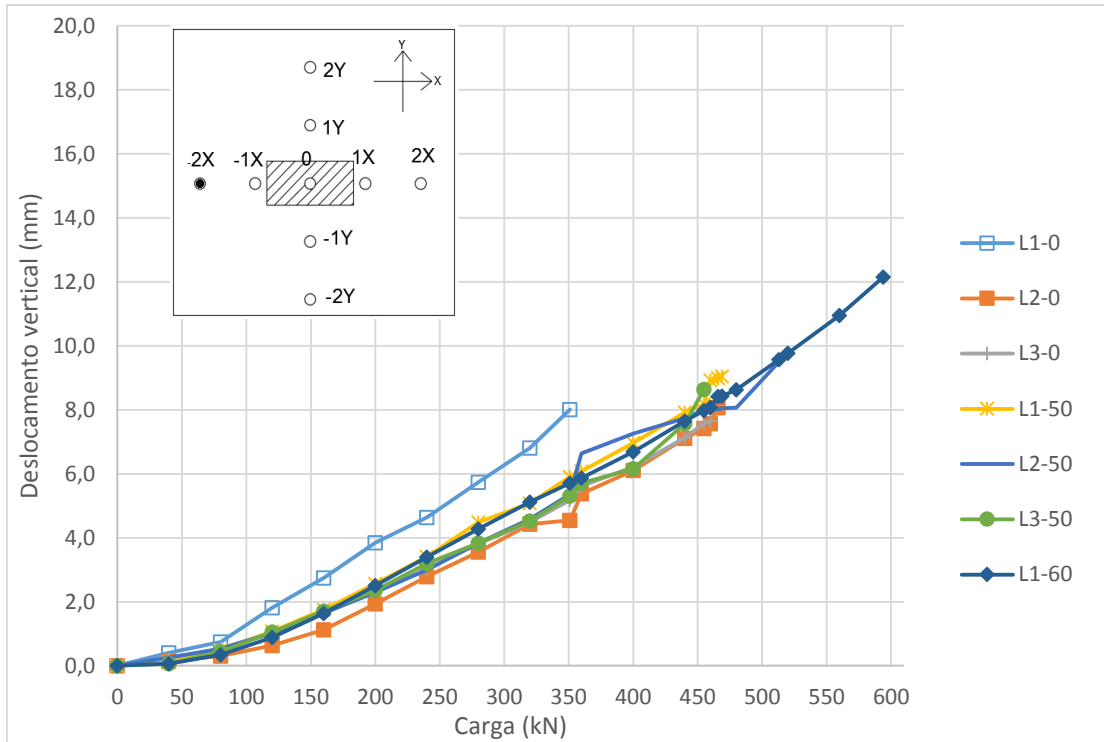


Fonte: Autor.

Nas Figuras 49 a 52 são apresentados os deslocamentos verticais nas duas direções para os LVDTs afastados 400 mm do eixo da laje. Foi observado o mesmo comportamento dos extensômetros afastados 20 cm do centro, com o índice influenciando mais significativamente os valores de deslocamento que a adição de fibras de aço. Alguns deslocamentos não foram apresentados por problemas na leitura do LVDT, em que seus valores não podem ser considerados para análise.

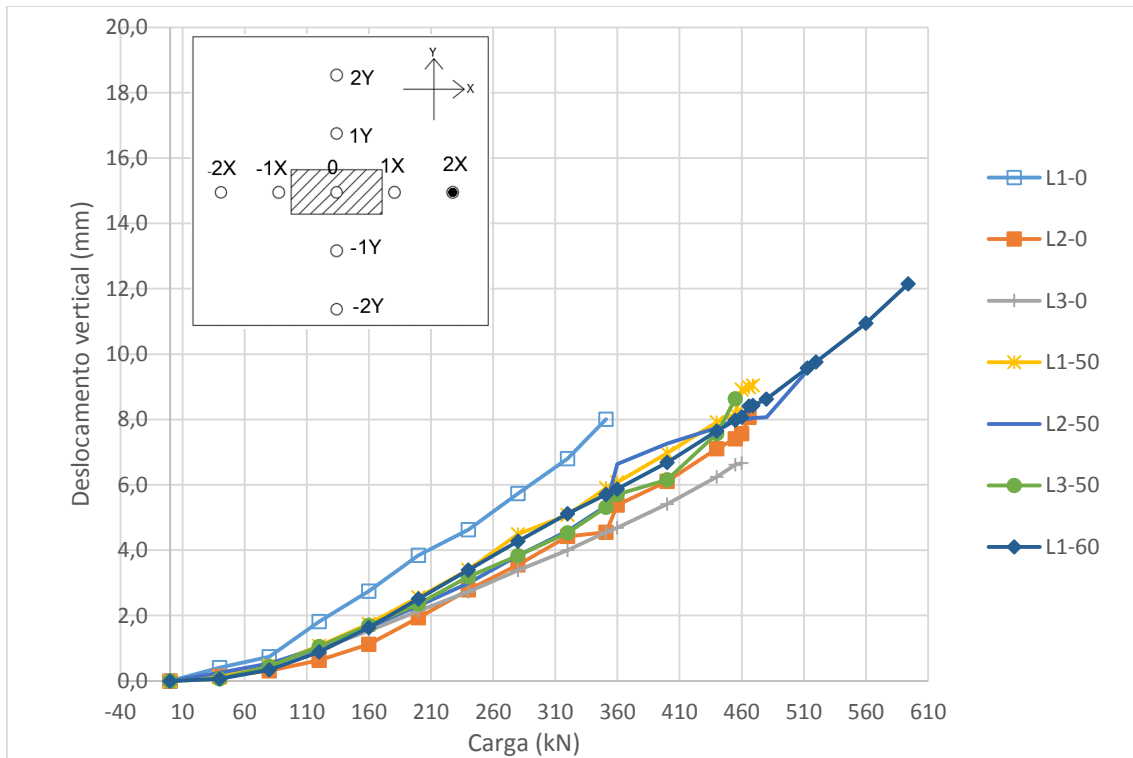
Analisando os deslocamentos de maneira geral, conclui-se que o índice de retangularidade é um fator mais influente que a adição de fibras de aço. As fibras levaram ao aumento da resistência a punção e resultaram em deslocamentos máximos maiores, contudo não influenciam a rigidez da laje, o que justifica não influenciarem no comportamento.

Figura 49 – Deslocamento vertical na posição -2X



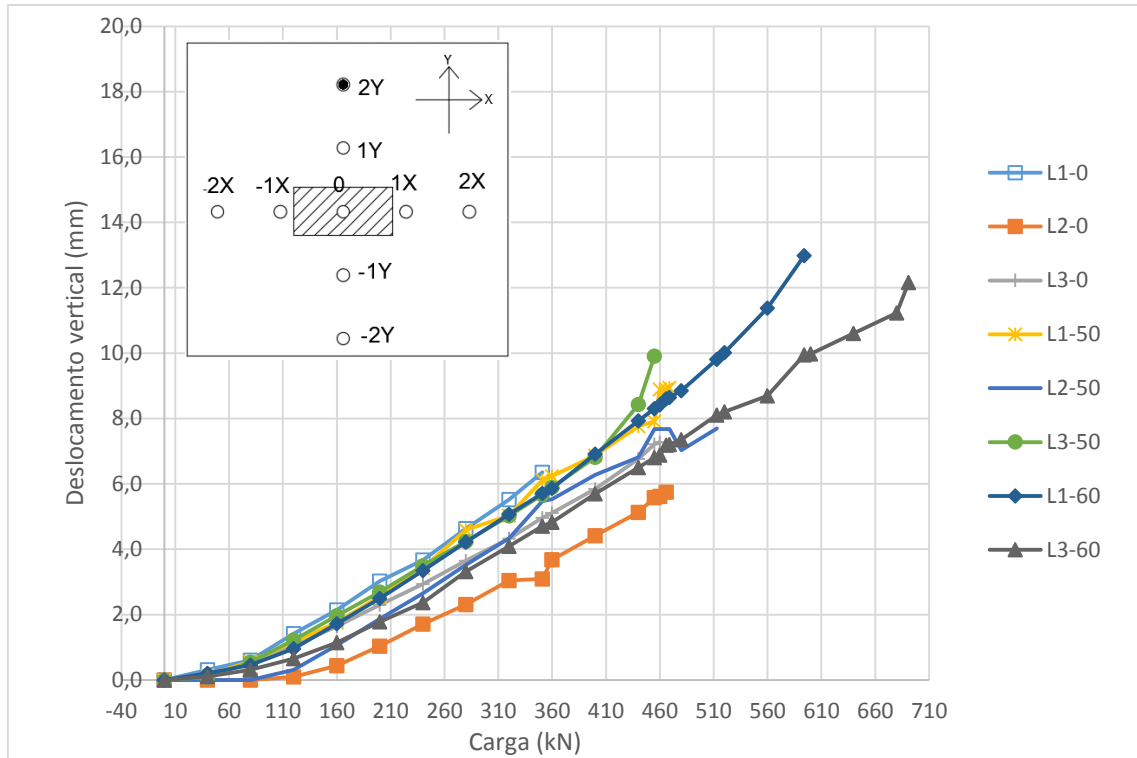
Fonte: Autor.

Figura 50 – Deslocamento vertical na posição 2X



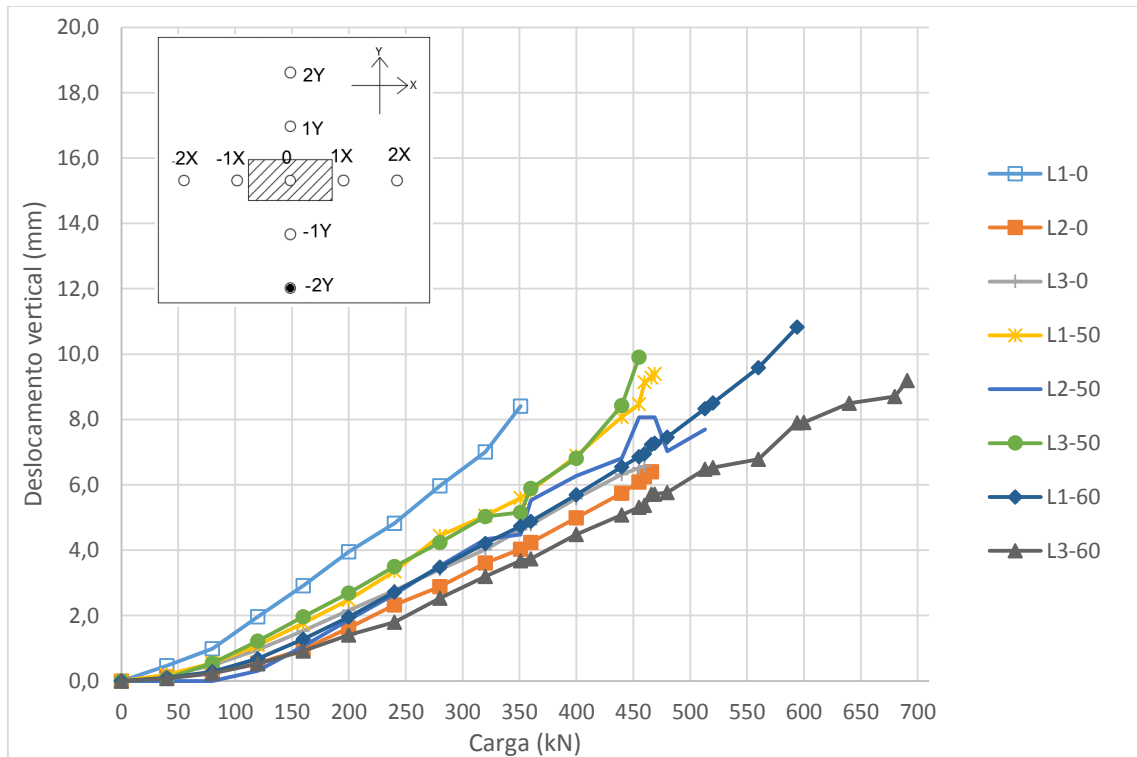
Fonte: Autor.

Figura 51 – Deslocamento vertical na posição 2Y



Fonte: Autor.

Figura 52 – Deslocamento vertical na posição -2Y



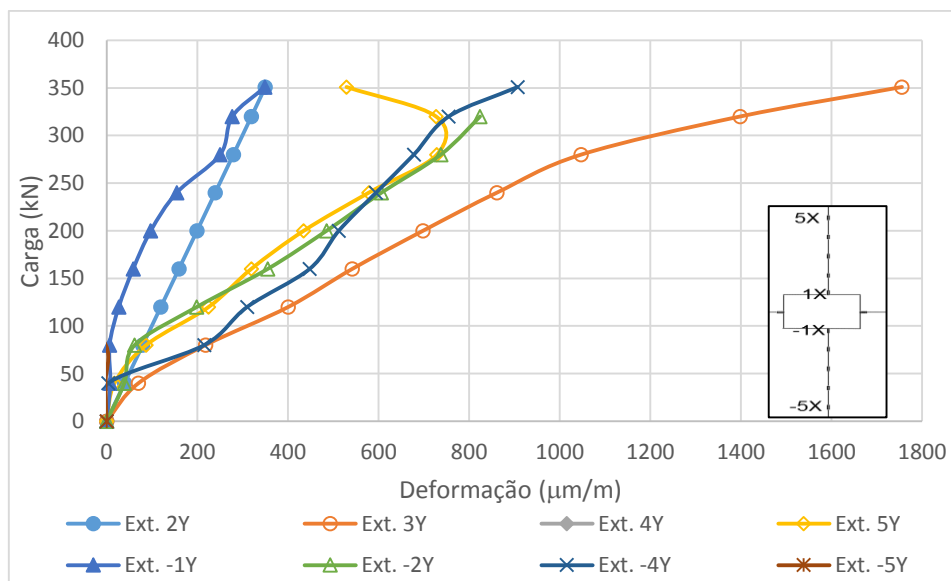
Fonte: Autor.

4.4 Deformação das armaduras

As deformações das armaduras foram mensuradas com extensômetros na direção perpendicular ao maior lado (Y) e na direção perpendicular ao menor lado (X). A laje L1-0 foi instrumentada em todos os sentidos, totalizando 20 extensômetros, mas como os valores sem mostraram simétricos para a deformação da armadura, todas as demais lajes foram instrumentadas em cada direção em somente um sentido. Nas Figuras 53 e 54 são apresentados os valores de deformação de armadura para a laje L1-0.

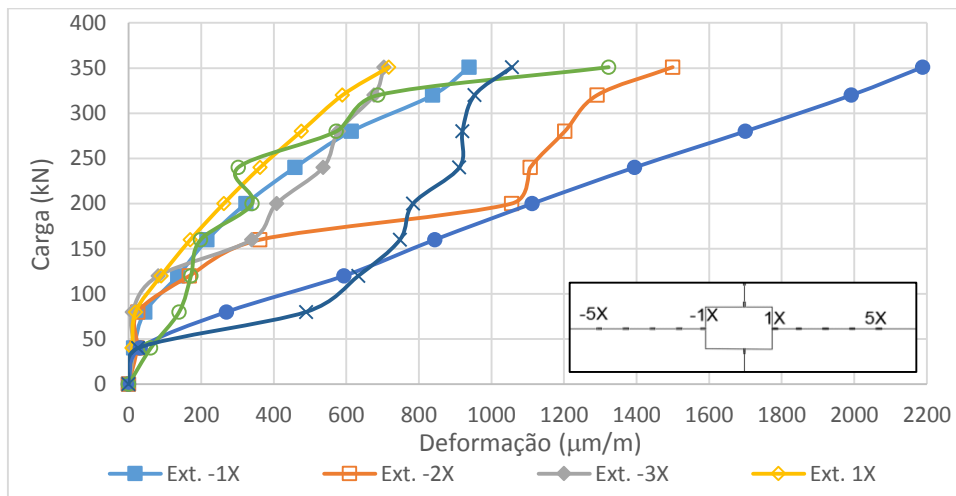
Através da laje L1-0 conclui-se o comportamento simétrico para as deformações das armaduras, o que levou a utilizar extensômetros somente em um sentido para cada direção. A laje L1-0 não apresentou escoamento da armadura, com a ruptura abrupta e formação da fissura circunferencial principal. A laje também apresentou pequena quantidade de fissuras radiais e circunferenciais em relação as demais.

Figura 53 – Deformação da armadura de flexão na Laje L1-0 na direção Y



Fonte: Autor.

Figura 54– Deformação da armadura de flexão na Laje L1-0 na direção X

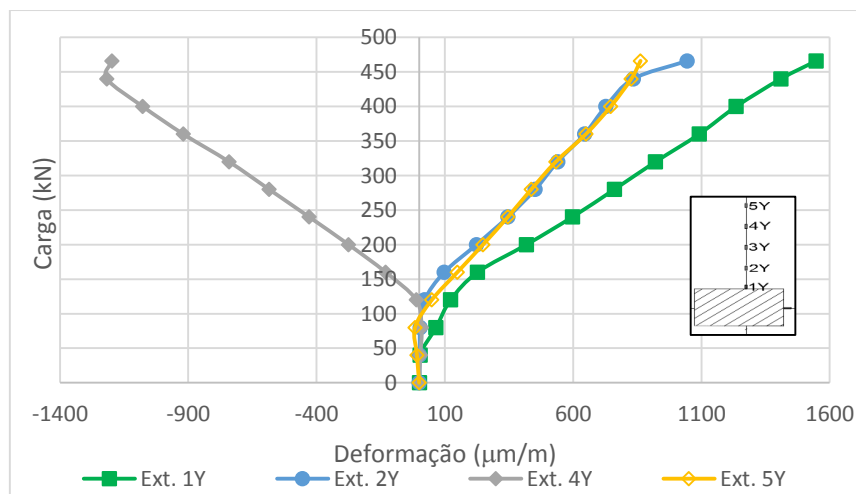


Fonte: Autor.

Com exceção da laje L1-0, todas as lajes foram monitoradas em 10 pontos, sendo 5 em cada direção. Contudo, em algumas lajes, alguns extensômetros foram perdidos durante a fase de moldagem da laje ou mesmo posteriormente durante o ensaio, o que justifica a falta de alguns dados de extensômetros.

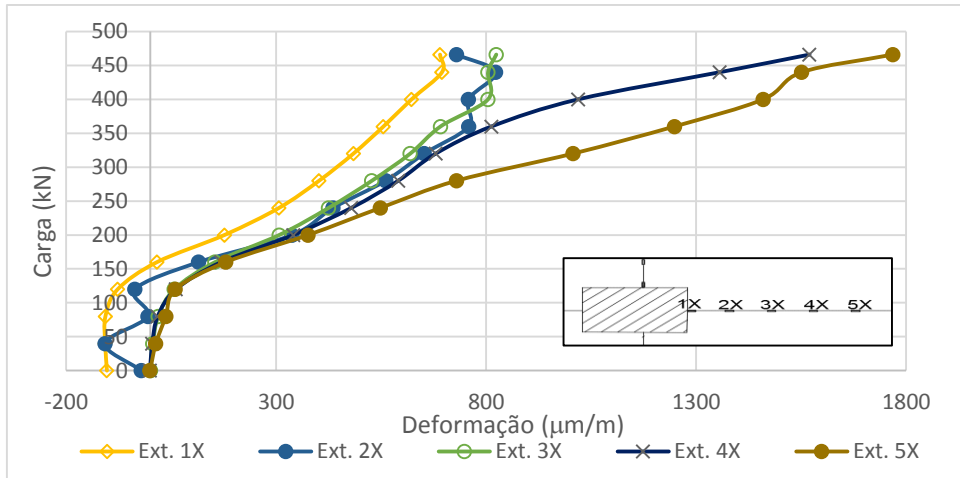
Nas Figuras 55 a 58 são apresentados as deformações para as lajes L2-0 e L3-0 respectivamente nas duas direções. Estas lajes também não apresentaram escoamento da armadura, e assim como a L1-0 tiveram uma ruptura abrupta com a formação de poucas fissuras.

Figura 55 – Deformação da armadura de flexão na Laje L2-0 na direção Y



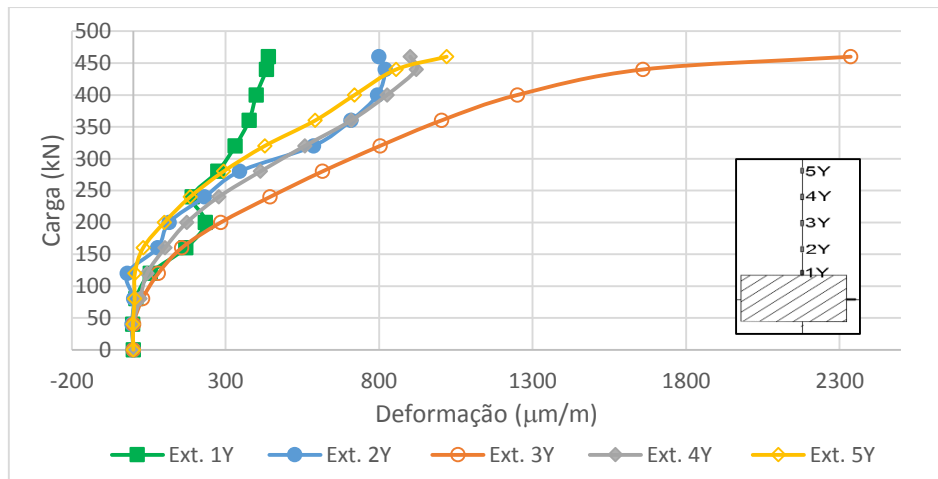
Fonte: Autor.

Figura 56 – Deformação da armadura de flexão na Laje L2-0 na direção X



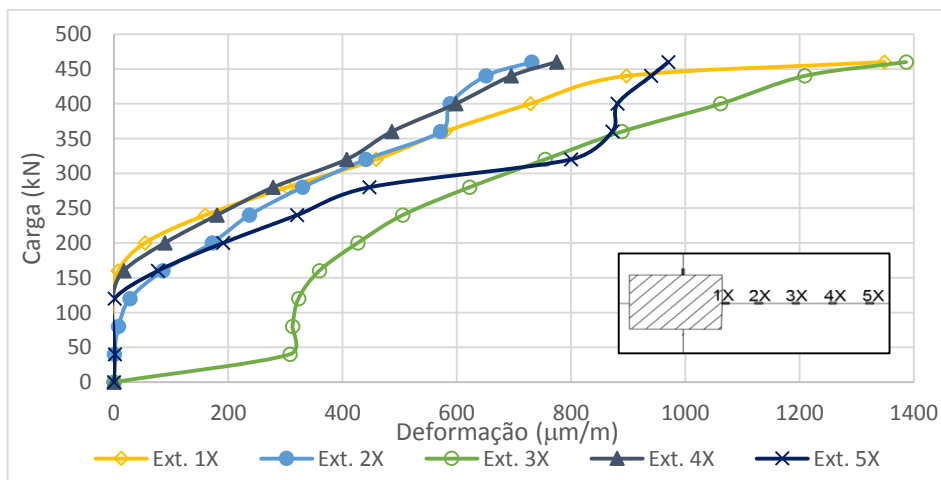
Fonte: Autor.

Figura 57 – Deformação da armadura de flexão na Laje L3-0 na direção Y



Fonte: Autor.

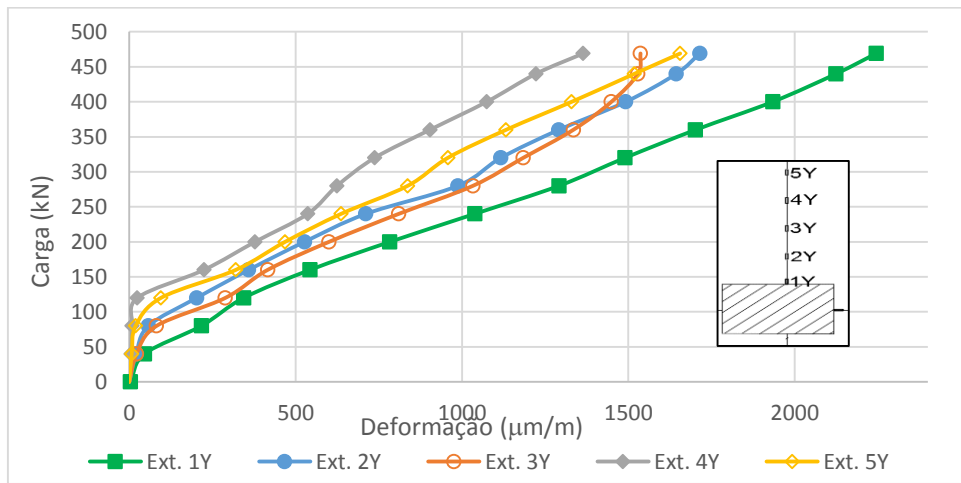
Figura 58 – Deformação da armadura de flexão na Laje L3-0 na direção X



Fonte: Autor.

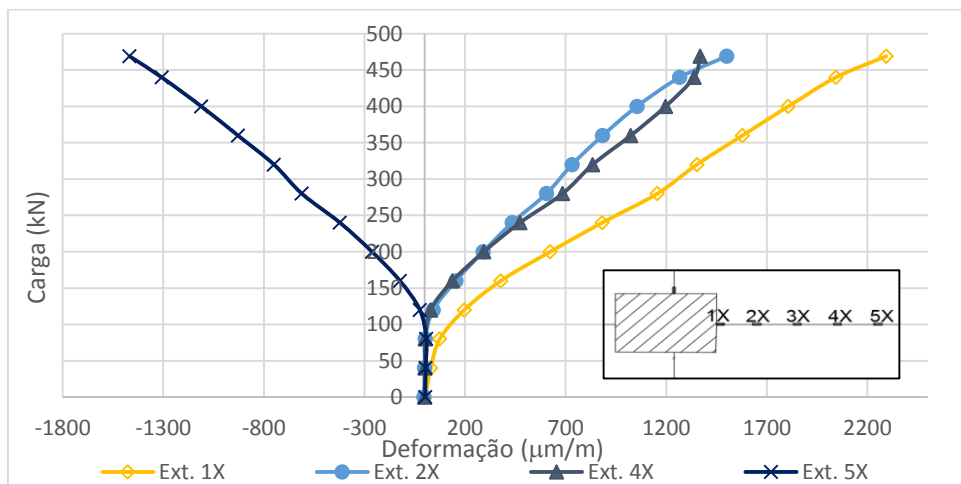
Nas Figuras 59 a 64 são apresentadas as deformações das armaduras para as lajes da série com 50kg/m³ nas direções Y e X, respectivamente. O comportamento das armaduras para as lajes com 50 kg/m³ foram semelhantes, com quase todas chegando próximo ao escoamento da armadura, contudo nenhuma escoou. Na Laje L2-50, no extensômetro 2, ocorre um decréscimo significativo na deformação, isto ocorreu pouco antes da ruptura, e o motivo possível é que a fissura crítica transpôs a região do extensômetro aliviando as tensões da armadura.

Figura 59 – Deformação da armadura de flexão na Laje L1-50 na direção Y



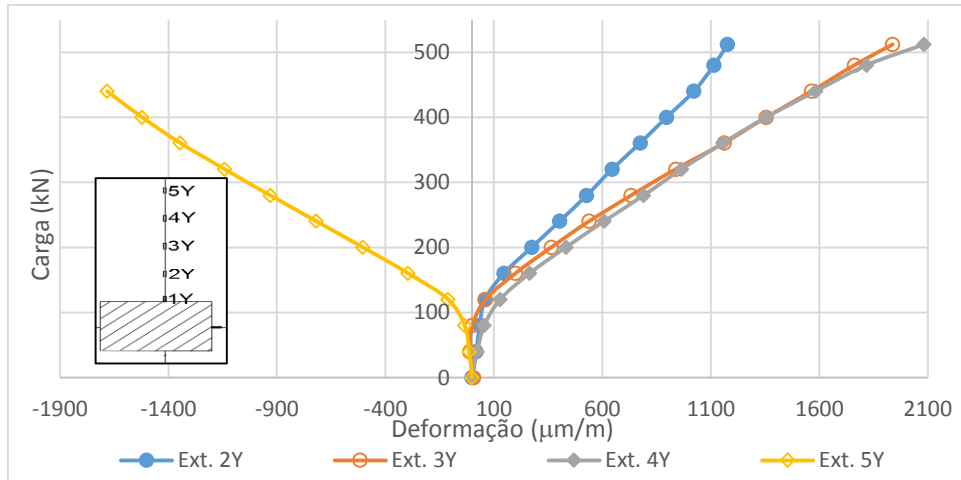
Fonte: Autor.

Figura 60 – Deformação da armadura de flexão na Laje L1-50 na direção X



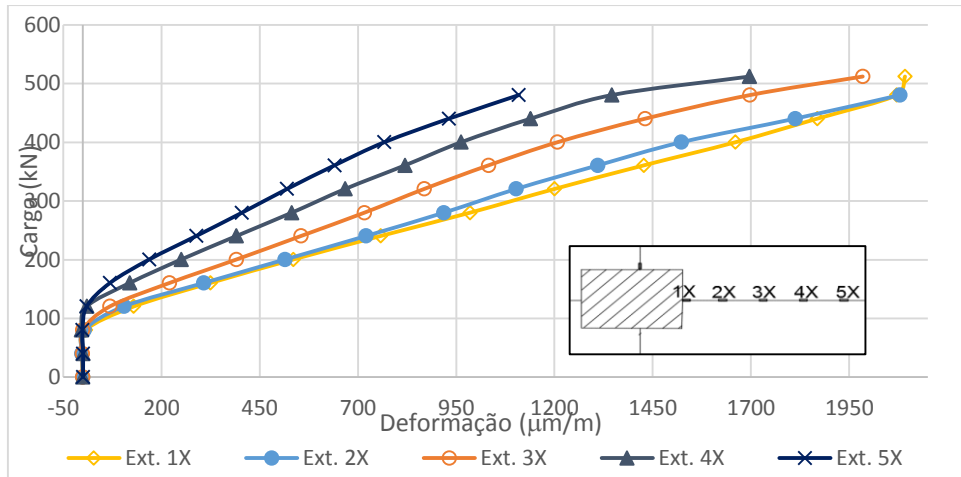
Fonte: Autor.

Figura 61 – Deformação da armadura de flexão na Laje L2-50 na direção Y



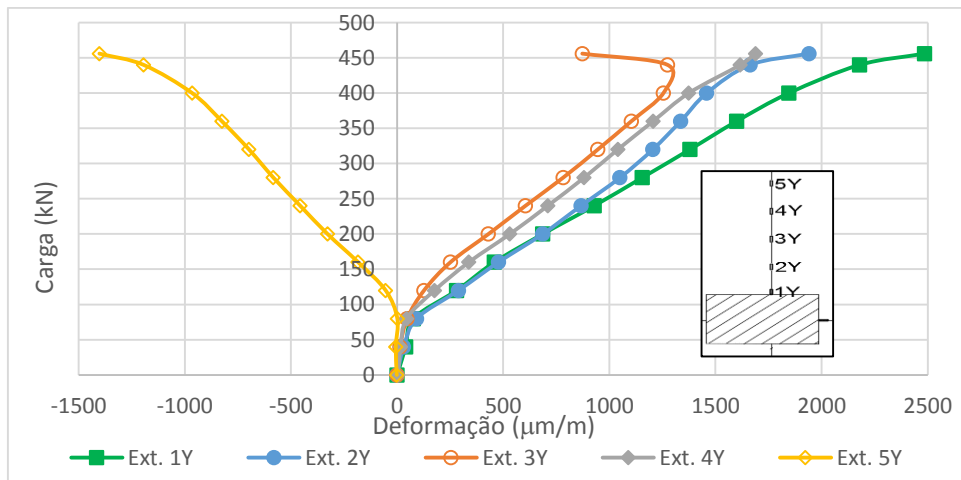
Fonte: Autor.

Figura 62 – Deformação da armadura de flexão na Laje L2-50 na direção X



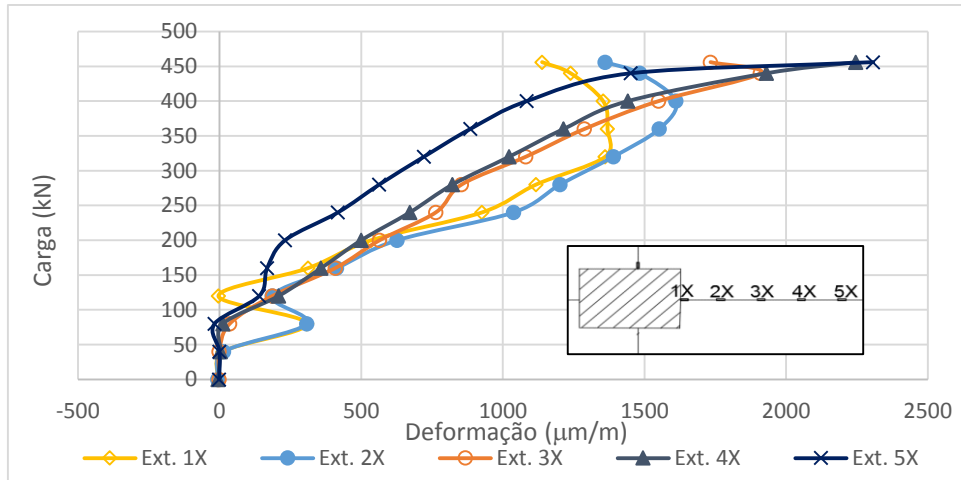
Fonte: Autor.

Figura 63 – Deformação da armadura de flexão na Laje L3-50 na direção Y



Fonte: Autor.

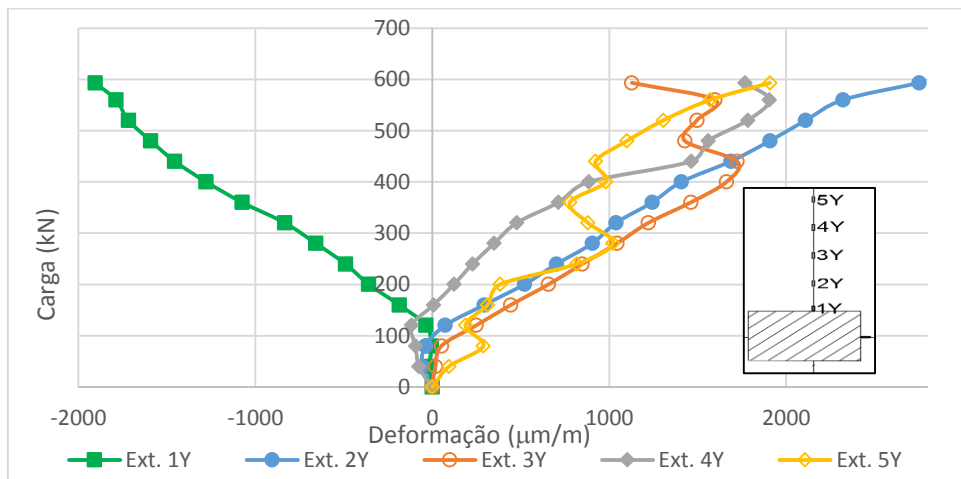
Figura 64 – Deformação da armadura de flexão na Laje L3-50 na direção X



Fonte: Autor.

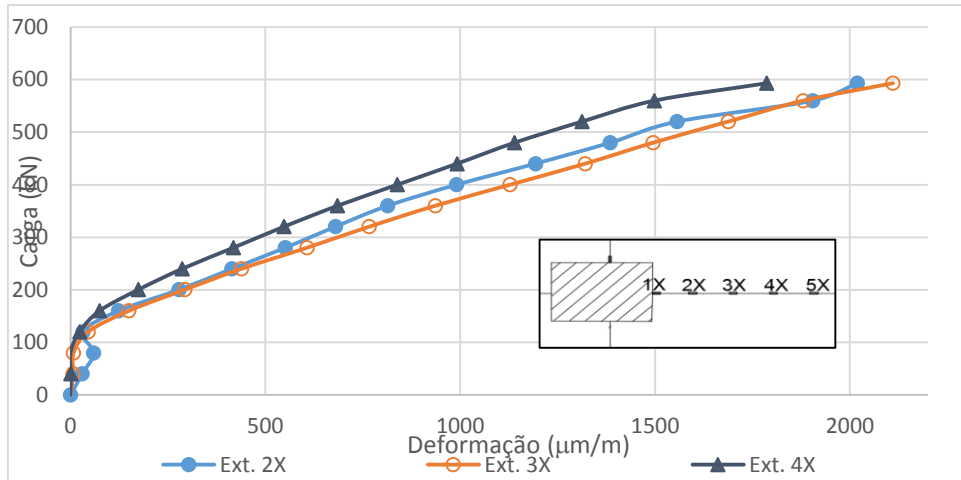
Nas Figuras 65 a 70 são apresentadas as deformações das armaduras para as lajes da séries com 60 kg/m³ nas direções Y e X, respectivamente. O comportamento das lajes desta série foi diferente das demais, com formação da fissura circunferencial principal mais lenta e grande quantidade de fissuras radiais e circunferenciais. Em todas as lajes ocorreu o escoamento da armadura, mostrando que quanto a resistência a punção a adição de fibras foi mais influente.

Figura 65 – Deformação da armadura de flexão na Laje L1-60 na direção Y



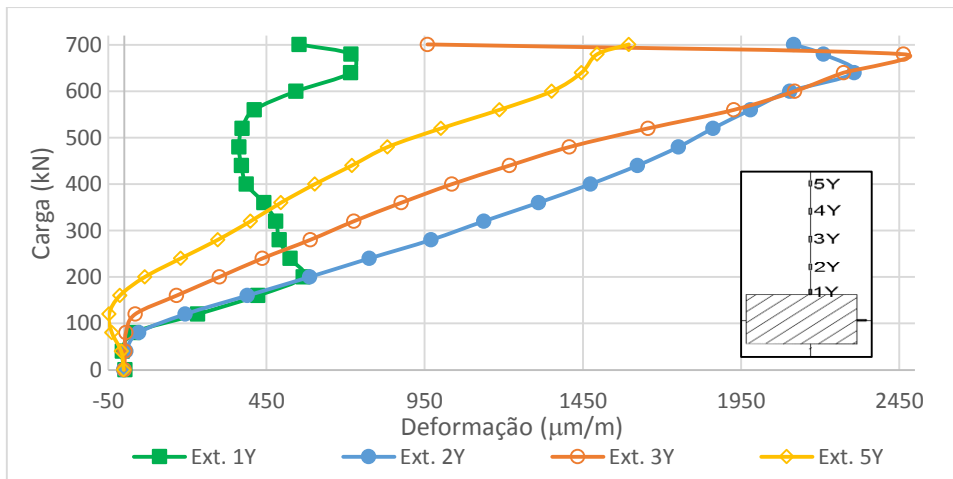
Fonte: Autor.

Figura 66 – Deformação da armadura de flexão na Laje L1-60 na direção X



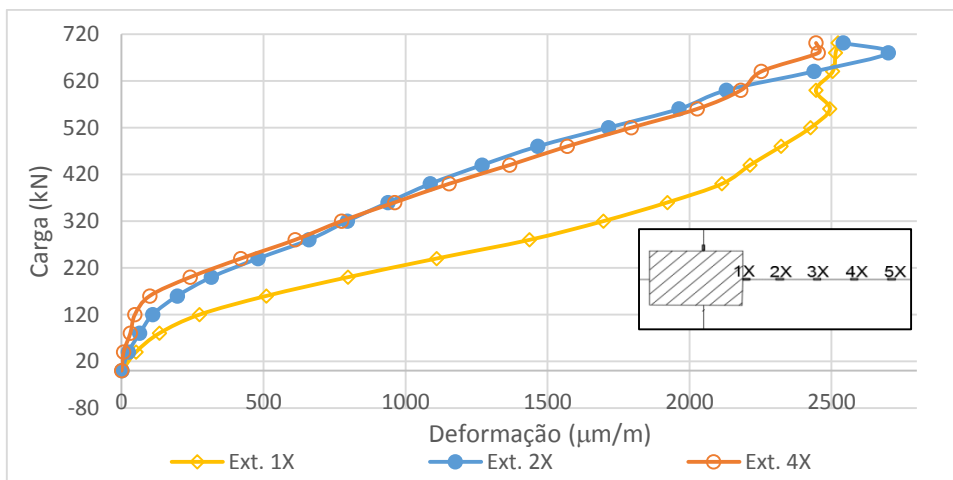
Fonte: Autor.

Figura 67 – Deformação da armadura de flexão na Laje L2-60 na direção Y



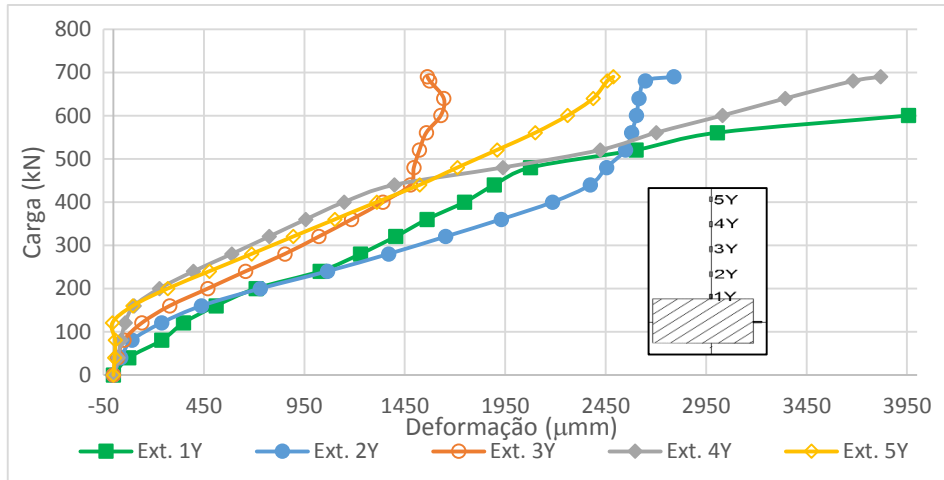
Fonte: Autor.

Figura 68 – Deformação da armadura de flexão na Laje L2-60 na direção X



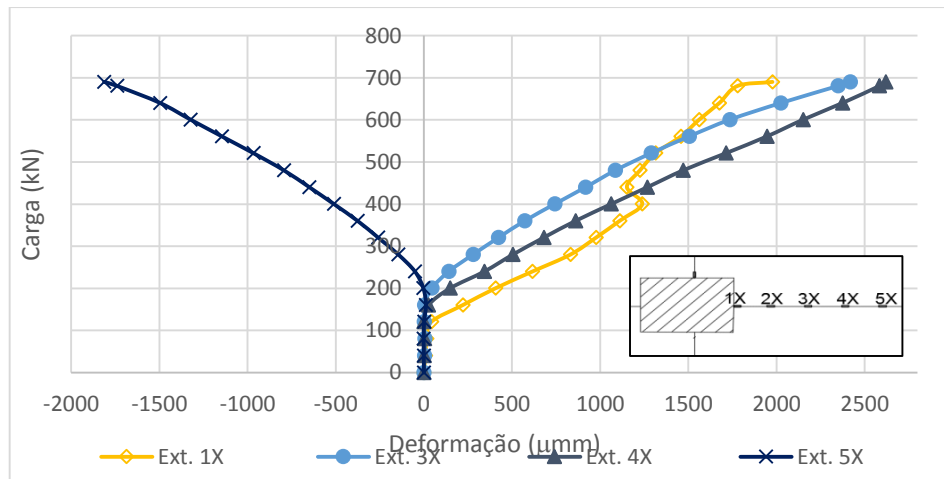
Fonte: Autor.

Figura 69 – Deformação da armadura de flexão na Laje L3-60 na direção Y



Fonte: Autor.

Figura 70 – Deformação da armadura de flexão na Laje L3-60 na direção X



Fonte: Autor.

Para as lajes sem fibras, as maiores deformações nas armaduras ocorreram até o Ext. 3, visto que o valor de altura útil é aproximadamente igual a 99 mm e o dobro da altura útil ($2 \cdot d$) é 198 mm. Como o quarto extensômetros está afastado 300 mm da face do pilar, as fissuras tenderam a formar anteriormente a este, o que pode ser observado pelas leituras nestes pontos. Contudo como as lajes com fibras, tendem a aumentar o ângulo da fissura crítica, resultando em um distanciamento superior aos $2 \cdot d$, suas maiores deformações são observadas entre os Ext. 3 e Ext. 4, ou seja, entre 200 e 300 mm em relação a face pilar.

Os extensômetro posicionado na face do pilar, apresentou valores consideráveis de deformação, até superiores aos demais em algumas lajes. A justificativa para tal fenômeno

é o posicionamento dos mesmos, que podem ter ficado embaixo da chapa de aplicação e não exatamente ao lado, o que gerou valores diferentes do esperado.

Nas lajes L1-0, L2-0, L1-50, L2-50, L3-50, L1-60 e L3-60, observa-se valores negativos para o extensômetro posicionado na posição 5, ou seja, afastados 400 mm da face do pilar. Estes valores negativos representam que a armadura está sendo comprimida nesta posição. Portanto a laje não está igual o modelo proposto, visto que a circunferência com momento nulo não se encontra na região do tirante, mas entre o quarto e quinto extensômetro, entre 300 mm e 400 mm em relação a face do pilar. Através da análise da modelagem do SAP2000 para os resultados de Mouro (2006), observa-se que este era o comportamento esperado para os extensômetros localizados posteriormente a fissura inclinada principal que formaria o superfície de ruptura tronco-piramidal.

Analisando todas as deformações de armadura observa-se que o índice de retangularidade não foi tão influente nestes valores, sendo a adição de fibras de aço os responsáveis pelo aumento nas deformações das armaduras e para as lajes com 60 kg/m³ levando ao escoamento das mesmas.

4.5 Modo de ruptura

Nas lajes sem fibras, a armadura não escoou, o que justifica seu comportamento abrupto, típico de ruptura por punção pura. As armaduras das lajes da série com 50 kg/m³ não escoaram, contanto várias chegaram próximo ao valor de escoamento, o que justifica a característica mais dúctil da sua ruptura, porém ainda tiveram uma ruptura tipicamente por punção. Todas as lajes da série 60 kg/m³ escoaram a armadura, resultando em uma ruptura por flexo-punção, com maior formação de fissuras radiais e circunferenciais e sem a ruptura abrupta comum às lajes das outras séries. No Quadro 42 são apresentados os modos de rupturas de cada laje. O índice de retangularidade não influenciou no modo de ruptura.

Quadro 42 – Modo de ruptura de cada laje

Laje	f_c (Mpa)	Taxa de fibra (kg/m ³)	Índice de retangularidade	Carga de ruptura (kN)	Modo de ruptura
L1-0	42	0	1	351	Punção
L2-0	42	0	1,5	466	Punção

L3-0	49	0	2,03	460	Punção
L1-50	42	50	1	469	Punção
L2-50	42	50	1,5	513	Punção
L3-50	43	50	2,03	455	Punção
L1-60	50	60	1	594	Flexo-Punção
L2-60	43	60	1,5	701	Flexo-Punção
L3-60	48	60	2,03	691	Flexo-Punção

Fonte: Autor.

4.6 Fissuração

As primeiras fissuras formadas foram as radiais, e somente para carga elevadas começaram a formar as fissuras circunferenciais. Com o aumento dos valores de fibras adicionados no concreto, maior o número de fissuras circunferenciais e radiais formadas. Contudo, as cargas para formação das fissuras não foram influenciadas, somente a quantidade de fissuras, em que foram maiores para as lajes com CRFA.

No Quadro 43 são apresentados os valores de carga em que se formaram as primeiras fissuras sendo que em todas as lajes foram radiais. Neste Quadro também é apresentado a relação entre a carga da primeira fissura e o valor de carga de ruptura. Através deste Quadro observa-se que o valor de carga da primeira fissura corresponde a um valor entre 16 e 30% da carga de ruptura. Também é possível verificar que a formação das primeiras fissuras não foi influenciada pela utilização do CRFA.

Quadro 43 – Carga das primeiras fissuras radiais e circunferenciais

Laje	Carga da primeira fissura (V_r) (kN)	Carga de ruptura (V_{exp}) (kN)	V_r/V_{exp}
L1-0	59	351	0,17
L2-0	143	466	0,31
L3-0	140	460	0,30
L1-50	117	469	0,25
L2-50	116	513	0,23
L3-50	100	455	0,22
L1-60	117	594	0,20
L2-60	136	701	0,19

L3-60	114	691	0,16
-------	-----	-----	------

Fonte: Autor.

Na Figura 71 é apresentado o aspecto da face inferior das lajes, foi observado o mesmo comportamento em todas as lajes, onde ocorreu um esmagamento do cobrimento e início da formação da fissura inclinada na região do pilar.

Figura 71 – Aspecto da face inferior comum a todas as lajes após a ruptura.

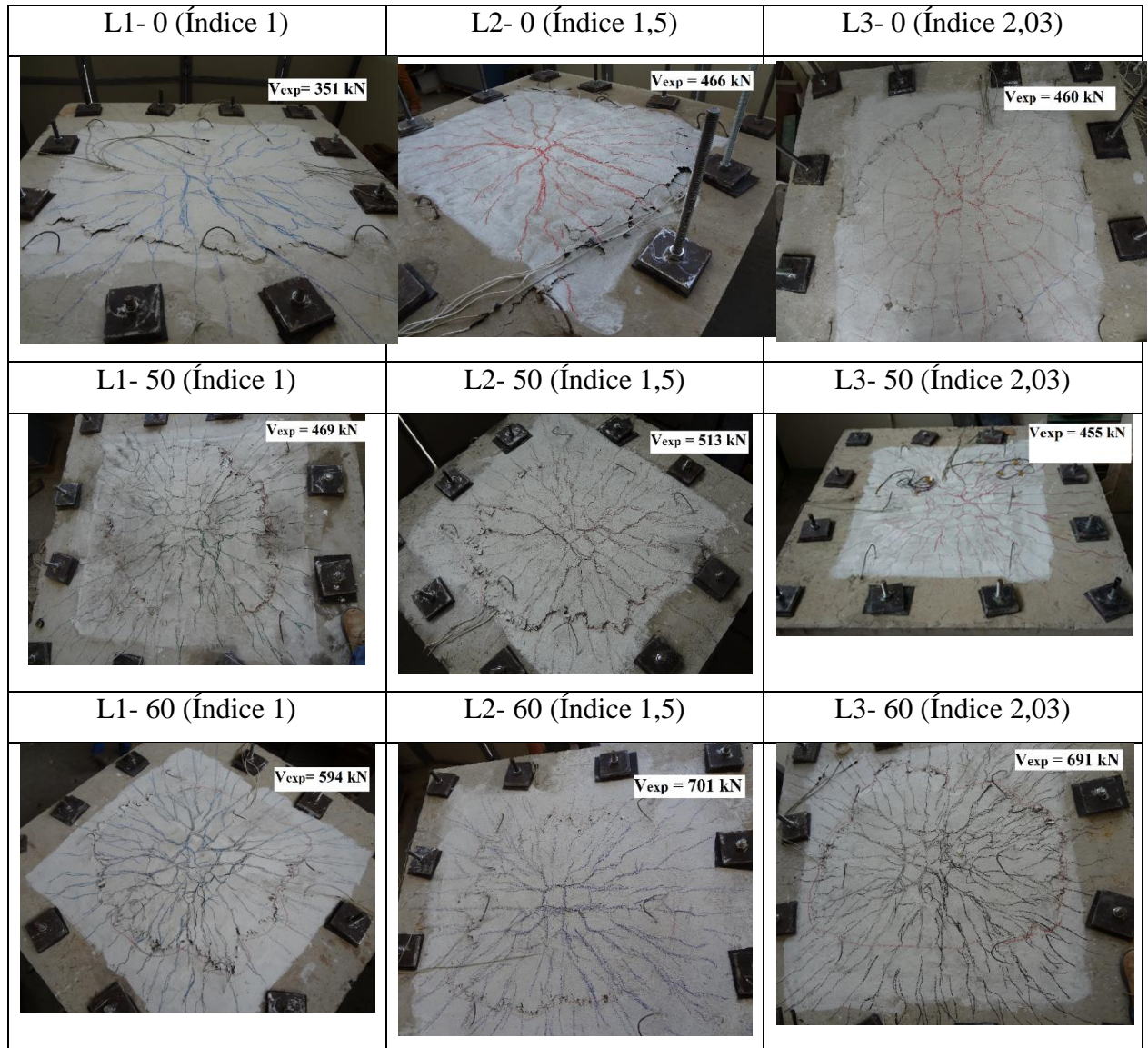


Fonte: Autor.

Durante a aplicação de carga nas lajes, foram marcadas as fissuras formadas. Na Figuras 72 é ilustrado os mapas de fissuração para cada laje. Como pode ser observado, as lajes com CRFA tiveram uma maior quantidade de fissuras radiais e circunferências anteriormente a ruptura. Apesar do escoamento da armadura, as lajes das séries com 60 kg/m^3 , a formaram a superfície tronco-cônica típica da ruptura por punção, por este motivo a ruptura foi classifica como flexo-punção.

A fissura circunferencial formada na superfície foi superior a formada pela fissura inclinada que surgiu na interface pilar-laje. O motivo deste fato é devido ao cobrimento ter rompido na região de maior fragilidade, ou seja, o raio em excesso ocorreu devido o destacamento do cobrimento. Contudo, quando analisado a região em que formou-se a superfície tronco-piramidal retirando o cobrimento, confirma-se que a fissura se encontra distanciada aproximadamente $2 \cdot d$ da face do pilar.

Figura 72 – Mapas de fissuração para as lajes analisadas



Fonte: Autor.

4.7 Valores estimados para a ruptura

Neste subitem são apresentadas as características consideradas para estimativa da carga de ruptura (Quadro 44) e os valores estimados para a ruptura para os diferentes métodos de cálculo analisados, nos Quadros 45 a 48. Nas Figuras 73 a 75 são apresentadas as gráficas das comparações entre os valores experimentais e os valores estimados.

Quadro 44 – Valores considerados para estimativa do valor de ruptura

Laje	C_{min} (mm)	C_{max} (mm)	C_{max}/C_{min}	f_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_f (%)	Tipo de fibra	l_f/d_f
L1-0	250	250	1,00	42	99	1,68	0	-	-

L2-0	200	300	1,50	42	99	1,68	0	-	-
L3-0	165	335	2,03	49	99	1,68	0	-	-
L1-50	250	250	1,00	42	99	1,68	0,64	com gancho	67
L2-50	200	300	1,50	42	99	1,68	0,64	com gancho	67
L3-50	165	335	2,03	43	99	1,68	0,64	com gancho	67
L1-60	250	250	1,00	50	99	1,68	0,77	com gancho	67
L2-60	200	300	1,50	43	99	1,68	0,77	com gancho	67
L3-60	165	335	2,03	48	99	1,68	0,77	com gancho	67

Fonte: Autor.

Quadro 45 – Valores de estimativa da ruptura por punção pelos métodos normativos

	V_{NBR}	V_{exp}/V_{NBR}	V_{CEB}	V_{exp}/V_{CEB}	V_{EU}	V_{exp}/V_{EU}	V_{ACI}	V_{exp}/V_{ACI}	V_{fib}	V_{exp}/V_{fib}
L1-0	286,45	1,23	264,42	1,33	327,61	1,07	296,10	1,19	408,06	0,86
L2-0	286,49	1,63	264,45	1,76	327,66	1,42	296,19	1,57	405,30	1,15
L3-0	302,82	1,52	279,52	1,65	346,32	1,33	319,52	1,44	461,66	1,00
L1-50	287,98	1,63	265,83	1,76	329,35	1,42	298,46	1,57	433,83	1,08
L2-50	286,67	1,79	264,62	1,94	327,86	1,56	296,47	1,73	419,45	1,22
L3-50	290,06	1,57	267,74	1,70	331,73	1,37	299,54	1,52	424,98	1,07
L1-60	296,31	2,00	273,51	2,17	338,88	1,75	311,50	1,91	455,84	1,30
L2-60	285,13	2,46	263,19	2,66	326,09	2,15	294,07	2,38	441,36	1,59
L3-60	305,11	2,26	281,64	2,45	348,95	1,98	323,16	2,14	484,45	1,43

Fonte: Autor.

Quadro 46 – Valores de estimativa da ruptura por punção pelos métodos que consideram o índice de retangularidade

	V_{Haw} (kN)	$V_{exp}/$ V_{Haw}	V_{OL} (kN)	$V_{exp}/$ V_{OL}	V_{BACI} (kN)	$V_{exp}/$ V_{BACI}	V_{BCEB} (kN)	$V_{exp}/$ V_{BCEB}
L1-0	322,40	1,09	366,74	0,96	380,60	0,92	400,12	0,88
L2-0	322,40	1,45	365,40	1,28	368,61	1,26	400,12	1,16
L3-0	346,29	1,33	381,02	1,21	390,50	1,18	421,21	1,09
L1-50	322,40	1,45	366,74	1,28	380,60	1,23	400,12	1,17
L2-50	322,40	1,59	365,40	1,40	368,61	1,39	400,12	1,28
L3-50	324,40	1,40	367,05	1,24	365,81	1,24	403,27	1,13
L1-60	351,77	1,69	385,49	1,54	415,27	1,43	424,06	1,40

L2-60	326,22	2,15	367,86	1,91	372,97	1,88	403,27	1,74
L3-60	342,74	2,02	378,78	1,82	386,50	1,79	418,33	1,65

Fonte: Autor.

Quadro 47 – Valores de estimativa da ruptura por punção pelos métodos que consideram a adição de fibras de aço – Parte 1

	V_{SeG} (kN)	$V_{exp}/$ V_{SeG}	V_{Har} (kN)	$V_{exp}/$ V_{Har}	V_{Az} (kN)	$V_{exp}/$ V_{Az}
L1-0	304,70	1,15	295,57	1,19	317,88	1,10
L2-0	304,70	1,53	295,57	1,58	317,88	1,47
L3-0	329,12	1,40	319,25	1,44	334,64	1,37
L1-50	313,30	1,50	725,49	0,65	377,71	1,24
L2-50	313,30	1,64	725,49	0,71	377,71	1,36
L3-50	317,01	1,44	734,07	0,62	380,69	1,20
L1-60	343,75	1,73	886,85	0,67	413,20	1,44
L2-60	318,78	2,20	822,43	0,85	392,94	1,78
L3-60	336,80	2,05	868,94	0,80	407,61	1,70

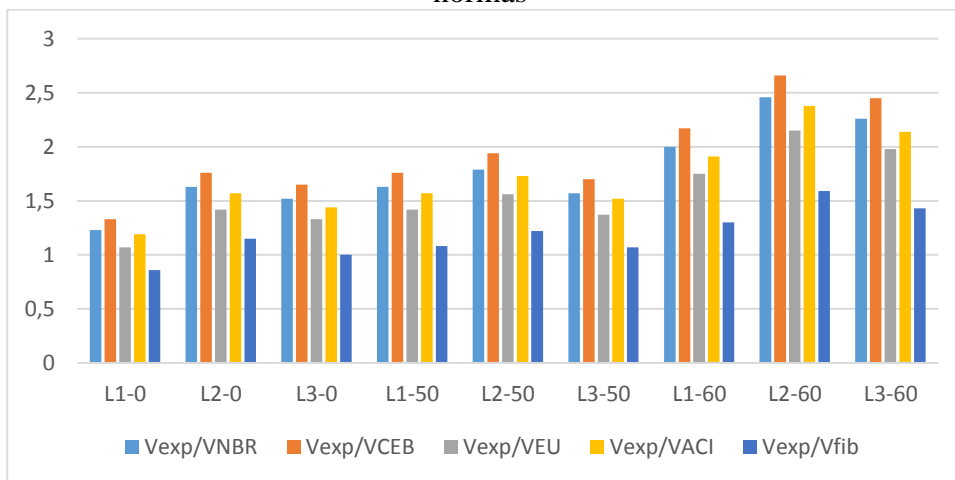
Fonte: Autor.

Quadro 48 – Valores de estimativa da ruptura por punção pelos métodos que consideram a adição de fibras de aço – Parte 2

	V_{Ho} (kN)	$V_{exp}/$ V_{Ho}	V_{HeH} (kN)	$V_{ex}/$ V_{HeH}	V_{Hi} (kN)	$V_{exp}/$ V_{Hi}
L1-0	297,45	1,18	296,91	1,18	356,51	0,98
L2-0	297,45	1,57	296,91	1,57	356,51	1,31
L3-0	321,28	1,43	320,70	1,43	356,51	1,29
L1-50	297,66	1,58	326,72	1,44	405,19	1,16
L2-50	297,66	1,72	326,72	1,57	405,19	1,27
L3-50	301,19	1,51	330,59	1,38	405,19	1,12
L1-60	324,83	1,83	363,09	1,64	415,07	1,43
L2-60	301,23	2,33	336,71	2,08	415,07	1,69
L3-60	318,26	2,17	355,75	1,94	415,07	1,66

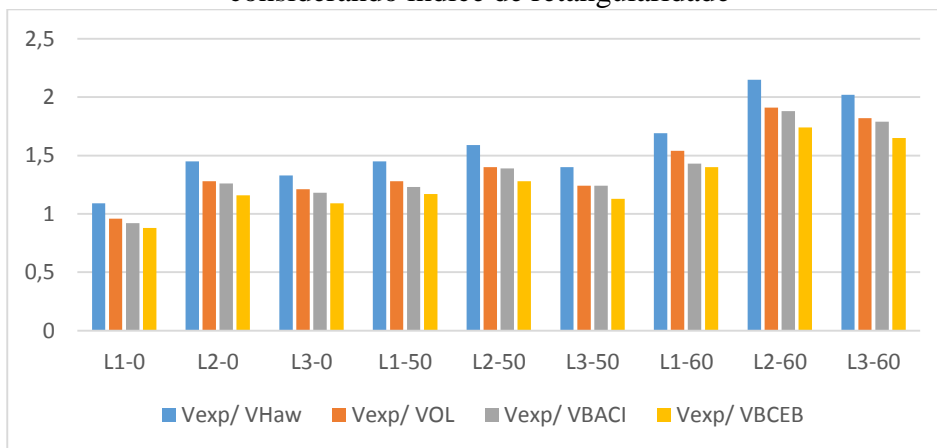
Fonte: Autor.

Figura 73 – Relação entre os valores experimentais e estimados por diferentes normas



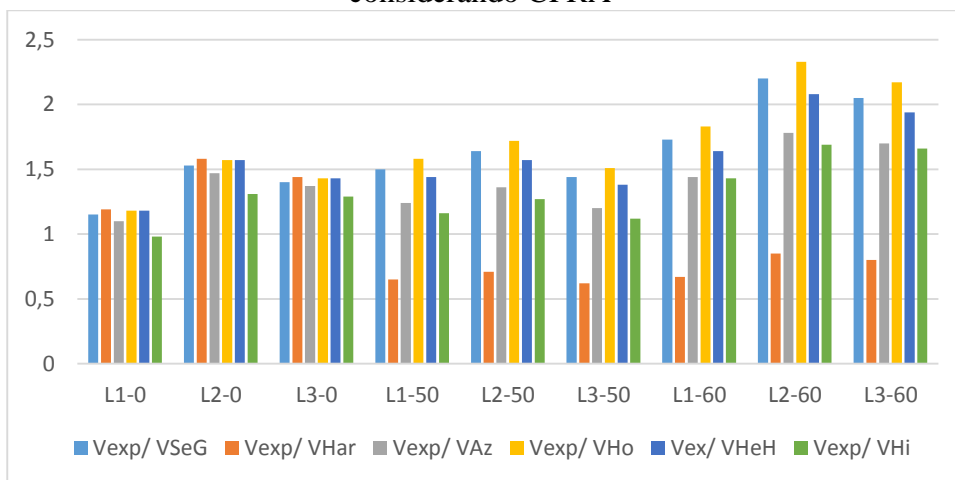
Fonte: Autor.

Figura 74 – Relação entre os valores experimentais e estimados por métodos considerando índice de retangularidade



Fonte: Autor.

Figura 75 – Relação entre os valores experimentais e estimados por métodos considerando CFRA



Fonte: Autor.

A maioria dos valores estimados se mostraram inferiores aos valores experimentais, o que significa que estariam a favor da segurança, mas a maioria estaria superdimensionado. A provável causa de tal fenômeno é devido à resistência a compressão do concreto analisado ser superior a maioria dos outros ensaios experimentais, assim como a alta taxa de fibras de aço.

Outro fator que interferiu nos valores encontrados é devido a não consideração do aumento na resistência à punção na faixa de índice de retangularidade entre 1 e 1,5, o que fez que os valores para índice de 1,5 (lajes 2, 5 e 8) fossem inferiores aos valores experimentais.

O valores de Harajli et al. (1997) foram superiores aos experimentais principalmente devido a faixa de resistência e taxa de fibras de aço adicionadas ao concreto serem significativamente superiores as estudadas pelo pesquisador.

Outra causa para tal situação foi a utilização de uma quantidade de fibras próxima ao volume crítico de modo a maximizar o efeito da mesma, o que levou a potencialização do efeito resistente da fibra, o que não é considerado por nenhum método de cálculo. Tal situação não é considerada porque seria necessário adicionar mais parâmetros aos cálculos de modo a mensurar a eficiência da fibra e também, o método de cálculo deve abranger o maior número possível de cálculo, como alguns ensaios utilizam quantidades aleatórias de fibras, o valor estimado vai ser inferior a quando ocorrer um estudo prévio do traço.

Como pode ser observado nos gráficos, a utilização do volume próximo ao crítico influenciou de forma significativa. Visto que quando considerado as estimativas das lajes sem fibras e com 50 kg/m³, o gráfico mantinha um padrão nas estimativas de carga de ruptura em relação ao valor experimental. Onde somente para 60 kg/m³ ocorre a elevação considerável do gráfico, significando que o valor de carga de ruptura experimental foi significativamente superior aos valores estimados.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÃO

O programa experimental se mostrou eficiente para a realização dos ensaios como modelo local de laje lisa na interface, contudo em algumas lajes a circunferência do momento nulo teve raio menor que o projetado. A utilização de chapas metálicas para simular o pilar obteve bons resultados.

Apesar da pequena variação da resistência à compressão do concreto, esta influenciou nas comparações entre as diferentes séries de lajes analisadas. Contudo algumas conclusões puderam ser tiradas a partir dos resultados e comportamentos analisados. Apesar da perda de alguns extensômetros, todas as lajes puderam ser monitoradas, detectando as lajes no qual ocorreu o escoamento da armadura. A utilização da estrutura de madeira como gabarito para fixação dos LVDTs também foi eficiente, resultando em baixa variação e facilitou a instrumentação.

O adição de fibras de aço no concreto teve efeito benéfico para a resistência à compressão, à tração e módulo de elasticidade do concreto. A utilização de concreto reforçado com fibras de aço se mostrou eficiente para aumentar a resistência à punção em lajes lisas. Onde a utilização da quantidade de fibras de aço de 60 kg/m^3 , resultou em um aumento da carga de ruptura de até 60% em relação a laje sem fibra, além de ter alterado o modo de ruptura de punção pura para flexo-punção, com escoamento da armadura.

Os máximos deslocamentos foram influenciados pela utilização de fibras de aço, em que os maiores valores foram para as lajes com 60 kg/m^3 . Contudo o comportamento foi influenciado pelo índice de retangularidade, em que as maiores deformações para mesma carga foram observadas para os índices de retangularidade de 1, 2,03 e 1,5, respectivamente. Portanto em todas as séries, o índice de retangularidade igual a 1,5 obteve os menores deslocamentos verticais.

O índice de retangularidade não influenciou na formação de fissuras de maneira significativa, apenas pelo fato de aumentar ou diminuir a resistência a punção que levou a maior formação de fissuras em função da maior carga de ruptura. As lajes com fibras de aço apresentaram grande quantidade de fissuras radiais e circunferenciais, principalmente nas lajes com adição de 60 kg/m³.

Apesar da variação nas quantidades de fissuras formadas, todas as lajes apresentaram a fissura circular principal, formada devido a fissura crítica. Tanto o índice de retangularidade, quanto a adição de fibras de aço, não influenciaram na carga de formação das primeiras fissuras, sendo que esta carga equivale entre 17% a 30% do valor da carga de ruptura.

Quanto a questão de segurança, as lajes com concreto reforçado com fibra tiveram uma ruptura mais dúctil, com maior formação de fissuras, o que permitiria que medidas paliativas ou mesmo a evacuação do edifício pudesse ser executada anteriormente a ruína. Os deslocamentos verticais das lajes com fibras foram no mínimo 11% superior aos valores das lajes sem fibras, além da formação da fissura crítica ter ocorrido de forma mais lenta.

A variação do índice de retangularidade se mostrou um fator que interfere na resistência à punção das lajes, em que essa interferência pode ser positiva ou negativa. A variação do índice de retangularidade entre os valores de 1 até 1,5, resulta em uma melhora da resistência à punção, com um acréscimo de até 32%. Contudo para valores na faixa de índice entre 1,5 e 2,03 tem um índice em que ocorre o valor máximo de resistência a punção e onde posteriormente o aumento do índice leva a diminuição da resistência a punção. Devido a quantidade de dados e índices avaliados, não é possível informar se a queda acontece no valor de índice de 1,5 ou posteriormente, sendo necessários mais ensaios para averiguar tal ponto.

Em relação aos métodos normativos para estimativa dos valores de carga de ruptura, nota-se que as normas com médias mais próximas aos valores experimentais são a ACI318:2014, assim como a NBR6118:2014 apesar de não considerar o índice de retangularidade ou a adição de fibras de aço como variáveis de cálculo. A variação entre os valores da norma brasileira e os obtidos através da CEB-FIP MC90 (1991), se deve ao coeficiente de refinamento experimental diferente, o que se justifica porque na época de desenvolvimento

da equação, havia menor quantidade de experimentos para considerar no coeficiente. A Eurocode2.2010 obteve os valores mais conservadores, principalmente pela limitação na deformação e o coeficiente experimental relativamente alto.

Dos métodos de cálculo que consideram o índice de retangularidade, os que obtiveram os resultados mais próximos aos experimentais foram os de Borges (2003), alterando a norma ACI 318:1999 e CEB-FIP MC90 (1991). Contudo é necessário salientar, que exceto pelo método de Hawkins et al. (1971) que limita o cálculo a valores de índice superiores a 2, nenhum outro dimensionamento faz essa observação sobre o acréscimo gerado na resistência a punção entre o índice de 1 a 1,5, o que gera resultados superdimensionados nessa faixa.

As expressões considerando a adição de fibras de aço de Azevedo (1999), Holanda e Hanai (2002) e Higashiyama et al. (2011) podem ser consideradas seguras quando considerado a média e o desvio padrão, para ambas variáveis. Os métodos que consideram o índice de retangularidade foram mais precisos, porque a não consideração da adição da taxa de fibras no equacionamento, o que levou a estimativa de valores inferiores e portanto mais próximo dos valores experimentais, contudo a possibilidade do valor ser inferior ao experimental é maior.

Os métodos de cálculo apresentaram desvios excessivos e/ou com média de valores muito inferiores aos experimentais. A justificativa se deve a não limitação quanto aos parâmetros analisados, o que resulta em uma gama de modelos que as expressões não abrangem.

Considerando que os valores obtidos nas normas foram conservadores, mesmo sem a consideração do índice de retangularidade, o dimensionamento por tais métodos resulta em valores superdimensionados. Porém, como estes métodos tem que abranger todas as possíveis variáveis não consideradas no equacionamento e o comportamento e variáveis que influenciam na punção não são totalmente conhecidas, este nível de conservadorismo está a favor da segurança.

Temas para trabalhos futuros:

- Análise da punção em lajes considerando a mesma taxa de fibras de aço e variando a resistência à tração do concreto, a fim de verificar até onde a fibra pode influenciar mais que a resistência a compressão na resistência à punção;
- Análise do acréscimo na resistência à punção em lajes lisas com CRFA variando o índice de retangularidade do pilar entre 1 e 1,5;
- Análise da punção em lajes lisas com CRFA variando o índice de retangularidade do pilar acima de 1,5;
- Simulação de lajes lisas considerando a variação do índice de retangularidade do pilar e concreto com fibras de aço;
- Todas as análises acima, considerando pilares de canto ou de borda;
- Todas as análises acima considerando a variação do índice de retangularidade e adição de armadura de cisalhamento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AI-YOUSIF, A. T; REGAN P.E. Punching resistances of reinforced concrete slabs supported by large and/or elongated columns. **Struct Engineering**, n.81, v.5, p. 30-34, 2003.

ALBUQUERQUE, E. J. P. **Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento e Pilares de Centro Retangulares**. 2010. 299 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade de Brasília. Brasília, DF, 2010.

ALEXANDER, S. D. B; SIMMONDS S. H. Bond model for concentric punching shear. **ACI Structural journal**, n.89, n.3, p. 325-334, may. 1992.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI. **ACI 318**: Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary. Farmington Hills, ACI, 2014.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI. **ACI 554.1R**: State-of-the-art report on fiber reinforced concrete. In: Manual of concrete practice. ACI, 1996.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI. **ACI 554.3R**: Guide for specifying, proportioning, mixing, placing, and finishing steel fiber reinforced concrete. In: Manual of concrete practice. Detroit, Michigan, v.5, ACI, (1993 – Reapproved 1998).

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING MATERIAL – ASTM. **ASTM C1609**: Standard Test for Flexural Performance of Fiber-Reinforced Concrete (Using Beam with Third-Point Loading). Pennsylvania, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 5736**: Cimento Portland pozolânico. Rio de Janeiro, ABNT, 1991.

_____.**NBR 6118**: Projetos de Estruturas de Concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, ABNT, 2014.

_____.**NBR 11579**: Cimento Portland - Determinação da finura por meio da peneira 75 µm (nº 200). Rio de Janeiro, ABNT, 2012

_____.**NBR NM 23**: Cimento portland e outros materiais em pó - Determinação da massa específica. Rio de Janeiro, ABNT, 2000.

_____.**NBR NM 52**: Agregado miúdo - Determinação da massa específica e massa específica aparente. Rio de Janeiro, ABNT, 2009.

_____.**NBR NM 53**: Agregado graúdo - Determinação da massa específica, massa específica aparente e absorção de água. Rio de Janeiro, ABNT, 2009.

_____.**NBR NM 65**: Cimento Portland - Determinação do tempo de pega. Rio de Janeiro, ABNT, 2003.

_____. **NBR NM 76**: Cimento Portland - Determinação da finura pelo método de permeabilidade ao ar (Método de Blaine). Rio de Janeiro, ABNT, 1998.

_____. **NBR NM 248**: Agregados - Determinação da composição granulométrica. Rio de Janeiro, ABNT, 2003.

AZEVEDO, A. P. **Resistência e Ductilidade das Ligações Laje-Pilar em Lajes-Cogumelo de Concreto de Alta Resistência Armado com Fibras de Aço e Armadura Transversal de Pinos**. 1999. 194 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade de São Paulo. São Paulo, SP, 1999.

BARBÁN, V. V. **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Protendido com Cabos Não-Aderentes na Ligação Laje-Pilar de Borda**. 2008. 379 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade de Brasília. Brasília, DF, 2008.

BARROS, J.A.O. Betão reforçado com fibras de aço: conceitos fundamentais. **Associação Portuguesa das Empresas de Betão Pronto (APEB)**, ISISE - Artigos em Revistas Nacionais, 2000.

BENTUR, A.; MINDESS, S. **Fibre Reinforced Cementitious Composites**. 2. ed. Abingdon: Taylor & Francis, 2007.

BARROS, J. A. O.; MORAES NETO, B. N.; MELO, G. S. S. A. Assessment of the Effectiveness of Steel Fibre Reinforcement for the Punching Resistance of Flat by Experimental Research and Design Approach. **Composites: Part B**. v.78, p. 8-25, 2015.

BINICI, B.; ERDOGAN, H.; OZCEBE, G. Effect of Column Rectangularity on CFRP-Strengthened RC Flat Plates. **Magazine of Concrete Research**. v.63, n.7, p. 511-525, mar. 2011.

CEB-FIP MC90 (1990). **CEB-FIP Model Code 1990**: Final Draft. Bulletin D' Information 204. Committe Euro-International du Béton, Lousanne, 1991.

CHENG, M.-Y.; PARRA-MONTESINOS, G. J. Evaluation of Steel Fiber Reinforcement for Punching Shear Resistance in Slab-Column Connections- Part I: Monotonically Increased Load. **ACI Structural Journal**. v.107, n.1, p. 101-109, jan./feb. 2010.

CHOI, K-. K. et al. Punching shear strength of interior concrete slab-column connections reinforced with steel fibers. **Cement & Concrete Composites**. v.29, n.5, p. 409-420, 2007.

Eurocode 2. Design of Concrete Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. CEN, EN 1992-1-1, Lausanne, Suíça, 2010.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 14651**: Test method for metallic fiber-reinforced concrete – Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual). CEN, London, 2007. 15 p.

FERREIRA, M. P. **Punção em Lajes Lisas de Concreto com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. 2010. 299 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2010.

Fédération Internationale du Béton –FIB. **Fib Model Code 2010**: Final Draft. Bulletin D' Information 65. Lausanne, Switzerland, 2012.

Fédération Internationale du Béton –FIB. **Fib Model Code 2010**: Final Draft. Bulletin D' Information 65. Lausanne, Switzerland, 2012.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto com Fibras de Aço**. 2000. 69 p. Boletim Técnico, Série BT/PCC/260– Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto reforçado com fibras**. 2011. 256 f. Livre Docência – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2011.

FORSELL, C; HOLMBERG, A. Stampellast pa platter av betong. *Betong*, n. 2, v. 31, p. 95-123, 1946.

GASPARINNI D. A., Contributions of C. A. P. Turner to development of reinforced concrete flat slabs 1905–1999. **Journal of Structural Engineering**, v. 128, n. 10, p. 1243–1252, 2002.

GÓIS, F. A. P. **Avaliação Experimental do Comportamento de Concreto Fluido Reforçado com Fibras de Aço**: Influência do fator de forma e da fração volumétrica das fibras nas propriedades mecânicas do concreto. 2010. 157 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Alagoas, Maceió, AL, 2010.

GOUVEIA, N. et al. SFRC Flat Slabs Punching Behaviour – Experimental Research. **Composites: Part B**. v.63, p. 161-171, 2014.

HANAI, J. B.; HOLANDA, K. M. A. Similarities between punching and shear strength of steel fiber reinforced concrete (SFRC) slabs and beams. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**. v.1, n.1, p. 1-16, mar. 2008.

HARAJLI, M. H.; MAALOUF, D.; KHATIB, H. Effect of fibers on the punching shear strength of slab-column connections. **Cement & Concrete Composites**. v.17, n.2, p. 161-170, 1995.

HAWKINS, N.M.; CRISWELL, M.E.; ROLL, F. Shear strength of slabs without shear reinforcement. **ACI Publication**. Shear in Reinforced Concrete, v. 42, n. 30, pp. 677-720, 1971.

HIGASHIYAMA, H.; OTA, A.; MIZUKOSHI, M. Design equation for punching shear capacity of SFRC slabs. **International Journal of Concrete Structures and Materials**. v. 5, n. 1, p. 35-42, 2011.

HUGHES, B. P.; XIAO, T. Flat slabs with fibre or link reinforcement at slab-column connection. **Proceedings**, p. 303-312, aug, 1995.

HOLANDA, K. M. A. **Análise dos mecanismos de resistência e das similaridades de efeitos da adição de fibras de aço na resistência e na ductilidade à punção**. 2002. 302 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade de São Carlos, São Carlos, SP, 2002.

JAPANESE SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS - **JSCE Standard III-1**, Specification of Steel Fibers for Concrete, Concrete Library, n. 50, 2007.

LEONHARDT F.; MONNIG E. **Construções de Concreto Volume 2: Casos Especiais de Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado**. Rio de Janeiro: Interciência, 1979.

LIMA, A. W. **Estudo experimental e analítico de punção em lajes lisas de concreto armado utilizando Polímeros Reforçados com Fibra de Carbono (PRFC) como armadura de cisalhamento**. 2012. 190 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2012.

MAYA, L. F. et al. Punching shear strength os steel fibre reinforced concrete slabs. **Engineering Structures**. v.40, p. 83-94, feb. 2012.

MELO, C. E. L. **Punção em lajes protendidas com pilares de extremidade**. 2005. 185 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2005.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concrete: Microstructure, Properties and Materials**. 3. ed. McGraw Hill Companies, 2006.

MORAES NETO, B. N. **Comportamento à Punção de Lajes Lisas em Concreto Reforçado com Fibras de Aço sob Carregamento Simétrico**. 2013. 363 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2013.

MOURO, V. C. **Punção em lajes cogumelos – Estudo da retangularidade dos pilares**. 2006. 160 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO, 2006.

MUSSE, T. H. **Punção em lajes cogumelos – fibras de aço e armadura de cisalhamento**. 2004. 166 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO, 2004.

NAAMAN, A.E. Engineered Steel Fibers with Optimal Properties for Reinforcement of Cement Composites. **Journal of Advanced Concrete Technology**. v.1, n.9, p. 241-252, nov. 2003.

NICÁCIO, W. G. **Reforço à punção em lajes lisas de concreto armado com polímeros reforçados com fibra de carbono**. 2013. 155 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2013.

NUGYEN-MINH, L. N-.; ROVNÁK, M.; QUOC, T. Q.; NUGYEN-KIM. Punching Shear resistance of steel fiber reinforced concrete flat slabs. **Procedia Engineering**. v.14, p. 1830-1837, 2011.

PAIVA, O. S; FERREIRA, M. P; OLIVEIRA, D. R. C; LIMA NETO, A. F.; TEIXEIRA, M. R. Influência do índice de retangularidade dos pilares e das condições de contorno na resistência à punção de ligações laje-pilar. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, São Paulo, n. 3, v. 8, p. 260-295, 2015.

SANTOS, L. A. **Punção em lajes-cogumelo – Estudo da adição de fibras de aço**. 2005.190 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO, 2005.

SAGASETA, J. et al. Punching of flat slabs supported on rectangular columns. **Engineering Structures**. v.77, p. 17-33, ago. 2014.

SAHIN, Y.; KOKSAL, F. The influences of matrix and steel fibre tensile strengths on the fracture energy of high-strength concrete. **Construction and Building Materials**. v.25, n.4, p. 1801-1806, apr. 2011.

SHAKHMENKO, G.; KRASNIKOVS, A.; EIDUKS, M. Fiber Concrete for Construction Member Subjected to Bending Load. **9th International Conference "Modern Building Materials, Structures and Techniques": Book of Abstracts**, Lithuania, Vilna, may. 2007.

SHAABAN, A.M.; GESUND, H. Punching shear behavior of reinforced slab-column connections made with steel fiber concrete. **American Concrete Institute**. n.79, p. 392-406, 1982.

SWAMY, R.N.; ALI, S.A.R. Punching shear strength of steel fiber reinforced concrete flat plates. **ACI Structural Journal**. v.91, n.4, p. 406-414, jul. 1994.

TALBOT, A. N. Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings. **Engineering Experiment Station**. University of Illinois, Urbana, n. 67, mar. 1913, 114p.

TAN, K. H.; PARAMASIVAM, P. Punching Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Slabs. **Journal of Materials in Civil Engineering**. ASCE, v.6, n.2, p. 240-253, may. 1994.

THEODORAKOPOULOS, D. D.; SWAMY, N. Contribution of steel fibers to the strength characteristics of lightweight concrete slab-column connections falling in punching shear. **ACI Structural Journal**. v.90, n.4, p. 342-355, jul. 1993.

TRAUTWEIN, L. M. **Punção em lajes cogumelo e concreto armado: análise experimental e numérica.** 2005.190 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2006.

VITOR, P. C. P. **Resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado sem armadura transversal reforçadas com fibras de aço.** 2017.156 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2017.

WIGHT, J. K; RICHARD JUNIOR, F. E.; MACGREGOR, J. G. **Reinforced Concrete: Mechanics and Design.** 6. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2011.

WOOD, J. G. M. **Pipers Row Car Park, Wolverhampton: Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March 1997.** Health and Safety Executive, Liverpool, 2008.

ZAMBRANA VARGAS, E. N. **Punção em lajes-cogumelo de concreto de alta resistência reforçado com fibras de aço.** 1997.190 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 1997.

APÊNDICE A

Relação entre os valores experimentais e estimativa pelos métodos normativos

CASO	AUTORES	NBR6118:2014	FIB-CEB MC90 (1991)	EUROCODE2. 2010	ACI318:2014
		V_{exp}/V_{NBR}	V_{exp}/V_{CEB}	V_{exp}/V_{Eu}	V_{exp}/V_{ACI}
Índice de retangularidade	Forssell e Homlber (1946)	1,28	1,38	1,54	2,03
		1,47	1,59	1,73	1,36
		1,73	1,87	2,06	1,56
	Hawkins et al. (1971)	1,21	1,31	1,41	1,15
		1,17	1,26	1,35	1,23
		1,29	1,40	1,49	1,04
	Teng et al. (1999)	1,53	1,65	1,84	1,65
		1,49	1,61	1,78	1,57
		1,33	1,44	1,60	1,51
	Al-Yousif e Regan (2003)	1,25	1,35	1,63	1,53
		1,47	1,59	1,92	1,27
	Silva (2003)	1,40	1,52	1,77	1,51
		1,74	1,89	2,20	1,67
		1,77	1,92	2,23	1,88
	Oliveira (2003)	0,94	1,43	1,58	1,28
		1,23	1,33	1,47	1,07
		1,26	1,36	1,51	1,20
		1,22	1,33	1,47	1,24
		1,17	1,27	1,39	1,18
	Borges (2004)	1,50	1,62	1,66	1,43
		1,39	1,51	1,48	1,31
		1,46	1,58	1,55	1,48
		1,41	1,53	1,50	1,46
		1,48	1,61	1,65	1,31
		1,47	1,59	1,56	1,22
		1,44	1,56	1,56	1,37

		1,46	1,58	1,55	1,39
	Mouro (2006)	1,67	1,81	2,07	1,42
		1,75	1,90	2,19	1,50
		1,67	1,81	2,07	1,42
		1,83	1,98	2,30	1,59
		1,94	2,10	2,43	1,76
		1,76	1,91	2,21	1,91
		1,51	1,64	1,89	1,74
		1,38	1,49	1,72	1,64
	Erdogan, Ozcebe e Binici (2011)	2,12	2,29	2,49	1,60
		1,70	1,84	2,00	1,24
		1,79	1,94	2,10	1,64
	Sagaseta et al. (2014)	1,37	1,48	1,38	0,99
Taxa de fibras de aço	Swamy e Ali (1982)	1,15	1,25	1,41	0,93
		1,41	1,53	1,72	1,14
		1,52	1,65	1,86	1,23
		1,63	1,76	1,99	1,31
		1,55	1,68	1,89	1,25
		1,48	1,60	1,81	1,19
		1,04	1,12	1,27	0,84
		1,18	1,27	1,43	0,95
		1,52	1,64	1,85	1,22
		1,44	1,56	1,76	1,16
		1,37	1,49	1,67	1,10
		1,23	1,34	1,51	0,99
	1,54	1,67	1,88	1,24	
	Alexander e Simmonds (1992)	1,10	1,19	1,24	0,76
		1,35	1,47	1,53	0,93
		1,45	1,57	1,64	1,00
		1,51	1,64	1,82	1,04
		1,72	1,86	2,07	1,16
		1,84	1,99	2,21	1,25
	Theodora-Kopoulos e Swamy (1993)	1,10	1,19	1,34	0,87
		1,45	1,57	1,76	1,16

		1,57	1,70	1,91	1,24
		1,40	1,51	1,71	1,10
		1,41	1,53	1,72	0,96
		1,27	1,37	1,55	0,88
		1,41	1,53	1,72	0,98
		0,96	1,04	1,17	0,85
		1,50	1,62	1,83	1,33
		0,85	0,92	1,04	0,62
		1,25	1,36	1,53	0,93
		1,21	1,31	1,47	0,96
		1,68	1,82	2,05	1,35
		1,38	1,50	1,69	1,10
		1,56	1,69	1,90	1,26
		1,64	1,78	2,01	1,36
		1,38	1,49	1,68	1,04
		1,96	2,12	2,39	1,81
		1,93	2,09	2,36	1,33
		0,80	0,87	1,63	0,93
		0,85	0,92	1,73	0,98
		0,71	0,76	1,43	0,81
		0,82	0,89	1,67	0,97
		0,93	1,01	1,89	1,09
		0,97	1,05	1,97	1,15
		1,02	1,10	2,07	1,16
	Tan e Paramavisan (1994)	0,54	0,59	1,32	0,80
		1,24	1,34	2,12	1,28
		1,19	1,29	1,88	1,20
		0,76	0,83	1,55	0,91
		0,69	0,74	1,39	0,76
		0,64	0,69	1,30	0,83
		0,57	0,62	1,16	0,72
		0,96	1,04	1,34	1,40
	Shaaban e Gesund (1994)	1,13	1,23	1,58	1,61
		0,88	0,96	1,23	1,31

		1,02	1,11	1,43	1,51
		1,00	1,08	1,39	1,44
		1,16	1,25	1,61	1,65
		0,08	0,08	0,11	0,12
		1,01	1,09	1,40	1,54
		1,11	1,20	1,54	1,58
		1,29	1,39	1,79	1,77
		1,21	1,31	1,68	1,74
		1,21	1,31	1,68	1,88
		1,27	1,37	1,76	1,98
	Harajli, Maalouf e Khatib (1995)	1,24	1,35	2,05	1,50
		1,34	1,45	2,21	1,61
		1,51	1,64	2,50	1,80
		1,45	1,58	2,40	1,80
		1,40	1,52	2,32	1,80
		1,24	1,34	1,82	1,44
		1,43	1,54	2,09	1,66
		1,45	1,57	2,13	1,69
		1,50	1,63	2,21	1,77
		1,85	2,01	2,73	2,19
	Hughes e Xiao (1995)	1,13	1,22	1,55	1,13
		1,09	1,18	1,63	1,08
		1,29	1,39	1,92	1,26
		1,36	1,47	2,03	1,38
		1,48	1,60	2,21	1,47
		1,45	1,58	2,18	1,47
		1,41	1,53	2,11	1,47
		1,54	1,67	2,31	1,53
		1,12	1,21	1,83	1,15
		1,70	1,84	2,78	1,82
		1,30	1,41	1,94	1,52
	1,42	1,54	2,13	1,31	
	Zambrana Vargas (1997)	1,48	1,60	2,42	2,10
		1,46	1,58	2,39	2,00

		1,68	1,82	2,75	2,31
		1,24	1,35	2,03	1,44
		1,43	1,55	2,34	1,69
		1,65	1,78	2,69	1,89
	Azevedo (1999)	1,21	1,31	1,58	1,56
		1,40	1,52	1,83	1,86
		1,52	1,65	1,99	2,09
		1,04	1,13	1,36	1,20
		1,15	1,25	1,50	1,34
		1,65	1,79	2,16	1,93
	Holanda (2002)	1,07	1,16	1,37	1,53
		1,07	1,15	1,36	1,51
		1,19	1,29	1,53	1,65
		1,11	1,20	1,42	1,37
		1,22	1,32	1,56	1,49
		1,40	1,51	1,79	1,74
		1,22	1,32	1,56	1,62
		1,30	1,41	1,66	1,65
	Musse (2004)	1,57	1,70	1,97	1,64
		2,11	2,28	2,65	2,26
	Santos (2005)	1,75	1,90	2,26	2,14
		1,87	2,02	2,36	2,50
		1,48	1,60	1,93	1,93
		1,39	1,51	1,76	1,71
		1,61	1,75	2,04	2,01
		1,74	1,88	2,21	2,23
		1,86	2,01	2,34	2,01
2,50		2,71	3,20	2,76	
2,93		3,17	3,70	3,16	
1,57		1,71	2,03	1,61	
2,02		2,18	2,63	2,21	
2,33		2,53	3,04	2,53	
Cheng e Parra-Montesinos (2010)	1,49	1,61	1,69	1,34	
	1,41	1,53	1,61	1,17	

		1,63	1,77	1,86	1,63
		1,79	1,94	2,04	1,65
		1,69	1,83	1,93	1,47
		1,55	1,68	1,77	1,24
		2,07	2,24	2,36	2,00
		2,03	2,20	2,32	1,81
		1,84	1,99	2,10	1,66
		1,75	1,89	1,99	1,39
	Gouveia et al. (2010)	1,27	1,38	1,53	1,13
		1,33	1,44	1,60	1,19
		1,49	1,62	1,80	1,27
		1,83	1,98	2,20	1,56
		1,87	2,02	2,25	1,60
	Nuguyen-Minh et al. (2011)	1,88	2,03	2,26	1,71
		2,16	2,34	2,60	1,96
		2,22	2,41	2,67	2,00
		2,49	2,70	3,00	2,21
		1,99	2,15	2,39	1,81
		2,15	2,32	2,58	1,94
		2,17	2,35	2,61	1,95
		2,18	2,36	2,62	1,93
		1,74	1,89	2,10	1,59
		2,01	2,18	2,42	1,82
		2,00	2,16	2,40	1,80
		2,05	2,22	2,46	1,82
	Higashiyama et al. (2011)	1,38	1,49	1,87	1,35
		1,33	1,44	1,58	1,11
		1,33	1,44	1,45	1,00
		1,26	1,37	1,76	1,16
		1,18	1,28	1,42	0,92
		1,13	1,22	1,24	0,78
		1,36	1,47	1,89	1,39
		1,27	1,38	1,53	1,10
1,13		1,22	1,24	0,87	

		1,47	1,59	1,99	1,41
		1,37	1,48	1,86	1,29
		1,48	1,61	2,02	1,40
	Moraes Neto (2015)	1,28	1,39	1,47	1,00
		1,24	1,34	1,42	0,93
		1,23	1,34	1,41	0,99
		1,45	1,57	1,66	1,07
		1,61	1,75	1,93	1,24
		1,81	1,96	2,16	1,35
		2,19	2,37	2,76	1,80
2,31	2,50	2,91	1,88		
	Média	1,45	1,57	1,89	1,45
	Desvio Padrão	0,29	0,31	0,36	0,32
	Variância	13,84	16,10	19,02	16,53

Fonte :Autor.

Relação entre os valores experimentais e estimativa por métodos considerando o índice de retangularidade

AUTORES	Hawkins et al. (1971)	Oliveira (2003)	Borges(2004) - ACI	Borges (2004) - CEB
	V_{exp}/V_{Haw}	V_{exp}/V_{Ol}	V_{exp}/V_{BACI}	V_{exp}/V_{BCEB}
Forssell e Homlber (1946)	1,87	0,91	0,95	0,92
	1,22	1,05	0,96	1,06
	1,69	1,22	1,16	1,25
Hawkins et al. (1971)	1,00	0,92	0,81	0,87
	1,04	0,89	0,77	0,84
	1,06	0,98	0,82	0,93
Teng et al. (1999)	1,67	1,20	1,23	1,10
	1,26	1,19	1,18	1,07
	1,06	1,08	1,05	0,96
Al-Yousif e Regan (2003)	1,16	0,92	0,98	0,90
	1,07	1,07	1,07	1,06
Silva (2003)	1,60	1,07	1,10	1,01
	1,55	1,35	1,37	1,26
	1,55	1,39	1,39	1,28
Oliveira (2003)	1,60	1,03	0,87	0,95

	1,13	0,97	0,82	0,89
	1,09	0,99	0,82	0,91
	1,03	0,98	0,81	0,88
	0,92	0,95	0,74	0,84
Borges (2004)	1,61	1,22	1,06	1,08
	1,58	1,14	0,94	1,00
	1,44	1,21	0,98	1,05
	1,28	1,17	0,91	1,02
	1,28	1,22	1,06	1,07
	1,25	1,20	0,95	1,06
	1,20	1,20	0,97	1,04
	1,13	1,22	0,92	1,05
Mouro (2006)	1,47	1,27	1,12	1,21
	1,55	1,34	1,21	1,27
	1,47	1,27	1,15	1,21
	1,62	1,39	1,31	1,32
	1,81	1,46	1,47	1,40
	1,86	1,33	1,36	1,27
	1,67	1,14	1,17	1,09
	1,56	1,04	1,06	1,00
Erdogan, Ozcebe e Binici (2011)	1,54	1,58	1,22	1,53
	1,19	1,29	1,00	1,22
	1,51	1,34	1,12	1,29
Sagaseta et al. (2014)	0,86	1,14	0,69	0,99
Swamy e Ali (1982)	1,03	0,85	0,67	0,83
	1,26	1,04	0,81	1,02
	1,36	1,12	0,88	1,10
	1,45	1,20	0,94	1,18
	1,38	1,14	0,89	1,12
	1,32	1,09	0,85	1,07
	0,93	0,77	0,60	0,75
	1,05	0,87	0,68	0,85
	1,35	1,12	0,88	1,10
	1,29	1,06	0,83	1,04
	1,22	1,01	0,79	0,99
	1,10	0,91	0,71	0,89
	1,37	1,14	0,89	1,11

Alexander e Simmonds (1992)	0,84	0,81	0,55	0,79
	1,02	1,00	0,66	0,98
	1,10	1,07	0,72	1,05
	1,05	1,09	0,77	1,09
	1,18	1,25	0,87	1,24
	1,26	1,34	0,93	1,33
Theodora-Kopoulos e Swamy (1993)	0,97	0,80	0,63	0,79
	1,28	1,05	0,83	1,04
	1,38	1,14	0,89	1,13
	1,22	1,02	0,79	1,01
	1,07	1,00	0,69	1,02
	0,97	0,89	0,63	0,91
	1,09	0,99	0,70	1,02
	1,12	0,69	0,56	0,69
	1,76	1,08	0,88	1,08
	0,62	0,62	0,47	0,62
	0,92	0,91	0,70	0,91
	1,06	0,88	0,68	0,87
	1,49	1,21	0,96	1,21
	1,22	1,00	0,79	1,00
	1,40	1,12	0,91	1,12
	1,50	1,17	0,97	1,19
	1,15	1,02	0,75	0,99
	2,01	1,32	1,30	1,41
1,47	1,36	0,95	1,40	
Tan e Paramavisan (1994)	0,71	0,53	0,77	0,58
	0,76	0,57	0,81	0,62
	0,62	0,47	0,67	0,51
	0,74	0,54	0,80	0,59
	0,84	0,62	0,90	0,67
	0,88	0,64	0,95	0,70
	0,90	0,68	0,96	0,74
	0,49	0,35	0,61	0,39
	1,15	0,85	1,03	0,89
	1,15	0,83	0,92	0,86
	0,70	0,51	0,75	0,55
	0,58	0,46	0,62	0,50
	0,46	0,43	0,61	0,46

	0,45	0,38	0,55	0,41
Shaaban e Gesund (1994)	1,88	0,69	0,93	0,69
	2,16	0,83	1,07	0,82
	1,75	0,64	0,87	0,64
	2,02	0,74	1,00	0,74
	1,94	0,72	0,96	0,72
	2,22	0,84	1,10	0,83
	0,15	0,06	0,08	0,06
	2,07	0,72	1,02	0,73
	2,12	0,80	1,05	0,80
	2,38	0,94	1,18	0,93
	2,33	0,88	1,15	0,87
	2,52	0,86	1,25	0,87
	2,65	0,90	1,31	0,91
	Harajli, Maalouf e Khatib (1995)	1,38	0,85	1,18
1,48		0,92	1,26	0,97
1,66		1,04	1,42	1,09
1,66		0,99	1,42	1,05
1,66		0,95	1,42	1,01
1,48		0,87	1,07	0,89
1,71		1,01	1,23	1,03
1,74		1,03	1,25	1,05
1,82		1,06	1,31	1,08
2,25		1,31	1,62	1,34
Hughes e Xiao (1995)	1,13	0,82	0,85	0,81
	1,00	0,77	0,85	0,78
	1,17	0,92	0,99	0,93
	1,28	0,96	1,09	0,98
	1,36	1,05	1,15	1,07
	1,36	1,03	1,15	1,05
	1,36	0,99	1,16	1,02
	1,41	1,10	1,20	1,11
	0,99	0,78	0,94	0,81
	1,58	1,17	1,50	1,23
	1,40	0,93	1,19	0,94
	1,21	1,00	1,03	1,03
Zambrana Vargas (1997)	1,95	1,03	1,65	1,07
	1,86	1,02	1,57	1,05

	2,15	1,18	1,81	1,22
	1,33	0,90	1,12	0,90
	1,57	1,03	1,32	1,03
	1,75	1,19	1,48	1,19
Azevedo (1999)	2,08	0,91	1,04	0,88
	2,47	1,04	1,24	1,01
	2,77	1,13	1,39	1,10
	1,59	0,80	0,80	0,75
	1,78	0,89	0,89	0,83
	2,57	1,27	1,29	1,19
Holanda (2002)	2,09	0,78	1,01	0,77
	2,07	0,78	1,00	0,77
	2,26	0,88	1,09	0,86
	1,87	0,85	0,90	0,80
	2,04	0,93	0,98	0,88
	2,39	1,07	1,15	1,01
	2,21	0,91	1,07	0,88
	2,26	0,98	1,09	0,94
Musse (2004)	1,74	1,20	1,19	1,13
	2,40	1,60	1,65	1,52
Santos (2005)	2,21	1,27	1,59	1,27
	2,64	1,31	1,82	1,35
	1,97	1,04	1,44	1,07
	1,81	1,01	1,25	1,01
	2,12	1,16	1,47	1,16
	2,35	1,24	1,64	1,26
	2,14	1,41	1,47	1,34
	2,87	1,88	2,03	1,81
	3,34	2,22	2,31	2,11
	1,66	1,21	1,19	1,14
	2,25	1,51	1,64	1,46
	2,57	1,75	1,88	1,68
Cheng e Parra-Montesinos (2010)	1,64	1,16	0,92	1,07
	1,43	1,09	0,80	1,02
	2,00	1,23	1,12	1,18
	2,02	1,32	1,13	1,29
	1,80	1,34	1,01	1,22
	1,52	1,21	0,85	1,12

	2,45	1,57	1,37	1,49
	2,21	1,52	1,24	1,47
	2,04	1,44	1,14	1,33
	1,71	1,36	0,96	1,26
Gouveia et al. (2010)	1,14	0,97	0,84	0,92
	1,21	1,01	0,89	0,96
	1,29	1,15	0,95	1,08
	1,58	1,41	1,16	1,32
	1,62	1,44	1,20	1,35
Nuguyen-Minh et al. (2011)	1,93	1,33	1,21	1,35
	2,21	1,54	1,39	1,56
	2,25	1,59	1,42	1,61
	2,49	1,79	1,57	1,80
	2,04	1,41	1,29	1,44
	2,19	1,53	1,38	1,55
	2,20	1,55	1,39	1,57
	2,18	1,57	1,37	1,57
	1,79	1,24	1,13	1,26
	2,05	1,43	1,29	1,45
	2,03	1,43	1,28	1,44
	2,05	1,47	1,29	1,48
Higashiyama et al. (2011)	1,31	0,97	1,03	1,00
	1,28	0,95	0,78	0,96
	1,33	0,94	0,67	0,96
	1,10	0,92	0,90	0,91
	1,03	0,87	0,65	0,85
	1,02	0,84	0,52	0,82
	1,33	0,95	1,08	0,98
	1,24	0,89	0,78	0,92
	1,14	0,79	0,58	0,81
	1,37	1,04	1,07	1,06
	1,26	0,98	0,98	0,99
	1,37	1,06	1,07	1,07
Moraes Neto (2015)	1,07	1,01	0,72	0,93
	1,00	0,98	0,67	0,90
	1,07	0,97	0,72	0,89
	1,15	1,14	0,77	1,04
	1,27	1,25	0,92	1,16

	1,37	1,42	1,00	1,31
	1,73	1,67	1,38	1,58
	1,80	1,77	1,44	1,67
Média	1,51	1,05	1,03	1,03
Desvio Padrão	0,47	0,25	0,27	0,24
Variância	30,77	10,16	10,96	9,12

Fonte :Autor.

Relação entre os valores experimentais e estimativa por métodos considerando a adição de fibras de aço

Autores	Shaaban e Gesund (1994) (ACI 1989)	Harajli et al. (1995)	Azevedo (1999)	Holanda (2002)	Holanda e Hanai (2002)	Higashiyama et al. (2011)
	V_{exp}/V_{SeG}	V_{exp}/V_{Har}	V_{exp}/V_{Az}	V_{exp}/V_{Ho}	V_{exp}/V_{HeH}	V_{exp}/V_{Hi}
Forssell e Homlber (1946)	1,16	1,20	0,86	1,19	1,19	1,18
	1,13	1,16	0,96	1,16	1,16	1,23
	1,53	1,58	1,15	1,57	1,57	1,57
Hawkins et al. (1971)	0,93	0,96	0,88	0,96	0,96	0,92
	0,88	0,91	0,83	0,90	0,90	0,89
	1,02	1,05	0,91	1,05	1,05	1,01
Teng et al. (1999)	1,62	1,67	1,42	1,66	1,66	1,21
	1,29	1,33	1,36	1,32	1,32	1,05
	1,04	1,07	1,22	1,06	1,07	0,93
Al-Yousif e Regan (2003)	1,05	1,08	0,95	1,07	1,08	1,04
	1,25	1,29	1,12	1,28	1,28	1,23
Silva (2003)	1,48	1,52	1,21	1,51	1,51	1,23
	1,64	1,69	1,51	1,68	1,68	1,44
	1,54	1,58	1,53	1,57	1,58	1,40
Oliveira (2003)	1,25	1,29	1,04	1,28	1,29	1,34
	1,05	1,08	0,97	1,07	1,08	1,15
	0,98	1,01	0,97	1,00	1,00	1,11
	0,91	0,94	0,96	0,93	0,93	1,05
	0,81	0,83	0,91	0,83	0,83	1,01

Borges (2004)	1,40	1,44	1,28	1,43	1,44	1,23
	1,28	1,32	1,14	1,31	1,32	1,07
	1,20	1,24	1,20	1,23	1,24	1,05
	1,07	1,10	1,14	1,10	1,10	0,99
	1,29	1,33	1,31	1,32	1,32	1,13
	1,19	1,23	1,17	1,22	1,22	1,03
	1,12	1,16	1,22	1,15	1,15	1,03
	1,02	1,05	1,17	1,04	1,05	0,98
Mouro (2006)	1,39	1,44	1,42	1,43	1,43	1,34
	1,47	1,51	1,50	1,51	1,51	1,41
	1,39	1,44	1,42	1,43	1,43	1,34
	1,56	1,60	1,58	1,59	1,60	1,48
	1,72	1,77	1,67	1,76	1,76	1,64
	1,56	1,61	1,52	1,60	1,60	1,49
	1,34	1,38	1,30	1,37	1,37	1,28
	1,21	1,24	1,18	1,24	1,24	1,16
Erdogan, Ozcebe e Binici (2011)	1,57	1,61	1,44	1,60	1,61	1,63
	1,21	1,25	1,15	1,24	1,25	1,32
	1,34	1,38	1,22	1,37	1,37	1,40
Sagaseta et al. (2014)	0,81	0,83	0,95	0,82	0,83	1,13
Swamy e Ali (1982)	0,91	0,94	0,75	0,93	0,94	1,00
	1,11	1,13	0,92	1,14	1,14	1,08
	1,20	1,21	1,00	1,23	1,23	1,09
	1,28	1,29	1,06	1,31	1,32	1,10
	1,22	1,23	1,01	1,25	1,25	1,11
	1,17	1,18	0,97	1,20	1,20	1,06
	0,82	0,83	0,68	0,84	0,84	0,75
	0,93	0,94	0,77	0,95	0,95	0,85
	1,20	1,21	0,99	1,23	1,23	1,09
	1,14	1,15	0,94	1,17	1,17	0,98
	1,08	1,09	0,90	1,11	1,11	1,07
	0,97	0,98	0,81	1,00	1,00	0,89
	1,21	1,21	1,00	1,24	1,24	1,01

Alexander e Simmonds (1992)	0,75	0,77	0,65	0,77	0,77	0,86
	0,91	0,93	0,80	0,93	0,93	1,00
	0,98	0,99	0,85	1,00	1,00	1,04
	1,02	1,05	0,89	1,04	1,04	1,20
	1,14	1,17	1,01	1,17	1,17	1,34
	1,22	1,24	1,08	1,25	1,25	1,38
Theodora-Kopoulos e Swamy (1993)	0,86	0,88	0,69	0,88	0,88	0,92
	1,13	1,16	0,91	1,16	1,16	1,09
	1,22	1,23	0,98	1,25	1,25	1,06
	1,08	1,09	0,88	1,11	1,11	0,95
	0,94	0,95	0,77	0,97	0,97	0,97
	0,86	0,87	0,69	0,88	0,88	0,85
	0,96	0,97	0,77	0,99	0,99	0,96
	0,83	0,85	0,60	0,85	0,85	0,86
	1,30	1,31	0,94	1,33	1,33	1,08
	0,61	0,63	0,54	0,63	0,63	0,68
	0,91	0,91	0,79	0,93	0,93	0,81
	0,94	0,94	0,76	0,96	0,96	0,92
	1,32	1,33	1,05	1,35	1,35	1,07
	1,08	1,09	0,87	1,11	1,11	1,05
	1,24	1,25	0,98	1,27	1,27	1,14
	1,33	1,34	1,03	1,36	1,37	1,29
	1,02	1,03	0,86	1,05	1,05	1,13
	1,78	1,79	1,23	1,82	1,82	1,72
1,30	1,34	1,06	1,34	1,34	1,62	
Tan e Paramavisan (1994)	0,86	0,88	0,59	0,88	0,88	0,96
	0,91	0,94	0,62	0,94	0,94	1,02
	0,75	0,77	0,51	0,77	0,77	0,85
	0,90	0,92	0,60	0,92	0,92	0,91
	1,02	1,03	0,68	1,04	1,04	0,95
	1,07	1,07	0,71	1,09	1,09	0,91
	1,08	1,07	0,74	1,11	1,11	0,95
	0,63	0,65	0,40	0,65	0,65	0,74
	1,26	1,29	0,90	1,29	1,29	1,34

	1,18	1,20	0,87	1,20	1,21	1,25
	0,85	0,87	0,56	0,87	0,87	0,86
	0,70	0,72	0,50	0,72	0,72	0,90
	0,61	0,62	0,47	0,63	0,63	0,68
	0,58	0,59	0,42	0,59	0,59	0,62
Shaaban e Gesund (1994)	1,37	1,41	0,86	1,40	1,41	0,99
	1,57	1,62	1,01	1,61	1,62	1,19
	1,28	1,32	0,79	1,31	1,31	0,92
	1,48	1,52	0,92	1,51	1,51	1,07
	1,42	1,44	0,89	1,45	1,45	0,99
	1,62	1,65	1,03	1,66	1,66	1,16
	0,11	0,11	0,07	0,12	0,12	0,08
	1,51	1,53	0,90	1,55	1,55	1,06
	1,55	1,56	0,99	1,58	1,59	1,09
	1,74	1,74	1,15	1,78	1,78	1,35
	1,70	1,71	1,08	1,74	1,74	1,17
	1,84	1,82	1,07	1,88	1,88	1,22
	1,94	1,92	1,13	1,98	1,98	1,28
Harajli, Maalouf e Khatib (1995)	1,47	1,51	0,99	1,50	1,50	1,33
	1,57	1,61	1,06	1,61	1,61	1,25
	1,77	1,79	1,20	1,81	1,81	1,28
	1,77	1,78	1,15	1,81	1,81	1,35
	1,77	1,74	1,11	1,81	1,81	1,16
	1,41	1,46	0,98	1,45	1,45	1,23
	1,63	1,66	1,13	1,67	1,67	1,24
	1,66	1,68	1,15	1,70	1,70	1,15
	1,74	1,75	1,19	1,78	1,78	1,27
	2,14	2,12	1,46	2,19	2,19	1,35
Hughes e Xiao (1995)	1,11	1,14	0,86	1,14	1,14	1,02
	1,06	1,09	0,83	1,09	1,09	1,07
	1,24	1,25	0,98	1,27	1,27	1,13
	1,36	1,37	1,03	1,39	1,39	1,10
	1,44	1,45	1,13	1,47	1,48	1,19
	1,44	1,45	1,11	1,47	1,47	1,17

	1,44	1,47	1,08	1,48	1,48	1,22
	1,50	1,49	1,17	1,53	1,53	1,15
	1,13	1,16	0,86	1,15	1,16	1,14
	1,79	1,80	1,29	1,83	1,83	1,42
	1,48	1,53	1,14	1,52	1,52	1,22
	1,29	1,30	1,00	1,32	1,32	1,15
Zambrana Vargas (1997)	2,06	2,12	1,36	2,11	2,11	1,61
	1,96	1,99	1,34	2,01	2,01	1,41
	2,26	2,26	1,54	2,32	2,32	1,50
	1,41	1,45	1,14	1,44	1,44	1,73
	1,65	1,68	1,31	1,69	1,69	1,76
	1,85	1,84	1,50	1,89	1,89	1,97
Azevedo (1999)	1,53	1,58	1,08	1,57	1,57	1,23
	1,83	1,85	1,24	1,87	1,87	1,15
	2,04	2,04	1,35	2,09	2,09	1,13
	1,18	1,21	0,93	1,20	1,21	1,33
	1,31	1,33	1,02	1,34	1,35	1,24
	1,89	1,89	1,46	1,94	1,94	1,55
Holanda (2002)	1,50	1,54	0,95	1,53	1,53	1,08
	1,48	1,49	0,94	1,52	1,52	0,91
	1,62	1,59	1,05	1,65	1,65	0,87
	1,34	1,38	0,99	1,37	1,37	1,22
	1,46	1,47	1,08	1,49	1,49	1,16
	1,71	1,69	1,23	1,75	1,75	1,11
	1,58	1,61	1,08	1,62	1,62	1,04
	1,62	1,62	1,15	1,66	1,66	1,08
Musse (2004)	1,60	1,65	1,33	1,64	1,65	1,40
	2,22	2,24	1,79	2,27	2,27	1,45
Santos (2005)	2,10	2,17	1,51	2,15	2,16	1,69
	2,44	2,49	1,60	2,50	2,51	1,69
	1,89	1,90	1,27	1,94	1,94	1,17
	1,68	1,73	1,20	1,72	1,72	1,34
	1,97	2,01	1,38	2,02	2,02	1,37
	2,19	2,20	1,49	2,24	2,24	1,34

	1,97	2,03	1,60	2,02	2,02	1,57
	2,70	2,75	2,15	2,77	2,77	1,88
	3,09	3,11	2,51	3,17	3,17	1,91
	1,58	1,63	1,35	1,61	1,62	1,52
	2,16	2,20	1,73	2,22	2,22	1,52
	2,47	2,48	2,00	2,53	2,54	1,54
Cheng e Parra-Montesinos (2010)	1,31	1,35	1,12	1,34	1,34	1,32
	1,15	1,18	0,98	1,17	1,18	1,26
	1,60	1,61	1,22	1,64	1,64	1,19
	1,61	1,63	1,23	1,65	1,65	1,31
	1,44	1,43	1,27	1,47	1,47	1,29
	1,22	1,22	1,07	1,25	1,25	1,18
	1,96	1,95	1,55	2,00	2,01	1,36
	1,77	1,77	1,40	1,81	1,81	1,34
	1,63	1,63	1,38	1,67	1,67	1,17
	1,37	1,36	1,20	1,40	1,40	1,21
Gouveia et al. (2010)	1,11	1,14	0,97	1,13	1,14	1,01
	1,17	1,19	1,02	1,20	1,20	0,97
	1,25	1,26	1,14	1,28	1,28	1,12
	1,53	1,54	1,39	1,56	1,57	1,30
	1,57	1,57	1,42	1,60	1,61	1,26
Nuguyen-Minh et al. (2011)	1,67	1,73	1,25	1,71	1,72	1,69
	1,92	1,96	1,44	1,96	1,97	1,77
	1,96	1,99	1,48	2,01	2,01	1,73
	2,17	2,20	1,65	2,22	2,22	1,83
	1,77	1,83	1,32	1,82	1,82	1,80
	1,91	1,95	1,43	1,95	1,95	1,76
	1,91	1,95	1,44	1,96	1,96	1,69
	1,89	1,92	1,45	1,94	1,94	1,60
	1,56	1,60	1,16	1,59	1,60	1,57
	1,78	1,82	1,34	1,83	1,83	1,64
	1,76	1,79	1,33	1,80	1,80	1,55
	1,78	1,80	1,36	1,82	1,82	1,50
	1,32	1,34	1,00	1,35	1,36	1,17

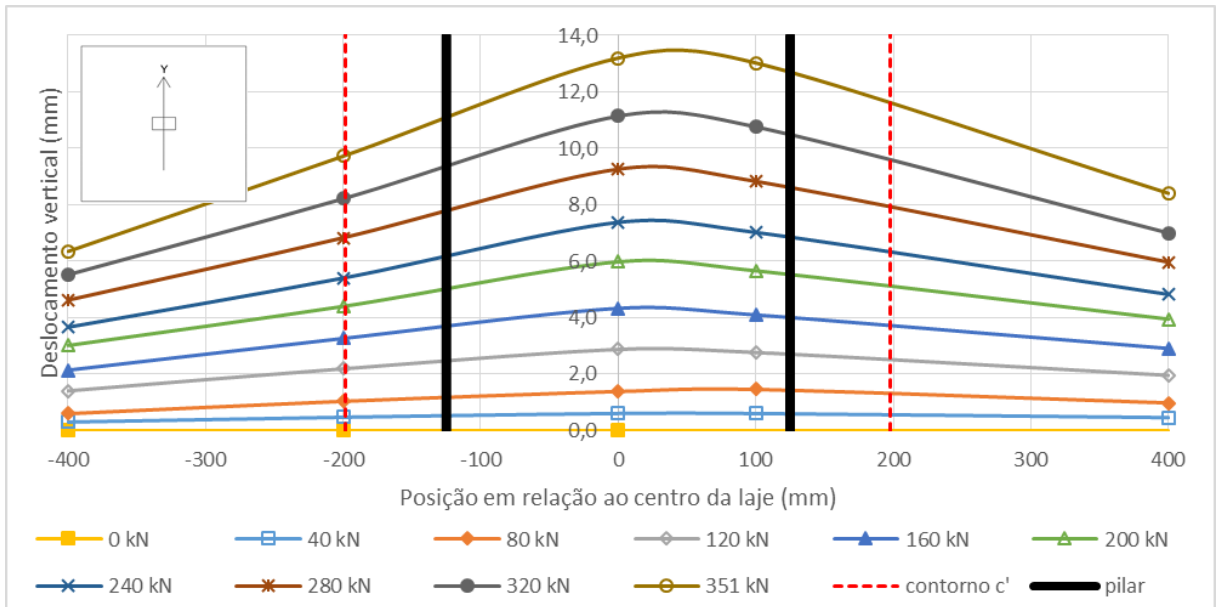
Higashiyama et al. (2011)	1,09	1,11	0,83	1,11	1,12	1,06
	0,98	0,99	0,75	1,00	1,00	1,02
	1,14	1,15	0,93	1,16	1,17	1,07
	0,90	0,91	0,75	0,92	0,92	0,93
	0,77	0,78	0,64	0,79	0,79	0,86
	1,37	1,38	1,00	1,40	1,40	1,15
	1,08	1,09	0,80	1,11	1,11	1,01
	0,85	0,86	0,64	0,87	0,88	0,86
	1,38	1,40	1,06	1,41	1,41	1,22
	1,27	1,28	0,99	1,30	1,30	1,08
	1,37	1,39	1,07	1,41	1,41	1,16
Moraes Neto (2015)	0,98	1,01	0,93	1,00	1,00	1,16
	0,91	0,94	0,88	0,93	0,94	1,16
	0,97	0,99	0,91	0,99	0,99	0,94
	1,05	1,06	1,01	1,07	1,07	1,18
	1,21	1,23	1,15	1,24	1,25	1,25
	1,32	1,34	1,29	1,35	1,35	1,51
	1,76	1,77	1,64	1,80	1,80	1,65
	1,84	1,85	1,74	1,88	1,88	1,78
Média	1,35	1,37	1,07	1,38	1,39	1,18
Desvio Padrão	0,37	0,37	0,27	0,38	0,38	0,25
Variância	20,29	20,53	11,72	21,25	21,31	9,65

Fonte: Autor.

APÊNDICE B

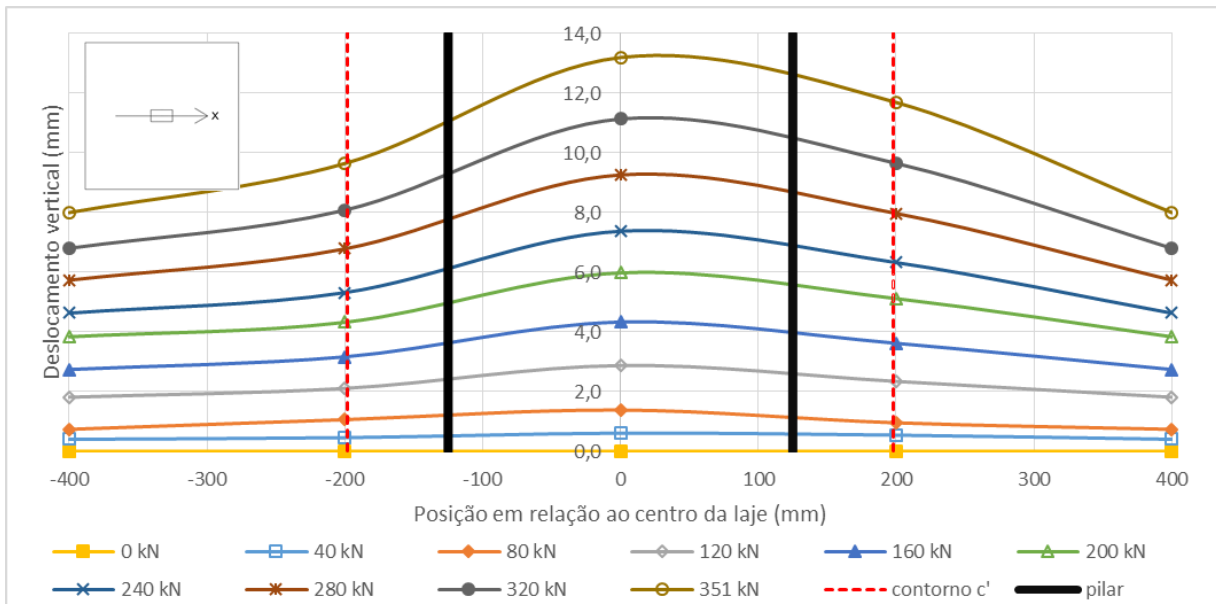
Neste apêndice são apresentados os valores de deslocamentos verticais para cada laje, em cada direção, considerando passos de carga de 40 kN.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L1-0 na direção Y



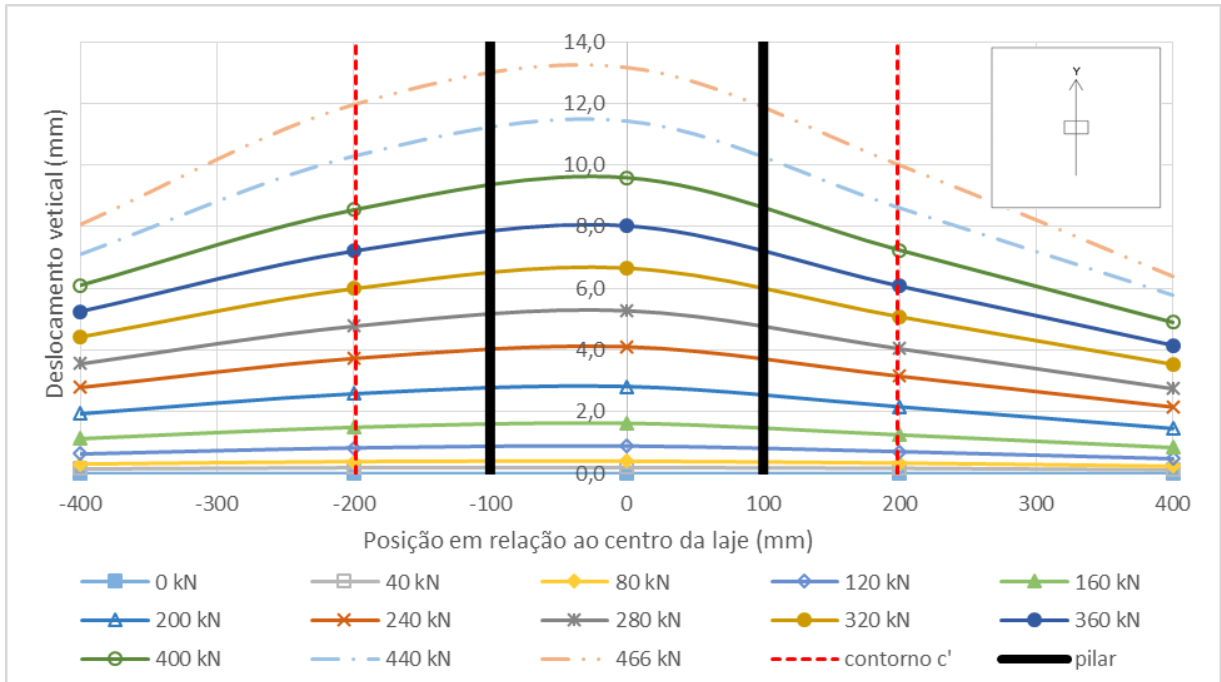
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L1-0 na direção X



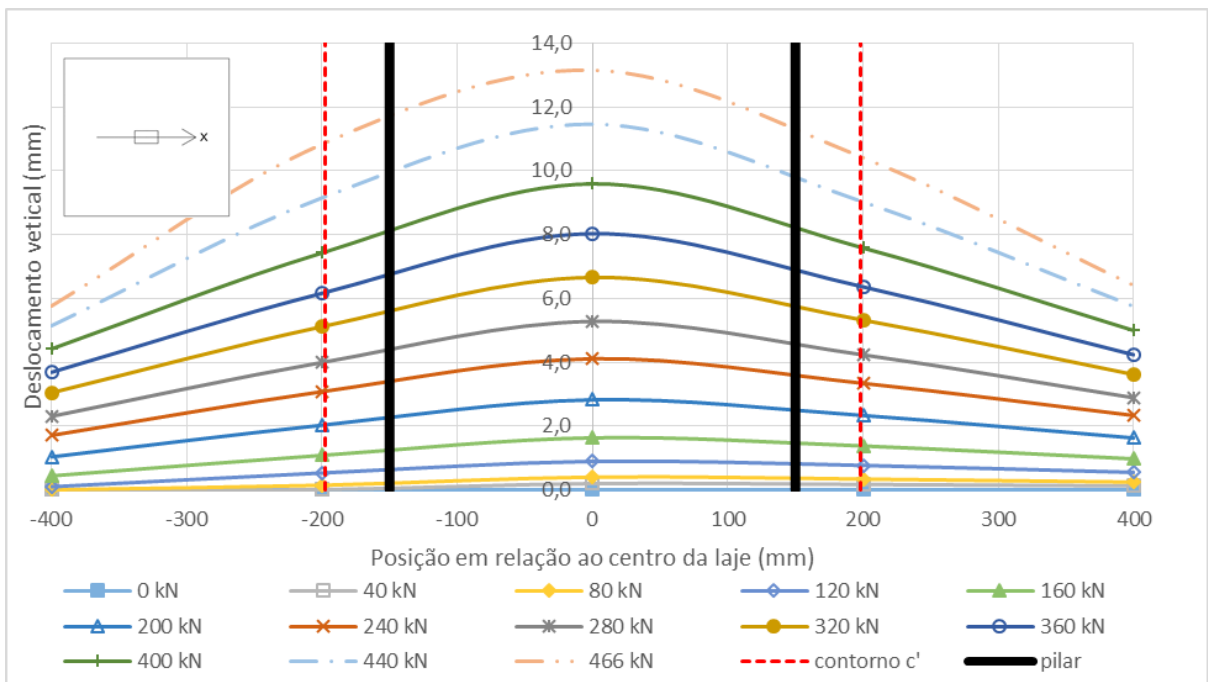
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L2-0 na direção Y



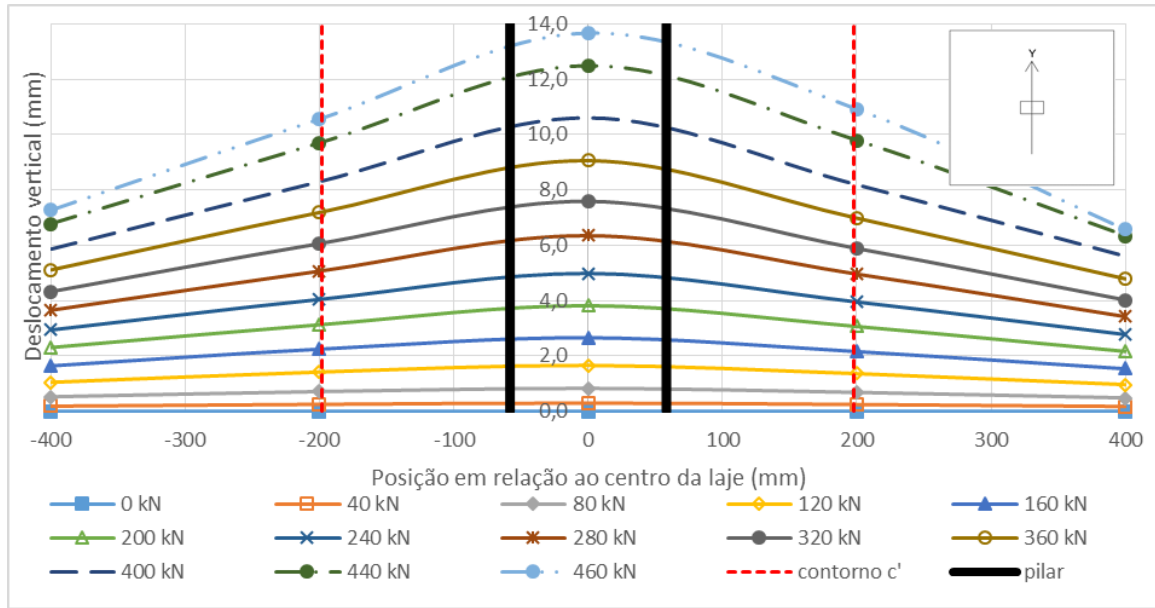
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L2-0 na direção X



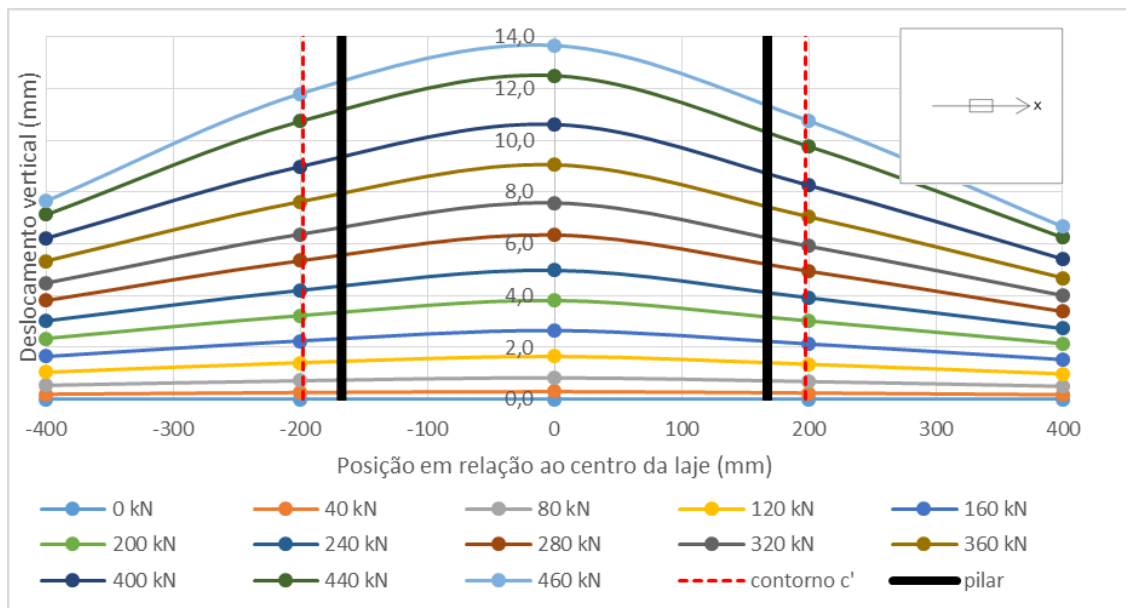
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L3-0 na direção Y



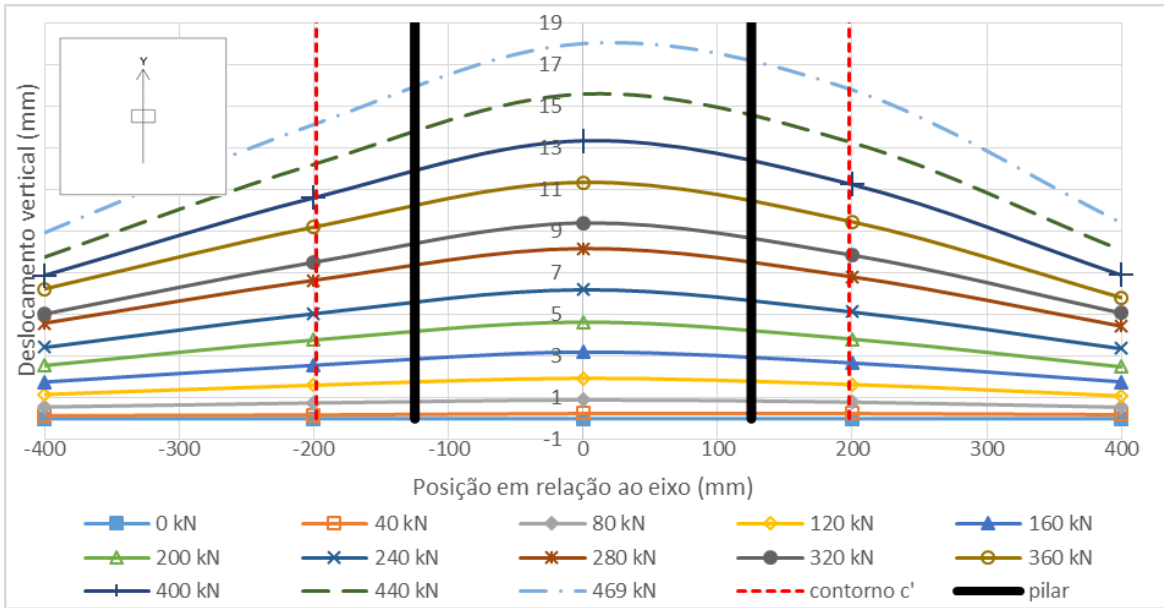
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L3-0 na direção X



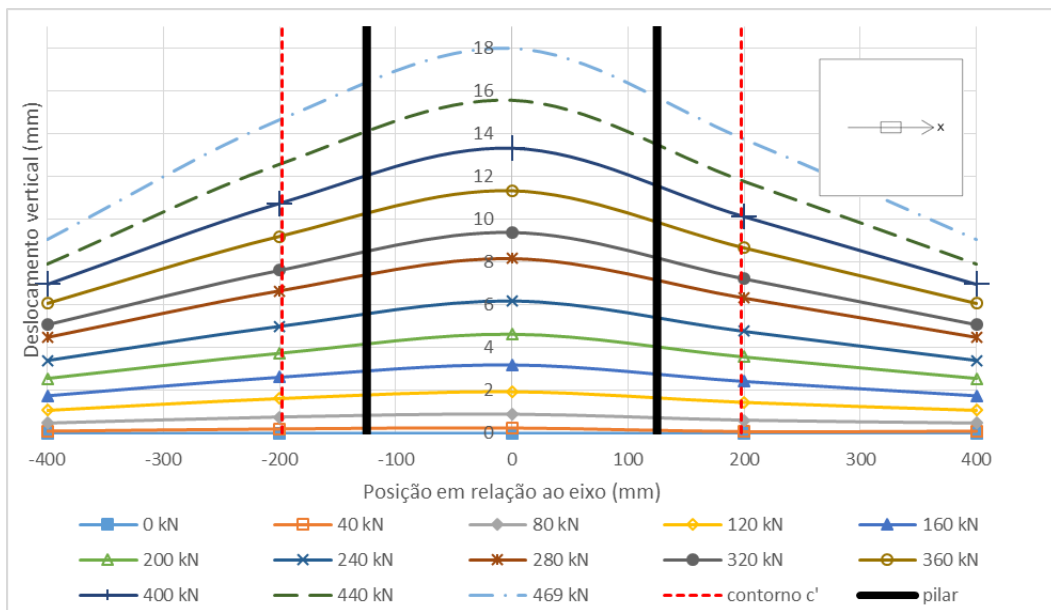
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L1-50 na direção Y



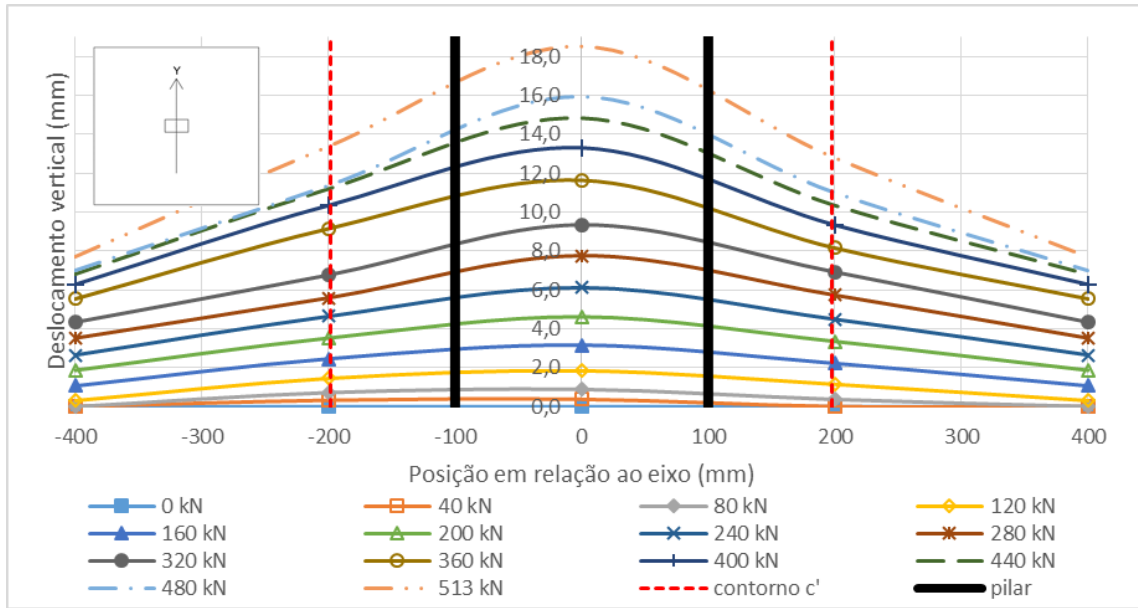
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L1-50 na direção X



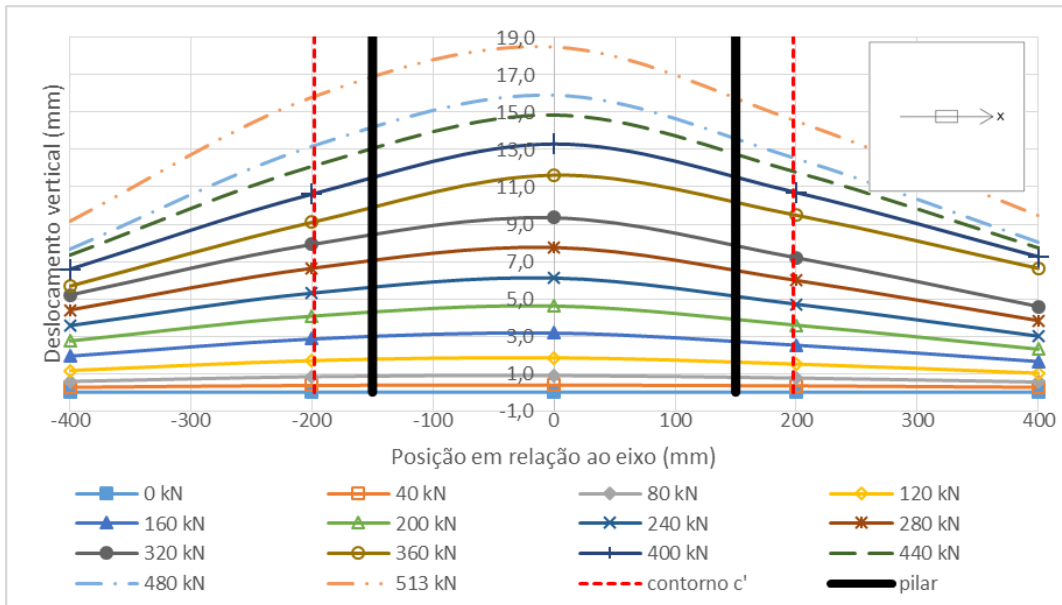
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L2-50 na direção Y



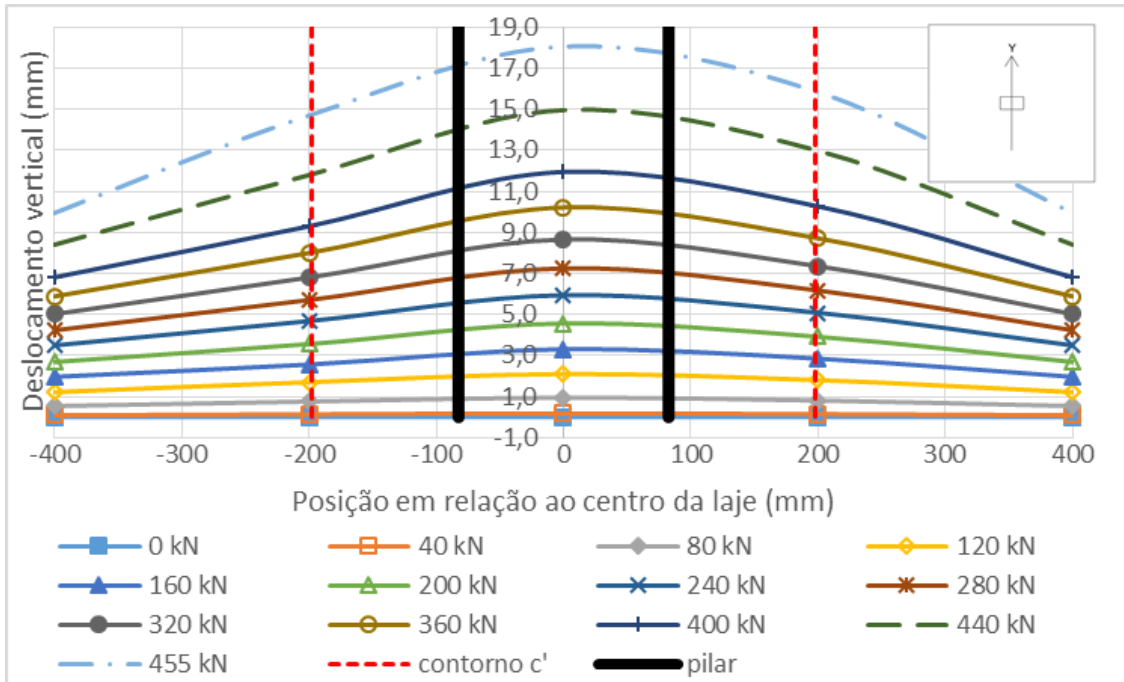
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L2-50 na direção X



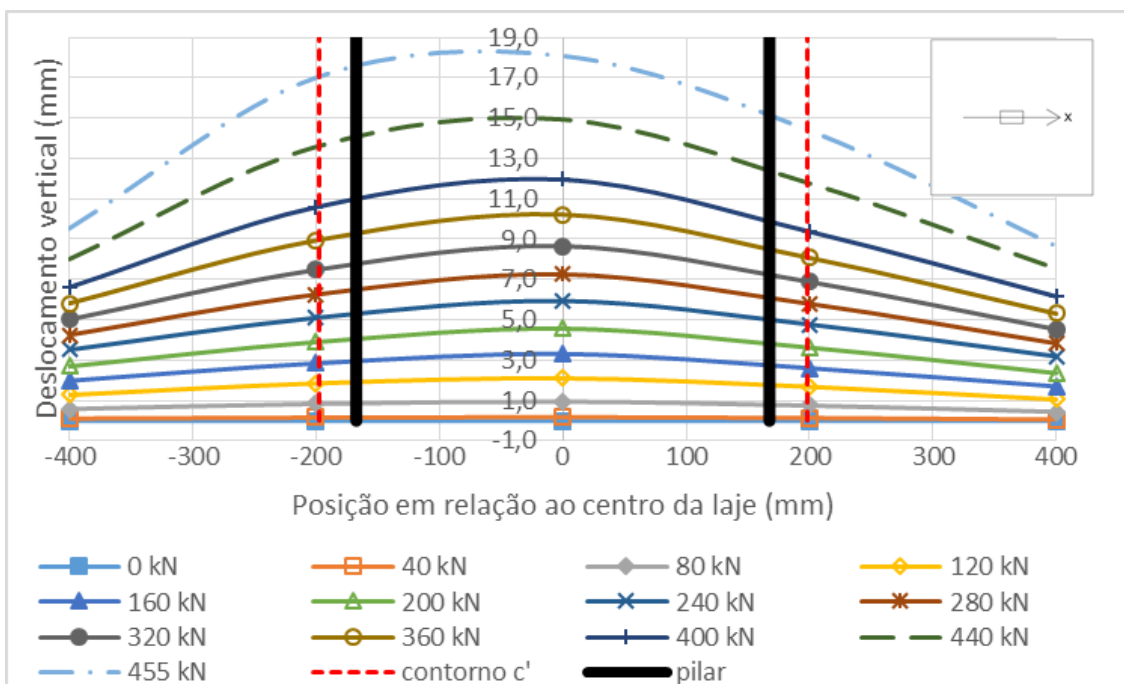
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L3-50 na direção Y



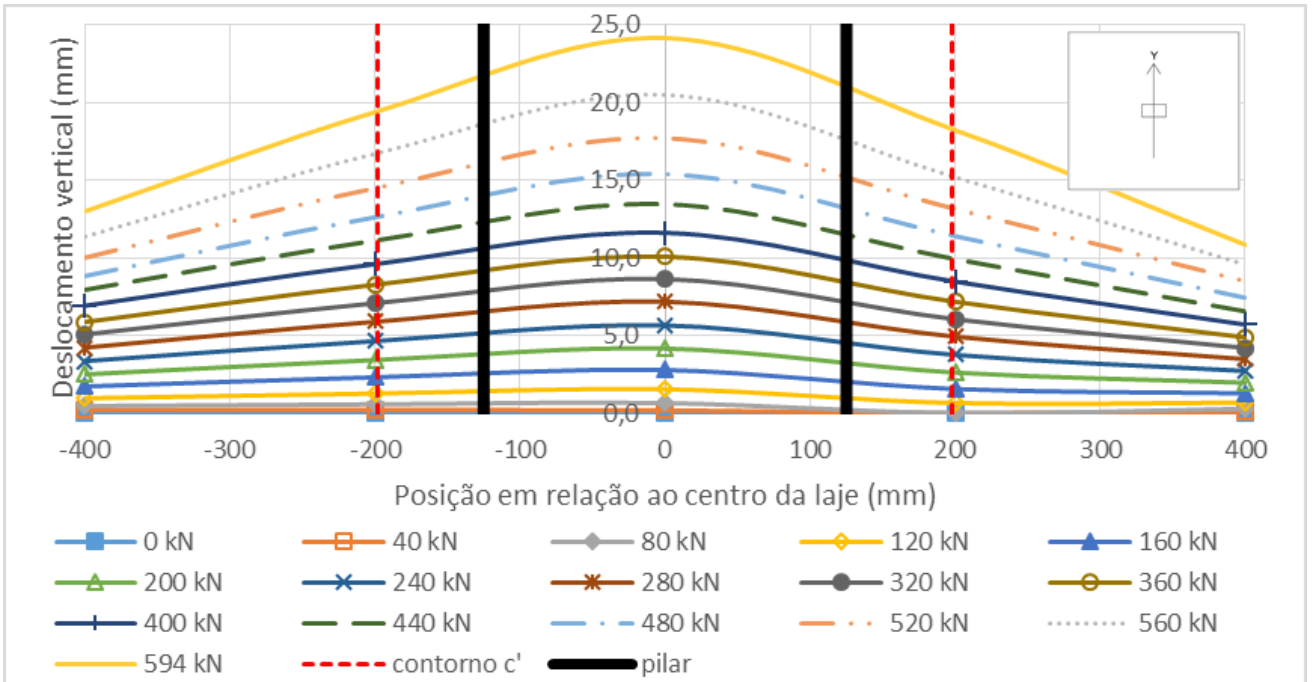
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L3-50 na direção X



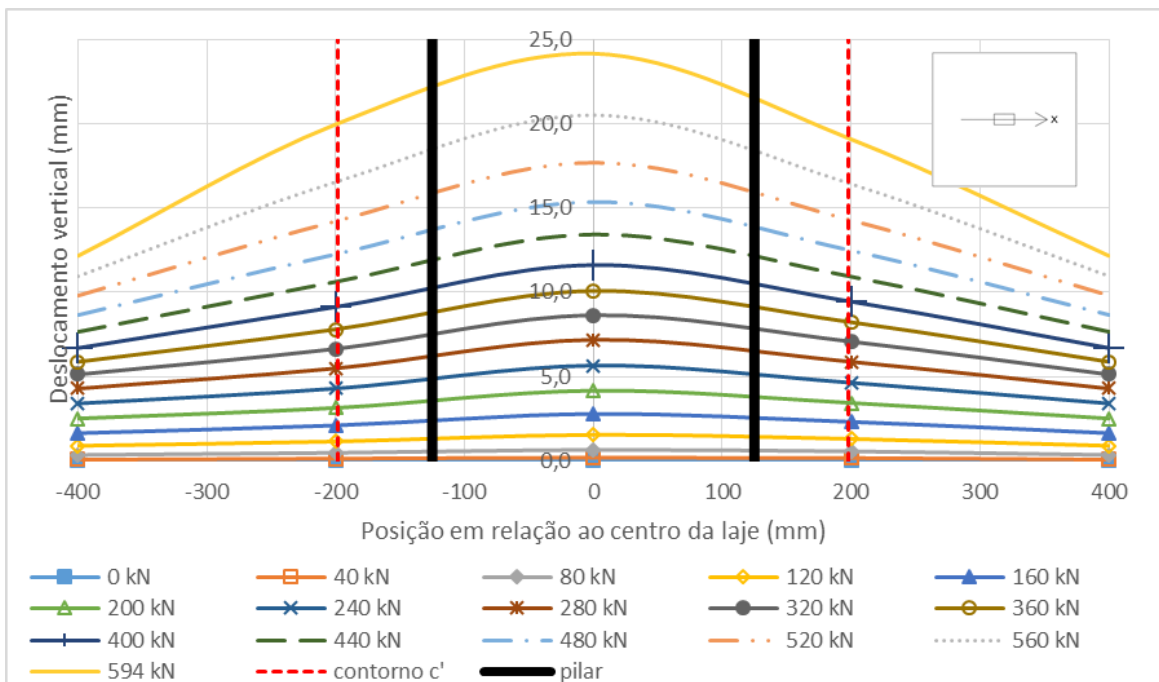
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L1-60 na direção Y



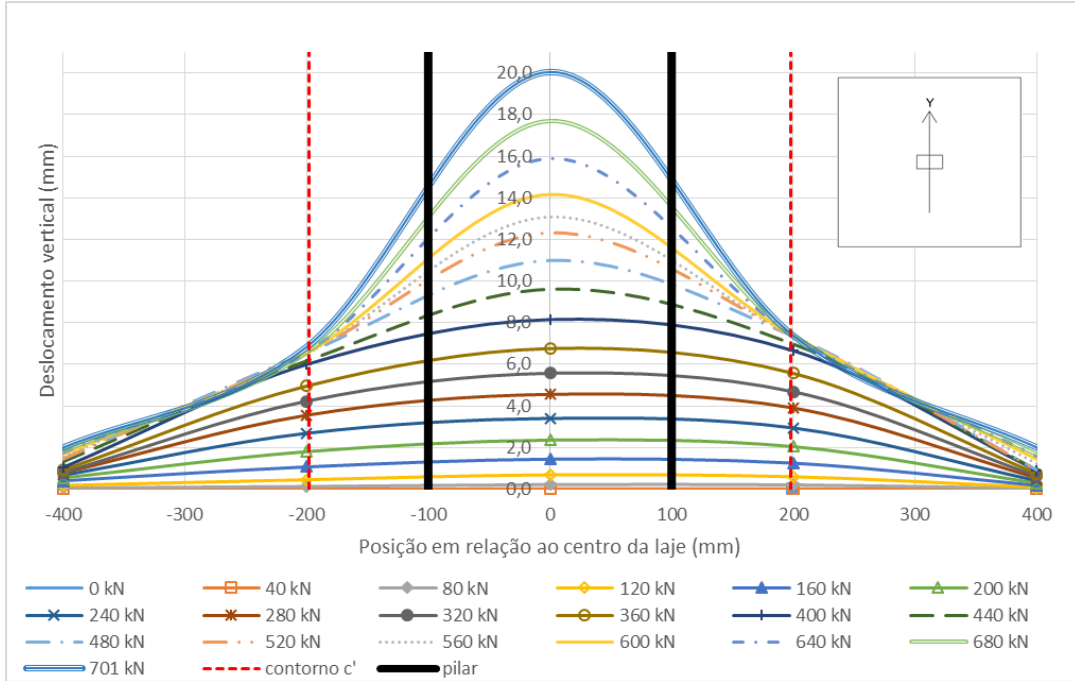
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L1-60 na direção X



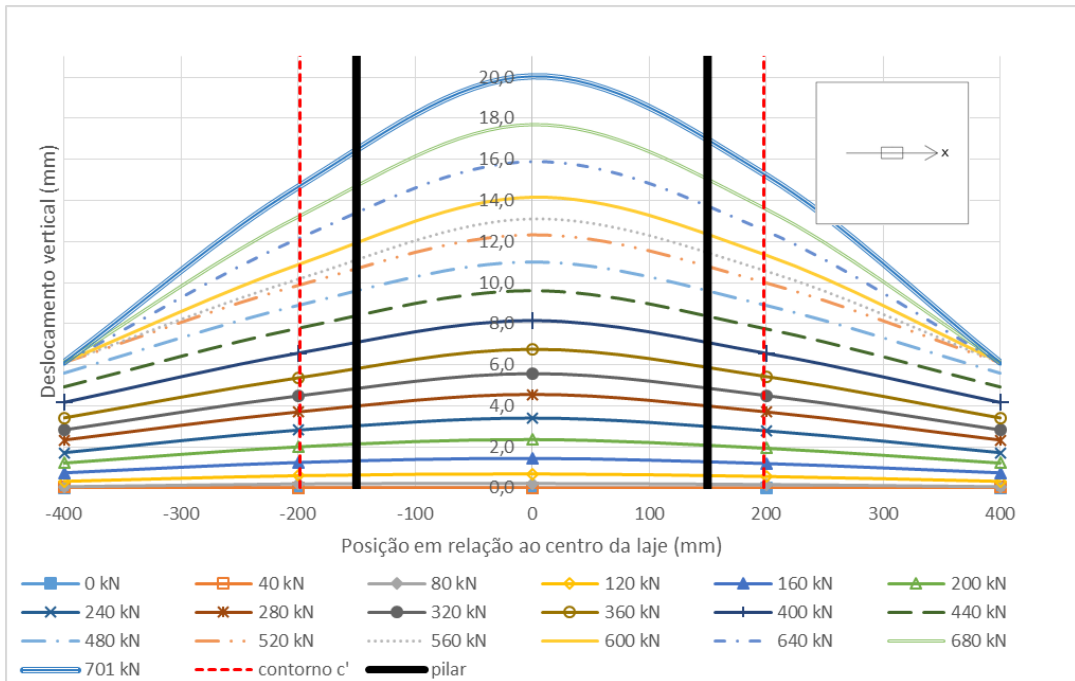
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L2-60 na direção Y



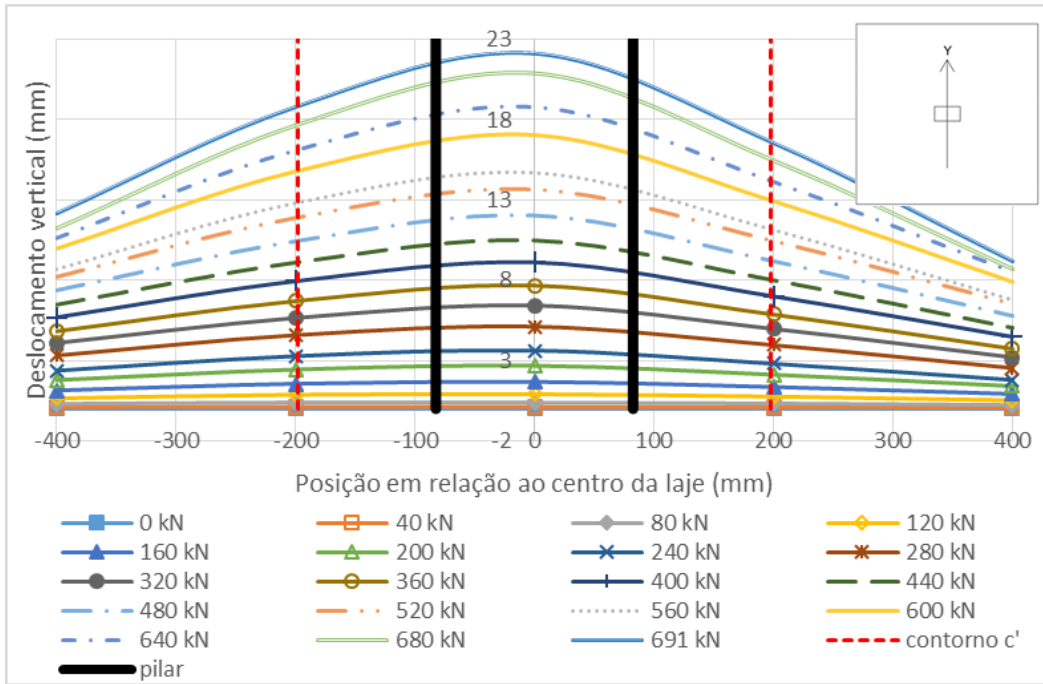
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L2-60 na direção X



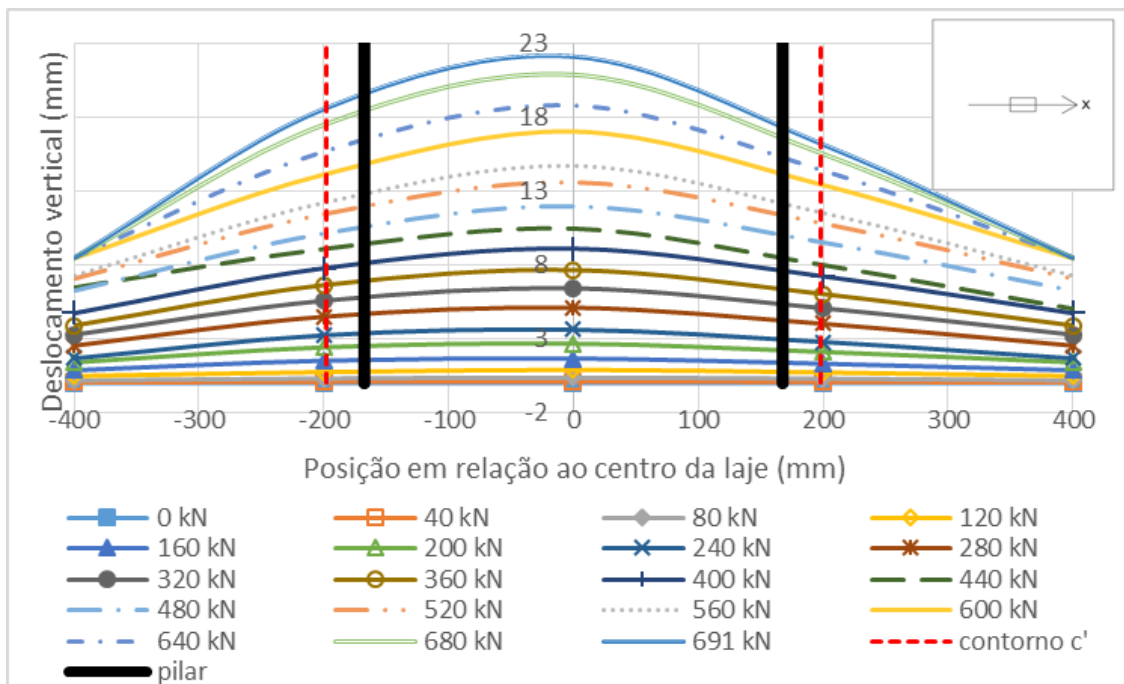
Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L3-60 na direção Y



Fonte: Autor.

Deslocamentos verticais medidos na Laje L3-60 na direção X



Fonte: Autor.

APÊNDICE C

Exemplo de cálculo para a laje L3-50, com índice de retangularidade de 2,03 e taxa de fibras de aço de 50 kg/m³.

Dados:

$$C_{\text{máx}} = 33,5 \text{ cm}$$

$$C_{\text{min}} = 16,5 \text{ cm}$$

$$d = 99 \text{ cm}$$

$$f_c = 43 \text{ MPa}$$

$$\rho = 1,68\%$$

$$\text{Taxa de fibras de aço} = 50 \text{ kg/m}^3$$

1 CEB-FIP MC90(1991)

$$\xi = 1 + \left(\frac{200}{d}\right)^{1/2} = 1 + \left(\frac{200}{99}\right)^{1/2} = 2,42$$

$$\tau_r = 0,12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} = (0,12 \cdot 2,42 \cdot (100 \cdot 0,0168 \cdot 43)^{1/3})/10 = 0,12$$

$$u_1 = 2 \cdot \pi \cdot d + 2 \cdot C_{\text{max}} + 2 \cdot C_{\text{min}} = 2 \cdot \pi \cdot (2 \cdot 9,9) + 2 \cdot 33,5 + 2 \cdot 16,5 = 224,41 \text{ cm}$$

$$V_{\text{CEB}} \leq \tau_r \cdot u_1 \cdot d \cdot \gamma_c = 0,12 \cdot 224,41 \cdot 9,9 = 266,59 \text{ kN}$$

2 ABNT NBR 6118:2014

$$\xi = 1 + \left(\frac{200}{d}\right)^{1/2} = 1 + \left(\frac{200}{99}\right)^{1/2} = 2,42$$

$$\tau_r = 0,13 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} = (0,13 \cdot 2,42 \cdot (100 \cdot 0,0168 \cdot 43)^{1/3})/10 = 0,13$$

$$u_1 = 2 \cdot \pi \cdot d + 2 \cdot C_{\text{max}} + 2 \cdot C_{\text{min}} = 2 \cdot \pi \cdot (2 \cdot 9,9) + 2 \cdot 33,5 + 2 \cdot 16,5 = 224,41 \text{ cm}$$

$$V_{\text{NBR}} \leq \tau_r \cdot u_1 \cdot d \cdot \gamma_c = 0,13 \cdot 224,41 \cdot 9,9 = 288,81 \text{ kN}$$

3 Eurocode2:2010

$$u_1 = 2 \cdot \pi \cdot d + 2 \cdot C_{\text{max}} + 2 \cdot C_{\text{min}} = 2 \cdot \pi \cdot (2 \cdot 9,9) + 2 \cdot 33,5 + 2 \cdot 16,5 = 224,41 \text{ cm}$$

$$\sqrt{\rho_x + \rho_y} = 0,0166 \leq 0,02 - OK$$

$$k = \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) = 1 + \left(\frac{200}{99}\right)^{1/2} = 2,42 - \text{Como maior que 2, adota 2.}$$

$$V_{R,max} = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} = \frac{0,18}{1,5} \cdot 2 \cdot (100 \cdot 0,0168 \cdot 43)^{1/3} = 0,99$$

$$V_{Eu} \leq u_1 \cdot d \cdot v_{max} \cdot 1,4 = 224,41 \cdot 9,9 \cdot 0,99 \cdot \frac{1}{10} = 307,92 \text{ kN}$$

4 ACI318:2014

$$b_0 = 2 \cdot (C_{max} + d) + 2 \cdot (C_{min} + d) = 2 \cdot (C_{max} + d) + 2 \cdot (C_{min} + d) = 1396,00 \text{ mm}$$

O valor de V_{ACI} é o menor entre os valores de:

$$V_{ACI-1} = \left(1 + \frac{2}{C_{max}/C_{min}}\right) \cdot \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d = \frac{\left(\left(1 + \frac{2}{2,03}\right) \cdot \frac{1}{6} \cdot \sqrt{43} \cdot 1396 \cdot 99\right)}{1000} = 299,83 \text{ kN}$$

$$V_{ACI-2} = \left(\frac{a_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \frac{1}{12} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d = \frac{\left(\frac{40 \cdot 99}{1396} + 2\right) \cdot \frac{1}{12} \cdot \sqrt{43} \cdot 1396 \cdot 99}{1000} = 365,26 \text{ kN}$$

$$V_{ACI-3} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d = \frac{\frac{1}{3} \cdot \sqrt{43} \cdot 1396 \cdot 99}{1000} = 302,09 \text{ kN}$$

$$\therefore V_{ACI} = 299,83 \text{ kN}$$

5 Fib Model Code 2010 (2012)

Diâmetro máximo maior que 16 mm – adotar $k_{dg} = 1$

$$m_s = \frac{V_E}{8} = \frac{400}{8} = 50 \text{ kN}$$

$$m_R = \rho \cdot d^2 \cdot f_{ys} \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_{ys}}{2 \cdot f_c}\right) = 0,0166 \cdot 9,9^2 \cdot 61,7 \cdot \left(1 - \frac{0,0166 \cdot 61,7}{2 \cdot 4,3}\right) = 88,42 \text{ kN}$$

$$\Psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{ys}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_s}{m_R}\right)^{3/2} = 1,5 \cdot \frac{0,71}{0,099} \cdot \frac{61,7}{39820} \cdot \left(\frac{50}{88,42}\right)^{3/2} = 0,00707$$

$$k_\Psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot \Psi \cdot d \cdot k_{dg}} = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot 0,00594 \cdot 990 \cdot 1} = 0,469 \leq 0,6 - \text{OK}$$

$$V_{Fib,c} = k_\Psi \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d = \frac{0,492 \cdot \sqrt{43} \cdot 139,6 \cdot 9,9}{10} = 424,98 \text{ kN}$$