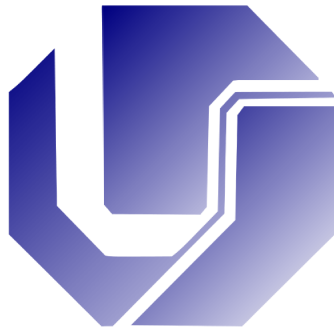


UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Tese de Doutorado



Reconhecimento Facial Utilizando Análise de Componentes
Principais e Algoritmos Genéticos em Imagens Segmentadas

Aluno: Luciano Xavier Medeiros

Orientador: Prof. Dr. Gilberto Arantes Carrijo

2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**Reconhecimento Facial Utilizando Análise de Componentes Principais e
Algoritmos Genéticos em Imagens Segmentadas**

Tese apresentada por Luciano Xavier Medeiros
à Universidade Federal de Uberlândia para a obtenção do
título de Doutor em Engenharia Elétrica aprovada em
27/07/2012 pela Banca Examinadora:

Prof. Gilberto Arantes Carrijo, Dr. (orientador)

Profa. Edna Lúcia Flôres, Dra. (UFU)

Prof. Antonio Cláudio P. Veiga, Dr. (UFU)

Prof. Wagner Fernando Delfino Angelotti, Dr. (UFTM)

Prof. Ed Wilson Tavares Ferreira, Dr. (IFMT)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU

M488r Medeiros, Luciano Xavier, 1988-
Reconhecimento facial utilizando análise de componentes principais e algoritmos genéticos em imagens segmentadas / Luciano Xavier Medeiros. - 2012.
138 f. : il.

Orientador: Gilberto Arantes Carrijo.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação.
Inclui bibliografia.

1. Computação - Teses. 2. Reconhecimento do rosto humano (Computação) - Teses. 3. Algoritmos genéticos - Teses. I. Carrijo, Gilberto Arantes, 1948- II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação. III. Título.

CDU: 681.3

RECONHECIMENTO FACIAL UTILIZANDO ANÁLISE DE COMPONENTES
PRINCIPAIS E ALGORITMOS GENÉTICOS EM IMAGENS SEGMENTADAS

LUCIANO XAVIER MEDEIROS

Tese apresentada por Luciano Xavier Medeiros à Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Prof. Gilberto Arantes Carrijo, Dr.

Orientador

Prof. Alexandre Cardoso, Dr.

Coordenador do Curso de Pós-Graduação

A nossa maior glória não reside no fato de
nunca cairmos, mas sim em levantarmo-nos
sempre depois de cada queda.

Confúcio

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer a Deus, porque senão fosse uma força maior eu não teria conseguido realizar essa grande conquista que foi o meu doutorado.

Aos melhores pais do mundo, minha mãe Dilma e meu pai Francisco, que com muita paciência e amor, suportaram os momentos mais difíceis ao meu lado e também por eles terem me proporcionado todas as condições para que eu conseguisse chegar a onde estou hoje.

Ao meu irmão Leandro, que mesmo trabalhando longe de casa, eu sei que ele nunca deixou de torcer por mim.

Aos meus avôs maternos e paternos que sempre entendia a minha ausência e pelas várias orações que foram feitas.

A minha namorada Patrícia que, por várias e várias vezes, esteve sentada ao meu lado enquanto eu trabalhava no doutorado. Por ela ter acompanhado todo o meu progresso durante essa caminhada.

A todos os meus amigos, principalmente ao Flávio, Bruno e PV, pois esses três, dentre os meus amigos, foram os que mais ouviram sobre a minha tese. Também quero agradecer pelo companheirismo de vocês, pela amizade e por vocês estarem comigo todos esses anos.

Quero agradecer a um profissional que admiro muito, meu orientador prof. Gilberto, pela orientação e pelas várias oportunidades que me foram dadas.

Também quero agradecer a profa. Edna a quem eu tenho um carinho muito grande, pois no momento que eu quase desisti, ela me procurou e me incentivou a continuar.

A todos que foram citados e também aos que não foram mencionados, só tenho uma palavra a dizer...

obrigado!

Resumo

Um indivíduo pode ser lembrado ou identificado por diversas características físicas. Durante a infância, uma criança aprende a identificar pessoas pela voz, pelo cheiro, mas provavelmente a característica mais marcante de uma pessoa é o seu rosto. Isso deve-se ao fato que ao olhar para o rosto de uma pessoa várias informações são coletadas quase que simultaneamente, como por exemplo, cor dos olhos, formato da boca, textura do cabelo, coloração da pele, etc.. Com uma quantidade maior de informações, a probabilidade de identificar uma pessoa erroneamente é menor, ou seja, é mais preciso reconhecer uma pessoa a partir da imagem de seu rosto do que a partir de uma amostra de sua voz. O reconhecimento de uma pessoa a partir da imagem do seu rosto sempre foi uma tarefa importante. Esse reconhecimento pode ter vários objetivos, como por exemplo, identificar um criminoso, permitir o acesso de pessoas a áreas restritas, etc.. Logo, com o aperfeiçoamento dos computadores, várias técnicas de reconhecimento facial foram desenvolvidas, entre elas técnicas que utilizam Principal Component Analysis (PCA). A proposta deste trabalho é desenvolver alguns métodos de reconhecimento facial que utilize menos recursos computacionais e sejam mais rápidos. Baseado no método PCA Avançado, foram desenvolvidas duas técnicas, os métodos PCA Segmentado e PCA Seletivo, que obtiveram maiores taxas de reconhecimento e menores tempos de processamento do que o método PCA Avançado. Também foram desenvolvidas outras 3 técnicas de reconhecimento que utilizam Algoritmos Genéticos que também obtiveram resultados melhores do que o PCA Avançado. As técnicas desenvolvidas neste trabalho também podem realizar o reconhecimento facial a partir de regiões faciais (testa, olhos, nariz, boca e queixo), pois nem sempre toda a imagem do rosto de uma pessoa está disponível para realizar a identificação, como por exemplo, imagens obtidas de câmeras de segurança onde um assaltante está encapuzado e a câmera consegue registrar somente a região dos olhos.

Palavras-chaves: PCA, algoritmos genéticos, reconhecimento facial, regiões faciais, segmentação.

Abstract

A person can be remembered or identified by various physical characteristics. During childhood, a child learns to identify people by voice, the smell, but probably the most remarkable characteristic of a person is face. Due to the fact that looking at the face of a person more information is collected almost simultaneously, such as eye color, mouth shape, hair texture, skin color, etc.. With a larger amount of information, the probability of incorrectly identifying a person is lower, ie it is more precise to recognize a person from the image of his face than from a voice sample. The person recognition from the image face has always been an important task. This recognition may have several objectives such as identifying a criminal, to allow people access to restricted areas, etc.. Thereforewith the improvement of computers various facial recognition techniques were developed, including techniques that use PCA (Principal Component Analysis). The purpose of this research is develop some methods of face recognition that uses less computational resources and are faster. Based on PCA method, two techniques were developed, the methods Segmented PCA and Selective PCA , which had the highest recognition rates and processing times smaller than Advanced PCA. Other three recognition techniques also developed in this thesis and theses techniques using Genetic Algorithms which also performed better than Advanced PCA. The techniques developed in this thesis can also perform facial recognition from facial regions (forehead, eyes, nose, mouth and chin), it is not always the whole picture of a person's face is available to perform the identification, for example, images obtained from security cameras where a burglar is hooded and the camera can record only the eye region.

Key-words: PCA, genetic algorithms, face recognition, face regions and segmentation.

Sumário

| | |
|---|-----------|
| Sumário | i |
| Lista de Figuras | iv |
| Lista de Tabelas | vi |
| 1 Introdução | 1 |
| 1.1 Introdução | 1 |
| 1.2 Levantamento Bibliográfico dos Trabalhos Desenvolvidos em Reconhecimento Facial | 5 |
| 1.3 Proposta deste Trabalho | 8 |
| 1.4 Estrutura desta Tese | 8 |
| 1.5 Considerações Finais deste Capítulo | 9 |
| 2 Fundamentos Teóricos | 11 |
| 2.1 Introdução | 11 |
| 2.2 Representação de Imagens Digitais | 11 |
| 2.3 Variável Aleatória | 18 |
| 2.4 Medidas Estatísticas | 19 |
| 2.5 Autovalores e Autovetores | 22 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 3 | Análise de Componentes Principais | 27 |
| 3.1 | Introdução | 27 |
| 3.2 | Análise de Componentes Principais Avançado | 30 |
| 3.3 | Análise de Componentes Principais Segmentado | 37 |
| 3.4 | Análise de Componentes Principais Seletivo | 41 |
| 3.5 | Considerações Finais deste Capítulo | 45 |
| 4 | Algoritmos Genéticos | 47 |
| 4.1 | Introdução | 47 |
| 4.2 | Fundamentos de Algoritmos Genéticos | 48 |
| 4.3 | Implementação de Algoritmos Genéticos | 53 |
| 4.4 | Algoritmo Genético Aplicado em Reconhecimento Facial | 55 |
| 4.5 | Algoritmo Genético Segmentado | 57 |
| 4.6 | Algoritmo Genético Seletivo | 58 |
| 4.7 | Considerações finais deste capítulo | 59 |
| 5 | Resultados Obtidos | 61 |
| 5.1 | Introdução | 61 |
| 5.2 | Resultados obtidos utilizando o método PCA Avançado | 62 |
| 5.3 | Resultados obtidos utilizando o método PCA Segmentado | 70 |
| 5.4 | Resultados obtidos utilizando o método PCA Seletivo | 75 |
| 5.5 | Resultados obtidos utilizando algoritmos genéticos | 89 |
| 5.6 | Resultados obtidos utilizando Algoritmos Genéticos Segmentado | 92 |
| 5.7 | Resultados obtidos utilizando Algoritmos Genéticos Seletivo | 94 |
| 5.8 | Conclusões | 105 |
| 6 | Conclusões, contribuições deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros | 109 |
| 6.1 | Conclusões | 109 |
| 6.2 | Contribuições deste trabalho | 111 |
| 6.3 | Sugestões para Trabalhos Futuros | 113 |

| | | |
|----------|--|------------|
| A | Sistemas Numéricos | 117 |
| A.1 | Sistemas Decimal e Binário | 117 |
| A.2 | Conversão Decimal para Binário | 119 |
| A.3 | Conversão Binário para Decimal | 120 |
| B | Princípios de Álgebra Booleana | 121 |
| B.1 | Tabela Verdade | 121 |
| B.2 | Função Lógica E | 121 |
| B.3 | Função Lógica OU | 122 |
| B.4 | Função Lógica NÃO | 123 |
| B.5 | Expressões Lógicas | 124 |
| C | Noções de Álgebra Linear | 125 |
| C.1 | Multiplicação de um vetor por um escalar | 125 |
| C.2 | Soma Vetorial | 126 |
| C.3 | Norma de um vetor | 128 |
| C.4 | Matriz Transposta | 129 |
| C.5 | Soma de matrizes | 130 |
| C.6 | Multiplicação de matrizes | 131 |
| C.7 | Matrizes de Transformação | 132 |
| | Referências Bibliográficas | 135 |

Lista de Figuras

| | | |
|-----|--|----|
| 2.1 | Convenção dos eixos utilizada para representar as imagens digitais de $R \times C$. | 12 |
| 2.2 | Exemplos de imagens codificadas utilizando: (a) $k = 1$ bit, (b) $k = 2$ bits, (c) $k = 4$ bits e (d) $k = 8$ bits. | 13 |
| 2.3 | Exemplos de uma mesma imagem em várias resoluções: (a) 30×30 , (b) 75×75 , (c) 150×150 e (d) 300×300 . | 16 |
| 2.4 | (a) Exemplo de uma imagem digital e (b) representação na forma matricial dessa imagem. | 17 |
| 2.5 | Exemplos de variáveis aleatórias. (a) sinal de saída de um microfone e (b) número de pessoas que utilizam um caixa eletrônico por dia. | 19 |
| 3.1 | Exemplos da conversão de uma imagem de dimensão 3×4 e um vetor coluna de 12 posições. | 28 |
| 3.2 | Exemplos de algumas variáveis aleatórias e suas respectivas faces. | 29 |
| 4.1 | Exemplo de um resultado do operador crossover. (a) 4º bit definido como ponto de corte ($p = 4$), (b) indivíduos pais e (c) indivíduos filhos. | 50 |
| 5.1 | Uma foto de cada uma das 20 primeiras classes do banco de imagens ORL Faces, onde i representa o índice da classe. | 63 |

| | | |
|------|---|-----|
| 5.2 | Imagens utilizadas no treinamento da classe mostrada na Figura 5.1(b), para $N_i = 6$ | 65 |
| 5.3 | Imagem teste. | 65 |
| 5.4 | Imagens reconstruídas da imagem teste da Figura 5.3 para as 20 primeiras classes mostradas na Figura 5.1. | 66 |
| 5.5 | (a) Imagem teste; (b) imagem reconstruída da classe que a imagem teste pertence, onde $N_i = 6$ | 67 |
| 5.6 | Resultado da segmentação da região da testa das Figuras 5.1(a), (b), (c) e (d). . . | 72 |
| 5.7 | Resultado da segmentação da região dos olhos das Figuras 5.1(a), (b), (c) e (d). . | 72 |
| 5.8 | Resultado da segmentação da região do nariz das Figuras 5.1(a), (b), (c) e (d). . . | 72 |
| 5.9 | Resultado da segmentação da região da boca das Figuras 5.1(a), (b), (c) e (d). . . | 72 |
| 5.10 | Resultado da segmentação da região do queixo das Figuras 5.1(a), (b), (c) e (d). . | 72 |
| 5.11 | Exemplo de erro de reconhecimento do PCA Segmentado. (a) Imagem teste; (b) Imagem reconhecida incorretamente. | 74 |
| A.1 | Conversão do decimal 67 para o sistema binário. | 120 |
| A.2 | Conversão do binário 10110001 para o sistema decimal. | 120 |

Lista de Tabelas

| | | |
|-----|---|----|
| 1.1 | Comparação entre as tecnologias biométricas [1]. | 4 |
| 2.1 | Números de bits necessários para armazenar uma imagem de 300×300 pixels com diferentes níveis de cinza. | 15 |
| 3.1 | Exemplos de distâncias resultantes do método PCA Segmentado de uma imagem teste q quando são utilizadas 8 classes de treinamento. | 40 |
| 3.2 | Exemplos da execução do método PCA Seletivo para as regiões dos olhos, da boca e da testa e $k = 3$ | 44 |
| 3.3 | Exemplos da execução do método PCA Seletivo para as regiões da testa, dos olhos e da boca e $k = 3$ | 45 |
| 4.1 | População inicial. | 54 |
| 4.2 | Pais e filhos da população $P(0)$, onde $/$ representa o ponto de corte nos cromossomos dos indivíduos pais. | 54 |
| 4.3 | População $P(1)$ | 55 |
| 5.1 | Taxas de reconhecimento do PCA Avançado para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes. | 64 |

| | | |
|------|---|----|
| 5.2 | Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Avançado para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes. | 68 |
| 5.3 | Taxas de reconhecimento do PCA Avançado para N_i imagens de treinamento e $L = 40$ classes. | 69 |
| 5.4 | Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Avançado para N_i imagens de treinamento e $L = 40$ classes. | 70 |
| 5.5 | Dimensões das imagens de cada região facial. | 73 |
| 5.6 | Taxas de reconhecimento do PCA Segmentado para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes. | 73 |
| 5.7 | Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Segmentado para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes. | 75 |
| 5.8 | Taxas de reconhecimento do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando uma região facial. | 76 |
| 5.9 | Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando uma região facial. | 77 |
| 5.10 | Taxas de reconhecimento do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando duas regiões faciais. | 78 |
| 5.11 | Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando duas regiões faciais. | 80 |
| 5.12 | Taxas de reconhecimento do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes utilizando 3 regiões faciais, onde a região da testa é a região seletora. | 84 |
| 5.13 | Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes, onde a região da testa é a região seletora. | 84 |
| 5.14 | Taxas de reconhecimento do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes utilizando 3 regiões faciais, onde a região dos olhos é a região seletora. | 85 |

| | | |
|------|--|----|
| 5.15 | Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes, onde a região dos olhos é a região seletora. | 85 |
| 5.16 | Taxas de reconhecimento do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes utilizando 3 regiões faciais, onde a região do nariz é a região seletora. | 86 |
| 5.17 | Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes, onde a região do nariz é a região seletora. | 86 |
| 5.18 | Taxas de reconhecimento do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes utilizando 3 regiões faciais, onde a região da boca é a região seletora. | 87 |
| 5.19 | Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes, onde a região da boca é a região seletora. | 87 |
| 5.20 | Taxas de reconhecimento do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes utilizando 3 regiões faciais, onde a região do queixo é a região seletora. | 88 |
| 5.21 | Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes, onde a região do queixo é a região seletora. | 88 |
| 5.22 | Taxas de reconhecimento dos Algoritmos Genéticos para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes. | 89 |
| 5.23 | Tempos de reconhecimento (t_R) do AG Facial para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes. | 90 |
| 5.24 | Taxas de reconhecimento do algoritmo genético para N_i imagens de treinamento e $L = 40$ classes. | 91 |
| 5.25 | Tempos de reconhecimento (t_R) do AG Facial para N_i imagens de treinamento e $L = 40$ classes. | 91 |

| | | |
|------|---|-----|
| 5.26 | Taxa de reconhecimento do AG Segmentado para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes. | 92 |
| 5.27 | Tempos de reconhecimento (t_R) do AG Segmentado para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes. | 93 |
| 5.28 | Taxas de reconhecimento do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ e utilizando uma região facial. | 94 |
| 5.29 | Tempo de reconhecimento (t_R) em segundos do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando uma região facial. | 95 |
| 5.30 | Taxas de reconhecimento do Algoritmos Genéticos para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ e utilizando duas regiões faciais. | 96 |
| 5.31 | Tempo de reconhecimento (t_R) em segundos do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando duas regiões faciais. | 97 |
| 5.32 | Taxas de reconhecimento do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ e utilizando 3 regiões faciais, onde a região da testa é a região seletora. | 100 |
| 5.33 | Tempo de reconhecimento (t_R) em segundos do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando 3 regiões faciais, onde a região da testa é a região seletora. | 100 |
| 5.34 | Taxas de reconhecimento do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ e utilizando 3 regiões faciais, onde a região dos olhos é a região seletora. | 101 |
| 5.35 | Tempo de reconhecimento (t_R) em segundos do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando 3 regiões faciais, onde a região dos olhos é a região seletora. | 101 |
| 5.36 | Taxas de reconhecimento do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ e utilizando 3 regiões faciais, onde a região do nariz é a região seletora. | 102 |
| 5.37 | Tempo de reconhecimento (t_R) em segundos do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando 3 regiões faciais, onde a região do nariz é a região seletora. | 102 |
| 5.38 | Taxas de reconhecimento do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ e utilizando 3 regiões faciais, onde a região da boca é a região seletora. | 103 |

| | | |
|------|--|-----|
| 5.39 | Tempo de reconhecimento (t_R) em segundos do AG Seletivo para para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando 3 regiões faciais, onde a região da boca é a região seletora. | 103 |
| 5.40 | Taxas de reconhecimento do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ e utilizando 3 regiões faciais, onde a região do queixo é a região seletora. | 104 |
| 5.41 | Tempo de reconhecimento (t_R) em segundos do AG Seletivo para para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando 3 regiões faciais, onde a região do queixo é a região seletora. | 104 |
| A.1 | Exemplos da representação de alguns números do sistema decimal no sistema binário de 6 bits. | 118 |
| B.1 | Tabela verdade da função E entre A e B | 122 |
| B.2 | Tabela verdade da função OU entre A e B | 123 |
| B.3 | Tabela verdade da função OU entre A e B | 123 |
| B.4 | Tabela verdade da Equação (B.4). | 124 |

Introdução

1.1 Introdução

Atualmente, as pessoas estão cada vez mais interessadas em sistemas de segurança. As finalidades desses sistemas é permitir acessos de indivíduos a áreas restritas e proteger bens como: dinheiro, joias, documentos importantes, arquivos de computadores, casa, carro, etc.. Com a diminuição dos preços e o aumento da velocidade de processamento dos computadores, está tornando-se comum a utilização de *biometria* na área de segurança.

A *biometria* é a medição das características físicas do ser humano. Algumas dessas características são utilizadas na identificação de uma pessoa, como por exemplo, reconhecimento utilizando imagens da íris, impressão digital, rosto, etc..

Existem duas formas que os sistemas de segurança podem utilizar a biometria. Essas formas são: *autenticação* e *identificação*.

A *autenticação* consiste em verificar se uma pessoa é ela mesma por uma característica biométrica (impressão digital, íris, face) juntamente com um outro dado de entrada, como por exemplo, cartões de identificação, nome do usuário (acesso a computadores),

senhas, etc.. A vantagem da autenticação é realizar uma procura em um banco de dados de um para um, ou seja, a comparação é realizada entre a imagem de entrada (também conhecida como imagem teste) e uma imagem armazenada no banco de dados. Por exemplo, uma pessoa que trabalha em uma empresa, onde o sistema de controle de entrada e saída é realizado por um computador por meio de um cartão de acesso juntamente com a leitura da impressão digital. Esse computador compara a imagem da impressão da pessoa com uma imagem armazenada no banco de dados referente ao nome do funcionário do cartão. Se a impressão é a mesma que o sugerido no cartão, o acesso é permitido, caso contrário o acesso é negado. Nesse exemplo, ocorreu a comparação entre duas imagens (a imagem coletada por um scanner e a imagem armazenada no banco de dados).

O sistema de *identificação* consiste em identificar uma pessoa por uma característica biométrica, por exemplo, reconhecer a pessoa de uma imagem teste. Esse sistema tem a desvantagem de realizar uma comparação de 1 para N , onde N é o número de imagens armazenadas no banco de dados. Por exemplo, se uma empresa utiliza um sistema de identificação para controle de entrada e saída pelo reconhecimento facial de seus funcionários, o computador pode chegar a realizar uma comparação de uma imagem teste com todas as imagens armazenadas no banco de dados.

Para um sistema que utiliza a autenticação, o tempo de processamento é pequeno, pois trata-se somente de uma possibilidade de acesso. No entanto, nos sistemas de identificação, o tempo de processamento pode ser muito elevado, causando desconforto e longas filas (no caso de acesso a um local público) dependendo do número de imagens armazenadas no banco de dados.

Algumas técnicas estatísticas, como por exemplo técnicas baseadas na frequência de utilização, podem ser aplicadas para diminuir o tempo de procura do sistema de identificação. Uma outra forma de diminuir esse tempo é pela classificação do usuário pelo tipo de característica física separando por grupos, como por exemplo, pessoas de olhos claros e pessoas de olhos escuros, pessoas com cabelos lisos e com cabelos anelados, etc.. Dessa forma, o sistema de identificação pode restringir a busca a somente um grupo de pessoas.

Como mostrado por Jain et al. [1], uma característica biométrica para ser utilizada

na autenticação ou na identificação de uma pessoa, deve satisfazer os seguintes requerimentos:

- **Universalidade:** todas as pessoas devem possuir essa característica;
- **Exclusividade:** indica a diferença de uma mesma característica biométrica relativo a duas pessoas;
- **Permanência:** significa que a característica não desaparece com o passar do tempo;
- **Coletividade:** a característica pode ser medida quantitativamente;
- **Desempenho:** indica quanto o sistema é preciso na identificação de uma pessoa, ou seja, identificação correta ou errônea de uma pessoa;
- **Aceitabilidade:** mostra o quanto as pessoas aceitam um sistema biométrico. Quanto maior a aceitabilidade, menor é a relutância das pessoas em utilizar um sistema biométrico; e
- **Dificuldade de falsificação:** Facilidade de enganar o sistema que utiliza a característica biométrica por técnicas fraudulentas.

A Tabela 1.1 [1], mostra a comparação entre algumas tecnologias biométricas. Essa comparação é realizada pelos requerimentos citados anteriormente. Essa tabela compara os requerimentos das tecnologias biométricas utilizando três níveis: baixo, médio e alto.

Uma pessoa escolhe um sistema de reconhecimento de acordo com os índices dos requerimentos de cada tecnologia biométrica levando em consideração principalmente, os possíveis erros de reconhecimento (requerimento de *desempenho*), custo para a implementação do sistema (requerimento de *coletividade*) e a segurança do sistema (representado na Tabela 1.1 pelo requerimento *dificuldade de falsificação*).

O reconhecimento facial é entre as técnicas de autenticação ou identificação a mais antiga e conhecida, pois o ser humano a realiza com facilidade sem o uso de nenhum aparato. Algumas das atuais aplicações que pode-se empregar esse tipo de reconhecimento são:

Tabela 1.1: Comparação entre as tecnologias biométricas [1].

| <i>Tecnologia Biométrica</i> | <i>Universalidade</i> | <i>Exclusividade</i> | <i>Permanência</i> | <i>Coletividade</i> | <i>Desempenho</i> | <i>Aceitabilidade</i> | <i>Dificuldade de Falsificação</i> |
|------------------------------|-----------------------|----------------------|--------------------|---------------------|-------------------|-----------------------|------------------------------------|
| <i>Face</i> | alto | baixo | médio | alto | baixo | alto | baixo |
| <i>Impressão digital</i> | médio | alto | alto | médio | alto | médio | alto |
| <i>Geometria da mão</i> | médio | médio | médio | alto | médio | médio | médio |
| <i>Veias da mão</i> | médio | médio | médio | médio | médio | médio | alto |
| <i>Íris</i> | alto | alto | alto | médio | alto | baixo | alto |
| <i>Retina</i> | alto | alto | médio | baixo | alto | baixo | alto |
| <i>Assinatura</i> | baixo | baixo | baixo | alto | baixo | alto | baixo |
| <i>Voz</i> | médio | baixo | baixo | médio | baixo | alto | baixo |

- Sistemas de acessos de entrada de alunos em uma escola, lugares públicos e em empresas;
- Identificação de um suspeito de um crime por meio de imagens capturadas por câmeras de vigilância;
- Função de acesso de um usuário ("*login*") a um sistema operacional;
- Algumas redes sociais, como por exemplo o Facebook, utiliza um sistema de identificação para encontrar fotos de um usuário cadastrado em álbuns de outros usuários automaticamente. Esse sistema do Facebook está em fase experimental; e
- Um sistema que identifica um cliente (previamente cadastrado em um banco de dados) ao entrar em uma loja. Esse sistema cumprimentaria o cliente após a identificação e mostraria uma lista de ofertas e preços de artigos vendidos na loja, onde essa lista seria baseada nas preferências desse cliente de suas compras anteriores.

Este capítulo apresenta um levantamento bibliográfico dos trabalhos desenvolvidos em reconhecimento facial, a proposta e a estrutura deste trabalho.

1.2 Levantamento Bibliográfico dos Trabalhos Desenvolvidos em Reconhecimento Facial

Duan et al. [2] desenvolveram um método chamado Principal Component Analysis Avançado (PCA Avançado), que utiliza N_i imagens de cada classe para treinamento do método, calcula os m autovetores de cada matriz de covariância. A partir desses autovetores, são obtidas as matrizes de transformação P_{x_i} que são utilizadas para projetar a imagem teste em cada autoespaço e depois calcular a distância Euclidiana da imagem teste em relação a cada classe.

Wang et al. [3] propuseram um novo algoritmo de reconhecimento facial baseado no Principal Component Analysis (PCA). Dois procedimentos para melhorar a iluminação das imagens são utilizados: correção de imagens simétricas e fusão de aspecto do plano de bit. A correção de imagens simétricas primeiro compara um pixel com a média dos pixels vizinhos e a partir dos valores desses pixels, determina um coeficiente usado para corrigir a imagem. A fusão do aspecto do plano de bit decompõe a imagem da face em oito planos de bits e extrai as características dos contornos e das texturas, e a partir dessas características constrói uma nova face virtual. Após esses pré-processamentos, aplica-se o PCA na face virtual para obter o reconhecimento facial.

Costache et al. [4] desenvolveram um método que combina múltiplos autoespaços, onde o banco de imagens é projetado dentro de cada novo autoespaço e com isso esse banco pode ser desconsiderado após as projeções serem obtidas. Esse método foi testado com um banco de imagens de 560 classes e os resultados obtidos com esses métodos foram praticamente idênticos ao método PCA clássico.

A forma de determinar que uma imagem teste pertence a uma determinada classe quando utiliza-se o método PCA, é por meio do cálculo da distância da imagem teste em relação a cada classe, onde a classe que possui a menor distância é a classe da imagem teste. Perlibakas [5] comparou 14 tipos diferentes de distâncias e comparou cada método utilizando a taxa de reconhecimento. Ele também propôs uma nova métrica chamada de Sum Square Error (SSE).

Luh e Lin [6] utilizaram um algoritmo de reconhecimento facial baseado no PCA com o emprego de sistemas imunológicos artificiais. Nesse algoritmo foram usados os principais autovetores das imagens, com a finalidade de obter uma melhor descrição da imagem, portanto isso reduziu o número de entradas nas redes imunológicas. Logo, esses dados dos números de entradas reduzidas foram as informações das entradas dos classificadores das redes imunológicas. Subsequentemente os anticorpos dessas redes foram otimizados utilizando algoritmos genéticos.

Thomaz e Giraldo [7] propuseram um novo método de classificação para a técnica PCA que em vez de calcular os n autovetores referentes aos n maiores autovalores são utilizados pesos que são obtidos por hiperplanos (conceito da geometria que um plano pode ser generalizado em um diferente número de dimensões), e esses pesos são utilizados para determinar os autovetores mais relevantes para representar uma face.

Em [8] os autores desenvolveram um método de reconhecimento facial que utiliza PCA que leva em consideração a simetria da face humana, e deste modo impõe-se ao cálculo da matriz de covariância uma simetria par e ímpar, reduzindo assim o tempo de processamento.

Kusuma e Chua [9] propuseram uma técnica de reconhecimento facial que utiliza abordagem multimodal, 2D e 3D. Eles não beneficiam com a total da dependência entre essas duas modalidades, mas explorando esta dependência nos estágios iniciais, esta técnica de reconhecimento se torna mais eficiente. Em [9] eles desenvolveram uma técnica de recombinação entre as imagens 2D e 3D utilizando PCA. Nessa técnica, a textura e o formato da face são representados por imagens 2D e 3D, respectivamente.

Os métodos PCA's realizam a estimação das matrizes de covariância entre as amostras de variáveis e essas estimativas não consideram as relações topológicas entre as amostras. Pujol et al. [10] propuseram um método em que essas relações são utilizadas para calcular as matrizes de covariâncias e esse método é chamado de *Topological Principal Component Analysis* (TPCA). A partir da correlação entre as imagens, TPCA utilizando algumas formas de medidas consegue-se definir em termos de variáveis topológicas, possibilitando assim uma melhoria em outros métodos de projeção, por exemplo *Independent Component*

Analysis (ICA).

Liu [11] desenvolveu um método que integra a representação em Gabor wavelets de imagens faciais e o método PCA. Primeiro, Gabor wavelets obtêm-se as características faciais que são descritas por frequências espaciais, localidade espacial, e seletividade da orientação para lidar com as variações de iluminação facial e as alterações de expressão. Após o uso das Gabor wavelets, o método PCA é estendido para incluir os modelos de polinômio de potências fracionárias para melhorar a taxa de reconhecimento.

Em [12] foi proposto o uso de Gabor wavelets com o método PCA de mapeamento duplo não-linear. As Gabor wavelets são utilizadas para extrair as características faciais, e então o PCA de mapeamento duplo não-linear é usado para realizar uma transformação dessas características e obter o reconhecimento facial.

Mohanty et al. [13] propuseram um paradigma para reconstruir as templates faciais a partir das pontuações de reconhecimento utilizando uma aproximação linear. O objetivo desse modelamento é aproximar as distâncias calculadas por um algoritmo qualquer de reconhecimento entre duas faces por distâncias entre os pontos, representando assim estas faces. Esse algoritmo é testado utilizando-se três métodos diferentes de reconhecimento facial: PCA, Bayesian Intra-extrapersonal Classifier (BIC) e um algoritmo comercial.

Em [14–22] foi utilizada uma variação do método PCA Avançado conhecida com *Two-Dimensional Principal Component Analysis* (2DPCA). Diferentemente do PCA Avançado, o método 2DPCA utiliza as matrizes originais das imagens sem precisar realizar uma transformação prévia dessas imagens em vetores. As matrizes de covariância são obtidas diretamente das imagens originais e os seus respectivos autovetores utilizados para extração de características das imagens. A matriz de covariância resultante do método 2DPCA é menor do que a obtida no método PCA que resulta em dois benefícios: primeiro, é usada uma menor quantidade de memória para armazenar a matriz de covariância; e segundo, o cálculo dos autovetores são mais rápidos.

Zhang et al. [23] desenvolveram um técnica conhecida como *Diagonal Principal Component Analysis* (DiaPCA) aplicada a reconhecimento facial. Diferentemente dos métodos PCA's clássicos, DiaPCA procura pela melhor projeção vetorial a partir das *imagens faciais*

diagonais sem a utilização de uma transformação imagem em vetor. O DiaPCA é baseado no método 2DPCA, mas o 2DPCA somente reflete as informações entre as linhas, o que implica que algumas estruturas de informações não podem ser descobertas. Para resolver esse problema, Zhang et al. [23] transformaram as imagens faciais originais em *imagens faciais diagonais*, onde estas novas imagens possuem uma integração simultânea das informações das linhas e das colunas.

1.3 Proposta deste Trabalho

Baseados no método PCA Avançado proposto por Duan et al. [2], a proposta deste trabalho é desenvolver dois algoritmos para reconhecimento facial e esses métodos são o PCA Segmentado e o PCA Seletivo. Outra proposta é desenvolver três métodos de reconhecimento facial que utilizam algoritmos genéticos. Todos os métodos que trabalham com imagens segmentadas (PCA Segmentado, PCA Seletivo, AG Segmentado e AG Seletivo) utilizam imagens segmentadas dos rostos de 20 pessoas do banco de imagens ORL Faces.

1.4 Estrutura desta Tese

Este capítulo mostra um levantamento bibliográfico dos trabalhos desenvolvidos em reconhecimento facial utilizando PCA, a proposta e a estrutura deste trabalho.

O Capítulo 2 apresenta a representação de imagens digitais, as noções de álgebra linear, variável aleatória, medidas estatísticas, autovalores e autovetores.

O Capítulo 3 descreve três métodos de reconhecimento facial utilizando PCA: Análise de Componentes Principais Avançado (PCA Avançado), Análise de Componentes Principais Segmentado (PCA Segmentado) e Análise de Componentes Principais Seletivo (PCA Seletivo).

O Capítulo 4 apresenta os fundamentos de algoritmos genéticos, a implementação de algoritmos genéticos, os Algoritmos Genéticos Facial (AG Facial), os Algoritmos Genéticos Segmentado (AG Segmentado) e os Algoritmos Genéticos Seletivo (AG Seletivo).

O Capítulo 5 mostra os resultados obtidos nos testes realizados (taxa de reconhecimento e tempo de processamento) utilizando os métodos: PCA Avançado, PCA Segmentado, PCA Seletivo, AG Facial, AG Segmentado e AG Seletivo.

O Capítulo 6 mostra as conclusões, as contribuições deste trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

1.5 Considerações Finais deste Capítulo

Este capítulo mostrou um levantamento bibliográfico dos trabalhos em reconhecimento facial utilizando PCA, a proposta e a estrutura deste trabalho.

O próximo capítulo apresenta a representação de imagens digitais, as noções de álgebra linear, variável aleatória, medidas estatísticas, autovalores e autovetores.

Fundamentos Teóricos

2.1 Introdução

O conhecimento sobre a representação de imagens nos computadores e os conceitos matemáticos associados são fundamentais para o desenvolvimento de trabalhos que envolvam processamento digital de imagens. O objetivo deste capítulo é fornecer o suporte matemático para realizar o reconhecimento facial utilizando Principal Component Analysis (PCA).

Este capítulo apresenta a representação de imagens digitais, as noções de álgebra linear, variável aleatória, medidas estatísticas, autovalores e autovetores.

2.2 Representação de Imagens Digitais

Em [24,25] a definição do termo imagem monocromática ou simplesmente imagem, como uma função bidimensional, indicada por $f(x, y)$, em que o valor ou a amplitude de f na coordenada espacial (x, y) fornece a intensidade de luz (brilho) da imagem naquele

ponto. A Figura 2.1 mostra a convenção dos eixos coordenados utilizada para representar as imagens digitais de R linhas e C colunas neste trabalho.

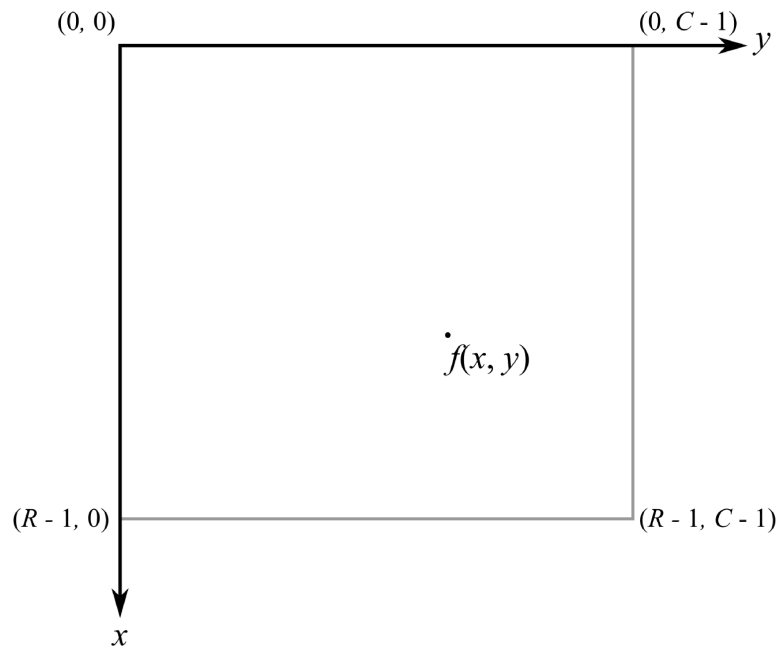


Figura 2.1: Convenção dos eixos utilizada para representar as imagens digitais de $R \times C$.

Uma imagem digital é uma função $f(x, y)$, discretizada em coordenadas espaciais e em brilho, $f(x, y)$ pode ser representada por uma matriz, onde o valor do elemento da linha x e da coluna y da matriz identifica o nível de cinza (ou a cor) naquela ponto. Os elementos dessa matriz são chamados de *pixels* (abreviatura de *picture elements*).

Como as imagens são gravadas em dispositivos de armazenamento digitais, os diferentes valores de níveis de cinza que $f(x, y)$ pode assumir depende do número de bits utilizados para representar cada pixel. Como um bit pode assumir somente dois valores, 0 ou 1, utilizando a *regra do produto para k-tuplas* (também conhecido como *princípio fundamental da contagem*) como mostrado em Devore [26], é possível determinar a expressão para o cálculo da quantidade de diferentes níveis de cinza. Essa expressão é definida pela Equação (2.1).

$$G = 2^k \quad (2.1)$$

onde:

G – quantidade de níveis de cinza; e

k – número de bits utilizado.

A Figura 2.2 mostra a mesma imagem de 300×300 pixels, codificada com quantidades diferentes de níveis de cinza. Utilizando a Equação (2.1) para $k = 1, 2, 4$ e 8 , as Figuras 2.2(a), (b), (c) e (d) possuem, respectivamente, 2, 4, 16 e 256 níveis de cinza.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 2.2: Exemplos de imagens codificadas utilizando: (a) $k = 1$ bit, (b) $k = 2$ bits, (c) $k = 4$ bits e (d) $k = 8$ bits.

Para a Figura 2.2(a), os pixels podem assumir valores iguais a zero ou 1, originando uma imagem binária.

Para a Figura 2.2(d), os valores dos pixels podem variar de 0 (cor preta) a 255 (cor branca) e os valores intermediários dentro desse intervalo são variações de tons de cinza. Quanto mais próximo o valor do pixel é de zero, mais escuro é esse pixel e em contra partida quanto mais próximo do maior valor do intervalo, nesse exemplo 255, mais claro é o tom de cinza.

É importante notar que quanto mais níveis de cinza são utilizados na codificação de uma imagem digital menos regiões granuladas são formadas na imagem. Esse efeito pode ser observado nas Figuras 2.2(a) a (d). As regiões granuladas dificultam o processamento das imagens que tem como finalidade o reconhecimento de padrões, principalmente nas técnicas de segmentação de imagens, onde o objetivo é separar as regiões de interesse de uma imagem. Por exemplo, no reconhecimento facial a segmentação pode ser utilizada para separar a região do nariz do restante da imagem de uma pessoa e na Figura 2.2(b), que possui somente 4 níveis de cinza, a região do nariz não está tão bem definida quanto na Figura 2.2(d).

A quantidade de memória digital para o armazenamento (em número de bits) necessária para alocar a matriz que representa uma imagem e o número de níveis de cinza variam dependendo da aplicação. Por exemplo, para determinar doenças por meio de imagens médicas é necessário uma alta resolução (grande quantidade de pixels), senão não é possível detectar pequenas irregularidades na imagem, ao contrário das imagens de impressões digitais.

Para o cálculo do número de bits necessários, utiliza-se a Equação (2.2).

$$b = R \times C \times k \quad (2.2)$$

onde:

R – número de linhas da imagem;

C – número de colunas da imagem; e

k – número de bits necessários para representar um pixel.

Por exemplo, para as imagens de 300×300 pixels mostradas nas Figuras 2.2(a) a (d), com diferentes níveis de cinza, a quantidade de bits necessários para armazenar essas imagens são mostradas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Números de bits necessários para armazenar uma imagem de 300×300 pixels com diferentes níveis de cinza.

| <i>Número de bits (k)</i> | <i>Níveis de cinza (G)</i> | <i>Quantidade de bits (b)</i> |
|---------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| 1 | 2 | 90.000 |
| 2 | 4 | 180.000 |
| 4 | 16 | 360.000 |
| 8 | 256 | 720.000 |

Pode-se verificar na Tabela 2.1 que quanto mais bits forem utilizados na codificação de uma imagem, mais memória é necessário para o armazenamento.

Além de uma baixa quantidade de bits utilizados na codificação de uma imagem, outra característica que dificulta (ou até mesmo impossibilita) o reconhecimento facial são as imagens de baixas resoluções. As Figuras 2.3(a) a (d) mostram que quanto menor é o número de pixels, mais o aspecto de serrilhado aparece na imagem. As Figuras 2.3(a) e (b) são de resoluções tão baixas que os rostos das pessoas na foto já não podem mais serem identificados.

Imagens com resoluções muito altas também possuem um grande número de pixels que aumentam o tempo de processamento (maior número de pixels, maior número de operações matemáticas) e o espaço no disco rígido para o armazenamento.

A Figura 2.4(a) mostra um exemplo da imagem digital da letra L codificada utilizando $k = 8$ bits, ou seja, ela possui 256 níveis de cinza possíveis. Essa imagem possui uma dimensão igual a 10×10 pixels e a representação dela na forma matricial é uma matriz de mesma dimensão.

Utilizando a convenção dos eixos coordenados mostrada na Figura 2.1 deste capítulo na Figura 2.4(a), o pixel de cor cinza do canto superior-esquerdo possui $f(0,0) = 128$. Pixels das cores branca e preta são encontrados em $f(8,5) = 255$ e $f(4,3) = 0$, respecti-



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 2.3: Exemplos de uma mesma imagem em várias resoluções: (a) 30×30 , (b) 75×75 , (c) 150×150 e (d) 300×300 .

vamente. Nessa figura a matriz que representa essa imagem possui pixels somente com valores iguais a 0, 128 e 255, porque essa imagem possui somente 3 níveis de cinza.

Em imagens coloridas cada intensidade de cor de cada pixel é proveniente da combinação de três cores: vermelho, verde e azul. A partir da combinação dessas três cores é possível conseguir todas as outras cores. O armazenamento das imagens coloridas é reali-

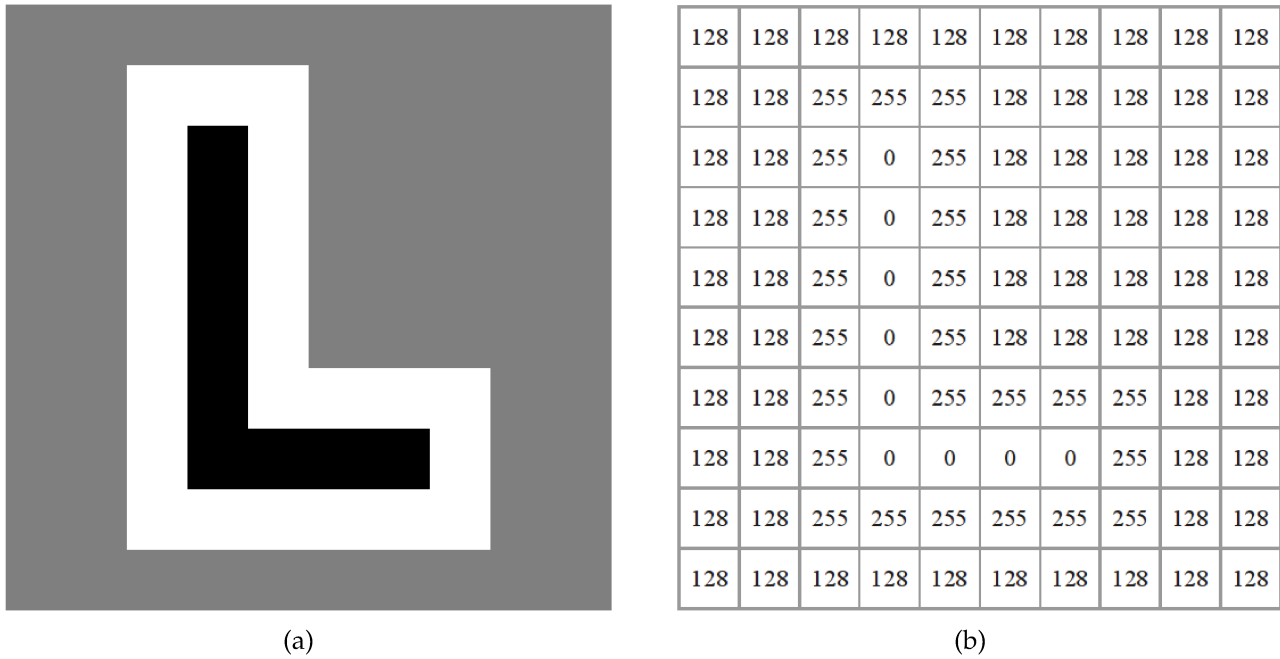


Figura 2.4: (a) Exemplo de uma imagem digital e (b) representação na forma matricial dessa imagem.

zado da mesma forma que o das imagens em níveis de cinza. O que diferencia é que nas imagens coloridas são armazenadas três matrizes, rgb (red, green e blue), uma para cada cor. Mas em processamento de imagens, às vezes existe o interesse de trabalhar somente com imagens em níveis de cinza. A conversão de uma imagem colorida para uma imagem de níveis de cinza é obtida utilizando-se a Equação (2.3).

$$f(x, y) = 0,2989 \cdot r(x, y) + 0,5870 \cdot g(x, y) + 0,1140 \cdot b(x, y) \quad (2.3)$$

onde:

$f(x, y)$ – matriz com as intensidades dos níveis de cinza;

$r(x, y)$ – matriz com as intensidades dos níveis de vermelho;

$g(x, y)$ – matriz com as intensidades dos níveis de verde;

$b(x, y)$ – matriz com as intensidades dos níveis de azul.

Neste trabalho são utilizadas somente imagens em níveis de cinza e para bancos de imagens com imagens coloridas é necessário realizar a conversão usando a Equação (2.3).

2.3 Variável Aleatória

Na área de ciências exatas, alguns experimentos são repetidos várias vezes e esses experimentos possuem resultados diferentes cada vez que eles são executados, como por exemplo a medição da quantidade de carros que passam em uma rua durante um certo período do dia. Essa quantidade de carros é um exemplo de *variável aleatória*.

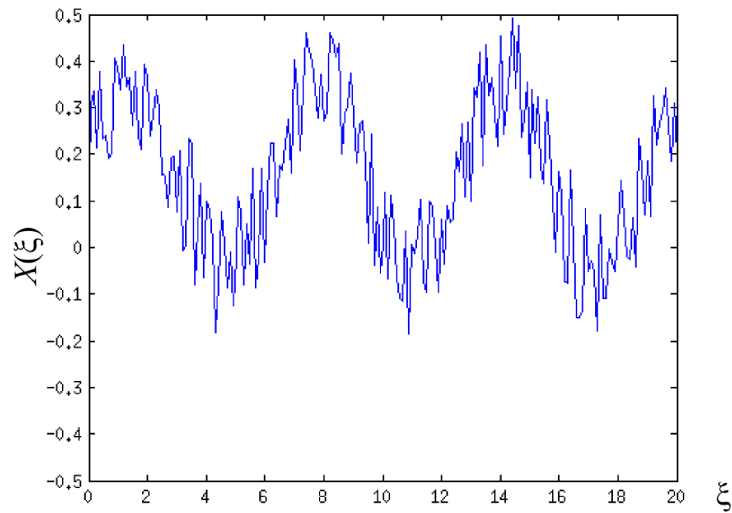
Como definido por Devore [26], especificando-se uma regra de associação, cada resultado de um experimento é associado a um número. Essa regra é denominada *variável aleatória*. Variável porque é possível obter diferentes valores numéricos, e aleatória porque o valor observado depende de qual dos resultados possíveis do experimento é obtido.

Outra definição importante é o conceito de *espaço amostral*. *Espaço amostral*, simbolizado pela letra S , é um conjunto que contém todos os possíveis resultados de um experimento, por exemplo, no lançamento de um dado o espaço é $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

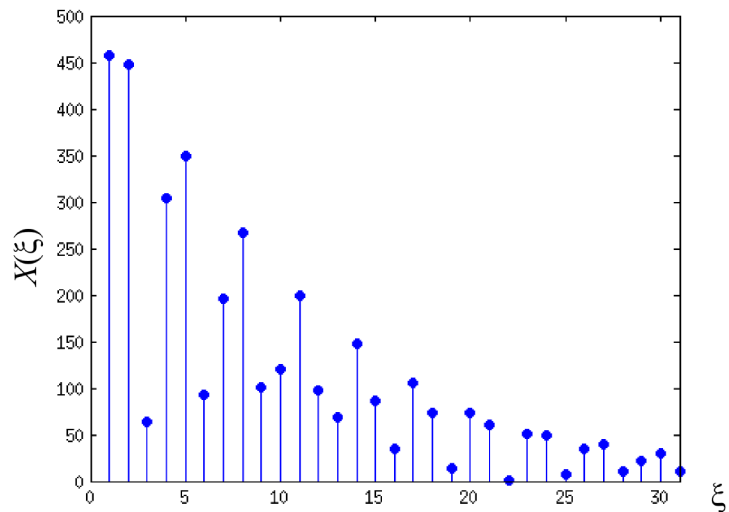
Para exemplificar a variável aleatória é definida como a função $X(\xi)$, onde ξ é o número associado ao resultado de um experimento. Por exemplo, considere um experimento onde deseja-se contabilizar a quantidade que cada letra aparece em um texto (sem diferenciação entre as letras maiúsculas e minúsculas). O espaço amostral desse experimento é: $S = \{A, B, C, \dots, Z\}$. Como cada resultado deve estar associado a um número, $\xi = 1$ quando ocorrer a letra A, $\xi = 2$ quando ocorrer a letra B e assim por diante. Por exemplo, se $X(1) = 143$, significa que a letra A ($\xi = 1$) aparece 143 vezes.

A Figura 2.5 mostra dois exemplos de variáveis aleatórias. O gráfico mostrado na Figura 2.5(a) é um exemplo de um sinal elétrico da saída de um microfone. A Figura 2.5(b) ilustra a contagem do número de pessoas que utilizam um certo caixa eletrônico de uma agência bancária por dia no mês.

Neste trabalho, as imagens faciais que são armazenadas no banco de imagens são variáveis aleatórias e é utilizado a notação vetorial para representar essas variáveis.



(a)



(b)

Figura 2.5: Exemplos de variáveis aleatórias. (a) sinal de saída de um microfone e (b) número de pessoas que utilizam um caixa eletrônico por dia.

2.4 Medidas Estatísticas

Para realizar o reconhecimento facial, alguns conceitos estatísticos são muito importantes nas técnicas utilizadas neste trabalho. Esses conceitos são: média, variância e matriz de covariância.

2.4.1 Média

Considere uma variável aleatória discreta representada pelo vetor $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

A *média* das componentes do vetor \mathbf{x} é obtida utilizando-se a Equação (2.4).

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.4)$$

A média indica uma tendência dos valores das componentes de \mathbf{x} . Por exemplo, para

$$\mathbf{x} = \left\{ \begin{array}{c} 8 \\ 6 \\ 10 \\ 12 \\ 7 \end{array} \right\}$$

a média é igual a:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = \frac{43}{5} = 8,6$$

onde o vetor \mathbf{x} possui uma média igual a $\bar{x} = 8,6$.

2.4.2 Variância

Para realizar um estudo estatístico de uma variável aleatória, somente a média não é capaz de descrever o comportamento dessa variável. Dependendo dos valores que essa variável assume, a média informa um valor que não condiz com a realidade da maioria das componentes do vetor \mathbf{x} . Por exemplo, a média da variável aleatória

$$\mathbf{x} = \left\{ \begin{array}{c} 10 \\ 20 \\ 600 \end{array} \right\}$$

é igual a:

$$\bar{x} = \frac{10 + 20 + 600}{3} = 210 \quad (2.5)$$

O valor da média da variável aleatória \mathbf{x} está muito distante da maioria dos valores observados nessa variável. Logo, para auxiliar na análise do vetor \mathbf{x} , utiliza-se a *variância*

que é uma medida da dispersão dos valores de uma variável em relação a média desses valores. O valor da variância é obtido utilizando-se a Equação (2.6).

$$\text{Var}(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.6)$$

O valor de $(x_i - \bar{x})$ representa o desvio da i -ésima componente da variável aleatória em relação a média. Como o desvio pode ser tanto positivo quanto negativo, o somatório dos desvios pode resultar em um valor igual a zero. Como $(x_i - \bar{x})^2$ é sempre um valor positivo, utiliza-se esse valor em vez de $(x_i - \bar{x})$.

Para os valores utilizados na Equação (2.5), a variância é igual a mostrada na Equação (2.7).

$$\text{Var}(x) = \frac{(10 - 210)^2 + (20 - 210)^2 + (600 - 210)^2}{2} = 114.100 \quad (2.7)$$

Somente para efeito de comparação, considere a variável aleatória

$$\mathbf{y} = \begin{Bmatrix} 10 \\ 15 \\ 23 \end{Bmatrix}$$

que possui média igual a 16 e variância igual a mostrada na Equação (2.8).

$$\text{Var}(y) = \frac{(10 - 16)^2 + (15 - 16)^2 + (23 - 16)^2}{2} = 43 \quad (2.8)$$

Como pode ser visto, a variância da variável x é maior do que a variância da variável y . Isso é porque os valores de x distanciam-se mais em relação a média do que os valores de y .

2.4.3 Matriz de Covariância

Para duas variáveis aleatórias, x e y , ambas representadas por vetores pertencentes ao \mathbb{R}^n , a *covariância* é obtida utilizando-se a Equação (2.9).

$$\text{Cov}(x, y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (2.9)$$

A Equação (2.10) define a *matriz de covariância*.

$$S = \begin{bmatrix} \text{Var}(\mathbf{x}_1) & \text{Cov}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) & \cdots & \text{Cov}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_n) \\ \text{Cov}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) & \text{Var}(\mathbf{x}_2) & \cdots & \text{Cov}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \text{Cov}(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_1) & \cdots & & \text{Var}(\mathbf{x}_n) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

A matriz de covariância é uma matriz simétrica, pois $\text{Cov}(x_i, x_j) = \text{Cov}(x_j, x_i)$. Também pode ser observado na Equação (2.10) que os elementos da diagonal principal da matriz de covariância são iguais a variância de cada variável aleatória.

Uma outra forma de obter a matriz de covariância, mas utilizando-se a notação vetorial é pela Equação (2.11).

$$S = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})^T \quad (2.11)$$

onde:

\mathbf{x}_i – i -ésima variável aleatória representada na forma vetorial; e

$\bar{\mathbf{x}}$ – vetor médio calculado pela Equação (2.12).

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \quad (2.12)$$

2.5 Autovalores e Autovetores

Considere o vetor \mathbf{x} , a matriz \mathbf{A} e o parâmetro $\lambda \in \mathbb{R}$ que compõem a Equação (2.13).

O escalar λ é conhecido como *autovalor*.

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x} \quad (2.13)$$

A Equação (2.13) possui uma quantidade de autovalores igual a ordem da matriz \mathbf{A} , por exemplo, se a matriz \mathbf{A} é uma matriz de dimensão 2×2 , então essa matriz possui 2 autovalores. Cada autovalor possui seu respectivo autovetor.

Para determinar os autovalores de uma sistema de equações é necessário rearranjar a Equação (2.13) multiplicando ambos os lados dessa equação pela matriz identidade, obtendo-se a Equação (2.14).

$$\mathbf{A}\mathbf{I}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{I}\mathbf{x} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{I}\mathbf{x} \quad (2.15)$$

Reescrevendo a Equação (2.14) de forma a obter um sistema linear homogêneo, obtém-se a Equação (2.16).

$$(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{x} = 0 \quad (2.16)$$

Para λ ser um autovalor, precisa existir uma solução não-nula da Equação (2.16). No entanto, essa equação possui uma solução não-nula se, e somente se for satisfeita a Equação (2.17).

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0 \quad (2.17)$$

Para exemplificar o cálculo dos autovalores e dos autovetores, considere o sistema de equações mostrado na Equação (2.18).

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \lambda \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

Reescrevendo a Equação (2.18) da mesma forma que a Equação (2.16), obtém-se a Equação (2.19).

$$\begin{bmatrix} 2 - \lambda & 3 & 2 \\ 10 & 3 - \lambda & 4 \\ 3 & 6 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.19)$$

Obedecendo a condição imposta pela Equação (2.17) para que o sistema de equações da Equação (2.19) possua uma solução não-nula, deve ser satisfeita a Equação (2.20).

$$\begin{vmatrix} 2 - \lambda & 3 & 2 \\ 10 & 3 - \lambda & 4 \\ 3 & 6 & 1 - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (2.20)$$

A Equação (2.21) é o polinômio resultante do cálculo do determinante e ela é conhecida como *equação característica*. O grau do polinômio de uma equação característica depende da ordem da matriz \mathbf{A} . Como a matriz da Equação (2.18) é de ordem 3, o polinômio resultante é do 3º grau, como mostrado na Equação (2.21).

$$\lambda^3 - 6\lambda^2 - 49\lambda - 66 = 0 \quad (2.21)$$

Os valores das raízes da Equação (2.21) são: $\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = 11$ e $\lambda_3 = -3$. Para determinar os autovetores é necessário substituir cada autovalor, obtido com a solução da Equação (2.19). O resultado dessa substituição é um sistema linear homogêneo e qualquer solução não-nula desse sistema é um autovetor da matriz \mathbf{A} . Por exemplo, para determinar o autovetor correspondente ao primeiro autovalor, substitui-se $\lambda = -2$ na Equação (2.19), obtendo-se a Equação (2.22).

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 10 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.22)$$

A solução do sistema linear é obtida utilizando-se a técnica de *eliminação gaussiana* (também conhecida como resolução de sistemas lineares por escalonamento), conforme descrito em [27,28]. O resultado dessa eliminação gaussiana é a Equação (2.23).

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & -2,5 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.23)$$

Na última linha da matriz da Equação (2.23) todos os elementos são iguais a zeros, ou seja, a segunda linha da matriz da Equação (2.22) é a combinação linear da terceira linha, ou vice-versa. Conclui-se que o sistema linear é possível e indeterminado, ou seja, possui mais de uma solução. Logo, a Equação (2.23) pode ser escrita conforme a Equação (2.24).

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ -2,5x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \quad (2.24)$$

Para resolver o sistema homogêneo da Equação (2.24), considere $x_3 = t$, onde $t \in \mathbb{R}$. A partir do valor de x_3 , é possível determinar os valores de x_1 e x_2 realizando a retro-substituição na Equação (2.24), resultando no autovetor

$$\mathbf{x}^{(1)} = \begin{pmatrix} -0,2t \\ -0,4t \\ t \end{pmatrix}$$

Existem infinitos autovetores $\mathbf{x}^{(1)}$, sendo que os valores das componentes desse vetor estão em função do número real t . Para eliminar esse problema, convencionou-se que o autovetor seja um vetor unitário. Logo, basta dividir o autovetor encontrado pela sua norma. Calculando a norma de $\mathbf{x}^{(1)}$:

$$\|\mathbf{x}^{(1)}\| = \sqrt{(-0,2t)^2 + (-0,4t)^2 + t^2} = 1,0954t$$

e dividindo $\mathbf{x}^{(1)}$ por sua norma, resulta em:

$$\mathbf{x}^{(1)} = \begin{pmatrix} -0,1826 \\ -0,3651 \\ 0,9129 \end{pmatrix}$$

O processo para determinar os outros dois autovetores da matriz \mathbf{A} é o mesmo realizando para calcular $\mathbf{x}^{(1)}$. Os outros dois autovetores, já normalizados, com os seus respectivos autovalores, são:

$$\lambda_2 = 11 \quad \rightarrow \quad \mathbf{x}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0,3714 \\ 0,7428 \\ 0,5571 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_3 = -3 \quad \rightarrow \quad \mathbf{x}^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0,5547 \\ 0,8321 \end{pmatrix}$$

Autovalores e autovetores são utilizados em análise de sistemas oscilatórios e também em reconhecimento facial. O uso de autovetores em reconhecimento facial é mostrado no Capítulo 3 deste trabalho.

Este capítulo apresentou a representação de imagens digitais, noções de álgebra linear, variável aleatória, medidas estatísticas, autovalores e autovetores.

O próximo capítulo descreve três métodos de reconhecimento facial utilizando PCA: Análise de Componentes Principais Avançado (PCA Avançado), Análise de Componentes Principais Segmentado (PCA Segmentado) e Análise de Componentes Principais Seletivo (PCA Seletivo).

Análise de Componentes Principais

3.1 Introdução

Uma técnica estatística muito utilizada em várias áreas da ciência é a *Análise de Componentes Principais*, mais comumente conhecida como *Principal Component Analysis* (PCA) ou como *Transformada de Karhunen-Loève*. Para um conjunto de variáveis aleatórias, o objetivo dessa técnica é gerar um novo conjunto que representa o conjunto inicial, onde as variáveis desse conjunto não são correlacionadas entre si.

Qualquer imagem digital é representada por uma matriz de dimensão $R \times C$ (onde R e C são os números de linhas e de colunas, respectivamente) e essa matriz pode ser convertida em um vetor de n posições ($n = RC$). Essa conversão é obtida concatenando a segunda linha da matriz ao final da primeira, a terceira linha ao final da segunda, e assim sucessivamente. O vetor resultante dessa conversão é uma variável aleatória.

Para exemplificar o processo de conversão de uma imagem em um vetor, a Figura 3.1 mostra uma matriz que representa uma imagem de dimensão 3×4 que é convertida em um vetor coluna de 12 posições, também mostrado nessa figura.

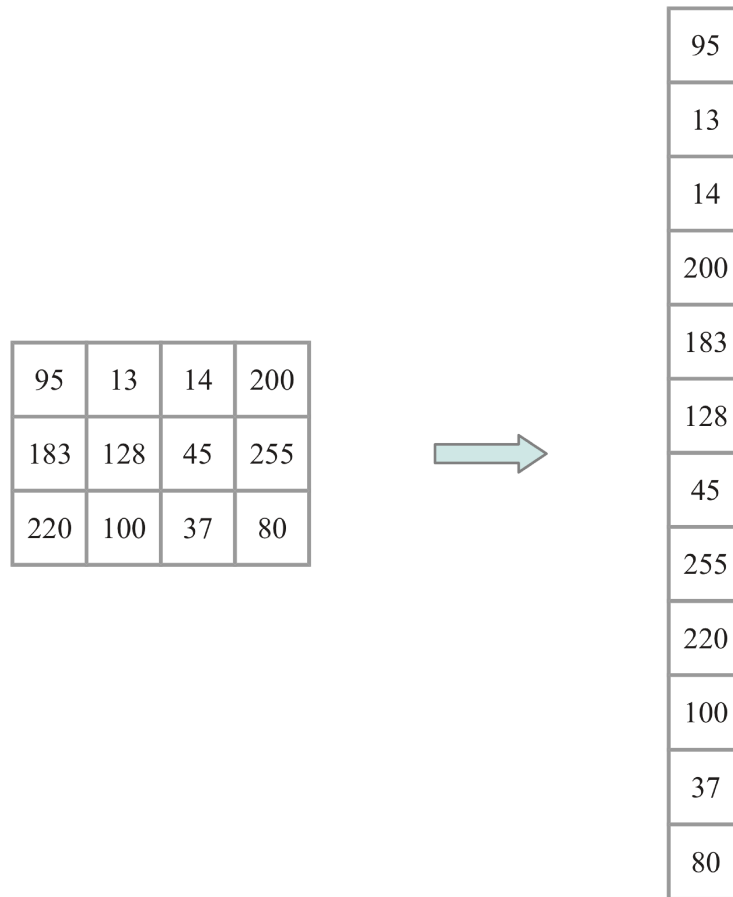


Figura 3.1: Exemplos da conversão de uma imagem de dimensão 3×4 e um vetor coluna de 12 posições.

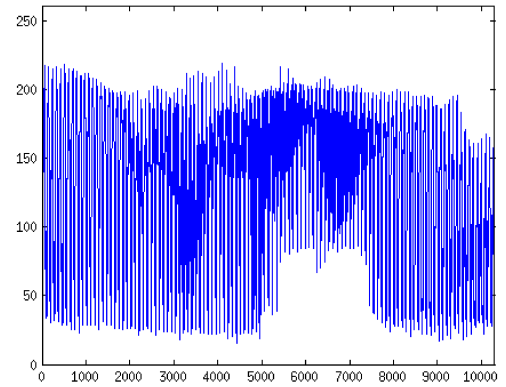
Como exemplo, a Figura 3.2 mostra a face de 4 pessoas distintas e suas respectivas variáveis aleatórias à direita de cada face. Para as imagens mostradas nas Figuras 3.2(a), (c), (e) e (g) suas respectivas variáveis aleatórias são mostradas nas Figuras 3.2(b), (d), (f) e (h). Todas as imagens das faces mostradas na Figura 3.2 são de dimensão 112×92 e essas imagens são convertidas em vetores de 10.304 posições.

Como pode ser observado nas Figuras 3.2(b), (d), (f) e (h), o comportamento da função de cada variável aleatória é diferente para cada face. Considerando isso, a técnica PCA identifica a classe mais similar a imagem teste comparando as variáveis aleatórias de cada classe com a imagem teste.

Este capítulo apresenta três métodos de reconhecimento facial utilizando PCA: Análise de Componentes Principais Avançado (PCA Avançado), Análise de Componentes Principais Segmentado (PCA Segmentado) e Análise de Componentes Principais Seletivo (PCA Seletivo).



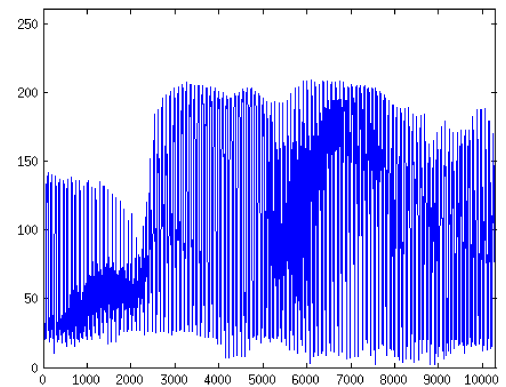
(a)



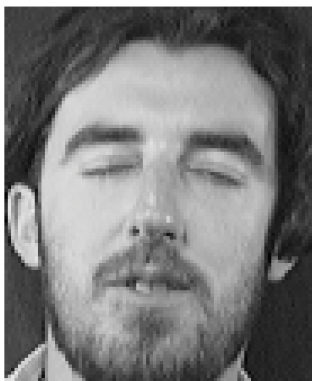
(b)



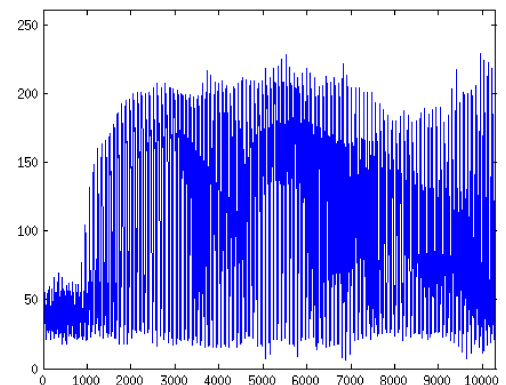
(c)



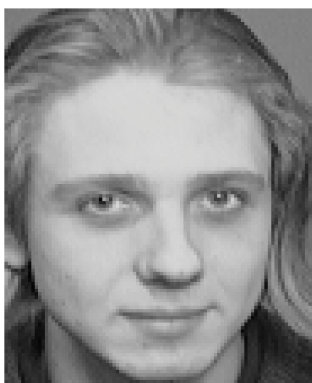
(d)



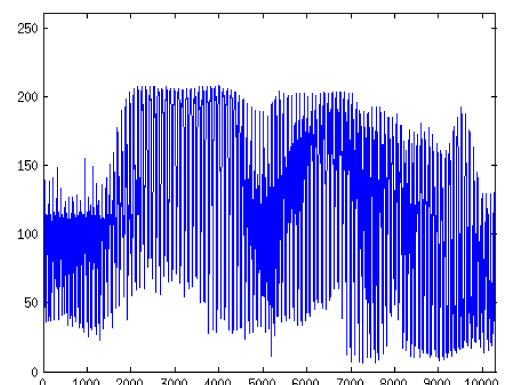
(e)



(f)



(g)



(h)

Figura 3.2: Exemplos de algumas variáveis aleatórias e suas respectivas faces.

3.2 Análise de Componentes Principais Avançado

O método de *Análise de Componentes Principais Avançado* (PCA Avançado) foi descrito por Duan et al. [2]. O objetivo desse método é obter uma matriz de transformação para descorrelacionar as imagens das faces armazenadas no banco de imagens e a partir dessas imagens não-correlacionadas, realizar o reconhecimento.

Para um banco de imagens de L classes, o PCA avançado utiliza um conjunto de treinamento X definido como: $X = \{X_1, X_2, \dots, X_L\}$. X_i é o subconjunto de treinamento da i -ésima pessoa e é definido como: $X_i = \{\mathbf{x}_1^{(i)}, \mathbf{x}_2^{(i)}, \dots, \mathbf{x}_{N_i}^{(i)}\}$, onde $\mathbf{x}_1^{(i)}$ é a primeira imagem de treinamento da i -ésima classe, $\mathbf{x}_2^{(i)}$ é a segunda imagem de treinamento da i -ésima classe e assim por diante. N_i é a quantidade de imagens utilizadas no treinamento da i -ésima classe e N é o total de imagens de treinamento de todas as classes, ou seja, $N = N_1 + N_2 + \dots + N_L$.

Os passos do algoritmo para o reconhecimento facial utilizando o PCA avançado como proposto por [2] são:

1. Converta todas as faces armazenadas no banco de imagens e a imagem teste \mathbf{q} em vetores colunas, como exemplificado na Figura 3.1. O resultado dessa conversão são vetores de n posições ($n = RC$, onde R e C são os números de linhas e de colunas da imagem, respectivamente);
2. Calcule o vetor médio $\bar{\mathbf{x}}_i$ de cada classe do conjunto de imagens X ($i = 1, 2, \dots, L$) utilizando a Equação (3.1);

$$\bar{\mathbf{x}}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N_i} \mathbf{x}_k^{(i)} \quad (3.1)$$

onde: $N = N_1 + N_2 + \dots + N_L$.

3. Determine as matrizes de covariância \mathbf{S}_{x_i} de cada classe utilizando a Equação (3.2);

$$\mathbf{S}_{x_i} = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^{N_i} (\mathbf{x}_k^{(i)} - \bar{\mathbf{x}}_i)(\mathbf{x}_k^{(i)} - \bar{\mathbf{x}}_i)^T \quad (3.2)$$

4. Calcule os m autovetores relacionados aos m maiores autovalores da matriz de covariância \mathbf{S}_{x_i} , obtida na Equação 3.2. Esses autovetores relacionados a i -ésima classe

são: $\mathbf{u}_1^{(i)}, \mathbf{u}_2^{(i)}, \dots, \mathbf{u}_m^{(i)}$, onde $\mathbf{u}_1^{(i)}$ é o autovetor relacionado ao maior autovalor, $\mathbf{u}_2^{(i)}$ é o autovetor relacionado ao segundo maior autovalor, e assim por diante;

5. Gere a matriz de transformação \mathbf{P}_{x_i} que é definida como: $\mathbf{P}_{x_i} = [\mathbf{u}_1^{(i)}, \mathbf{u}_2^{(i)}, \dots, \mathbf{u}_m^{(i)}]^T$, onde $\mathbf{P}_{x_i}^T \in \mathbb{R}^{m \times n}$;

6. Projete a imagem teste \mathbf{q} em cada auto-espço ($i = 1, 2, \dots, L$) utilizando a Equação (3.3), onde \mathbf{w}_i indica a projeção da imagem teste na i -ésima classe;

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{P}_{x_i}^T (\mathbf{q} - \bar{\mathbf{x}}_i) \quad (3.3)$$

7. A partir do vetor projeção \mathbf{w}_i , determine a imagem reconstruída \mathbf{q}_i utilizando a Equação (3.4), para $i = 1, 2, \dots, L$; e

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{P}_{x_i} \mathbf{w}_i \quad (3.4)$$

8. Calcule a distância Euclidiana relativa entre a imagem teste e todas as imagens reconstruídas ($i = 1, 2, \dots, L$), utilizando a Equação (3.5).

$$d_i = \frac{\|\mathbf{q} - \mathbf{q}_i\|}{\|\mathbf{q}\|} \quad (3.5)$$

Como o índice i indica a i -ésima classe, a menor distância d_i calculada a partir da Equação (3.5) indica que a classe mais similar a imagem teste é a classe de índice i e essa imagem é reconhecida como pertencente a essa classe.

É importante salientar que os resultados finais do método PCA Avançado são as distâncias de uma imagem teste em relação a cada classe de treinamento.

3.2.1 Exemplo numérico do método PCA Avançado

Para exemplificar a execução do algoritmo PCA Avançado, considere uma imagem teste \mathbf{q} e três classes ($L = 3$) de treinamento X_1 , X_2 e X_3 , onde todas as imagens citadas são de dimensão igual a 2×3 . Cada classe de treinamento possui 2 imagens, logo $N = N_1 + N_2 + N_3 = 6$.

1. O resultado da conversão da imagem teste em vetor coluna é mostrado na Equação (3.6). Na Equação (3.7) os vetores $\mathbf{x}_1^{(1)}$ e $\mathbf{x}_2^{(1)}$ são, respectivamente, os vetores resultantes das conversões da primeira e da segunda imagens de treinamento da classe $i = 1$.

Para a segunda e a terceira classes, os vetores colunas resultantes são mostrados nas Equações (3.8) e (3.9).

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} 69 \\ 241 \\ 39 \\ 140 \\ 249 \\ 250 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{x}_1^{(1)} = \begin{pmatrix} 208 \\ 32 \\ 161 \\ 231 \\ 232 \\ 24 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{x}_2^{(1)} = \begin{pmatrix} 202 \\ 30 \\ 157 \\ 233 \\ 230 \\ 22 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{x}_1^{(2)} = \begin{pmatrix} 71 \\ 245 \\ 40 \\ 140 \\ 247 \\ 248 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{x}_2^{(2)} = \begin{pmatrix} 71 \\ 237 \\ 38 \\ 144 \\ 243 \\ 250 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{x}_1^{(3)} = \begin{pmatrix} 245 \\ 204 \\ 107 \\ 124 \\ 36 \\ 234 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{x}_2^{(3)} = \begin{pmatrix} 239 \\ 218 \\ 115 \\ 120 \\ 34 \\ 232 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

2. Calcula-se os vetores médios de cada classe, utilizando-se a Equação (3.1). Substituindo-se os valores de $N_i = 2$ e $L = 3$ na Equação (3.1), obtém-se:

$$\bar{\mathbf{x}}_i = \frac{1}{6}(\mathbf{x}_1^{(i)} + \mathbf{x}_2^{(i)})$$

Os resultados dos cálculos dos vetores médios para $i = 1, 2$ e 3 são mostrados, respectivamente, nas Equações (3.10), (3.11) e (3.12).

$$\bar{\mathbf{x}}_1 = \begin{pmatrix} 68,3333 \\ 10,3333 \\ 53,0000 \\ 77,3333 \\ 77,0000 \\ 7,6667 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_2 = \begin{pmatrix} 23,6667 \\ 80,3333 \\ 13,0000 \\ 47,3333 \\ 81,6667 \\ 83,0000 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_3 = \begin{pmatrix} 80,6667 \\ 70,3333 \\ 37,0000 \\ 40,6667 \\ 11,6667 \\ 77,6667 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

3. Determina-se as três matrizes de covariância ($i = 1, 2$ e 3) utilizando-se a Equação (3.2). Substituindo-se os valores de $N_i = 2$ e $N = 6$ na Equação (3.2), obtém-se a Equação (3.13).

$$\mathbf{S}_{x_i} = \frac{1}{5} \left[(\mathbf{x}_1^{(i)} - \bar{\mathbf{x}}_1)(\mathbf{x}_1^{(i)} - \bar{\mathbf{x}}_1)^T + (\mathbf{x}_2^{(i)} - \bar{\mathbf{x}}_1)(\mathbf{x}_2^{(i)} - \bar{\mathbf{x}}_1)^T \right] \quad (3.13)$$

As matrizes de covariâncias para as classes $i = 1, 2$ e 3 são mostradas nas Equações (3.14), (3.15) e (3.16).

$$\mathbf{S}_{x_1} = 10^3 \cdot \begin{bmatrix} 7,4747 & 1,1310 & 5,7971 & 8,4539 & 8,4199 & 0,8394 \\ 1,1310 & 0,1712 & 0,8771 & 1,2782 & 1,2735 & 0,1272 \\ 5,7971 & 0,8771 & 4,4960 & 6,5571 & 6,5304 & 0,6509 \\ 8,4539 & 1,2782 & 6,5571 & 9,5691 & 9,5271 & 0,9482 \\ 8,4199 & 1,2735 & 6,5304 & 9,5271 & 9,4868 & 0,9449 \\ 0,8394 & 0,1272 & 0,6509 & 0,9482 & 0,9449 & 0,0944 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{S}_{x_2} = 10^4 \cdot \begin{bmatrix} 0,0896 & 0,3042 & 0,0492 & 0,1792 & 0,3092 & 0,3143 \\ 0,3042 & 1,0332 & 0,1673 & 0,6081 & 1,0500 & 1,0667 \\ 0,0492 & 0,1673 & 0,0271 & 0,0984 & 0,1699 & 0,1726 \\ 0,1792 & 0,6081 & 0,0984 & 0,3586 & 0,6183 & 0,6287 \\ 0,3092 & 1,0500 & 0,1699 & 0,6183 & 1,0673 & 1,0845 \\ 0,3143 & 1,0667 & 0,1726 & 0,6287 & 1,0845 & 1,1023 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{S}_{x_3} = 10^4 \cdot \begin{bmatrix} 1,0415 & 0,9069 & 0,4771 & 0,5251 & 0,1507 & 1,0025 \\ 0,9069 & 0,7934 & 0,4175 & 0,4571 & 0,1310 & 0,8737 \\ 0,4771 & 0,4175 & 0,2197 & 0,2404 & 0,0689 & 0,4596 \\ 0,5251 & 0,4571 & 0,2404 & 0,2648 & 0,0760 & 0,5054 \\ 0,1507 & 0,1310 & 0,0689 & 0,0760 & 0,0218 & 0,1450 \\ 1,0025 & 0,8737 & 0,4596 & 0,5054 & 0,1450 & 0,9652 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

4. Calcula-se os m autovetores relacionados aos m maiores autovalores das matrizes de covariância. Com o intuito de diminuir o número de operações matemáticas na execução desse algoritmo, principalmente a redução da ordem das matrizes que fazem parte das multiplicações subsequentes, é utilizado $m = 2$.

5. São geradas as matrizes de transformações $\mathbf{P}_{x_i} \in \mathbb{R}^{6 \times 2}$, onde essas matrizes são formadas pelos autovetores calculados no 4º passo. As Equações (3.17), (3.18) e (3.19) são as matrizes de transformação para as classes $i = 1, 2$ e 3 , respectivamente.

$$\mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} -0,4887 & -0,5465 \\ -0,0739 & -0,2439 \\ -0,3791 & -0,3274 \\ -0,5530 & 0,6790 \\ -0,5506 & 0,0869 \\ -0,0549 & -0,2572 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} -0,1561 & 0,0710 \\ -0,5300 & -0,6207 \\ -0,0858 & -0,1764 \\ -0,3122 & 0,5729 \\ -0,5387 & -0,1858 \\ -0,5475 & 0,4645 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{P}_{x_3} = \begin{bmatrix} -0,5613 & -0,4420 \\ -0,4896 & 0,7070 \\ -0,2576 & 0,4080 \\ -0,2830 & -0,2782 \\ -0,0812 & -0,1282 \\ -0,5405 & -0,2110 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

6. Projeta-se a imagem teste \mathbf{q} em cada auto-espço pertencente a cada classe. As Equações (3.20), (3.21) e (3.22) são as projeções da imagem teste nos auto-espços das classes $i = 1, 2$ e 3 , respectivamente.

$$\mathbf{w}_1 = \mathbf{P}_{x_1}^T (\mathbf{q} - \bar{\mathbf{x}}_1) = \begin{Bmatrix} -154,7270 \\ -56,8614 \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{w}_2 = \mathbf{P}_{x_2}^T(\mathbf{q} - \bar{\mathbf{x}}_2) = \begin{Bmatrix} -304,9585 \\ -1,5344 \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{w}_3 = \mathbf{P}_{x_3}^T(\mathbf{q} - \bar{\mathbf{x}}_3) = \begin{Bmatrix} -218,0506 \\ 32,2074 \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$

7. Determina-se as imagens reconstruídas a partir das projeções (3.20), (3.21) e (3.22). Os vetores \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 e \mathbf{q}_3 , são as imagens reconstruídas de cada classe.

$$\mathbf{q}_1 = \begin{Bmatrix} 106,6937 \\ 25,3073 \\ 77,2652 \\ 46,9519 \\ 80,2572 \\ 23,1093 \end{Bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{q}_2 = \begin{Bmatrix} 47,4977 \\ 162,5750 \\ 26,4279 \\ 94,3203 \\ 164,5758 \\ 166,2390 \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{q}_3 = \begin{Bmatrix} 108,1676 \\ 129,5333 \\ 69,3062 \\ 52,7447 \\ 13,5704 \\ 111,0620 \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

8. Calcula-se a distância Euclidiana relativa entre a imagem teste e as imagens reconstruídas \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 e \mathbf{q}_3 . Os valores das distâncias Euclidianas são mostrados nas Equações (3.26) a (3.28).

$$d_1 = \frac{\|\mathbf{q} - \mathbf{q}_1\|}{\|\mathbf{q}\|} = 0,8137 \quad (3.26)$$

$$d_2 = \frac{\|\mathbf{q} - \mathbf{q}_2\|}{\|\mathbf{q}\|} = 0,3322 \quad (3.27)$$

$$d_3 = \frac{\|\mathbf{q} - \mathbf{q}_3\|}{\|\mathbf{q}\|} = 0,6829 \quad (3.28)$$

Como a menor distância é d_2 , a imagem teste \mathbf{q} é reconhecida como uma imagem da classe $i = 2$.

3.3 **Análise de Componentes Principais Segmentado**

Para matrizes muito grandes, os cálculos dos autovalores e autovetores são muito demorados porque os métodos iterativos utilizados nesses cálculos realizam sucessivas multiplicações de matrizes a cada iteração desses métodos para a determinação dos autovalores e autovetores.

Outro problema que também aumenta o tempo de cálculo dos autovalores e autovetores é que dependendo dos valores dos elementos da matriz e dos valores das componentes do vetor utilizado para inicializar o método iterativo, esse método demora mais ainda para convergir, realizando mais iterações. Os métodos iterativos para o cálculo dos autovetores são mostrados em [27,28].

Logo, com a finalidade de diminuir o tempo de cálculo dos autovetores utilizados no processo de reconhecimento, foi desenvolvido neste trabalho o método de *Análise de Componentes Principais Segmentado* (PCA Segmentado). Esse método utiliza o método de *Análise de Componentes Principais Avançado* (Seção 3.2), mas em vez do método trabalhar com a face inteira, a imagem é segmentada em cinco regiões (testa, olhos, nariz, boca e

queixo) e o método PCA Avançado é aplicado em cada região como se fosse uma imagem independente.

Como o método proposto neste trabalho manipula imagens segmentadas, a conversão dessas imagens em vetores colunas resulta em vetores com um menor número de elementos do que os vetores utilizados no método da Seção 3.2 deste capítulo. Por consequência, obtém-se matrizes de covariância menores e dessa forma os métodos iterativos para os cálculos dos autovetores são mais rápidos.

Da mesma forma que apresentado na Seção 3.2 deste capítulo, considere o conjunto de imagens de treinamento X , onde as imagens desse conjunto são imagens de faces sem segmentação. O conjunto de imagens de treinamento é definido como: $X = \{X_1, X_2, \dots, X_L\}$ e a classe X_i possui N_i imagens de treinamento. A ideia do método PCA Segmentado é dividir cada imagem pertencente a classe X_i em 5 novos conjuntos, como mostrado nas Equações (3.29) a (3.33).

$$T = \{T_1, T_2, \dots, T_L\} \quad (3.29)$$

$$O = \{O_1, O_2, \dots, O_L\} \quad (3.30)$$

$$V = \{V_1, V_2, \dots, V_L\} \quad (3.31)$$

$$B = \{B_1, B_2, \dots, B_L\} \quad (3.32)$$

$$Qu = \{Qu_1, Qu_2, \dots, Qu_L\} \quad (3.33)$$

Cada novo conjunto definido pelas Equações (3.29) a (3.33) é referente a uma região facial. Os conjuntos T , O , V , B e Qu são formados por imagens que representam as regiões da testa, olhos, nariz, boca e queixo, respectivamente.

De forma a entender melhor como são definidos esses 5 novos conjuntos, considere o conjunto $T_i = \{\mathbf{t}_1^{(i)}, \mathbf{t}_2^{(i)}, \dots, \mathbf{t}_{N_i}^{(i)}\}$, onde $\mathbf{t}_1^{(i)}$ é a primeira imagem de treinamento da região da testa da i -ésima classe, $\mathbf{t}_2^{(i)}$ é a segunda imagem de treinamento da região da testa da i -ésima classe e assim por diante. As imagens $\mathbf{t}_1^{(i)}, \mathbf{t}_2^{(i)}, \dots, \mathbf{t}_{N_i}^{(i)}$ são as imagens das regiões das testas das imagens $\mathbf{x}_1^{(i)}, \mathbf{x}_2^{(i)}, \dots, \mathbf{x}_{N_i}^{(i)}$, respectivamente, obtidas a partir da segmentação das imagens pertencentes a X_i . N_i é a quantidade de imagens utilizadas no treinamento da i -ésima classe e N é o total de imagens de treinamento de todas as classes, ou seja,

$$N = N_1 + N_2 + \dots + N_i.$$

As imagens dos conjuntos O , V , B e Q são obtidas da mesma forma que as imagens de T , mas a segmentação é realizada na região específica de cada conjunto, por exemplo, a região do conjunto O são os olhos.

De forma similar ao conjunto T , os conjuntos das Equações (3.30) a (3.33) são definidos como: $O_i = \{\mathbf{o}_1^{(i)}, \mathbf{o}_2^{(i)}, \dots, \mathbf{o}_{N_i}^{(i)}\}$, $V_i = \{\mathbf{v}_1^{(i)}, \mathbf{v}_2^{(i)}, \dots, \mathbf{v}_{N_i}^{(i)}\}$, $B_i = \{\mathbf{b}_1^{(i)}, \mathbf{b}_2^{(i)}, \dots, \mathbf{b}_{N_i}^{(i)}\}$ e $Qu_i = \{\mathbf{qu}_1^{(i)}, \mathbf{qu}_2^{(i)}, \dots, \mathbf{qu}_{N_i}^{(i)}\}$. Esses conjuntos representam as regiões dos olhos, nariz, boca e queixo, respectivamente, para a i -ésima pessoa.

A imagem teste \mathbf{q} também é segmentada em 5 novas imagens: \mathbf{q}_T , \mathbf{q}_O , \mathbf{q}_V , \mathbf{q}_B e \mathbf{q}_{Qu} . Aplicando o método PCA Avançado a imagem \mathbf{q}_T em relação ao classe T_i , é obtida a distância $d_T^{(i)}$.

O método PCA Avançado também é aplicado às outras 4 imagens testes obtidas da segmentação da imagem \mathbf{q} . As distâncias $d_O^{(i)}$, $d_V^{(i)}$, $d_B^{(i)}$ e $d_{Qu}^{(i)}$ são obtidas após a execução do algoritmo PCA Avançado utilizando-se \mathbf{q}_O em relação a O_i , \mathbf{q}_V em relação a V_i , \mathbf{q}_B em relação a B_i e \mathbf{q}_{Qu} em relação a Qu_i , respectivamente.

Os passos do algoritmo do método de Análise de Componentes Principais Segmentado são:

1. Segmenta-se todas as imagens do conjunto X em 5 novos conjuntos: T , O , V , B e Qu , conforme definidos pelas Equações (3.29) a (3.33);
2. Segmenta-se a imagem teste \mathbf{q} em 5 novas imagens teste: \mathbf{q}_T , \mathbf{q}_O , \mathbf{q}_V , \mathbf{q}_B e \mathbf{q}_{Qu} que são imagens das regiões da testa, olhos, nariz, boca e queixo, respectivamente;
3. Aplica-se o método PCA Avançado as 5 novas imagens testes geradas no 2º passo desse algoritmo. Com a utilização desse método, são calculadas as distâncias das imagens testes \mathbf{q}_T , \mathbf{q}_O , \mathbf{q}_V , \mathbf{q}_B e \mathbf{q}_{Qu} em relação a cada classe de treinamento ($i = 1, 2, \dots, L$) obtendo-se as distâncias Euclidianas $d_T^{(i)}$, $d_O^{(i)}$, $d_V^{(i)}$, $d_B^{(i)}$ e $d_{Qu}^{(i)}$, respectivamente;
4. Calcula-se a distância d_i para $i = 1, 2, \dots, L$ utilizando-se a Equação (3.34)

$$d_i = d_T^{(i)} + d_O^{(i)} + d_V^{(i)} + d_B^{(i)} + d_{Qu}^{(i)} \quad (3.34)$$

5. A imagem teste \mathbf{q} é reconhecida como uma imagem da i -ésima classe que possui o menor valor de d_i .

3.3.1 Exemplo numérico do método PCA Segmentado

Para exemplificar a execução do algoritmo desenvolvido neste trabalho (Seção 3.3), é mostrada a execução dos 5 passos desse algoritmo para uma imagem teste \mathbf{q} , supondo que o conjunto de imagens testes X seja composto de 8 classes ($L = 8$).

1. Considere que o conjunto de imagens X foi segmentado em 5 novos conjuntos: T , O , V , B e Qu ;
2. Uma certa imagem teste \mathbf{q} também é segmentada em 5 novas imagens teste: \mathbf{q}_T , \mathbf{q}_O , \mathbf{q}_V , \mathbf{q}_B e \mathbf{q}_{Qu} ;
3. Aplica-se o método PCA Avançado as 5 novas imagens testes geradas no passo anterior. O resultado do método PCA Avançado é obtido pelas distâncias das imagens testes \mathbf{q}_T , \mathbf{q}_O , \mathbf{q}_V , \mathbf{q}_B e \mathbf{q}_{Qu} em relação a cada classe de treinamento ($i = 1, 2, \dots, 8$) obtendo-se as distâncias Euclidianas $d_T^{(i)}$, $d_O^{(i)}$, $d_V^{(i)}$, $d_B^{(i)}$ e $d_{Qu}^{(i)}$, mostradas na Tabela 3.1;
4. Calcula-se a distância d_i para $i = 1, 2, \dots, 8$ utilizando-se a Equação (3.34) e o resultado dessa distância para cada classe é mostrado na Tabela 3.1; e

Tabela 3.1: Exemplos de distâncias resultantes do método PCA Segmentado de uma imagem teste \mathbf{q} quando são utilizadas 8 classes de treinamento.

| Distâncias | <i>Classe(i)</i> | | | | | | | |
|----------------|------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $d_T^{(i)}$ | 1,30 | 0,11 | 0,68 | 1,23 | 0,14 | 0,77 | 0,25 | 1,03 |
| $d_O^{(i)}$ | 0,80 | 0,33 | 0,45 | 1,15 | 0,98 | 0,68 | 0,31 | 0,82 |
| $d_V^{(i)}$ | 0,90 | 0,15 | 0,38 | 1,68 | 1,10 | 0,82 | 0,40 | 1,66 |
| $d_B^{(i)}$ | 1,02 | 0,20 | 0,27 | 0,83 | 0,70 | 0,79 | 0,22 | 0,45 |
| $d_{Qu}^{(i)}$ | 1,54 | 0,28 | 0,31 | 0,76 | 0,60 | 1,30 | 0,20 | 0,99 |
| d_i | 5,56 | 1,07 | 2,09 | 5,65 | 3,52 | 4,36 | 1,38 | 4,95 |

5. A imagem teste \mathbf{q} é reconhecida como uma imagem da i -ésima classe que possui o menor valor de d_i . Como pode ser observado na Tabela 3.1, a menor distância resultante é $d_2 = d_T^{(2)} + d_O^{(2)} + d_V^{(2)} + d_B^{(2)} + d_{Qu}^{(2)} = 1,07$, ou seja, a classe 2 é a classe mais similar a imagem teste \mathbf{q} e a pessoa da imagem teste é reconhecida como pertencente a essa classe.

3.4 Análise de Componentes Principais Seletivo

Outro método de reconhecimento facial desenvolvido neste trabalho é o método de *Análise de Componentes Principais Seletivo* (PCA Seletivo). Esse método também trabalha com imagens segmentadas da mesma forma que o outro método desenvolvido nesta tese (Seção 3.3). Com o objetivo de diminuir mais ainda o tempo de processamento, o usuário pode escolher quais as regiões faciais que serão utilizadas no reconhecimento.

Além de escolher quais regiões faciais para diminuir o tempo de processamento, outra estratégia é selecionar as k classes mais similares, ou seja, escolher as classes que possuem as regiões faciais com as k menores distâncias.

Os passos do algoritmo do método de Análise de Componentes Principais Seletivo são:

1. Segmente todas as imagens do conjunto X em 5 novos conjuntos: T , O , V , B e Qu , conforme definidos pelas Equações (3.29) a (3.33) da Seção 3.3 deste capítulo;
2. Realize a leitura do valor de k ;
3. Informe quais as regiões faciais que serão utilizadas no reconhecimento e a ordem que o algoritmo PCA Avançado será aplicado nessas regiões. Por exemplo, se o usuário informa as regiões boca, nariz e testa, o algoritmo PCA Avançado será aplicado primeiramente na região da boca, depois na região do nariz e por último na região da testa;
4. Segmente a imagem teste \mathbf{q} em 5 novas imagens teste: \mathbf{q}_T , \mathbf{q}_O , \mathbf{q}_V , \mathbf{q}_B e \mathbf{q}_{Qu} que são as imagens das regiões da testa, olhos, nariz, boca e queixo, respectivamente;

5. Aplique o método PCA Avançado somente a nova imagem teste da 1ª região selecionada no 3º passo desse algoritmo, obtendo-se assim as distâncias dessa imagem teste em relação a cada classe ($i = 1, 2, \dots, L$);
6. Selecione somente as k classes que possuírem as k menores distâncias calculadas no 5º passo desse algoritmo;
7. Aplique o método PCA Avançado às outras regiões escolhidas (menos a 1ª região, onde sua distância já foi calculada no 5º passo) no 3º passo, mas somente as k classes selecionadas no 6º passo. Dessa forma, pode-se calcular (depende se a região facial foi selecionada ou não no 3º passo) as distâncias das imagens testes \mathbf{q}_T , \mathbf{q}_O , \mathbf{q}_V , \mathbf{q}_B e \mathbf{q}_{Qu} em relação a cada i -ésima classe de treinamento, obtendo-se as distâncias Euclidianas $d_T^{(i)}$, $d_O^{(i)}$, $d_V^{(i)}$, $d_B^{(i)}$ e $d_{Qu}^{(i)}$, respectivamente;
8. Calcula-se a distância d_i para $i = 1, 2, \dots, L$ utilizando-se a Equação (3.35)

$$d_i = C_T d_T^{(i)} + C_O d_O^{(i)} + C_V d_V^{(i)} + C_B d_B^{(i)} + C_{Qu} d_{Qu}^{(i)} \quad (3.35)$$

onde C_T, C_O, C_V, C_B e C_{Qu} são constantes binárias, ou seja, podem assumir valores iguais a zero ou 1. Por exemplo, $C_T = 1$ significa que região da testa foi selecionada no 3º passo e $C_O = 0$ significa que a região dos olhos não foi selecionada.

9. A imagem teste \mathbf{q} é reconhecida como uma imagem da i -ésima classe que possui o menor valor de d_i .

É importante ressaltar que a partir das k classes de menores distâncias da primeira região selecionada no 6º passo, o método PCA Seletivo escolhe as k classes para calcular as distâncias da imagem teste em relação as outras regiões. Mas como será exemplificado numericamente na Seção 3.4.1 deste capítulo, nem sempre as mesmas classes são selecionadas para as diferentes primeiras regiões, por exemplo, as k classes selecionadas pelo método PCA Seletivo quando a primeira região é a dos olhos podem não ser as mesmas classes selecionadas quando a primeira região é a testa.

Pode-se verificar que a seleção das k classes trata-se de um problema de análise combinatória, mais especificamente de um caso de *arranjo*.

Como definido por Devore [26], qualquer sequência ordenada de n objetos selecionados de um conjunto de k objetos distintos é denominada *arranjo* de tamanho n dos objetos. O número de arranjos de tamanho n que pode ser criado a partir de k objetos é representado por $A_{n,k}$, que é calculado utilizando-se a Equação (3.36).

$$A_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!} \quad (3.36)$$

O arranjo é um tipo de combinação onde a ordem que aparece os objetos selecionados importa, como por exemplo, os diferentes resultados da premiação dos três primeiros lugares em uma corrida com n indivíduos, pois o primeiro lugar possui um prêmio maior do que o segundo e terceiro lugar, e o segundo lugar possui um prêmio maior do que o terceiro.

3.4.1 Exemplo numérico do método PCA Seletivo

Para exemplificar a utilização do método PCA Seletivo, que foi desenvolvido neste trabalho, abaixo é mostrada a execução dos 9 passos desse algoritmo para uma imagem teste \mathbf{q} , supondo que o conjunto de imagens testes X seja composto de 8 classes ($L = 8$).

1. Considere que o conjunto das imagens X foi segmentado em 5 novos conjuntos: T , O , V , B e Qu ;
2. $k \leftarrow 3$;
3. As seguintes regiões faciais serão utilizadas no reconhecimento: olhos, boca e testa e as distâncias são calculadas (por intermédio do algoritmo PCA Avançado) para as regiões primeiramente dos olhos, depois da boca e por último da testa;
4. Segmenta-se a imagem teste \mathbf{q} em 5 novas imagens teste: \mathbf{q}_T , \mathbf{q}_O , \mathbf{q}_V , \mathbf{q}_B e \mathbf{q}_{Qu} ;
5. Aplica-se o método PCA Avançado primeiramente a imagem teste \mathbf{q}_O , obtendo-se assim as distâncias $d_O^{(i)}$ dessa imagem teste em relação a cada classe ($i = 1, 2, \dots, 8$), mostradas na Tabela 3.2;

Tabela 3.2: Exemplos da execução do método PCA Seletivo para as regiões dos olhos, da boca e da testa e $k = 3$.

| Distâncias | <i>Classe(i)</i> | | | | | | | |
|-------------|------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $d_O^{(i)}$ | 0,80 | 0,33 | 0,45 | 1,15 | 0,98 | 0,68 | 0,31 | 0,82 |
| $d_B^{(i)}$ | – | 0,20 | 0,37 | – | – | – | 0,22 | – |
| $d_T^{(i)}$ | – | 0,11 | 0,68 | – | – | – | 0,25 | – |
| d_i | – | 0,64 | 1,50 | – | – | – | 0,78 | – |

6. Seleciona-se somente as $k = 3$ classes que possuírem as 3 menores distâncias. Como pode ser observado na Tabela 3.2, as 3 menores distâncias pertencem as classes de índices iguais a 2, 3 e 7;
7. Aplica-se o método PCA Avançado as regiões da boca e da testa, mas somente as $k = 3$ classes selecionadas no passo anterior. Dessa forma, calcula-se as distâncias das imagens testes \mathbf{q}_B e \mathbf{q}_T em relação as classes de treinamento de índices 2, 3 e 7, obtendo-se as distâncias Euclidianas $d_B^{(i)}$ e $d_T^{(i)}$ para essas classes;
8. Calcula-se a distância d_i para as classes $i = 2, 3$ e 7 utilizando-se a Equação (3.35), onde essas distâncias também são mostradas na Tabela 3.2, para $C_O = C_B = C_T = 1$ (constantes das regiões selecionadas) e $C_V = C_{Qu} = 0$ (constantes das regiões não-selecionadas); e
9. Como $d_2 = d_O^{(2)} + d_B^{(2)} + d_T^{(2)} = 0,64$ é a menor distância resultante, então a imagem teste \mathbf{q} é reconhecida como uma imagem da 2ª classe de treinamento.

Na Seção 3.4 deste capítulo foi mencionado que o método PCA Seletivo trata-se de um problema de arranjo. Para exemplificar essa característica desse método, considere a Tabela 3.3.

Na Tabela 3.3 foram escolhidas as mesmas regiões faciais utilizadas na Tabela 3.2. A única diferença é que na Tabela 3.3 as distâncias da região da testa, dos olhos e da boca foram calculadas nessa ordem.

Tabela 3.3: Exemplos da execução do método PCA Seletivo para as regiões da testa, dos olhos e da boca e $k = 3$.

| Distâncias | <i>Classe(i)</i> | | | | | | | |
|-------------|------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $d_T^{(i)}$ | 1,30 | 0,11 | 0,68 | 1,23 | 0,14 | 0,77 | 0,25 | 1,03 |
| $d_O^{(i)}$ | – | 0,33 | – | – | 0,98 | – | 0,31 | – |
| $d_B^{(i)}$ | – | 0,20 | – | – | 0,56 | – | 0,22 | – |
| d_i | – | 0,64 | – | – | 1,68 | – | 0,78 | – |

Pode-se observar na Tabela 3.3 que as classes que foram selecionadas a partir das menores distâncias de $d_T^{(i)}$ foram 2, 5 e 7. Logo, pode-se concluir que nem sempre as mesmas classes são selecionadas quando diferentes distâncias das regiões faciais são utilizadas para selecionar as k classes mais similares.

3.5 Considerações Finais deste Capítulo

Este capítulo apresentou três métodos de reconhecimento facial utilizando PCA: Análise de Componentes Principais Avançado (PCA Avançado), Análise de Componentes Principais Segmentado (PCA Segmentado) e Análise de Componentes Principais Seletivo (PCA Seletivo). O próximo capítulo apresenta os fundamentos de algoritmos genéticos, a implementação de algoritmos genéticos, os Algoritmos Genéticos Facial (AG Facial), os Algoritmos Genéticos Segmentado (AG Segmentado) e os Algoritmos Genéticos Seletivo (AG Seletivo).

Algoritmos Genéticos

4.1 Introdução

Alguns algoritmos computacionais tentam imitar os sistemas biológicos. Esses tipos de técnicas de programação são conhecidos como computação evolucionária. Dentro dessa categoria de programação evolucionária, talvez a técnica mais conhecida seja os *algoritmos genéticos*.

Os algoritmos genéticos (AG) são técnicas que precisam de alguns valores iniciais para tentar determinar a solução de um problema. Com o uso dos operadores genéticos, os valores iniciais são modificados gerando assim uma nova população. Com o intermédio de uma função de aptidão, os algoritmos genéticos são capazes de mesurar os quais indivíduos de uma população são as melhores soluções para um problema e estes indivíduos mais aptos tem maior chance de transmitir suas informações a gerações futuras e desta forma talvez até melhorar o resultado anterior.

O intuito deste capítulo é apresentar os conceitos básicos sobre algoritmos genéticos e algumas técnicas desenvolvidas neste trabalho que aplicam AG com a finalidade de obter

o reconhecimento facial de uma imagem teste. Este capítulo apresenta: os fundamentos de algoritmos genéticos, a implementação de algoritmos genéticos, e as três técnicas desenvolvidas neste trabalho: algoritmos genéticos aplicado em reconhecimento facial, algoritmo genético segmentado e algoritmo genético seletivo.

4.2 Fundamentos de Algoritmos Genéticos

Um método amplamente utilizado em processamento digital de imagens e em técnicas de inteligência artificial são os algoritmos genéticos. Algoritmos genéticos são técnicas de otimização numéricas inspirados tanto na seleção natural quanto na teoria genética. De acordo com Michalewicz [29], os algoritmos genéticos são definidos como uma busca estocástica muito poderosa e amplamente aplicáveis. Eles em geral devem possuir cinco componentes básicos:

1. Uma representação genética das soluções do problema;
2. Um modo para criar uma população inicial de soluções;
3. Uma função de avaliação para a classificação das soluções em termos de seus graus de aptidão;
4. Operadores genéticos que alteram a composição genética dos filhos durante a reprodução; e
5. Valores para os parâmetros dos algoritmos genéticos.

Em algoritmos genéticos, um *indivíduo* é definido como um valor numérico que pode ou não ser a melhor solução para um problema. Um conjunto de indivíduos é chamado de *população*.

Uma importante etapa da implementação dos algoritmos genéticos é a codificação dos indivíduos. Cada indivíduo é representado por um *cromossomo*. O *cromossomo* para sistemas biológicos, é uma sequência de DNA e como os algoritmos genéticos emulam sistemas biológicos, os cromossomos nesses algoritmos são representados por uma sequência de bits, onde cada cromossomo possui n bits.

Por exemplo, para uma certa população que seus indivíduos possuam $n = 8$ bits, o cromossomo de um indivíduo X é representado pela Equação (4.1).

$$X = x_8 x_7 x_6 x_5 x_4 x_3 x_2 x_1 \quad (4.1)$$

onde:

x_1 – bit menos significativo (Least Significant Bit - LSB).

x_8 – bit mais significativo (Most Significant Bit - MSB).

Supondo que um indivíduo possua valor inicial igual a $X = 150_{10}$, a codificação desse indivíduo no sistema binário é mostrada na Equação 4.2.

$$X = 10010110_2 \quad (4.2)$$

O índice 2 da Equação (4.2) indica que o valor 10010110 está no sistema binário, da mesma forma que 150_{10} , o índice 10 representa que 150 está no sistema decimal.

Como imagens são representadas somente por números inteiros, o Apêndice A deste trabalho mostra os sistemas numéricos decimal e binário que são necessários para entender a codificação das imagens e o funcionamento dos algoritmos genéticos. O Apêndice A também apresenta como realizar as conversões entre os sistemas decimal e binário. Em [30–32] é possível obter mais informações sobre os sistemas binário e decimal, onde são apresentados outros sistemas numéricos, as conversões entre esses sistemas e as operações aritméticas.

Existem três operadores genéticos que podem ser aplicados a um indivíduo de uma população. Esses operadores são: *mutação*, *crossover* e *seleção*.

O operador *seleção* tenta aplicar uma pressão sobre a população de forma similar a que seleção natural realiza em sistemas biológicos. Indivíduos menos aptos são eliminados da população e indivíduos mais aptos tem uma maior chance para transmitir suas informações a futuras gerações.

A função do operador seleção é escolher dois indivíduos pais que permutarão informações entre si para gerar dois novos indivíduos filhos. A escolha dos indivíduos pais é realizada de forma aleatória e a probabilidade de um indivíduo ser escolhido para fazer

par com outro obedece uma distribuição uniforme, ou seja, todos os indivíduos de uma população tem a mesma probabilidade de serem selecionados.

O operador *crossover* permite que os indivíduos troquem informações de modo similar a utilizada na reprodução sexual de organismos naturais. Para um par de indivíduos pais, escolhidos por intermédio do operador seleção, o operador crossover define aleatoriamente um ponto de corte no cromossomo, onde todos os bits anteriores a esse ponto dos cromossomos dos indivíduos pais são trocados, gerando assim os indivíduos filhos.

Para exemplificar o funcionamento do operador crossover, considere dois indivíduos com os valores numéricos iguais a $91_{10} = 1011011_2$ e $34_{10} = 0100010_2$, onde ambos indivíduos possuem cromossomos de $n = 7$ bits. Considere que para esse exemplo o operador crossover definiu aleatoriamente como ponto de corte 4º bit ($p = 4$), mostrado na Figura 4.1(a). Os bits que serão comutados entre os indivíduos pais estão destacados por retângulos na Figura 4.1(b). Os indivíduos filhos resultantes são $82_{10} = 1010010_2$ e $43_{10} = 0101011_2$ e eles também são mostrados na Figura 4.1(c).

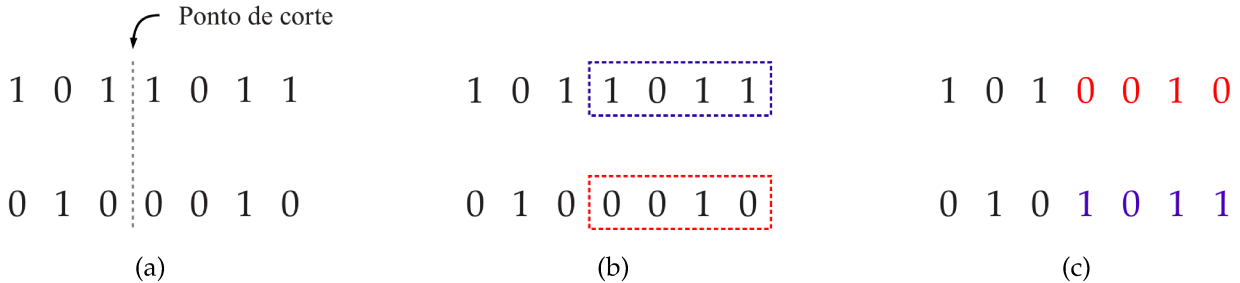


Figura 4.1: Exemplo de um resultado do operador crossover. (a) 4º bit definido como ponto de corte ($p = 4$), (b) indivíduos pais e (c) indivíduos filhos.

Uma forma de implementar o operador crossover é utilizar álgebra booleana. Para o equacionamento do operador crossover, considere os dois indivíduos

$$A = a_n \cdots a_3 a_2 a_1 \quad (4.3)$$

e

$$B = b_n \cdots b_3 b_2 b_1 \quad (4.4)$$

os quais possuem cromossomos com n bits.

Aplicando o operador crossover aos indivíduos pais A e B , são gerados os indivíduos filhos, mostrados nas Equações (4.5) e (4.6).

$$C = c_n \cdots c_3 c_2 c_1 \quad (4.5)$$

$$D = d_n \cdots d_3 d_2 d_1 \quad (4.6)$$

Os bits dos indivíduos filhos C e D são obtidos a partir das Equações (4.7) e (4.8), para $i = 1, 2, 3, \dots, n$. As operações mostradas nessas duas equações são operações lógicas, ou seja, os sinais \cdot e $+$ representam as funções lógicas E e OU, respectivamente.

$$c_i = a_i \cdot s_i + b_i \cdot r_i \quad (4.7)$$

$$d_i = b_i \cdot s_i + a_i \cdot r_i \quad (4.8)$$

onde:

a_i – i -ésimo bit do indivíduo A ;

b_i – i -ésimo bit do indivíduo B ;

c_i – i -ésimo bit do indivíduo C ;

d_i – i -ésimo bit do indivíduo D ;

s_i – i -ésimo bit da sequência binária S ;

r_i – i -ésimo bit da sequência binária R .

As sequências binárias S e R possuem a mesma quantidade de bits que os cromossomos da população. Os bits dessas duas sequências são definidos pelas Equações (4.9) e (4.10).

$$s_i = \begin{cases} 0, & \text{se } i \leq p \\ 1, & \text{se } i > p \end{cases} \quad (4.9)$$

$$r_i = \begin{cases} 1, & \text{se } i \leq p \\ 0, & \text{se } i > p \end{cases} \quad (4.10)$$

onde: p – posição do ponto de corte nos cromossomos de A e B .

Quando realiza-se o E lógico de um indivíduo com a sequência binária S o resultado são os bits mais significativos do cromossomo desse indivíduo e todos os bits abaixo da

posição p são transformados em zero. O resultado do E lógico de um indivíduo com a sequência binária R obtem os p bits menos significativos do cromossomo do indivíduo.

Por meio do OU lógico da Equação (4.7), os bits mais significativos de indivíduo A e os p bits menos significativos do indivíduo B são agrupados, gerando assim um indivíduo filho C . A Equação (4.8) trabalha de forma similar a Equação (4.7), porém ela agrupa os bits mais significativos de B com os p bits menos significativos de A , gerando o indivíduo D .

Em sistemas biológicos, a mutação é uma mudança de uma característica em um indivíduo. Ao ocorrer uma mutação, é alterada a sequência de DNA de um indivíduo. O operador *mutação* tenta simular essa alteração de característica do indivíduo. Nos algoritmos genéticos, a mutação é obtida alterando aleatoriamente um valor de um único bit dentro do cromossomo de um indivíduo gerando assim um novo indivíduo. Para saber se um indivíduo sofrerá ou não mutação, um número aleatório é gerado e se este número for menor do que a probabilidade de mutação P_m , um bit do cromossomo (também determinado de forma aleatória) é invertido utilizando o $NÃO$ lógico.

As funções lógicas citadas anteriormente (E , OU , $NÃO$) são abordadas no Apêndice B deste trabalho. Suas teorias e exemplos também são encontrados em [30–32].

Cada vez que são aplicados os operadores genéticos a uma população e é criado um novo conjunto de indivíduos, essa nova população é chamada de *geração*. Em algoritmos genéticos, uma população de indivíduos da geração t é representada por $P(t)$. Por exemplo, $P(0)$ é a população inicial de soluções, $P(1)$ é a população originária da geração $P(0)$, e assim por diante. Cada indivíduo da população $P(t)$ representa uma potencial solução de um problema.

A *função de aptidão* é uma expressão matemática utilizada para saber se as novas gerações estão convergindo para uma solução do problema. Cada problema possui sua função de aptidão específica, definida pelo usuário. O valor numérico de um indivíduo é substituído na função de aptidão e os indivíduos mais aptos são aqueles que possuem os melhores resultados da função de aptidão. No caso de reconhecimento facial, cada classe é considerada como um indivíduo e a função de aptidão utilizada foi a distância euclidiana

entre cada classe e a imagem teste. Os indivíduos mais aptos são aqueles que possuem as menores distâncias euclidianas, pois quanto maior é o valor dessa distância, maiores são as diferenças entre as imagens teste e o indivíduo testado.

É possível obter mais informações sobre algoritmos genéticos em [33–35], onde também são mostrados os equacionamentos, as variações existentes, algumas aplicações e a parte probabilística de algoritmos genéticos.

4.3 Implementação de Algoritmos Genéticos

Em Coley [33] é mostrado o algoritmo para implementação de algoritmos genéticos, que é descrito abaixo:

1. Informa-se t (o número máximo de geração);
2. Forma-se uma população inicial, ou seja, $P(0)$;
3. Para cada sequência binária que representa um indivíduo da população inicial, decodifica-se essas sequências em um valor inteiro x ;
4. Utiliza-se o operador seleção, escolhe-se os pares dos indivíduos pais;
5. Aplica-se o operador crossover aos pares de indivíduos selecionados no passo anterior, gerando assim os indivíduos filhos;
6. Aplica-se o operador mutação aos indivíduos filhos, mudando 0 para 1 ou vice-versa;
7. Calcula-se os valores da função de aptidão para os indivíduos pais e filhos;
8. Seleciona-se a melhor metade (indivíduos com maiores valores da função de aptidão) da população, e esses indivíduos selecionados formarão a população da próxima geração;
9. Retorne ao passo 2 até que o número de gerações t seja alcançado.

Coley [33] também exemplificou a utilização dos algoritmos genéticos na solução de um problema que consistia em determinar um valor inteiro e positivo de x que maximizava a função $f(x) = x^2$ e considera que $0 \leq x \leq 4095$.

Tabela 4.1: População inicial.

| <i>Membros da População</i> | <i>Sequência Binária</i> | x | <i>Função de aptidão</i> |
|-----------------------------|--------------------------|------|--------------------------|
| 1 | 110101100100 | 3428 | 11.751.184 |
| 2 | 101111101110 | 3054 | 9.326.916 |
| 3 | 101101001001 | 2889 | 8.346.321 |
| 4 | 101011011010 | 2778 | 7.717.284 |

A população inicial é definida pelos indivíduos mostrados na Tabela 4.1. Os pares de indivíduos da população inicial selecionados de forma aleatória são: 1 fazendo par com 3 e 2 fazendo par com 4. Determinado, novamente de forma aleatória, o ponto de corte para cada sequência binária (marcado por /), quatro novos filhos são gerados (é importante observar que nenhum indivíduo sofreu mutação).

A Tabela 4.2 ilustra os pais e filhos da população $P(0)$, onde representa o ponto de corte nos cromossomos dos indivíduos pais.

Tabela 4.2: Pais e filhos da população $P(0)$, onde / representa o ponto de corte nos cromossomos dos indivíduos pais.

| <i>Membros da População</i> | <i>Sequência Binária</i> | x | <i>Função de aptidão</i> |
|-----------------------------|--------------------------|------|--------------------------|
| 1 | 11/0101100100 | 3428 | 11.751.184 |
| 2 | 10/1111101110 | 3054 | 9.326.916 |
| 3 | 101101/001001 | 2889 | 8.346.321 |
| 4 | 101011/011010 | 2778 | 7.717.284 |
| 5 | 111111101110 | 4078 | 16.630.084 |
| 6 | 100101100100 | 2404 | 5.779.216 |
| 7 | 101101011010 | 2906 | 8.444.836 |
| 8 | 101011001001 | 2761 | 7.623.121 |

Pode-se observar na Tabela 4.2 que os indivíduos que possuem os maiores valores da função de aptidão são: 1, 2, 5 e 7. Conforme descrito no passo 8 do algoritmo de implementação de AG, é selecionada a melhor metade da população para compor a nova geração. Esta geração é mostrada na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: População P(1).

| <i>Membros da População</i> | <i>Sequência Binária</i> | <i>x</i> | <i>Função de aptidão</i> |
|-----------------------------|--------------------------|----------|--------------------------|
| 1 | 110101100100 | 3428 | 11.751.184 |
| 2 | 101111101110 | 3054 | 9.326.916 |
| 3 | 111111101110 | 4078 | 16.630.084 |
| 4 | 101101011010 | 2906 | 8.444.836 |

Algoritmos genéticos são aplicados a população mostrada na Tabela 4.3 gerando assim uma nova população. As técnicas de algoritmos genéticos são aplicadas quantas vezes o usuário achar necessário. Se o usuário tivesse escolhido somente 1 geração, o programa pararia a execução após obter a população mostrada na Tabela 4.3 e o resultado seria o indivíduo com maior valor da função de aptidão, que na Tabela 4.3 é $x = 4078$. Para a função $f(x) = x^2$ e limitando o intervalo de solução a $0 \leq x \leq 4095$, é facilmente analisado que o valor maximizado de $f(x)$ é $x = 4095$. Para somente uma geração o valor encontrado foi $x = 4078$, mas se for aumentado o número de geração, valor de x convergiria para 4095.

4.4 Algoritmo Genético Aplicado em Reconhecimento Facial

A primeira técnica desenvolvida neste trabalho que utiliza AG é o método de Algoritmo Genético aplicado em reconhecimento facial (AG Facial). Para um banco de imagens de L classes, esse método utiliza um conjunto de treinamento X definido como: $X = \{X_1, X_2, \dots, X_L\}$. X_i é o subconjunto de treinamento da i -ésima pessoa e é definido

como: $X_i = \{\mathbf{x}_1^{(i)}, \mathbf{x}_2^{(i)}, \dots, \mathbf{x}_{N_i}^{(i)}\}$, onde $\mathbf{x}_1^{(i)}$ é a primeira imagem de treinamento da i -ésima classe, $\mathbf{x}_2^{(i)}$ é a segunda imagem de treinamento da i -ésima classe e assim por diante. N_i é a quantidade de imagens utilizadas no treinamento da i -ésima classe e N é o total de imagens de treinamento de todas as classes, ou seja, $N = N_1 + N_2 + \dots + N_L$.

Os passos para realizar o reconhecimento utilizando AG Facial são:

1. Converter todas as imagens de treinamento e a imagem teste em vetores colunas, como exemplificado na Figura 3.1, onde cada posição dos vetores gerados é um cromossomo e cada vetor é um indivíduo da população. A quantidade de bits desses cromossomos depende de quantos níveis de cinza são utilizados na codificação da imagem. Por exemplo, para imagens com 2, 4, 16 e 256 níveis de cinza cada cromossomo terá 1, 2, 4 e 8 bits, respectivamente;
2. A população inicial de cada classe é gerada a partir das N_i imagens de treinamento da classe em questão;
3. Aplica-se o operador crossover somente aos indivíduos pertencentes a mesma classe, gerando assim os indivíduos filhos $\mathbf{x}_{N_i+1}^{(i)}, \mathbf{x}_{N_i+2}^{(i)}, \dots, \mathbf{x}_{2N_i}^{(i)}$;
4. Para cada geração são determinados os valores da função de aptidão para todos os indivíduos de cada classe. A função de aptidão utilizada é a distância euclidiana entre a imagem teste \mathbf{q} e $\mathbf{x}_i^{(j)}$ (j -ésimo indivíduo da i -ésima classe), definida pela Equação (4.11), para $1 \leq j \leq 2N_i$;

$$d_i^{(j)} = \frac{\|\mathbf{q} - \mathbf{x}_i^{(j)}\|}{\|\mathbf{q}\|} \quad (4.11)$$

5. A nova geração é formada a partir dos N_i indivíduos de cada classe que possuem os menores valores da função de aptidão;
6. O contador de geração é incrementado;
7. Se o contador de geração atingiu um número máximo definido pelo usuário ou algum indivíduo obteve um valor da função de aptidão abaixo de um limiar também

definido pelo usuário, reconhecer-se a imagem teste como pertencente a classe do indivíduo de menor valor da função de aptidão. Caso contrário, ir para o passo 3.

4.5 Algoritmo Genético Segmentado

Outra técnica desenvolvida neste trabalho é o método *Algoritmo Genético Segmentado* (AG Segmentado) que é equivalente ao PCA Segmentado descrito na Seção 3.3, porém ele não utiliza a análise de componentes principais para realizar o reconhecimento facial, o AG Segmentado utiliza algoritmos genéticos.

O AG Segmentado, da mesma forma que o PCA Segmentado, utiliza imagens das cinco regiões faciais (testa, olhos, nariz, boca e queixo) da face.

Os passos do método de Algoritmo Genético Segmentado são:

1. Segmenta-se todas as imagens do conjunto X em 5 novos conjuntos: T , O , V , B e Qu , conforme definido pelas Equações (3.29) a (3.33) da Seção 3.3;
2. Segmenta-se a imagem teste \mathbf{q} em 5 novas imagens teste: \mathbf{q}_T , \mathbf{q}_O , \mathbf{q}_V , \mathbf{q}_B e \mathbf{q}_{Qu} que são as imagens das regiões da testa, dos olhos, do nariz, da boca e do queixo, respectivamente;
3. Aplica-se o método AG Facial (descrito na Seção 4.4) as 5 novas imagens testes geradas no 2º passo desse algoritmo. Com a utilização do método AG Facial, são calculadas as distâncias das imagens testes \mathbf{q}_T , \mathbf{q}_O , \mathbf{q}_V , \mathbf{q}_B e \mathbf{q}_{Qu} em relação ao j -ésimo indivíduo ($j = 1, 2, \dots, N_i$) de cada classe de treinamento ($i = 1, 2, \dots, L$) obtendo-se as distâncias Euclidianas $d_T^{(j)}$, $d_O^{(j)}$, $d_V^{(j)}$, $d_B^{(j)}$ e $d_{Qu}^{(j)}$, respectivamente;
4. A função aptidão para AG Segmentado é definida pela Equação (4.12). Calcula-se a distância d_j para cada indivíduo ($j = 1, 2, \dots, N_i$) de cada classe utilizando a Equação (4.12);

$$d_j = d_T^{(j)} + d_O^{(j)} + d_V^{(j)} + d_B^{(j)} + d_{Qu}^{(j)} \quad (4.12)$$

5. Se o contador de geração atingiu um número máximo definido pelo usuário ou algum indivíduo obteve um valor da função de aptidão abaixo de um limiar também defi-

nido pelo usuário, reconhecer a imagem teste como pertencente a classe do indivíduo de menor valor da função de aptidão. Caso contrário, ir para o passo 3.

4.6 Algoritmo Genético Seletivo

A última técnica desenvolvida neste trabalho que utiliza AG é o método de *Algoritmo Genético Seletivo* (AG Seletivo) que utiliza k classes mais similares com a imagem teste. Os passos desse método são:

1. Segmenta-se todas as imagens do conjunto X em 5 novos conjuntos: T, O, V, B e Qu , conforme definidos pelas Equações (3.29) a (3.33) da Seção 3.3;
2. Realiza-se a leitura do valor de k ;
3. Informa-se quais regiões faciais serão utilizadas no reconhecimento e a ordem que o método AG Facial (descrito na Seção 4.4) será aplicado nessas regiões. Por exemplo, se o usuário informa as regiões boca, nariz e testa, o método AG Facial será aplicado primeiramente a região da boca, depois a região do nariz e por último a região da testa;
4. Segmenta-se a imagem teste \mathbf{q} em 5 novas imagens teste: $\mathbf{q}_T, \mathbf{q}_O, \mathbf{q}_V, \mathbf{q}_B$ e \mathbf{q}_{Qu} que são as imagens das regiões da testa, dos olhos, do nariz, da boca e do queixo, respectivamente;
5. Aplica-se o método AG Facial somente a nova imagem teste da 1ª região selecionada no 3º passo desse algoritmo, obtendo assim as distâncias desta imagem teste em relação a todos os indivíduos de cada classe;
6. Seleciona-se somente as k classes que possuem os k indivíduos com os menores valores da função da aptidão, calculados no 5º passo desse algoritmo;
7. Aplica-se o método AG Facial as outras regiões escolhidas (menos a 1ª região, onde sua distância já foi calculada no 5º passo) no 3º passo, mas somente as k classes selecionadas no 6º passo. Dessa forma, pode-se calcular (depende se a região facial

foi selecionada ou não no 3º passo) as distâncias das imagens testes \mathbf{q}_T , \mathbf{q}_O , \mathbf{q}_V , \mathbf{q}_B e \mathbf{q}_{Qu} em relação ao j -ésimo indivíduo ($1 \leq j \leq N_i$) de cada classe de treinamento, obtendo-se as distâncias Euclidianas $d_T^{(j)}$, $d_O^{(j)}$, $d_V^{(j)}$, $d_B^{(j)}$ e $d_{Qu}^{(j)}$, respectivamente;

8. Para cada classe, calcula-se a distância d_j para $j = 1, 2, \dots, N_i$ utilizando a Equação (4.13)

$$d_j = C_T d_T^{(j)} + C_O d_O^{(j)} + C_V d_V^{(j)} + C_B d_B^{(j)} + C_{Qu} d_{Qu}^{(j)} \quad (4.13)$$

onde C_T, C_O, C_V, C_B e C_{Qu} são constantes binárias, ou seja, podem assumir valores iguais a zero ou 1. Por exemplo, $C_T = 1$ significa que região da testa foi selecionada no 3º passo e $C_O = 0$ significa que a região dos olhos não foi selecionada;

9. Se o contador de geração atingiu um número máximo definido pelo usuário ou algum indivíduo obteve um valor da função de aptidão abaixo de um limiar também definido pelo usuário, reconhecer a imagem teste como pertencente a classe do indivíduo com o menor valor de d_j determinado pela Equação (4.13). Caso contrário, ir para o passo 5.

4.7 Considerações finais deste capítulo

Este capítulo apresentou os fundamentos de algoritmos genéticos, a implementação de algoritmos genéticos, os Algoritmos Genéticos Facial (AG Facial), os Algoritmos Genéticos Segmentado (AG Segmentado) e os Algoritmos Genéticos Seletivo (AG Seletivo).

Resultados Obtidos

5.1 Introdução

Uma forma de medir a eficiência de um algoritmo de reconhecimento facial é basicamente por meio de duas características: *taxa de reconhecimento* e *tempo de processamento*.

A *taxa de reconhecimento* consiste na porcentagem de acertos de um método de reconhecimento biométrico, ou seja, indica quantas pessoas foram reconhecidas corretamente pelos método utilizado.

A segunda característica de medida de eficiência mencionada acima, o *tempo de processamento*, é o tempo para a identificação de uma pessoa e esse tempo é a soma dos tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R). É possível armazenar, em forma de arquivos de dados, os cálculos realizados para os treinamentos dos algoritmos PCA's, onde o tempo de processamento reduz-se somente ao tempo de reconhecimento, como é explicado mais adiante neste capítulo.

Todos os testes deste trabalho foram realizados utilizando-se um computador com processador Intel[®] Core i5-450M de dois núcleos, velocidade de clock de 2,4 GHz, me-

mória cache de 3 MB e o sistema operacional instalado foi o Linux, mais precisamente a distribuição Kubuntu 11.10. Os métodos PCA Avançado e AG Facial foram implementados na forma de scripts do Matlab[®] R2011a.

Este capítulo mostra os resultados obtidos nos testes realizados (taxa de reconhecimento e tempo de processamento) utilizando os métodos: PCA Avançado, PCA Segmentado e PCA Seletivo.

5.2 Resultados obtidos utilizando o método PCA Avançado

Para realizar os testes do método PCA Avançado da Seção 3.2, que foi desenvolvido por Duan et al. [2], foi utilizado o banco de imagens ORL Faces, que contem um conjunto de imagens obtidas entre Abril de 1992 a Abril de 1994, nos laboratórios da AT&T em Cambridge. Esse banco possui 40 classes e cada classe possui 10 imagens diferentes, variando a iluminação, as expressões faciais (olhos abertos ou fechados, sorrindo ou de boca fechada, etc.) e com alguns detalhes faciais (com óculos ou sem óculos). Cada imagem possui dimensões iguais a 92×112 pixels, com 256 níveis de cinza e essas imagens foram salvas em arquivos de extensão PGM (acrônimo de Portable Gray Map).

O banco de imagens pode ser obtido (compactado no formato ZIP) no endereço eletrônico <http://www.cl.cam.ac.uk/research/dtg/attarchive/facedatabase.html>.

Pode-se observar na Figura 5.1 que existe uma variação no fundo das fotos, onde em algumas imagens o fundo é mais claro (características que podem afetar o reconhecimento da imagem dependendo do método utilizado). Além das variações das expressões e de alguns detalhes faciais, citados no parágrafo anterior, pode-se verificar que em algumas imagens a pessoa fotografada está com a cabeça levemente inclinada para a direita ou para a esquerda, outro detalhe que afeta a taxa de reconhecimento.

A Figura 5.1 mostra uma imagem do rosto de cada pessoa que compõe as 20 primeiras classes do banco de imagens ORL Faces. A Figura 5.1(a) é o exemplo de uma imagem da primeira classe ($i = 1$, onde i é o índice da classe), a Figura 5.1(b) é um exemplo da segunda classe e assim sucessivamente.

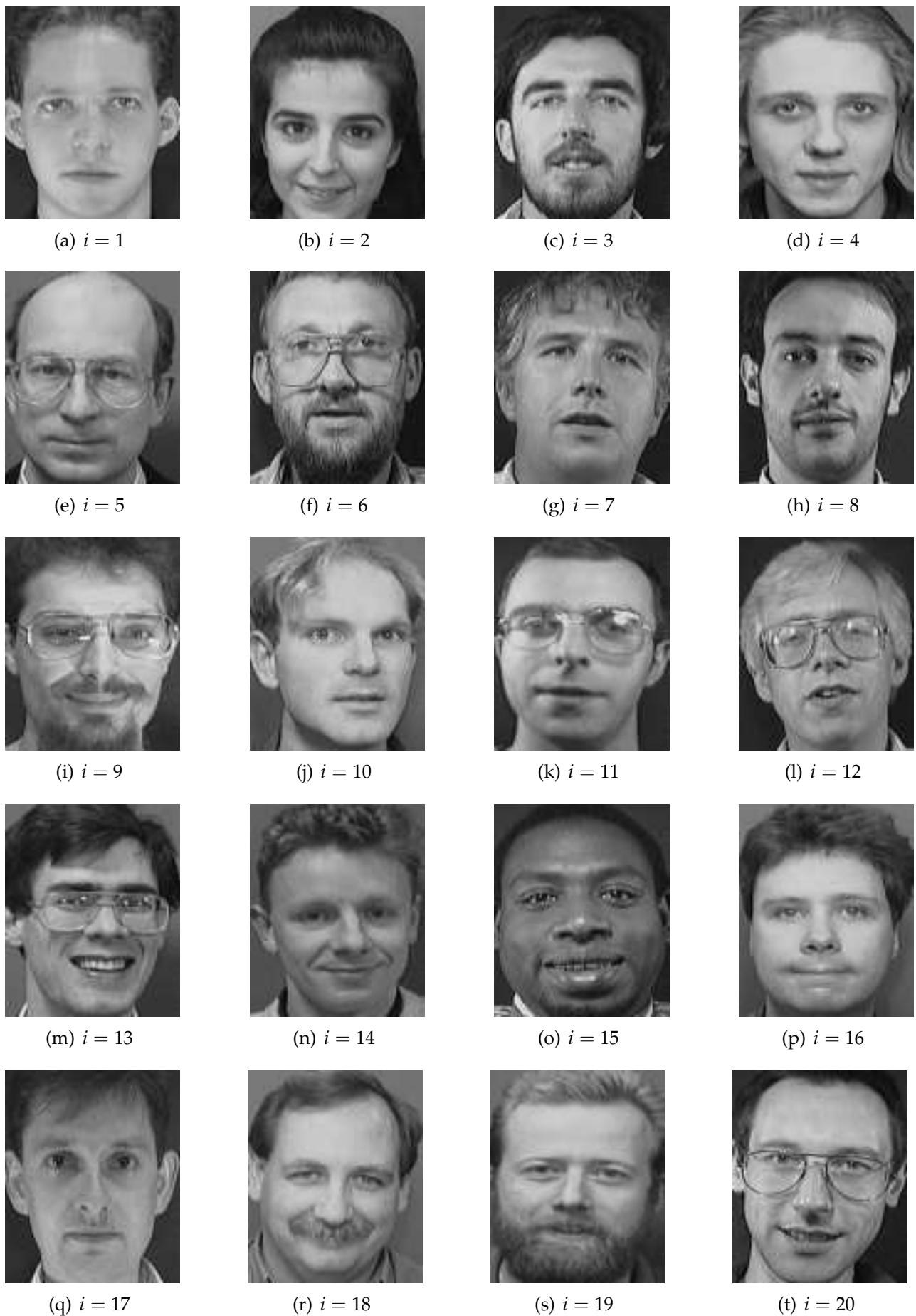


Figura 5.1: Uma foto de cada uma das 20 primeiras classes do banco de imagens ORL Faces, onde i representa o índice da classe.

Para as 20 classes mostradas na Figura 5.1, foi aplicado o algoritmo PCA Avançado utilizando 5, 6 e 7 imagens de treinamento, resultando nas taxas de reconhecimentos mostradas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Taxas de reconhecimento do PCA Avançado para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes.

| N_i | <i>Taxa de Reconhecimento (%)</i> |
|-------|-----------------------------------|
| 5 | 93,00 |
| 6 | 93,75 |
| 7 | 95,00 |

Pode-se verificar na Tabela 5.1 que quanto maior o número de imagens utilizadas no treinamento do método PCA Avançado, maior é a taxa de reconhecimento. Mas nem sempre pode-se ser afirmar isso, sendo que uma explicação será dada mais adiante neste capítulo.

Para entender o comportamento da taxa de reconhecimento mencionado no parágrafo anterior, considere a Figura 5.2 que mostra as 6 imagens de treinamento da 2ª classe ($i = 2$) do banco de imagens para o método PCA Avançado.

Em todas as imagens mostradas na Figura 5.2 a mulher está olhando para frente ou com a cabeça levemente virada para a direita. Assim, o método PCA Avançado não apresenta problema em reconhecer outras imagens dessa mesma pessoa onde a inclinação da cabeça na imagem teste é similar as inclinações da cabeça das imagens de treinamento. Este fato é matematicamente comprovado pela Equação (3.2), onde a matriz de covariância armazena as variações das imagens de treinamento que uma certa classe pode possuir.

Como mostrado na Seção 3.2, primeiramente a imagem teste é projetada em cada autoespaço gerando assim L projeções. A partir de cada projeção, são obtidas as imagens reconstruídas que são utilizadas nos cálculos das distâncias Euclidianas. Para maior entendimento do método PCA Avançado, considere a Figura 5.3 como imagem teste e a Figura 5.4 como as imagens reconstruídas (também conhecidas como autofaces) da Figura 5.3 para as i -ésimas classes do banco de imagens ORL Faces (que nesse caso são as 20

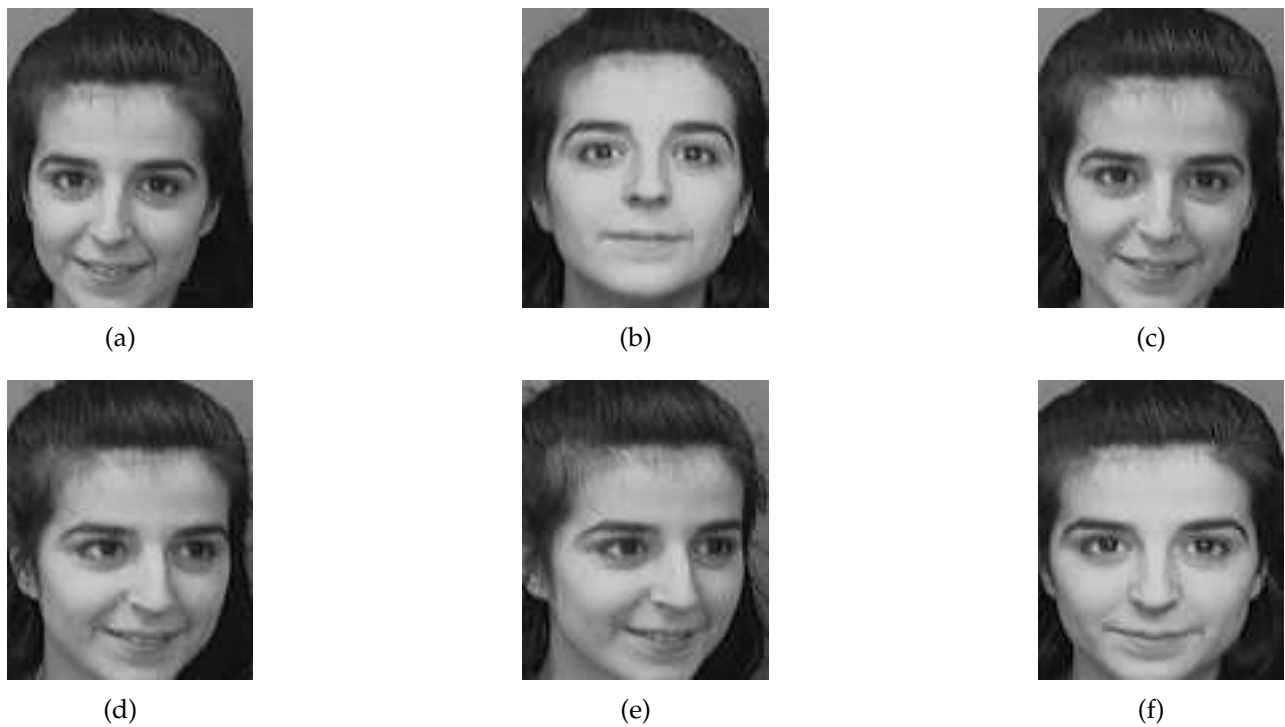


Figura 5.2: Imagens utilizadas no treinamento da classe mostrada na Figura 5.1(b), para $N_i = 6$.

primeiras classes).



Figura 5.3: Imagem teste.

Das imagens reconstruídas, a Figura 5.4(b) é a imagem mais nítida e mais parecida com a imagem teste. Isto é porque a imagem teste é uma imagem pertencente a 2^a classe do banco de imagens, mesma classe da Figura 5.4(b). A Equação (3.5) calcula as diferenças entre a imagem teste e as imagens reconstruídas. Como a Figura 5.4(b) é a que possui menos diferenças em relação a imagem teste, ela é a imagem que possui a menor distância Euclidiana, devido a esse fato, o algoritmo PCA Avançado identifica a imagem teste como pertencente a 2^a classe.

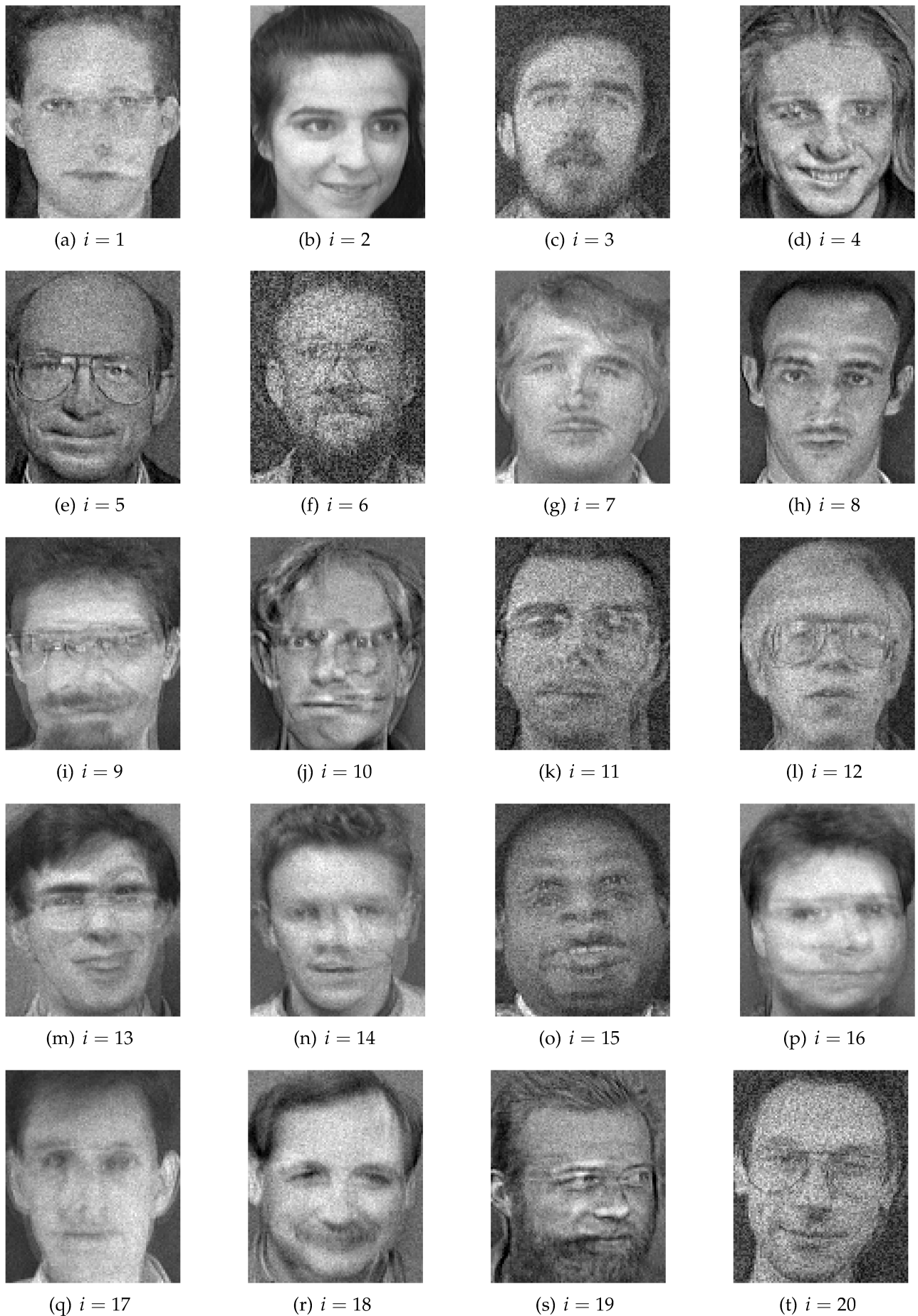


Figura 5.4: Imagens reconstruídas da imagem teste da Figura 5.3 para as 20 primeiras classes mostradas na Figura 5.1.

Como mostrado na Figura 5.2, não existe nenhuma imagem da mulher olhando para esquerda entre as imagens de treinamento da 2ª classe. Como já foi mencionado neste capítulo, o algoritmo PCA Avançado não tem nenhum problema em reconhecer imagens parecidas como as imagens de treinamento, como por exemplo, a imagem teste da Figura 5.3. Mas, a Figura 5.5 exemplifica o que acontece quando a posição da cabeça da pessoa da imagem teste e das imagens de treinamento não é a mesma.



(a)



(b)

Figura 5.5: (a) Imagem teste; (b) imagem reconstruída da classe que a imagem teste pertence, onde $N_i = 6$.

Se forem utilizadas as mesmas imagens de treinamento da Figura 5.2, a matriz de covariância (utilizada para determinar a matriz de transformação usada no cálculo das imagens reconstruídas) não possui armazenada nela o tipo posição (cabeça virada para esquerda), similar a Figura 5.5(a). O resultado da reconstrução da Figura 5.5(a) é mostrado na Figura 5.5(b) e esta imagem reconstruída tem o mesmo aspecto das imagens fantasmas que apareciam em transmissões de televisão analógica. Como as Figuras 5.5(a) e (b) são bem diferentes, resulta em uma distância Euclidiana grande e possivelmente o método PCA Avançado identifica a imagem teste como pertencente a uma outra, resultando em um reconhecimento errôneo.

Logo, como pode ser observado na Figura 5.5 nem sempre que aumenta o número de imagens de treinamento a taxa de reconhecimento aumenta.

A Tabela 5.2 mostra os tempos de processamento t . Este tempo é o resultado da soma dos tempos de treinamento e de reconhecimento.

Os maiores tempos da Tabela 5.2, são os tempos de treinamento. O tempo de treinamento é o tempo gasto para determinar as matrizes de covariância (resultantes de sub-

Tabela 5.2: Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Avançado para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes.

| N_i | t_T (min.) | t_R (seg.) | $t = t_T + t_R$ (min.) |
|-------|-----------------|-----------------|---------------------------|
| 5 | 55,901 | 1,602 | 55,927 |
| 6 | 59,068 | 1,484 | 59,094 |
| 7 | 56,533 | 1,558 | 56,558 |

trações e multiplicações matriciais) e a partir dessas matrizes são obtidas as matrizes de transformações (cálculo dos autovetores) utilizadas para realizar as projeções das imagens em cada autoespaço. Como as imagens utilizadas nos testes são de dimensões 92×112 pixels, essas imagens são convertidas em vetores de 10.304 posições, resultando em matrizes de covariâncias de 10.304×10.304 , conforme descrito na Seção 3.2.

Os métodos iterativos para os cálculos dos autovetores são computacionalmente dispendiosos, principalmente para matrizes de covariância tão grandes, mencionadas no parágrafo anterior. Por esse motivo, o tempo de treinamento é maior do que o tempo de reconhecimento.

Observando as Equações (3.1) e (3.2), teoricamente quando são utilizadas mais imagens de treinamento, o tempo de processamento também deveria ser maior. Isso porque para cada nova imagem de treinamento que é adicionada mais uma iteração é necessária para realizar o cálculo do vetor médio e da matriz de covariância. Mas, pode-se verificar na Tabela 5.2 que isso não ocorre, pois o tempo de treinamento quando utiliza-se 6 imagens é maior do que quando utiliza-se 7. Este fato pode ser explicado por dois motivos: convergência do método iterativo para a determinação dos autovetores e a carga de processamento do sistema operacional.

O motivo relacionado a convergência do método iterativo é que algumas matrizes convergem mais rapidamente do que as outras, ou seja, os autovetores são determinados em menos tempo dependendo dos valores dos elementos da matriz. Os métodos iterativos para o cálculo dos autovetores são mostrados em [27,28].

O segundo motivo, a carga de processamento do sistema operacional, são os recur-

os disponíveis de um computador (memória, processador, barramento, etc.) são dinamicamente alterado a todo tempo. Por exemplo, se o computador está executando uma outra aplicação em paralelo com o programa de reconhecimento facial, os recursos computacionais são divididos entre essas duas aplicações. Como sempre existem várias aplicações que estão sendo executadas em segundo plano (como proteção de tela, gerenciador de tarefas, sistema de monitoramento de rede, entre outros aplicativos inerentes ao sistema operacional), toda vez que o tempo de processamento é medido resulta em valores diferentes.

Na Tabela 5.2 pode-se observar que o tempo de reconhecimento (t_R) é praticamente o mesmo para os três casos (5, 6 e 7 imagens de treinamento) e o tempo médio gasto no reconhecimento de uma pessoa é aproximadamente 1,548 s para um total de 20 classes.

Para realizar o reconhecimento são utilizadas as Equações (3.3), (3.4) e (3.5) e os vetores e matrizes que aparecerem nessas equações possuem sempre as mesmas dimensões, independente de quantas imagens são utilizadas no treinamento. Logo, esses tempos de reconhecimento da Tabela 5.2 deveriam ser iguais, já que as operações matemáticas representadas por essas três equações gastam o mesmo tempo de execução. Mas as diferenças entre os valores de t_R também são devido à carga de processamento do sistema operacional.

Somente para comparação, foi realizado o teste do método PCA Avançado para um número maior de classes. A Tabela 5.3 mostra as taxas de reconhecimento quando são utilizadas 40 classes para as mesmas quantidades de imagens de treinamento da Tabela 5.1.

Tabela 5.3: Taxas de reconhecimento do PCA Avançado para N_i imagens de treinamento e $L = 40$ classes.

| N_i | <i>Taxa de Reconhecimento</i> |
|-------|-------------------------------|
| 5 | 90,00% |
| 6 | 91,88% |
| 7 | 93,33% |

Pode-se verificar na Tabela 5.3 que ocorreu uma diminuição da taxa de reconhecimento quando o número de classes foi dobrado. Com o aumento do número de classes

ocorreram reduções nas taxas de reconhecimento de 3,00%, 1,87% e 1,67% para 5, 6 e 7 imagens de treinamento, respectivamente.

Em contra-partida, em relação a taxa de reconhecimento, pode-se observar na Tabela 5.4 que ocorreu um aumento nos tempos de processamento.

Tabela 5.4: Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Avançado para N_i imagens de treinamento e $L = 40$ classes.

| N_i | t_T (min.) | t_R (seg.) | $t = t_T + t_R$ (min.) |
|-------|-----------------|-----------------|---------------------------|
| 5 | 115,008 | 3,303 | 115,063 |
| 6 | 103,926 | 3,249 | 103,981 |
| 7 | 118,415 | 3,454 | 118,472 |

Por indução lógica, se o número de classes aumenta os tempos de treinamento (t_T) também devem aumentar na mesma proporção. A Tabela 5.4 mostra que para as 40 classes, os valores de t_T praticamente tiveram a mesma proporcionalidade do aumento do número de classes em relação aos valores da Tabela 5.2.

5.3 Resultados obtidos utilizando o método PCA

Segmentado

O primeiro método desenvolvido nesta tese é o Análise de Componentes Principais Segmentado (PCA Segmentado), que trabalha com o mesmo banco de imagens utilizado pelo método PCA Avançado, mas as imagens de treinamento e de testes do PCA Segmentado são divididas em 5 regiões: testa, olhos, nariz, boca e queixo.

A segmentação utilizada nesta tese foi realizada de forma manual, sem o uso de nenhum programa ou algoritmo para executar essa tarefa de forma automática. O editor de imagens utilizado foi o GIMP 2.6 para separar as regiões de interesse. As imagens de cada classe geraram 5 novas imagens, uma para cada região facial, imagens essas salvas no mesmo formato da imagem original (arquivos do tipo PGM). Os tamanhos de cada região

facial foram determinados de forma empírica, observando uma dimensão mínima para que as novas imagens coubessem todos os pixels dessas regiões para todas as classes.

As Figuras de 5.6 a 5.10 são exemplos das imagens resultantes da segmentação das 5 regiões faciais (testa, olhos, nariz, boca e queixo) para as Figuras 5.1(a), (b), (c) e (d).

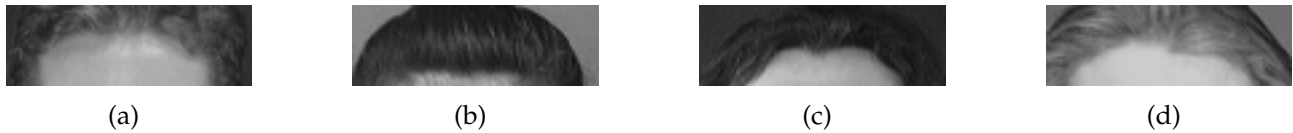


Figura 5.6: Resultado da segmentação da região da testa das Figuras 5.1(a), (b), (c) e (d).



Figura 5.7: Resultado da segmentação da região dos olhos das Figuras 5.1(a), (b), (c) e (d).



Figura 5.8: Resultado da segmentação da região do nariz das Figuras 5.1(a), (b), (c) e (d).



Figura 5.9: Resultado da segmentação da região da boca das Figuras 5.1(a), (b), (c) e (d).



Figura 5.10: Resultado da segmentação da região do queixo das Figuras 5.1(a), (b), (c) e (d).

A Tabela 5.5 mostra as dimensões das regiões faciais e os tamanhos das suas respectivas matrizes de covariância geradas pela Equação (3.2). Como evidenciado nessa tabela, as imagens utilizadas no método PCA Segmentado são menores do que as imagens utilizadas no PCA Avançado (Seção 5.2), desse modo elas resultam em matrizes de covariância menores, promovendo assim uma redução significativa no tempo de processamento, como será visto posteriormente.

A Tabela 5.6 mostra os valores das taxas de reconhecimento para o método PCA Segmentado para as mesmas condições (20 classes e 100 autovetores) utilizadas para levantar os dados (taxa de reconhecimento e tempo de processamento) do método PCA Avançado.

Tabela 5.5: Dimensões das imagens de cada região facial.

| <i>Região facial</i> | <i>Largura × Altura</i> (pixels) | <i>Tamanho da matriz</i> <i>de covariância</i> |
|----------------------|-------------------------------------|---|
| Testa | 92 × 30 | 2.760 × 2.760 |
| Olhos | 66 × 22 | 1.452 × 1.452 |
| Nariz | 30 × 22 | 660 × 600 |
| Boca | 44 × 20 | 880 × 880 |
| Queixo | 46 × 15 | 690 × 690 |

Tabela 5.6: Taxas de reconhecimento do PCA Segmentado para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes.

| N_i | <i>Taxa de Reconhecimento</i> |
|-------|-------------------------------|
| 5 | 99,00% |
| 6 | 98,75% |
| 7 | 98,33% |

Pode-se verificar na Tabela 5.6 que a taxa de reconhecimento do método PCA Segmentado, método desenvolvido nesta tese, é de aproximadamente 98,33%. Os valores das taxas de reconhecimento do PCA Segmentado são superiores a todos os valores obtidos pelo PCA Avançado.

Verifica-se também na Tabela 5.6 que ocorreu uma redução na taxa de reconhecimento ao aumentar o número de imagens de treinamento. Este comportamento pode ser explicado porque quando utiliza-se N_i imagens de treinamento, restam $10 - N_i$ imagens no banco de imagens ORL Faces que podem ser utilizadas como imagens testes. Como são 20 classes, o total de imagens teste é igual a $20(10 - N_i)$.

Para 5, 6 e 7 imagens de treinamento os números de imagens testes para determinar a taxa de reconhecimento são 100, 80 e 60, respectivamente. Logo, se uma imagem é reconhecida incorretamente quando são utilizadas 5 imagens de treinamento, o resultado (em porcentagem) do erro é menor do que se fossem utilizadas 6 ou 7 imagens de treinamento.

Por exemplo, para 5 imagens de treinamento, uma imagem identificada incorreta-

mente gera uma taxa de reconhecimento igual a:

$$\left(\frac{100 - 1}{100}\right) \times 100\% = 99,00\% \quad (5.1)$$

Considerando também que somente 1 imagem é reconhecida incorretamente quando são utilizadas 6 e 7 imagens de treinamento, as taxas de reconhecimento são iguais aos resultados das Equações (5.2) e (5.3), respectivamente.

$$\left(\frac{80 - 1}{80}\right) \times 100\% = 98,75\% \quad (5.2)$$

$$\left(\frac{60 - 1}{60}\right) \times 100\% = 98,33\% \quad (5.3)$$

Os valores das Equações (5.1) a (5.3) são justamente os mesmos valores obtidos na Tabela 5.6 pelo PCA Segmentado. Este método reconheceu incorretamente somente uma imagem quando são utilizadas 5, 6 e 7 imagens de treinamento. A imagem teste que foi reconhecida incorretamente pertence a classe da Figura 5.11(a), onde o método PCA Segmentado identificou erroneamente essa imagem teste como sendo da classe da Figura 5.11(b).



(a)



(b)

Figura 5.11: Exemplo de erro de reconhecimento do PCA Segmentado. (a) Imagem teste; (b) Imagem reconhecida incorretamente.

A Tabela 5.7 mostra os tempos de processamento do método PCA Segmentado.

Pode ser observado na Tabela 5.7, que o método PCA Segmentado possui tempos inferiores aos tempos de processamento do método PCA Avançado. Isso já era esperado, pois conforme pode ser verificado na Tabela 5.5, as regiões faciais possuem dimensões menores do que uma imagem sem segmentação pertencente ao banco ORL Faces. Com

Tabela 5.7: Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Segmentado para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes.

| N_i | t_T (min.) | t_R (seg.) | $t = t_T + t_R$ (min.) |
|-------|-----------------|-----------------|---------------------------|
| 5 | 7,965 | 1,495 | 7,989 |
| 6 | 8,095 | 1,437 | 8,119 |
| 7 | 7,535 | 1,487 | 7,559 |

dimensões menores, são obtidas matrizes de covariâncias menores e assim os métodos iterativos para o cálculo dos autovetores são mais rápidos.

Também pode-se observar na Tabela 5.7 que, da mesma forma que o método PCA Avançado, o tempo mais significativo do PCA Segmentado é o tempo de treinamento. Com a utilização do método desenvolvido nesta tese é possível obter uma redução média de 86,24% no tempo de processamento em relação a utilização do PCA Avançado. Em relação aos tempos de reconhecimento de ambos os métodos não ocorreu diminuição, ocorreram somente algumas oscilações irrelevantes.

5.4 Resultados obtidos utilizando o método PCA Seletivo

O segundo método de reconhecimento facial desenvolvido nesta tese é a Análise de Componentes Principais Seletivo (PCA Seletivo). Esse método utiliza as mesmas imagens segmentadas que o método da Seção 5.4 deste capítulo. Para o PCA Seletivo, o usuário deve informar: quais regiões faciais serão utilizadas no processo de reconhecimento, a ordem do cálculo das distâncias das regiões faciais para L classes e o valor de k (número de classes que são utilizadas após a primeira etapa do método).

Os resultados do PCA Seletivo que são mostrados nesta seção são para quando são utilizadas 1, 2 e 3 regiões faciais no reconhecimento. Como o intuito é verificar um método mais rápido de reconhecimento, os resultados para quando são usadas 4 ou 5 regiões faciais não são mostrados, pois para essas quantidades de regiões faciais é mais interessante utilizar o algoritmo PCA Segmentado em vez do PCA Seletivo.

Todos os resultados do PCA Seletivo são para $k = 3$ (as 3 classes que possuem as 3 menores distâncias da primeira etapa do método) e 100 autovetores.

5.4.1 Uma região facial

A Tabela 5.8 mostra as taxas de reconhecimento para 20 classes, $k = 3$ e quando é utilizada somente uma região facial.

Tabela 5.8: Taxas de reconhecimento do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando uma região facial.

| <i>Região</i> | <i>Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i</i> | | |
|---------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Testa | 89,00% | 91,25% | 85,00% |
| Olhos | 85,00% | 87,50% | 90,00% |
| Nariz | 75,00% | 86,25% | 90,00% |
| Boca | 78,00% | 91,25% | 90,00% |
| Queixo | 80,00% | 83,75% | 88,33% |

As taxas de reconhecimento para o PCA Seletivo quando é utilizada somente uma região são próximas dos valores obtidos com o PCA Avançado e abaixo do PCA Segmentado. As melhores taxas de reconhecimento são das regiões da testa ou da boca, quando os treinamentos são realizados com 6 imagens de cada classe.

Pode-se verificar também na Tabela 5.8 uma diminuição na taxa de reconhecimento quando o número de imagens de treinamento aumenta. Esse comportamento é o mesmo explicado na Seção 5.3 para a Tabela 5.6 (diminuindo a quantidade de imagens testes, a ocorrência de um reconhecimento incorreto de uma imagem resulta em uma porcentagem maior).

A Tabela 5.9 mostra os tempos de processamento de cada região. Quanto maior é o número de pixels que forma uma região facial, maior é o tempo de treinamento (matrizes de covariâncias maiores), onde os tempos de treinamento menor e o maior são das regiões do nariz e da testa, respectivamente.

Tabela 5.9: Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando uma região facial.

| Região | Número de Imagens Utilizadas no Treinamento | | | | | |
|--------|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 5 imagens | | 6 imagens | | 7 imagens | |
| | t_T (min.) | t_R (seg.) | t_T (min.) | t_R (seg.) | t_T (min.) | t_R (seg.) |
| Testa | 4,443 | 0,265 | 4,919 | 0,298 | 5,243 | 0,355 |
| Olhos | 1,818 | 0,155 | 1,699 | 0,163 | 1,602 | 0,193 |
| Nariz | 0,625 | 0,083 | 0,561 | 0,082 | 0,566 | 0,095 |
| Boca | 0,796 | 0,103 | 0,846 | 0,109 | 0,895 | 0,121 |
| Queixo | 0,562 | 0,078 | 0,598 | 0,098 | 0,614 | 0,116 |

Somando-se os tempos de treinamento de cada região facial da Tabela 5.9 para $N_i = 5, 6$ e 7 , os tempos resultantes são iguais a 8,244 minutos, 8,621 minutos e 8,920 minutos, respectivamente. Esses valores estão próximos aos tempos de treinamento mostrados na Tabela 5.7. Isso deve-se ao fato que o método PCA Segmentado ser um caso particular do método PCA Seletivo, pois o PCA Segmentado utiliza as mesmas imagens segmentadas do PCA Seletivo para realizar o seu treinamento, porém na Tabela 5.9 foram calculados os autovetores de somente uma região.

Em comparação ao PCA Avançado, o método PCA Seletivo tem uma redução média no tempo de processamento de aproximadamente 8,52%, 2,98%, 1,02%, 1,48% e 1,03% para as regiões da testa, dos olhos, do nariz, da boca e do queixo, respectivamente. Apesar da redução nos tempos de processamento, as taxas de reconhecimento mantiveram-se elevadas.

5.4.2 Duas regiões faciais

Foi discutido na Seção 3.4 que quando o método PCA Seletivo utiliza duas regiões faciais, trata-se de um exemplo de arranjo, pois a primeira região é que seleciona quais classes que serão utilizadas nas demais etapas do processo de reconhecimento.

Como são 5 regiões faciais e somente 2 serão utilizadas, tem-se um arranjo de 5 a 2

e o número total de possibilidades é determinado pela Equação (5.4).

$$A_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)!} = 20 \text{ possibilidades} \quad (5.4)$$

A Tabela 5.10 mostra todas as possibilidades de arranjo de 2 regiões e suas respectivas taxas de reconhecimento.

Tabela 5.10: Taxas de reconhecimento do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando duas regiões faciais.

| <i>Regiões</i> | <i>Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i</i> | | |
|----------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Testa – Olhos | 96,00% | 92,50% | 93,33% |
| Testa – Nariz | 98,00% | 95,00% | 91,67% |
| Testa – Boca | 98,00% | 95,00% | 93,33% |
| Testa – Queixo | 99,00% | 93,75% | 95,00% |
| Olhos – Testa | 98,00% | 100,00% | 91,67% |
| Olhos – Nariz | 88,00% | 96,25% | 95,00% |
| Olhos – Boca | 94,00% | 96,25% | 93,33% |
| Olhos – Queixo | 92,00% | 97,50% | 95,00% |
| Nariz – Testa | 85,00% | 90,00% | 96,67% |
| Nariz – Olhos | 80,00% | 90,00% | 96,67% |
| Nariz – Boca | 83,00% | 88,75% | 91,67% |
| Nariz – Queixo | 82,00% | 90,00% | 98,33% |
| Boca – Testa | 84,00% | 98,75% | 95,00% |
| Boca – Olhos | 83,00% | 97,50% | 91,67% |
| Boca – Nariz | 80,00% | 96,25% | 95,00% |
| Boca – Queixo | 83,00% | 96,25% | 93,33% |
| Queixo – Testa | 89,00% | 88,75% | 95,00% |
| Queixo – Olhos | 86,00% | 85,00% | 95,00% |
| Queixo – Nariz | 85,00% | 83,75% | 95,00% |
| Queixo – Boca | 87,00% | 82,50% | 90,00% |

A primeira e a quinta linhas da Tabela 5.10 provam que o PCA Seletivo é um exemplo de arranjo. Nessas duas linhas foram utilizadas as mesmas regiões faciais: testa e olhos. Na primeira linha, a região facial da testa selecionou quais classes que seriam usadas na 2ª fase do método PCA Seletivo, obtendo-se uma taxa de reconhecimento igual a 96,00%. Na quinta linha dessa tabela, a região facial que seleciona as classes mais aptas a serem usadas na 2ª fase do método é a região dos olhos, obtendo-se uma taxa de reconhecimento de 98,00%, valor diferente do encontrado anteriormente. Outro exemplo que comprova a teoria de arranjos para o PCA Seletivo são as possibilidades da Tabela 5.10 para as regiões do nariz e dos olhos que também apresentam taxas de reconhecimento diferentes.

A Tabela 5.11 mostra os tempos de processamento para todas as possibilidades quando são utilizadas duas regiões faciais.

Pode-se observar na Tabela 5.11 que os arranjos com as regiões do nariz e do queixo possuem os menores tempos de treinamento para duas regiões. Isso é porque essas duas regiões faciais são as menores regiões.

Pode-se também verificar que ao comparar os tempos de reconhecimento dos métodos PCA Avançado e PCA Seletivo, o tempo do segundo método é menor do que o do primeiro.

Tabela 5.11: Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando duas regiões faciais.

| <i>Regiões</i> | <i>Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i</i> | | | | | |
|----------------|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 5 imagens | | 6 imagens | | 7 imagens | |
| | t_T (min.) | t_R (seg.) | t_T (min.) | t_R (seg.) | t_T (min.) | t_R (seg.) |
| Testa – Olhos | 4,443 | 0,265 | 4,919 | 0,298 | 5,243 | 0,355 |
| Testa – Nariz | 4,918 | 0,265 | 5,162 | 0,312 | 4,974 | 0,369 |
| Testa – Boca | 5,478 | 0,266 | 5,459 | 0,311 | 5,237 | 0,378 |
| Testa – Queixo | 5,167 | 0,271 | 4,947 | 0,305 | 5,236 | 0,362 |
| Olhos – Testa | 5,910 | 0,261 | 6,434 | 0,289 | 6,170 | 0,278 |
| Olhos – Nariz | 1,893 | 0,168 | 2,092 | 0,180 | 2,067 | 0,216 |
| Olhos – Boca | 2,384 | 0,174 | 2,293 | 0,193 | 2,149 | 0,221 |
| Olhos – Queixo | 1,948 | 0,171 | 2,038 | 0,176 | 1,904 | 0,217 |
| Nariz – Testa | 4,958 | 0,128 | 5,129 | 0,188 | 4,964 | 0,219 |
| Nariz – Olhos | 2,121 | 0,146 | 1,777 | 0,156 | 1,874 | 0,187 |
| Nariz – Boca | 1,258 | 0,133 | 1,167 | 0,142 | 1,197 | 0,147 |
| Nariz – Queixo | 1,017 | 0,128 | 1,072 | 0,098 | 1,121 | 0,147 |
| Boca – Testa | 6,054 | 0,225 | 5,563 | 0,219 | 5,838 | 0,228 |
| Boca – Olhos | 2,223 | 0,116 | 2,089 | 0,163 | 2,081 | 0,196 |
| Boca – Nariz | 1,153 | 0,134 | 1,033 | 0,147 | 1,151 | 0,176 |
| Boca – Queixo | 1,168 | 0,134 | 1,179 | 0,147 | 1,294 | 0,156 |
| Queixo – Testa | 4,583 | 0,208 | 5,107 | 0,212 | 4,856 | 0,219 |
| Queixo – Olhos | 1,868 | 0,134 | 2,148 | 0,157 | 1,909 | 0,180 |
| Queixo – Nariz | 1,021 | 0,104 | 1,016 | 0,107 | 1,035 | 0,134 |
| Queixo – Boca | 1,206 | 0,071 | 1,177 | 0,075 | 1,160 | 0,137 |

5.4.3 Três regiões faciais

Para 3 regiões faciais, o número de arranjos diferentes que podem ser obtidos de 5 regiões é obtido como mostrado na Equação (5.5).

$$A_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} = 60 \text{ possibilidades} \quad (5.5)$$

Para facilitar a análise dos dados, as taxas de reconhecimento foram separadas em 5 tabelas, categorizadas de forma que as regiões seletoras (as regiões que determinam quais as classes serão utilizadas nas próximas etapas do PCA Seletivo) possuam tabelas exclusivas. Por exemplo, para a Tabela 5.12 a região seletora é a testa, para a Tabela 5.14 a região seletora são os olhos. Os tempos de processamento também foram separados em 5 tabelas, seguindo o mesmo padrão que as taxas de reconhecimento (uma tabela para cada região seletora).

A Tabela 5.12 mostra as taxas de reconhecimento quando a região seletora é a testa. Observa-se nessa tabela que o pior caso da taxa de reconhecimento do método desenvolvido nesta tese é igual a 93,33% quando utiliza-se 7 imagens de treinamento e é maior do que o pior caso do algoritmo PCA Avançado (taxas de reconhecimento mostradas na Tabela 5.1). Também pode-se verificar que o método PCA Seletivo consegue atingir taxas de reconhecimento de 100%, diferentemente do método PCA Avançado.

Na Tabela 5.12, existem algumas situações que a taxa de reconhecimento diminui com o aumento o número de imagens de treinamento. Por exemplo, quando são utilizadas as regiões Testa – Olhos – Boca, a taxa de reconhecimento para 6 imagens de treinamento é igual a 95,00%, o que equivale em errar o reconhecimento de 4 imagens em 80 testes. Para 7 imagens de treinamento, 93,33% também equivale a errar o reconhecimento de 4 imagens só que em 60 testes. Logo, errar um reconhecimento em 60 testes reduz muito mais a taxa de reconhecimento do que errar em 80 testes. A diminuição da taxa de reconhecimento com o aumento do número de imagens de treinamento também foi evidenciado na Tabela 5.6 para o método PCA Segmentado.

A Tabela 5.13 mostra os tempos de treinamento e de reconhecimento do método PCA Seletivo quando a região seletora é a testa, onde o tempo de processamento é de aproximadamente 6,5 minutos. A diminuição do tempo total do algoritmo PCA Seletivo

desenvolvido neste trabalho é de aproximadamente 94,51% menor em relação ao tempo total do método PCA Avançado.

A Tabela 5.14 mostra as taxas de reconhecimento quando a região dos olhos é utilizada como região seletora. Da mesma forma que acontece com a região da testa como região seletora, também são obtidas taxas de reconhecimento iguais a 100,00% e ocorre a diminuição da taxa de reconhecimento quando o número de imagens de treinamento aumenta.

Os tempos obtidos na Tabela 5.15 são menores do que os tempos da Tabela 5.12. Isso acontece porque a região dos olhos é menor do que a região da testa, logo o tempo de treinamento é menor. A redução do tempo de processamento para quando a região dos olhos é utilizada como região seletora em relação ao método PCA Avançado é de aproximadamente 98,21%.

A Tabela 5.16 mostra as taxas de reconhecimento quando a região seletora é o nariz. Com o aumento do número de imagens de treinamento ocorre uma melhora nessa taxa de reconhecimento. Quando são utilizadas 5 ou 6 imagens de treinamento, as taxas de reconhecimento ficam abaixo do PCA Avançado, onde uma melhora é obtida quando são utilizadas 7 imagens de treinamento.

A Tabela 5.17 mostra os tempos obtidos quando a região do nariz é utilizada como região seletora e a redução máxima obtida nessa tabela no tempo de processamento é de aproximadamente 98,65%.

Quando a região da boca é escolhida como região seletora, somente para 6 e 7 imagens de treinamento as taxas de reconhecimento ficam acima ou iguais as taxas de reconhecimento do método PCA Avançado, conforme pode ser observado na Tabela 5.18. Em alguns casos para 6 imagens de treinamento, o método desenvolvido neste trabalho acerta todas as imagens testadas.

Na Tabela 5.19 os tempos de treinamento e de reconhecimento também ficaram abaixo dos tempos do método PCA Avançado.

Na Tabela 5.20 são apresentados os valores das taxas de reconhecimento da região do queixo quando esta é utilizada como região seletora. Para 5 e 6 imagens de treinamento,

a região do queixo possui uma taxa de reconhecimento de aproximadamente 90,00% e praticamente para todos os casos quando são utilizadas 7 imagens de treinamento, a taxa sobe para 95,00%.

A Tabela 5.21 mostra que os menores tempos de processamentos são aqueles que não utilizam a região da testa no processo de reconhecimento.

Tabela 5.12: Taxas de reconhecimento do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes utilizando 3 regiões faciais, onde a região da testa é a região seletora.

| Regiões | Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i | | |
|------------------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Testa – Olhos – Nariz | 100,00% | 95,00% | 93,33% |
| Testa – Olhos – Boca | 98,00% | 95,00% | 93,33% |
| Testa – Olhos – Queixo | 99,00% | 95,00% | 93,33% |
| Testa – Nariz – Olhos | 99,00% | 95,00% | 93,33% |
| Testa – Nariz – Boca | 98,00% | 95,00% | 93,33% |
| Testa – Nariz – Queixo | 99,00% | 95,00% | 93,33% |
| Testa – Boca – Olhos | 98,00% | 95,00% | 93,33% |
| Testa – Boca – Nariz | 99,00% | 95,00% | 93,33% |
| Testa – Boca – Queixo | 100,00% | 95,00% | 95,00% |
| Testa – Queixo – Olhos | 99,00% | 95,00% | 93,33% |
| Testa – Queixo – Nariz | 99,00% | 95,00% | 93,33% |
| Testa – Queixo – Boca | 100,00% | 95,00% | 95,00% |

Tabela 5.13: Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes, onde a região da testa é a região seletora.

| Regiões | Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i | | | | | |
|------------------------|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 5 imagens | | 6 imagens | | 7 imagens | |
| | t_T (min.) | t_R (seg.) | t_T (min.) | t_R (seg.) | t_T (min.) | t_R (seg.) |
| Testa – Olhos – Nariz | 6,638 | 0,200 | 6,853 | 0,213 | 6,338 | 0,239 |
| Testa – Olhos – Boca | 6,740 | 0,198 | 6,856 | 0,217 | 6,458 | 0,250 |
| Testa – Olhos – Queixo | 6,136 | 0,195 | 6,312 | 0,211 | 6,099 | 0,239 |
| Testa – Nariz – Olhos | 6,801 | 0,195 | 6,551 | 0,211 | 6,287 | 0,239 |
| Testa – Nariz – Boca | 6,005 | 0,183 | 6,311 | 0,199 | 5,668 | 0,231 |
| Testa – Nariz – Queixo | 5,770 | 0,179 | 5,747 | 0,196 | 5,796 | 0,223 |
| Testa – Boca – Olhos | 6,754 | 0,199 | 6,590 | 0,216 | 7,309 | 0,244 |
| Testa – Boca – Nariz | 5,652 | 0,182 | 5,729 | 0,199 | 6,146 | 0,227 |
| Testa – Boca – Queixo | 5,821 | 0,183 | 6,136 | 0,199 | 6,189 | 0,228 |
| Testa – Queixo – Olhos | 7,573 | 0,195 | 6,751 | 0,211 | 5,985 | 0,241 |
| Testa – Queixo – Nariz | 6,114 | 0,180 | 5,511 | 0,195 | 5,922 | 0,224 |
| Testa – Queixo – Boca | 5,521 | 0,183 | 5,541 | 0,199 | 6,598 | 0,227 |

Tabela 5.14: Taxas de reconhecimento do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes utilizando 3 regiões faciais, onde a região dos olhos é a região seletora.

| Regiões | Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i | | |
|------------------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Olhos – Testa – Nariz | 99,00% | 100,00% | 95,00% |
| Olhos – Testa – Boca | 100,00% | 100,00% | 95,00% |
| Olhos – Testa – Queixo | 100,00% | 100,00% | 95,00% |
| Olhos – Nariz – Testa | 100,00% | 100,00% | 95,00% |
| Olhos – Nariz – Boca | 91,00% | 96,25% | 95,00% |
| Olhos – Nariz – Queixo | 93,00% | 97,50% | 95,00% |
| Olhos – Boca – Testa | 100,00% | 100,00% | 95,00% |
| Olhos – Boca – Nariz | 91,00% | 96,25% | 95,00% |
| Olhos – Boca – Queixo | 94,00% | 97,50% | 95,00% |
| Olhos – Queixo – Testa | 100,00% | 100,00% | 95,00% |
| Olhos – Queixo – Nariz | 93,00% | 97,50% | 95,00% |
| Olhos – Queixo – Boca | 94,00% | 97,50% | 95,00% |

Tabela 5.15: Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes, onde a região dos olhos é a região seletora.

| Regiões | Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i | | | | | |
|------------------------|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 5 imagens | | 6 imagens | | 7 imagens | |
| | t_T (min.) | t_R (seg.) | t_T (min.) | t_R (seg.) | t_T (min.) | t_R (seg.) |
| Olhos – Testa – Nariz | 6,619 | 0,166 | 6,393 | 0,175 | 6,675 | 0,191 |
| Olhos – Testa – Boca | 7,302 | 0,170 | 6,415 | 0,188 | 6,514 | 0,196 |
| Olhos – Testa – Queixo | 6,331 | 0,166 | 6,124 | 0,176 | 6,483 | 0,191 |
| Olhos – Nariz – Testa | 5,948 | 0,167 | 6,599 | 0,176 | 6,556 | 0,190 |
| Olhos – Nariz – Boca | 2,529 | 0,126 | 2,453 | 0,135 | 2,407 | 0,154 |
| Olhos – Nariz – Queixo | 2,238 | 0,126 | 2,124 | 0,132 | 2,265 | 0,147 |
| Olhos – Boca – Testa | 6,118 | 0,169 | 6,676 | 0,179 | 6,519 | 0,200 |
| Olhos – Boca – Nariz | 2,425 | 0,131 | 2,416 | 0,147 | 2,580 | 0,152 |
| Olhos – Boca – Queixo | 2,525 | 0,127 | 2,485 | 0,137 | 2,579 | 0,153 |
| Olhos – Queixo – Testa | 5,865 | 0,166 | 6,105 | 0,177 | 6,288 | 0,191 |
| Olhos – Queixo – Nariz | 2,384 | 0,123 | 2,277 | 0,136 | 2,272 | 0,148 |
| Olhos – Queixo – Boca | 2,500 | 0,128 | 2,547 | 0,138 | 2,442 | 0,161 |

Tabela 5.16: Taxas de reconhecimento do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes utilizando 3 regiões faciais, onde a região do nariz é a região seletora.

| Regiões | Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i | | |
|------------------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Nariz – Testa – Olhos | 85,00% | 90,00% | 96,67% |
| Nariz – Testa – Boca | 85,00% | 90,00% | 98,33% |
| Nariz – Testa – Queixo | 80,00% | 90,00% | 98,33% |
| Nariz – Olhos – Testa | 85,00% | 90,00% | 96,67% |
| Nariz – Olhos – Boca | 83,00% | 90,00% | 96,67% |
| Nariz – Olhos – Queixo | 84,00% | 90,00% | 96,67% |
| Nariz – Boca – Testa | 90,00% | 90,00% | 98,33% |
| Nariz – Boca – Olhos | 83,00% | 90,00% | 96,67% |
| Nariz – Boca – Queixo | 90,00% | 90,00% | 96,67% |
| Nariz – Queixo – Testa | 85,00% | 90,00% | 96,67% |
| Nariz – Queixo – Olhos | 84,00% | 90,00% | 96,67% |
| Nariz – Queixo – Boca | 84,00% | 90,00% | 96,67% |

Tabela 5.17: Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes, onde a região do nariz é a região seletora.

| Regiões | Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i | | | | | |
|------------------------|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 5 imagens | | 6 imagens | | 7 imagens | |
| | t_T (min.) | t_R (seg.) | t_T (min.) | t_R (seg.) | t_T (min.) | t_R (seg.) |
| Nariz – Testa – Olhos | 6,220 | 0,148 | 6,042 | 0,154 | 6,446 | 0,161 |
| Nariz – Testa – Boca | 5,465 | 0,135 | 5,762 | 0,140 | 5,749 | 0,149 |
| Nariz – Testa – Queixo | 5,469 | 0,131 | 5,697 | 0,136 | 5,405 | 0,146 |
| Nariz – Olhos – Testa | 6,058 | 0,147 | 6,554 | 0,152 | 6,438 | 0,161 |
| Nariz – Olhos – Boca | 2,479 | 0,109 | 2,462 | 0,113 | 2,526 | 0,122 |
| Nariz – Olhos – Queixo | 2,500 | 0,104 | 2,181 | 0,110 | 2,360 | 0,118 |
| Nariz – Boca – Testa | 5,483 | 0,135 | 5,213 | 0,141 | 6,092 | 0,148 |
| Nariz – Boca – Olhos | 2,447 | 0,108 | 2,586 | 0,113 | 2,437 | 0,122 |
| Nariz – Boca – Queixo | 1,637 | 0,092 | 1,596 | 0,097 | 1,636 | 0,107 |
| Nariz – Queixo – Testa | 5,343 | 0,132 | 5,735 | 0,138 | 5,448 | 0,145 |
| Nariz – Queixo – Olhos | 2,256 | 0,105 | 2,497 | 0,109 | 2,394 | 0,119 |
| Nariz – Queixo – Boca | 1,598 | 0,092 | 1,564 | 0,097 | 1,629 | 0,106 |

Tabela 5.18: Taxas de reconhecimento do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes utilizando 3 regiões faciais, onde a região da boca é a região seletora.

| Regiões | Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i | | |
|-----------------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Boca – Testa – Olhos | 84,00% | 100,00% | 95,00% |
| Boca – Testa – Nariz | 85,00% | 100,00% | 95,00% |
| Boca – Testa – Queixo | 85,00% | 100,00% | 95,00% |
| Boca – Olhos – Testa | 89,00% | 100,00% | 95,00% |
| Boca – Olhos – Nariz | 81,00% | 96,25% | 95,00% |
| Boca – Olhos – Queixo | 84,00% | 98,75% | 93,33% |
| Boca – Nariz – Testa | 85,00% | 100,00% | 95,00% |
| Boca – Nariz – Olhos | 81,00% | 96,25% | 95,00% |
| Boca – Nariz – Queixo | 85,00% | 97,50% | 93,33% |
| Boca – Queixo – Testa | 85,00% | 100,00% | 95,00% |
| Boca – Queixo – Olhos | 84,00% | 97,50% | 93,33% |
| Boca – Queixo – Nariz | 84,00% | 97,50% | 95,00% |

Tabela 5.19: Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes, onde a região da boca é a região seletora.

| Regiões | Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i | | | | | |
|-----------------------|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 5 imagens | | 6 imagens | | 7 imagens | |
| | t_T (min.) | t_R (seg.) | t_T (min.) | t_R (seg.) | t_T (min.) | t_R (seg.) |
| Boca – Testa – Olhos | 6,688 | 0,157 | 6,221 | 0,163 | 6,300 | 0,174 |
| Boca – Testa – Nariz | 5,462 | 0,140 | 5,962 | 0,146 | 5,103 | 0,157 |
| Boca – Testa – Queixo | 5,388 | 0,141 | 6,031 | 0,147 | 5,972 | 0,157 |
| Boca – Olhos – Testa | 6,934 | 0,159 | 6,866 | 0,163 | 6,599 | 0,180 |
| Boca – Olhos – Nariz | 2,523 | 0,114 | 2,483 | 0,123 | 2,511 | 0,134 |
| Boca – Olhos – Queixo | 2,417 | 0,114 | 2,371 | 0,120 | 2,673 | 0,133 |
| Boca – Nariz – Testa | 5,351 | 0,140 | 5,635 | 0,146 | 5,732 | 0,156 |
| Boca – Nariz – Olhos | 2,443 | 0,113 | 2,590 | 0,120 | 2,414 | 0,132 |
| Boca – Nariz – Queixo | 1,573 | 0,098 | 1,702 | 0,103 | 1,588 | 0,114 |
| Boca – Queixo – Testa | 5,549 | 0,140 | 6,232 | 0,147 | 6,096 | 0,157 |
| Boca – Queixo – Olhos | 2,574 | 0,114 | 2,610 | 0,120 | 2,468 | 0,130 |
| Boca – Queixo – Nariz | 1,645 | 0,098 | 1,594 | 0,107 | 1,595 | 0,114 |

Tabela 5.20: Taxas de reconhecimento do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes utilizando 3 regiões faciais, onde a região do queixo é a região seletora.

| Regiões | Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i | | |
|------------------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Queixo – Testa – Olhos | 90,00% | 90,00% | 95,00% |
| Queixo – Testa – Nariz | 90,00% | 90,00% | 95,00% |
| Queixo – Testa – Boca | 90,00% | 90,00% | 95,00% |
| Queixo – Olhos – Testa | 90,00% | 95,00% | 95,00% |
| Queixo – Olhos – Nariz | 88,00% | 90,00% | 95,00% |
| Queixo – Olhos – Boca | 88,00% | 90,00% | 95,00% |
| Queixo – Nariz – Testa | 90,00% | 90,00% | 95,00% |
| Queixo – Nariz – Olhos | 87,00% | 90,00% | 95,00% |
| Queixo – Nariz – Boca | 87,00% | 90,00% | 93,33% |
| Queixo – Boca – Testa | 90,00% | 85,00% | 95,00% |
| Queixo – Boca – Olhos | 88,00% | 90,00% | 95,00% |
| Queixo – Boca – Nariz | 88,00% | 85,00% | 93,33% |

Tabela 5.21: Tempos de treinamento (t_T) e de reconhecimento (t_R) do PCA Seletivo para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes, onde a região do queixo é a região seletora.

| Regiões | Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i | | | | | |
|------------------------|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 5 imagens | | 6 imagens | | 7 imagens | |
| | t_T (min.) | t_R (seg.) | t_T (min.) | t_R (seg.) | t_T (min.) | t_R (seg.) |
| Queixo – Testa – Olhos | 6,528 | 0,148 | 6,106 | 0,160 | 6,668 | 0,162 |
| Queixo – Testa – Nariz | 5,294 | 0,132 | 5,521 | 0,137 | 5,301 | 0,146 |
| Queixo – Testa – Boca | 5,780 | 0,136 | 5,732 | 0,142 | 5,471 | 0,150 |
| Queixo – Olhos – Testa | 6,536 | 0,148 | 5,948 | 0,154 | 6,405 | 0,162 |
| Queixo – Olhos – Nariz | 2,376 | 0,105 | 2,254 | 0,111 | 2,372 | 0,119 |
| Queixo – Olhos – Boca | 2,657 | 0,110 | 2,734 | 0,115 | 2,501 | 0,123 |
| Queixo – Nariz – Testa | 5,261 | 0,132 | 5,583 | 0,137 | 5,331 | 0,145 |
| Queixo – Nariz – Olhos | 2,320 | 0,105 | 2,190 | 0,110 | 2,290 | 0,119 |
| Queixo – Nariz – Boca | 1,568 | 0,095 | 1,709 | 0,099 | 1,538 | 0,106 |
| Queixo – Boca – Testa | 5,799 | 0,137 | 5,908 | 0,141 | 5,667 | 0,149 |
| Queixo – Boca – Olhos | 2,572 | 0,109 | 2,766 | 0,114 | 2,488 | 0,123 |
| Queixo – Boca – Nariz | 1,616 | 0,093 | 1,598 | 0,100 | 1,649 | 0,109 |

5.5 Resultados obtidos utilizando algoritmos genéticos

Uma outra forma de reconhecimento facial desenvolvida nesta tese é o método Algoritmo Genético Aplicado em Reconhecimento Facial (AG Facial), descrito na Seção 4.4. O objetivo da utilização de algoritmo genético (AG) para reconhecimento facial é tentar obter um novo método de reconhecimento que use menos recursos computacionais (memória RAM e carga do processador).

O banco de imagens utilizado para determinar as taxas de reconhecimento do AG Facial é o mesmo utilizado para o método PCA Avançado (Seção 5.2). A Tabela 5.22 mostra os resultados das taxas de reconhecimento do método AG Facial aplicado a esse banco de imagens.

Tabela 5.22: Taxas de reconhecimento dos Algoritmos Genéticos para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes.

| N_i | <i>Taxa de Reconhecimento</i> |
|-------|-------------------------------|
| 5 | 93,00% |
| 6 | 92,50% |
| 7 | 93,33% |

Pode-se observar na Tabela 5.22 que as taxas de reconhecimento para o método AG Facial diminuem quando utiliza-se 6 imagens de treinamento em vez de 5, mas a taxa volta a subir quando são utilizadas 7 imagens de treinamento. Comparando as Tabelas 5.1 e 5.22, os valores das taxas de reconhecimento dos métodos PCA Avançado e AG Facial são próximos. Mas quando são utilizadas 7 imagens de treinamento, o método PCA Avançado obtém uma taxa de reconhecimento maior do que o AG Facial.

Pode-se verificar na Tabela 5.23 que os tempos de reconhecimento do AG Facial para 5 e 6 imagens de treinamento são praticamente os mesmos. Isso se deve ao fato que esse método trabalha sempre com um número par de imagens de treinamento para definir a população inicial, pois o operador crossover sempre utiliza dois indivíduos pais para gerar dois indivíduos filhos. Quando é utilizado um número ímpar de imagens de treinamento

(por exemplo 5 imagens), sempre faltará uma imagem para formar par com outra e assim gerar os indivíduos filhos. Esse problema é resolvido escolhendo aleatoriamente uma das N_i imagens de treinamento e essa imagem selecionada é duplicada, formando assim uma população inicial com uma quantidade par de indivíduos.

Tabela 5.23: Tempos de reconhecimento (t_R) do AG Facial para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes.

| N_i | t_R (seg.) |
|-------|--------------|
| 5 | 6,643 |
| 6 | 6,753 |
| 7 | 8,705 |

Comparando as Tabelas 5.2 e 5.23, pode-se observar que o tempo de treinamento existe somente para o método PCA Avançado, onde esse tempo é o tempo para o cálculo das matrizes de covariâncias e seus respectivos autovetores.

Analisando somente o tempo de processamento e dependendo da situação, um método pode ser mais vantajoso do que o outro. Por exemplo, supondo que deseja-se identificar somente 10 pessoas em $L = 20$ classes, utilizando $N_i = 7$ imagens de treinamento. Se o método PCA Avançado é utilizado, considerando que esse método ainda não realizou a fase de treinamento e com base nos valores da Tabela 5.2, o tempo total de processamento é igual a: $56,533 + \frac{10}{60} \times 1,558 = 56,79$ minutos. Se o método AG Facial é utilizado sobre as mesmas condições e com base nos valores da Tabela 5.23, o tempo total de processamento é igual a: $\frac{10}{60} \times 8,705 = 1,45$ minutos. O tempo gasto pelo método PCA Avançado é 3.914,30% maior do que o tempo de processamento do método AG Facial. Se o treinamento do método PCA Avançado já tiver sido realizado, o tempo total cai para $\frac{10}{60} \times 1,558 = 0,26$ minutos, onde o tempo do método AG Facial é 558,41% maior do que o tempo total do PCA Avançado.

Em relação ao tempo de processamento, conclui-se que o método AG Facial é mais vantajoso em relação ao PCA Avançado quando a fase de treinamento do PCA Avançado ainda não foi realizada.

A Tabela 5.24 mostra os valores das taxas de reconhecimento quando são utilizadas 40 classes diferentes. Comparando as Tabelas 5.22 e 5.24, nota-se uma melhora nas taxas de reconhecimento quando o número de classes é dobrado. Comparando as Tabelas 5.3 e 5.24, verifica-se que as taxas de reconhecimento do método AG Facial são melhores do que a do PCA Avançado.

Tabela 5.24: Taxas de reconhecimento do algoritmo genético para N_i imagens de treinamento e $L = 40$ classes.

| N_i | Taxa de Reconhecimento |
|-------|------------------------|
| 5 | 92,50% |
| 6 | 93,75% |
| 7 | 94,13% |

A Tabela 5.25 mostra os tempos de processamento do método AG Facial para $L = 40$ classes.

Tabela 5.25: Tempos de reconhecimento (t_R) do AG Facial para N_i imagens de treinamento e $L = 40$ classes.

| N_i | t_R (seg.) |
|-------|--------------|
| 5 | 12,786 |
| 6 | 13,066 |
| 7 | 16,780 |

A partir das Tabelas 5.4 e 5.25, é possível fazer uma nova comparação entre os tempos de processamento dos métodos PCA Avançado e AG Facial. Supondo que deseja-se identificar somente 10 pessoas, em $L = 40$ classes e utilizando $N_i = 7$ imagens de treinamento. Com referência a Tabela 5.4 e considerando que a fase de treinamento ainda não foi realizada, o tempo de processamento do método PCA Avançado é igual a: $118,415 + \frac{10}{60} \times 3,454 = 118,99$ minutos. Se o método AG Facial é utilizado sobre as mesmas condições e com base nos valores da Tabela 5.25, o tempo total de processamento é igual a: $\frac{10}{60} \times 16,78 = 2,79$ minutos. O tempo gasto pelo método PCA Avançado é 4264,87% maior

do que o tempo de processamento do método AG Facial. Se o treinamento do método PCA Avançado já tiver sido realizado, o tempo total cai para $\frac{10}{60} \times 3,454 = 0,58$ minutos, onde o tempo do método AG Facial é 481,03% maior do que o tempo total do PCA Avançado.

Conclui-se que quanto maior é o número de classes do banco de imagens, maior é o tempo de processamento dos métodos PCA Avançado e AG Facial.

5.6 Resultados obtidos utilizando Algoritmos Genéticos Segmentado

Outro método desenvolvido neste trabalho é o Algoritmo Genético Segmentado descrito na Seção 4.5. Esse método, da mesma forma que o método PCA Segmentado (Seção 3.3), utiliza imagens das cinco regiões faciais (testa, olhos, nariz, boca e queixo) da face. O banco de imagens utilizado para determinar as taxas de reconhecimento dos métodos AG Segmentado e PCA Segmentado é o mesmo.

A Tabela 5.26 mostra os valores da taxa de reconhecimento para o método AG Segmentado para 5, 6 e 7 imagens de treinamento.

Tabela 5.26: Taxa de reconhecimento do AG Segmentado para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes.

| N_i | <i>Taxa de Reconhecimento</i> |
|-------|-------------------------------|
| 5 | 99,00% |
| 6 | 100,00% |
| 7 | 100,00% |

O funcionamento do método AG Segmentado é similar ao do método PCA Segmentado, sendo que ambos os métodos são comparados utilizando os valores das taxas de reconhecimento das Tabelas 5.6 e 5.26. Pode-se verificar nestas tabelas que para 5 imagens de treinamento, ambos os métodos obtiveram uma taxa de reconhecimento de 99,00%. Para 6 e 7 imagens de treinamento, o método AG Segmentado obteve taxas de reconhecimento

de 100,00%, com resultados bem melhores do que o método PCA Segmentado em número de acertos.

Tabela 5.27: Tempos de reconhecimento (t_R) do AG Segmentado para N_i imagens de treinamento e $L = 20$ classes.

| N_i | t_R (seg.) |
|-------|--------------|
| 5 | 9,791 |
| 6 | 10,493 |
| 7 | 12,298 |

A Tabela 5.27 mostra os tempos de reconhecimento do método AG Segmentado. Supondo novamente que deseja-se identificar 10 pessoas, em $L = 20$ classes e utilizando $N_i = 7$ imagens de treinamento. Com referência a Tabela 5.7 e considerando que a fase de treinamento ainda não foi realizada, o tempo de processamento do método PCA Segmentado é igual a: $7,535 + \frac{10}{60} \times 1,487 = 7,78$ minutos. Se o método AG Segmentado é utilizado nas mesmas condições e com base nos valores da Tabela 5.27, o tempo total de processamento é igual a: $\frac{10}{60} \times 12,298 = 2,05$ minutos. O tempo gasto pelo método PCA Segmentado é 379,51% maior do que o tempo de processamento do método AG Segmentado. Se o treinamento do método PCA Segmentado tiver sido realizado, o tempo total diminui para $\frac{10}{60} \times 1,487 = 0,25$ minutos e o tempo do método AG Segmentado é 827,17% maior do que o tempo total do PCA Segmentado.

Como pode ser observado nas Tabelas 5.22 e 5.26, entre os dois métodos desenvolvidos neste trabalho que utilizam algoritmos genéticos, AG Facial e AG Segmentado, o método que trabalha com imagens segmentadas da face que apresentou as maiores taxas de reconhecimento é o método AG Segmentado.

De acordo com as Tabelas 5.23 e 5.27, o método AG Segmentado obteve tempos de reconhecimento menores do que o método AG Facial, pois esse primeiro método trabalha com vetores menores do que o método AG Facial, reduzindo assim, o tempo para os cálculos das operações matemáticas.

5.7 Resultados obtidos utilizando Algoritmos Genéticos Seletivo

O último método de reconhecimento facial desenvolvido neste trabalho é o AG Seletivo, descrito na Seção 4.6. Esse método é equivalente ao método PCA Seletivo (Seção 3.4), mas ao invés de utilizar a análise de componentes principais no reconhecimento facial utiliza-se algoritmos genéticos.

As taxas de reconhecimento do método AG Seletivo são obtidas a partir do mesmo banco de imagens utilizado pelos métodos das Seções 5.3, 5.4 e 5.6.

Da mesma forma que o método PCA Seletivo, o usuário deve informar para o método AG Seletivo: quais regiões faciais serão utilizadas no processo de reconhecimento, a ordem do cálculo das distâncias das regiões faciais para L classes e o valor de k (número de classes que serão utilizadas após a primeira etapa do método).

Os resultados do AG Seletivo são mostrados nesta seção para quando são utilizadas 1, 2 e 3 regiões faciais no reconhecimento. Todos os resultados do AG Seletivo são para $k = 3$ (as 3 classes que possuem as 3 menores distâncias da primeira etapa do método).

5.7.1 Uma região facial

A Tabela 5.28 mostra as taxas de reconhecimento obtidas com o método AG Seletivo.

Tabela 5.28: Taxas de reconhecimento do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ e utilizando uma região facial.

| <i>Regiões</i> | <i>Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i</i> | | |
|----------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Testa | 86,00% | 85,00% | 81,67% |
| Olhos | 78,00% | 83,75% | 80,00% |
| Nariz | 82,00% | 91,25% | 93,33% |
| Boca | 78,00% | 87,50% | 88,33% |
| Queixo | 84,00% | 85,00% | 86,67% |

Comparando-se as Tabelas 5.8 e 5.28, os métodos PCA Seletivo e AG Seletivo têm praticamente as mesmas taxas de reconhecimento quando utiliza-se uma região facial, onde o resultado obtido ao usar 7 imagens de treinamento no método AG Seletivo é maior do que quando utiliza-se o PCA Seletivo.

A Tabela 5.29 mostra os tempos de reconhecimento do método AG Seletivo quando utiliza-se uma região.

Tabela 5.29: Tempo de reconhecimento (t_R) em segundos do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando uma região facial.

| <i>Regiões</i> | <i>Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i</i> | | |
|----------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Testa | 2,642 | 2,815 | 3,463 |
| Olhos | 2,011 | 2,144 | 2,606 |
| Nariz | 1,581 | 1,698 | 1,816 |
| Boca | 1,597 | 1,904 | 2,264 |
| Queixo | 1,558 | 1,796 | 2,127 |

As Tabelas 5.9 e 5.29 mostram que o método AG Seletivo é mais rápido do que o método PCA Seletivo, onde o tempo de treinamento do método PCA Seletivo aumenta o tempo de reconhecimento.

5.7.2 Duas regiões faciais

Foi discutido na Seção 4.6 que quando o método AG Seletivo utiliza duas regiões faciais, trata-se de um exemplo de arranjo, pois a primeira região é que seleciona quais classes que serão utilizadas nas demais etapas do processo de reconhecimento. A Tabela 5.30 mostra todas as possibilidades de arranjos de 2 regiões e suas respectivas taxas de reconhecimento.

Os valores das taxas de reconhecimento do método AG Seletivo quando são utilizadas duas regiões faciais são muito próximos das taxas obtidas com o método PCA Seletivo para duas regiões. Como pode-se observar na Tabela 5.30 que quando são utilizados os

Tabela 5.30: Taxas de reconhecimento do Algoritmos Genéticos para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ e utilizando duas regiões faciais.

| <i>Regiões</i> | <i>Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i</i> | | |
|----------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Testa – Olhos | 96,00% | 93,75% | 95,00% |
| Testa – Nariz | 96,00% | 93,75% | 93,33% |
| Testa – Boca | 97,00% | 95,00% | 95,00% |
| Testa – Queixo | 99,00% | 95,00% | 95,00% |
| Olhos – Testa | 89,00% | 98,75% | 100,00% |
| Olhos – Nariz | 85,00% | 96,25% | 95,00% |
| Olhos – Boca | 84,00% | 98,75% | 96,67% |
| Olhos – Queixo | 85,00% | 96,25% | 98,33% |
| Nariz – Testa | 90,00% | 95,00% | 95,00% |
| Nariz – Olhos | 88,00% | 91,25% | 93,33% |
| Nariz – Boca | 85,00% | 93,75% | 90,00% |
| Nariz – Queixo | 87,00% | 92,50% | 93,33% |
| Boca – Testa | 80,00% | 95,00% | 90,00% |
| Boca – Olhos | 77,00% | 92,50% | 88,33% |
| Boca – Nariz | 76,00% | 93,75% | 88,33% |
| Boca – Queixo | 76,00% | 95,00% | 86,67% |
| Queixo – Testa | 87,00% | 91,25% | 100,00% |
| Queixo – Olhos | 91,00% | 92,50% | 98,33% |
| Queixo – Nariz | 83,00% | 90,00% | 98,33% |
| Queixo – Boca | 85,00% | 88,75% | 91,67% |

arranjos olhos – testa e queixo – testa, o algoritmo AG Seletivo obteve taxas de reconhecimento iguais a 100,00%.

A Tabela 5.31 mostra os tempos de reconhecimento obtidos pelo método AG Seletivo.

Pode-se verificar nas Tabelas 5.11 e 5.31 que o método AG Seletivo é mais rápido do

Tabela 5.31: Tempo de reconhecimento (t_R) em segundos do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando duas regiões faciais.

| <i>Regiões</i> | <i>Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i</i> | | |
|----------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Testa – Olhos | 1,287 | 1,360 | 1,918 |
| Testa – Nariz | 1,185 | 1,345 | 1,859 |
| Testa – Boca | 1,196 | 1,360 | 1,898 |
| Testa – Queixo | 1,184 | 1,349 | 1,839 |
| Olhos – Testa | 1,098 | 1,260 | 1,666 |
| Olhos – Nariz | 0,956 | 1,114 | 1,489 |
| Olhos – Boca | 0,958 | 1,116 | 1,508 |
| Olhos – Queixo | 0,953 | 1,110 | 1,468 |
| Nariz – Testa | 0,973 | 1,104 | 1,473 |
| Nariz – Olhos | 0,877 | 1,040 | 1,315 |
| Nariz – Boca | 0,744 | 0,995 | 1,252 |
| Nariz – Queixo | 0,816 | 0,965 | 1,234 |
| Boca – Testa | 1,037 | 1,200 | 1,532 |
| Boca – Olhos | 0,920 | 1,069 | 1,365 |
| Boca – Nariz | 0,828 | 1,011 | 1,297 |
| Boca – Queixo | 0,846 | 1,005 | 1,289 |
| Queixo – Testa | 0,973 | 1,112 | 1,439 |
| Queixo – Olhos | 0,881 | 1,012 | 1,315 |
| Queixo – Nariz | 0,807 | 0,964 | 1,216 |
| Queixo – Boca | 0,824 | 0,986 | 1,276 |

que o método PCA Seletivo. O tempo de treinamento do método PCA Seletivo é o que faz esse método se tornar mais lento, mas se a fase de treinamento já tiver sido realizada, esse método apresenta um tempo de processamento menor do que o método AG Seletivo.

5.7.3 Três regiões faciais

Da mesma forma que foi realizado para o método PCA Seletivo de 3 regiões, as taxas de reconhecimento do método AG Seletivo foram separadas em 5 tabelas, categorizadas de forma que as regiões seletoras (as regiões que determinam quais as classes serão utilizadas nas próximas etapas do AG Seletivo) possuam tabelas exclusivas.

A Tabela 5.32 mostra as taxas de reconhecimento para o método AG Seletivo quando a região da testa é a região seletora. As taxas de reconhecimento do AG Seletivo são próximas das taxas obtidas pelo método PCA Seletivo, conforme pode ser observado nas Tabelas 5.12 e 5.32. Ambos os métodos obtiveram taxas iguais a 100%, mas esta taxa ocorreu mais no método PCA Seletivo.

Os tempos de reconhecimento do método AG Seletivo para 3 regiões faciais são mostrados na Tabela 5.33. Pode-se observar nessa tabela que o tempo médio de reconhecimento desse método para 3 regiões faciais onde a região seletora é a imagem da testa é de aproximadamente 2 segundos.

As taxas de reconhecimento para o método AG Seletivo para 3 regiões faciais quando a região dos olhos é a região seletora são mostradas na Tabela 5.34. Comparando-se as regiões da testa e dos olhos quando ambas são regiões seletoras, a região da testa possui taxas de reconhecimento maiores do que a região dos olhos quando são utilizadas 5 imagens de treinamento, no entanto a região dos olhos possui maiores taxas de reconhecimento para 6 e 7 imagens de treinamento. A região dos olhos possui uma maior quantidade de arranjos com taxas de reconhecimento iguais a 100% do que a região da testa.

A Tabela 5.35 mostra os tempos de reconhecimento para a região dos olhos. Comparando com a região da testa, os tempos totais são bastante próximos.

A Tabela 5.36 ilustra a taxa de reconhecimento para a região do nariz. Pode-se verificar nessa tabela, que a taxa de reconhecimento da região do nariz diminui quando aumenta o número de imagens de treinamento de 6 para 7. A Tabela 5.37 mostra os tempos de processamento para a região do nariz.

A região que apresenta as menores taxas de reconhecimento quando se utiliza o AG Seletivo para 3 regiões é a região da boca, conforme pode ser observado na Tabela 5.38.

Quando o número de imagens de treinamento aumenta de 5 para 6, ocorre um aumento das taxas de reconhecimento, mas se são utilizadas 7 imagens de treinamento, a taxa diminui. Os tempos de processamento da região da boca são mostrados na Tabela 5.39.

Como mostrado na Tabela 5.40, a taxa de reconhecimento da região do queixo aumenta quando o número de imagens de treinamento aumenta. Os melhores resultados são obtidos quando se utiliza 7 imagens de treinamento para essa região. A Tabela 5.41 ilustra o tempo de reconhecimento da região do queixo.

Tabela 5.32: Taxas de reconhecimento do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ e utilizando 3 regiões faciais, onde a região da testa é a região seletora.

| <i>Regiões</i> | <i>Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i</i> | | |
|------------------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Testa – Olhos – Nariz | 99,00% | 95,00% | 95,00% |
| Testa – Olhos – Boca | 98,00% | 95,00% | 95,00% |
| Testa – Olhos – Queixo | 100,00% | 95,00% | 95,00% |
| Testa – Nariz – Olhos | 99,00% | 95,00% | 95,00% |
| Testa – Nariz – Boca | 99,00% | 95,00% | 95,00% |
| Testa – Nariz – Queixo | 100,00% | 95,00% | 95,00% |
| Testa – Boca – Olhos | 98,00% | 95,00% | 95,00% |
| Testa – Boca – Nariz | 99,00% | 95,00% | 95,00% |
| Testa – Boca – Queixo | 100,00% | 95,00% | 95,00% |
| Testa – Queixo – Olhos | 100,00% | 95,00% | 95,00% |
| Testa – Queixo – Nariz | 100,00% | 95,00% | 95,00% |
| Testa – Queixo – Boca | 100,00% | 95,00% | 95,00% |

Tabela 5.33: Tempo de reconhecimento (t_R) em segundos do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando 3 regiões faciais, onde a região da testa é a região seletora.

| <i>Regiões</i> | <i>Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i</i> | | |
|------------------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Testa – Olhos – Nariz | 1,600 | 1,684 | 2,333 |
| Testa – Olhos – Boca | 1,522 | 1,756 | 2,330 |
| Testa – Olhos – Queixo | 1,547 | 1,726 | 2,309 |
| Testa – Nariz – Olhos | 1,507 | 1,805 | 2,336 |
| Testa – Nariz – Boca | 1,485 | 1,669 | 2,268 |
| Testa – Nariz – Queixo | 1,443 | 1,678 | 2,242 |
| Testa – Boca – Olhos | 1,527 | 1,768 | 2,365 |
| Testa – Boca – Nariz | 1,457 | 1,683 | 2,263 |
| Testa – Boca – Queixo | 1,463 | 1,661 | 2,216 |
| Testa – Queixo – Olhos | 1,487 | 1,698 | 2,279 |
| Testa – Queixo – Nariz | 1,460 | 1,657 | 2,228 |
| Testa – Queixo – Boca | 1,449 | 1,684 | 2,241 |

Tabela 5.34: Taxas de reconhecimento do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ e utilizando 3 regiões faciais, onde a região dos olhos é a região seletora.

| <i>Regiões</i> | <i>Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i</i> | | |
|------------------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Olhos – Testa – Nariz | 90,00% | 100,00% | 100,00% |
| Olhos – Testa – Boca | 90,00% | 100,00% | 100,00% |
| Olhos – Testa – Queixo | 90,00% | 100,00% | 100,00% |
| Olhos – Nariz – Testa | 90,00% | 100,00% | 100,00% |
| Olhos – Nariz – Boca | 85,00% | 98,75% | 96,67% |
| Olhos – Nariz – Queixo | 85,00% | 97,50% | 98,33% |
| Olhos – Boca – Testa | 90,00% | 100,00% | 100,00% |
| Olhos – Boca – Nariz | 85,00% | 98,75% | 96,67% |
| Olhos – Boca – Queixo | 83,00% | 97,50% | 98,33% |
| Olhos – Queixo – Testa | 90,00% | 100,00% | 100,00% |
| Olhos – Queixo – Nariz | 85,00% | 97,50% | 98,33% |
| Olhos – Queixo – Boca | 83,00% | 97,50% | 98,33% |

Tabela 5.35: Tempo de reconhecimento (t_R) em segundos do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando 3 regiões faciais, onde a região dos olhos é a região seletora.

| <i>Regiões</i> | <i>Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i</i> | | |
|------------------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Olhos – Testa – Nariz | 1,386 | 1,607 | 2,091 |
| Olhos – Testa – Boca | 1,418 | 1,615 | 2,013 |
| Olhos – Testa – Queixo | 1,373 | 1,612 | 2,078 |
| Olhos – Nariz – Testa | 1,410 | 1,577 | 2,040 |
| Olhos – Nariz – Boca | 1,224 | 1,377 | 1,804 |
| Olhos – Nariz – Queixo | 1,196 | 1,377 | 1,807 |
| Olhos – Boca – Testa | 1,393 | 1,605 | 2,099 |
| Olhos – Boca – Nariz | 1,262 | 1,433 | 1,886 |
| Olhos – Boca – Queixo | 1,252 | 1,431 | 1,871 |
| Olhos – Queixo – Testa | 1,397 | 1,596 | 2,065 |
| Olhos – Queixo – Nariz | 1,240 | 1,447 | 1,859 |
| Olhos – Queixo – Boca | 1,227 | 1,413 | 1,829 |

Tabela 5.36: Taxas de reconhecimento do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ e utilizando 3 regiões faciais, onde a região do nariz é a região seletora.

| <i>Regiões</i> | <i>Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i</i> | | |
|------------------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Nariz – Testa – Olhos | 90,00% | 95,00% | 95,00% |
| Nariz – Testa – Boca | 90,00% | 95,00% | 95,00% |
| Nariz – Testa – Queixo | 90,00% | 95,00% | 95,00% |
| Nariz – Olhos – Testa | 90,00% | 95,00% | 95,00% |
| Nariz – Olhos – Boca | 88,00% | 93,75% | 93,33% |
| Nariz – Olhos – Queixo | 89,00% | 93,75% | 93,33% |
| Nariz – Boca – Testa | 90,00% | 95,00% | 95,00% |
| Nariz – Boca – Olhos | 88,00% | 93,75% | 93,33% |
| Nariz – Boca – Queixo | 87,00% | 93,75% | 90,00% |
| Nariz – Queixo – Testa | 90,00% | 95,00% | 95,00% |
| Nariz – Queixo – Olhos | 89,00% | 93,75% | 93,33% |
| Nariz – Queixo – Boca | 87,00% | 93,75% | 90,00% |

Tabela 5.37: Tempo de reconhecimento (t_R) em segundos do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando 3 regiões faciais, onde a região do nariz é a região seletora.

| <i>Regiões</i> | <i>Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i</i> | | |
|------------------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Nariz – Testa – Olhos | 1,293 | 1,499 | 1,867 |
| Nariz – Testa – Boca | 1,257 | 1,445 | 1,856 |
| Nariz – Testa – Queixo | 1,277 | 1,481 | 1,842 |
| Nariz – Olhos – Testa | 1,302 | 1,502 | 1,915 |
| Nariz – Olhos – Boca | 1,196 | 1,348 | 1,662 |
| Nariz – Olhos – Queixo | 1,152 | 1,341 | 1,711 |
| Nariz – Boca – Testa | 1,260 | 1,434 | 1,854 |
| Nariz – Boca – Olhos | 1,200 | 1,327 | 1,733 |
| Nariz – Boca – Queixo | 1,103 | 1,284 | 1,660 |
| Nariz – Queixo – Testa | 1,253 | 1,402 | 1,781 |
| Nariz – Queixo – Olhos | 1,142 | 1,333 | 1,660 |
| Nariz – Queixo – Boca | 1,133 | 1,268 | 1,578 |

Tabela 5.38: Taxas de reconhecimento do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ e utilizando 3 regiões faciais, onde a região da boca é a região seletora.

| <i>Regiões</i> | <i>Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i</i> | | |
|-----------------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Boca – Testa – Olhos | 80,00% | 95,00% | 90,00% |
| Boca – Testa – Nariz | 80,00% | 95,00% | 90,00% |
| Boca – Testa – Queixo | 80,00% | 95,00% | 90,00% |
| Boca – Olhos – Testa | 80,00% | 95,00% | 90,00% |
| Boca – Olhos – Nariz | 78,00% | 93,75% | 88,33% |
| Boca – Olhos – Queixo | 77,00% | 95,00% | 88,33% |
| Boca – Nariz – Testa | 80,00% | 95,00% | 90,00% |
| Boca – Nariz – Olhos | 78,00% | 93,75% | 88,33% |
| Boca – Nariz – Queixo | 78,00% | 95,00% | 88,33% |
| Boca – Queixo – Testa | 80,00% | 95,00% | 90,00% |
| Boca – Queixo – Olhos | 77,00% | 95,00% | 88,33% |
| Boca – Queixo – Nariz | 78,00% | 95,00% | 88,33% |

Tabela 5.39: Tempo de reconhecimento (t_R) em segundos do AG Seletivo para para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando 3 regiões faciais, onde a região da boca é a região seletora.

| <i>Regiões</i> | <i>Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i</i> | | |
|-----------------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Boca – Testa – Olhos | 1,379 | 1,540 | 1,955 |
| Boca – Testa – Nariz | 1,313 | 1,508 | 1,885 |
| Boca – Testa – Queixo | 1,314 | 1,495 | 1,921 |
| Boca – Olhos – Testa | 1,357 | 1,561 | 2,003 |
| Boca – Olhos – Nariz | 1,233 | 1,395 | 1,764 |
| Boca – Olhos – Queixo | 1,219 | 1,363 | 1,700 |
| Boca – Nariz – Testa | 1,288 | 1,447 | 1,879 |
| Boca – Nariz – Olhos | 1,205 | 1,343 | 1,708 |
| Boca – Nariz – Queixo | 1,120 | 1,290 | 1,640 |
| Boca – Queixo – Testa | 1,320 | 1,470 | 1,854 |
| Boca – Queixo – Olhos | 1,188 | 1,381 | 1,722 |
| Boca – Queixo – Nariz | 1,143 | 1,285 | 1,618 |

Tabela 5.40: Taxas de reconhecimento do AG Seletivo para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ e utilizando 3 regiões faciais, onde a região do queixo é a região seletora.

| Regiões | Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i | | |
|------------------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Queixo – Testa – Olhos | 95,00% | 95,00% | 100,00% |
| Queixo – Testa – Nariz | 90,00% | 95,00% | 100,00% |
| Queixo – Testa – Boca | 90,00% | 95,00% | 100,00% |
| Queixo – Olhos – Testa | 90,00% | 95,00% | 100,00% |
| Queixo – Olhos – Nariz | 87,00% | 93,75% | 98,33% |
| Queixo – Olhos – Boca | 90,00% | 93,75% | 98,33% |
| Queixo – Nariz – Testa | 90,00% | 95,00% | 100,00% |
| Queixo – Nariz – Olhos | 87,00% | 93,75% | 98,33% |
| Queixo – Nariz – Boca | 86,00% | 93,75% | 95,00% |
| Queixo – Boca – Testa | 90,00% | 95,00% | 100,00% |
| Queixo – Boca – Olhos | 86,00% | 93,75% | 98,33% |
| Queixo – Boca – Nariz | 86,00% | 93,75% | 95,00% |

Tabela 5.41: Tempo de reconhecimento (t_R) em segundos do AG Seletivo para para N_i imagens de treinamento, $L = 20$ classes e utilizando 3 regiões faciais, onde a região do queixo é a região seletora.

| Regiões | Quantidade de Imagens Utilizadas no Treinamento N_i | | |
|------------------------|---|-----------|-----------|
| | 5 imagens | 6 imagens | 7 imagens |
| Queixo – Testa – Olhos | 1,298 | 1,464 | 1,893 |
| Queixo – Testa – Nariz | 1,255 | 1,439 | 1,787 |
| Queixo – Testa – Boca | 1,295 | 1,412 | 1,814 |
| Queixo – Olhos – Testa | 1,307 | 1,478 | 1,927 |
| Queixo – Olhos – Nariz | 1,162 | 1,330 | 1,671 |
| Queixo – Olhos – Boca | 1,161 | 1,350 | 1,696 |
| Queixo – Nariz – Testa | 1,227 | 1,390 | 1,753 |
| Queixo – Nariz – Olhos | 1,132 | 1,302 | 1,646 |
| Queixo – Nariz – Boca | 1,082 | 1,249 | 1,570 |
| Queixo – Boca – Testa | 1,245 | 1,428 | 1,798 |
| Queixo – Boca – Olhos | 1,176 | 1,328 | 1,648 |
| Queixo – Boca – Nariz | 1,094 | 1,261 | 1,615 |

5.8 Conclusões

Este capítulo mostrou os resultados de 6 algoritmos de reconhecimento facial, onde estes algoritmos são aplicações dos métodos Principal Components Analysis (PCA) e Algoritmos Genéticos em processamento digital de imagens.

Todos os algoritmos apresentaram altas taxas de reconhecimento, e para alguns casos dos algoritmos desenvolvidos nesta tese foram obtidas taxas iguais a 100%. Os métodos que apresentaram as melhores taxas de reconhecimento e os menores tempos de processamento são os desenvolvidos neste trabalho (Seção 5.3 a 5.7). O pior resultado da taxa de reconhecimento é quando utiliza-se o método PCA Seletivo, para somente uma região facial, onde a região seletora é a região do nariz e são utilizadas 5 imagens de treinamento como mostrado na Tabela 5.8.

Os tempos de processamento dos métodos que utilizam PCA são maiores do que os métodos que utilizam Algoritmos Genéticos. Isto se deve ao fato que na fase de treinamento dos métodos que utilizam PCA é necessário obter as matrizes de covariância de cada classe por intermédio de multiplicações de matrizes muito grandes. Outro fator que torna os métodos PCA's mais lentos é o cálculo dos autovetores das matrizes de covariância, onde esse cálculo é realizado por métodos iterativos e às vezes de convergência demorada. Mas se a fase de treinamento já foi realizada, os métodos PCA's realizam o reconhecimento facial muito mais rápido do que os métodos AG's.

Sempre que uma nova classe é adicionada, ou seja, quando uma nova pessoa é cadastrada no banco de imagens, os métodos que utilizam PCA tem de realizar a fase de treinamento novamente, pois a matriz de covariância de cada classe é alterada, gerando assim novos autovetores para cada classe. Quando uma nova classe é adicionada, a única mudança para os métodos AG's é um pequeno acréscimo no tempo de reconhecimento.

Os métodos PCA's exigem mais recursos computacionais (memória RAM e tempo de processamento) do que os métodos AG's. Dependendo da limitação do computador, por exemplo, a quantidade de memória disponível, não é possível executar o método PCA Avançado e mesmo que conseguisse, o tempo de processamento para as imagens de di-

mensões pequenas ainda seria estrondoso.

Os métodos PCA Segmentado e PCA Seletivo, desenvolvido neste trabalho, apresentaram uma melhora nas taxas de reconhecimento e nos tempos de processamento em relação ao método PCA Avançado e conseguiram trabalhar com imagens testes e de treinamento maiores, pois essas imagens foram segmentadas em cinco regiões: testa, olhos, nariz, boca e queixo. Com a segmentação, as dimensões das matrizes de covariância foram reduzidas e assim consumiu-se menos memória do computador.

Os métodos que apresentaram maiores taxas de reconhecimento são os métodos PCA Segmentado e AG Segmentado. Ambos os métodos trabalharam com imagens das 5 regiões faciais (testa, olhos, nariz, boca e queixo) ao mesmo tempo.

Possuir uma variedade de métodos que trabalham com uma ou várias regiões faciais é importante devido principalmente a três fatores. Primeiro, nem sempre se tem a imagem completa do rosto de um indivíduo para a identificação de uma pessoa (por exemplo, imagens de câmera de segurança, onde o indivíduo está encapuzado consegue-se obter imagens somente dos olhos). Assim, outras alternativas de reconhecimento tornam-se importantes. Segundo fator, a diminuição do tempo de processamento dos métodos que trabalham com imagens segmentadas em relação aos métodos que trabalham com a imagem sem segmentação da face dos indivíduos, tornando os métodos de reconhecimento mais rápidos. E por último, para os métodos PCA Seletivo e AG Seletivo, dependendo das regiões faciais utilizadas e da ordem de processamento dessas regiões, são obtidas altíssimas taxas de reconhecimento e em algumas situações não ocorre erro uma única vez.

Tanto nos métodos PCA's quanto nos métodos AG's, quanto maior é o número de imagens de treinamento, maior é a taxa de reconhecimento. Em alguns casos ocorreu o decréscimo da taxa de reconhecimento quando o número de imagens de treinamento aumentou. Isso ocorreu, por exemplo, com o método PCA Segmentado. Mas, isso acontece porque para uma quantidade menor de imagens testes, um erro produz uma maior redução na taxa de reconhecimento do que em uma quantidade maior de imagens testes.

Este capítulo mostrou os resultados obtidos nos testes realizados (taxas de reconhecimento e tempo de processamento) utilizando os métodos PCA Avançado, PCA Segmen-

tado, PCA Seletivo, AG Facial, AG Segmentado e AG Seletivo.

Conclusões, contribuições deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros

6.1 Conclusões

Um dos principais modos de identificação que o ser humano realiza de forma muito eficiente é o reconhecimento facial. Vários métodos computacionais já foram proposto para realizar essa tarefa. Entre esses métodos, cada um possui suas vantagens e desvantagens.

Neste trabalho, a partir do algoritmo PCA Avançado proposto por Duan et al. [2], foram desenvolvidos dois métodos que utilizam a análise de componentes principais em reconhecimento facial. Como alternativas a esses métodos, foram desenvolvidos 3 métodos que realizam o reconhecimento facial por intermédio de Algoritmos Genéticos.

Todos os algoritmos apresentaram altas taxas de reconhecimento, e em alguns casos dos algoritmos desenvolvidos nesta tese, foram obtidas taxas iguais a 100%. Os métodos que apresentaram as maiores taxas de reconhecimento e os menores tempos de processamento são os desenvolvidos neste trabalho (Seção 5.3 a 5.7). O pior caso da taxa de

reconhecimento é quando utiliza-se o método PCA Seletivo, para somente uma região facial, onde a região seletora é a região do nariz e são utilizadas 5 imagens de treinamento (Tabela 5.8).

Os tempos de processamento dos métodos que utilizam PCA são maiores do que os métodos que utilizam Algoritmos Genéticos. Isso é porque na fase de treinamento dos métodos que utilizam PCA é necessário obter as matrizes de covariância de cada classe multiplicando-se matrizes muito grandes. Outro fator que torna os métodos PCA's mais lentos são os cálculos dos autovetores das matrizes de covariância. Esse cálculos são realizados por métodos iterativos e às vezes de convergência demorada. Mas, se a fase de treinamento já foi realizada, os métodos PCA's realizam o reconhecimento facial muito mais rápido do que os métodos AG's.

Sempre que uma nova classe é adicionada, ou seja, quando uma nova pessoa é cadastrada no banco de imagens, os métodos que utilizam PCA tem de realizar a fase de treinamento novamente, pois a matriz de covariância de cada classe é alterada, gerando assim novos autovetores para cada classe. Quando uma nova classe é adicionada a única mudança para os métodos AG's é um pequeno acréscimo no tempo de reconhecimento.

Os métodos PCA's exigem mais recursos computacionais (memória RAM e tempo de processamento) do que os métodos AG's. Dependendo da limitação do computador, por exemplo quantidade de memória disponível, não é possível executar o método PCA Avançado e mesmo que conseguisse, o tempo de processamento para imagens de dimensões pequenas ainda seria estrondoso.

Os métodos PCA Segmentado e PCA Seletivo, desenvolvidos neste trabalho, além de apresentarem uma melhora nas taxas de reconhecimento e nos tempos de processamento em relação ao método PCA Avançado, eles conseguem trabalhar com imagens testes e de treinamento maiores, desde que essas imagens são segmentadas em cinco regiões: testa, olhos, nariz, boca e queixo. Com a segmentação, as dimensões das matrizes de covariância são reduzidas e assim consomem menos memória do computador.

Os métodos que apresentaram maiores taxas de reconhecimento são os métodos PCA Segmentado e AG Segmentado. Ambos os métodos trabalham que imagens das 5

regiões faciais (testa, olhos, nariz, boca e queixo) ao mesmo tempo.

Possuir variedade de métodos que trabalham com uma ou várias regiões faciais é importante principalmente devido a três fatores. Primeiro, nem sempre se tem a imagem completa do rosto de um indivíduo para a identificação de uma pessoa (por exemplo, imagens de câmera de segurança, onde o indivíduo está encapuzado consegue-se obter imagens somente dos olhos). Assim, outras alternativas de reconhecimento tornam-se importantes. Segundo fator, a diminuição do tempo de processamento dos métodos que trabalham com imagens segmentadas em relação aos métodos que trabalham com a imagem sem segmentação da face dos indivíduos, torna os métodos de reconhecimento mais rápidos. E por último, para os métodos PCA Seletivo e AG Seletivo, dependo das regiões faciais utilizadas e da ordem de processamento dessas regiões, são obtidas altíssimas taxas de reconhecimento e em algumas situações não ocorre erro uma única vez.

Tanto nos métodos PCA's quanto nos métodos AG's, quanto maior é o número de imagens de treinamento, maior é a taxa de reconhecimento. Em alguns casos ocorreu o decréscimo da taxa de reconhecimento quando o número de imagens de treinamento aumentou. Isso ocorreu, por exemplo, com o método PCA Segmentado. Mas, isso acontece porque para uma quantidade menor de imagens testes, um erro produz uma maior redução na taxa de reconhecimento do que em uma quantidade maior de imagens testes.

Este capítulo mostra as conclusões e as contribuições deste trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

6.2 Contribuições deste trabalho

A partir do algoritmo PCA Avançado proposto por Duan et al. [2], neste trabalho foi desenvolvido dois métodos que utilizam análise de componentes principais em reconhecimento facial.

Devido a grande quantidade de recursos computacionais que os métodos PCA's necessitam e para ter outras alternativas, foram desenvolvidos 3 métodos de reconhecimento facial que utilizam Algoritmos Genéticos.

As contribuições desta tese são:

- A criação do método PCA Segmentado que utiliza imagens segmentadas da face para realizar o reconhecimento. Nesse método, a imagem da face é dividida em 5 regiões: testa, olhos, nariz, boca e queixo. O algoritmo PCA Segmentado obtém maiores taxas de reconhecimento do que o método proposto por Duan et al. [2] e o tempo de processamento do método PCA Segmentado é aproximadamente 86,24% menor do que o tempo gasto pelo método PCA Avançado;
- O desenvolvimento do método PCA Seletivo que da mesma forma que o método PCA Segmentado, trabalha com imagens segmentadas. Nesse método, o usuário pode escolher quantas e quais regiões faciais serão utilizadas no processo de reconhecimento. Os resultados tanto da taxa de reconhecimento quanto do tempo de processamento do método PCA Seletivo são melhores do que os resultados obtidos pelo método proposto por Duan et al. [2]. Para algumas situações, o método PCA Seletivo obtém taxas de reconhecimento de 100%;
- Implementação do método AG Facial que utiliza Algoritmos Genéticos para o reconhecimento facial. Esse método foi idealizado devido as limitações do método PCA Avançado (tempo de processamento e quantidade de memória necessária). Sobre a questão quantidade de memória utilizada, dependendo do tamanho das imagens que compõe o banco de dados, o método PCA Avançado torna-se muito lento e dispendioso. As taxas de reconhecimento do método AG Facial são próximas as taxas do método desenvolvido por Duan et al. [2] e os tempos de processamento do método AG Facial são muito menores do que do método de [2];
- Implementação do método AG Segmentado que também utiliza imagens segmentadas da mesma forma que os métodos PCA Segmentado e PCA Seletivo. O AG Segmentado obtém taxas de reconhecimento superiores e tempos de processamento muito menores do que o algoritmo proposto por Duan et al. [2]. O método AG Segmentado consegue obter taxas de reconhecimento iguais a 100% quando são utilizadas 6 ou 7 imagens de treinamento e $L = 20$ classes;
- Desenvolvimento do método AG Seletivo que funciona de forma similar ao PCA

Seletivo. O usuário também escolhe quantas e quais regiões serão utilizadas no reconhecimento, e por meio de Algoritmos Genéticos aplicados as regiões faciais, o método realiza o reconhecimento. Esse método também apresenta aumento nas taxas de reconhecimento e no tempo de processamento em relação ao método de Duan et al. [2], e em alguns casos, as taxas de reconhecimento são iguais a 100%.

6.3 Sugestões para Trabalhos Futuros

As sugestões para trabalhos futuros em reconhecimento facial são:

- Desenvolvimento de um método de segmentação automático de imagens faciais. Este método pode utilizar técnicas de inteligência artificial (por exemplo: Redes Neurais, Algoritmos Genéticos, Lógica Fuzzy, etc.) juntamente com informações da própria imagem (como por exemplo, a localização dos olhos, mudança da coloração da pele que pode auxiliar na localização dos pixels da boca, etc.) para dividir as imagens da face nas 5 regiões que são utilizadas neste trabalho: testa, olhos, nariz, boca e queixo. Dessa forma, é possível utilizar as técnicas desenvolvidas nesta tese juntamente com esse método de segmentação;
- Implementação de um algoritmo que execute um pré-processamento tanto nas imagens de testes quanto nas imagens armazenadas no banco de dados, de forma que esse algoritmo alinhe a linha dos olhos com o eixo horizontal de cada imagem. Além do alinhamento, esse algoritmo também deve realizar um redimensionamento dessas imagens e isso provavelmente resultará no aumento das taxas de reconhecimento;
- Para os métodos que utilizam PCA, desenvolvimento de um algoritmo para a determinação de uma matriz de transformação que relaciona os autovetores de uma mesma imagem, mas em dimensões diferentes. Por exemplo, para uma imagem teste de dimensão igual a 720×1200 pixels, esta imagem pode ser redimensionada gerando assim uma imagem de 120×200 pixels, de forma a reduzir o número de linhas e colunas e assim diminuir o tempo de cálculo dos autovetores. Após o cálculo do au-

vetor da imagem de 120×720 pixels, o algoritmo determina o autovetor da imagem de 720×1200 pixels utilizando a matriz de transformação.

- Implementar um forma de medir o nível de similaridade entre a imagem teste e a imagem que foi identificada. Por exemplo, nem sempre uma imagem é reconhecida corretamente pelos métodos mostrados neste trabalho, logo esse nível de similaridade pode ser utilizado como um limiar, onde o programa de reconhecimento, ou mesmo o usuário, escolha se deseja reconhecer a pessoa da imagem teste como pertencente a uma classe ou não;
- Toda vez que uma nova classe é adicionada ao banco de imagens todos os autovetores que são utilizados nos métodos PCA's tem de ser calculados novamente. Implementar um algoritmo que elimine esse problema, reaproveitando os cálculos já realizados nos processos de treinamento anteriores por meio de propriedades matemáticas ou até mesmo por métodos numéricos computacionais de forma a reduzir o tempo de processamento originado pela inclusão de uma nova classe;
- Desenvolver um algoritmo que pode ser aplicado tanto para os métodos PCA's quanto para os métodos AG's que separam as classes por características físicas (tipo do cabelo, cor da pele, formato do nariz, etc.) e dessa forma, o processo de reconhecimento pode ser mais específico sendo assim mais preciso e mais rápido. Por exemplo, se na imagem teste a pessoa possuir lábios carnudos, o processo de reconhecimento realiza os testes primeiramente em classes que os indivíduos possuam a boca desse tipo, reduzindo assim o tempo de processamento;
- Implementação de um algoritmo que determina a inclinação da cabeça do indivíduo nas imagens. Dessa forma, o programa de reconhecimento pode realizar comparações entre as imagens de pessoas que estão com as cabeças inclinadas. Para os métodos que utilizam PCA pode melhorar os valores das taxas de reconhecimento. Por exemplo, se o indivíduo está com a cabeça inclinada para esquerda, o programa utiliza somente imagens de pessoas que estão com a cabeça inclinada para esquerda na fase de treinamento dos métodos PCA's. Assim, a taxa de reconhecimento pode melhorar;

- Desenvolvimento de um algoritmo que utilize redes neurais para escolher, a partir de tabelas que contenham as taxas de reconhecimento para todas as possibilidades de arranjos dos métodos PCA Seletivo e AG Seletivo, as melhores situações de reconhecimento, ou seja, escolha o método com maior taxa de reconhecimento.

Apêndice A

Sistemas Numéricos

A.1 Sistemas Decimal e Binário

Em sistemas digitais, como computadores, calculadoras ou qualquer dispositivo que possua um processador digital, os sistemas numéricos tem uma importância fundamental para o seu funcionamento, pois esses sistemas utilizam dispositivos eletrônicos (portas lógicas, flip-flops, registradores, etc.) em que seus funcionamentos são baseados em sistemas binários.

Dois sistemas numéricos são importantes quando se trabalha com algoritmos genéticos. Esses sistemas são o decimal e o binário. O sistema decimal utiliza 10 algarismos distintos que vão de 0 a 9. O sistema binário utiliza o bit (**binary digit**) como unidade de informação. O bit pode possuir somente dois valores: 0 (falso) ou 1 (verdadeiro).

Para um número maior de bits é possível representar um número maior de valores inteiros. Por exemplo, se forem utilizados 2 bits, são obtidas 4 possíveis combinações distintas: 00, 01, 10 e 11 e os decimais representados por essas combinações são de 0, 1, 2 e 3, respectivamente. Se forem utilizados 3 bits são obtidas 8 combinações distintas, 4 bits são obtidas 16 combinações diferentes, e assim por diante.

Utilizando-se o princípio fundamental da contagem da teoria de análise combinatória, é possível obter a Equação (A.1) para calcular quantos valores diferentes podem ser

representados quando são utilizados n bits.

$$C = 2^n \quad (\text{A.1})$$

onde:

C – número total de combinações diferentes;

n – número de bits do sistema binário.

A Tabela A.1 mostra os valores decimais de 0 a 63 representados no sistema binário.

Nessa tabela os valores binários mostrados são de 6 bits.

Tabela A.1: Exemplos da representação de alguns números do sistema decimal no sistema binário de 6 bits.

| <i>Decimal</i> | <i>Binário</i> | <i>Decimal</i> | <i>Binário</i> | <i>Decimal</i> | <i>Binário</i> | <i>Decimal</i> | <i>Binário</i> |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 0 | 000000 | 16 | 010000 | 32 | 100000 | 48 | 110000 |
| 1 | 000001 | 17 | 010001 | 33 | 100001 | 49 | 110001 |
| 2 | 000010 | 18 | 010010 | 34 | 100010 | 50 | 110010 |
| 3 | 000011 | 19 | 010011 | 35 | 100011 | 51 | 110011 |
| 4 | 000100 | 20 | 010100 | 36 | 100100 | 52 | 110100 |
| 5 | 000101 | 21 | 010101 | 37 | 100101 | 53 | 110101 |
| 6 | 000110 | 22 | 010110 | 38 | 100110 | 54 | 110110 |
| 7 | 000111 | 23 | 010111 | 39 | 100111 | 55 | 110111 |
| 8 | 001000 | 24 | 011000 | 40 | 101000 | 56 | 111000 |
| 9 | 001001 | 25 | 011001 | 41 | 101001 | 57 | 111001 |
| 10 | 001010 | 26 | 011010 | 42 | 101010 | 58 | 111010 |
| 11 | 001011 | 27 | 011011 | 43 | 101011 | 59 | 111011 |
| 12 | 001100 | 28 | 011100 | 44 | 101100 | 60 | 111100 |
| 13 | 001101 | 29 | 011101 | 45 | 101101 | 61 | 111101 |
| 14 | 001110 | 30 | 011110 | 46 | 101110 | 62 | 111110 |
| 15 | 001111 | 31 | 011111 | 47 | 101111 | 63 | 111111 |

Por exemplo, para 6 bits o número total de combinações é igual a $2^6 = 64$. Como os sistemas de numerações começam em zero, é possível representar, em decimal, de 0 a 63

utilizando 6 bits. A Equação (A.2) mostra o maior valor decimal que pode ser representado.

$$M = 2^n - 1 \quad (\text{A.2})$$

onde: M – maior decimal que pode ser representado quando utiliza-se n bits.

É possível determinar o número mínimo de bits necessários para representar um decimal em binário aplicando o logaritmo na base 2 na Equação (A.2), resultando na Equação (A.3).

$$n = \log_2(M + 1) \quad (\text{A.3})$$

Por exemplo, supondo que seja necessário determinar qual a quantidade de bits para representar 71 em binário. Substituindo-se $M = 71$ na Equação (A.3), obtém-se o valor mostrado na Equação (A.4).

$$n = \log_2 72 \cong 6,17 \quad (\text{A.4})$$

Para representar em binário o decimal 71 são necessários pelo menos 7 bits. Pode-se verificar esse mesmo valor na Tabela A.1. Os maiores valores decimais que podem ser representados utilizando-se 6 e 7 bits são 63 e 127, respectivamente.

A.2 Conversão Decimal para Binário

Para realizar a conversão da base decimal para a base binária, inicialmente realiza-se a divisão inteira do valor a ser convertido por 2. Essa divisão resulta em um novo quociente que também deve ser dividido por 2. Para cada nova divisão é gerado um novo quociente que é dividido por 2 até que o quociente resultante seja igual a 1. O último quociente é o bit mais significativo (Most Significant Bit – MSB) e os restos das divisões anteriores são os valores dos outros bits, onde o primeiro resto é o bit menos significativo (Least Significant Bit – LSB).

Por exemplo, considere que o número a ser convertido seja o decimal 67. A Figura A.1 mostra as sucessivas divisões para a obtenção dessa conversão. Essa figura mostra que foram realizadas 6 divisões resultando no binário de 7 bits 1000011.

A seta na Figura A.1 mostra qual é a ordem em que os bits deverão ser escrito no sistema binário. O início e o final da seta são o primeiro bit (MSB) e o último bit (LSB), respectivamente.

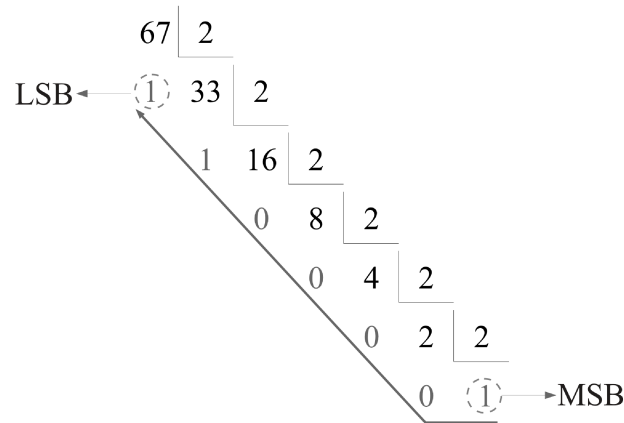


Figura A.1: Conversão do decimal 67 para o sistema binário.

A.3 Conversão Binário para Decimal

Para converter do sistema binário para o sistema decimal, primeiramente numera-se todos os bits do número que será convertido, começando em zero, iniciando da direita para esquerda, como mostrado na Figura A.2.

```

7 6 5 4 3 2 1 0
1 0 1 1 0 0 0 1

```

Figura A.2: Conversão do binário 10110001 para o sistema decimal.

Depois realiza-se o somatório, como mostrado na Equação (A.5). Multiplica-se cada bit por 2 elevado ao seu respectivo expoente que foi numerado na Figura A.2.

$$1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 177 \quad (\text{A.5})$$

O resultado da conversão do binário 10110001 para o sistema decimal é igual a 177.

Apêndice B

Princípios de Álgebra Booleana

B.1 Tabela Verdade

Uma variável booleana é uma variável do tipo binária, ou seja, só pode ter dois valores pré-determinado: 1 (verdadeiro) ou 0 (falso).

A tabela verdade, em sistemas binários (computadores, sistemas digitais, sistemas de controle pneumático, telefonia, entre outros) tem como função auxiliar no entendimento e nos projetos destes sistemas.

A tabela verdade é um tabela que mostra todas as variações das variáveis booleanas de entrada de uma expressão lógica e todas as saídas que essa expressão pode assumir, ou seja, essa tabela mostra todas as combinações possíveis de uma expressão lógica.

Em programação, a tabela verdade é importante principalmente na elaboração de estruturas condicionais, mas também ela pode ser utilizada para o projeto de algumas estruturas de repetição. Essa tabela também é utilizada em outras áreas, como por exemplo em telefonia e eletrônica digital.

Nos próximos tópicos, são mostradas as tabelas verdades das funções E, OU e NÃO.

B.2 Função Lógica E

A função E (também conhecida como função AND) é uma função que pode relacionar duas ou mais variáveis booleanas. A menor expressão utilizando a função E são com

duas variáveis booleanas, como mostra a Equação (B.1).

$$S = A \cdot B \quad (\text{B.1})$$

A Tabela B.1 é a tabela verdade do E entre A e B expresso pela Equação (B.1). Essa tabela mostra que a saída S sempre é falsa (zero) se alguma das entradas, A ou B , é igual a 0. A saída S é verdadeira somente se as duas variáveis de entrada forem verdadeiras. Logo, conclui-se que a função E possui saída verdadeira somente se A e B forem verdadeiras.

Tabela B.1: Tabela verdade da função E entre A e B .

| A | B | S |
|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

A função E é representada pelo operador matemático da multiplicação e pode ser observado na Tabela B.1 que o comportamento da função E é similar ao comportamento da multiplicação.

B.3 Função Lógica OU

A função OU (também conhecida como função OR) é uma função que pode relacionar duas ou mais variáveis booleanas. A Equação (B.2) é o OU entre duas variáveis booleanas, A e B .

$$S = A + B \quad (\text{B.2})$$

A Tabela B.2 mostra que a saída S é verdadeira se qualquer uma das variáveis de entrada, A ou B , forem verdadeiras, inclusive se as duas forem verdadeiras. Logo, conclui-se que a função OU possui saída verdadeira se A *ou* B forem verdadeiras.

A função OU é representada pelo operador matemático da adição e pode ser observado na Tabela B.2 que a função OU tem um comportamento parecido com a adição,

Tabela B.2: Tabela verdade da função OU entre A e B .

| A | B | S |
|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

diferenciando-se somente na última linha, onde o OU entre 1 e 1 é igual a 1, em vez de ser igual a 2 como seria na adição.

B.4 Função Lógica NÃO

A função NÃO (também conhecida como função NOT ou como função inversora), diferentemente das funções E e OU, ela possui como operador somente uma variável booleana ou uma expressão booleana. A Equação (B.3) mostra o NÃO de A .

$$S = \bar{A} \quad (\text{B.3})$$

Pode-se observar na Tabela B.3 que a função NÃO tem um comportamento de inverter o valor lógico de entrada: quando A é verdadeira, a saída S é falsa; quando A é falso, a saída S é verdadeira.

Tabela B.3: Tabela verdade da função OU entre A e B .

| A | S |
|-----|-----|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

A função NÃO de uma variável qualquer é representada por uma barra em cima do nome da variável, como pode ser visto na Equação B.3.

B.5 Expressões Lógicas

Expressões lógicas são equações que possuem variáveis e funções lógicas. Não existem limitações para o número de variáveis booleanas e nem de funções lógicas. O objetivo das expressões lógicas é equacionar o uso das variáveis lógicas para representar algum sistema digital.

Em expressões lógicas, igualmente em equações matemáticas, podem ser utilizados parênteses, colchetes e chaves para determinar a precedência de cada expressão. Também ocorrem precedências entre as funções lógicas, onde a função de maior precedência é o NÃO, seguida do E e por último a função OU.

Para exemplificar a determinação da tabela verdade de uma expressão lógica, considere a Equação (B.4).

$$S = (A + B) \cdot \bar{C} \quad (\text{B.4})$$

Na Equação (B.4), a função OU tem precedência sobre a função E, porque a função OU encontra-se entre parênteses e por esse motivo ela é resolvida primeiro na Tabela B.4.

Tabela B.4: Tabela verdade da Equação (B.4).

| A | B | C | $A + B$ | \bar{C} | S |
|-----|-----|-----|---------|-----------|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

Continuando a obedecer a ordem de precedência, a função NÃO tem precedência sobre a função E, calculando assim os resultados de C. Todos os possíveis valores de S são obtidos na última coluna.

Apêndice C

Noções de Álgebra Linear

C.1 Multiplicação de um vetor por um escalar

Como mostrado na Equação (C.1), considere o vetor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ e k um número real.

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad (\text{C.1})$$

onde: x_1, x_2, \dots, x_n – 1ª, 2ª e enésima componente do vetor \mathbf{x} .

A multiplicação do vetor \mathbf{x} pelo escalar k é obtida pela Equação (C.2).

$$\mathbf{y} = k\mathbf{x} = \begin{pmatrix} kx_1 \\ kx_2 \\ \vdots \\ kx_n \end{pmatrix} \quad (\text{C.2})$$

Na Equação (C.2) cada componente de \mathbf{x} é multiplicada pelo escalar k resultando no vetor \mathbf{y} que também pertence a \mathbb{R}^n .

Por exemplo, o resultado da multiplicação entre o vetor

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

e o escalar $k = 3$ é igual a:

$$\mathbf{y} = 3 \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -3 \\ 3 \\ 6 \end{Bmatrix}$$

A divisão de um vetor por um escalar é obtida da mesma forma que a multiplicação.

Divide-se cada elemento do vetor \mathbf{x} pelo escalar d , como mostrado na Equação (C.3).

$$\mathbf{t} = \frac{1}{d}\mathbf{x} = \frac{1}{d} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} \quad (\text{C.3})$$

A divisão também pode ser obtida utilizando-se a Equação (C.2). Para isso o valor de k deve ser igual a $\frac{1}{d}$.

C.2 Soma Vetorial

Considere dois vetores, \mathbf{x} e \mathbf{y} , ambos pertencentes a \mathbb{R}^n , onde esses vetores podem ser escritos pelas Equações (C.4) e (C.5), respectivamente.

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} \quad (\text{C.4})$$

$$\mathbf{y} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{Bmatrix} \quad (\text{C.5})$$

A Equação (C.6) mostra a *soma vetorial* entre os dois vetores \mathbf{x} e \mathbf{y} , e o vetor \mathbf{z} é o resultado dessa soma.

$$\mathbf{z} = \mathbf{x} + \mathbf{y} = \begin{pmatrix} x_1 + y_1 \\ x_2 + y_2 \\ \vdots \\ x_n + y_n \end{pmatrix} \quad (\text{C.6})$$

Por exemplo, o resultado da soma vetorial entre:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$$

e

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} -8 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

é igual a

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} 1 - 8 \\ 4 + 2 \\ 7 + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix}$$

Tanto na Equação (C.6) quanto no exemplo acima, foram somados somente dois vetores. Não existe restrição em relação a quantidade de vetores que são somados. A única restrição é que todos os vetores devem pertencer ao mesmo espaço vetorial, em outras palavras, todos os vetores devem possuir o mesmo número de componentes. No caso do exemplo acima, ambos os vetores pertencem ao \mathbb{R}^3 .

A *subtração* entre os vetores \mathbf{x} e \mathbf{y} é obtida subtraindo as componentes dos dois

vetores, conforme a Equação (C.7), onde o vetor \mathbf{t} é o vetor resultado dessa subtração.

$$\mathbf{t} = \mathbf{x} - \mathbf{y} = \begin{pmatrix} x_1 - y_1 \\ x_2 - y_2 \\ \vdots \\ x_n - y_n \end{pmatrix} \quad (\text{C.7})$$

A subtração entre os vetores \mathbf{x} e \mathbf{y} também pode ser obtida a partir da soma vetorial. Por exemplo, a Equação (C.7) pode ser reescrita como mostra a Equação (C.8).

$$\mathbf{t} = \mathbf{x} + (-\mathbf{y}) \quad (\text{C.8})$$

A Equação (C.8) mostra que basta multiplicar o vetor \mathbf{y} pelo escalar -1 e somar ao vetor \mathbf{x} que obtém-se o mesmo resultado que a Equação (C.7).

C.3 Norma de um vetor

A *norma* de um vetor é definida como o tamanho desse vetor. Para o vetor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, onde:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad (\text{C.9})$$

a norma é calculada utilizando-se a Equação (C.10).

$$\|\mathbf{x}\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2} \quad (\text{C.10})$$

Por exemplo, a norma para o vetor

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

é igual a:

$$\|\mathbf{x}\| = \sqrt{(-4)^2 + 6^2 + 1^2} \cong 7,28$$

C.4 Matriz Transposta

Para a matriz \mathbf{A} ,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (\text{C.11})$$

define-se como transposta de \mathbf{A} (ou simplesmente \mathbf{A}^T) a matriz cujos os elementos da primeira linha são os elementos da primeira coluna de \mathbf{A} , os elementos da segunda linha são os elementos da segunda coluna de \mathbf{A} , e assim por diante. A matriz transposta da matriz \mathbf{A} da Equação (C.11) é mostrada na Equação (C.12).

$$\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (\text{C.12})$$

Por exemplo, para a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 10 & -5 \\ 2 & -7 & 4 \end{bmatrix}$$

sua transposta é igual a

$$\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 10 & -7 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$$

Se a dimensão da matriz \mathbf{A} é $m \times n$, a dimensão da matriz \mathbf{A}^T é $n \times m$. No exemplo anterior, a dimensão de \mathbf{A} é 2×3 e a dimensão de \mathbf{A}^T é 3×2 .

C.5 Soma de matrizes

Considere duas matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} , onde ambas são de dimensão $m \times n$, e seus elementos são mostrados nas Equações (C.13) e (C.14), respectivamente.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (\text{C.13})$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{bmatrix} \quad (\text{C.14})$$

A matriz \mathbf{C} é o resultado da soma matricial entre \mathbf{A} e \mathbf{B} , onde cada elemento de \mathbf{C} é obtido pela Equação (C.15).

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \dots & a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix} \quad (\text{C.15})$$

Por exemplo, para as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} ,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 1 \\ 6 & -1 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 5 \\ -5 & 10 & -3 \end{bmatrix}$$

o resultado da soma matricial é:

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 11 & 7 & 6 \\ 1 & 9 & -7 \end{bmatrix}$$

De forma similar a soma matricial, a **subtração** entre as matrizes **A** e **B** é obtida pela Equação (C.16), onde a matriz **D** é a matriz resultante dessa subtração.

$$\mathbf{D} = \mathbf{A} - \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} & \dots & a_{1n} - b_{1n} \\ a_{21} - b_{21} & a_{22} - b_{22} & \dots & a_{2n} - b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} - b_{m1} & a_{m2} - b_{m2} & \dots & a_{mn} - b_{mn} \end{bmatrix} \quad (\text{C.16})$$

Para realizar a soma de duas ou mais matrizes, todas as matrizes devem possuir o mesmo número de linhas e de colunas.

C.6 Multiplicação de matrizes

Considere duas matrizes **A** e **B** de dimensões $m \times p$ e $p \times n$, respectivamente. A multiplicação entre essas matrizes resulta na matriz **C** de dimensão $m \times n$ e cada elemento dessa matriz é determinado pela Equação (C.17).

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^p a_{ik} \cdot b_{kj} \quad (\text{C.17})$$

onde:

a_{ik} – elemento da i -ésima linha e k -ésima coluna da matriz **A**;

b_{kj} – elemento da k -ésima linha e j -ésima coluna da matriz **B**; e

c_{ij} – elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna da matriz **C**.

Os números i e $j \in \mathbb{Z}$, a variável i está relacionada as linhas da matriz **A**, logo: $i \in [1, m]$ e a variável j está relacionada as colunas da matriz **B**, portanto: $j \in [1, n]$.

Por exemplo, para as matrizes **A** e **B**,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -1 & 4 & -10 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 1 & -5 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$$

o resultado da multiplicação dessas duas matrizes é:

$$c_{11} = 2(-4) + 4 \cdot 1 + 3(-7) = 25$$

$$c_{12} = 2 \cdot 2 + 4(-5) + 3 \cdot 3 = -7$$

$$c_{21} = -1(-4) + 4 \cdot 1 + (-10)(-7) = 78$$

$$c_{22} = -1 \cdot 2 + 4(-5) + (-10) \cdot 3 = -52$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -25 & -7 \\ 78 & -52 \end{bmatrix}$$

No caso desse exemplo, tanto i quanto j variam de 1 a 2 e a matriz \mathbf{C} é de dimensão 2×2 . A restrição da multiplicação entre as matrizes é que o número de colunas da primeira matriz deve ser igual ao número de linhas da segunda matriz. No exemplo acima, a primeira matriz possui 3 colunas e a segunda matriz possui 3 linhas, por esse motivo que foi possível realizar a multiplicação entre essas duas matrizes.

C.7 Matrizes de Transformação

Em [36], mostra-se que pode-se definir uma função f que relaciona um vetor \mathbf{x} com outro vetor \mathbf{y} , como mostrado na Equação (C.18).

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}) \tag{C.18}$$

Se o domínio de uma função f é \mathbb{R}^n e o contradomínio é \mathbb{R}^m , então escreve-se: $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ e f é chamada de uma **transformação** de \mathbb{R}^n em \mathbb{R}^m .

Para exemplificar uma maneira importante que pode-se construir transformações, suponha que f_1, f_2, \dots, f_m são funções reais de n variáveis reais. A Equação (C.18) mostra uma transformação linear de \mathbb{R}^n .

$$\begin{aligned} y_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ y_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ y_m &= f_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \tag{C.19}$$

Referências Bibliográficas

- [1] A. Jain, S. Pankanti, and R. Bolle, "An identity-authentication system using fingerprints," *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, no. 9, pp. 1365–1388, 1997.
- [2] H. Duan, R. Yan, and K. Lin, "Research on Face Recognition Based on PCA," in *2008 International Seminar on Future Information Technology and Management Engineering*, pp. 29–32, IEEE, Nov. 2008.
- [3] H. Wang, Y. Leng, Z. Wang, and X. Wu, "Application of image correction and bit-plane fusion in generalized PCA based face recognition," *Pattern Recognition Letters*, vol. 28, pp. 2352–2358, Dec. 2007.
- [4] G. N. Costache, P. Corcoran, and P. Puslecki, "Combining PCA-based datasets without retraining of the basis vector set," *Pattern Recognition Letters*, vol. 30, pp. 1441–1447, Dec. 2009.
- [5] V. Perlibakas, "Distance measures for PCA-based face recognition," *Pattern Recognition Letters*, vol. 25, pp. 711–724, Apr. 2004.
- [6] G.-C. Luh and C.-Y. Lin, "PCA based immune networks for human face recognition," *Applied Soft Computing*, vol. 11, pp. 1743–1752, Mar. 2011.
- [7] C. E. Thomaz and G. A. Giraldi, "A new ranking method for principal components analysis and its application to face image analysis," *Image and Vision Computing*, vol. 28, pp. 902–913, June 2010.

- [8] M. Kirby and L. Sirovich, "Application of the Karhunen-Loeve procedure for the characterization of human faces," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 12, no. 1, pp. 103–108, 1990.
- [9] G. P. Kusuma and C.-S. Chua, "PCA-based image recombination for multimodal 2D+3D face recognition," *Image and Vision Computing*, vol. 29, pp. 306–316, Apr. 2011.
- [10] A. Pujol, J. Vitrià, F. Lumbreras, and J. J. Villanueva, "Topological principal component analysis for face encoding and recognition," *Pattern Recognition Letters*, vol. 22, pp. 769–776, May 2001.
- [11] C. Liu, "Gabor-based kernel PCA with fractional power polynomial models for face recognition.," *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, vol. 26, pp. 572–81, May 2004.
- [12] X. Xie and K.-M. Lam, "Gabor-based kernel PCA with doubly nonlinear mapping for face recognition with a single face image," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 15, pp. 2481–2492, Sept. 2006.
- [13] P. Mohanty, S. Sarkar, and R. Kasturi, "From scores to face templates: a model-based approach.," *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, vol. 29, pp. 2065–78, Dec. 2007.
- [14] T. S. Guimarães, E. L. Flôres, G. C. Carrijo, A. C. P. Veiga, C. A. Z. Barcelos, and M. A. Batista, "Two-Dimensional Principal Component Analysis and Concurrent Self-Organizing Maps for Face Classification," in *17th International Conference on Systems, Signals and Image Processing*, (Rio de Janeiro), pp. 340–343, 2010.
- [15] D. Zhang and A. Frangi, "Two-dimensional pca: a new approach to appearance-based face representation and recognition," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 26, pp. 131–137, Jan. 2004.
- [16] Y. Choi, T. Tokumoto, M. Lee, and S. Ozawa, "Incremental two-dimensional two-directional principal component analysis (I(2D)2PCA) for face recognition," in *2011*

- IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pp. 1493–1496, IEEE, May 2011.
- [17] G. Huang, “(2D)2PCA plus MMC: A new feature extraction for face recognition,” in *2010 2nd IEEE International Conference on Information Management and Engineering*, pp. 370–373, IEEE, 2010.
- [18] L. Zhao, “Distance function for face recognition based on 2D PCA,” in *2011 International Conference on Multimedia Technology*, pp. 5814–5817, IEEE, July 2011.
- [19] D. Que, “A novel single training sample face recognition algorithm based on Modular Weighted (2D)2PCA,” in *2008 9th International Conference on Signal Processing*, pp. 1552–1555, IEEE, Oct. 2008.
- [20] W. Sun and Q. Ruan, “Two-Dimension PCA for Facial Expression Recognition,” in *2006 8th international Conference on Signal Processing*, IEEE, 2006.
- [21] Y. Pang, D. Tao, Y. Yuan, and X. Li, “Binary two-dimensional PCA,” *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics. Part B, Cybernetics : a publication of the IEEE Systems, Man, and Cybernetics Society*, vol. 38, pp. 1176–80, Aug. 2008.
- [22] D. Zhang and Z.-H. Zhou, “Two-directional two-dimensional PCA for efficient face representation and recognition,” *Neurocomputing*, vol. 69, pp. 224–231, Dec. 2005.
- [23] D. Zhang and Z.-H. Zhou, “Diagonal principal component analysis for face recognition,” *Pattern Recognition*, vol. 39, pp. 140–142, Jan. 2006.
- [24] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, *Processamento Digital de Imagens*. Pearson Prentice-Hall, 2010.
- [25] H. Pedrini and W. R. Schwartz, *Análise de Imagens Digitais*. Thomson Pioneira, 2007.
- [26] J. L. Devore, *Probabilidade e Estatística para Engenharia e Ciências*. Cengage Learning, 2006.
- [27] D. V. Griffiths and I. M. Smith, *Numerical Methods for Engineers: a Programming Approach*. CRC Press, 1991.

- [28] S. C. Chapra and R. P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*. McGraw-Hill, 6th ed., 2009.
- [29] Z. Michalewicz, *Genetic Algorithm + Data Structure = Evolution Programs*. New York: Springer-Verlag, 3rd ed., 1996.
- [30] T. Floyd, *Sistemas Digitais Fundamentos e Aplicações*. Bookman, 9ª ed., 2007.
- [31] J. W. Bignell and R. Donovan, *Eletrônica Digital*. Cengage Learning, 5ª ed., 2010.
- [32] G. L. Moss, N. S. Widmer, and R. J. Tocci, *Sistemas Digitais - Princípios e Aplicações*. Pearson Brasil, 11ª ed., 2011.
- [33] D. A. Coley, *An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers*. World Scientific, 1999.
- [34] M. Gen and R. Cheng, *Genetic Algorithms and Engineering Optimization*. John Wiley & Sons, 2000.
- [35] C. R. Reeves and J. E. Rowe, *Genetic Algorithms - Principles and Perspectives. A Guide to GA Theory*. Kluwer Academic, 2003.
- [36] A. Howard and C. Rorres, *Álgebra Linear e Aplicações*. Bookman, 8ª ed., 2001.