

KARINE BARBOSA CARBONARO

**AVALIAÇÃO DO SISTEMA M-QAM OFDM SEM E COM TEMPO DE
GUARDA EM UM CANAL PLC COM OS RUÍDOS GAUSSIANO E
IMPULSIVO E MÚLTIPLAS REFLEXÕES**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Orientador: Prof. PhD. Gilberto A. Carrijo

Uberlândia
Outubro, 2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

C264a Carbonaro, Karine Barbosa, 1978-
2015 Avaliação do sistema M-QAM OFDM sem e com tempo de guarda em um canal PLC com os ruídos Gaussiano e impulsivo e múltiplas reflexões / Karine Barbosa Carbonaro. - 2015.
165 f. : il.

Orientador: Gilberto Arantes Carrijo.
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.
Inclui bibliografia.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Redes elétricas - Teses. 3. Linhas de telecomunicação - Teses. 4. Sistemas de comunicação em banda larga - Teses. I. Carrijo, Gilberto Arantes, 1948- II. Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

CDU: 621.3

KARINE BARBOSA CARBONARO

**AVALIAÇÃO DO SISTEMA M-QAM OFDM SEM E COM TEMPO DE
GUARDA EM UM CANAL PLC COM OS RUÍDOS GAUSSIANO E
IMPULSIVO E MÚLTIPLAS REFLEXÕES**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Uberlândia, 21 de outubro de 2015

Banca Examinadora

Prof. PhD. Gilberto Arantes Carrijo

Prof. Dr. Antônio Cláudio Paschoarelli Veiga – FEELT / UFU

Prof. Dr. Cláudio Afonso Fleury – IFG / PUC-GO

Prof. Dr.^a Edna Lúcia Florês – FEELT / UFU

Prof. Dr.^a Kátia Lopes Silva – Callink / Pitágoras

Dedico este trabalho aos meus pais Edgard e Sandra

AGRADECIMENTOS

A Deus pela sua presença constante em minha vida e por todas as graças concedidas.

Aos meus pais que sempre primaram pela minha educação. Obrigada por, além de me oferecerem a oportunidade de estudar, sempre estarem presentes.

Ao meu orientador Prof. Gilberto Arantes Carrijo, por sua paciência e incentivo ao longo deste nosso trabalho. Obrigada pela orientação competente.

Aos alunos Rodrigo Romão França Soares, Yuri Gomes e Cícero Barroso de Oliveira que contribuíram neste trabalho com os seus trabalhos de iniciação científica sob a minha orientação.

O meu sincero agradecimento a todas as pessoas que contribuíram para a concretização deste trabalho, estimulando-me intelectual e emocionalmente.

*“Bem-aventurado o homem que encontra sabedoria, e o homem que adquire conhecimento,
pois ela é mais proveitosa do que a prata, e dá mais lucro do que o ouro”.*

Provérbios 3: 13, 14 Bíblia Sagrada.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma avaliação do sistema M-QAM OFDM em um canal PLC com os efeitos dos ruídos Gaussiano e impulsivo e das múltiplas reflexões. Alguns testes com o adaptador PLC foram realizados e analisando os resultados verificou-se a diminuição da taxa de transmissão de dados no canal com ruídos. Então, um modelo de ruído combinado “*Bernoulli-Gaussiano*”, impulsivo e Gaussiano, foi desenvolvido. Avaliou-se o efeito desse modelo nas equações desenvolvidas para o cálculo da probabilidade de erro de símbolo da modulação M-QAM com constelação quadrada e não quadrada cruzada. Os resultados obtidos das simulações mostraram que a adição do ruído impulsivo eleva a probabilidade de erro de símbolos da M-QAM. Um segundo equacionamento foi proposto para o cálculo da probabilidade de erro de símbolos e a este se acrescentou múltiplas portadoras. Nos resultados dessas simulações observou-se que a composição M-QAM OFDM diminuiu a probabilidade de erro de símbolos com ruído combinado. O outro problema no canal PLC é o efeito das múltiplas reflexões que ocasiona atraso do sinal. Para avaliar esse efeito foram propostos dois equacionamentos do sistema M-QAM OFDM sem e com intervalo de guarda. Analisando os resultados obtidos utilizando intervalo de guarda observou-se uma diminuição da probabilidade de erro de símbolo. O intervalo de guarda reduziu o efeito da interferência entre símbolos.

Palavras-chave: M-QAM, OFDM, PLC, ruído Gaussiano, ruído impulsivo, múltiplas reflexões, tempo de guarda.

ABSTRACT

This article presents an evaluation of the M-QAM OFDM system over PLC channel with effects of Gaussian and impulsive noises, and multiple reflections. Some tests with the PLC adaptor were made, and by analyzing the result, it was observed that the data transmission rate decreases in a noisy channel. Therefore, a model of combined “Bernoulli-Gaussian”, impulsive, and Gaussian noises was developed. It was analyzed the effect of this model in the designed equations for the calculus of the symbolic error probability for M-QAM modulation, with square and cross-nonsquare constellation. The results obtained for the simulation showed that the addition of impulsive noise increases the M-QAM symbolic error probability. A different equation design was proposed for the calculus of the symbolic error probability, however adding multiple carriers this time. The results for this simulation exposed that the M-QAM OFDM noisy composition decreases the symbolic error probability. Another problem of the PLC channel is the multiple reflections effect, which causes a signal delay. In order to analyze this effect, two equations were proposed for the M-QAM OFDM system, with and without guard interval. By evaluating the obtained results using guard interval, it was detected a dropped of symbolic error probability. The guard interval reduced the intersymbolic effect.

Keywords - M-QAM, OFDM, PLC, Gaussian noise, impulsive noise, multiple reflections, guard interval.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS E QUADROS	vi
LISTA DE TABELAS	x
LISTA DE ABREVIATURAS	xi
LISTA DE SÍMBOLOS	
1 INTRODUÇÃO	001
2 TRANSMISSÃO DE DADOS NA REDE ELÉTRICA	006
2.1 Introdução	006
2.2 Padrões PLC	007
2.2.1 PLC <i>indoor</i>	007
2.2.2 PLC <i>outdoor</i>	008
2.3 Redes de transmissão de energia elétrica	008
2.3.1 Rede de energia elétrica de alta tensão	009
2.3.2 Rede de energia elétrica de média tensão	009
2.3.3 Rede de energia elétrica de baixa tensão	010
2.4 Fio da rede elétrica	011
2.5 Equipamentos	020
2.5.1 Roteador injetor de sinais	020
2.5.2 Repetidor	020
2.5.3 Adaptador	021
2.5.4 Resultados obtidos nos testes utilizando o adaptador PLC na ausência de ruído.....	022
2.6 Caracterização dos ruídos.....	023
2.6.1 Resultados obtidos nos testes utilizando o adaptador PLC na presença de ruído.....	024
3 PRINCÍPIOS DA TRANSMISSÃO DIGITAL	027
3.1 Introdução	027
3.2 Ruído	028
3.3 Espaço de sinais	030

3.3.1	Representação geométrica	030
3.3.2	Ortogonalização de <i>Gram-Schmidt</i>	032
3.3.3	Sinal recebido com ruído	033
3.3.4	Máxima verossimilhança	034
3.3.5	Probabilidade de erro de símbolo	035
3.3.6	Figura de mérito	037
3.3.7	Taxa de erro de bit	038
3.4	Modulações digitais	039
3.4.1	Modulação ASK	039
3.4.2	Modulação FSK	042
3.4.3	Modulação PSK	045
3.4.4	Modulação QAM	050
3.5	Modulação multiportadora	059
3.5.1	Processamento do sinal OFDM/DMT na transmissão	059
3.5.2	Processamento do sinal OFDM/DMT na recepção	062
3.5.3	Intervalo de guarda	063
4	PROBABILIDADE DE ERRO DE SÍMBOLO DO SISTEMA M-QAM	
	OFDM	065
4.1	Introdução	065
4.2	Cálculo da SEP da modulação M-QAM	066
4.2.1	Constelação quadrada	066
4.2.2	Constelação não quadrada	077
4.3	Modelo de ruído impulsivo	084
4.4	Modelo combinado dos ruídos impulsivo e Gaussiano	087
4.5	M-QAM com ruído combinado	090
4.6	M-QAM OFDM com ruído combinado	096
4.6.1	Símbolo com quatro vizinhos	098
4.6.2	Símbolo com dois vizinhos	099
4.6.3	Símbolo com três vizinhos	100
5	M-QAM OFDM COM MÚLTIPLAS REFLEXÕES SEM E COM	
	INTERVALO DE GUARDA	106
5.1	Introdução	106
5.2	Modelo do canal	107

5.3 M-QAM com reflexões e sem intervalo de guarda	109
5.4 M-QAM OFDM com reflexões e sem intervalo de guarda	117
5.5 M-QAM OFDM com reflexões e com intervalo de guarda	122
5.5.1 Condição $\tau_n < T_g$	123
5.5. Condição $T_g < \tau_n < T + T_g$	128
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	136
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	140
8 PUBLICAÇÕES	144

LISTA DE FIGURAS E QUADROS

Figura 2.1 – Diferenciação das redes <i>indoor</i> e <i>outdoor</i>	007
Figura 2.2 – Rede <i>indoor</i>	007
Figura 2.3 – Rede <i>outdoor</i>	008
Figura 2.4 – Subdivisão da rede elétrica.	009
Figura 2.5 – Diagrama da rede de acesso de baixa tensão.	011
Figura 2.6 – Linha de transmissão de dois fios.	011
Figura 2.7 – Modelo da linha de transmissão.	012
Figura 2.8 – Exemplo da topologia da rede PLC.	018
Figura 2.9 – Resposta em amplitude do canal PLC.	019
Figura 2.10 – Disposição dos equipamentos PLC na rede elétrica.	020
Figura 2.11 – Adaptador PLC.	021
Figura 2.12 – Topologia da rede elétrica utilizada nos testes.	022
Figura 2.13 – Tela do <i>software</i> adaptador PLC.	023
Figura 2.14 – Cenário de ruído no canal de comunicação.	024
Figura 3.1 – Densidade espectral do AWGN.	028
Figura 3.2 – Função de autocorrelação do AWGN.	029
Figura 3.3 – Representação no espaço de sinais ($M = 2$ e $N = 2$).	031
Figura 3.4 – Processo de ortogonalização de <i>Gram-Schmidt</i>	032
Figura 3.5 – Diagrama de blocos de um sistema de transmissão digital.	033
Figura 3.6 – Receptor de máxima verossimilhança.	034
Figura 3.7 – Espaço de sinais de uma sinalização antipodal.	035
Figura 3.8 – Sinalização quaternária bidimensional.	036
Figura 3.9 – Curva $P_B \times (E_b/N_0)$ (Sklar, 2000).	038
Figura 3.10 – Sinal modulado ASK.	040
Figura 3.11 – Probabilidade de erro de símbolo da M-ASK.	041
Figura 3.12 – Sinal modulado BFSK.	042
Figura 3.13 – BER da M-FSK.	044
Figura 3.14 – Sinal modulado BPSK.	046

Figura 3.15 – Sinal modulado QPSK.	047
Figura 3.16 – BER da M-PSK.	049
Figura 3.17 – Constelações QAM quadradas e não quadradas.	051
Figura 3.18 – Geração e recuperação de um sinal modulado no M-QAM com constelação quadrada.	052
Figura 3.19 – Geração e recuperação da M-QAM com constelação não quadrada.	055
Figura 3.20– Constelações não quadradas do tipo sobreposta.	056
Figura 3.21– Constelação cruzada.	058
Figura 3.22 – Multiplexação OFDM.	060
Figura 3.23 – Demultiplexação OFDM.	062
Figura 3.24 – Transmissão OFDM em ambiente de múltiplos percursos sem CP.	063
Figura 3.25 – Transmissão OFDM em ambiente de múltiplos percursos com CP.	064
Figura 4.1 – Constelação 64-QAM.	068
Figura 4.2 – Região de integração do símbolo com quatro vizinhos.	070
Figura 4.3 – Região de integração do símbolo com dois vizinhos.	072
Figura 4.4 – Região de integração do símbolo com três vizinhos.	074
Figura 4.5 – SEP da modulação 16-QAM constelação quadrada com ruído AWGN.	075
Figura 4.6 – SEP da modulação 64-QAM constelação quadrada com ruído AWGN.	076
Figura 4.7 – SEP da modulação 256-QAM constelação quadrada com ruído AWGN.	077
Figura 4.8 – Constelação não quadrada cruzada.	078
Figura 4.9 – SEP da modulação 32-QAM cruzada com ruído AWGN.....	081
Figura 4.10 – SEP da modulação 128-QAM cruzada com ruído AWGN.	083
Figura 4.11 – SEP da modulação 512-QAM cruzada com ruído AWGN.	083
Figura 4.12 – Ruído impulsivo.	084
Figura 4.13 – Parâmetros temporais do ruído impulsivo.	084
Figura 4.14 – Histograma de amplitude.	085
Figura 4.15 – Histograma da duração.	085
Figura 4.16 – Histograma do tempo entre as ocorrências.	086
Figura 4.17 – Comparação das SEP's da 16-QAM com o AWGN e o ruído	091

combinado.	
Figura 4.18 – Comparação das SEP's da 64-QAM com o AWGN e o ruído combinado.	092
Figura 4.19 – Comparação das SEP's da 256-QAM com o AWGN e o ruído combinado.	092
Figura 4.20 – Comparação das SEP's da 32-QAM com o AWGN e o ruído combinado.	094
Figura 4.21 – Comparação das SEP's da 128-QAM com o AWGN e o ruído combinado.	094
Figura 4.22 – Comparação das SEP's da 512-QAM com o AWGN e o ruído combinado.	095
Figura 4.23 -- Transmissão do sinal no canal PLC com ruído combinado.	096
Figura 4.24 – SEP da 16-QAM OFDM no canal com ruído combinado.	101
Figura 4.25 – SEP da 64-QAM OFDM no canal com ruído combinado.	102
Figura 4.26 – SEP da 256-QAM OFDM no canal com ruído combinado.	102
Figura 4.27 – SEP da 32-QAM OFDM no canal com ruído combinado.	103
Figura 4.28 – SEP da 128-QAM OFDM no canal com ruído combinado.	104
Figura 4.29 – SEP da 512-QAM OFDM no canal com ruído combinado.	105
Figura 5.1 – Modelo de canal baseado em eco.	107
Figura 5.2 – Receptor coerente do tipo integrador.	109
Figura 5.3 – Região de integração do símbolo com quatro vizinhos.	112
Figura 5.4 – Região de integração do símbolo com dois vizinhos.	114
Figura 5.5 – Região de integração do símbolo com três vizinhos.	115
Figura 5.6 – SEP da 64-QAM com 3 reflexões, ruído combinado e amplitudes (0,2; 0,1; 0,02; 0,01).	116
Figura 5.7 – SEP da 64-QAM com 3 reflexões, ruído combinado e amplitudes (0,5; 0,1; 0,02; 0,01).	117
Figura 5.8 – SEP do sistema 64-QAM OFDM com 3 reflexões, ruído combinado e sem intervalo de guarda.	122
Figura 5.9 - Sinal recebido direto e refletido com atraso τ	123
Figura 5.10 – SEP do sistema 64-QAM OFDM com 3 reflexões, ruído combinado e com intervalo de guarda $\tau_n < T_g$	127
Figura 5.11 - Sinal recebido direto e com atraso $T_g < \tau_n < T + T_g$	128

Figura 5.12 – SEP do sistema com 3 reflexões, ruído combinado e com intervalo de guarda ($T_g = T/8 \mu s$).	133
Figura 5.13 – SEP do sistema com 3 reflexões, ruído combinado e com intervalo de guarda ($T_g = T/6 \mu s$).	133
Figura 5.14 – SEP do sistema com 3 reflexões, ruído combinado e com intervalo de guarda ($T_g = T/2 \mu s$).	134
Quadro 2.1 – Características do adaptador PLC.	021
Quadro 2.2 – Caracterização dos testes realizados.	022
Quadro 4.1 – Alfabeto do 64-QAM.	066
Quadro 4.2 – Fator de escala para a constelação QAM quadrada.	067
Quadro 4.3 – Alfabeto do 128-QAM.	078
Quadro 4.4 – Fator de escala para a constelação QAM não quadrada em cruzada.	080
Quadro 4.5 – Modelos de ruído impulsivo.	086

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Características do fio elétrico.	015
Tabela 2.2 – Parâmetros primários da linha de dois fios.	015
Tabela 2.3 – Características dos cabos da rede <i>indoor</i>	015
Tabela 2.4 – Parâmetros secundários da linha de dois fios.	016
Tabela 2.5 – Parâmetros da rede teste.	019
Tabela 2.6 – Resultados obtidos na transferência do arquivo de 1,06 GB.	023
Tabela 2.7 – Resultados obtidos na transferência do arquivo na presença de ruído de fundo.	025
Tabela 2.8 – Resultados obtidos na transferência do arquivo na presença de ruído impulsivo.	025
Tabela 2.9 – Resultados obtidos na transferência do arquivo na presença dos ruídos de fundo e impulsivo.	026
Tabela 5.1 – Parâmetros práticos da resposta impulsiva do canal PLC.	108
Tabela 5.2 – Parâmetros práticos da resposta impulsiva $h(t)$ de um canal PLC com $R = 10$ Mbps.	108
Tabela 5.3 - Valores do intervalo de guarda.	122

LISTA DE ABREVIATURAS

ADSL	<i>Asymmetric Digital Subscriber Line</i>
ASK	<i>Amplitude Shift-Keying</i>
ANATEL	Agência Nacional de Telecomunicações
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
AT	Alta Tensão
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
BASK	<i>Binary Amplitude Shift-Keying</i>
BPSK	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
BER	<i>Bit Error Rate</i>
BPL	<i>Broadband over Power Line</i>
BPLC	<i>Broadband over Power Line Communication</i>
BT	Baixa Tensão
CP	<i>Cyclic Prefix</i>
dB	Decibel
DC	<i>Down Conversion</i>
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i>
DMT	<i>Discrete MultiTone</i>
DSP	<i>Digital Signal Processing</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
FSK	<i>Frequency Shift-Keying</i>
FPGA	<i>Flexible Programmable Gate Array</i>
HFC	<i>Hybrid Fiber Coax</i>
IFFT	<i>Invserse Fast Fourier Transform</i>
IP	<i>Internet Protocol</i>
ICI	<i>InterChannel Interference</i>
ISI	<i>InterSymbol Interference</i>
LAN	<i>Local Area Network</i>
L-PAM	<i>Level – Pulse Amplitude Modulation</i>
LUT	<i>Look Up Table</i>

MAP	<i>Maximum A posteriori Probability</i>
MCM	<i>Multi-Carrier Modulation</i>
ML	<i>Maximum Likelihood</i>
M-ASK	<i>M-ary Amplitude Shift-Keying</i>
M-FSK	<i>M-ary Frequency Shift Keying</i>
M-PSK	<i>M-ary Phase Shift Keying</i>
M-QAM	<i>M-ary Quadrature Amplitude Modulation</i>
MT	Média Tensão
NBR	Norma Brasileira
OFDM	<i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i>
OOK	<i>On-Off Keying</i>
QoS	<i>Quality of Service</i>
QPSK	<i>Quadrature Phase Shift Keying</i>
PDF	<i>Probability Density Function</i>
PLC	<i>Power Line Communication</i>
PLIC	<i>Power Line Indoor Communication</i>
PLOC	<i>Power Line Outdoor Communication</i>
PLT	<i>Power Line Telecommunications</i>
PSD	<i>Power Spectral Density</i>
PSK	<i>Phase Shift Keying</i>
SEP	<i>Symbol Error Probability</i>
SINC	<i>Sinus cardinalis</i>
SNR ou S/N	<i>Signal Noise Ratio</i>
UC	<i>Up Conversion</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

\cosh	Cosseno hiperbólico
a	Raio do condutor
D	Distância entre os condutores
ϵ_0	Permissividade no espaço livre
ϵ_{ref}	Permissividade relativa efetiva no meio
μ_0	Permeabilidade no espaço livre
σ_d	Condutividade do material dielétrico entre os condutores
\tan	Tangente do ângulo
G	Condutância
C	Capacitância
f	Frequência
L	Indutância
R	Resistividade
μ_c	Permeabilidade do condutor
ρ	Resistência específica
β	Constante de fase
v_p	Velocidade de fase
λ_z	Comprimento de onda da linha
Z_L	Impedância característica
γ	Constante de propagação
α	Constante de atenuação
$A(f, d)$	Coefficiente de atenuação
d	Comprimento do caminho
a_0, a_1	Parâmetros de atenuação
$S_w(f)$	Densidade espectral de potência
$R_w(\tau)$	Função autocorrelação

$\delta(\tau)$	Função delta de <i>Dirac</i>
m_w	Média
σ_w^2	Variância do processo aleatório gaussiano para a frequência ω
ϕ_j	Função base
v_{ij}	Projeção do i-ésimo vetor sobre o j-ésimo vetor base
E_i	Energia do vetor-sinal
d_{ik}	Distância euclidiana entre os símbolos s_i e s_k
$g_i(t)$	Funções intermediárias
$f_Y(y m_1)$	Densidade de probabilidade
M	Número de símbolos
p_i	Probabilidade de envio de um símbolo
$P_e(m_i)$	Probabilidade de erro de símbolo condicionada ao envio do símbolo m_i
E_b	Energia do sinal transmitido por bit
S	Potência média do sinal
N	Potência média do ruído
W	Largura de banda
R	Taxa de bits
P_B	Probabilidade de erro de bit
f_c	Frequência da portadora
T	Duração do símbolo
N_0	Densidade espectral de potência do AWGN
Q	Integral gaussiana
b	Número de bits
P_s	Probabilidade de erro de símbolo
Φ	Fase inicial em $t = 0$
h	Índice de modulação
ϕ_1 e ϕ_2	Componentes da direção do vetor base
L	Número de níveis possíveis
$E_{m\u00e9dia}$	Energia média
2ν	Distância entre os símbolos adjacentes

$\bar{\mu}$	Número médio de símbolos vizinhos adjacentes
P_s	Probabilidade de erro de símbolo
\bar{E}_{M-QAM}	Energia média da constelação quadrada
w	Ruído AWGN
k	Fator de normalização da energia
n_R	Parte real do ruído AWGN
n_I	Parte imaginária do ruído AWGN
$\bar{E}_{M-QAM(Cruz)}$	Energia média da constelação não quadrada cruzada
i_k	Ruído impulsivo
b_k	Processo de <i>Bernoulli</i>
g_k	Processo gaussiano
n	Ruído total com parte real n_R e imaginária n_I
N_i	PSD do ruído impulsivo
P_i	Probabilidade de ocorrência do ruído impulsivo
μ	Relação entre as PSDs dos ruídos
σ_n^2	Variância do ruído combinado
σ_i^2	Variância do ruído impulsivo
$\Phi_n(\omega_1, \omega_2)$	Função característica do ruído combinado
$\Phi_w(\omega)$	Função característica gaussiana
$\Phi_i(\omega)$	Função característica <i>Bernoulli</i>
$p_n(n_R, n_I)$	Função densidade de probabilidade conjunta
$G(n_R, 0, \sigma_n^2)$	Função densidade de probabilidade marginal
P_c	Probabilidade de acerto
P_e	Probabilidade de erro
N_c	Número de subportadoras
W_k	Transformada do ruído gaussiano
I_k	Transformada do ruído impulsivo

β_n	Amplitude da resposta de ordem n
τ_n	Atraso da resposta de ordem n
N_r	Número de reflexões na linha PLC
d_k	Valor complexo do código de transmissão
f_m	Frequência do oscilador local (subportadora)
d_m	Subsímbolos mapeados
$p(t)$	Pulso retangular

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

É sabido que o aumento e o alcance maior dos sistemas de telecomunicações passam primeiramente pela investigação de diferentes meios de comunicação de dados tendo como parâmetros de análise:

- i. o baixo custo de implementação da infraestrutura de comunicação (DOSTERT, 2001), pois a mesma já se encontra instalada;
- ii. a capacidade teórica dos canais PLC ultrapassarem 500 Mbps (ZIMMERMANN; DOSTERT, 1999);
- iii. o desenvolvimento de novas técnicas de transmissão digital de dados (DOSTERT, 2001);
- iv. o aumento explosivo da capacidade de processamento dos modernos DSP (*Digital Signal Processing*) e FPGA (*Flexible Programmable Gate Array*) e a diminuição constante do custo dos mesmos (RIBEIRO, 2005).

Por estes motivos, especial atenção tem sido direcionada as redes elétricas como meio de transmissão de dados (RIBEIRO, 2005).

O uso das redes elétricas para a transmissão de dados iniciou-se em 1838. Avanços foram obtidos até o final da década de 70. Na década de 80 foi possível a implementação de técnicas de processamento de sinais para a modulação digital e a codificação de canais em modems que permitiram taxas em torno de 14,4 kbps. Nesse período a Europa estabeleceu o padrão CELENEC que opera na faixa de frequência até 500 kHz, transmite na taxa de dados de até 144 kbps para distâncias inferiores a 500 m e limita a potência em 5 mW. Ao longo da década de 90 algumas empresas propuseram o uso da faixa entre 1 MHz e 30 MHz para a transmissão banda larga de dados. Em 1995, demonstrou-se que nas altas frequências a linha de baixa tensão poderia ser utilizada para carregar sinais de comunicação daí surgiu o

conceito de *Power Line Communication* (PLC). Ele provê conectividade usando as linhas de energia elétrica como meio de comunicação (ATAYERO; ALASTISHE; INANOV, 2012).

Em março de 2000 foi formada uma aliança entre várias empresas para o desenvolvimento de uma especificação para redes PLC domésticas de alta velocidade. Em junho de 2001 surge o padrão *HomePlug 1.0* que usa a faixa de frequência de 4,49 MHz até 20,7 MHz e oferece taxa média de 45 Mbps. As subportadoras da Multiplexação Ortogonal por Divisão de Frequência (OFDM – *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) podem ser moduladas com PSK (*Phase Shift Keying*), BPSK (*Binary Phase Shift Keying*), DBPSK (*Diferential Phase Shift Keying*) e DQPSK (*Diferential Quadrature Phase Shift Keying*). E o padrão *HomePlug AV* que permite a distribuição de áudio e vídeo em alta definição com taxa efetiva acima de 100 Mbps surgiu em agosto de 2005. O padrão *HomePlug 2.0* proporciona taxa efetiva acima de 200 Mbps. O padrão IEEE 1910 entrega taxa de dados de 500 Mbps em aplicações locais com alcance de 1500 metros (ZATTAR, 2011).

1.1 Problematização

Em artigo a expressão “*horrible channel*” (BIGLIERI, 2003) foi usada para caracterizar os canais PLC. De fato, as investigações mostram que os canais PLC apresentam características similares aos canais de comunicação sem fio.

Alguns artigos demonstraram a diminuição da taxa de transferência de dados quando a rede elétrica é submetida a algumas fontes de ruído, aparelhos elétrico/eletrônicos. A presença de ruídos no canal de comunicação eleva significativamente a Probabilidade de Erro de Símbolos (SEP – *Symbol Error Probability*). O ruído nas linhas de transmissão de energia é significativo no processo de transmissão de dados (ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002a).

Além disso, o canal PLC é influenciado pelo efeito de múltiplos percursos que se deve à presença de diversos ramos e impedâncias mal combinadas na linha de transmissão. A propagação do sinal não é somente na direção do transmissor para o receptor, os caminhos adicionais denominados de ecos devem ser considerados (ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002b).

1.2 Justificativa

Mesmo não sendo um canal favorável para uma comunicação de dados é crescente o interesse em se utilizar a infraestrutura das linhas de transmissão de energia elétrica para serviços de comunicação em banda larga. Em uma rede banda larga permite-se acesso rápido à internet com altas taxas de transferência na ordem de centenas de Mbps. Ainda apresenta baixo custo e facilidade de implementação.

Os artigos que tratam dos problemas relacionados ao ruído e múltiplos caminhos são (MA; SO; GUNAWAN, 2005) e (GHOSH, 1996). Os autores em (MA; SO; GUNAWAN, 2005) analisam a influência do intervalo de guarda do sistema de Multiplexação Ortogonal por Divisão de Frequência quando no canal existem ruído e múltiplas reflexões. Porém, neste trabalho é avaliada somente a modulação BPSK que atualmente não atende a taxa de transmissão requerida pelos usuários das redes de comunicação. No artigo de (GHOSH, 1996), o autor analisa o sistema QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*) OFDM em um canal com os ruídos gaussiano e impulsivo, mas não avalia as múltiplas reflexões.

1.3 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é o cálculo da probabilidade de erro de símbolo do sistema M-QAM OFDM em um canal PLC com múltiplas reflexões e ruídos gaussiano e impulsivo.

A proposta desse trabalho sugere a decomposição de um problema analisado em vários sub-problemas. Inicialmente apresenta-se um estudo da atenuação no fio elétrico que é o canal de comunicação utilizado nos testes com o adaptador PLC. Os resultados desses testes demonstraram que a presença dos ruídos de fundo e impulsivo no canal diminui a taxa de transmissão de dados e aumenta o tempo de transmissão.

Na prática os ruídos acontecem simultaneamente no canal PLC, logo se propõe um modelo matemático de ruído combinado. O ruído de fundo é modelado como ruído gaussiano branco aditivo (AWGN – *Additive White Gaussian Noise*) com média zero e variância $\{\sigma_w^2\}$ (AL-HINAI; SADIK; HUSSAIN, 2009). E optou-se pelo ruído impulsivo como um processo “*Bernoulli-Gaussiano*”, produto de um processo real *Bernoulli* e um processo complexo *Gaussiano* (GHOSH, 1996) e (PIGHI. et al., 2006).

Para atender a norma IEEE 1901 que define uma taxa de dados superior a 500 Mbps em aplicações de rede local (LAN - *Local Area Network*) escolheu-se a modulação M-QAM. Essa modulação atende altas taxas de transmissão sem elevar consideravelmente a taxa de erro de bit (BER – *Bit Error Rate*) (JIGNA; PATANIL, 2014). Portanto, as equações para o cálculo da probabilidade de erro de símbolo da modulação M-QAM com constelação quadrada e não quadrada cruzada são desenvolvidas. Essas equações são avaliadas com os ruídos AWGN e combinado. O acréscimo do ruído impulsivo eleva a SEP da modulação escolhida e para melhorar o desempenho do sistema adiciona-se um esquema de múltiplas portadoras (MC - *Multi-Carrier*). O equacionamento para avaliar a SEP do sistema M-QAM OFDM/DMT com os ruídos gaussiano e impulsivo é desenvolvido. Os resultados obtidos e apresentados graficamente mostram uma diminuição considerável da SEP.

O atraso do sinal devido às múltiplas reflexões pode ser amenizado utilizando o intervalo de guarda entre os quadros do sistema OFDM. O intervalo de guarda pode reduzir ou eliminar o efeito da interferência entre símbolos. Portanto, recomenda-se avaliar a influência do intervalo de guarda na SEP do sistema M-QAM OFDM. Diante disso, propõe-se um equacionamento das múltiplas reflexões sem e com tempo de guarda.

1.4 Organização do trabalho

Apresenta-se, a seguir, a organização de cada um dos capítulos que formam o restante deste trabalho.

O uso das redes elétricas de distribuição de energia para a transmissão de dados passa, primeiramente, pelo estudo das características a esses meios de transmissão. Por isso, no Capítulo 2 são estudados os parâmetros primários da linha de transmissão e os conceitos básicos da tecnologia PLC. Os tipos de ruídos presentes nos canais são descritos e os resultados obtidos nos testes da transmissão de dados utilizando os adaptadores dessa tecnologia em cenários com e sem ruídos Gaussiano e impulsivo são apresentados.

O Capítulo 3 descreve os principais conceitos utilizados no desenvolvimento dessa tese. A representação do sinal no espaço, a SEP de algumas modulações digitais na presença de ruído Gaussiano branco aditivo e a técnica de intervalo de guarda usada no sistema de múltiplas portadoras.

No Capítulo 4 discute-se a SEP da M-QAM com constelação quadrada e ruído gaussiano. As etapas do método proposto para calcular a SEP da modulação M-QAM

constelação não quadrada cruzada são esclarecidas. O modelo estatístico de ruído combinado, gaussiano e impulsivo, é proposto e avaliado para o sistema M-QAM OFDM/DMT.

Avalia-se um canal PLC com os efeitos do ruído combinado e das múltiplas reflexões considerando a ausência e a presença do tempo de guarda. O equacionamento para o cálculo dessa probabilidade de erro de símbolos M-QAM OFDM/DMT é apresentado no Capítulo 5.

Finalmente, o Capítulo 6 apresenta as conclusões e observações finais da presente tese e lista possíveis investigações futuras.

CAPÍTULO 2

TRANSMISSÃO DE DADOS NA REDE ELÉTRICA

2.1 Introdução

A comunicação de dados pela rede elétrica é conhecida como *Broadband over Power Line Communication* (BPLC), *Power Line Telecommunications* (PLT) ou *Power Line Communication* (PLC). Neste trabalho utiliza-se o termo PLC, por ter sido adotado pelas agências nacionais: Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL) e Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL).

Os sistemas de comunicação que utilizam a rede elétrica tornaram-se viáveis tecnicamente por fornecerem taxas de transmissão de dados relativamente altas (centenas de Mbps) proporcionando aplicações como: videoconferência, voz sobre *Internet Protocol* (IP), monitoramento, gerenciamento, telemetria e redes domésticas inteligentes com níveis de qualidade satisfatórios. Além disto, a tecnologia PLC apresenta baixo custo e facilidade de implantação, pois a mesma utiliza a infraestrutura já instalada. Esta tecnologia pode ser utilizada em redes de alta tensão, média tensão e baixa tensão e em ambientes externos e internos. Entretanto, atualmente a tecnologia é usada nas redes de baixa tensão porque elas apresentam maior segurança e eficiência.

Este capítulo está organizado da seguinte forma. Nas seções 2.2 e 2.3 apresentam-se a classificação das redes de energia elétrica e as associa com as redes PLC *indoor* e *outdoor*. A descrição do cabo elétrico e os resultados da avaliação dos parâmetros primários e secundários deste fio nos experimentos são apresentados na seção 2.4. Os equipamentos e a localização deles na rede PLC são explicados na seção 2.5, e ainda nesta seção, investiga-se a taxa de transmissão de dados dos adaptadores. Na seção 2.6 esclarece-se a influência dos ruídos na taxa de transmissão de dados via rede elétrica.

2.2 Padrões

A Figura 2.1 ilustra a rede PLC interna (*indoor*) e externa (*outdoor*).

Figura 2.1 – Diferenciação das redes *indoor* e *outdoor*.

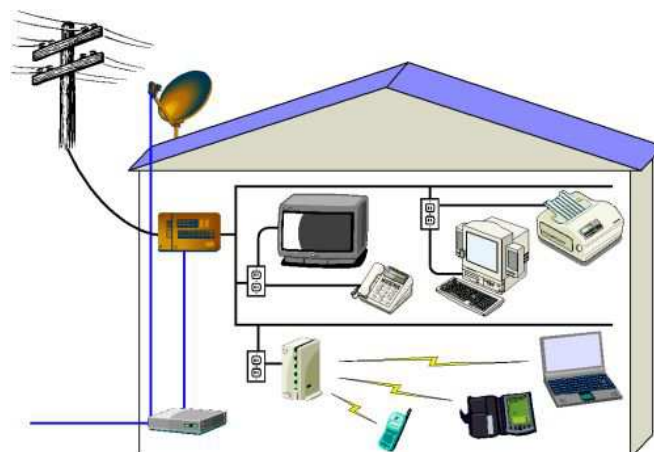


Fonte: <http://www.atrasdamoita.com/tecnologia-plc-banda-larga-via-rede-de-energia-eletrica>.

2.2.1 PLC indoor

O padrão *Power Line Indoor Communication (PLIC)* também denominado *Broadband over Power Line (BPL)* é muito difundido nos Estados Unidos e Europa. Esse padrão abrange o trecho do medidor de energia do usuário até as tomadas presentes no interior da residência. Todas as tomadas estão habilitadas a transmitir dados além da eletricidade, ou seja, elas também são pontos de conexão para a rede de dados. Nessa arquitetura emprega-se um adaptador externo que converterá os sinais. Esse adaptador está localizado junto aos transformadores de média e baixa tensão. A Figura 2.2 ilustra o cenário PLIC.

Figura 2.2 – Rede *indoor*.

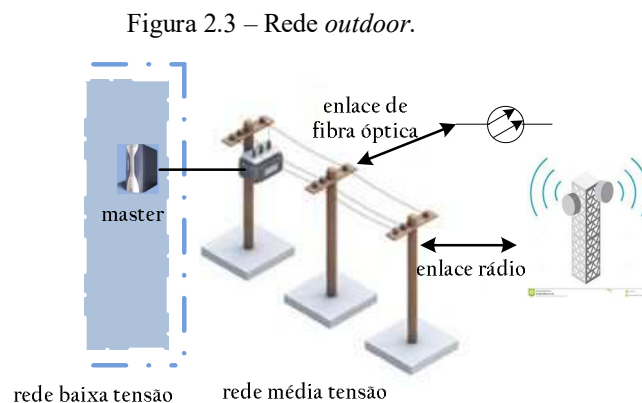


Fonte: <http://blog.ccna.com.br/2009/09/07/entenda-melhor-o-plc-power-line-communications/>.

A instalação da rede de baixa tensão é mais barata que, por exemplo, desenvolver uma rede híbrida de cabo coaxial e fibra óptica (HFC - *Hybrid Fiber Coax*). O adaptador PLC pode também ser utilizado para estabelecer uma rede local levando o sinal a todos os cômodos de uma residência ou de um escritório, possibilitando que diversos usuários conectem e dividam uma conexão em alta velocidade.

2.2.2 PLC outdoor

A Figura 2.3 ilustra o padrão *Power Line Outdoor Communication* (PLOC) que possui o equipamento *master* responsável pelo controle e repetição.



Fonte: a autora.

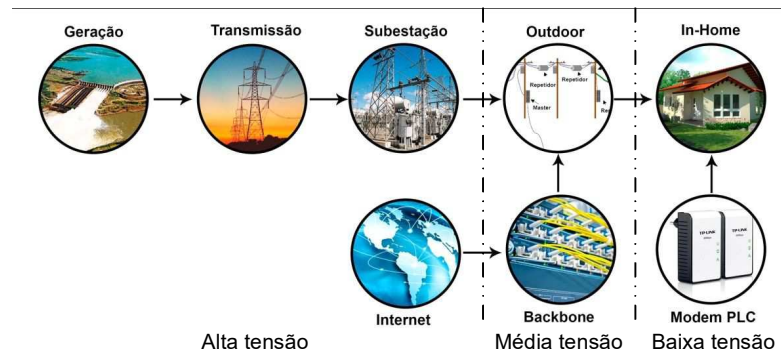
O padrão PLOC abrange a rede elétrica do lado primário do transformador até o medidor de energia elétrica residencial. No secundário do transformador é instalado o transceptor de sinais para a rede de baixa tensão para conectar o *backbone* Internet à rede elétrica. Neste ponto existe uma conversão do sinal para que os dados possam ser injetados na rede elétrica. Como característica própria o PLOC apresenta a possibilidade de personalizar a taxa de transmissão de acordo com o contrato de assinatura do usuário, como é feito nos serviços de linha digital assimétrica de assinantes (ADSL - *Asymmetric Digital Subscriber Line*) e *cable modem*.

2.3 Redes de transmissão de energia elétrica

A rede elétrica foi projetada e dimensionada para a transmissão de energia usando uma portadora senoidal de frequência 50/60 Hz. A Figura 2.4 ilustra a subdivisão da rede em: alta

tensão (AT) (110 – 380 kV), média tensão (MT) (10 – 30 kV) e baixa tensão (BT) (0 - 500V). Os detalhes de cada uma dessas redes são apresentados a seguir.

Figura 2.4 – Subdivisão da rede elétrica.



Fonte: a autora.

2.3.1 Rede de energia elétrica de alta tensão

As redes de alta tensão transportam energia elétrica da estação de geração até as estações consumidoras percorrendo centena de quilômetros de distância. A propagação da onda é realizada em 50 ou 60 Hz. Elas podem ser construídas na forma de três fases aérea. Esse sistema permite a geração de tensões de mesma amplitude com defasagem de 120° entre as ondas. Isto melhora a geometria para a construção das torres de transmissão e a transmissão de potência. Existem dois tipos de interferência de alta frequência na linha de transmissão de alta tensão (ZATTAR, 2011):

- *Interferência impulsiva de curto tempo:* os impulsos apresentam amplitudes consideráveis que ocasionam picos de tensão perigosos nos aparelhos receptores devido à parte da alta frequência. Ela é causada por descargas atmosféricas;
- *Interferência de banda larga:* presente constantemente e em alto nível. A sua densidade espectral de potência depende do tempo e aumenta com a umidade do ar durante a chuva, a geada ou a neblina. Esse valor varia até 20 dB (decibel).

2.3.2 Rede de energia elétrica de média tensão

A faixa de tensão da rede de energia elétrica de média tensão é de 10 kV a 30 kV. O comprimento dessa rede varia de 5 km a 25 km.

As redes de média tensão estão distribuídas no interior das áreas urbanas e rurais. Essas redes são disponibilizadas aos consumidores de grande porte que possuem suas próprias subestações e são utilizadas no fornecimento de energia elétrica aos consumidores de maior porte como indústrias, hospitais, condomínios, grandes edifícios, e outros.

No Brasil, as tensões padronizadas são 13,8 kV para a alimentação de transformadores de distribuição e médios clientes e 25 kV para as grandes indústrias. No cenário brasileiro atual existem três diferentes tipos de linha de transmissão para média tensão (ZATTAR, 2011):

- *Linha convencional*: constituída por condutores de cobre ou alumínio, puros ou revestidos com material isolante. Eles são montados sobre as travessas horizontais de madeira no alto dos postes e dependendo da tensão utilizada a distância entre eles varia de 50 a 100 centímetros;
- *Linha compacta*: os condutores são sempre isolados e utiliza separadores para manter uma distância de 10 a 20 centímetros entre os cabos. A disposição da estrutura é em forma de losango, suspenso por um cabo guia;
- *Linha multiplexada*: constituída por três condutores isolados e blindados torcidos juntamente com um cabo guia, utilizado para a sustentação do sistema.

2.3.3 Rede de energia elétrica de baixa tensão

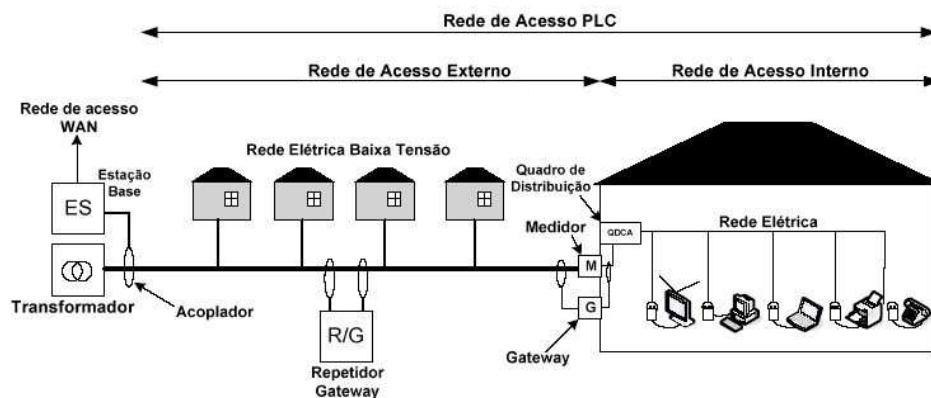
As redes de energia elétrica de baixa tensão são até 0,5 kV. Elas atingem raios de 100 a 500 metros, denominada de a última milha (*last mile*). Nesse segmento de rede têm-se interferências devido à natureza dinâmica com que as cargas são inseridas e removidas no circuito. As emissões provenientes dos equipamentos e as interferências de diferentes naturezas tornam o ambiente hostil para a transmissão de sinais. Os três tipos de linhas de transmissão de baixa tensão são (ZATTAR, 2011):

- *Linha convencional* construída com condutores de cobre ou alumínio e as três fases são revestidas com material isolante e o neutro. O sistema é montado em disposição vertical junto aos postes com distância de 15 a 30 cm;
- *Linha multiplexada* com construção semelhante às linhas multiplexadas de média tensão, porém, os condutores não possuem blindagem;

- *Linha subterrânea* que utiliza condutores de cobre isolados não blindados para as fases e para o neutro. Elas são classificadas como radial quando a rede secundária parte de apenas um transformador, ou malha com vários transformadores interligados e alimentados por diferentes redes primárias.

A Figura 2.5 ilustra a topologia da rede elétrica de baixa tensão. Os valores padrões da tensão dessa rede podem ser fornecidos em circuitos monofásicos de 127 ou 220 V, ou ainda, em circuitos bifásicos e trifásicos de 220 ou 380 V. O fornecimento de circuitos em 440 V destina-se apenas a pequenas indústrias que possuem motores e outros equipamentos específicos.

Figura 2.5 - Diagrama da rede de acesso de baixa tensão.

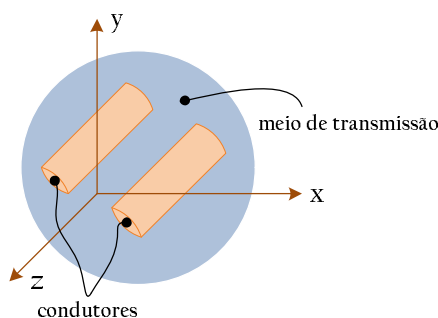


Fonte: adaptado de HRASNICA; HAIDINE; LEHNERT(2004).

2.4 Fio da rede elétrica

A Figura 2.6 ilustra uma linha de transmissão de dois fios condutores paralelos separados.

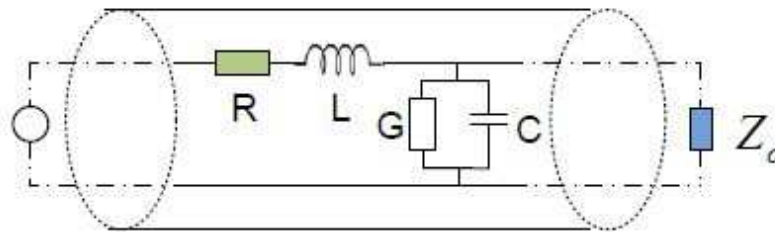
Figura 2.6 – Linha de transmissão de dois fios.



Fonte: adaptado de FONTANA (2013).

De acordo com a teoria de linha de transmissão apresentada em (CHANDNA; ZAHIDA, 2010), (CHENG, 1993), (MENG, 2002), (PAPALEONIDOPOULOS, et al., 2003) e (POZAR, 2004), os parâmetros primários são definidos pela capacitância, indutância, condutância e resistividade. A Figura 2.7 ilustra o modelo composto pelos parâmetros primários.

Figura 2.7 - Modelo da linha de transmissão.



Fonte: adaptado de LIU, et al. (2005).

A capacitância C é a medida da habilidade de um capacitor em reter carga e a Equação (2.1) mostra o cálculo dela.

$$C = \frac{\pi \epsilon_{ref} \epsilon_0}{\cosh^{-1}\left(\frac{D}{2a}\right)} (F / m) \quad (2.1)$$

Em que,

\cosh - cosseno hiperbólico;

a - raio do condutor;

D - distância entre os condutores;

ϵ_0 - permissividade no espaço livre; e

ϵ_{ref} - permissividade relativa efetiva no meio que inclui o efeito do dielétrico não homogêneo entre os fios paralelos (RIBEIRO, 2008).

Em (CHENG, 1993) considerou-se $\cosh^{-1}(D/2a) \cong \ln(D/2a)$ quando $(D/2a)^2 \gg 1$.

A indutância L é a capacidade de um elemento de armazenar energia por um campo magnético e, também de recuperar essa energia. O cálculo de L é mostrado na Equação (2.2).

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \cosh^{-1}\left(\frac{D}{2a}\right) (H / m) \quad (2.2)$$

Em que,

\cosh - cosseno hiperbólico;

a - raio do condutor;

D - distância entre os condutores; e

μ_0 - permeabilidade no espaço livre.

Em (HRASNICA; HAIDINE; LEHNERT, 2004), os autores explicam que as perdas de sinal na faixa de rádio frequência (RF – *Radio Frequency*) ao longo das linhas de transmissão de energia são resultantes de perdas dielétricas e do efeito *skin*. Estas perdas são caracterizadas pelo “ângulo de perda”. As perdas dielétricas alteram o cálculo da condutância G , propriedade que um condutor apresenta a passagem da corrente elétrica e sua expressão matemática é definida na Equação (2.3).

$$G = \frac{\pi\sigma_d}{\cosh^{-1}\left(\frac{D}{2a}\right)} (S/m) \quad (2.3)$$

Em que,

\cosh - cosseno hiperbólico;

a - raio do condutor;

D - distância entre os condutores; e

σ_d - condutividade do material dielétrico entre os condutores.

O ângulo de perda resultante das perdas dielétricas δ_c é calculado na Equação (2.4).

$$\tan \delta_c = \frac{G(f)}{2\pi fC} \rightarrow G(f) = 2\pi fC \tan \delta_c \sim f \quad (2.4)$$

Em que,

\tan - tangente do ângulo;

f - frequência;

G - condutância; e

C - capacitância.

A Equação (2.5) relaciona a resistividade da linha de dois fios com a variável frequência.

$$R = \frac{1}{a\pi} \sqrt{\frac{\pi\mu_c f}{\sigma_c}} (\Omega / m) \quad (2.5)$$

Em que,

a - raio do condutor;

σ_c - condutividade;

μ_c - permeabilidade do condutor; e

f - frequência.

Na Equação (2.6) define-se o ângulo de perda devido ao efeito *skin* (δ_L).

$$\tan \delta_L = \frac{R}{2\pi L} \quad (2.6)$$

Em que,

\tan – tangente;

L - indutância; e

R - resistividade.

Assim, a resistividade é determinada pelo efeito *skin* nas frequências no intervalo de Mega Hertz. O conceito de profundidade de penetração é definido na Equação (2.7).

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi\mu_c f}} \quad (2.7)$$

Em que,

μ_c - permeabilidade do condutor;

f - frequência; e

ρ - resistência específica.

Portanto, a resistividade para uma linha homogênea com seção circular na condição $f \gg \rho / (\pi\mu_c a^2)$ é mostrada na Equação (2.8).

$$R = \sqrt{\frac{\rho\mu_c f}{\pi a^2}} \sim \sqrt{f} \quad (2.8)$$

O fio elétrico utilizado na montagem da rede teste segue a norma brasileira NBR 13.248 e a sua especificação técnica é mostrada na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Características do fio elétrico.

Especificação	Valor
Seção	2,50mm ²
Isolação	0,80mm
Diâmetro externo	3,30mm
Diâmetro interno	1,80mm

O valor de seção 2,5 mm² proporciona um raio de 0,9 mm e a distância medida entre os condutores é de aproximadamente 10 mm. As constantes apresentadas nas normas foram: $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} (H / m)$, $\epsilon_0 = 8,8542 (pF / m)$, $\epsilon_{ref} = 1,52$, $\sigma_c = 5,8 \cdot 10^7 (S / m)$ e $\mu_c = 0,9999906 \mu_0$. Essas especificações técnicas são utilizadas nas Equações (2.1), (2.2), (2.4) e (2.8). Os resultados dos cálculos dessas equações são apresentados na Tabela 2.2 e comparados aos resultados apresentados na Tabela 2.3 (HRASNICA; HAIDINE; LEHNERT, 2004).

Tabela 2.2 – Parâmetros primários da linha de dois fios.

Parâmetros	Resultados obtidos
L	0,96 (μH/m)
R	$9,22 \cdot 10^{-5} \sqrt{f}$ (Ω/m)
C	14,55 (pF/m)
G	$218,03 \cdot 10^{-14} f$ (S/m)

Tabela 2.3 – Característica dos cabos da rede *indoor*.

Cabo	H07V-U	H07V-U	H07V-R	H07V-R	H07V-R
Seção mm ²	1,5	2,5	4	6	10
ϵ_{ref}	1,45	1,52	1,56	1,73	2
C (pF/m)	15	17,5	20	25	33
L (μH/m)	1,08	0,96	0,87	0,78	0,68
R ₁	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$9,34 \cdot 10^{-5}$	$7,55 \cdot 10^{-5}$	$6,25 \cdot 10^{-5}$	$4,98 \cdot 10^{-5}$
C ₁	30,9	34,7	38,4	42,5	49,3
Z ₀ (Ω)	270	234	209	178	143

$R = R_1 \sqrt{f} (\Omega / m)$ $G = 2\pi f G_1 \cdot 10^{-4} (S / m)$

Fonte: HRASNICA; HAIDINE; LEHNERT (2004, p 84).

A análise da linha de transmissão de dois fios com pequenas perdas e dielétricos homogêneos deve ser realizada determinando também os parâmetros secundários: constante de fase, velocidade de fase e comprimento de onda da linha.

A constante de fase β fornece a taxa de mudança de fase da onda por metro linear da linha. A Equação (2.9) apresenta o cálculo dessa constante.

$$\beta = 2\pi f \sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0} \text{ (rad/m)} \quad (2.9)$$

A velocidade de fase v_p define a rapidez do movimento da frente de onda. O cálculo dessa velocidade é mostrado na Equação (2.10).

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} \text{ (m/s)} \quad (2.10)$$

O comprimento de onda da linha λ_z é a distância percorrida por uma onda durante um período T de variações harmônicas no tempo e é encontrado utilizando a Equação (2.11).

$$\lambda_z = \frac{1}{f \sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{v_p}{f} \text{ (m)} \quad (2.11)$$

Em que,

ε_0 - permissividade no espaço livre;

ε_r - permissividade relativa efetiva no meio;

μ_0 - permeabilidade no espaço livre; e

f - frequência.

Ao aplicar os valores das constantes relacionadas ao tipo de fio elétrico nas Equações (2.9), (2.10) e (2.11) resulta nos parâmetros secundários mostrados na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 – Parâmetros secundários da linha de dois fios.

Parâmetros	Resultados
β	$31,50 \cdot 10^{-9} \sqrt{f}$ (rad/m)
v_p	$200 \cdot 10^6$ (m/s)
λ_z	$2 \cdot 10^8 f^{-1}$ (m)

De acordo com (ESMAILIAN; KSCHISCHANG; GULAK, 2003), o valor da impedância característica complexa é determinado a partir dos valores calculados a priori da capacitância, indutância, resistência e condutância. Esse valor é determinado utilizando a Equação (2.12).

$$Z_L = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (2.12)$$

Observando a geometria e a propriedade do material do fio no intervalo de frequência da rede PLC tem-se as condições: $R \ll \omega L$ e $G \ll \omega C$ (ZIMMERMANN; DOSTER, 1999). Assim, a Equação (2.12) é reescrita na forma da Equação (2.13).

$$Z_L = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.13)$$

E o valor da impedância característica calculado na Equação (2.13) é igual a 233,88 Ω .

Os parâmetros primários também são utilizados para determinar a constante de propagação γ na Equação (2.14).

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \frac{1}{2} \frac{R}{Z_L} + \frac{1}{2} G Z_L + j\omega \sqrt{LC} \quad (2.14)$$

Em que,

α - constante de atenuação;

β - constante de fase.

Os termos $(R/2Z_L)$ e $(G.Z_L/2)$ representam o impacto do efeito *skin* e as perdas dielétricas sem o material de isolamento, respectivamente.

A parte real da constante de propagação, perda por atenuação, aumenta proporcionalmente com a frequência (ZIMMERMANN; DOSTER, 1999).

Como mostrado na Equação (2.15), o coeficiente de atenuação depende da frequência e é calculado usando a constante de atenuação e o comprimento do caminho.

$$A(f, d) = \exp[-\alpha(f).d] \quad (2.15)$$

Em que,

$A(f, d)$ - coeficiente de atenuação;

$\alpha(f)$ - constante de atenuação; e

d - comprimento do caminho.

Após a análise da função de transferência medida determinaram-se os parâmetros de atenuação e o expoente da constante de atenuação no intervalo de 0,5 a 1. Utilizando esses parâmetros foi elaborada uma fórmula aproximada para a constante de atenuação mostrada na Equação (2.16).

$$\alpha(f) = a_0 + a_1 \cdot f^c \quad (2.16)$$

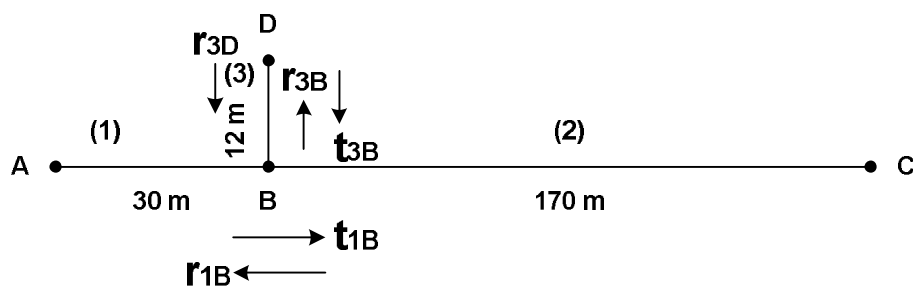
Em que,

a_0, a_1 - parâmetros de atenuação; e

c - expoente da constante de atenuação.

O canal da linha de transmissão de energia é afetado predominantemente pelo efeito de múltiplos percursos que se deve a presença de diversos ramos e as impedâncias mal combinadas que causam múltiplas reflexões. Para verificar o modelo proposto em (ZIMMERMANN; DOSTER, 2002b) utilizou-se um exemplo de topologia de rede PLC ilustrada na Figura 2.8. O enlace tem apenas um ramo e é formado pelos segmentos (1), (2) e (3). As terminações A e C estão casadas, assim os pontos de reflexão são B e D com fatores de reflexão r_{1B}, r_{3B}, r_{3D} e de transmissão t_{1B}, t_{3B} . Nessa topologia existem inúmeros caminhos de propagação (A→B→C, A→B→D→B→C, A→B→D→B→D→B→C e outros).

Figura 2.8 – Exemplo de topologia de rede PLC.



Fonte: ZIMMERMANN; DOSTER (2002b).

A Equação (2.17) mostra a função de transferência no domínio da frequência de A para C (ZIMMERMANN; DOSTER, 2002b).

$$H(f) = \sum_{n=1}^N \beta_n \exp[-\alpha(f)d_n] \exp(-j2\pi f\tau_n) \quad (2.17)$$

Em que,

N - número de caminhos não desprezíveis;

$\exp[-\alpha(f)d_n]$ - atenuação; e

$\exp(-j2\pi f\tau_n)$ - atraso de cada caminho.

Cada caminho n tem um fator de peso β_n representando o produto dos fatores de transmissão e reflexão, $|\beta_n| \leq 1$. O atraso associado aos n caminhos τ_n é mostrado na Equação (2.18).

$$\tau_n = \frac{d_n}{v_p} \quad (2.18)$$

Em que,

d_n - comprimento do caminho; e

v_p - velocidade de fase.

Os parâmetros da atenuação são $c = 1$, $a_0 = 0$, $a_1 = 7,8 \cdot 10^{-10} (s/m)$ e os parâmetros de caminho determinados da resposta em frequência medida são mostrados na Tabela 2.5.

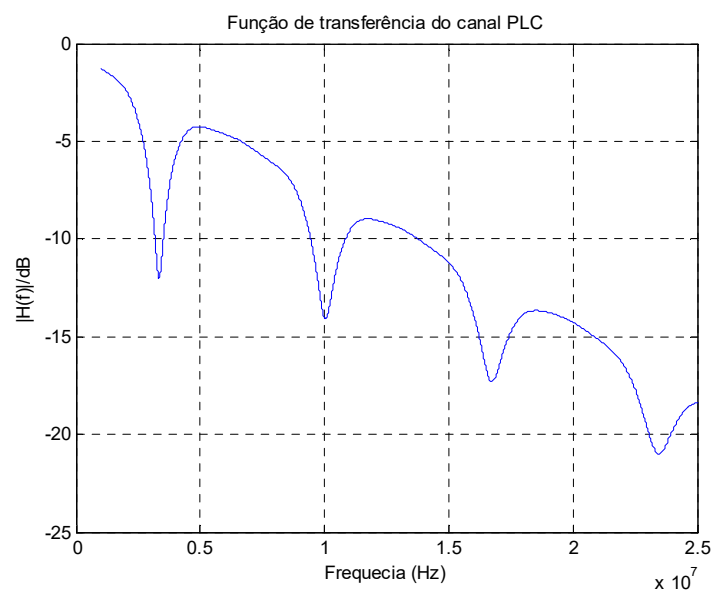
Tabela 2.5 – Parâmetros da rede teste.

n	β_n	d_n / m
1	0,64	200
2	0,38	222,4
3	-0,15	244,8
4	0,05	267,5

Fonte: ZIMMERMANN; DOSTER (2002b).

As reflexões nos pontos de tomada causam vales periódicos na amplitude da resposta em frequência como ilustrado na Figura 2.9.

Figura 2.9 – Resposta em amplitude do canal PLC.



2.5 Equipamentos

Para transmitir dados na rede elétrica é necessário utilizar equipamentos específicos da rede PLC, por exemplo: *master*, adaptador, repetidor, caixa de distribuição, isolador de ruídos (filtro capacitivo) e outros. A Figura 2.10 ilustra alguns desses equipamentos e sua localização nessa rede.

Figura 2.10 – Disposição dos equipamentos PLC na rede elétrica.



Fonte: VARGAS (2004).

2.5.1 Roteador injetor de sinais

O *master* é instalado nos transformadores MT/BT com a finalidade de controlar os acessos e as prioridades dos usuários daquela célula. Ele “gera” e “injeta” dados, voz e imagens recebidas da rede *backbone* nessa parte da rede elétrica. A configuração é modular com as placas *BT* que injetam o sinal proveniente da rede de distribuição PLC nos cabos de baixa tensão e, as placas *MT* que permitem a interconexão na rede de distribuição de média tensão.

2.5.2 Repetidor

Quando os adaptadores são instalados muito distantes do *master* é necessário instalar o equipamento repetidor. Este equipamento “recupera” e “re-injeta” o sinal PLC proveniente do transformador na rede elétrica de distribuição doméstica. Devido à elevada atenuação entre o

transformador e o adaptador, o repetidor pode ser utilizado como um nó intermediário para expandir a cobertura e/ou aumentar a largura de banda em segmentos críticos da rede. Existem equipamentos repetidores em média tensão com propósitos semelhantes.

Em alguns casos, o transformador consegue uma conexão de elevada qualidade com o adaptador sem utilizar o repetidor (MARQUES, 2009)

2.5.3 Adaptador

A Figura 2.11 ilustra o adaptador utilizado nos testes realizados. Esse equipamento realiza a interface entre os equipamentos dos usuários e a rede elétrica. Ele transforma o sinal do equipamento terminal de telecomunicações em sinal modulado e o transporta na rede elétrica. O adaptador recebe alimentação e os sinais de telecomunicações pela rede elétrica de distribuição doméstica e suas características são apresentadas no Quadro 2.1.

Figura 2.11 – Adaptador PLC.



Fonte: <http://www.tp-link.com.br>.

Quadro 2.1 – Características do adaptador PLC.

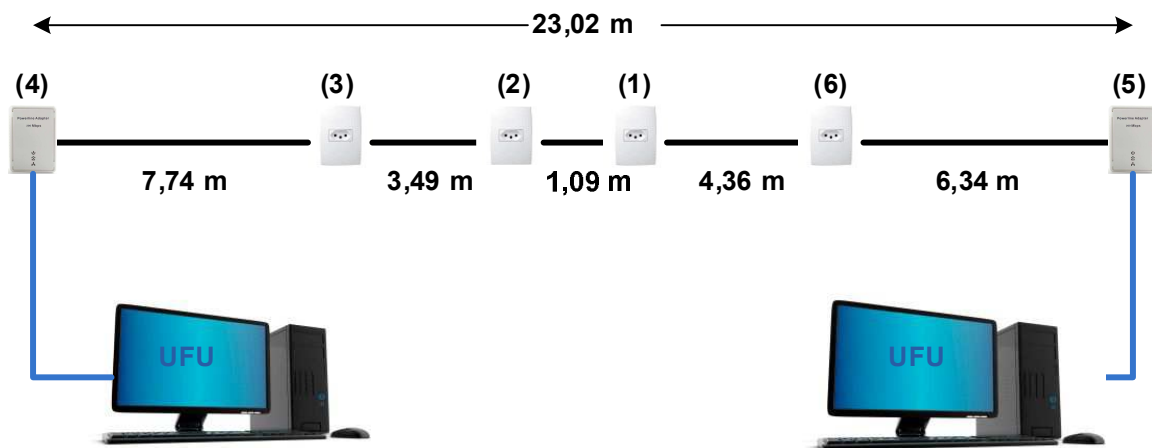
Recursos de hardware	
Padrões	HomePlug AV (tomadas domésticas), IEEE802.3, IEEE802.3u
Protocolo	TCP/IP
Interface	10/100Mbps
Alcance	300 metros na residência
Consumo de energia	< 3 W
Taxa de dados	500 Mbps
Recursos do software	
Criptografia	Criptografia AES 128 bits
Tecnologia de modulação	OFDM
Funções avançadas	Adaptação inteligente de canal. QoS incorporado

Fonte: <http://www.tp-link.com.br>.

2.5.4 Resultados obtidos nos testes utilizando o adaptador PLC na ausência de ruído

A rede elétrica com a estrutura física e as distâncias entre as tomadas, ilustrada na Figura 2.12 foi montada no laboratório de eletrônica e telecomunicações da Universidade Federal de Uberlândia no campus de Patos de Minas.

Figura 2.12 – Topologia da rede elétrica utilizada nos testes.



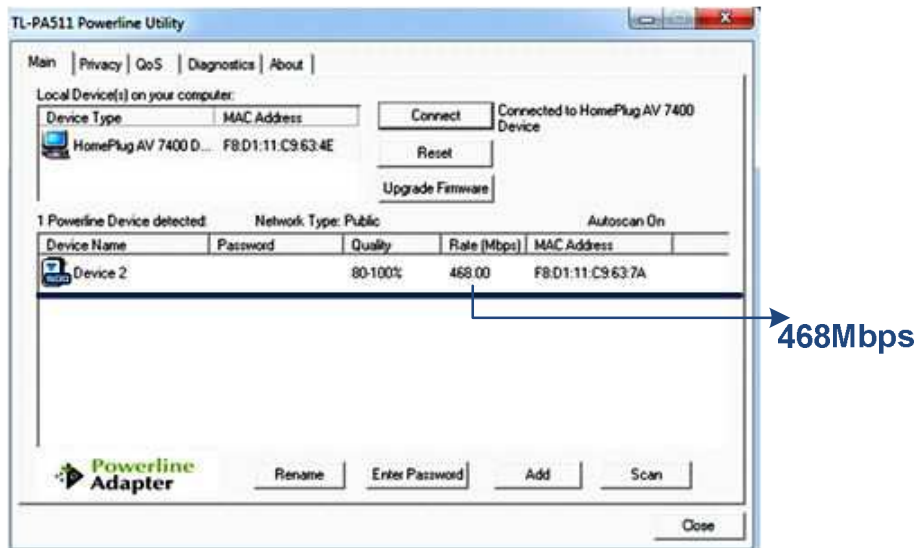
Nessa rede utilizou-se o fio elétrico com as características descritas na seção 2.4. Essa estrutura foi disponibilizada como camada física da rede *ethernet* PLC. Nos computadores foram instaladas placas de 1000 Mbps da TP-Link modelo TG – 3468.

Nos testes, a topologia foi dividida em dois cenários com distâncias físicas distintas mostradas no Quadro 2.2.

Quadro 2.2 – Características dos testes realizados.

Cenários	Ponto Transmissor	Ponto Receptor	Distância Física
C1	(4)	(5)	23,02 m
C2	(4)	(2)	11,23 m

No monitoramento da conexão do adaptador com a placa de rede utilizou-se o *software* que acompanha o adaptador, fornecido pelo fabricante. Verificou-se uma taxa de transmissão de 468 Mbps. A Figura 2.13 ilustra a tela desse *software*.

Figura 2.13 – Tela do *software* do adaptador PLC.

Os resultados obtidos na transferência do arquivo de 1,06 GB na rede PLC são exibidos na Tabela 2.6.

Tabela 2.6 – Resultados obtidos na transferência do arquivo de 1,06 GB.

Cenário	Taxa de transferência (Mbps)		
	Tempo (seg)	Média	Máxima
C1	370	25,2	100
C2	349	26,48	173,6

2.6 Caracterização dos ruídos

Na rede elétrica de baixa tensão, a origem do ruído pode ser interna ou externa. Há duas classificações de ruído (MENG; GUAN; CHEN, 2005). A primeira classificação é ruído de fundo (*background*) que permanece estacionário por períodos tempo (de segundos a horas) e diminui a relação sinal ruído do canal em algumas frequências. Essa classe abrange os tipos de ruídos 1 e 2 (ZIMMERMANN; DOSTER, 2002a).

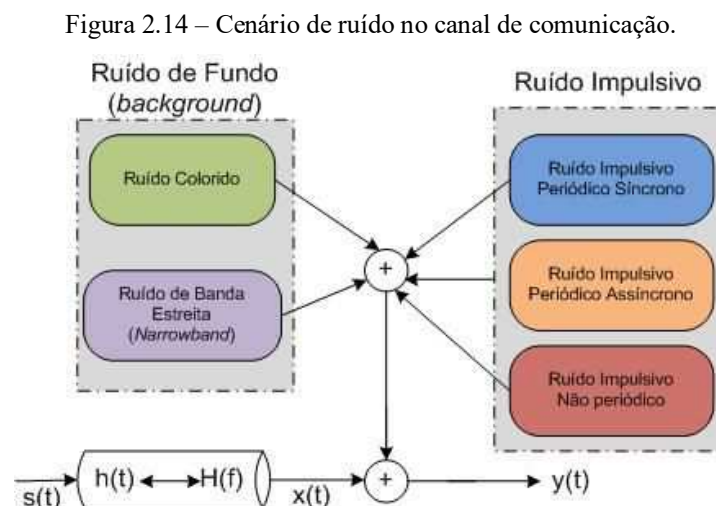
1. O *ruído de fundo colorido* apresenta densidade espectral de potência que na média não atinge valores consideráveis, diminui com a frequência e varia no tempo em cerca de minutos ou até de horas. Ele é o somatório de várias fontes de ruídos de baixa potência.

2. O ruído de banda estreita é ocasionado pelo fato da faixa de frequência utilizada pelos sistemas de comunicação estar entre 1 e 30 MHz que é a mesma faixa de frequência utilizada pelas bandas de rádio de ondas curtas.

Já os classificados como ruídos impulsivos possuem uma densidade espectral de potência que varia muito em instantes de microssegundos a milissegundos provocando vários erros de bits. Os tipos de ruído 3, 4 e 5 pertencem a essa segunda classe (ZIMMERMANN; DOSTER, 2002a).

3. O ruído impulsivo periódico assíncrono é causado principalmente por fontes chaveadas com taxa de repetição entre 50 e 200 kHz.
4. O ruído impulsivo periódico e síncrono é ocasionado por fontes de alimentação, principalmente devido à ponte retificadora de diodos. Este apresenta impulsos de curta duração, na ordem de microssegundos, e possui densidade espectral de potência que cai quando a frequência aumenta.
5. O ruído impulsivo assíncrono é causado por chaveamentos na rede elétrica. Estes impulsos duram desde alguns microssegundos até poucos milissegundos com ocorrência aleatória e possuem densidade espectral de potência com componentes que atingem 50 dB acima do ruído de fundo.

A Figura 2.14 ilustra a adição dos cinco tipos de ruídos no canal de comunicação.



Fonte: DI BERT et al. (2011).

2.6.1 Resultados obtidos nos testes utilizando o adaptador PLC na presença dos ruídos

Nessa etapa experimental optou-se pela transferência do arquivo de 1,06 GB e nos dois cenários foram adicionadas fontes de ruídos. Em CAÑETE et al (2002, p. 177) tem-se

uma tabela com o nível de emissão de ruídos. O secador de cabelo apresenta nível médio de -72 dBm em 1 kHz e, o televisor nível médio de -90,1 dBm em 1 kHz.

Na classe ruído de fundo utilizou-se o secador de cabelos com uma potência de 2000W para criar o ruído colorido. A Tabela 2.7 exibe os resultados obtidos quando o secador de cabelos é ligado na rede elétrica durante a transferência do arquivo teste.

Tabela 2.7 – Resultados obtidos na transferência do arquivo na presença de ruído de fundo.

Cenário	Taxa de transferência (Mbps)		
	Tempo (seg)	Média	Máxima
C1	398	23,36	86,4
C2	389	23,92	90,4

Comparando os resultados apresentados nas Tabelas 2.6 e 2.7 observou-se um aumento de aproximadamente 7,6 % no tempo decorrido para a transferência do arquivo. As taxas de transferências média e máxima diminuíram 7,34 e 10 % em relação às taxas de transferência obtidas sem a presença de ruído.

Na classe de ruído impulsivo foram utilizados aparelhos de televisão com potência de $P \approx 350W$ para criar o ruído impulsivo periódico assíncrono. A Tabela 2.8 exibe os resultados obtidos quando o televisor é ligado na rede elétrica durante a transferência de um arquivo.

Tabela 2.8 – Resultados obtidos na transferência do arquivo na presença de ruído impulsivo.

Cenário	Taxa de transferência (Mbps)		
	Tempo (seg)	Média	Máxima
C1	376	24,72	103,2
C2	358	25,00	111,2

Comparando os resultados apresentados nas Tabelas 2.6 e 2.8 verificou-se um aumento de 1,62% no tempo decorrido para a transferência do arquivo de 1,06 GB. As taxas de transferências média e máxima diminuíram 10 % e 5,6 %, respectivamente.

Os valores determinados nos cálculos das porcentagens evidenciam que a fonte de ruído colorido escolhida é mais prejudicial ao sistema PLC que a fonte de ruído impulsivo. Porém, a análise não é totalmente conclusiva porque não foram testados outros equipamentos.

Nas residências é comum que vários aparelhos sejam ligados simultaneamente e, para avaliar essa situação cotidiana propôs-se ligar o secador de cabelo e os televisores simultaneamente na rede elétrica experimental. O secador de cabelos foi ligado no ponto (3) e

os televisores nos pontos (1) e (6), todos os pontos de tomada foram utilizados. Os resultados desse cenário são apresentados Tabela 2.9.

Tabela 2.9 – Resultados obtidos na transferência do arquivo na presença dos ruídos de fundo e impulsivo.

Cenário	Taxa de transferência (Mbps)		
	Tempo (seg)	Média	Máxima
C1	477	19,6	56,56
C2	449	20,15	107,2

Analisando comparativamente os resultados apresentados nas Tabelas 2.6 e 2.9, o tempo decorrido para a transferência do arquivo subiu 29 e 28,65 % nos cenários C1 e C2, respectivamente. As taxas de transferências média e máxima diminuíram 22 e 24 %. A rede *ethernet* baseada na tecnologia PLC tornou-se lenta quando os ruídos de fundo e impulsivo foram adicionados.

CAPÍTULO 3

CONCEITOS DA TRANSMISSÃO DIGITAL

3.1 Introdução

O canal é o meio físico utilizado para o transporte da informação entre dois pontos fisicamente distantes. Durante a transmissão da informação no canal pode ocorrer erros provocados pela distorção, atenuação e ruídos. Designa-se ruído todo o sinal presente que não transporta informação útil. A presença dele no canal de comunicação eleva a probabilidade de erro de bit ou de símbolo que é a medida da qualidade da transmissão.

Quando o canal é limitado em largura de banda, a dispersão no canal dá origem a um problema denominado interferência intersimbólica (ISI – *Inter-Symbol Interference*) que é um dos maiores obstáculos para a confiabilidade de comunicações digitais. Uma proposta de solução é a utilização de múltiplas portadoras. Essa técnica consiste na transmissão paralela de dados em diversas subportadoras moduladas e quanto maior for o número de subportadoras menor será a taxa de transmissão por subportadora. A redução dessa taxa aumenta a duração dos símbolos presentes em cada subportadora e, portanto, tem-se a diminuição na sensibilidade do canal à seletividade em frequência.

Este capítulo está organizado da seguinte forma. A seção 3.2 apresenta o ruído branco gaussiano aditivo. A representação no espaço de sinais baseada nos conceitos de álgebra linear é apresentada na seção 3.3. Na seção 3.4 determina-se a probabilidade de erro de símbolo das modulações digitais. A modulação com múltiplas portadoras é apresentada na seção 3.5.

3.2 Ruído

O termo ruído designa sinais indesejáveis que perturbam a transmissão e o processamento de sinais em sistemas de comunicação (HAYKIN, 2004). A presença do ruído sobrepõe-se ao sinal de informação mascarando o sinal e conseqüentemente, limita a capacidade do receptor em detectar o símbolo corretamente.

O ruído gaussiano branco aditivo (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*) apresenta potência distribuída uniformemente no espectro de frequência e distribuição gaussiana, com valor médio nulo.

A densidade espectral de potência (PSD – *Power Spectral Density*) é definida como a potência média por unidade de banda. Essa contém informação de magnitude e não de fase e, para o AWGN a PSD é mostrada na Equação (3.1) (XIONG, 2006). O fator dois nessa equação indica dois lados.

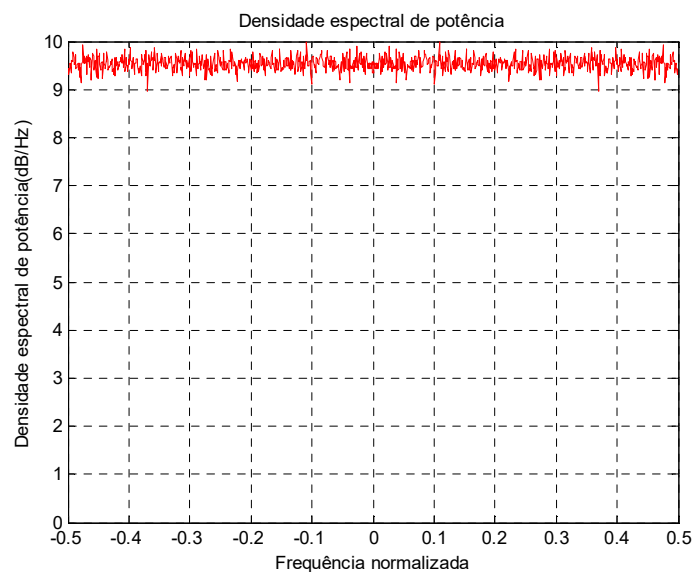
$$S_w(f) = \frac{N_0}{2}, \quad -\infty < f < +\infty \quad (3.1)$$

Em que,

$S_w(f)$ - densidade espectral de potência.

Na Figura 3.1, o eixo horizontal representa frequência e o eixo vertical a magnitude da PSD do referido ruído. A simulação foi realizada com média zero e variância igual a nove.

Figura 3.1 – Densidade espectral do AWGN.



Fonte: a autora.

O valor de N_0 , determinado na Equação (3.2), é expresso em função da constante de Boltzmann (k) com valor igual a $1,38 \cdot 10^{-23}$ Joules por Kelvin, e da temperatura equivalente de ruído (T_e) no receptor em Kelvin. A unidade de medida do N_0 é Watts por Hertz.

$$N_0 = kT_e \quad (3.2)$$

Aplicando a transformada inversa de *Fourier* na Equação (3.1) determina-se a função autocorrelação mostrada na Equação (3.3) (XIONG, 2006).

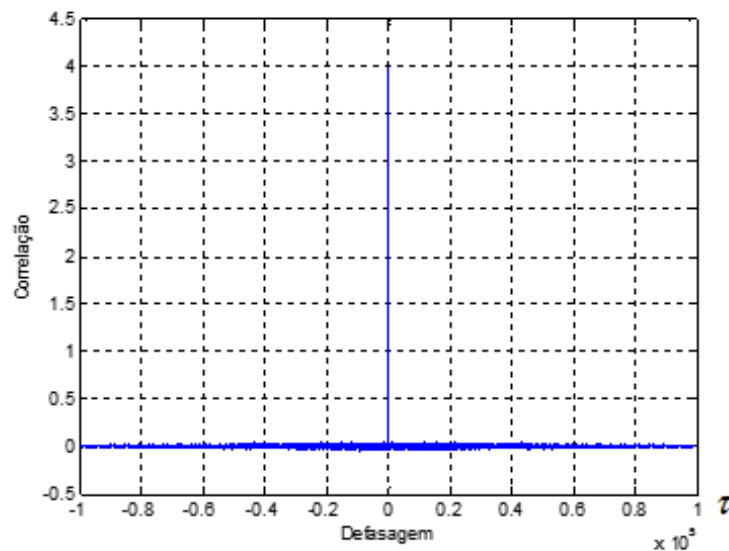
$$R_W(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} [S_w(f) \exp(j2\pi f\tau)] df = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{N_0}{2} \exp(j2\pi f\tau) \right] df = \frac{N_0}{2} \delta(\tau) \quad (3.3)$$

Em que,

$\delta(\tau)$ - função delta de *Dirac*.

A Figura 3.2 ilustra a função autocorrelação que mostra que quaisquer duas amostras diferentes de ruído branco não são correlacionadas. As amostras também são independentes uma vez que o processo é gaussiano.

Figura 3.2 – Função de autocorrelação do AWGN.



Fonte: a autora.

Em qualquer instante de tempo, a amplitude do ruído tem a função densidade de probabilidade (PDF – *Probability Density Function*) mostrada na Equação (3.4).

$$G(\omega, m_w, \sigma_w^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} \exp\left[-\frac{(\omega - m_w)^2}{2\sigma_w^2}\right] \quad (3.4)$$

Em que,

m_w - média;

σ_w^2 - variância do processo aleatório para a frequência ω .

O AWGN é idealizado matematicamente para as frequências no intervalo de $-\infty$ a $+\infty$. A média é igual a zero e a variância é determinada pela Equação (3.5) (XIONG, 2006).

$$\sigma_w^2 = \text{var}[n(t)] = \frac{N_0}{2} \quad (3.5)$$

Portanto, a PDF do ruído de média zero e variância $\frac{N_0}{2}$ é mostrada na Equação (3.6).

$$G(w, 0, \sigma_w) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{w^2}{N_0}\right) \quad (3.6)$$

3.3 Espaço de sinais

3.3.1 Representação geométrica

A representação geométrica ou vetorial da forma de onda do sinal é usada para os sinais em banda base e banda passante. A Equação (3.7) mostra o vetor v_i , $i = 1, 2, \dots, M$ em que (M) é o número de sinais de energia no espaço euclidiano que pode ser gerado por meio da combinação linear (GUIMARÃES; SOUZA, 2012).

$$v_i = \sum_{j=1}^N v_{ij} \phi_j \quad (3.7)$$

Em que,

ϕ_j - conjunto de vetores ortogonais e cada uma das funções do conjunto é uma função base ortonormal; e

v_{ij} - projeção do i -ésimo vetor sobre o j -ésimo vetor base.

O espaço euclidiano é utilizado para representar os coeficientes que, em uma combinação linear, originam os sinais no domínio do tempo ao invés de vetores. Esses sinais s_i são definidos como mostrado na Equação (3.8) (GUIMARÃES; SOUZA, 2012).

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N s_{ij} \phi_j(t), \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, M \\ 0 \leq t \leq T \end{cases} \quad (3.8)$$

Na Equação (3.9) são determinados os valores dos coeficientes s_{ij} por uma medida de ortogonalidade entre a forma de onda de interesse e a função base (GUIMARÃES; SOUZA, 2012).

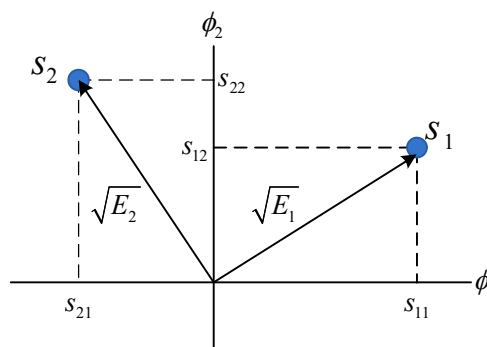
$$s_{ij} = \int_0^T s_i(t) \phi_j(t) dt, \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, M \\ j = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (3.9)$$

A Figura 3.3 ilustra os vetores-sinais s_1 e s_2 no espaço bidimensional. A norma, do vetor-sinal, é determinada como mostrado na Equação (3.10) (GUIMARÃES; SOUZA, 2012).

$$\|s_i\| = \sqrt{(s_{i1})^2 + (s_{i2})^2} = \sqrt{\begin{bmatrix} s_{i1} & s_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{i1} \\ s_{i2} \end{bmatrix}} = \sqrt{s_i^T s_i} = \sqrt{\int_0^T s_i^2(t) dt} = \sqrt{E_i} \quad (3.10)$$

Em que, E_i é a energia do vetor-sinal. Portanto, a raiz quadrada da energia da forma de onda é a distância do vetor-sinal à origem do sistema.

Figura 3.3 – Representação no espaço de sinais ($M = 2$ e $N = 2$).



Fonte: adaptado de GUIMARÃES; SOUZA (2012).

Ainda, de acordo com a Figura 3.3, define-se na Equação (3.11) a distância euclidiana entre dois vetores-sinais d_{ik} (GUIMARÃES; SOUZA, 2012). A distância euclidiana entre dois vetores sinais está relacionada com o desempenho do sistema de comunicação. O

aumento da energia equivale ao aumento da distância euclidiana entre os símbolos e, esse aumento proporciona diminuição da probabilidade de erro de símbolo.

$$d_{ik} = \|s_i - s_k\| \quad (3.11)$$

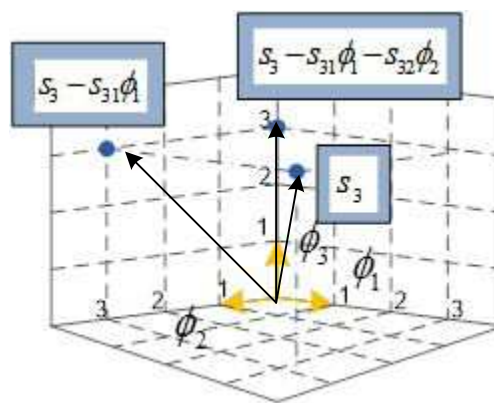
3.3.2 Ortogonalização de Gram-Schmidt

Considere na Figura 3.4 o vetor de referência s_3 . O vetor intermediário $s_3 - s_{31}\phi_1$ é subtraído do vetor s_3 , a sua componente na direção do vetor base ϕ_1 , o resultado é um vetor ortogonal a ϕ_1 . O outro vetor intermediário $s_3 - s_{31}\phi_1 - s_{32}\phi_2$ é um vetor ortogonal a ϕ_1 e a ϕ_2 , pois ele é subtraído de s_3 as suas componentes nas direções de ϕ_1 e de ϕ_2 .

O processo de ortogonalização de *Gram-Schmidt* gera as funções intermediárias e, a partir delas são determinadas as funções base como mostrado na Equação (3.12). As funções intermediárias $g_i(t)$ são obtidas retirando as componentes de $s_i(t)$ nas direções de $\phi_1(t), \dots, \phi_{i-1}(t)$ (GUIMARÃES; SOUZA, 2012).

$$g_i(t) = s_i(t) - \sum_{j=1}^{i-1} s_{ij}\phi_j(t), \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.12)$$

Figura 3.4 – Processo de ortogonalização de *Gram-Schmidt*.



Fonte: adaptado de GUIMARÃES; SOUZA (2012).

Se existir alguma função intermediária nula $g_i(t) = 0$ significa que a função base $\phi_i(t)$ correspondente não existe e, portanto, as componentes de $s_i(t)$ dependem somente das outras

funções base $\phi_j(t)$, $i \neq j$. Como mostrado na Equação (3.13) normalizando as funções intermediárias determina-se as funções base (GUIMARÃES; SOUZA, 2012).

$$\phi_i(t) = \frac{g_i(t)}{\sqrt{\int_0^T g_i^2(t) dt}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3.13)$$

Em que,

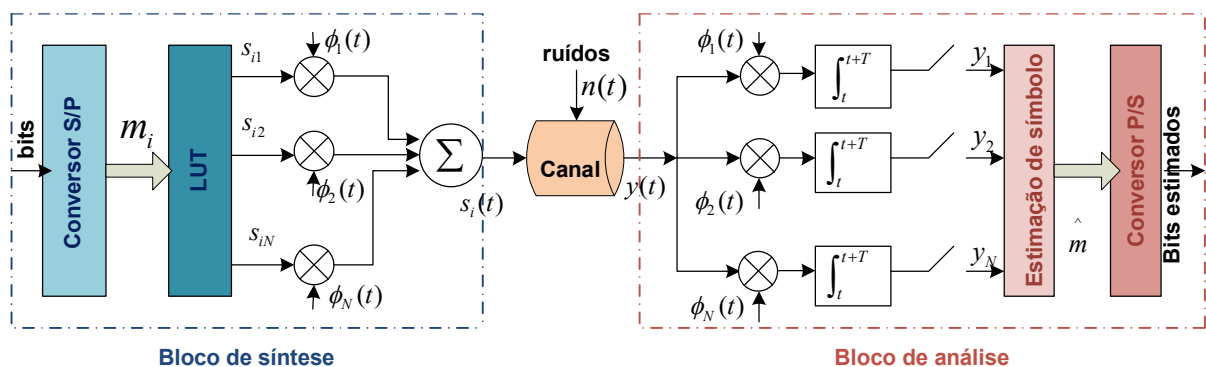
$g_i(t)$ - funções intermediárias; e

$\phi_i(t)$ - função base.

3.3.3 Sinal recebido com ruído

A Figura 3.5 ilustra um modelo de um sistema de transmissão digital composto por blocos de síntese e de análise. No bloco de síntese, os bits originados pela fonte são convertidos da forma serial para a forma paralela no conversor S/P. O número de saídas é $k = \log_2 M$ e, essas saídas determinam qual dos M conjuntos de N coeficientes gera a forma de onda que representa cada símbolo m_i contendo k bits. O circuito cria uma tabela de pesquisa (LUT - *Look-Up Table*) com novos valores gerados a partir da entrada das coordenadas adequadas em função da posição geométrica.

Figura 3.5 – Diagrama de blocos de um sistema de transmissão digital.



Fonte: adaptado de GUIMARÃES; SOUZA (2012).

Na Equação (3.14) tem-se à adição do ruído quando a forma de onda é transmitida no canal. Aos coeficientes s_{ij} são adicionados valores aleatórios de ruído n_j originando as variáveis de decisão y_j denominadas símbolo recebido (GUIMARÃES; SOUZA, 2012).

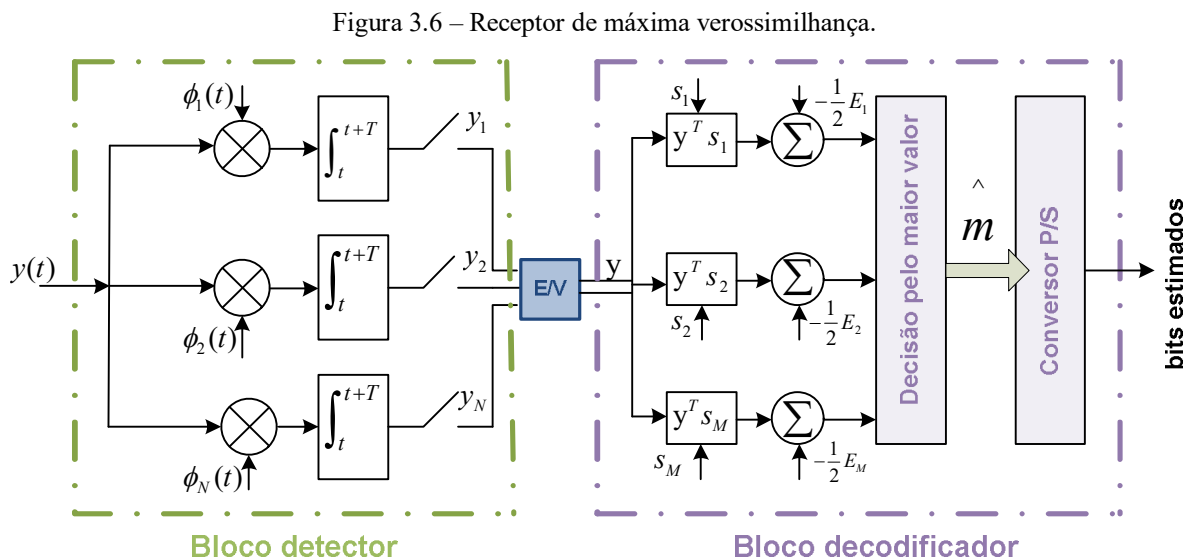
$$y_j = s_{ij} + n_j \quad i = 1, 2, \dots, M \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (3.14)$$

Na ausência do sinal aplica-se um processo aleatório gaussiano na entrada dos correlatores e na saída têm-se os valores aleatórios gerados pelo ruído. Quando não existe ruído têm-se nas saídas os próprios coeficientes.

3.3.4 Máxima verossimilhança

O enunciado do *critério de máxima verossimilhança* (ML – *Maximum Likelihood*) (GUIMARÃES; SOUZA, 2012) é “Dado o símbolo recebido (x), decida pelo símbolo mais próximo em termos da distância euclidiana, ou seja, decida pelo símbolo que minimiza $\|x_j - s_{ij}\| \quad i = 1, 2, \dots, M \quad j = 1, 2, \dots, N$ ”. O receptor de máxima verossimilhança maximiza a função densidade de probabilidade condicionada ao conhecimento do sinal transmitido. Esta estratégia de detecção é ótima para canais AWGN e utiliza o cálculo da distância euclidiana.

A Figura 3.6 possui os três blocos que compõem o receptor de máxima verossimilhança com qualquer tipo de sinalização na presença de ruído.



A função do bloco detector é a conversão do sinal recebido do domínio contínuo para o domínio vetorial. O bloco escalar/vetorial (E/V) agrupa as N saídas do banco de correlatores em um único barramento que carrega os elementos do vetor y . O último bloco, decodificador, implementa o critério de máxima verossimilhança determinando o símbolo mais próximo do símbolo recebido aplicando o conceito de distância euclidiana. Nesse bloco subtrai-se a

metade da energia de cada símbolo para equilibrar a comparação a ser realizada no próximo passo. Este procedimento evita que os símbolos de maior energia tenham mais peso na escolha do maior valor em relação aos símbolos de menor energia.

O critério de máxima verossimilhança é aplicado quando os símbolos são equiprováveis. Caso ocorra diferentes valores de probabilidade de envio dos símbolos utiliza-se o critério do *máximo a posteriori* (MAP - *Maximum A posteriori Probability*).

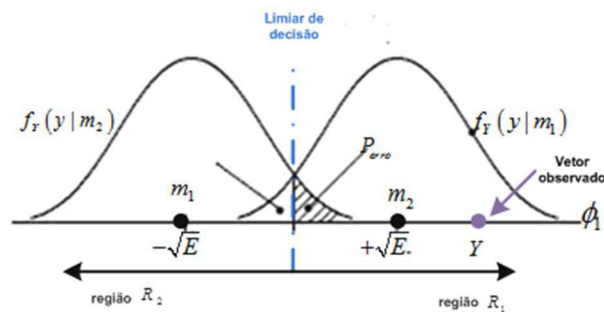
3.3.5 Probabilidade de erro de símbolo

A Equação (3.15) é definida considerando uma sinalização antipodal no espaço de sinais ilustrado na Figura 3.7 (GUIMARÃES; SOUZA, 2012).

$$P_e = \sum_{i=1}^M p_i \Pr(y \text{ não se encontra em } R_i | m_i \text{ enviado}) \quad (3.15)$$

Em que, P_e é a média ponderada (pelas probabilidades a priori de envio dos símbolos) das probabilidades de y não estar na região de decisão correspondente ao símbolo enviado.

Figura 3.7 – Espaço de sinais de uma sinalização antipodal.



Fonte: adaptado de HAYKIN (2004).

Quando a sinalização é binária, a Equação (3.15) é reescrita como mostrada na Equação (3.16) (GUIMARÃES; SOUZA, 2012).

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \Pr(y \text{ não se encontra em } R_i | m_i \text{ enviado}) \\ &= 1 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \Pr(y \text{ não se encontra em } R_i | m_i \text{ enviado}) \\ &= 1 - \int_{\text{limiar}}^{\infty} f_Y(y | m_1) dy \end{aligned} \quad (3.16)$$

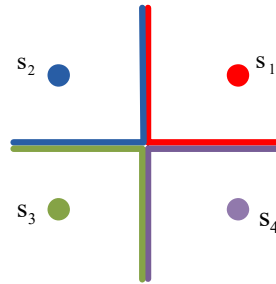
Em que,

$$\int_{\text{limiar}}^{\infty} f_Y(y | m_1) dy - \text{probabilidade de acerto, considerando o envio do símbolo } m_1; e$$

$$f_Y(y | m_1) - \text{densidade de probabilidade.}$$

A Figura 3.8 ilustra a sinalização quaternária bidimensional.

Figura 3.8 – Sinalização quaternária bidimensional.



Fonte: a autora.

Para essa sinalização a Equação (3.16) torna-se a Equação (3.17) (GUIMARÃES; SOUZA, 2012).

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \Pr(y \text{ não se encontra em } R_i | m_i \text{ enviado}) \\
 &= 1 - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \Pr(y \text{ se encontra em } R_i | m_i \text{ enviado}) \\
 &= 1 - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \int_{R_i} f_Y(y | m_i) dy
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Observe nas Equações (3.16) e (3.17) que quanto mais símbolos ou mais dimensões existirem nos sistemas de comunicação, mais complexo é o cálculo exato da probabilidade de erro de símbolo. Como uma solução propõe-se o uso de limitantes de união (GUIMARÃES; SOUZA, 2012): “A probabilidade da ocorrência da união de eventos é menor ou igual à soma das probabilidades de ocorrência de cada evento”. Aplicando esse conceito à análise da probabilidade de erro de símbolo obtém-se a Equação (3.18) (GUIMARÃES; SOUZA, 2012).

$$P_e = \sum_{i=1}^M p_i P_e(m_i) \leq \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^M p_i Q \left(\frac{d_{ik} \sqrt{2}}{2\sqrt{N_0}} \right) \tag{3.18}$$

Em que,

M - número de símbolos,

p_i - probabilidade de envio de um símbolo,

$P_e(m_i)$ - probabilidade de erro de símbolo condicionada ao envio do símbolo m_i , e

d_{ik} - distância euclidiana entre os símbolos s_i e s_k .

No cálculo da probabilidade de uma variável aleatória gaussiana determina-se a área da cauda da função densidade de probabilidade. Este cálculo não apresenta solução analítica exata e, então utiliza a integral gaussiana, ou função Q definida na Equação (3.19).

$$Q(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \quad (3.19)$$

3.3.6 Figura de mérito

No sistema de comunicação analógico, a figura de mérito é a relação sinal ruído (S/N ou SNR – *Signal Noise Ratio*) que relaciona a potência média do sinal com a potência média do ruído. No sistema de comunicação digital essa figura permite a comparação em nível de bit e, portanto tem-se a métrica natural (E_b/N_0). Essa métrica é a versão normalizada pela largura de banda e pela taxa de bits (Sklar, 2000), Equação (3.20).

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{S}{N} \left(\frac{W}{R} \right) \quad (3.20)$$

Em que,

E_b - energia do sinal transmitido por bit,

S - potência média do sinal,

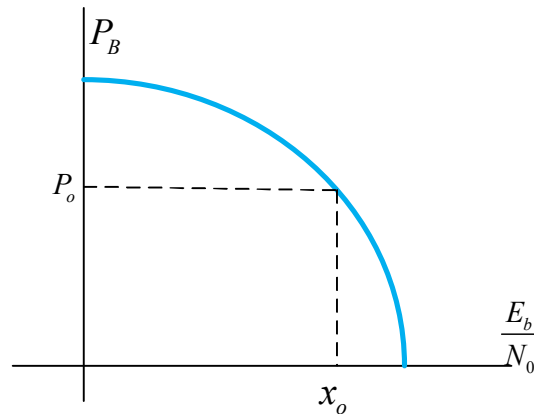
N - potência média do ruído,

W - largura de banda, e

R - taxa de bits.

A Figura 3.9 ilustra a variação da probabilidade de erro de bit P_B em relação à variação da métrica $\frac{E_b}{N_0}$.

A variação da probabilidade de erro de bit em relação à variação da métrica é uma das mais importantes métricas de desempenho nos sistemas de comunicação digital porque compara os sistemas em nível de bit.

Figura 3.9 – Curva $P_B \chi(E_b/N_0)$.

Fonte: adaptado de SKLAR (2000).

3.3.7 Taxa de erro de bit

A taxa de erro de bit (BER – *Bit Error Rate*) é calculada dividindo o número de bits errôneos pelo número total de bits transferidos durante o intervalo de tempo avaliado. Assim, quanto menor é a BER, mais confiável é o sistema de comunicação. Os limites para a BER em função de P_e $\left(\frac{P_e}{\log_2 M} \leq BER \leq P_e \right)$ foram apresentados em (GUIMARÃES; SOUZA, 2012) e (HAYKIN, 2004). A BER aproxima do limite inferior ou do superior quando a quantidade de símbolos vizinhos e o mapeamento dos bits de cada símbolo variam.

Na sinalização com M símbolos ortogonais de mesma energia, as distâncias euclidianas de um símbolo em relação aos demais são as mesmas e, portanto, tem-se a relação mostrada na Equação (3.21) (GUIMARÃES; SOUZA, 2012) e (HAYKIN, 2004).

$$BER = \frac{MP_e}{2M - 2} \quad (3.21)$$

Em que,

M - número de símbolos;

P_e - probabilidade de erro de símbolo.

Quando se aplica a equação (3.21) para determinar a BER, o mapeamento símbolo-bit não influencia no resultado.

3.4 Modulações digitais

As modulações digitais em banda passante são usadas para transmissões a longas distâncias. Elas são responsáveis por mapear cada possível sequência de bits de um comprimento preestabelecido em um símbolo determinado. Os símbolos são transmitidos pela onda portadora que possui três parâmetros: amplitude, frequência e fase.

3.4.1 Modulação ASK

A modulação por chaveamento de amplitude (ASK - *Amplitude Shift-Keying*) altera a amplitude da onda portadora em função do sinal digital a ser transmitido. Esta modulação é indicada quando existe pouco ruído interferindo na recepção do sinal ou quando o baixo custo é essencial. A modulação ASK é classificada em ASK binária (BASK – *Binary ASK*) ou Chaveamento *on-off* (OOK – *On-Off Keying*) e ASK M-ária (M-ASK – *M-ary ASK*).

3.4.1.1 ASK binária

O sinal ASK binário é mostrado na Equação (3.22) (XIONG, 2006).

$$\begin{aligned} s_1(t) &= A \cos(2\pi f_c t) & 0 \leq t \leq T_b \\ s_2(t) &= 0 & 0 \leq t \leq T_b \end{aligned} \quad (3.22)$$

Em que,

$A > 0$ - amplitude;

f_c - frequência da portadora;

T_b - duração do bit.

A Figura 3.10 ilustra o sinal informação binário e a forma de onda do sinal modulado em ASK do tipo OOK.

A Equação (3.23) mostra a probabilidade de erro de bit para a demodulação coerente (XIONG, 2006).

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (3.23)$$

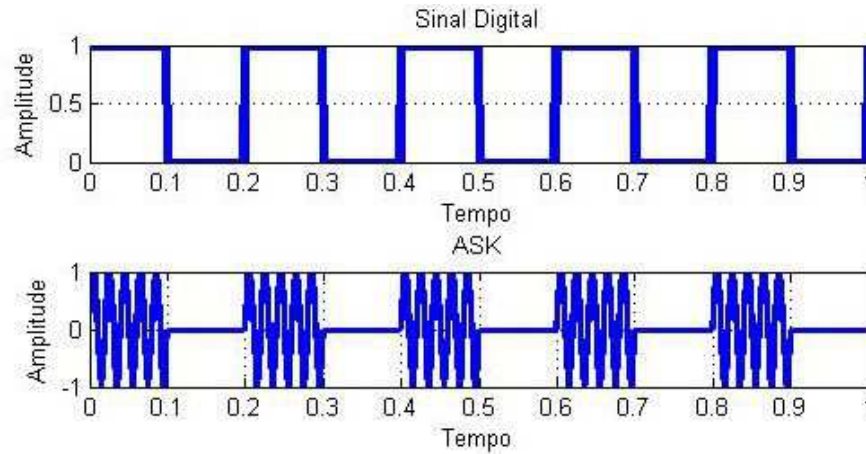
Em que,

E_b - energia média por bit;

N_0 - a PSD do AWGN;

Q - integral gaussiana.

Figura 3.10 – Sinal modulado ASK.



Fonte: a autora.

3.4.1.2 M-ASK

O sinal é mostrado na Equação (3.24) (XIONG, 2006).

$$s_i(t) = A_i p(t) \cos(2\pi f_c t), \quad 0 \leq t \leq T \quad e \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.24)$$

Em que,

T - duração do símbolo;

$M = 2^b$ - número de símbolos;

b - número de bits.

As amplitudes da distribuição bipolar espaçadas uniformemente são mostradas na Equação (3.25) (XIONG, 2006).

$$A_i = (2i - 1 - M)A, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.25)$$

A Equação (3.26) mostra a probabilidade de erro de símbolo para a demodulação coerente (XIONG, 2006).

$$P_s = \frac{2(M-1)}{M} Q \left(\sqrt{\frac{6(\log_2 M)E_b}{(M^2-1)N_0}} \right) \quad (3.26)$$

Em que,

M - número de símbolos;

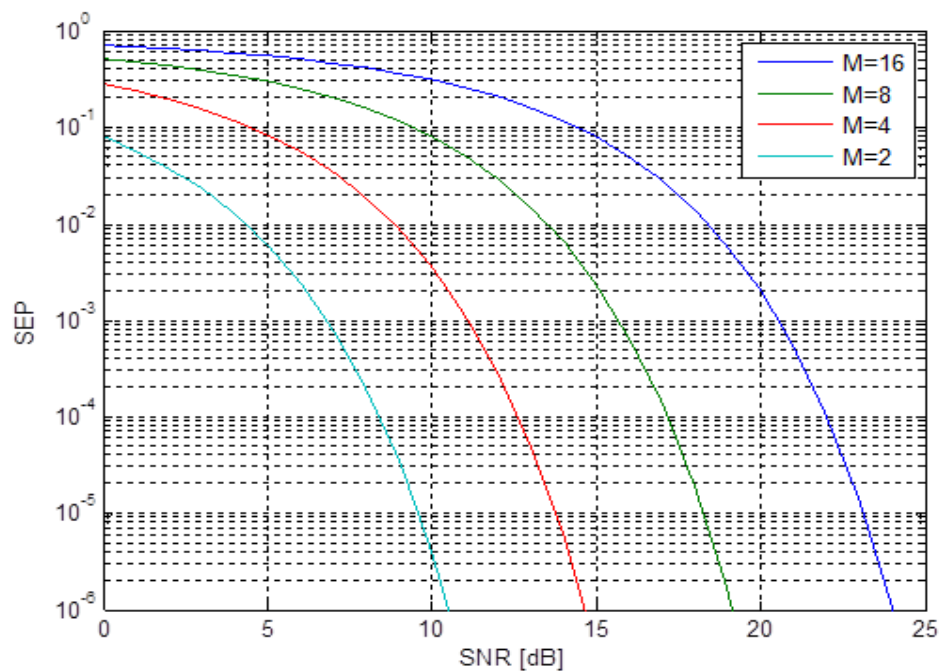
E_b - energia média por bit;

N_0 - PSD do AWGN;

Q - integral gaussiana.

A Figura 3.11 ilustra a variação da probabilidade de erro de símbolo (SEP – *Symbol Error Probability*) em função da relação sinal ruído.

Figura 3.11 – Probabilidade de erro de símbolo da M-ASK.



Fonte: a autora.

O aumento de M aumenta a probabilidade de erro de bit para um dado valor de relação sinal ruído. A probabilidade de erro de bit P_b relaciona-se com a probabilidade de erro de símbolo P_s como mostrado na Equação (3.27) (XIONG, 2006).

$$P_b \approx \frac{P_s}{\log_2 M} \quad (3.27)$$

Em que,

M - número de símbolos; e

P_s - probabilidade de erro de símbolo.

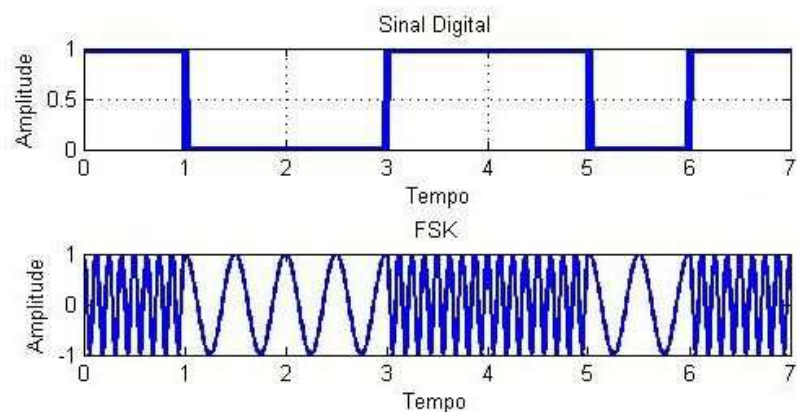
3.4.2 Modulação FSK

O processo de modulação por chaveamento da frequência (FSK - *Frequency Shift-Keying*) consiste em variar a frequência da onda portadora em função do sinal informação. A FSK tem as seguintes características: boa imunidade a ruídos, quando comparada com a ASK e a largura de banda ocupada pelo sinal é maior. A modulação FSK é classificada em FSK binário e FSK M-ária (M-FSK – *M-ary FSK*).

3.4.2.1 FSK binário

A Figura 3.12 ilustra dois sinais com frequências diferentes para representar os binários 1 e 0.

Figura 3.12 – Sinal modulado BFSK.



Fonte: a autora.

A expressão do sinal FSK é mostrada na Equação (3.28) (XIONG, 2006).

$$\begin{aligned} s_1(t) &= A \cos(2\pi f_1 t + \Phi) & 0 \leq t \leq T_b, & \text{ para bit 1} \\ s_2(t) &= A \cos(2\pi f_2 t + \Phi) & 0 \leq t \leq T_b, & \text{ para bit 0} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Em que,

$A > 0$ - amplitude;

f_1, f_2 - frequências;

Φ - fase inicial em $t = 0$;

T_b - duração do bit.

A Equação (3.29) mostra a probabilidade de erro de bit para a demodulação coerente (XIONG, 2006).

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (3.29)$$

Em que,

E_b - energia média por bit;

N_0 - PSD do AWGN;

Q - integral gaussiana.

3.4.2.2 M-FSK

Na modulação M-FSK, a sequência de dados binários é dividida em (n) blocos de $n = \log_2 M$ bits. Existem (M) sinais com frequências diferentes para representar essas (M) mensagens $m_i, i = 1, 2, \dots, M$. A Equação (3.30) mostra a expressão do i -ésimo sinal (XIONG, 2006).

$$s_i(t) = A \cos(2\pi f_i t + \Phi_i) \quad 0 \leq t \leq T, \quad \text{para } m_i \quad (3.30)$$

Em que,

T - duração do símbolo igual a n vezes o período do bit;

$A > 0$ - amplitude;

$\Phi_i = 0$ para o M-FSK coerente.

A mensagem é mostrada na Equação (3.31) e o sinal M-FSK na Equação (3.32) (XIONG, 2006).

$$m_i = 2i - (M + 1) \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.31)$$

$$s_i(t) = A \cos\left(2\pi f_c t + m_i h \frac{\pi}{T} (t - kT) + \Phi_i\right) \quad 0 \leq t \leq T, \quad \text{para } m_i \quad (3.32)$$

Em que,

$A > 0$ - amplitude do sinal e todos eles têm energia igual;

T - duração do símbolo;

f_c - frequência do sinal portadora; e

h - índice de modulação definido como $h = 2\Delta f T$. A separação de frequência $2\Delta f$ é uniforme, porém arbitrária.

A Equação (3.33) mostra a probabilidade de erro de símbolo da M-FSK (XIONG, 2006).

$$P_s \cong (M-1)Q\left(\sqrt{\frac{(\log_2 M)E_b}{N_0}}\right) \quad (3.33)$$

Em que,

M - número de símbolos;

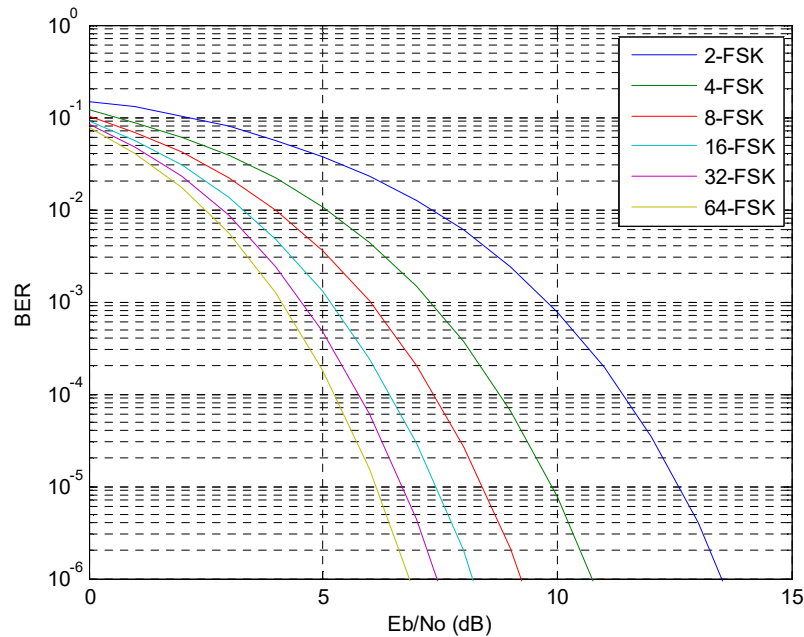
E_b - energia média por bit;

N_0 - PSD do AWGN; e

Q - integral gaussiana.

A Figura 3.13 ilustra a variação da probabilidade de erro de símbolo em função da variação da relação sinal ruído.

Figura 3.13 – BER da M-FSK.



Fonte: a autora.

Para as modulações M-FSK não importa como os símbolos são mapeados nos bits que eles representam, pois, a distância euclidiana é a mesma entre todos os símbolos. Assim a probabilidade de erro de um símbolo para qualquer outro da constelação é a mesma e a taxa de erro de bit é mostrada na Equação (3.34) (GUIMARÃES; SOUZA, 2012).

$$BER \cong \frac{M}{2} Q \left(\sqrt{\frac{(\log_2 M) E_b}{N_0}} \right) \quad (3.34)$$

Em que,

M - número de símbolos;

E_b - energia média por bit;

N_0 - PSD do AWGN; e

Q - integral gaussiana.

Observou-se que o aumento de M para as modulações da família M-FSK reduz a probabilidade de erro de bit para um dado valor de relação sinal ruído.

3.4.3 Modulação PSK

O chaveamento de fase (PSK – *Phase Shift-Keying*) é uma forma de modulação em que a informação do sinal digital é embutida no parâmetro de fase da portadora. A modulação PSK é classificada em PSK binário, (QPSK – *Quadrature PSK*) e PSK M-ária (M-PSK - *M-ary PSK*).

3.4.3.1 PSK binário

Esta é uma modulação binária de fácil implementação e robusta. A Equação (3.35) mostra que dados binários são representados por dois sinais com fases diferentes, sinais antipodal. Esses dois sinais têm a mesma frequência e energia (XIONG, 2006).

$$\begin{aligned} s_1(t) &= A \cos(2\pi f_c t) & 0 \leq t \leq T_b, & \text{ para } 1 \\ s_2(t) &= -A \cos(2\pi f_c t) & 0 \leq t \leq T_b, & \text{ para } 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

Em que,

$A > 0$ - amplitude;

f_c - frequência da portadora;

T_b - duração do bit.

A Figura 3.14 ilustra o sinal informação binária modulado em PSK binário. Nesta modulação a sinalização é antipodal e, por isso, a probabilidade de erro de bit é igual à probabilidade de erro de símbolo como mostrado na Equação (3.36) (XIONG, 2006).

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad (3.36)$$

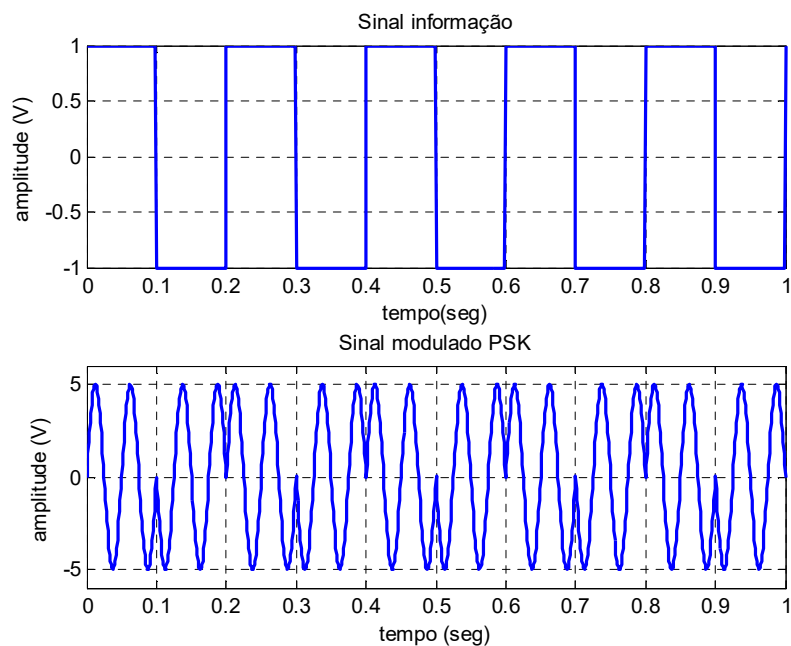
Em que,

E_b - energia média por bit;

N_0 - PSD do AWGN; e

Q - integral Gaussiana.

Figura 3.14 – Sinal modulado BPSK.



Fonte: a autora.

3.4.3.2 QPSK

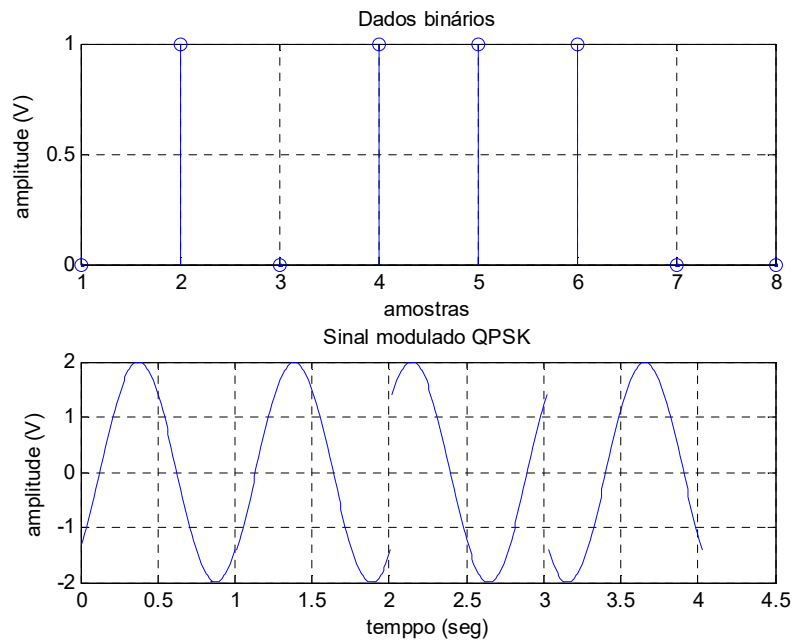
A modulação usa a propriedade de ortogonalidade dos sinais. Quando se transmite dois sinais PSK defasados de 90° é possível detectar cada um independentemente um do outro. Essa modulação têm quatro estados nas fases 0° , 90° , 180° e 270° e, assim, na mesma banda de um sinal PSK transmite uma taxa de dados duas vezes maior como ilustrado na Figura 3.15. A família de esquemas inclui o QPSK diferencial (DQPSK – *Differential QPSK*), $\pi/4$ QPSK e (OQPSK – *Offset QPSK*).

Na Equação (3.37) (XIONG, 2006) são mostrados os quatro símbolos de energia (E) da modulação representados por fases distintas de uma portadora de frequência.

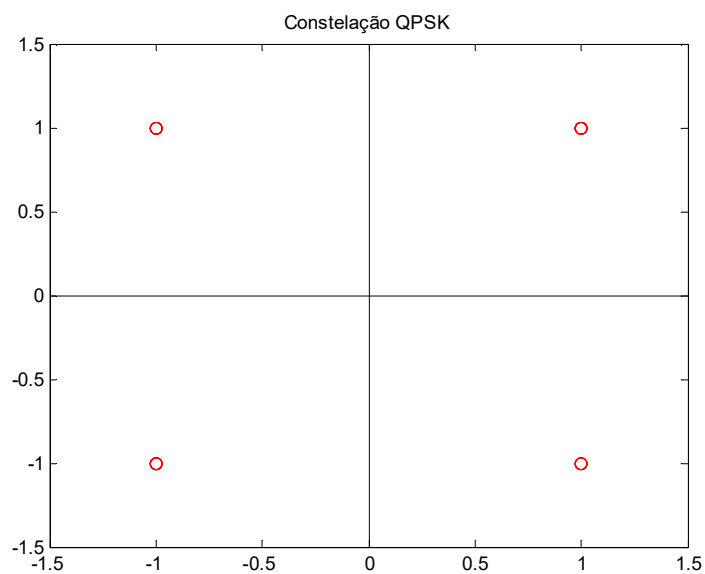
$$s_i(t) = \begin{cases} A \cos \left[2\pi f_c t + (2i-1) \frac{\pi}{4} \right], & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{outros} \end{cases} \quad (3.37)$$

Em que, $f_c = \frac{n_c}{T}$ é a frequência do sinal portadora e n_c é um número inteiro.

Figura 3.15 – Sinal QPSK (a) modulado e (b) constelação.



(a)



(b)

Fonte: a autora.

A Equação (3.38) mostra a probabilidade de erro de símbolo da QPSK (XIONG, 2006).

$$P_s = 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad (3.38)$$

Em que,

E_b - energia média por bit;

N_0 - PSD do AWGN; e

Q - integral gaussiana.

A QPSK é mais utilizada porque não tem degradação da BER com o aumento da eficiência de largura de banda.

3.4.3.3 M-PSK

A motivação para o M-PSK é o aumento da eficiência da largura de banda e sua definição é mostrada na Equação (3.39).

$$s_i(t) = A \cos(2\pi f_c t + \theta_i) \quad (3.39)$$

Em que,

A - amplitude do sinal e todos os eles têm energia igual;

f_c - frequência do sinal portadora; e

θ_i - fase relacionada ao sinal e mostrada na Equação (3.40).

$$\theta_i = \frac{(2i-1)\pi}{M} \quad (3.40)$$

A Equação (3.41) mostra a probabilidade de erro de símbolo (XIONG, 2006).

$$P_s \cong 2Q\left[\sqrt{\frac{(2 \log_2 M)E_b}{N_0}} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{M}\right)\right] \quad (3.41)$$

Em que,

M - número de símbolos;

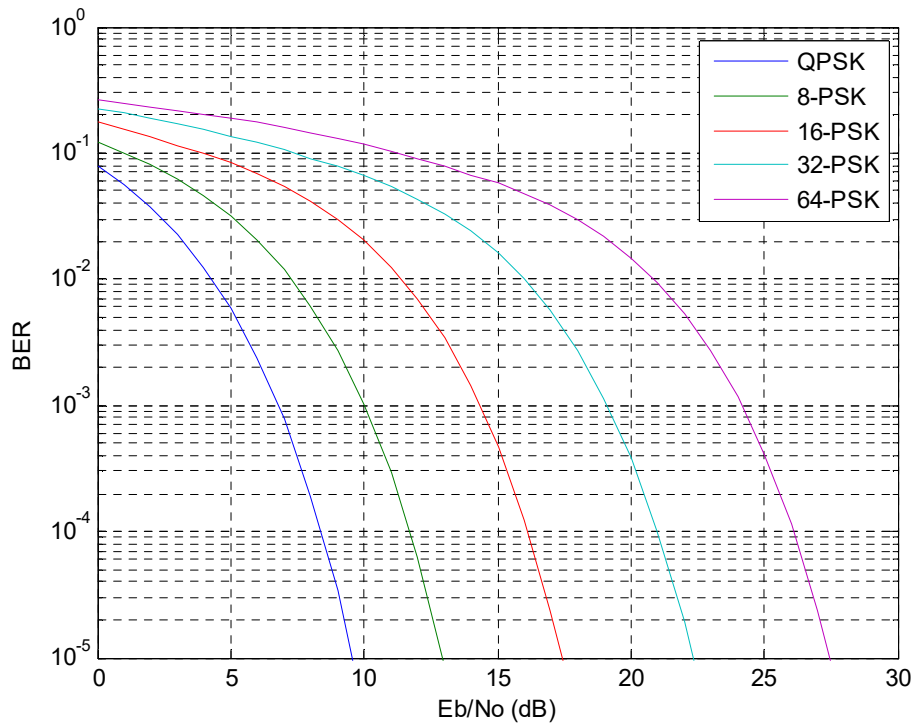
E_b - energia média por bit;

N_0 - PSD do AWGN; e

Q - integral gaussiana.

O mapeamento símbolo-bit varia a relação entre a probabilidade de erro de bit e a probabilidade de erro de símbolo. A Figura 3.16 ilustra a variação da BER mostrada na Equação (3.42).

Figura 3.16 – BER da M-PSK.



Fonte: a autora.

$$BER = \frac{2}{\log_2 M} Q \left(\sqrt{\frac{(2 \log_2 M) E_b}{N_0}} \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi}{M} \right) \right) \quad (3.42)$$

Em que,

M - número de símbolos;

E_b - energia média por bit;

N_0 - PSD do AWGN; e

Q - integral gaussiana.

O aumento de M para as modulações da família M-PSK aumenta a probabilidade de erro de bit para um dado valor de relação sinal ruído.

3.4.4 Modulação QAM

O primeiro esquema QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*) foi proposto por *C. R. Cahn* em 1960 (CAHN, 1960). Neste esquema expandiu-se a modulação em fase para uma modulação com múltiplas amplitudes em fase e mais que uma amplitude é associada a uma fase permitida. Ele propôs a constelação do tipo I formada por um número fixo de pontos igualmente espaçados em cada um dos N círculos (N – número de níveis de amplitudes). A constelação do tipo II foi proposta poucos meses depois por *Hancock e Lucky* (HANCOCK; LUCKY, 1960). Neste tipo, os pontos do sinal estão em círculo, mas o número de pontos no círculo interno é menor do que o número de pontos no círculo externo, tornando a distância entre dois pontos adjacentes no círculo interno aproximadamente igual a do círculo externo.

Em 1962, *Campopiano e Glazer* (CAMPOPIANO; GLAZER, 1962) propuseram a constelação quadrada referenciada como constelação do tipo III. Este tipo oferece uma pequena melhora no desempenho quando comparada com a do tipo II e, a sua implementação é mais simples do que as dos tipos I e II. Os requisitos das constelações QAM são:

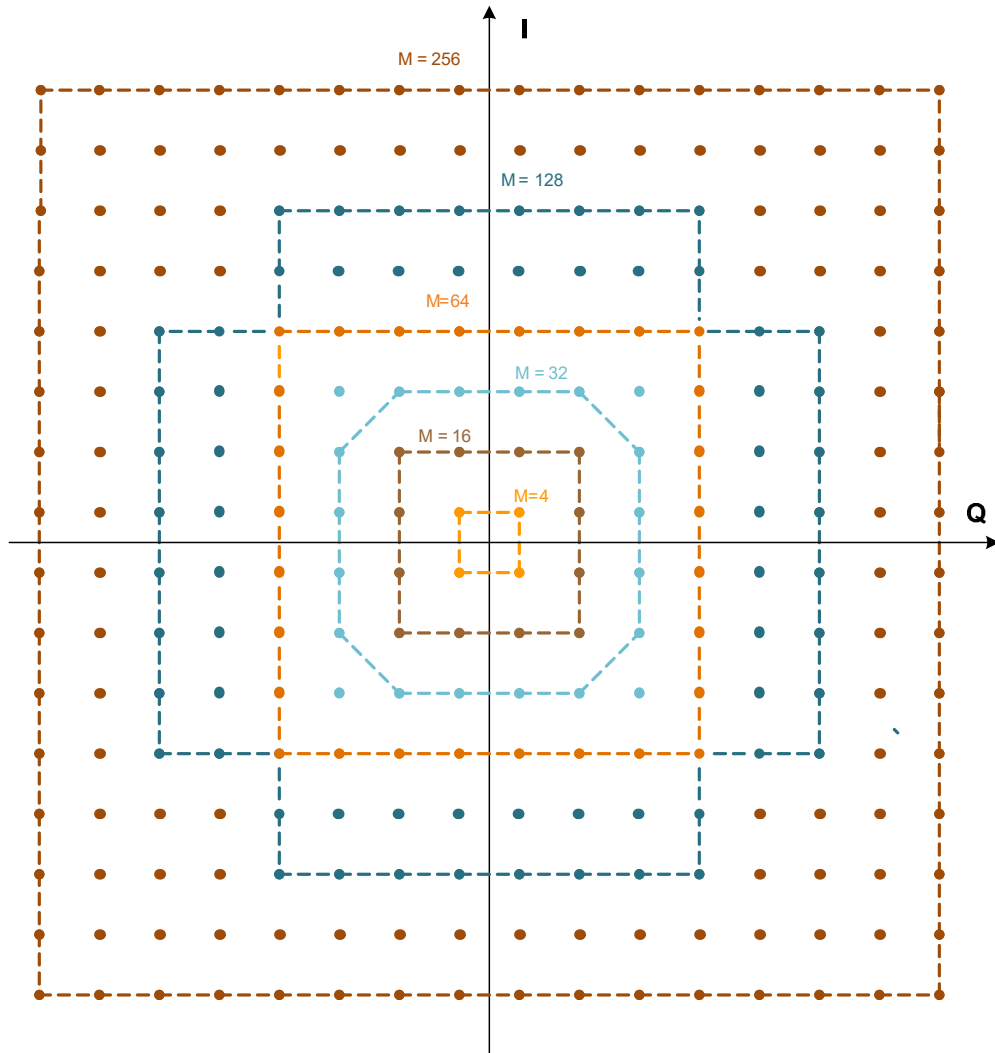
- i. Distância euclidiana mínima entre os pontos do sinal (fasor);
- ii. Diferentes fases entre os fasores;
- iii. Potência média dos fasores menor possível em relação as outras constantes;
- iv. Relação entre a potência de pico e a média do fasor deve ser um.

No diagrama polar a modulação é expressa em termos da fase (*I - In-phase*) e da quadratura (*Q - Quadrature*). Essas componentes são consideradas ortogonais ou em quadratura porque elas estão separadas de 90 graus. A fase é relativa ao sinal de referência, a portadora e a magnitude é o valor absoluto ou relativo. A projeção do vetor sinal no eixo *I* é a componente “*I*” e a projeção no eixo *Q* é a componente “*Q*”. Esse vetor sinal é mapeado em um ponto discreto denominado de ponto da constelação que pode ser descrito também em coordenadas retangulares. Os motivos dessa representação são:

- i. Metade dos bits é representada no eixo real e a outra metade é representada no eixo imaginário. Os sinais em fase e em quadratura são independentes;
- ii. Para decodificar o critério de decisão pode ser aplicado independente dos eixos real e imaginário. Assim, simplifica a implementação do receptor.

A Figura 3.17 ilustra os dois tipos de constelação da modulação M-QAM que são agrupadas de acordo com o aspecto geométrico das suas constelações: modulação M-QAM com constelação quadrada e a modulação M-QAM com constelação não quadrada.

Figura 3.17 – Constelações QAM quadradas e não quadradas.



Fonte: adaptada de XIONG (2006).

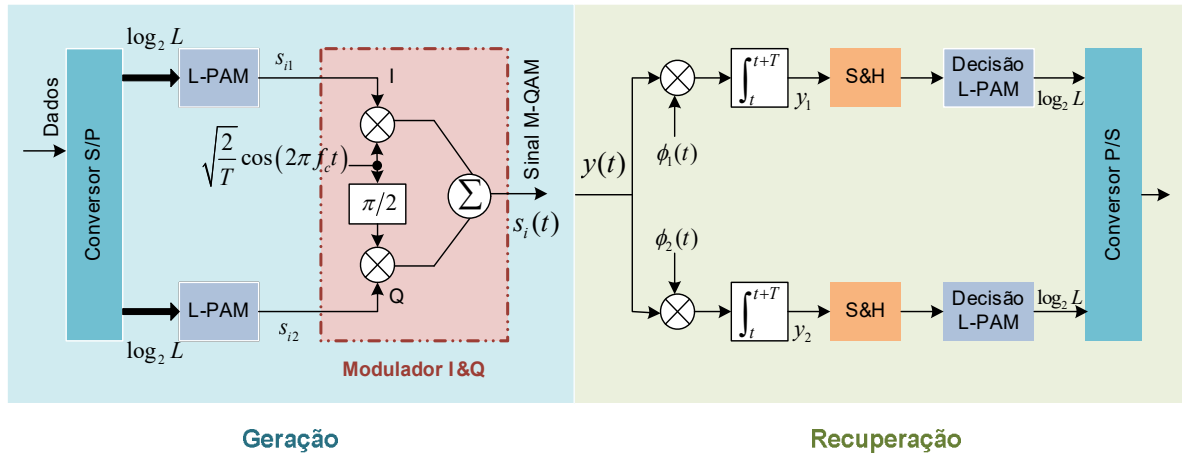
3.4.4.1 Constelação quadrada

O diagrama da constelação adquire formato quadrado (16-QAM, 64-QAM, 256-QAM) se o número de bits por símbolo é par. A constelação recebe esse nome porque os sinais M-ários estão dispostos na forma de um quadrado.

A Figura 3.18 ilustra o modulador e o demodulador utilizados no sistema M-QAM com constelação quadrada. A primeira parte é denominada de bloco de geração onde está o modulador M-QAM que soma dois sinais L-PAM (*Level – Pulse Amplitude Modulation*) em

quadratura. Nesse caso, são utilizados dois sinais porque na constelação quadrada o número de bits é par e cada um deles transporta metade do número de bits por símbolo.

Figura 3.18 – Geração e recuperação de um sinal modulado no M-QAM com constelação quadrada



Fonte: adaptado de GUIMARÃES; SOUZA (2012).

Ao controlar os valores dos coeficientes (s_{i1} e s_{i2}) aplicados as entradas I e Q geram-se os símbolos de qualquer modulação bidimensional que utiliza portadoras em quadratura. A Equação (3.43) mostra esses símbolos.

$$s_i(t) = I_i \sqrt{\frac{E_0}{2}} \phi_1(t) + Q_i \sqrt{\frac{E_0}{2}} \phi_2(t) \quad (3.43)$$

Em que,

E_0 - energia do sinal de menor amplitude;

(I_i, Q_i) - par de inteiros independentes que determinam a localização dos pontos de sinal na constelação; e

ϕ_1 e ϕ_2 - componentes da direção do vetor base.

O bloco de recuperação é composto por um demodulador coerente. Para a decisão pelos dois conjuntos de $(\log_2 L)$ bits gerados no bloco de geração, os valores de $(y_1$ e $y_2)$ são comparados com $(L-1)$ limiares de decisão.

Os valores mínimos para o par (I_i, Q_i) , elemento da matriz $L \times L$, são $(\pm 1, \pm 1)$. A matriz com dimensão $L \times L$ possui L linhas e L colunas. A Equação (3.44) mostra essa matriz.

$$[I_i, Q_i] = \begin{bmatrix} (-L+1, L-1) & (-L+3, L-1) & \dots & (L-1, L-1) \\ (-L+1, L-3) & (-L+3, L-3) & & (L-1, L-3) \\ (-L+1, -L+1) & (-L+3, -L+1) & \dots & (L-1, -L+1) \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Para uma constelação quadrada, o número de níveis possíveis L em função do número de símbolos M , é definido pela relação mostrada na Equação (3.45).

$$L = \sqrt{M}, \quad M = 2^b, \quad b = 1, 2, \dots \quad (3.45)$$

A Equação (3.46) mostra os sinais na constelação QAM quadrada expressos em termos de (I_i, Q_i) .

$$s_i = \left(I_i \sqrt{\frac{E_0}{2}}, \quad Q_i \sqrt{\frac{E_0}{2}} \right) \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (3.46)$$

Reescrevendo a Equação (3.44) tem-se a Equação (3.47).

$$s_i(t) = A_i \cos(2\pi f_c t + \theta_i) \quad (3.47)$$

Em que,

$$A_i - \text{amplitude obtida por } \sqrt{\frac{E_0}{E_p} (I_i^2 + Q_i^2)} = \sqrt{\frac{2}{E_p}} \|s_i\|;$$

$$\|s_i\| - \text{magnitude de cada sinal é encontrada por } \sqrt{\frac{E_0}{2} (I_i^2 + Q_i^2)}; \text{ e}$$

$$\theta_i - \text{ângulo do fasor determinado por } \tan^{-1} \frac{Q_i}{I_i}.$$

A distância entre um par de fasores é mostrada na Equação (3.48).

$$d_{ij} = \sqrt{|s_i - s_j|^2} = \sqrt{\frac{E_0}{2} |(I_i - I_j)^2 + (Q_i - Q_j)^2|} \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, M \quad (3.48)$$

A energia e a potência média são mostradas nas Equações (3.49) e (3.50), respectivamente.

$$\overline{E}_{\text{média}} = E \left\{ \frac{E_0}{2} (I_i^2 + Q_i^2) \right\} = \frac{E_0}{2} [E\{I_i^2\} + E\{Q_i^2\}] = E_0 E\{I_i^2\} \quad (3.49)$$

$$\overline{P}_{\text{média}} = \frac{E_0}{T} E\{I_i^2\} \quad (3.50)$$

O cálculo da métrica probabilidade de erro de símbolo para qualquer valor de M é uma tarefa complexa mesmo quando se utiliza o limitante de união.

Conforme (GUIMARÃES; SOUZA, 2012) e (HAYKIN, 2004), a Equação (3.51) é a fórmula mais utilizada.

$$P_e(M - QAM) \cong 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3}{2(M-1)} \frac{E_s}{N_0}} \right) \quad (3.51)$$

Em que,

M - número de símbolos;

E_s - energia do símbolo;

N_0 - PSD do AWGN ; e

erfc - função erro complementar.

A constelação quadrada é um código *Gray*, ou seja, existe somente um bit diferente entre os símbolos adjacentes. Cada símbolo errado causa um erro de bit para altos valores de relação sinal ruído. A Equação (3.52) relaciona a probabilidade de erro de bit com a probabilidade de erro de símbolo P_s e o número de símbolos M .

$$BER \cong \frac{P_s}{\log_2 M} \quad (3.52)$$

Em que,

M - número de símbolos, e

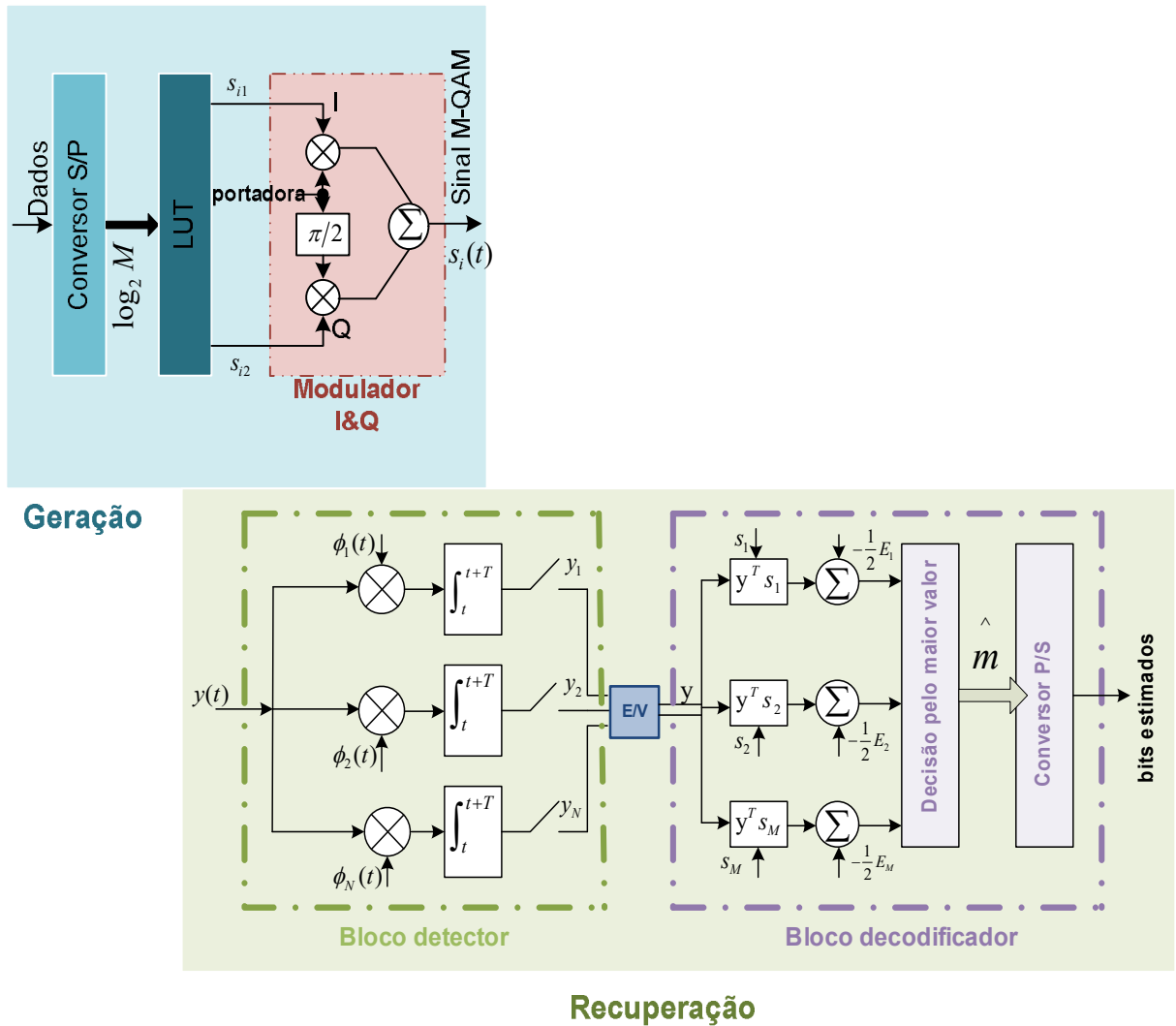
P_s - probabilidade de erro de símbolo.

3.4.4.2 Constelação não quadrada

Quando o número de bits por símbolo é ímpar não se divide a saída do conversor S/P em dois ramos com $\log_2 \frac{M}{2}$ bits. Então, os coeficientes são gerados diretamente dos vetores sinais utilizando o circuito LUT alimentado pelos conjuntos de $\log_2 M$ bits como ilustrado na Figura 3.19.

No receptor tem-se um par de correladores que efetuam a correlação do sinal recebido com cada uma das funções base. Os valores de $(y_1 \text{ e } y_2)$ resultantes compõem o vetor observado $x = [y_1 \ y_2]^T$.

Figura 3.19 – Geração e recuperação da M-QAM com constelação não quadrada



Fonte: adaptado de GUIMARÃES; SOUZA (2012).

No próximo estágio é realizado o cálculo dos produtos internos de x por todos os vetores sinais s_i . A subtração de metade da energia do símbolo é realizada porque as energias dos símbolos não são todas iguais. No procedimento de estimação utiliza-se o parâmetro de maior valor. Após a decisão pelo símbolo, ele é mapeado reversamente no conjunto de k bits.

A relação entre o número de níveis L e o número de símbolos M é mostrada na Equação (3.53).

$$L = \sqrt{\frac{M}{2}} + \frac{M}{4\sqrt{\frac{M}{2}}} = \frac{3}{4}\sqrt{2M} \quad (3.53)$$

O diagrama de constelação adquire formato não quadrado (32-QAM, 128-QAM, 512-QAM) é pode ser do tipo sobreposta ou cruzada.

A. Sobreposta

A constelação sobreposta não é simétrica para todo quadrante. Ela é rotacionada de $\pi/4$ radianos como a ilustrada na Figura 3.20 (a) ou ela é obtida pela sobreposição de duas constelações $\frac{M}{2} QAM$ como a ilustrada na Figura 3.20 (b).

A energia média da constelação sobreposta é mostrada na Equação (3.54) (MENDES; BALDINI FILHO, 2011).

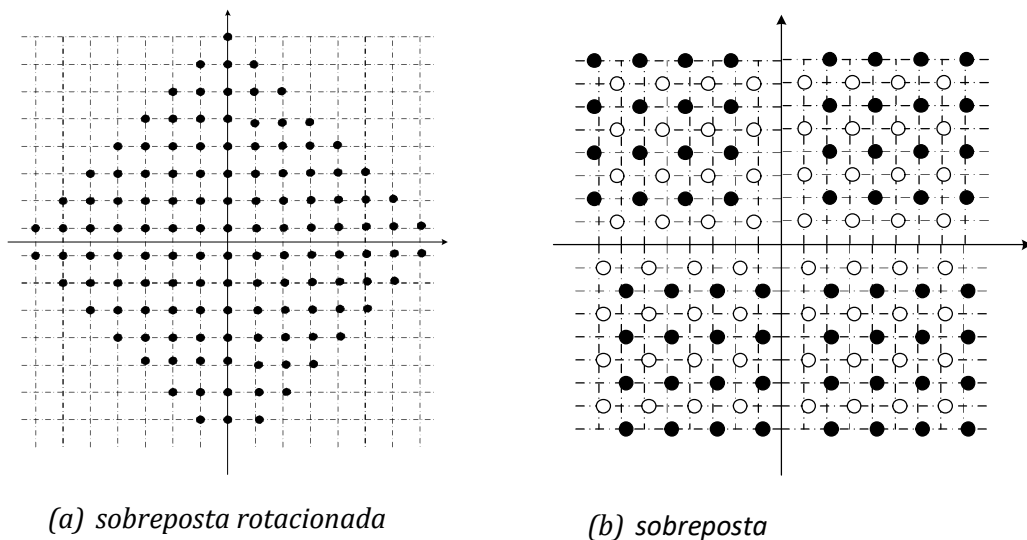
$$\overline{E_{m\u00e9dia}} = \frac{1}{3} \nu^2 (2M - 1) \quad (3.54)$$

Em que,

2ν - distância entre os símbolos adjacentes; e

M - número de símbolos.

Figura 3.20– Constelações não quadradas do tipo sobreposta.



Fonte: a autora.

A Equação (3.55) mostra o número médio de símbolos vizinhos adjacentes $\overline{\mu}$ (MENDES; BALDINI FILHO, 2011).

$$\overline{\mu} = \frac{4M - 4\sqrt{2M} + 2}{M} \quad (3.55)$$

Segundo (BENEDETTO; BIGLIERI, 1999), a probabilidade de erro de símbolo para modulações M-QAM com constelação não quadrada é aproximada como mostrada na Equação (3.56).

$$P_s \cong \bar{\mu} Q\left(\frac{v}{\sigma_w}\right) \quad (3.56)$$

Em que,

$\bar{\mu}$ - número médio de símbolos vizinhos adjacentes;

$2v$ - distância entre os símbolos adjacentes;

σ_w^2 - variância do AWGN; e

Q - integral gaussiana.

Aplicando as Equações (3.54) e (3.55) na Equação (3.56) tem-se a Equação (3.57) que mostra a expressão aproximada da probabilidade de erro de símbolo da constelação sobreposta.

$$P_s \cong \frac{4M - 4\sqrt{2M} + 2}{M} Q\left(\sqrt{\frac{6}{2M-1} \frac{\overline{E_{média}}}{N_0}}\right) \quad (3.57)$$

Em que,

M - número de símbolos;

$\overline{E_{média}}$ - energia média;

N_0 - PSD do AWGN; e

Q - integral gaussiana.

B. Cruzada

A constelação não quadrada cruzada decompõe-se em uma subconstelação quadrada de ordem $\frac{M}{2}$, disposta no centro da constelação total, e em $\frac{M}{2}$ símbolos igualmente distribuídos nas quatro extremidades da subconstelação quadrada. Neste tipo de constelação, a energia média é calculada como mostrada na Equação (3.58) (MENDES; BALDINI FILHO, 2011).

$$\overline{E}_{\text{média}} = \frac{\nu^2}{6} \left(\frac{31}{6} L^2 - 4 \right) \quad (3.58)$$

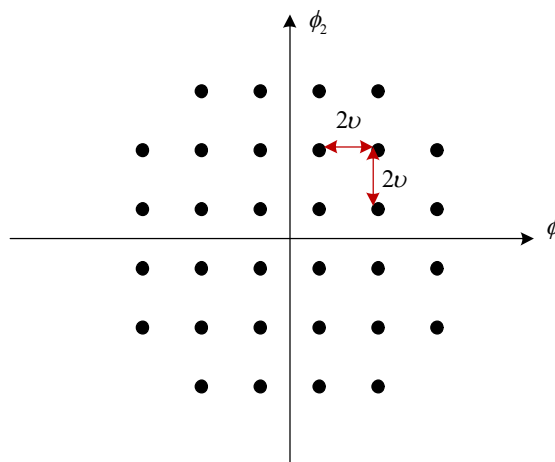
Em que,

2ν - distância entre os símbolos adjacentes; e

L - número de níveis.

A Figura 3.21 ilustra a constelação não quadrada em cruz.

Figura 3.21– Constelação cruzada.



Fonte: a autora.

A Equação (3.59) (MENDES; BALDINI FILHO, 2011) mostra o cálculo do número médio de símbolos vizinhos.

$$\overline{\mu} = \frac{8L-9}{2L} \quad (3.59)$$

Em que, L é o número de níveis.

Aplicando as Equações (3.58) e (3.59) na Equação (3.56) tem-se a expressão da probabilidade de erro de símbolo da constelação cruzada mostrada na Equação (3.60) (MENDES; BALDINI FILHO, 2011).

$$P_s \cong \frac{8L-9}{2L} Q \left(\sqrt{\frac{108}{31L^2-36} \frac{\overline{E}_{\text{média}}}{N_0}} \right) \quad (3.60)$$

Em que,

L é o número de níveis;

$\overline{E_{m\u00e9dia}}$ - energia m\u00e9dia;

N_0 - PSD do AWGN; e

Q - integral gaussiana.

Para uma constela\u00e7\u00e3o M-QAM n\u00e3o quadrada n\u00e3o \u00e9 poss\u00edvel atribuir o mapeamento *Gray* em todos os s\u00edmbolos vizinhos. Na Equa\u00e7\u00e3o (3.61) relaciona-se a probabilidade de erro de bit com a probabilidade de erro de s\u00edmbolo P_s e o n\u00famero de s\u00edmbolos M .

$$BER > \frac{P_s}{\log_2 M} \quad (3.61)$$

3.5 Modula\u00e7\u00e3o multiportadora

Aplica\u00e7\u00f5es que utilizam taxas de transmiss\u00e3o maiores que Mbps nas redes de alta velocidade sofrem severamente com os efeitos do espalhamento de retardo de canal, tipo de degrada\u00e7\u00e3o comum em canais de propaga\u00e7\u00e3o multipercurso. Uma solu\u00e7\u00e3o proposta \u00e9 a utiliza\u00e7\u00e3o da modula\u00e7\u00e3o multiportadora. Ela divide a sequ\u00eancia serial de dados em v\u00e1rias subseq\u00eancias paralelas que s\u00e3o moduladas em igual n\u00famero de subportadoras ortogonais N_c . O processo de paraleliza\u00e7\u00e3o transforma um canal seletivo em frequ\u00eancia em v\u00e1rios subcanais planos. Uma t\u00e9cnica de multiplexa\u00e7\u00e3o do feixe paralelizado de s\u00edmbolos \u00e9 o DMT (*Discrete Multitone*), OFDM em canais com fio.

3.5.1 Processamento do sinal OFDM/DMT na transmiss\u00e3o

A Figura 3.22 ilustra o processo de multiplexa\u00e7\u00e3o utilizando *Inverse Fast Fourier Transform* (IFFT) em que a quantidade de subportadoras \u00e9 escolhida para que o tempo do s\u00edmbolo em cada sequ\u00eancia seja maior que o espalhamento multipercurso τ do canal, reduzindo a interfer\u00eancia intersimb\u00f3lica (ISI – *InterSymbol Interference*). Isso garante robustez em rela\u00e7\u00e3o \u00e0 ISI quando comparada com a comunica\u00e7\u00e3o de portadora \u00fanica e at\u00e9 mesmo com v\u00e1rias portadoras n\u00e3o ortogonais.

A taxa de bits R_b do fluxo de bits \u00e9 dividida em N_c feixes paralelos de baixa taxa de transmiss\u00e3o no conversor S/P. Cada sequ\u00eancia contendo b bits \u00e9 mapeada em s\u00edmbolos

complexos QAM. A Equação (3.62) mostra a representação do símbolo em banda passante (SILVA, 2006).

$$\tilde{s}(t) = \sum_{k=0}^{N_c-1} s_k \exp(j2\pi f_k t) = \sum_{k=0}^{N_c-1} s_k \phi_k(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (3.62)$$

Em que.

s_k - símbolo transmitido modulado em M-QAM;

$\phi_k(t)$ - função base;

N_c - número de subportadoras;

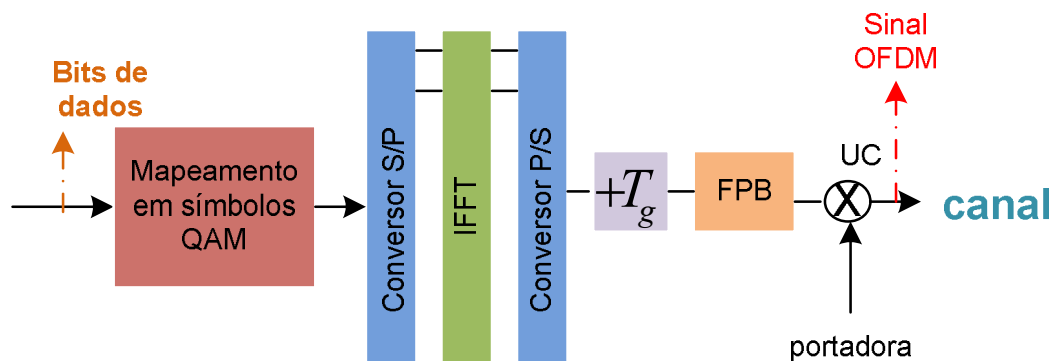
f_k - frequência; e

T - intervalo de duração do símbolo OFDM/DMT definido na Equação (3.63).

$$T = N_c \cdot T_s \quad (3.63)$$

Em que, T_s é a duração do símbolo.

Figura 3.22 – Multiplexação OFDM/DMT.



Fonte: adaptado de GUIMARÃES; SOUZA (2012).

A multiplexação consiste na modulação direta de múltiplas portadoras e na soma dessas como mostrado na Equação (3.64) (SILVA, 2006).

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N_c-1} d_i \exp\left(j2\pi \frac{k}{T} t\right), \quad 0 \leq t \leq T \quad (3.64)$$

Em que,

T - intervalo de duração do símbolo; e

d_i - subsímbolos mapeados nas constelações do esquema usado em cada subportadora.

A Equação (3.65) mostra o sinal $s(t)$ definido na Equação (3.64) amostrado N_c vezes, nos instantes $t = N_c T$.

A complexidade do sistema foi resolvida com a transformada discreta de *Fourier* inversa que cria um vetor de amostras que é serializado pelo conversor P/S.

$$s_n = \frac{1}{N_c} \sum_{k=0}^{N_c-1} d_k \exp\left(j2\pi \frac{nk}{N_c}\right), \quad n = 0, 1, \dots, N_c - 1 \quad (3.65)$$

Em que,

$1/N_c$ - fator de normalização;

N_c - número de subportadoras; e

d_k - subsímbolos mapeados nas constelações do esquema de cada subportadora.

Ao adicionar o intervalo de guarda T_g , detalhado na subseção 3.5.3, a duração T_{ofdm} do símbolo OFDM/DMT é a mostrada na Equação (3.66).

$$T_{ofdm} = T + T_g \quad (3.66)$$

Em que,

T - intervalo de duração do símbolo OFDM/DMT; e

T_g - intervalo de guarda entre símbolos OFDM/DMT adjacentes.

Os filtros passas baixas de transmissão e recepção têm como resposta ao pulso retangular, caso ideal igual a um, mostrada na Equação (3.67) (SILVA, 2006).

$$g_T(t) = g_R(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_{ofdm}}\right) = 1 \quad (3.67)$$

Em que,

T_{ofdm} - intervalo de duração dos símbolo OFDM/DMT;

rect - função retangular;

$g_T(t)$ - resposta ao impulso do filtro transmissor; e

$g_R(t)$ - função de transferência no tempo do filtro receptor.

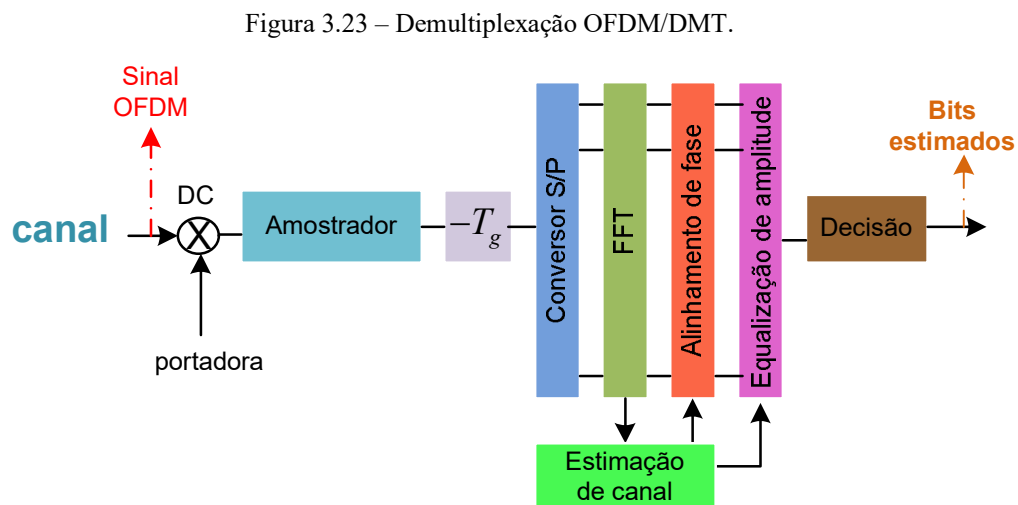
Os espectros dos filtros são funções seno cardinal (*sinc* - *sinus cardinalis*) com os zeros posicionados nas frequências ($f_k = k/T$, $k = 0, 1, \dots, N_c - 1$) como mostradas na Equação (3.68) (SILVA, 2006).

$$G_T(f) = G_R(f) = T_{ofdm} \text{sinc}(\pi f T_{ofdm}) \quad (3.68)$$

A ortogonalidade é garantida se o espaçamento Δf entre as subportadoras for igual a um múltiplo inteiro de $\frac{1}{T_{ofdm}}$. Consequentemente têm-se as frequências das subportadoras dadas por $f_k = f_0 + k\Delta f$, em que f_0 é a menor frequência. O sinal resultante é transladado para a frequência central pelo bloco de conversão para cima (UC – *Up Conversion*) e transmitido no canal.

3.5.2 Processamento do sinal OFDM/DMT na recepção

A Figura 3.23 ilustra o processo de demultiplexação utilizando *Fast Fourier Transform* (FFT).



Fonte: adaptado de GUIMARÃES; SOUZA (2012).

O sinal recebido é transladado para banda base pelo bloco de conversão para baixo (DC – *Down Conversion*). O sinal é amostrado e dele é retirado um número de amostras correspondente ao intervalo de guarda. O símbolo OFDM/DMT sem as amostras correspondentes ao intervalo de guarda é paralelizado e sofre a operação FFT. A Equação (3.69) mostra o símbolo r_n após a FFT sem distorção (LIMA, 2004).

$$r_n = \frac{1}{N_c} \sum_{k=0}^{N_c-1} d_k \exp\left(j2\pi \frac{nk}{N_c}\right), \quad n = 0, 1, \dots, N_c - 1 \quad (3.69)$$

Em que,

$1/N_c$ - fator de normalização; e

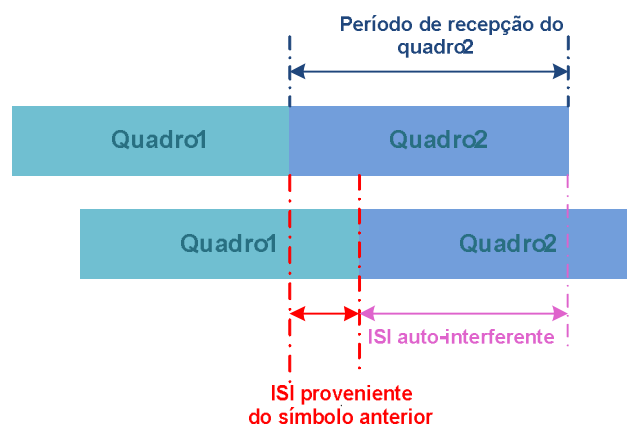
d_k - subsímbolos mapeados nas constelações dos esquemas de cada subportadora.

Então, esse sinal realiza uma estimação de canal que estabelece a atenuação do canal e a rotação de fase produzida por ele no sinal de cada subportadora. Essas informações de atenuação e rotação são utilizadas nos processos de alinhamento de fase e de equalização de amplitude no domínio da frequência. As amostras equalizadas alimentam o bloco de decisão e são estimados e mapeados nos bits correspondentes.

3.5.3 Intervalo de guarda

O símbolo recebido é composto de várias amostras transmitidas serialmente e a interferência intersimbólica é separada em duas partes. A ISI auto-interferente causa seletividade em frequência no canal e os subcanais planos com desvanecimento ficam susceptíveis a ruídos. Para atenuar esse problema devem-se utilizar os códigos corretores de erro que recuperam a informação transmitida por estes subcanais. A parte da ISI introduzida pela amostra pertencente ao símbolo anteriormente transmitido degrada a transmissão quebrando a ortogonalidade do sinal e resulta em interferência intercanal (ICI – *InterChannel Interference*). A Figura 3.24 ilustra os dois tipos de interferência intersimbólica.

Figura 3.24 – Transmissão OFDM/DMT em ambiente de múltiplos percursos.

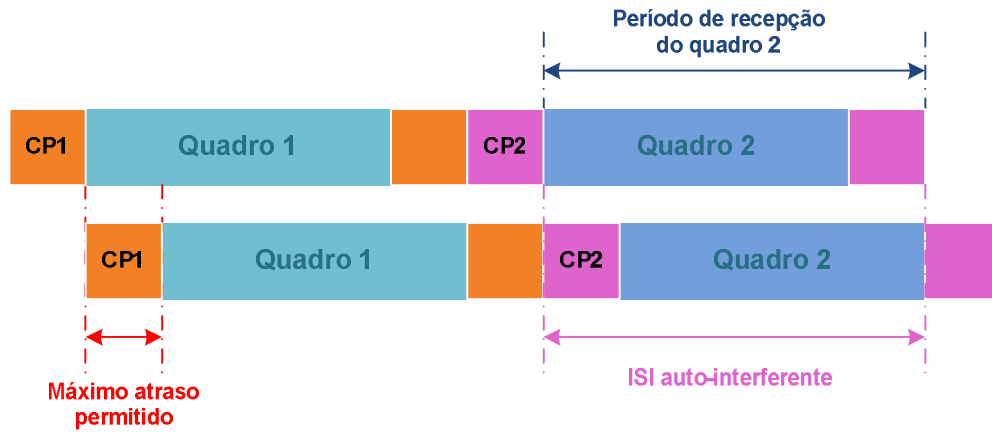


Fonte: a autora.

O intervalo de guarda pode ser formado pela extensão cíclica do símbolo ou pelo preenchimento de zeros como ilustrado na Figura 3.25. Na extensão cíclica adiciona-se um

prefixo cíclico (CP - *Cyclic Prefix*) no início de cada símbolo resultante da IFFT. No preenchimento de zeros (ZP - *Zero Padding*) adicionam-se zeros no final de cada símbolo.

Figura 3.25 – Transmissão OFDM/DMT em ambiente de múltiplos percursos com CP.



Fonte: a autora.

CAPÍTULO 4

M-QAM OFDM COM RUÍDO GAUSSIANO E IMPULSIVO

4.1 Introdução

Em geral, na implementação do sistema PLC utiliza-se a modulação QAM que provê altas taxas de dados. Porém, não há muitos estudos relacionados à determinação da SEP com ruído gaussiano para as modulações M-QAM com constelação não quadrada. Então, neste Capítulo desenvolve-se uma proposta baseada em *Krishna Sankar* (SANKAR, 2012) para determinar a probabilidade de erro de símbolos para as modulações M-QAM com constelação não quadrada cruzada.

Além disso, também não existem muitos estudos avaliando o desempenho da modulação M-QAM em um canal com ruído impulsivo. Então, neste Capítulo propõe-se um modelo matemático detalhado do ruído combinado gaussiano e impulsivo e aplica-se esse modelo no equacionamento da probabilidade de erro de símbolo do sistema M-QAM OFDM.

Este capítulo está organizado da seguinte forma. Na seção 4.2 apresenta-se o modelo matemático de ruído impulsivo. Utilizando o ruído impulsivo escolhido e o ruído gaussiano avaliado propõe-se um modelo matemático de ruído combinado na seção 4.3. A seção 4.4 apresenta e discute os resultados da influência do modelo de ruído proposto no desempenho da M-QAM. Na seção 4.5 avalia-se a SEP do sistema M-QAM OFDM quando o canal PLC está sob a influência do ruído combinado.

4.2 Cálculo da SEP da modulação M-QAM

Nesta seção apresenta-se o método proposto por *Krishna Sankar* (SANKAR, 2012) e desenvolve-se uma proposta para determinar a SEP para as modulações M-QAM com constelação não quadrada cruzada.

4.2.1 Constelação quadrada

Krishna Sankar (SANKAR, 2012) propôs um método para determinar a SEP da modulação M-QAM com constelação quadrada. A Equação (4.1) apresenta como esse método define o alfabeto e o intervalo de variação da variável m .

$$\gamma_{M-QAM} = \{\mp(2m-1) \mp j(2m-1)\} \quad m \in \left\{1, 2, \dots, \frac{\sqrt{M}}{2}\right\} \quad (4.1)$$

Para exemplificar o método proposto por *Krishna Sankar* utiliza-se o sistema 64-QAM, ($M = 64$ e $b = 6$). A constelação é formada no conjunto de $m \in \{1, 2, 3, 4\}$ e o alfabeto correspondente é mostrado no Quadro 4.1.

Quadro 4.1 – Alfabeto do 64-QAM.

$\pm 7 \pm j 7$	$\pm 7 \pm j 5$	$\pm 7 \pm j 3$	$\pm 7 \pm j 1$
$\pm 5 \pm j 7$	$\pm 5 \pm j 5$	$\pm 5 \pm j 3$	$\pm 5 \pm j 1$
$\pm 3 \pm j 7$	$\pm 3 \pm j 5$	$\pm 3 \pm j 3$	$\pm 3 \pm j 1$
$\pm 1 \pm j 7$	$\pm 1 \pm j 5$	$\pm 1 \pm j 3$	$\pm 1 \pm j 1$

Fonte: SANKAR (2012).

Primeiramente, determina-se a soma das energias dos termos individuais do alfabeto como mostrado na Equação (4.2).

$$E = \sum_{m=1}^{\frac{\sqrt{M}}{2}} |(2m-1) + j(2m-1)|^2 \quad (4.2)$$

O somatório na Equação (4.2) é uma série matemática com a variável auxiliar z mostrada na Equação (4.3).

$$E = 2 \sum_{m=1}^{\frac{\sqrt{M}}{2}} (2m-1)^2 = 2 \sum_{m=0}^s (2m-1)^2 = \frac{2}{3} z(4z^2 - 1) \quad (4.3)$$

Substituindo-se na Equação (4.3) a variável z pelo valor do limite superior do somatório $\frac{\sqrt{M}}{2}$ obtém-se como mostrado na Equação (4.4) o valor da energia dos termos individuais do alfabeto.

$$E = \frac{\sqrt{M}}{3}(M-1) \quad (4.4)$$

Pode-se observar no Quadro 4.1 que cada termo do alfabeto aparece $2\sqrt{M}$ vezes na constelação e a multiplicação pela Equação (4.4) resulta na Equação (4.5), energia total de todos os símbolos na constelação.

$$E_T = \left[\frac{\sqrt{M}}{3}(M-1) \right] \cdot 2\sqrt{M} \quad (4.5)$$

Como apresentado na Equação (4.6), o valor da energia média da constelação é determinado dividindo a equação (4.5) pelo número total de símbolos M .

$$\overline{E_{M-QAM}} = \frac{\left[\frac{\sqrt{M}}{3}(M-1) \right] \cdot 2\sqrt{M}}{M} = \frac{2}{3}(M-1) \quad (4.6)$$

Considerando $M = 16, 64$ e 256 na equação (4.6) determina-se a energia dos tipos de modulação M-QAM mais conhecidos: $\overline{E_{16-QAM}} = 10$ Joules, $\overline{E_{64-QAM}} = 42$ Joules e $\overline{E_{256-QAM}} = 170$ Joules. O Quadro 4.2 apresenta o fator de normalização ou escala k .

Quadro 4.2 – Fator de escala para a constelação QAM quadrada.

Constelação QAM quadrada	Número de bits (b)	Fator de escala (k)
16-QAM	4	$1/\sqrt{10}$
64-QAM	6	$1/\sqrt{42}$
256-QAM	8	$1/\sqrt{170}$

Fonte: SHEN (2014).

Na terceira coluna do Quadro 4.2 os valores do fator de escala asseguram que o valor médio das constelações M-QAM é igual a um.

A Equação (4.7) mostra como o fator de escala k relaciona-se com a energia.

$$k = \sqrt{\frac{1}{E_{M-QAM}}} \quad (4.7)$$

A Figura 4.1 ilustra a constelação do 64-QAM composta por 64 símbolos e cada símbolo é definido como mostrado na Equação (4.8).

$$y = k\sqrt{E_s}s + w \quad (4.8)$$

Em que,

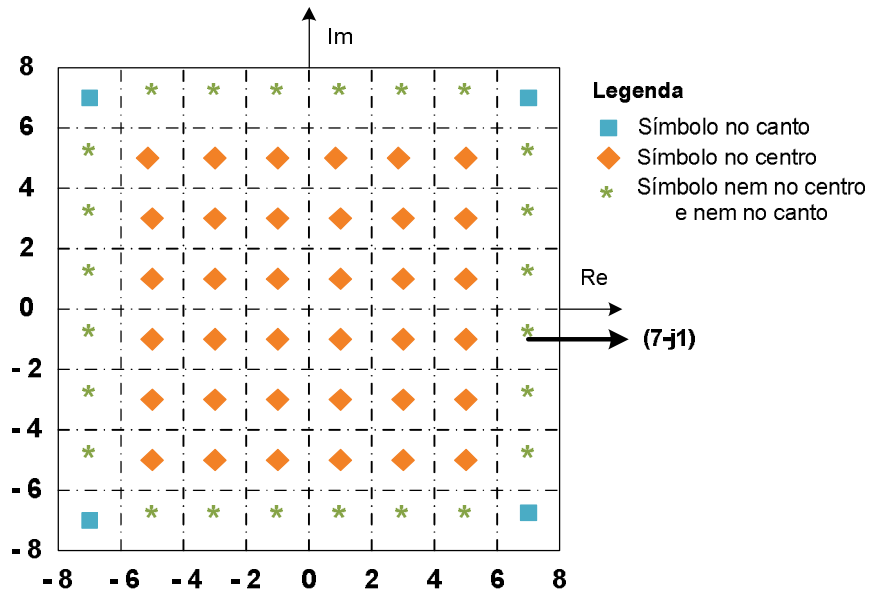
s - símbolo transmitido;

w - ruído AWGN;

E_s - energia do símbolo; e

k - fator de normalização da energia definido na Equação (4.7).

Figura 4.1 – Constelação 64-QAM.



Fonte: adaptao de SANKAR (2012).

A Equação (4.9) mostra a definição da probabilidade de acerto do símbolo (PAPOULIS; PILLAI, 2002).

$$P_c = \int_I \int_R p_n(n_R, n_I) dn_R dn_I \quad (4.9)$$

Em que,

n_R - parte real do ruído AWGN; e

n_I - parte imaginária do ruído AWGN.

A função densidade de probabilidade $p_n(n_R, n_I)$ (PAPOULIS; PILLAI, 2002) do ruído pela transformada de *Fourier* é mostrada na Equação (4.10).

$$p_n(n_R, n_I) = G(n_R, 0, \sigma_w^2) G(n_I, 0, \sigma_w^2) \quad (4.10)$$

Essa função densidade de probabilidade possui a parte real $G(n_R, 0, \sigma_w^2)$ mostrada na Equação (4.11) e a parte imaginária $G(n_I, 0, \sigma_w^2)$ mostrada na Equação (4.12).

$$G(n_R, 0, \sigma_w^2) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_R)^2}{N_0}\right) \quad (4.11)$$

$$G(n_I, 0, \sigma_w^2) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_I)^2}{N_0}\right) \quad (4.12)$$

Aplicando as Equações (4.11) e (4.12) na Equação (4.10) e o resultado dessas na Equação (4.9) obtém-se a probabilidade de acerto mostrada na Equação (4.13).

$$P_c = \int_I \int_R \left[G(n_R, 0, \sigma_w^2) G(n_I, 0, \sigma_w^2) \right] dn_R dn_I \quad (4.13)$$

$$P_c = \int_I \int_R \left[\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_R)^2}{N_0}\right) \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_I)^2}{N_0}\right) \right] dn_R dn_I$$

Em que,

N_0 - PSD;

n_R - parte real do ruído AWGN ; e

n_I - parte imaginária do ruído AWGN.

Os símbolos com quatro vizinhos N_4 estão localizados no centro da constelação e o número total deles é determinado como mostra a Equação (4.14).

$$N_4 = (\sqrt{M} - 2)(\sqrt{M} - 2) \quad (4.14)$$

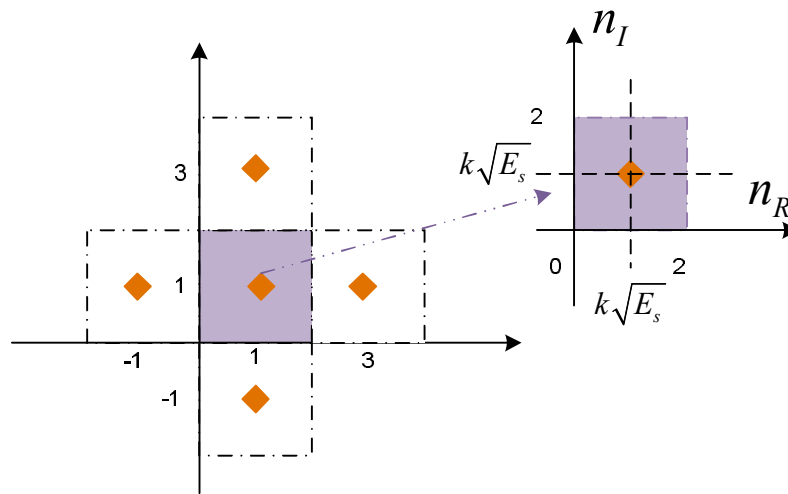
A Figura 4.2 ilustra a região de integração dos símbolos com quatro vizinhos. O sinal é decodificado sem erro quando obedece a condição mostrada na Equação (4.15).

$$-k\sqrt{E_s} \leq n_R \leq k\sqrt{E_s} \text{ e } -k\sqrt{E_s} \leq n_I \leq k\sqrt{E_s} \quad (4.15)$$

Os limites mostrados na Equação (4.15) são aplicados no intervalo de integração da função mostrada na Equação (4.13) resultando na Equação (4.16).

$$P_c(N_4) = \int_{-k\sqrt{E_s}}^{+k\sqrt{E_s}} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_R)^2}{N_0}\right) dn_R \int_{-k\sqrt{E_s}}^{+k\sqrt{E_s}} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_I)^2}{N_0}\right) dn_I \quad (4.16)$$

Figura 4.2 – Região de integração do símbolo com quatro vizinhos.



Fonte: a autora.

A Equação (4.15) mostrou que o intervalo das partes real e imaginária são iguais e assim definiu-se uma única integral I_1 mostrada na Equação (4.17).

$$I_1 = \int_{-k\sqrt{E_s}}^{+k\sqrt{E_s}} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_R)^2}{N_0}\right) dn_R = \int_{-k\sqrt{E_s}}^{+k\sqrt{E_s}} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_I)^2}{N_0}\right) dn_I \quad (4.17)$$

Seguindo o desenvolvimento, a Equação (4.18) mostra uma mudança de variável.

$$x^2 = \frac{(n_R)^2}{N_0} \therefore x = \frac{n_R}{\sqrt{N_0}} \quad (4.18)$$

Observando a Equação (4.15) tem-se que $n_R = k\sqrt{E_s}$ e $n_I = k\sqrt{E_s}$. Aplicando esse valor na Equação (4.18) obtém-se a Equação (4.19) e derivando em relação n_R obtém-se a Equação (4.20).

$$x = \frac{k\sqrt{E_s}}{\sqrt{N_0}} \quad (4.19)$$

$$dx = \frac{k\sqrt{E_s}}{\sqrt{N_0}} \quad (4.20)$$

A Equação (4.21) mostra a aplicação das Equações (4.19) e (4.20) na integral mostrada na Equação (4.17).

$$I_1 = \int_{-k\sqrt{E_s}}^{+k\sqrt{E_s}} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) dx \quad (4.21)$$

A Equação (4.22) mostra a definição matemática da função erro complementar *erfc* utilizada para resolver a integral mostrada na Equação (4.21).

$$\text{erfc}(a) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_a^{\infty} \exp(-x^2) dx \quad (4.22)$$

Aplicando a definição mostrada na Equação (4.22) na Equação (4.21) obtém-se a Equação (4.23).

$$I_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-a}^{+a} \exp(-x^2) dx = 1 - \text{erfc}(a) \quad (4.23)$$

Em que, a é igual a $k\sqrt{E_s}$.

Aplicando o resultado mostrado na Equação (4.23) na Equação (4.16) obtém-se a Equação (4.24).

$$P_c(N_4) = I_1^2 = [1 - \text{erfc}(a)]^2 = 1 - 2\text{erfc}(a) + \text{erfc}^2(a) \quad (4.24)$$

A probabilidade de erro é mostrada na Equação (4.25).

$$P_e(N_4) = 1 - P_c(N_4) = 1 - [1 - 2\text{erfc}(a) + \text{erfc}^2(a)] = 2\text{erfc}(a) - \text{erfc}^2(a) \quad (4.25)$$

Assim, tem-se a probabilidade de erro para os símbolos com quatro vizinhos mostrada na Equação (4.26).

$$P_e(N_4) = 2\text{erfc}\left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) - \text{erfc}^2\left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \quad (4.26)$$

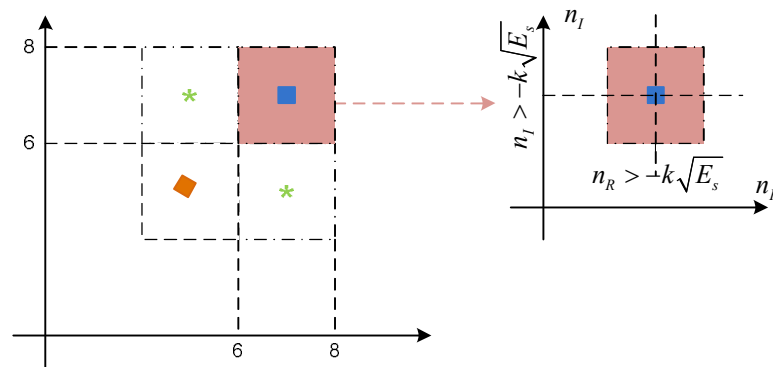
Os símbolos com dois vizinhos N_2 estão localizados no canto da constelação e o número total deles é determinado como mostra a Equação (4.27).

$$N_2 = 4 \quad (4.27)$$

A Figura 4.3 ilustra a região de integração dos símbolos com dois vizinhos e a decodificação deles acontece sem erro se obedecer à condição mostrada na Equação (4.28).

$$-k\sqrt{E_s} \leq n_R \leq \infty \text{ e } -k\sqrt{E_s} \leq n_I \leq \infty \quad (4.28)$$

Figura 4.3 – Região de integração do símbolo com dois vizinhos.



Fonte: a autora.

Os limites mostrados na Equação (4.28) são aplicados no intervalo de integração da função mostrada na Equação (4.13) resultando na Equação (4.29).

$$P_{c2} = \int_{-k\sqrt{E_s}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_R)^2}{N_0}\right) dn_R \int_{-k\sqrt{E_s}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_I)^2}{N_0}\right) dn_I \quad (4.29)$$

A Equação (4.28) mostrou que o intervalo das partes real e imaginária são iguais e assim definiu-se uma única integral I_2 mostrada na Equação (4.30).

$$I_2 = \int_{-k\sqrt{E_s}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_R)^2}{N_0}\right) dn_R = \int_{-k\sqrt{E_s}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_I)^2}{N_0}\right) dn_I \quad (4.30)$$

Seguindo o desenvolvimento, a Equação (4.31) mostra uma mudança de variável.

$$x^2 = \frac{(n_R)^2}{N_0} \therefore x = \frac{n_R}{\sqrt{N_0}} \quad (4.31)$$

Observando a Equação (4.28) tem-se que $n_R = k\sqrt{E_s}$ e $n_I = k\sqrt{E_s}$ e aplicando esses valores na Equação (4.31) obtém-se a Equação (4.32).

$$x = \frac{k\sqrt{E_s}}{\sqrt{N_0}} \quad (4.32)$$

Derivando a Equação (4.32) obtém-se a Equação (4.33).

$$dx = \frac{k\sqrt{E_s}}{\sqrt{N_0}} \quad (4.33)$$

A Equação (4.34) mostra a aplicação das Equações (4.32) e (4.33) na integral mostrada na Equação (4.30).

$$I_2 = \int_{-k\sqrt{E_s}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp(-x^2) dx \quad (4.34)$$

Aplicando a definição mostrada na Equação (4.22) na Equação (4.34) obtém-se a Equação (4.35) em que a é igual a $k\sqrt{E_s}$.

$$I_2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-a}^{\infty} \exp(-x^2) dx = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(a) \quad (4.35)$$

O resultado da Equação (4.35) aplicado na Equação (4.29) obtém-se a Equação (4.36).

$$P_c(N_2) = I_2^2 = \left[1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(a) \right]^2 = 1 - \operatorname{erfc}(a) + \frac{1}{4} \operatorname{erfc}^2(a) \quad (4.36)$$

A probabilidade de erro é mostrada na Equação (4.37).

$$P_e(N_2) = 1 - P_c(N_2) = 1 - \left[1 - \operatorname{erfc}(a) + \frac{1}{4} \operatorname{erfc}^2(a) \right] = \operatorname{erfc}(a) - \frac{1}{4} \operatorname{erfc}^2(a) \quad (4.37)$$

Assim, tem-se a probabilidade de erro mostrada na Equação (4.38) para os símbolos com dois vizinhos.

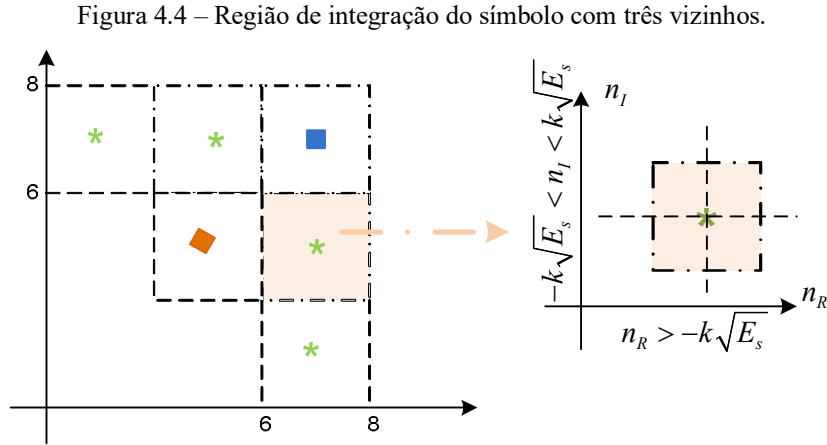
$$P_e(N_2) = \operatorname{erfc} \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) - \frac{1}{4} \operatorname{erfc}^2 \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) \quad (4.38)$$

Os símbolos *nem no centro e nem no canto* possuem três símbolos adjacentes e, o número total de símbolos na constelação é mostrado na Equação (4.39).

$$N_3 = 4(\sqrt{M} - 2) \quad (4.39)$$

A Figura 4.4 ilustra a região de integração dos símbolos com três vizinhos. O sinal será decodificado sem erro se obedecer a condição mostrada na Equação (4.40).

$$-k\sqrt{E_s} \leq n_R \leq \infty \text{ e } -k\sqrt{E_s} \leq n_I \leq k\sqrt{E_s} \quad (4.40)$$



Fonte: a autora.

Os limites mostrados na Equação (4.40) são aplicados no intervalo de integração da função mostrada na Equação (4.13) resultando na Equação (4.41).

$$P_c(N_3) = \int_{-k\sqrt{E_s}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_R)^2}{N_0}\right) dn_R \int_{-k\sqrt{E_s}}^{+k\sqrt{E_s}} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_I)^2}{N_0}\right) dn_I \quad (4.41)$$

A Equação (4.40) mostrou que o intervalo da parte real e imaginária é diferente e por isso utilizaram-se duas integrais mostradas nas Equações (4.17) e (4.30). Seguindo no desenvolvimento já apresentado aplicou-se o resultado mostrado nas Equações (4.23) e (4.35) na Equação (4.41) obtém-se a Equação (4.42).

$$P_c(N_3) = I_1 \cdot I_2 = [1 - \operatorname{erfc}(a)] \left[1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(a) \right] = 1 - \frac{3}{2} \operatorname{erfc}(a) + \frac{1}{2} \operatorname{erfc}^2(a) \quad (4.42)$$

A probabilidade de erro para símbolos com três vizinhos é mostrada na Equação (4.43).

$$P_e(N_3) = 1 - P_c(N_3) = 1 - \left[1 - \frac{3}{2} \operatorname{erfc}(a) + \frac{1}{2} \operatorname{erfc}^2(a) \right] = \frac{3}{2} \operatorname{erfc}(a) - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}^2(a) \quad (4.43)$$

Assim, tem-se a probabilidade de erro para o símbolo com três vizinhos mostrada na Equação (4.44).

$$P_e(N_3) = \operatorname{erfc}\left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) - \frac{1}{4}\operatorname{erfc}^2\left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \quad (4.44)$$

A probabilidade de erro de símbolo total com qualquer quantidade de vizinhos da modulação M-QAM com constelação quadrada é determinada como mostra a Equação (4.45).

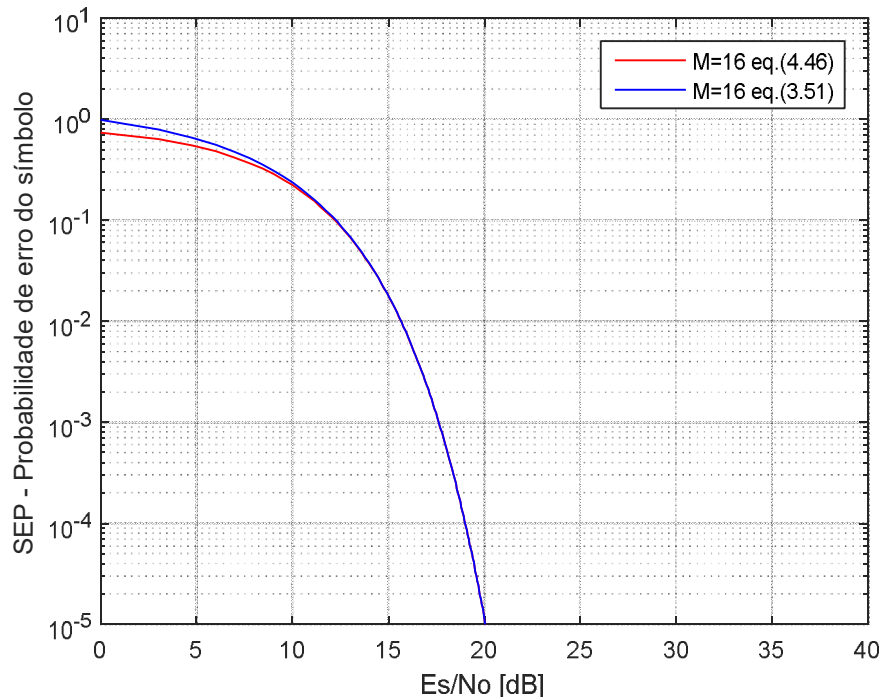
$$P_e(M-QAM) = \frac{[N_4 \times P_e(N_4)] + [N_2 \times P_e(N_2)] + [N_3 \times P_e(N_3)]}{M} \quad (4.45)$$

Após a substituição dos valores determinados na Equação (4.45) obteve-se o resultado mostrado na Equação (4.46).

$$P_e(M-QAM) = 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)\operatorname{erfc}\left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) - \left(1 - \frac{2}{\sqrt{M}} + \frac{1}{M}\right)\operatorname{erfc}^2\left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \quad (4.46)$$

A Figura (4.5) ilustra o resultado obtido na simulação da modulação 16-QAM em um canal com ruído gaussiano branco aditivo comparando as SEPs encontrados nas Equações (3.51) e (4.46).

Figura 4.5 – SEP da modulação 16-QAM com constelação quadrada com ruído AWGN.

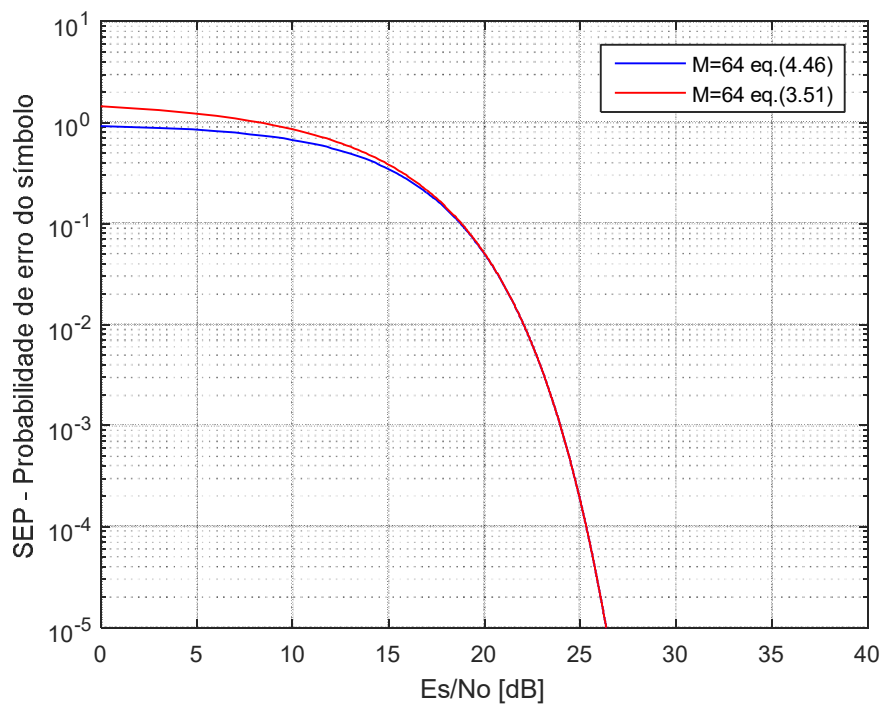


Fonte: a autora.

Verificou-se na Figura 4.5 que até o valor de $\frac{E_s}{N_0}$ aproximadamente 10 dB existe uma pequena diferença entre as curvas.

A Figura (4.6) ilustra o resultado obtido na simulação da modulação 64-QAM em um canal com ruído gaussiano branco aditivo comparando as SEPs encontrados nas Equações (3.51) e (4.46). Observando a Figura 4.6 verificou-se que até o valor de aproximadamente 15 dB existe uma pequena diferença entre as curvas.

Figura 4.6 – SEP da modulação 64-QAM com constelação quadrada com ruído AWGN.



Fonte: a autora.

A Figura (4.7) ilustra o resultado obtido na simulação da modulação 256-QAM. Os resultados apresentados foram obtidos em um canal com ruído gaussiano branco aditivo e comparando as SEPs encontrados nas Equações (3.51) e (4.46) verificou-se uma diferença entre as curvas para $\frac{E_s}{N_0}$ até aproximadamente 25dB. Analisando comparativamente as

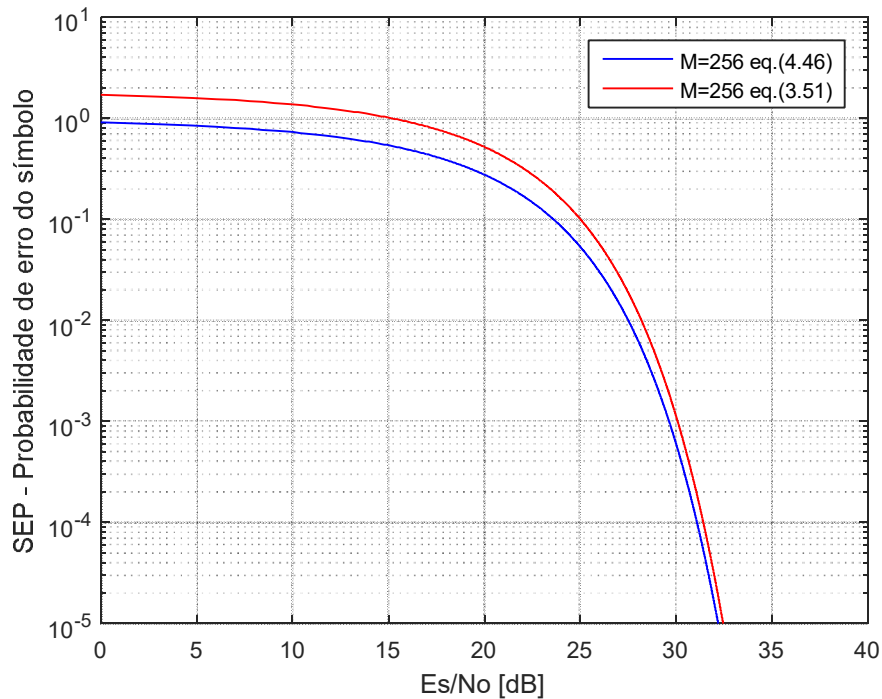
Equações (3.51) e (4.46) notou-se que a diferença entre elas corresponde ao segundo termo

$\left[-\left(1 - \frac{2}{\sqrt{M}} + \frac{1}{M}\right) \operatorname{erfc}^2\left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \right]$ da Equação (4.46). Enquanto o valor da relação $\frac{E_s}{N_0}$ aumenta

a diferença entre as curvas diminui. Segundo (GUIMARÃES; SOUZA, 2012), as equações

que determinam o valor da probabilidade de erro de símbolo são definidas para altos valores de $\frac{E_s}{N_0}$.

Figura 4.7 – SEP da modulação 256-QAM com constelação quadrada com ruído AWGN.



Fonte: a autora.

Se o valor desejado da SEP é 10^{-5} , as modulações 16-QAM, 64-QAM e 256-QAM obtêm esse valor da SEP com $\frac{E_s}{N_0}$ de 20 dB, 26,33 dB e 32,43 dB, respectivamente.

4.2.2 Constelação não quadrada

Após o estudo do método proposto por *Krishna Sankar* (SANKAR, 2012), este trabalho propõe a aplicação dos conceitos apresentados na constelação não quadrada cruzada ilustrada na Figura (4.8).

Para formar o alfabeto da constelação utilizou-se um novo intervalo de variação para m na Equação (4.1) como mostrado na Equação (4.47).

$$\gamma_{M-QAM} = \{\mp(2m-1) \mp j(2m-1)\} \quad m \in \left\{1, \dots, \frac{3}{4} \sqrt{\frac{M}{2}}\right\} \quad (4.47)$$

Para que seja compreendida a diferença entre as constelações quadrada e não quadrada utilizou-se como exemplo o sistema 128-QAM ($M = 128$ e $b = 7$). A constelação é formada pelo conjunto de $m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e o alfabeto correspondente é apresentado no Quadro 4.3.

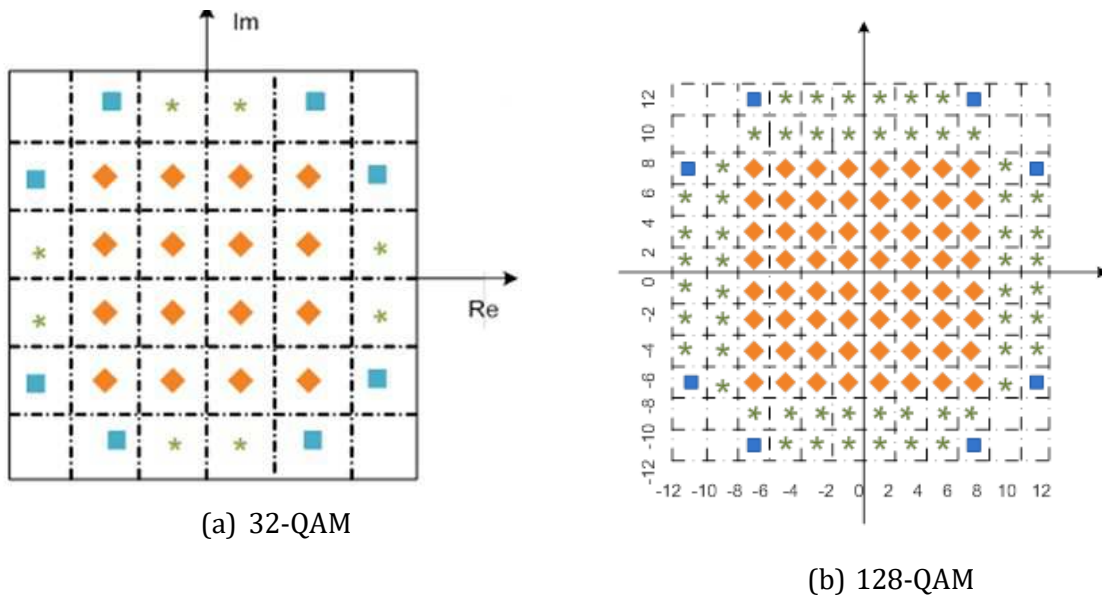
Quadro 4.3 – Alfabeto do 128-QAM.

$\pm 11 \pm j 11$	$\pm 11 \pm j 9$	$\pm 11 \pm j 7$	$\pm 11 \pm j 5$	$\pm 11 \pm j 3$	$\pm 11 \pm j 1$
$\pm 9 \pm j 11$	$\pm 9 \pm j 9$	$\pm 9 \pm j 7$	$\pm 9 \pm j 5$	$\pm 9 \pm j 3$	$\pm 9 \pm j 1$
$\pm 7 \pm j 11$	$\pm 7 \pm j 9$	$\pm 7 \pm j 7$	$\pm 7 \pm j 5$	$\pm 7 \pm j 3$	$\pm 7 \pm j 1$
$\pm 5 \pm j 11$	$\pm 5 \pm j 9$	$\pm 5 \pm j 7$	$\pm 5 \pm j 5$	$\pm 5 \pm j 3$	$\pm 5 \pm j 1$
$\pm 3 \pm j 11$	$\pm 3 \pm j 9$	$\pm 3 \pm j 7$	$\pm 3 \pm j 5$	$\pm 3 \pm j 3$	$\pm 3 \pm j 1$
$\pm 1 \pm j 11$	$\pm 1 \pm j 9$	$\pm 1 \pm j 7$	$\pm 1 \pm j 5$	$\pm 1 \pm j 3$	$\pm 1 \pm j 1$

Termos marcados não pertencem ao alfabeto 128-QAM.

Fonte: a autora.

Figura 4.8 – Constelações não quadrada cruzada.



Fonte: a autora.

Primeiramente, determina-se a soma das energias dos termos individuais do alfabeto. A Equação (4.48) mostra a Equação (4.2) com o limite superior da variável m alterado para.

$$E_1 = \sum_{m=1}^{\frac{3}{4}\sqrt{\frac{M}{2}}} |(2m-1) + j(2m-1)|^2 \quad (4.48)$$

Desenvolvendo a Equação (4.3) com o novo limite obteve-se a energia dos termos do alfabeto E_1 como mostrado na Equação (4.49).

$$E_1 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{M}{2}} \right) \left(\frac{9M}{8} - 1 \right) \quad (4.49)$$

Observando a constelação cruzada ilustrada na Figura 4.8 e o Quadro 4.3 verificou-se que cada termo do alfabeto repete $\left(3\sqrt{\frac{M}{2}} \right)$ vezes. Assim, a energia total da constelação quadrada cruzada é mostrada na Equação (4.50).

$$E_1 = \left[\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{M}{2}} \right) \left(\frac{9M}{8} - 1 \right) \right] \cdot 3\sqrt{\frac{M}{2}} = \frac{3M}{4} \left(\frac{9M}{8} - 1 \right) \quad (4.50)$$

O Quadro 4.3 mostra alguns termos do alfabeto destacados na cor lilás que não pertencem à constelação ilustrada na Figura (4.8 b). Para determinar a energia E_2 dos termos destacados o método proposto neste trabalho baseia-se na Equação (4.2) com os limites ajustados. Então, a energia dos símbolos não pertencentes à constelação é encontrada utilizando a Equação (4.51).

$$E_2 = 2 \sum_{m=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{M}{2}}+1}^{\frac{3}{4}\sqrt{\frac{M}{2}}} (2m-1)^2 = \frac{13}{4}M + 4 - 2\sqrt{\frac{M}{2}} \quad (4.51)$$

Como os termos não pertencentes à constelação repetem $\left(\sqrt{\frac{M}{2}} \right)$ vezes tem-se a energia dos símbolos mostrada na Equação (4.52) normalizada.

$$E_2 = 2 \sum_{m=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{M}{2}}+1}^{\frac{3}{4}\sqrt{\frac{M}{2}}} (2m-1)^2 = \frac{M}{128} \left[(26M + 32) - M\sqrt{\frac{128}{M}} \right] \quad (4.52)$$

Como mostrado na Equação (4.53) a energia média da constelação não quadrada cruzada é a diferença entre a energia de todos os termos e a energia dos termos não pertencentes à constelação. Esta diferença é dividida pelo número total de símbolos.

$$\overline{E_{M-QAM(Cruz)}} = \frac{E_1 - E_2}{M} = \frac{1}{128} \left(82M + M\sqrt{\frac{128}{M}} - 128 \right) \quad (4.53)$$

Ao substituir na Equação (4.53) os valores $M = 32, 128$ e 512 , os resultados das energias são: $\overline{E_{32-QAM}} = 20$ Joules, $\overline{E_{128-QAM}} = 82$ Joules e $\overline{E_{512-QAM}} = 330$ Joules. O Quadro 4.4 mostra o fator de normalização ou de escala k mostrado na Equação (4.7) para as constelações QAM não quadradas cruzadas.

Quadro 4.4 – Fator de escala para a constelação QAM não quadrada em cruzada.

Constelação QAM quadrada	Número de bits (b)	Fator de escala (k)
32-QAM	5	$1/\sqrt{20}$
128-QAM	7	$1/\sqrt{82}$
512-QAM	9	$1/\sqrt{330}$

Fonte: a autora.

Como ilustrado na Figura 4.8 (a) e (b) os símbolos são classificados em três categorias. A Equação (4.54) mostra o número de *símbolos com quatro vizinhos*.

$$N_4 = M - 3\sqrt{2M} + 8 \quad (4.54)$$

Na Equação (4.55) mostra-se o número de *símbolos com três vizinhos*.

$$N_3 = 3\sqrt{2M} - 16 \quad (4.55)$$

E a Equação (4.56) mostra o número de *símbolos com dois vizinhos*.

$$N_2 = 8 \quad (4.56)$$

O desenvolvimento das probabilidades de erro de símbolo da constelação cruzada segue a lógica utilizada na Equação (4.57).

$$P_e(M - QAMcruz) = \frac{[Eq.(4.54) \times Eq.(4.26)] + [Eq.(4.55) \times Eq.(4.38)] + [Eq.(4.56) \times Eq.(4.44)]}{M} \quad (4.57)$$

Após a substituição dos valores determinados na Equação (4.57) obteve-se o resultado mostrado na Equação (4.58).

$$P_e(M - QAMcruz) = \left(2 - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}}\right) \operatorname{erfc}\left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) - \left(1 + \frac{2}{M} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}}\right) \operatorname{erfc}^2\left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \quad (4.58)$$

Para verificar a proposta feita buscou-se na literatura artigos que apresentassem equações para o cálculo exato da SEP. Os autores *Norman C. Beaulieu e Yunfei Chen*

(BEAULIEU; CHEN, 2007) apresentaram a Equação (4.59) para o cálculo da SEP da 32-QAM cruzada em um canal com ruído gaussiano branco aditivo.

$$P_e = \frac{1}{32} \left[4Q \left(\sqrt{\frac{E_A}{10\sigma_w^2}} \right) + 104Q \left(\sqrt{\frac{E_A}{20\sigma_w^2}} \right) - 92Q^2 \left(\sqrt{\frac{E_A}{20\sigma_w^2}} \right) \right] \quad (4.59)$$

Em que,

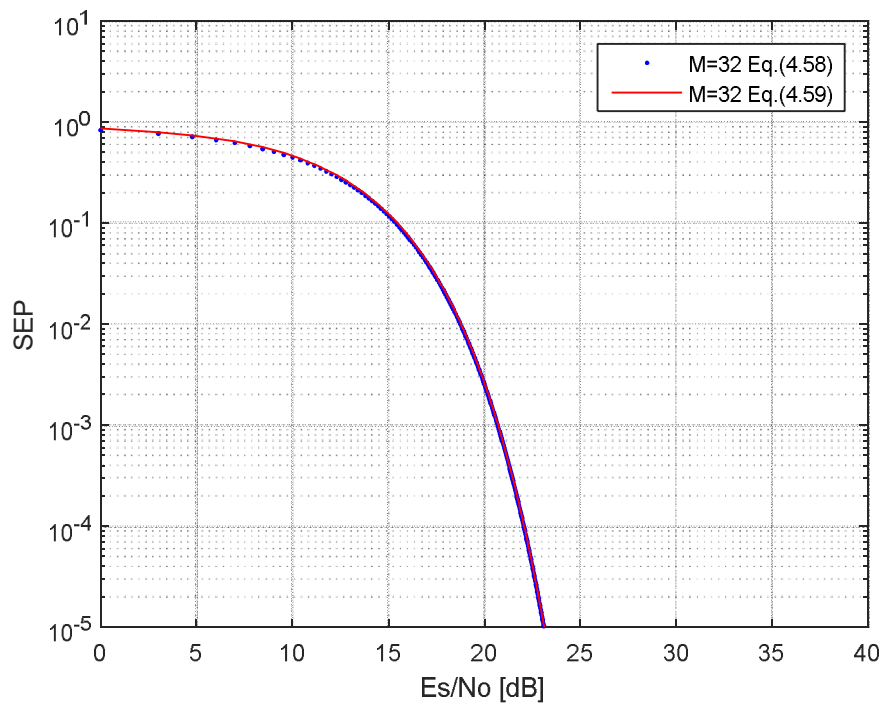
σ_w^2 - variância do ruído gaussiano;

d - distância mínima entre dois pontos adjacentes na constelação; e

E_A - energia total média determina por $E_A = 20d^2$.

A Figura 4.9 ilustra o resultado da simulação da modulação 32-QAM constelação não quadrada cruzada na presença do ruído gaussiano e $d = 1$.

Figura 4.9 – SEP da modulação 32-QAM cruzada com ruído AWGN.



Fonte: a autora.

Na Figura 4.9 são mostradas as SEP's encontradas nas Equações (4.58) e (4.59). Se o valor desejado da SEP é 10^{-5} , a modulação 32-QAM obtêm esse valor com a relação $\frac{E_s}{N_0}$ de 23,07 dB.

Os autores *Jian Li, Xian-Da Zhang e Norman C. Beaulieu* (LI; ZHANG; BEAULIEU, 2008) utilizam o método da probabilidade da região de decisão triangular para o cálculo aproximado da SEP da modulação 128-QAM mostrada na Equação (4.60).

$$P_e \approx \frac{1}{128} \left[468Q \left(\sqrt{\frac{\gamma_s}{41}} \right) - 440Q^2 \left(\sqrt{\frac{\gamma_s}{41}} \right) \right] \quad (4.60)$$

Em que, γ_s é a relação entre a energia do símbolo e do ruído. Essa relação é encontrada pela Equação (4.61).

$$\gamma_s = \frac{E_s}{N_0} = \frac{82d^2}{2\sigma_w^2} \quad (4.61)$$

Em que,

d - distância mínima entre dois pontos adjacentes na constelação; e

σ_w^2 - variância do ruído gaussiano.

A Figura 4.10 ilustra o resultado da simulação da modulação 128-QAM constelação não quadrada cruzada na presença do ruído gaussiano. Nela são mostradas as SEPs encontradas nas Equações (4.58) e (4.60) e para da SEP é 10^{-5} , a modulação 128-QAM obtêm esse valor com uma relação $\frac{E_s}{N_0}$ de 29,26 dB.

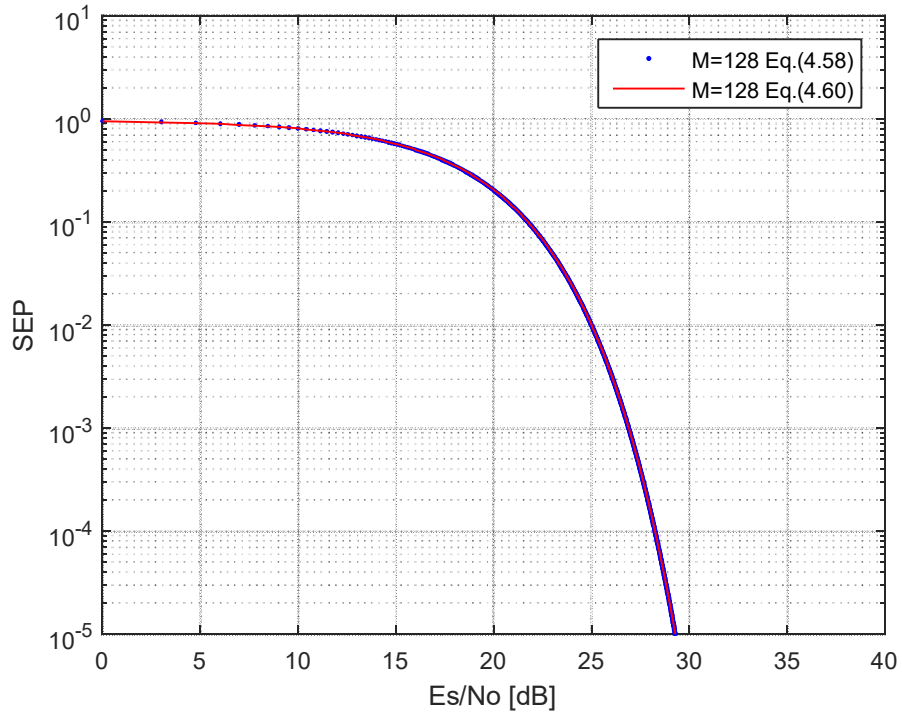
Jian Li, Xian-Da Zhang e Norman C. Beaulieu (LI; ZHANG; BEAULIEU, 2008) também apresentaram um cálculo da SEP exata da modulação 512-QAM não quadrada cruzada mostrada na Equação (4.62) em que γ_s é a relação entre a energia do símbolo e do ruído.

$$P_e \approx \frac{1}{512} \left[1956Q \left(\sqrt{\frac{\gamma_s}{165}} \right) - 1880Q^2 \left(\sqrt{\frac{\gamma_s}{165}} \right) \right] \quad (4.62)$$

A Figura 4.11 ilustra o resultado da simulação da modulação 512-QAM constelação não quadrada cruzada na presença do ruído gaussiano branco aditivo. Nessa Figura são mostradas as SEPs encontradas nas Equações (4.58) e (4.62).

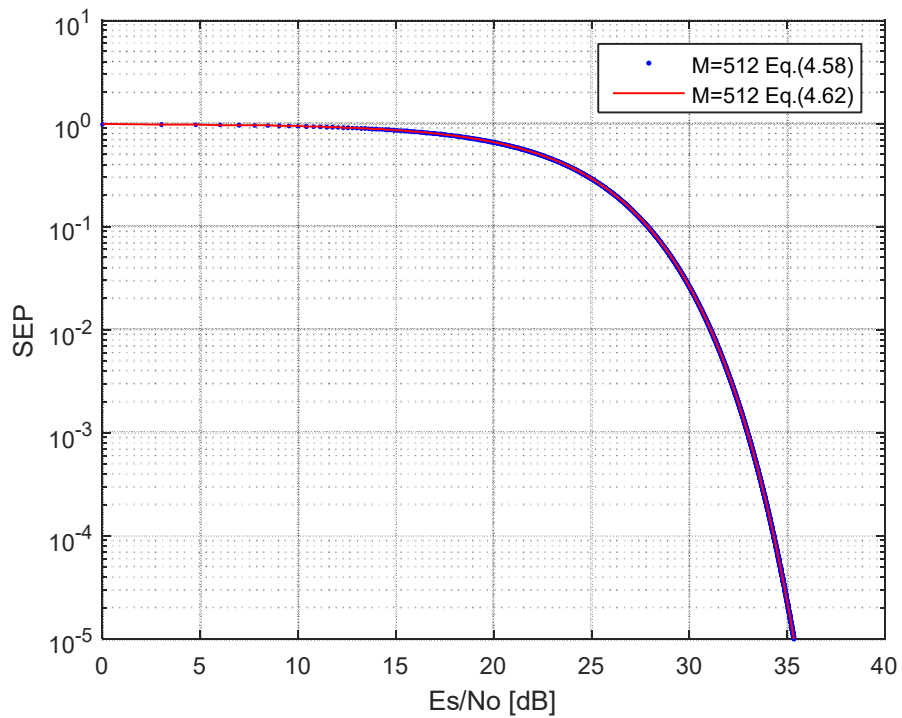
Se o valor desejado da SEP é 10^{-5} , a modulação 512-QAM obtêm esse valor com uma relação de 35,34 dB. Analisando o resultado obtido verificou-se que quanto maior o valor de M , maior será a relação $\frac{E_s}{N_0}$ necessária para se atingir um valor de SEP pequeno.

Figura 4.10 – SEP da modulação 128-QAM cruzada com ruído AWGN.



Fonte: a autora.

Figura 4.11 – SEP das modulações 512-QAM cruzada com ruído AWGN.

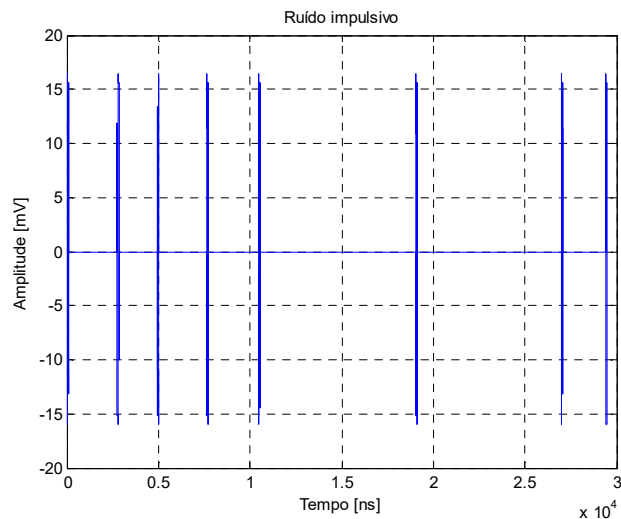


Fonte: a autora.

4.3 Modelo de ruído impulsivo

O ruído impulsivo (IN – *Impulsive Noise*) caracteriza-se por possuir uma pequena duração e ocorrência aleatória (MA; SO; GUNAWAN, 2005) como ilustrado na Figura 4.12.

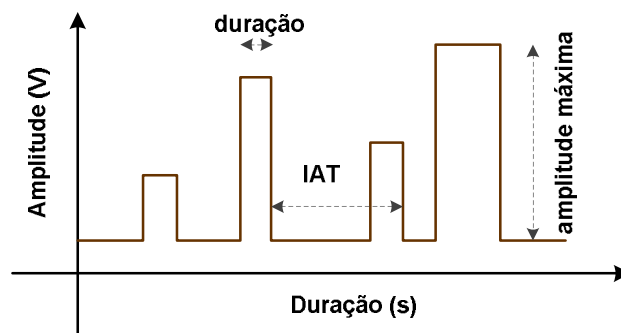
Figura 4.12 – Ruído impulsivo.



Fonte: a autora.

Esse tipo de ruído ocorre em manifestações repentinas, impulsos discretos que interferem no sinal transmitido. Vários autores descrevem o IN utilizando parâmetros temporais e espectrais. Os três principais parâmetros são duração, amplitude e tempo entre ocorrências (IAT- *Inter-Arrival Time*) e são ilustrados na Figura 4.13.

Figura 4.13 – Parâmetros temporais do ruído impulsivo.

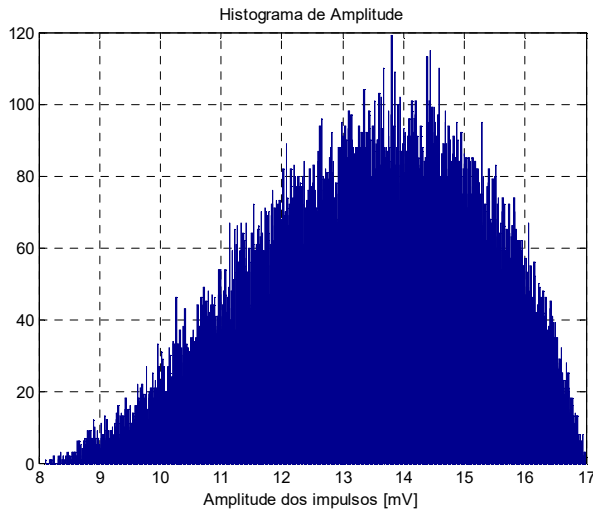


Fonte: adaptado de Hodgson (2005).

O histograma representativo da variável aleatória amplitude é ilustrado na Figura 4.14. A amplitude máxima significa o valor máximo atingido em volts e a variável aleatória é

modelada como uma distribuição Beta modificada (ESMAILIAN; KSCHISCHANG; GULAK, 2003).

Figura 4.14 – Histograma de amplitude.



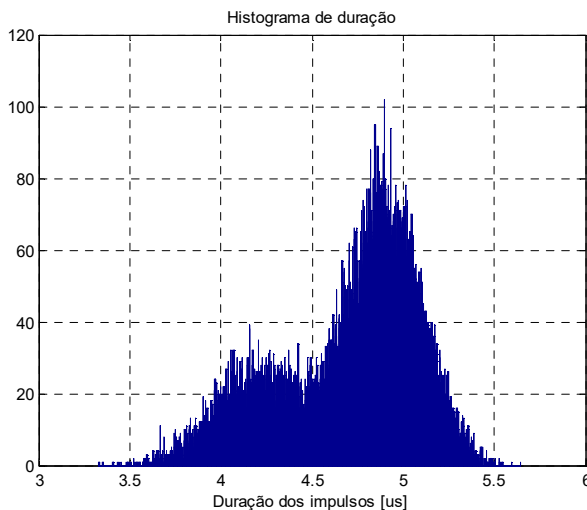
$$f_A(v) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)} v^2 (1-v)$$

$$f_A(v) = \frac{\Gamma(5)}{\Gamma(3)} v^2 (1-v)$$

Fonte: a autora.

O histograma da variável duração dos impulsos é ilustrado na Figura 4.15. A duração é modelada como a combinação de duas distribuições gaussianas com média μ_i e desvio padrão σ_i , ponderadas por um fator P_i (ESMAILIAN; KSCHISCHANG; GULAK, 2003).

Figura 4.15 – Histograma da duração.



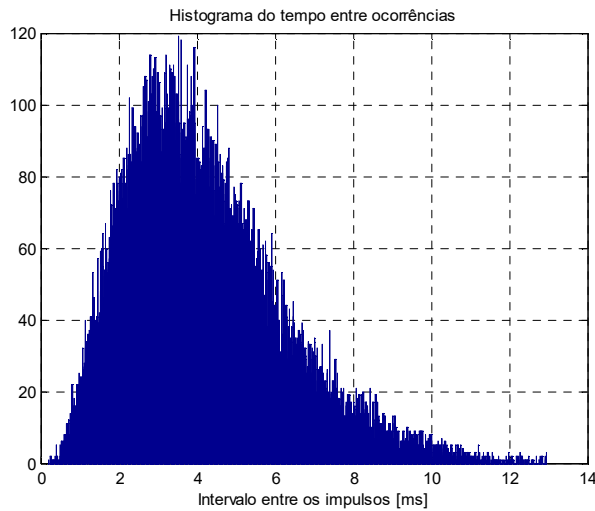
$$f_D(v) = P_1 N(\mu_1, \sigma_1) + P_2 N(\mu_2, \sigma_2)$$

$$f_D(v) = 0,0763.N(4,9;0,2) + 0,0318.N(4,2;0,25)$$

Fonte: a autora.

O tempo entre ocorrências pode ser desde 100 μ s até alguns minutos. O histograma da variável aleatória modelada como uma distribuição Gamma (ESMAILIAN; KSCHISCHANG; GULAK, 2003) é ilustrado na Figura 4.16.

Figura 4.16 – Histograma do tempo entre as ocorrências.



$$f_{LAT}(v) = \frac{1}{\Gamma(n)} v^{n-1} e^{-v}$$

$$f_{LAT}(v) = \frac{1}{\Gamma(4,2)} v^{3,2} e^{-v}$$

Fonte: a autora.

O Quadro 4.5 mostra alguns dos modelos de ruído impulsivo encontrados na literatura.

Quadro 4.5 – Modelos de ruído impulsivo.

Autor	Ano	Modulação ou canal	Características do modelo
<i>Middleton</i>	1977 1999	<i>Single-carrier</i>	“Class-A Noise”. Não considera duração e IAT.
<i>Blackard</i>	1993	Sem fio	Simple gerador de parâmetros temporais baseado em medidas.
<i>Henkel</i>	1995	ADSL	Modelo complexo com desempenho duvidoso. Gera RI com parâmetros temporais, usa uma PSD média e correção de fase.
<i>Ghosh</i>	1996	<i>Single-carrier</i>	Modelo “Bernoulli-Gaussian” simples.
<i>Degardin et al.</i>	2002	PLC	Modela parâmetros temporais e pseudofrequência em classes distintas de RI.
<i>Zimmermann</i>	2002	PLC	Usa cadeia de <i>Markov</i> segmentada para gerar apenas os parâmetros duração e IAT.
<i>Mann et al.</i>	2002	ADSL	O mais completo com características temporal e espectral.
<i>Yu et al.</i>	2003	ADSL	Modifica a duração e a amplitude de uma amostra de RI para simular diferentes impulsos.
<i>Féernandez</i>	2004	TV digital	Modelo <i>Gated-Gaussian</i> simples e <i>Gated²-Gaussian</i> para simular explosão de RI's.
<i>Nedev</i>	2004	ADSL	Modelo <i>Bernoulli-Gaussian</i> modificado para <i>Bernoulli-Weibull</i> .

Fonte: Hodgson (2005).

No desenvolvimento deste trabalho trabalha-se com modelo simples proposto por *Monisha Ghosh* (GHOSH, 1996). Ele considera o ruído impulsivo um processo “*Bernoulli-Gaussiano*”, produto dos processos real *Bernoulli* e complexo *Gaussiano*. As sequências aleatórias são consideradas independentes umas das outras. Esse modelo fisicamente representa que cada símbolo é atingido independentemente por um impulso com probabilidade (p) e com uma amplitude aleatória como mostrado na Equação (4.63).

$$i_k = b_k g_k \quad (4.63)$$

Em que,

i_k - ruído impulsivo;

b_k - processo de *Bernoulli*;

g_k - processo gaussiano.

Por exemplo, o processo de *Bernoulli* considera um experimento com somente dois resultados possíveis. Se a probabilidade de ocorrer é igual a p e se a esse experimento associou-se uma variável aleatória discreta B_k , cujos valores possíveis são $B_k = 1$ para o resultado de ocorrer e $B_k = 0$ para o resultado de não ocorrer, então B_k segue uma distribuição de *Bernoulli*. O valor esperado é $E [B_k] = p$ e a $Var [B_k] = p (1 - p)$ (HAYKIN; MOHER, 2006). O processo gaussiano é caracterizado com média zero e variância $2\sigma_i^2$.

4.4 Modelo combinado dos ruídos impulsivo e gaussiano

O modelo matemático proposto neste trabalho combina os ruídos impulsivo e gaussiano. Essa combinação é mostrada na Equação (4.64).

$$n = n_R + jn_I = w + i \quad (4.64)$$

Em que,

n - ruído total com parte real n_R e imaginária n_I ;

w - ruído gaussiano; e

i - ruído impulsivo.

Como mostrado na Equação (4.65) a densidade espectral de potência do ruído N_n é definida em (MA; SO; GUNAWAN, 2005).

$$N_n = N_0 + P_i N_i \quad (4.65)$$

Em que,

N_0 - PSD do ruído gaussiano;

N_i - PSD do ruído impulsivo; e

P_i - probabilidade de ocorrência do ruído impulsivo.

A Equação (4.66) apresenta a relação μ entre as PSDs dos ruídos (MA; SO; GUNAWAN, 2005).

$$\mu = \frac{N_i}{N_0} \quad (4.66)$$

E a variância do ruído combinado σ_n^2 é mostrada na Equação (4.67).

$$\sigma_n^2 = \sigma_w^2 + \sigma_i^2 = \frac{N_0}{2} + \frac{N_i}{2} = \frac{N_0}{2}(1 + \mu) \quad (4.67)$$

Em que,

σ_w^2 - variância do ruído gaussiano;

σ_i^2 - variância do ruído impulsivo; e

μ - relação entre as PSDs.

A Equação (4.68) apresenta a função característica (CF – *Characteristic Function*) $\Phi_n(\omega_1, \omega_2)$ do ruído combinado (GHOSH, 1996).

$$\Phi_n(\omega_1, \omega_2) = \exp\left[-\frac{\sigma_w^2(\omega_1^2 + \omega_2^2)}{2}\right] \left\{ (1-p) + p \exp\left[-\frac{\sigma_i^2(\omega_1^2 + \omega_2^2)}{2}\right] \right\} \quad (4.68)$$

A função característica mostrada na Equação (4.68) é composta pela função característica gaussiana mostrada na Equação (4.69) (PAPOULIS; PILLAI, 2002) e pela função característica *Bernoulli* exibida na Equação (4.70) (HAYKIN; MOHER, 2006).

$$\Phi_w(\omega) = \exp\left(-\frac{\sigma_w^2 \omega^2}{2}\right) \quad (4.69)$$

$$\Phi_i(\omega) = (1-p) + p \cdot \exp\left(\frac{\sigma_i^2 \omega^2}{2}\right) \quad (4.70)$$

Em que,

ω - variável aleatória;

p - probabilidade de ocorrência;

σ_w^2 e σ_i^2 - variâncias dos ruídos gaussiano e impulsivo.

A Equação (4.71) mostra a definição da probabilidade de acerto na presença do ruído combinado.

$$P_c = \int_I \int_R p_n(n_R, n_I) dn_R dn_I \quad (4.71)$$

em que, $p_n(n_R, n_I)$ é a função densidade de probabilidade conjunta (PAPOULIS; PILLAI, 2002) do ruído combinado. Ela é determinada pela transformada de *Fourier* mostrada na Equação (4.72).

$$p_n(n_R, n_I) = (1-p)G(n_R, 0, \sigma_w^2)G(n_I, 0, \sigma_w^2) + (p)G(n_R, 0, \sigma_n^2)G(n_I, 0, \sigma_n^2) \quad (4.72)$$

Em que,

p - probabilidade de ocorrência;

σ_w^2 e σ_i^2 - variâncias dos ruídos gaussiano e impulsivo.

A função densidade de probabilidade marginal (PAPOULIS; PILLAI, 2002) referente à parte real do ruído combinado é mostrada na Equação (4.73) e à parte imaginária é mostrada na Equação (4.74).

$$G(n_R, 0, \sigma_n^2) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0(1+\mu)}} \exp\left(\frac{-n_R^2}{N_0(1+\mu)}\right) \quad (4.73)$$

$$G(n_I, 0, \sigma_n^2) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0(1+\mu)}} \exp\left(\frac{-n_I^2}{N_0(1+\mu)}\right) \quad (4.74)$$

Aplicando as Equações (4.12), (4.13), (4.73) e (4.74) na Equação (4.72) tem-se na Equação (4.75) a definição da função densidade de probabilidade conjunta na presença do ruído combinado.

$$p_n(n_R, n_I) = (1-p) \cdot \left\{ \left[\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{n_R^2}{N_0}\right) \right] \left[\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{n_I^2}{N_0}\right) \right] \right\} + \quad (4.75)$$

$$(p) \cdot \left\{ \left[\frac{1}{\sqrt{\pi N_0(1+\mu)}} \exp\left(\frac{-n_R^2}{N_0(1+\mu)}\right) \right] \left[\frac{1}{\sqrt{\pi N_0(1+\mu)}} \exp\left(\frac{-n_I^2}{N_0(1+\mu)}\right) \right] \right\}$$

A Equação (4.76.) mostra a definição da probabilidade de acerto P_c na presença do ruído combinado quando a Equação (4.75) é substituída na Equação (4.71).

$$P_c = \int_I \left[\frac{p(1-p)}{\pi N_0 \sqrt{(1+\mu)}} \exp\left(-\frac{n_I^2}{N_0}\right) \exp\left(\frac{-n_I^2}{N_0(1+\mu)}\right) \right] dn_I \quad (4.76)$$

$$\int_R \left[\frac{p(1-p)}{\pi N_0 \sqrt{(1+\mu)}} \exp\left(-\frac{(n_R)^2}{N_0}\right) \exp\left(\frac{-n_R^2}{N_0(1+\mu)}\right) \right] dn_R$$

4.5 M-QAM com ruído combinado

Neste Capítulo já foi desenvolvido o equacionamento da probabilidade de erro dos símbolos com quatro, três e dois vizinhos pertencentes à constelação M-QAM quadrada e não quadrada cruzada e os resultados foram as Equações (4.46) e (4.58).

Assim, aplicando a relação entre os ruídos definida na Equação (4.64) na Equação (4.46) resulta na Equação (4.77), probabilidade de erro de símbolo da modulação M-QAM constelação quadrada com ruído combinado.

$$P_e(M-QAM) = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{k}{\sqrt{1+\mu}} \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) - \left(1 + \frac{1}{M} - \frac{2}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erfc}^2 \left(\frac{k}{\sqrt{1+\mu}} \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) \quad (4.77)$$

Em que,

k - fator de normalização mostrado na Equação (4.7);

M - número de símbolos;

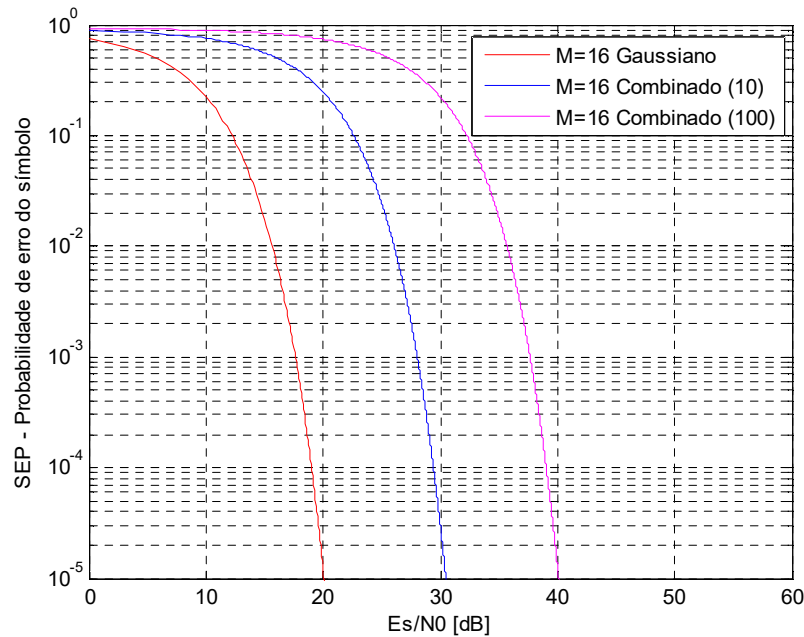
erfc - função erro complementar mostrada na Equação (4.22); e

μ - relação entre as PSDs.

A Figura 4.17 ilustra o gráfico da SEP obtida da simulação da 16-QAM em um canal com ruído Gaussiano e depois com ruído combinado, Gaussiano e impulsivo com as relações ($\mu=10$) (GHOSH, 1996) e ($\mu=100$) (PIGHI et al., 2006). Comparando as curvas ilustradas nessa figura verificou-se que para uma SEP de 10^{-5} a relação sinal ruído aumentou 51,75 %,

ou seja, quando no canal tinha apenas ruído gaussiano essa relação era igual a 20,04 dB, e com a adição do ruído impulsivo ($\mu= 10$) a relação $\frac{E_s}{N_0}$ atingiu o valor de 30,41 dB.

Figura 4.17 – Comparação das SEP's da 16-QAM com o AWGN e o ruído combinado.

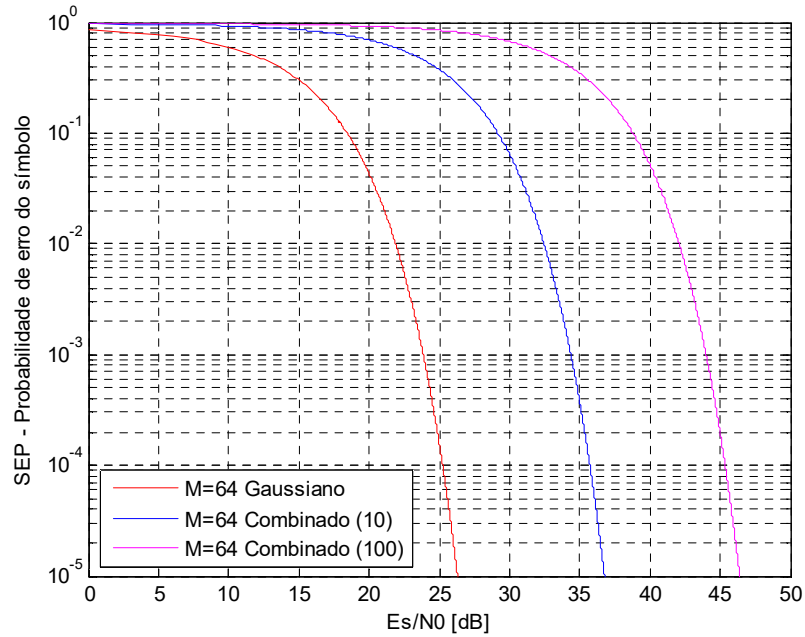


Fonte: a autora.

Na Figura 4.17 a terceira curva foi obtida com a adição do ruído impulsivo ($\mu= 100$) e a relação $\frac{E_s}{N_0}$ foi igual a 40,07 dB.

A primeira curva ilustrada na Figura 4.18 representa o resultado da SEP obtida da simulação da modulação 64-QAM em um canal com ruído gaussiano. A segunda e terceira curvas na Figura 4.18 representam a SEP obtida da simulação da modulação 64-QAM em um canal com ruído combinado com ($\mu= 10$) (GHOSH, 1996) e ($\mu= 100$) (PIGHI et al., 2006), respectivamente. Ao comparar as curvas obtidas da simulação e ilustradas na Figura 4.18 verificou-se que relação sinal ruído $\frac{E_s}{N_0}$ era 26,24 dB, e com a adição do ruído impulsivo ($\mu= 10$) a relação $\frac{E_s}{N_0}$ atingiu o valor de 36,74 dB, ou seja, ocorreu um aumento de 40,01 %. A terceira curva foi obtida com uma segunda relação ($\mu= 100$) entre os ruídos gaussiano e impulsivo. A relação $\frac{E_s}{N_0}$ foi igual a 46,38 dB para uma SEP de 10^{-5} .

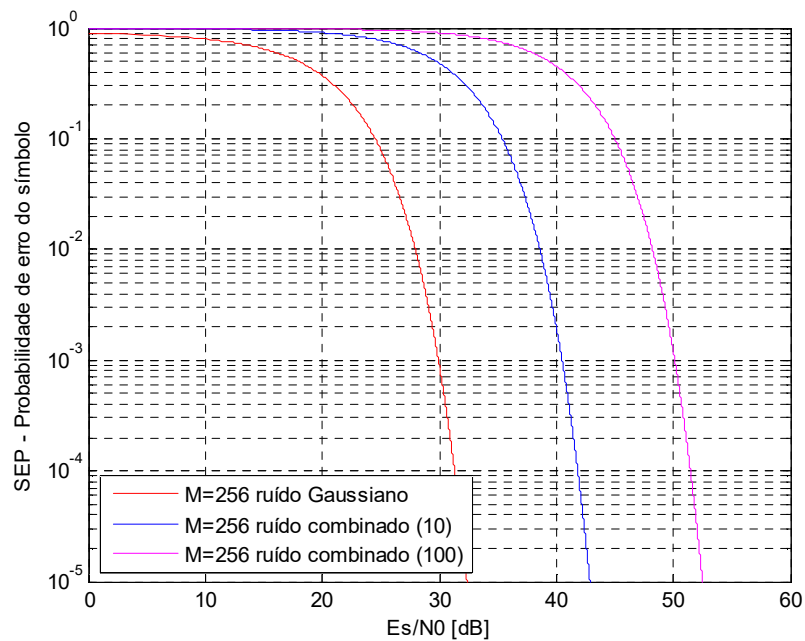
Figura 4.18 – Comparação das SEP's da 64-QAM com o AWGN e o ruído combinado.



Fonte: a autora.

A Figura 4.19 ilustra o gráfico da SEP obtida da simulação da 256-QAM em um canal com ruído gaussiano e depois com ruído combinado com ($\mu=10$) (GHOSH, 1996) e ($\mu=100$) (PIGHI et al., 2006).

Figura 4.19 – Comparação das SEP's da 256-QAM com o AWGN e o ruído combinado.



Fonte: a autora.

Ao analisar comparativamente as curvas ilustradas na Figura 4.19 observou-se que quando no canal tinha apenas ruído gaussiano a relação $\frac{E_s}{N_0}$ foi 32,36 dB. A segunda e a terceira curvas são os resultados do aumento da relação entre os ruídos de 10 para 100, respectivamente. A relação $\frac{E_s}{N_0}$ era de 42,84 dB e aumentou para 52,47 dB. A adição do ruído impulsivo aumentou a $\frac{E_s}{N_0}$ em 32,39 %.

A Equação (4.78) mostra a probabilidade de erro de símbolo da modulação M-QAM constelação não quadrada cruzada com ruído combinado. Esta equação é o resultado da aplicação da Equação (4.67) na Equação (4.58).

$$P_e(M-QAM_{cruz}) = \left(2 - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{k}{\sqrt{1+\mu}}\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) - \left(1 + \frac{2}{M} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}}\right) \operatorname{erfc}^2\left(\frac{k}{\sqrt{1+\mu}}\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \quad (4.78)$$

Em que,

k - fator de normalização mostrado na Equação (4.7);

M - número de símbolos;

erfc - função erro complementar mostrada na Equação (4.22); e

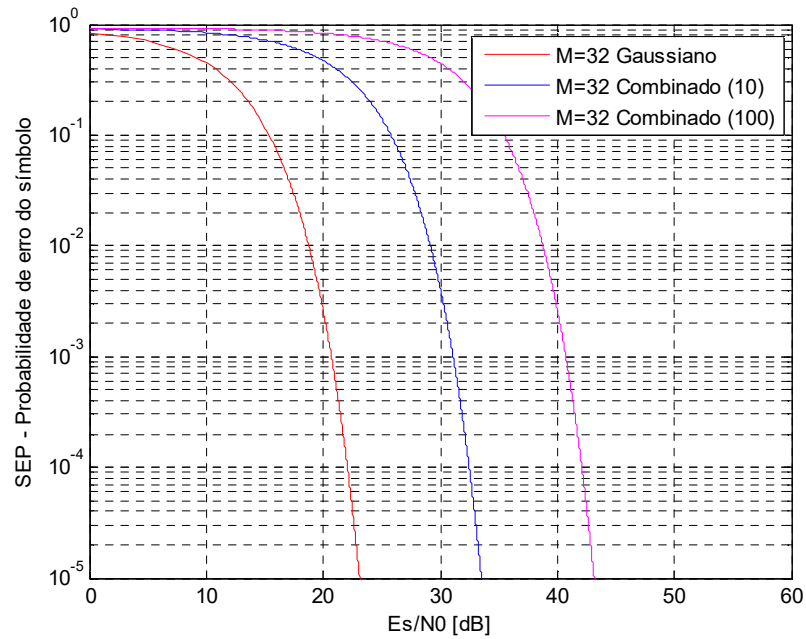
μ - relação entre as PSDs.

A Figura 4.20 ilustra o gráfico da SEP obtida da simulação da 32-QAM em um canal com ruído gaussiano e depois com ruído combinado com ($\mu=10$) (GHOSH, 1996) e ($\mu=100$) (PIGHI et al., 2006).

Comparando as curvas ilustradas na Figura 4.20 pode verificar-se que para uma SEP de 10^{-5} a relação $\frac{E_s}{N_0}$ aumentou aproximadamente 10 dB, ou seja, quando no canal tinha apenas ruído gaussiano essa relação era igual a 23,07 dB, e com a adição do ruído impulsivo ($\mu=10$) a relação $\frac{E_s}{N_0}$ atingiu o valor de 33,47 dB. Na Figura 4.20 a terceira curva foi obtida com a adição do ruído impulsivo ($\mu=100$) e a relação $\frac{E_s}{N_0}$ foi igual a 43,13 dB.

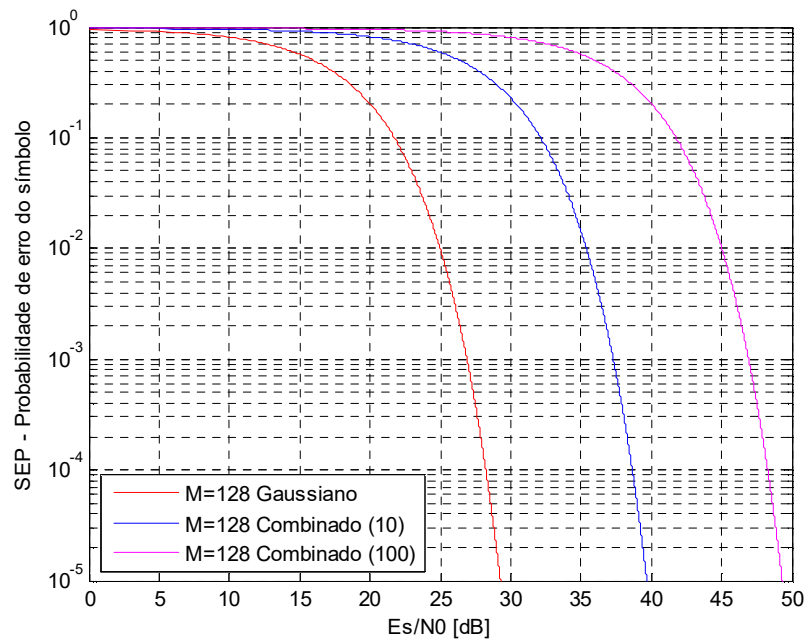
A Figura 4.21 ilustra o gráfico da SEP obtida da simulação da 128-QAM em um canal com ruído gaussiano e depois com ruído combinado com ($\mu=10$) (GHOSH, 1996) e ($\mu=100$) (PIGHI et al., 2006).

Figura 4.20 – Comparação das SEP's da 32-QAM com o AWGN e o ruído combinado.



Fonte: a autora.

Figura 4.21 – Comparação das SEP's da 128-QAM com o AWGN e o ruído combinado.



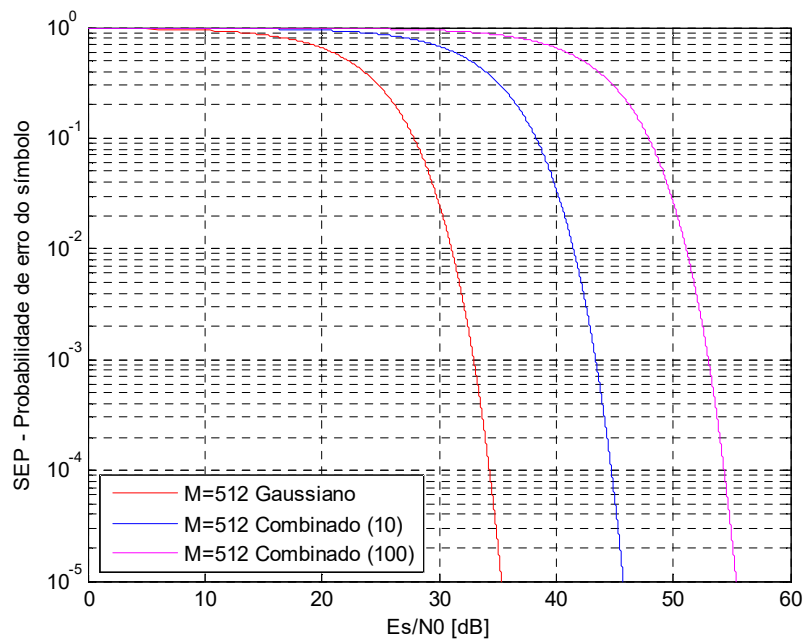
Fonte: a autora.

Observou-se que a relação $\frac{E_s}{N_0}$ era 29,27 dB, e com a adição do ruído impulsivo ($\mu=$ 10) a relação $\frac{E_s}{N_0}$ atingiu o valor de 39,67 dB, ocorreu um aumento de 35 %. A relação $\frac{E_s}{N_0}$

foi igual a 49,30 dB para uma SEP de 10^{-5} quando aplicou-se a segunda relação ($\mu=100$) entre os ruídos.

A Figura 4.22 ilustra o gráfico da SEP obtida da simulação da 512-QAM em um canal com ruído gaussiano e depois com ruído combinado com ($\mu=10$) (GHOSH, 1996) e ($\mu=100$) (PIGHI et al., 2006).

Figura 4.22 – Comparação das SEP's da 512-QAM com o AWGN e o ruído combinado.



Fonte: a autora.

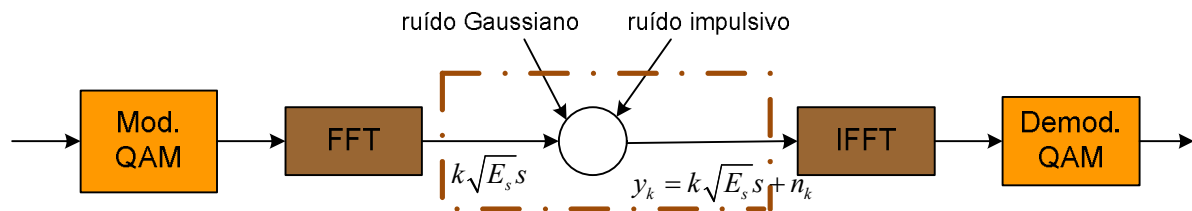
A análise comparativa das curvas ilustradas na Figura 4.22 mostrou que quando no canal tinha apenas ruído gaussiano a relação $\frac{E_s}{N_0}$ era de 35,31 dB. A segunda e a terceira curvas são os resultados do aumento da relação entre os ruídos de 10 para 100, respectivamente. A relação $\frac{E_s}{N_0}$ era de 45,75 dB e aumentou para 55,37 dB. A adição do ruído impulsivo aumentou a relação $\frac{E_s}{N_0}$ em aproximadamente 10 dB.

Os resultados obtidos na Seção 4.2 mostraram que o ruído gaussiano influenciou negativamente o desempenho da modulação M-QAM. E na Seção 4.5 ao adicionar o ruído impulsivo tornando o canal de comunicação mais hostil o desempenho dessa modulação diminuiu muito mais.

4.6 M-QAM OFDM com ruído combinado

A probabilidade de erro de símbolos em 10^{-5} é aceitável para os sistemas de comunicação digital, porém para alcançar esse valor a relação sinal ruído (E_s/N_0) deve ser alta. Em (MA; SO; GUNAWAN, 2005) mostrou-se que a modulação multiportadora (MCM - *MultiCarrier Modulation*) apresenta melhor desempenho do que uma única portadora quando ocorre ruído impulsivo no canal. Por isso, a OFDM/DMT aplicada na transmissão de dados no canal PLC com ruído combinado será avaliada como ilustrado na Figura 4.23.

Figura 4.23 – Transmissão do sinal no canal PLC com ruído combinado.



Fonte: a autora.

A Equação (4.79) mostra o símbolo recebido com ruído combinado y_k .

$$y_n = \frac{1}{N_c} \sum_{k=0}^{N_c-1} d_k \exp\left(j2\pi \frac{nk}{N_c}\right) + w_k + i_k \quad n = 0, 1, \dots, N_c - 1 \quad (4.79)$$

Em que,

w_k - ruído gaussiano;

i_k - ruído impulsivo;

N_c - número de subportadoras; e

d_k - subsímbolos mapeados nas constelações dos esquemas de cada subportadora.

Aplicando a transformada de *Fourier* na Equação (4.79) obtém-se a Equação (4.80).

$$Y_k = \frac{1}{N_c} \sum_{m=0}^{N_c-1} d_m \exp\left(\frac{-j2\pi mk}{N_c}\right) + W_k + I_k \quad k = 0, 1, \dots, N_c - 1 \quad (4.80)$$

Em que,

N_c - número de subportadoras;

d_m - subsímbolos mapeados nas constelações dos esquemas de cada subportadora;

W_k - transformada do ruído gaussiano; e

I_k - transformada do ruído impulsivo mostrada na Equação (4.81).

$$I_k = \frac{1}{N_c} \sum_{m=0}^{N_c-1} i_m \exp\left(\frac{-j2\pi mk}{N_c}\right) \quad k = 0, 1, \dots, N_c - 1 \quad (4.81)$$

A Equação (4.82) mostra a transformada do ruído apresentado na Equação (4.64).

$$N_k = W_k + I_k \quad (4.82)$$

A variância do ruído combinado σ_m^2 mostrada na Equação (4.67) considerou os ruídos gaussiano e impulsivo, e a adição do número de subportadoras a Equação (4.67) é mostrada na Equação (4.83).

$$\sigma_n^2 = \sigma_w^2 + \frac{m\sigma_i^2}{N_c} = \frac{N_0}{2} + \frac{mN_i}{2N_c} = \frac{N_0}{2} \left(1 + \frac{m\mu}{N_c}\right) \quad (4.83)$$

Em que,

N_0 - densidade espectral de potência do ruído gaussiano;

N_i - densidade espectral de potência do ruído impulsivo;

μ - relação entre as PSDs dos ruídos;

σ_w^2 - variância do ruído gaussiano; e

σ_i^2 - variância do ruído impulsivo.

A adição de subportadoras à função característica do ruído combinado foi mostrada na Equação (4.68) e a adição de subportadoras é mostrada na Equação (4.84). A função distribuição de probabilidade começa em zero e vai até N_c .

$$\Phi_n(\omega_1, \omega_2) = \sum_{m=0}^{N_c} \binom{N_c}{m} p^m (1-p)^{N_c-m} \exp\left[\frac{-\sigma_n^2 (\omega_1^2 + \omega_2^2)}{2}\right] \quad (4.84)$$

E a função combinatória é mostrada na Equação (4.85).

$$\binom{N_c}{m} = \frac{N_c!}{m!(N_c - m)!} \quad (4.85)$$

A Equação (4.86) mostra a definição da probabilidade de acerto na presença do ruído combinado e com múltiplas portadoras.

$$P_c = \sum_{m=0}^{N_c} \binom{N_c}{m} p^m (1-p)^{N_c-m} \left[\int_I \int_R p_n(n_R, n_I) dn_R dn_I \right] \quad (4.86)$$

Reescrevendo a Equação (4.86) tem-se a Equação (4.87).

$$P_c = \sum_{m=0}^{N_c} \binom{N_c}{m} p^m (1-p)^{N_c-m} \left[(1-p)G(n_R, 0, \sigma_w^2)G(n_I, 0, \sigma_w^2) + (p)G(n_R, 0, \sigma_n^2)G(n_I, 0, \sigma_n^2) \right] \quad (4.87)$$

Em que,

N_c - número de subportadoras; e

p - probabilidade de ocorrência do ruído.

Substituindo o valor da variância do ruído combinado determinado na Equação (4.83) nas equações (4.12) e (4.13) resultam as Equações (4.88) e (4.89), respectivamente.

$$G(n_{kR}, 0, \sigma_n^2) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0 \left(1 + \frac{m\mu}{N_c}\right)}} \exp \left[\frac{-n_{kR}^2}{N_0 \left(1 + \frac{m\mu}{N_c}\right)} \right] \quad (4.88)$$

$$G(n_{kI}, 0, \sigma_n^2) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0 \left(1 + \frac{m\mu}{N_c}\right)}} \exp \left[\frac{-n_{kI}^2}{N_0 \left(1 + \frac{m\mu}{N_c}\right)} \right] \quad (4.89)$$

Neste ponto do equacionamento consideraram-se os três tipos de símbolos com quatro, três e dois vizinhos.

4.6.1 Símbolo com quatro vizinhos

A Figura 4.2 ilustrou a região de integração dos símbolos localizados no centro da constelação $\left(-k\sqrt{E_s} \leq \text{Re}(n) \leq +k\sqrt{E_s}\right)$ e $\left(-k\sqrt{E_s} \leq \text{Im}(n) \leq +k\sqrt{E_s}\right)$. A Equação (4.16) foi adaptada para o sistema de múltiplas portadoras com ruído combinado. A Equação (4.90) mostra o cálculo da probabilidade de acerto do símbolo que possui quatro vizinhos.

$$P_c(N_4) = \sum_{m=0}^N \binom{N_c}{m} p^m (1-p)^{N_c-m} \left[\int_{-k\sqrt{E_s}}^{+k\sqrt{E_s}} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_R)^2}{N_0}\right) dn_R \int_{-k\sqrt{E_s}}^{+k\sqrt{E_s}} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_I)^2}{N_0}\right) dn_I \right] \quad (4.90)$$

Em que,

N_c - número de subportadoras;

p - probabilidade de ocorrência do ruído.

A Equação (4.91) é a adaptação da Equação (4.25) para o cálculo da probabilidade de erro do símbolo com quatro vizinhos para o sistema de múltiplas portadoras com ruído combinado.

$$P_e(N_4) = \sum_{m=0}^N \binom{N_c}{m} p^m (1-p)^{N_c-m} [2\text{erfc}(a) - \text{erfc}^2(a)] \quad (4.91)$$

4.6.2 Símbolo com dois vizinhos

A Figura 4.3 ilustrou a região de integração dos símbolos localizados no canto da constelação $(-k\sqrt{E_s} \leq \text{Re}(n) \leq \infty)$ e $(-k\sqrt{E_s} \leq \text{Im}(n) \leq \infty)$. A Equação (4.29) foi adaptada para o sistema de múltiplas portadoras com ruído combinado. A Equação (4.92) mostra o cálculo da probabilidade de acerto do símbolo que possuem dois vizinhos.

$$P_c(N_2) = \sum_{m=0}^N \binom{N_c}{m} p^m (1-p)^{N_c-m} \left[\int_{-k\sqrt{E_s}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_R)^2}{N_0}\right) dn_R \int_{-k\sqrt{E_s}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(n_I)^2}{N_0}\right) dn_I \right] \quad (4.92)$$

Em que,

N_c - número de subportadoras;

p - probabilidade de ocorrência do ruído.

Substituindo o valor da Equação (4.37) na Equação (4.92) obteve-se a probabilidade de erro dos símbolos que possuem dois vizinhos com ruído combinado e utilizando OFDM/DMT.

$$P_e(N_2) = \sum_{m=0}^N \binom{N_c}{m} p^m (1-p)^{N_c-m} \left[\text{erfc}(a) - \frac{1}{4} \text{erfc}^2(a) \right] \quad (4.93)$$

4.6.3 Símbolo com três vizinhos

Conforme ilustrado na Figura 4.4 a região de integração dos símbolos que possuem três vizinhos encontra-se no intervalo $(-k\sqrt{E_s} \leq \text{Re}(n) \leq \infty)$ e $(-k\sqrt{E_s} \leq \text{Im}(n) \leq +k\sqrt{E_s})$.

Ajustando esses intervalos nos limites da OFDM/DMT propõe-se a Equação (4.94).

$$P_c(N_3) = \sum_{m=0}^N \binom{N_c}{m} p^m (1-p)^{N_c-m} \left[\int_{-k\sqrt{E_s}}^{\infty} G(n_{kR}, 0, \sigma_m^2) dn_{kR} \int_{-k\sqrt{E_s}}^{+k\sqrt{E_s}} G(n_{kI}, 0, \sigma_m^2) dn_{kI} \right] \quad (4.94)$$

Em que,

N_c - número de subportadoras; e

p - probabilidade de ocorrência do ruído.

Substituindo o valor da Equação (4.43) na Equação (4.94) obteve-se a probabilidade de erro dos símbolos que possuem três vizinhos com ruído combinado e utilizando MCM mostrada na Equação (4.95).

$$P_e(N_3) = \sum_{m=0}^N \binom{N_c}{m} p^m (1-p)^{N_c-m} \left[\frac{3}{2} \text{erfc}(a) - \frac{1}{2} \text{erfc}^2(a) \right] \quad (4.95)$$

Após encontrar as probabilidades individuais desenvolveu-se o raciocínio lógico exposto na Equação (4.96).

$$P_e = \sum_{m=0}^N \binom{N_c}{m} p^m (1-p)^{N_c-m} \left\{ \frac{[Eq.(4.14) \times Eq.(4.91)] + [Eq.(4.27) \times Eq.(4.93)] + [Eq.(4.39) \times Eq.(4.95)]}{M} \right\} \quad (4.96)$$

Substituindo as equações requisitadas encontrou-se a fórmula exata para o cálculo da SEP da modulação M-QAM com constelação quadrada utilizando OFDM/DMT mostrada na Equação (4.97).

$$P_e = \sum_{m=0}^N \binom{N_c}{m} p^m (1-p)^{N_c-m} \left[\left(2 - \frac{2}{\sqrt{M}} \right) \text{erfc}(a) - \left(1 - \frac{2}{\sqrt{M}} + \frac{1}{M} \right) \text{erfc}^2(a) \right] \quad (4.97)$$

O argumento a da função erro complementar definida na Equação (4.98).

$$a = k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \frac{1}{\left(1 + \frac{m\mu}{N_c} \right)} \quad (4.98)$$

Em que,

N_c - número de subportadoras;

k - fator de normalização;

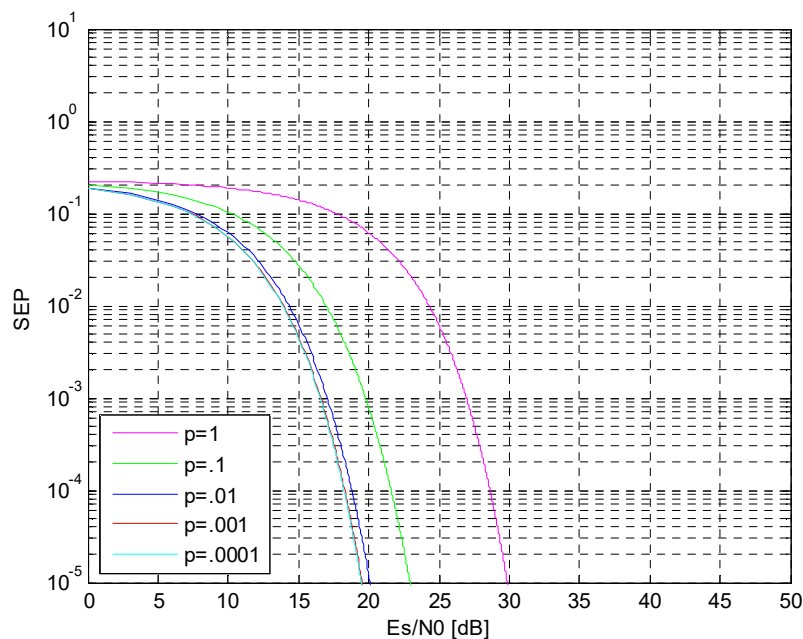
μ - relação entre as PSDs;

N_0 - PSD do ruído gaussiano; e

E_s - energia do símbolo.

A Figura 4.24 ilustra a SEP obtida da simulação do sistema 16-QAM com 64 subportadoras em um canal com ruído combinado e relação ($\mu= 10$). Observou-se que para uma SEP de 10^{-5} a relação $\frac{E_s}{N_0}$ atingiu o valor de 30,41 dB quando a probabilidade de ocorrência do ruído foi igual 0,1.

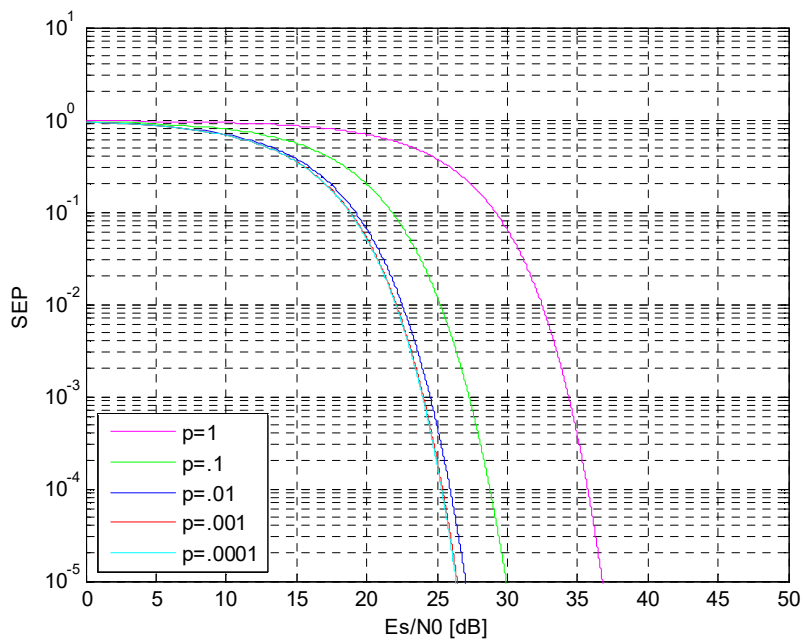
Figura 4.24 - SEP da 16-QAM/OFDM no canal com ruído combinado.



Fonte: a autora.

A Figura 4.25 ilustra a SEP obtida da simulação do sistema 64-QAM com 64 subportadoras em um canal com ruído combinado e relação ($\mu= 10$). Para uma SEP de 10^{-5} a relação $\frac{E_s}{N_0}$ atingiu um valor abaixo de 36 dB quando a probabilidade de ocorrência do ruído foi igual a um.

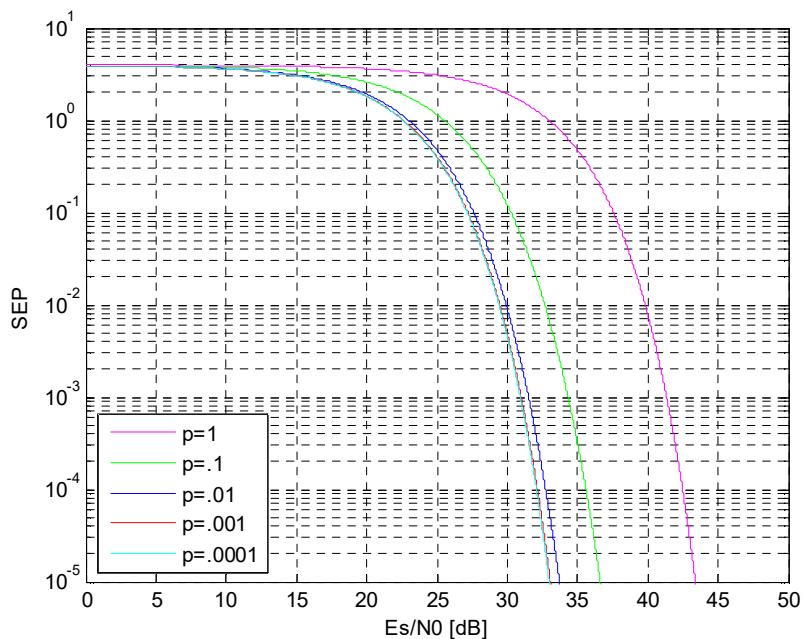
Figura 4.25 - SEP da 64-QAM/OFDM no canal com ruído combinado.



Fonte: a autora.

A Figura 4.26 ilustra a SEP obtida da simulação do sistema 256-QAM com 64 subportadoras em um canal com ruído combinado e relação ($\mu= 10$).

Figura 4.26 - SEP da 256-QAM/OFDM no canal com ruído combinado.



Fonte: a autora.

Para determinar a fórmula exata da SEP da modulação M-QAM com constelação não quadrada em cruz utilizando DMT/OFDM utilizou-se a lógica exposta na equação (4.42).

$$P_e = 1 - \left\{ \sum_{m=0}^N \binom{N_c}{m} p^m (1-p)^{N_c-m} \left[\frac{(eq(3.54) \times eq(4.28)) + (eq(3.55) \times eq(4.39)) + (eq(3.53) \times eq(4.34))}{M} \right] \right\} \quad (4.42)$$

Substituindo as equações requeridas em (4.42) obteve-se a Equação (4.43).

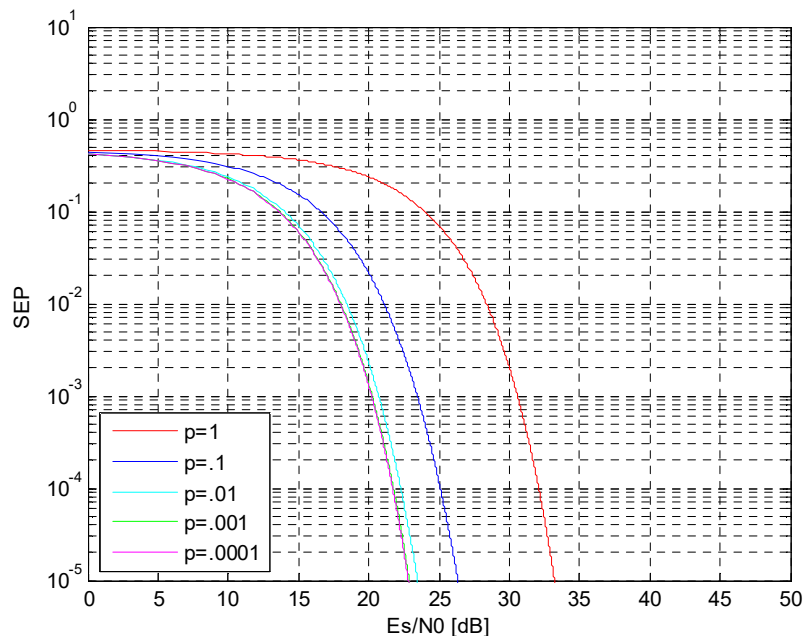
$$P_e = 1 - \left\{ \sum_{m=0}^N \binom{N_c}{m} p^m (1-p)^{N_c-m} \left[\left(2 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2}{M}} \right) \text{erfc}(a) - \left(1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2}{M}} + \frac{2}{M} \right) \text{erfc}^2(a) \right] \right\} \quad (4.43)$$

Nesta etapa de simulações, o objetivo principal foi avaliar se a utilização de múltiplas portadoras melhoraria o desempenho do canal com ruído combinado. As simulações foram desenvolvidas com vários valores de subportadoras que comprovaram a teoria que quanto mais subportadoras forem utilizadas melhor o desempenho do sistema.

As relações de variância entre o ruído gaussiano e o impulso apresentado em (GHOSH, 1996) $\{\sigma_i^2 = 10\sigma_w^2\}$ foi adotada também nesta etapa dos testes.

A Figura 4.27 ilustra a SEP obtida da simulação do sistema 32-QAM com 32 subportadoras em um canal com ruído combinado e relação ($\mu = 10$).

Figura 4.27 – SEP da 32-QAM/OFDM no canal com ruído combinado.

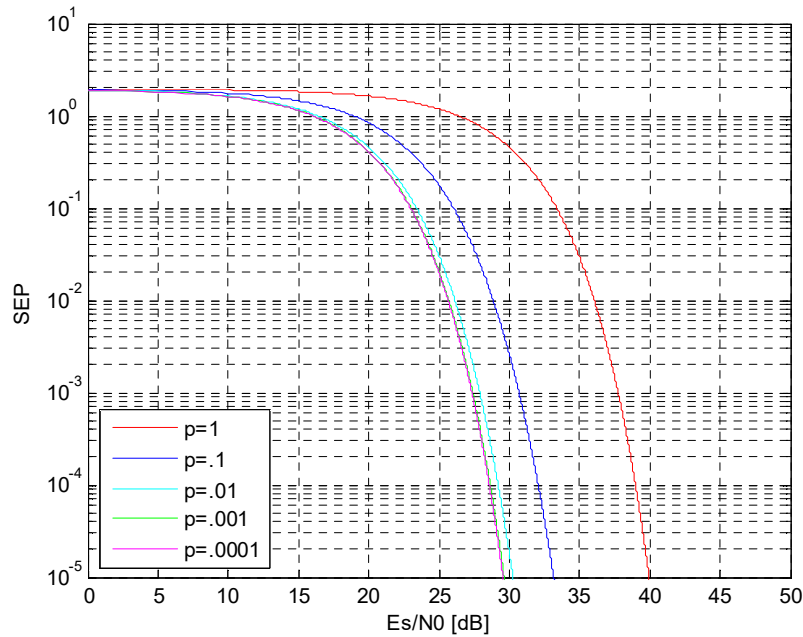


Fonte: a autora.

Observou-se que para uma SEP de 10^{-5} a relação $\frac{E_s}{N_0}$ atingiu o valor abaixo de 30 dB quando a probabilidade de ocorrência do ruído igual 0,1.

A Figura 4.28 ilustra a SEP obtida da simulação do sistema 128-QAM. Os testes têm como parâmetros 64 subportadoras em um canal com ruído combinado e relação ($\mu=10$).

Figura 4.28 – SEP da 128-QAM/OFDM no canal com ruído combinado.

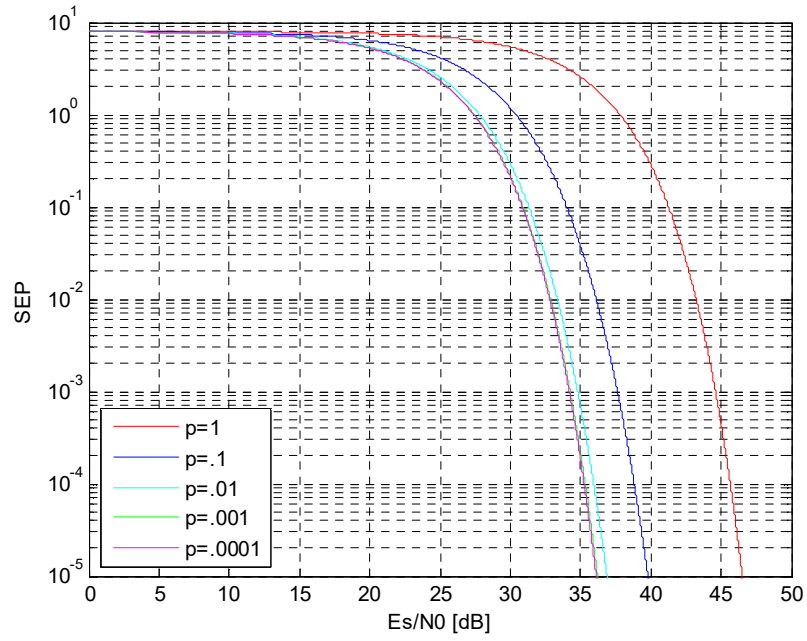


Fonte: a autora.

Observando na Figura 4.28 a curva da probabilidade de ocorrência 0,01 a relação $\frac{E_s}{N_0}$ atingiu o valor de 30 dB para uma SEP 10^{-5} . Para uma probabilidade de ocorrência 1 e SEP de 10^{-5} o valor da relação $\frac{E_s}{N_0}$ é 40 dB.

A Figura 4.29 ilustra a SEP obtida da simulação do sistema 512-QAM. Os testes têm como parâmetros 64 subportadoras em um canal com ruído combinado e relação ($\mu=10$). Observando na Figura 4.29 a curva da probabilidade de ocorrência 0,1 e SEP de 10^{-5} o valor da relação $\frac{E_s}{N_0}$ é 40 dB.

Figura 4.29 – SEP da 512-QAM/OFDM no canal com ruído combinado.



Fonte: a autora.

CAPÍTULO 5

M-QAM OFDM COM MÚLTIPLAS REFLEXÕES SEM E COM INTERVALO DE GUARDA

5.1 Introdução

A modelagem do canal da linha de transmissão de energia é complicada porque ele é caracterizado como seletivo em frequência, variável no tempo e é prejudicado pelos ruídos impulsivo e colorido de fundo (DOSTERT, 2001). O comportamento variável no tempo significa que a função de transferência do canal varia repentinamente quando a topologia muda: conexão ou desconexão de aparelhos (DOSTERT, 2001). Em acréscimo, tem-se o ruído injetado no canal pela utilização dos aparelhos elétricos dependente da amplitude instantânea da tensão principal.

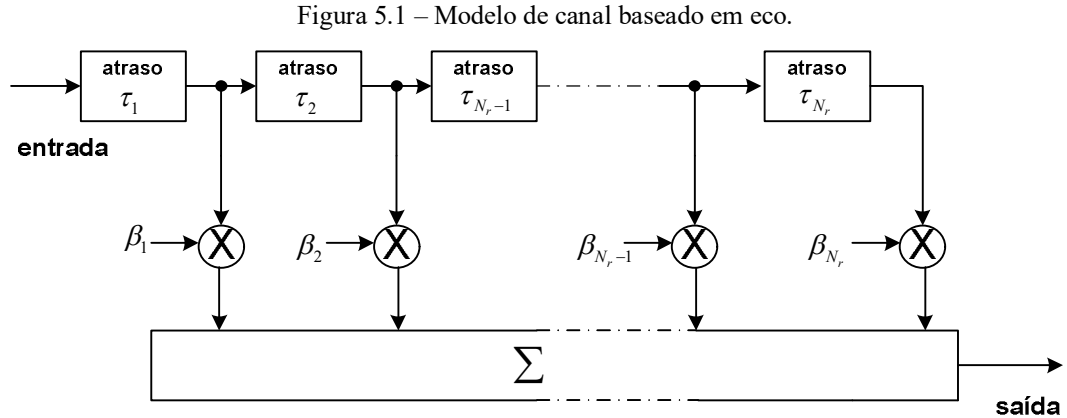
A modelagem do canal da linha de transmissão de energia é descrita como se o canal fosse afetado predominantemente pelo efeito de múltiplos percursos. Este se deve à presença de diversos ramos e as impedâncias mal combinadas que causam múltiplas reflexões.

No PLC ocorrem múltiplas reflexões simultaneamente aos ruídos. O atraso do sinal ocasionado pelas múltiplas reflexões pode ser amenizado utilizando o intervalo de guarda entre os quadros do sistema OFDM. O intervalo de guarda pode reduzir o efeito da interferência entre símbolos.

Este capítulo está organizado da seguinte forma: Na seção seguinte modela-se o canal PLC. O efeito das múltiplas reflexões na modulação M-QAM é avaliado na seção 5.3. A SEP do sistema M-QAM OFDM com múltiplas reflexões é avaliada nas seções 5.4, sem intervalo de guarda, e na 5.5, com intervalo de guarda.

5.2 Modelo do canal

A Figura 5.1 ilustra o comportamento básico de um canal de transmissão com N_r ecos, reflexões.



Fonte: adaptado de DOSTERT (2001, p. 38)

A resposta impulsiva no domínio do tempo $h(t)$ de uma linha de transmissão com múltiplas reflexões é exibida na Equação (5.1) (MA; SO; GUNAWAN, 2005).

$$h(t) = \sum_{n=1}^{N_r} \beta_n \delta(t - \tau_n) \quad (5.1)$$

Em que,

β_n - amplitude da resposta de ordem n ;

τ_n - atraso da resposta de ordem n ; e

N_r - número de reflexões na linha PLC.

E aplicando a transformada de *Fourier* na Equação (5.1) resulta na resposta em frequência no domínio da frequência $H(f)$, Equação (5.2).

$$H(f) = \sum_{n=1}^{N_r} \beta_n \exp(-j2\pi f \tau_n) \quad (5.2)$$

Exemplificando, tem-se um adaptador PLC transmitindo com $R = 10$ Mbps modulado em M-QAM com os valores de M igual à (16, 32, 64, 128, 256, 512). O cálculo da duração de cada símbolo é mostrado na Equação (5.3).

$$T = \frac{M}{R} \quad (5.3)$$

Em que,

T – duração do símbolo;

R - taxa de transmissão de bits; e

M - número de símbolos da modulação M-QAM.

A Tabela 5.1 exibe os dados práticos de um canal PLC com múltiplos caminhos.

Tabela 5.1 – Parâmetros práticos da resposta impulsiva do canal PLC.

Percurso n	β_n	τ_n [μ s]
1 (sem reflexão)	0,2	0
2 (uma reflexão)	0,1	0,4
3 (duas reflexões)	0,02	0,6
4 (três reflexões)	0,01	0,7

Fonte: MA; SO; GUNAWAN (2005).

Os valores determinados para o intervalo de variação do número de símbolos da modulação M-QAM proposto anteriormente são (1,6 μ s; 3,2 μ s; 6,4 μ s; 12,8 μ s; 25,6 μ s; 51,2 μ s), respectivamente. A Tabela 5.2 expõe os valores normalizados do atraso em relação ao número de reflexões do caminho.

Tabela 5.2 – Parâmetros práticos da resposta impulsiva $h(t)$ de um canal PLC com $R = 10$ Mbps.

Percurso n	τ_n [μ s]	$\delta_n = \frac{\tau_n}{T}$					
		M = 16	M = 32	M = 64	M = 128	M = 256	M = 512
1 (sem reflexão)	0	0	0	0	0	0	0
2 (uma reflexão)	0,4	0,25	0,313	0,063	0,031	0,016	0,008
3 (duas reflexões)	0,6	0,375	0,188	0,094	0,047	0,023	0,012
4 (três reflexões)	0,7	0,438	0,219	0,109	0,055	0,027	0,014

Fonte: a autora.

De acordo com a Equação (5.3) o aumento no valor de M refletiu no aumento no valor de T . Observando a Tabela 5.2 a alteração do valor de M ocasionou uma diminuição dos atrasos devido as reflexões.

No canal PLC tem-se um sinal direto e os demais sinais refletidos como ilustrado nas Figuras 2.8 e 5.1. Então, este trabalho propõe equacionamentos que descrevem o efeito das múltiplas reflexões na probabilidade de erro de símbolo do sistema M-QAM OFDM em diversas situações.

5.3 M-QAM com reflexões e sem intervalo de guarda

Considere um sinal modulado em M-QAM transmitido em um canal PLC. A expressão do símbolo transmitido que chega ao receptor é mostrada na Equação (5.4) (MA; SO; GUNAWAN, 2005).

$$s_k(t - \tau_n) = \beta_n d_k \exp[j2\pi f_k(t - \tau_n)] \quad (5.4)$$

Em que,

β_n - amplitude da resposta de ordem n ;

d_k - valor do código de transmissão;

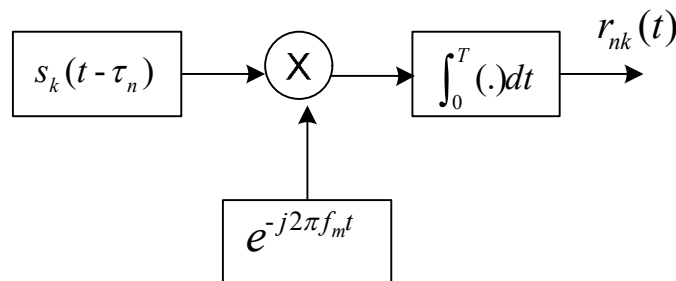
f_k - frequência da portadora;

t - tempo; e

τ_n - atraso devido à reflexão de ordem n

A Figura 5.2 ilustra o receptor integrador alimentado pelo sinal atrasado e multiplicado pelo sinal local com frequência f_m . O sinal produto é integrado resultando r_{nk} .

Figura 5.2 – Receptor coerente do tipo integrador.



Fonte: a autora.

A Equação (5.5) mostra o sinal de um símbolo k com n reflexões na saída do receptor integrador $r_{nk}(t)$.

$$r_{nk}(t) = \int_0^T \beta_n d_k \exp[j2\pi f_k(t - \tau_n)] \exp(-j2\pi f_m t) dt \quad (5.5)$$

Em que,

β_n - amplitude da resposta de ordem n ;

f_k - frequência da portadora;

f_m - frequência do oscilador local;

τ_n - atraso devido à reflexão de ordem n ; e

d_k - valor do código de transmissão representado pelo complexo na Equação (5.6).

$$d_k = |d_k| \exp(j\alpha_k) = d_{rk} + jd_{jk} \quad (5.6)$$

Por exemplo, o valor do código de transmissão pode ser os valores complexos apresentados nos Quadros 4.1 e 4.3.

I. Sinal direto

O sinal direto com intensidade β_1 não tem atraso e nem reflexão. A equação na forma exponencial desse sinal na saída do receptor integrador é exibida na Equação (5.7a).

$$r_{1k}(t) = \beta_1 d_k \int_0^T \exp(j2\pi f_k t) \exp(-j2\pi f_m t) dt = \begin{cases} \beta_1 d_k T, & m = k \\ 0, & m \neq k \end{cases} \quad (5.7a)$$

E a Equação (5.7b) mostra o sinal na saída do receptor integrador expresso na forma senoidal.

$$r_{1k}(t) = \begin{cases} \beta_1 |d_k| \left\{ \cos[2\pi(a_k - f_k)] + j \operatorname{sen}[2\pi(a_k - f_k)] \right\} & m = k \\ 0 & m \neq k \end{cases} \quad (5.7b)$$

II. Sinal refletido

O primeiro sinal refletido tem atraso τ_2 e intensidade β_2 . A expressão matemática exponencial desse sinal na saída do receptor integrador é mostrada na Equação (5.8a).

$$r_{2k}(t) = \beta_2 d_k \int_0^T \exp[j2\pi f_k(t - \tau_2)] \exp(-j2\pi f_m t) dt \quad (5.8a)$$

$$= \begin{cases} \beta_2 d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_2), & m = k \\ 0, & m \neq k \end{cases}$$

E a forma senoidal do primeiro sinal refletido é mostrada na Equação (5.8b).

$$r_{2k}(t) = \begin{cases} \beta_2 |d_k| \left\{ \cos[2\pi(a_k - f_k \tau_2)] - j \operatorname{sen}[2\pi(a_k - f_k \tau_2)] \right\} & m = k \\ 0 & m \neq k \end{cases} \quad (5.8b)$$

Mas pode existir um segundo sinal refletido com atraso τ_3 e intensidade β_3 . Esse sinal expresso na forma exponencial é mostrado na Equação (5.9a).

$$\begin{aligned}
r_{3k}(t) &= \beta_3 d_k \int_0^T \exp[j2\pi f_k(t - \tau_3)] \exp(-j2\pi f_m t) dt \\
&= \begin{cases} \beta_3 d_k T \exp(j2\pi f_k \tau_3), & m = k \\ 0, & m \neq k \end{cases}
\end{aligned} \tag{5.9a}$$

A Equação (5.9a) reescrita na forma senoidal torna-se a Equação (5.9b).

$$r_{3k}(t) = \begin{cases} \beta_3 |d_k| \left\{ \cos[2\pi(a_k - f_k \tau_3)] + j \operatorname{sen}[2\pi(a_k - f_k \tau_3)] \right\} & m = k \\ 0 & m \neq k \end{cases} \tag{5.9b}$$

As expressões matemática gerais para o sinal na saída do receptor integrador para a reflexão n -ésima na forma exponencial e senoidal são mostradas na Equação (5.10a) e (5.10b), respectivamente.

$$\begin{aligned}
r_{nk}(t) &= \beta_n d_k \int_0^T \exp[j2\pi f_k(t - \tau_n)] \exp(-j2\pi f_m t) dt \\
&= \begin{cases} \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n), & m = k \\ 0, & m \neq k \end{cases}
\end{aligned} \tag{5.10a}$$

$$r_{nk}(t) = \begin{cases} \beta_n |d_k| \left\{ \cos[2\pi(a_k - f_k \tau_n)] - j \operatorname{sen}[2\pi(a_k - f_k \tau_n)] \right\} & m = k \\ 0 & m \neq k \end{cases} \tag{5.10b}$$

III. Sinal direto e refletido

O sinal total é constituído pelo sinal direto mais os sinais refletidos. Esse sinal é mostrado na Equação (5.11)

$$r_k(t) = \beta_1 d_k T + \sum_{n=2}^{N_r} \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \tag{5.11}$$

IV. Sinal direto e refletido com ruído combinado

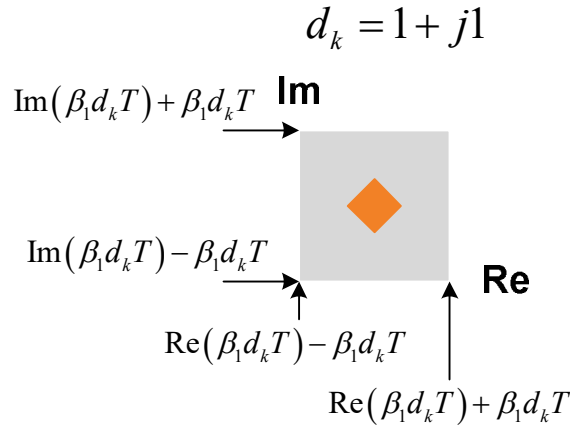
Ao sinal total exibido na Equação (5.11) foram adicionados os ruídos gaussiano e impulsivo presentes no canal PLC. O símbolo recebido corrompido é mostrado na Equação (5.12).

$$\begin{aligned}
y_k(t) &= r_k(t) + w_k + i_k = r_k(t) + n(t) \\
y_k(t) &= \beta_1 d_k T + \sum_{n=2}^{N_r} \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) + n_{Rk} + jn_{Ik}
\end{aligned} \tag{5.12}$$

V. Símbolos com quatro vizinhos

Considere como exemplo o símbolo $d_k = (1 + j1)$ da modulação 64-QAM, os limites desse símbolo que está localizado no centro da constelação são ilustrados na Figura 5.3.

Figura 5.3 – Região de integração do símbolo com quatro vizinhos.



Fonte: a autora.

Para que não ocorra erro o símbolo deve estar limitado no intervalo mostrado na Equação (5.13).

$$P_{ck}(N_4) = P \left[\text{Re}(y_k) > \text{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d T \text{ e } \text{Re}(y_k) \leq \text{Re}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 d T \right] \quad (5.13)$$

$$P \left[\text{Im}(y_k) > \text{Im}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d T \text{ e } \text{Im}(y_k) \leq \text{Im}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 d T \right]$$

A primeira condição é $[\text{Re}(y_k) > \text{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d T]$ e é necessário que

$$\text{Re}(\beta_1 d_k T) + \text{Re} \left[\sum_{n=2}^{N_r} \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \right] + n_{Rk} > \text{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d T \quad (5.14a)$$

Reorganizando a condição apresentada na Equação (5.14a) tem-se a Equação (5.14b).

$$n_{Rk} > -\beta_1 d T - \text{Re} \left[\sum_{n=2}^{N_r} \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \right] = A \quad (5.14b)$$

A segunda condição $[\text{Re}(y_k) \leq \text{Re}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 d T]$ necessário que

$$\text{Re}(\beta_1 d_k T) + \text{Re} \left[\sum_{n=2}^{N_r} \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \right] + n_{Rk} \leq \text{Re}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 d T \quad (5.15a)$$

Reduzindo a condição apresentada na Equação (5.15a) tem-se a Equação (5.15b).

$$n_{Rk} \leq +\beta_1 dT - \operatorname{Re} \left[\sum_{n=2}^{N_r} \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \right] = B \quad (5.15b)$$

De maneira similar tem-se a terceira condição $[\operatorname{Im}(y_k) > \operatorname{Im}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 dT]$ reorganizada e simplificada mostrada na Equação (5.16).

$$n_{Ik} > -\beta_1 dT - \operatorname{Im} \left[\sum_{n=2}^{N_r} \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \right] = C \quad (5.16)$$

E por fim tem-se a quarta condição $[\operatorname{Im}(y_k) \leq \operatorname{Im}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 dT]$ mostrada na Equação (5.17).

$$n_{Ik} \leq +\beta_1 dT - \operatorname{Im} \left[\sum_{n=2}^{N_r} \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \right] = D \quad (5.17)$$

Em que A , B , C e D serão os limites usados no desenvolvimento a seguir.

Aplicando os limites na função densidade de probabilidade de erro com o ruído combinado proposta na Equação (4.72) do Capítulo 4 tem-se a probabilidade de acerto do símbolo localizado no centro da constelação com ruído combinado e múltiplas reflexões mostrada na Equação (5.18).

$$P_{ck}(N_4) = (1-p) \left[\int_A^B G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2) dn_{Rk} \int_C^D G(n_{Ik}, 0, \sigma_i^2) dn_{Ik} \right] + p \left[\int_A^B G(n_{Rk}, 0, \sigma_n^2) dn_{Rk} \int_C^D G(n_{Ik}, 0, \sigma_n^2) dn_{Ik} \right] \quad (5.18)$$

Em que,

σ_w^2 - variância do ruído gaussiano; e

σ_n^2 - variância do ruído combinado, gaussiano e impulsivo.

As partes real $G(n_R, 0, \sigma_w^2)$ e imaginária $G(n_I, 0, \sigma_w^2)$ da função densidade de probabilidade do ruído Gaussiano foram apresentadas nas Equações (4.11) e (4.12). E as partes do ruído combinado $G(n_R, 0, \sigma_n^2)$ e $G(n_I, 0, \sigma_n^2)$ foram apresentadas nas Equações (4.73) e (4.74).

VI. Símbolos com dois vizinhos

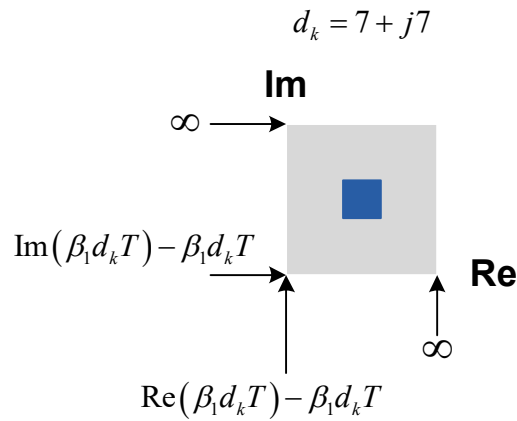
A Equação (5.19) mostra as probabilidades de acerto dos símbolos k localizados nos cantos da constelação M-QAM. Os limites aqui determinados são aplicados na Equação (4.72) do Capítulo 4.

$$P_{ck}(N_2) = P\left[\text{Re}(y_k) > \text{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d_k T \text{ e } \text{Re}(y_k) \leq \infty\right] \quad (5.19)$$

$$P\left[\text{Im}(y_k) > \text{Im}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d_k T \text{ e } \text{Im}(y_k) \leq \infty\right]$$

A Figura 5.4 ilustra os limites definidos na Equação (5.19). Para exemplificar considere o símbolo $d_k = (7 + j7)$ da modulação 64-QAM.

Figura 5.4 – Região de integração do símbolo com dois vizinhos.



Fonte: a autora.

Aplicando os limites na função densidade de probabilidade de erro com o ruído combinado proposta na Equação (4.72) do Capítulo 4 tem-se a probabilidade de acerto dos símbolos localizados nos cantos da constelação com ruído combinado e múltiplas reflexões, Equação (5.20).

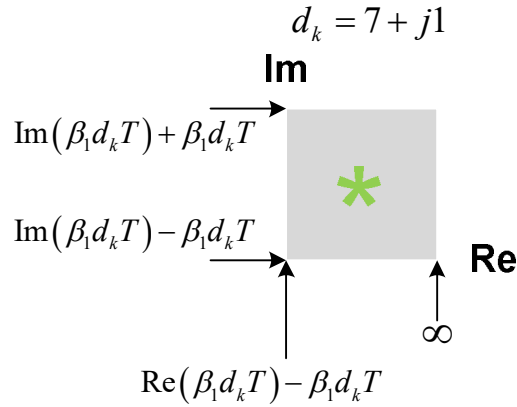
$$P_{ck}(N_2) = (1-p) \left[\int_A^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2) dn_{Rk} \int_C^\infty G(n_{Ik}, 0, \sigma_i^2) dn_{Ik} \right] \quad (5.20)$$

$$+ p \left[\int_A^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_n^2) dn_{Rk} \int_C^\infty G(n_{Ik}, 0, \sigma_n^2) dn_{Ik} \right]$$

VII. Símbolos com três vizinhos

A Figura 5.5 ilustra os limites dos símbolos localizados nem no centro e nem no canto da constelação, símbolo $d_k = (7 + j1)$ da modulação 64-QAM.

Figura 5.5 – Região de integração do símbolo com três vizinhos.



Fonte: a autora.

Quando o símbolo está fora dos limites da sua região ocorre o erro na recuperação do mesmo. A Equação (5.21) mostra os limites para que isso não ocorra.

$$P_{ck}(N_3) = P\left[\text{Re}(y_k) > \text{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d_k T \text{ e } \text{Re}(y_k) \leq \infty\right] \quad (5.21)$$

$$P\left[\text{Im}(y_k) > \text{Im}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d_k T \text{ e } \text{Im}(y_k) \leq \text{Im}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 d_k T\right]$$

A probabilidade de acerto do símbolo com três símbolos vizinhos adjacentes é mostrada na Equação (5.22).

$$P_{ck}(N_3) = (1-p) \left[\int_A^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2) dn_{Rk} \int_C^D G(n_{Ik}, 0, \sigma_i^2) dn_{Ik} \right] \quad (5.22)$$

$$+ p \left[\int_A^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_n^2) dn_{Rk} \int_C^D G(n_{Ik}, 0, \sigma_n^2) dn_{Ik} \right]$$

Aplicando as equações definidas nesse desenvolvimento na lógica exposta na Equação (5.23) determina-se a probabilidade de acerto do símbolo modulado em M-QAM constelação quadrada transmitido em um canal PLC com múltiplas reflexões e ruído combinado.

$$P_{ck1} = \frac{[Eq.(4.14) \times Eq.(5.18)] + [Eq.(4.27) \times Eq.(5.20)] + [Eq.(4.39) \times Eq.(5.22)]}{M} \quad (5.23)$$

E a Equação (5.24) mostra a probabilidade de acerto do símbolo modulado em M-QAM constelação não quadrada transmitida em um canal PLC com múltiplas reflexões e ruído combinado.

$$P_{ck2} = \frac{[Eq.(4.54) \times Eq.(5.18)] + [Eq.(4.55) \times Eq.(5.20)] + [Eq.(4.56) \times Eq.(5.22)]}{M} \quad (5.24)$$

Em todos os equacionamentos desenvolvidos neste capítulo utilizou-se a probabilidade de erro de símbolo P_{ek} definida como ($P_{ek} = 1 - P_{ck}$) e a relação sinal ruído definida na Equação (5.25).

$$SNR = \frac{E_s}{N_0} = \frac{(\beta_1 d_k T)}{\sigma_n^2} \quad (5.25)$$

Em que,

β_n - amplitude da resposta;

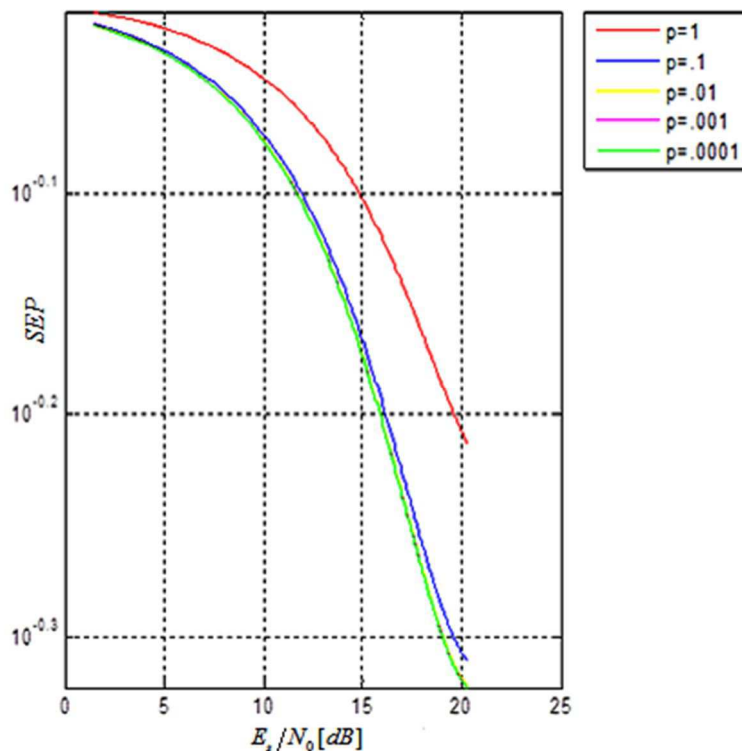
T - duração do símbolo;

d_k - valor complexo do código de transmissão; e

σ_n^2 - variância do ruído combinado, gaussiano e impulsivo.

A Figura 5.6 ilustra a probabilidade de erro de símbolo da modulação 64-QAM em função da relação sinal ruído mostrada na Equação (5.25). O canal PLC tem ruído combinado e ecos e não foi considerado intervalo de guarda. Os parâmetros utilizados foram sinal direto com mais três reflexões ($T = 6,4\mu s$) e as amplitudes e os atrasos definidos na Tabela 5.1.

Figura 5.6 – SEP da 64-QAM com 3 reflexões, ruído combinado e amplitudes (0,2; 0,1; 0,02; 0,01).

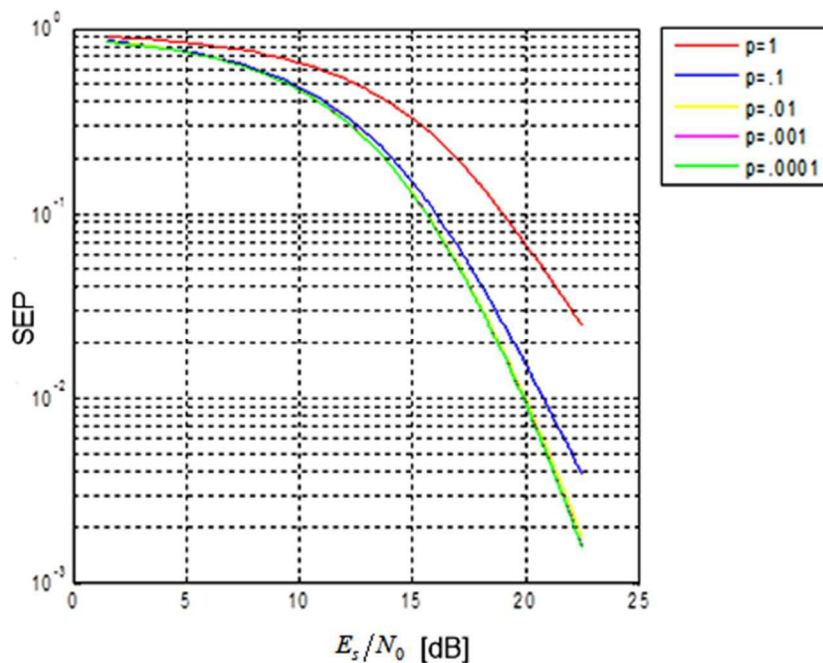


Fonte: a autora.

Comparando os resultados obtidos ilustrados nas Figuras 4.18 e 5.6 verificou-se um baixo desempenho da modulação 64-QAM quando existem reflexões.

A Figura 5.7 ilustra a probabilidade de erro da modulação 64-QAM em função da relação sinal ruído mostrada na Equação (5.25). Os parâmetros utilizados foram sinal direto com mais três reflexões ($T = 6,4\mu s$) e as amplitudes (0,5; 0,1; 0,02; 0,01) e os atrasos definidos na Tabela 5.1.

Figura 5.7 – SEP da 64-QAM com 3 reflexões, ruído combinado e amplitudes (0,5; 0,1; 0,02; 0,01).



Fonte: a autora.

Os resultados da probabilidade de erro de símbolo expressos graficamente nas Figuras 5.6 e 5.7 observou-se que a SEP diminuiu. A explicação para este fato é que o valor da amplitude do sinal direto é cinco vezes mais elevada do que a amplitude da primeira reflexão (0,5 / 0,1). Verificou-se que a probabilidade de erro aumenta quando as reflexões são consideradas.

5.4 M-QAM OFDM com reflexões e sem intervalo de guarda

Nesta seção o desenvolvimento apresentando na Seção 5.3 será repetido para o sinal OFDM mostrado na Equação (5.26).

$$s(t) = \sum_{m=0}^{N_c-1} d_m \exp(j2\pi f_m t) p(t) \quad (5.26)$$

Em que,

d_m - subsímbolos mapeados nas constelações dos esquemas de cada subportadora;

f_m - frequência da subportadora; e

$p(t)$ - pulso retangular, caso ideal igual a um.

E o sinal OFDM após a n -ésima reflexão é mostrado na Equação (5.27).

$$s(t - \tau_n) = \beta_n \sum_{m=0}^{N_c-1} d_m \exp[j2\pi f_m (t - \tau_n)] p(t - \tau_n) \quad (5.27)$$

Em que,

β_n - amplitude da resposta de ordem n ;

d_m - subsímbolos mapeados nas constelações dos esquemas de cada subportadora;

N_r - número de reflexões;

f_m - frequência da subportadora;

τ_n - atraso devido à reflexão de ordem n ; e

$p(t)$ - pulso retangular, caso ideal igual a um.

I. Sinal direto

O sinal na saída do receptor integrador com intensidade (β_1), duração da informação T não tem atraso e nem reflexão é mostrado na Equação (5.28).

$$\begin{aligned} r_{1k}(t) &= \int_0^T s_1(t) \exp(-j2\pi f_k t) dt = \beta_1 \int_0^T \sum_{m=0}^{N_c-1} d_m \exp(-j2\pi f_k t) \exp(j2\pi f_m t) p(t) dt \\ &= \begin{cases} \beta_1 d_k T & m = k \\ 0 & m \neq k \end{cases} \end{aligned} \quad (5.28)$$

II. Sinal refletido

O sinal na saída do receptor integrador com n reflexões é mostrado na Equação (5.29).

$$\begin{aligned} r_{nk}(t) &= \int_0^T s_n(t - \tau_n) \exp(-j2\pi f_k t) dt \\ &= \beta_n \int_0^T \sum_{m=0}^{N_c-1} d_m \exp(j2\pi f_m t) \exp(-j2\pi f_m \tau_n) \exp(-j2\pi f_k t) p(t - \tau_n) dt \\ &= \begin{cases} \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) & m = k \\ 0 & m \neq k \end{cases} \end{aligned} \quad (5.29)$$

III. Sinal direto e refletido

O sinal total composto pelo sinal direto mais os sinais refletidos recebidos é mostrado na Equação (5.30).

$$r_k(t) = \beta_1 d_k T + \sum_{n=2}^{N_r} \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \quad (5.30)$$

IV. Sinal direto e refletido com ruído combinado

A Equação (5.31) mostra o símbolo recebido com reflexões e corrompido pelos ruídos gaussiano e impulsivo.

$$\begin{aligned} y_k(t) &= r_k(t) + w_k + i_k = r_k(t) + n(t) \\ y_k(t) &= \beta_1 d_k T + \sum_{n=2}^{N_r} \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) + n_{Rk} + jn_{Ik} \end{aligned} \quad (5.31)$$

V. Símbolos com quatro vizinhos adjacentes

A probabilidade de acerto do símbolo que se encontra localizado no centro da constelação é mostrada na Equação (5.32).

$$\begin{aligned} P_{ck}(N_4) &= P \left[\text{Re}(y_k) > \text{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 dT \text{ e } \text{Re}(y_k) \leq \text{Re}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 dT \right] \\ &P \left[\text{Im}(y_k) > \text{Im}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 dT \text{ e } \text{Im}(y_k) \leq \text{Im}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 dT \right] \end{aligned} \quad (5.32)$$

A primeira condição é $\left[\text{Re}(y_k) > \text{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 dT \right]$ e é necessário que

$$\text{Re}(\beta_1 d_k T) + \text{Re} \left[\sum_{n=2}^N \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \right] + n_{Rk} > \text{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 dT \quad (5.33a)$$

Reorganizando a condição mostrada na Equação (5.33a) tem-se a Equação (5.33b).

$$n_{Rk} > -\beta_1 dT - \text{Re} \left[\sum_{n=2}^N \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \right] = E \quad (5.33b)$$

A segunda condição é $\left[\text{Re}(y_k) \leq \text{Re}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 dT \right]$ e segue que

$$\text{Re}(\beta_1 d_k T) + \text{Re} \left[\sum_{n=2}^N \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \right] + n_{Rk} \leq \text{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 dT \quad (5.34a)$$

Reduzindo a condição apresentada na Equação (5.34a) obtém-se a Equação (5.34b).

$$n_{Rk} \leq -\beta_1 dT - \operatorname{Re} \left[\sum_{n=2}^N \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \right] = F \quad (5.34b)$$

De maneira similar a terceira condição $[\operatorname{Im}(y_k) > \operatorname{Im}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 dT]$ é dada por:

$$n_{Ik} > -\beta_1 dT - \operatorname{Im} \left[\sum_{n=2}^N \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \right] = G \quad (5.35)$$

E por fim a quarta condição $[\operatorname{Im}(y_k) \leq \operatorname{Im}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 dT]$ definida como:

$$n_{Ik} \leq -\beta_1 dT - \operatorname{Im} \left[\sum_{n=2}^N \beta_n d_k T \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \right] = H \quad (5.36)$$

Os limites E, F, G e H são aplicados para determinar a Equação (5.37), probabilidade de acerto do símbolo localizado no centro da constelação quando o canal tem efeito do ruído combinado e das múltiplas reflexões.

$$P_{ck}(N_4) = \left\{ (1-p) \left[\int_E^F G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2) dn_{Rk} \int_G^H G(n_{Ik}, 0, \sigma_w^2) dn_{Ik} \right] + p \left[\int_E^F G(n_{Rk}, 0, \sigma_n^2) dn_{Rk} \int_G^H G(n_{Ik}, 0, \sigma_n^2) dn_{Ik} \right] \right\} \quad (5.37)$$

I. Símbolos com dois vizinhos adjacentes

A Equação (5.38) mostra as condições para que um símbolo limite-se a região da constelação denominada de canto.

$$P_{ck}(N_2) = P \left[\operatorname{Re}(y_k) > \operatorname{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d_k T \text{ e } \operatorname{Re}(y_k) \leq \infty \right] \\ P \left[\operatorname{Im}(y_k) > \operatorname{Im}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d_k T \text{ e } \operatorname{Im}(y_k) \leq \infty \right] \quad (5.38)$$

Os limites E, e G são aplicados para determinar a Equação (5.39), probabilidade de acerto do símbolo que possui dois símbolos vizinhos adjacentes em um canal com ruído combinado e com múltiplas reflexões.

$$P_{ck}(N_2) = \left\{ (1-p) \left[\int_E^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2) dn_{Rk} \int_G^\infty G(n_{Ik}, 0, \sigma_w^2) dn_{Ik} \right] + p \left[\int_E^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2 + \sigma_i^2) dn_{Rk} \int_G^\infty G(n_{Ik}, 0, \sigma_w^2 + \sigma_i^2) dn_{Ik} \right] \right\} \quad (5.39)$$

II. Símbolos com três vizinhos adjacentes

A Equação (5.40) mostra os limites para que um símbolo localizado nem no centro e nem no canto da constelação não tenha erros em um canal com ruído combinado e múltiplas reflexões.

$$P_{ck}(N_3) = P\left[\operatorname{Re}(y_k) > \operatorname{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d_k T \text{ e } \operatorname{Re}(y_k) \leq \infty\right] \quad (5.40)$$

$$P\left[\operatorname{Im}(y_k) > \operatorname{Im}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d_k T \text{ e } \operatorname{Im}(y_k) \leq \operatorname{Im}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 d_k T\right]$$

E a Equação (5.41) mostra a probabilidade de acerto para que um símbolo localizado nem no centro e nem no canto da constelação não tenha erros em um canal com ruído combinado e múltiplas reflexões.

$$P_{ck}(N_3) = \left\{ (1-p) \left[\int_E^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2) dn_{Rk} \int_G^H G(n_{Ik}, 0, \sigma_w^2) dn_{Ik} \right] \right. \\ \left. + p \left[\int_E^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2 + \sigma_i^2) dn_{Rk} \int_G^H G(n_{Ik}, 0, \sigma_w^2 + \sigma_i^2) dn_{Ik} \right] \right\} \quad (5.41)$$

As condições do canal PLC são com ruído combinado, múltiplas reflexões e sem intervalo de guarda entre os símbolos OFDM. Aplicando as equações desenvolvidas na Equação (5.42) encontra-se a probabilidade de acerto do símbolo modulado em M-QAM ODFDM.

$$P_{ck1} = \frac{[Eq.(4.14) \times Eq.(5.37)] + [Eq.(4.27) \times Eq.(5.39)] + [Eq.(4.39) \times Eq.(5.41)]}{M} \quad (5.42)$$

E para o sistema M-QAM ODFDM com constelação não cruzada é mostrada na Equação (5.43).

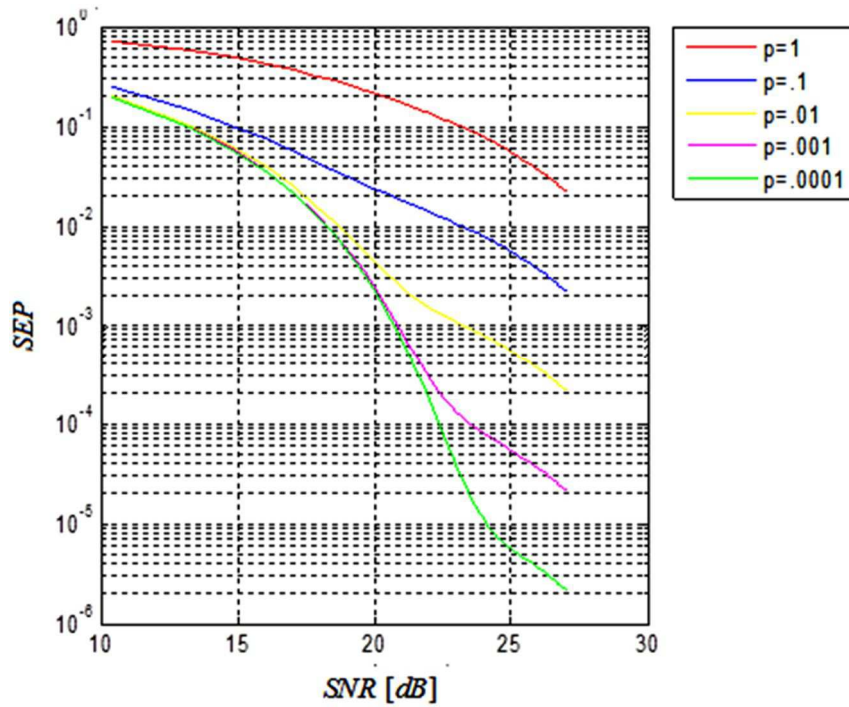
$$P_{ck2} = \frac{[Eq.(4.54) \times Eq.(5.37)] + [Eq.(4.55) \times Eq.(5.39)] + [Eq.(4.56) \times Eq.(5.41)]}{M} \quad (5.43)$$

A Figura 5.8 ilustra a probabilidade de erro do sistema em função da relação sinal ruído mostrada na Equação (5.25).

Os parâmetros utilizados foram com 64 subportadoras, sinal direto e três sinais refletidos, período ($T = 6,4\mu s$), amplitudes e atrasos dados na Tabela 5.1.

Comparando as Figuras 5.6 e 5.8, os resultados obtidos com ruídos impulsivo e gaussiano e reflexões observou-se que a adição do OFDM ao M-QAM diminui o parâmetro da probabilidade de erro de símbolo.

Figura 5.8 – SEP do 64-QAM OFDM com 3 reflexões, ruído combinado e sem intervalo de guarda.



Fonte: a autora.

5.5 M-QAM OFDM com reflexões e com intervalo de guarda

Nesta seção analisam-se os efeitos das múltiplas reflexões e dos ruídos impulsivo e gaussiano no sistema M-QAM OFDM considerando o intervalo de guarda. O intervalo de guarda adotado inicialmente é mostrado na Equação (5.44).

$$T_g = \frac{T}{8} \quad (5.44)$$

Retomando o exemplo de um adaptador PLC transmitindo em $R = 10$ Mbps modulado em M-QAM OFDM, o intervalo de guarda correspondente é apresentado na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 - Valores do intervalo de guarda.

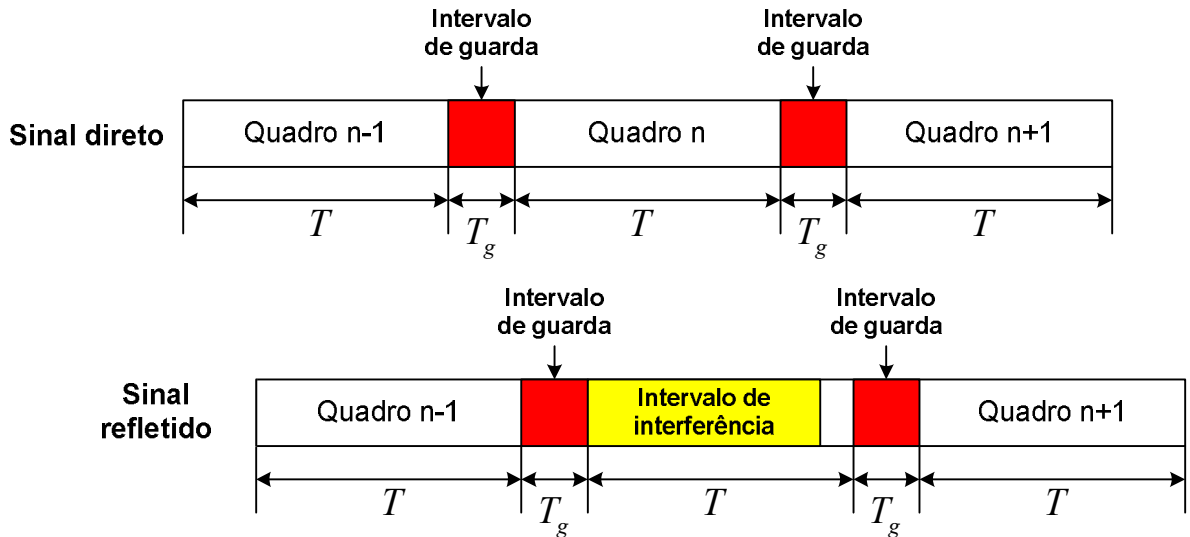
R	M	$T = \frac{M}{R} (\mu s)$	$T_g = \frac{T}{8} (\mu s)$
10 Mbps	16	1,6	0,2
10 Mbps	32	3,2	0,4
10 Mbps	64	6,4	0,8
10 Mbps	128	12,8	1,6
10 Mbps	256	25,6	3,2
10 Mbps	512	51,2	6,4

Fonte: a autora.

5.5.1 Condição $\tau_n < T_g$

A Figura 5.9 ilustra o sinal recebido direto e a reflexão com atraso menor do que o intervalo de guarda (**Condição** $\tau_n < T_g$).

Figura 5.9 - Sinal recebido direto e refletido com atraso τ .



Fonte: a autora.

I. Sinal direto

O sinal sem reflexão na saída do receptor é mostrado na Equação (5.45).

$$r_{1k}(t) = \int_0^T s_1(t) \exp(-j2\pi f_k t) dt = \beta_1 \int_0^T \sum_{m=0}^{N_c-1} d_m \exp(j2\pi f_m t) \exp(-j2\pi f_k t) p(t) dt \quad (5.45)$$

$$r_{1k}(t) = \beta_1 d_k T$$

Em que,

β_1 - amplitude da resposta de ordem 1;

d_m - subsímbolos mapeados nas constelações dos esquemas de cada subportadora;

f_m - frequência da subportadora;

N_c - número de subportadoras; e

$p(t)$ - pulso retangular, caso ideal igual a um.

II. Sinal refletido

O sinal com n reflexões na saída do receptor é mostrado na Equação (5.46).

$$\begin{aligned}
r_{nk}(t) &= \int_{\tau}^T \beta_n s(t - \tau_n) p(t - \tau_n) \exp(j2\pi f_k t) dt \\
r_{nk}(t) &= \int_{\tau}^T \beta_n d_m \exp[j2\pi f_m (t - \tau_n)] \exp(j2\pi f_k t) p(t - \tau_n) dt \\
r_{nk}(t) &= \beta_n d_k (T - \tau_n) + \tau_n \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{N_c-1} \beta_n d_m \exp(j2\pi f_m \tau_n) \exp(j\frac{\theta}{2}) \frac{\text{sen}(\frac{\theta}{2})}{(\frac{\theta}{2})}
\end{aligned} \tag{5.46}$$

Em que, a definição do valor de θ é mostrado na Equação (5.47).

$$\theta = 2\pi (f_m - f_k) \tau_n \tag{5.47}$$

III. Sinal direto e refletido

A soma do sinal direto e dos sinais refletidos na condição $\tau_n < T_g$ constitui o sinal na saída do receptor integrador mostrado na Equação (5.48).

$$r_k(t) = \beta_1 d_k T + \sum_{n=1}^{N_c} r_{nk} \tag{5.48}$$

Substituindo as Equações (5.45) e (5.46) na Equação (5.48) resulta na Equação (5.49).

$$\begin{aligned}
r_k(t) &= (\beta_1 d_k T) + \sum_{n=2}^{N_c} \beta_n d_k (T - \tau_n) \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \\
&\quad - \sum_{n=2}^{N_c} \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{N_c-1} \tau_n \beta_n d_m \exp(-j2\pi f_m \tau_n) \exp\left(j\frac{\theta}{2}\right) \frac{\text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\frac{\theta}{2}}
\end{aligned} \tag{5.49}$$

No desenvolvimento a seguir a primeira parte da Equação (5.49) representa os sinais refletidos na condição $\tau_n < T_g$ e se dividida em duas partes, Equações (5.50a) e (5.50b).

$$A_{nk} = \beta_n d_k (T - \tau_n) \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \tag{5.50a}$$

$$B_{nk} = - \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{N_c-1} \tau_n \beta_n d_m \exp(-j2\pi f_m \tau_n) \exp\left(j\frac{\theta}{2}\right) \frac{\text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\frac{\theta}{2}} \tag{5.50b}$$

IV. Sinal direto e refletido com ruído combinado

Adicionando o ruído combinado ao sinal $r_k(t)$ mostrado na Equação (5.48) resulta no sinal $y_k(t)$ exibido na Equação (5.51).

$$y_k(t) = r_{nk}(t) + w_k + i_k = r_k(t) + n(t) = \beta_1 d_k T + \sum_{n=2}^{N_r} (A_{nk} + B_{nk}) + (n_{Rk} + jn_{Ik}) \quad (5.51)$$

V. Símbolos com quatro vizinhos

A probabilidade de acerto de um símbolo que se localiza no centro da constelação é mostrada na Equação (5.52).

$$P_{ck}(N_4) = P \left[\text{Re}(y_k) > \text{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 dT \text{ e } \text{Re}(y_k) \leq \text{Re}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 dT \right] \quad (5.52)$$

$$P \left[\text{Im}(y_k) > \text{Im}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 dT \text{ e } \text{Im}(y_k) \leq \text{Im}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 dT \right]$$

A primeira condição é $\left[\text{Re}(y_k) > \text{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 dT \right]$ e é necessário que

$$\text{Re}(\beta_1 d_k T) + \text{Re} \left[\sum_{n=2}^{N_r} (A_{nk} + B_{nk}) \right] + n_{Rk} > \text{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 dT \quad (5.53a)$$

Reduzindo a Equação (5.51a) tem-se a Equação (5.53b).

$$n_{Rk} > -\text{Re}(\beta_1 d_1 T) - \text{Re} \left[\sum_{n=2}^{N_r} (A_{nk} + B_{nk}) \right] = A \quad (5.53b)$$

A segunda condição é $\left[\text{Re}(y_k) \leq \text{Re}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 dT \right]$ e é dado que

$$\text{Re}(\beta_1 d_k T) + \text{Re} \left[\sum_{n=2}^{N_r} (A_{nk} + B_{nk}) \right] + n_{Rk} \leq \text{Re}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 dT \quad (5.54a)$$

Simplificando a Equação (5.54a) tem-se a Equação (5.54b).

$$n_{Rk} \leq \text{Re}(\beta_1 d_1 T) - \text{Re} \left[\sum_{n=2}^{N_r} (A_{nk} + B_{nk}) \right] = B \quad (5.54b)$$

De maneira similar tem-se a terceira condição $\left[\text{Im}(y_k) > \text{Im}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 dT \right]$ que define o limite mostrado na Equação (5.55).

$$n_{Ik} > -\text{Im}(\beta_1 d_1 T) - \text{Im} \left[\sum_{n=2}^{N_r} (A_{nk} + B_{nk}) \right] = C \quad (5.55)$$

E a quarta condição $\left[\text{Im}(y_k) \leq \text{Im}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 dT \right]$ é mostrada na Equação (5.56).

$$n_{lk} \leq \text{Im}(\beta_1 d_1 T) - \text{Im} \left[\sum_{n=2}^{N_r} (A_{nk} + B_{nk}) \right] = D \quad (5.56)$$

A Equação (5.57) mostra a probabilidade de acerto limitada por A, B, C e D. O sistema tem ruídos gaussiano e impulsivo e múltiplas portadoras.

$$P_{ck}(N_4) = \left\{ (1-p) \left[\int_A^B G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2) dn_{Rk} \int_C^D G(n_{lk}, 0, \sigma_w^2) dn_{lk} \right] + p \left[\int_A^B G(n_{Rk}, 0, \sigma_n^2) dn_{Rk} \int_C^D G(n_{lk}, 0, \sigma_n^2) dn_{lk} \right] \right\} \quad (5.57)$$

VI. Símbolos com dois vizinhos

As condições para que um símbolo localizado no canto da constelação M-QAM não apresente erros são definidas na Equação (5.58).

$$P_{ck}(N_2) = P \left[\text{Re}(y_k) > \text{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d T \text{ e } \text{Re}(y_k) \leq \infty \right] \\ P \left[\text{Im}(y_k) > \text{Im}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d T \text{ e } \text{Im}(y_k) \leq \infty \right] \quad (5.58)$$

A Equação (5.59) mostra a probabilidade de acerto do símbolo que possui dois símbolos vizinhos.

$$P_{ck}(N_2) = \left\{ (1-p) \left[\int_A^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2) dn_{Rk} \int_C^\infty G(n_{lk}, 0, \sigma_w^2) dn_{lk} \right] + p \left[\int_A^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2 + \sigma_i^2) dn_{Rk} \int_C^\infty G(n_{lk}, 0, \sigma_w^2 + \sigma_i^2) dn_{lk} \right] \right\} \quad (5.59)$$

VII. Símbolos com três vizinhos

Região do símbolo nem no centro e nem no canto é mostrada na Equação (5.60).

$$P_{ck}(N_2) = P \left[\text{Re}(y_k) > \text{Re}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d T \text{ e } \text{Re}(y_k) \leq \text{Re}(\beta_1 d_k T) + \beta_1 d T \right] \\ P \left[\text{Im}(y_k) > \text{Im}(\beta_1 d_k T) - \beta_1 d T \text{ e } \text{Im}(y_k) \leq \infty \right] \quad (5.60)$$

A probabilidade de acerto desse símbolo é mostrada na Equação (5.61).

$$P_{ck}(N_3) = \left\{ (1-p) \left[\int_A^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2) dn_{Rk} \int_C^D G(n_{lk}, 0, \sigma_w^2) dn_{lk} \right] + p \left[\int_A^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2 + \sigma_i^2) dn_{Rk} \int_C^D G(n_{lk}, 0, \sigma_w^2 + \sigma_i^2) dn_{lk} \right] \right\} \quad (5.61)$$

A probabilidade de acerto do símbolo no sistema M-QAM OFDM com constelação quadrada é calculada com a lógica exposta na Equação (5.62) para as seguintes condições: canal PLC com ruído combinado, múltiplas reflexões e intervalo de guarda $\tau_n < T_g$.

$$P_{ck1} = \frac{[Eq.(4.14) \times Eq.(5.57)] + [Eq.(4.27) \times Eq.(5.59)] + [Eq.(4.39) \times Eq.(5.61)]}{M} \quad (5.62)$$

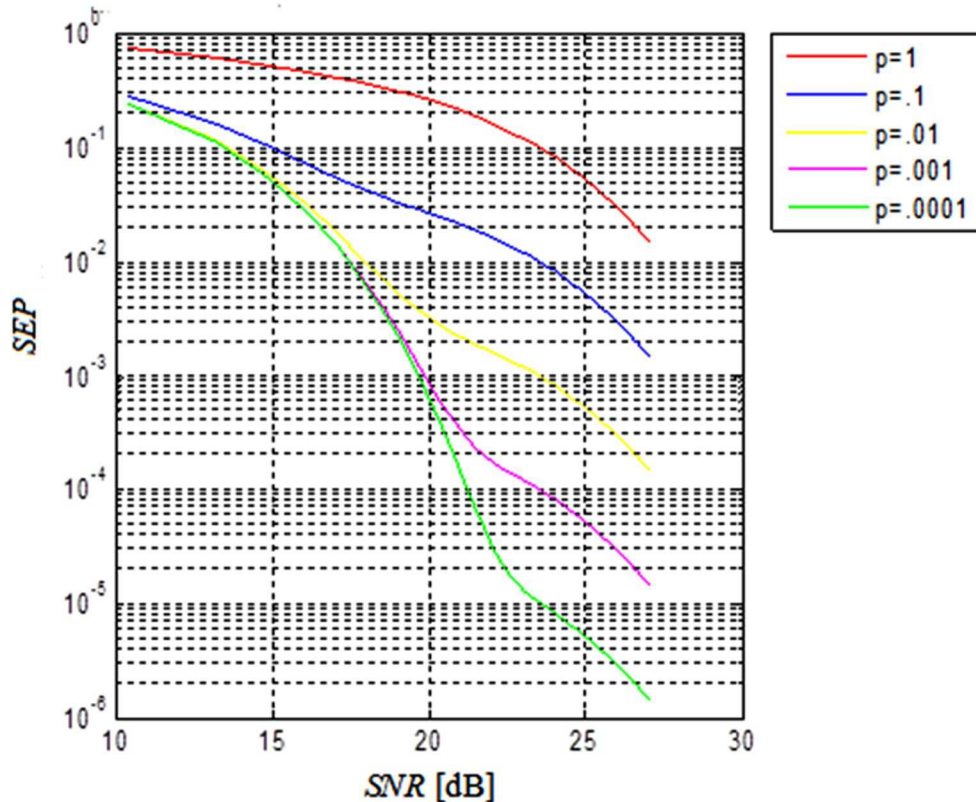
E a probabilidade de acerto do símbolo do M-QAM OFDM constelação não quadrada cruzada nas mesmas condições supracitadas é mostrada na Equação (5.63).

$$P_{ck2} = \frac{[Eq.(4.54) \times Eq.(5.57)] + [Eq.(4.55) \times Eq.(5.59)] + [Eq.(4.56) \times Eq.(5.61)]}{M} \quad (5.63)$$

A Figura 5.10 ilustra o gráfico com os valores da probabilidade média de erro do sistema M-QAM OFDM. Os parâmetros utilizados nos testes são 64 subportadoras, sinal direto e três sinais refletidos, período $T = 6,4 \mu s$, intervalo de guarda $T_g = 0,8 \mu s$, amplitudes e atrasos dados na Tabela 5.1.

Figura 5.10 – SEP do sistema 64-QAM OFDM com 3 reflexões, ruído combinado e com intervalo de guarda

$$\tau_n < T_g.$$



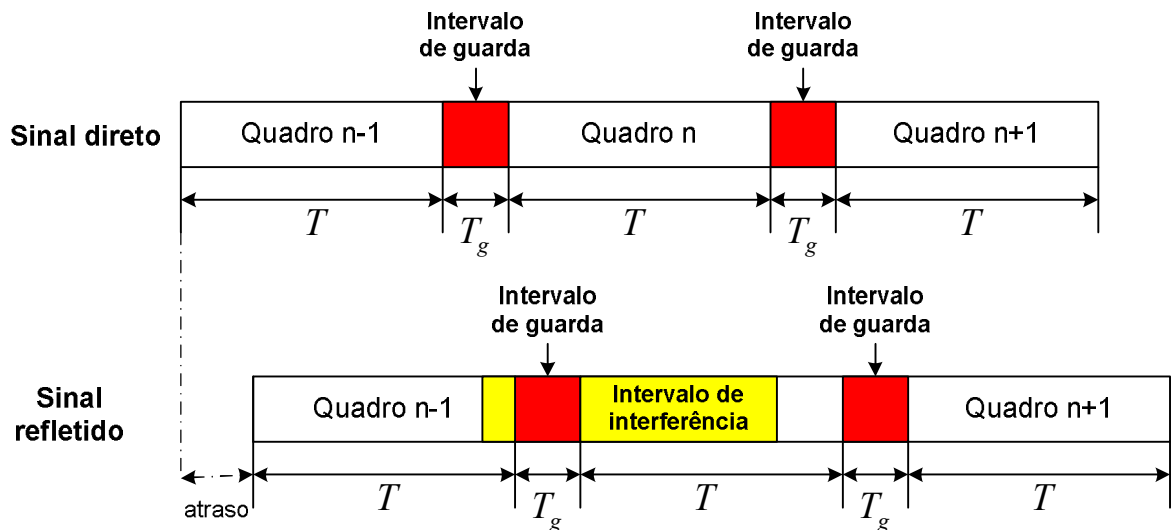
Fonte: a autora.

Comparando a Figura 5.10 (OFDM com intervalo de guarda) com as demais Figuras até então apresentadas verificou-se que a probabilidade de erro diminui mesmo em um canal com múltiplas reflexões quando o intervalo de guarda do OFDM é utilizado.

5.5.2 Condição $T_g < \tau_n < T + T_g$

A Figura 5.11 ilustra dois quadros, o primeiro quadro não tem atraso e o segundo quadro tem atraso determinado de acordo com a **condição** $T_g < \tau_n < T + T_g$.

Figura 5.11 - Sinal recebido direto e com atraso $T_g < \tau_n < T + T_g$.



Fonte: a autora.

I. Sinal refletido

O sinal com reflexão na saída do receptor é mostrado na Equação (5.64).

$$r_{nk}(t) = \beta_n \int_0^{\tau - T_g} \sum_{m=0}^{N_c - 1} d_m \exp[j2\pi f_m(t + \tau_n)] \exp(-j2\pi f_k t) p(t + \tau_n) dt + \beta_n \int_{\tau}^T \sum_{m=0}^{N_c - 1} d_m \exp[j2\pi f_m(t + \tau_n)] \exp(-j2\pi f_k t) p(t + \tau_n) dt \quad (5.64)$$

No desenvolvimento a seguir a primeira parte da Equação (5.64) é reduzida pela igualdade proposta na Equação (5.65a) e a segunda parte pela Equação (5.65b).

$$A_{nk} = \beta_n \int_0^{\tau - T_g} \sum_{m=0}^{N_c - 1} d_m \exp[j2\pi f_m(t + \tau_n)] \exp(-j2\pi f_k t) p(t + \tau_n) dt \quad (5.65a)$$

$$B_{nk} = \beta_n \int_{\tau}^T \sum_{m=0}^{N_c-1} d_m \exp[j2\pi f_m (t + \tau_n)] \exp(-j2\pi f_k t) p(t + \tau_n) dt \quad (5.65b)$$

O desenvolvimento da integral mostrada na Equação (5.65a) resulta na Equação (5.66a).

$$A_{nk} = \begin{cases} \beta_n d_k (\tau_n - T_g) \exp(-j2\pi f_k \tau_n) & m = k \\ \beta_n \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{N_c-1} d_m (\tau_n - T_g) \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \exp\left(j \frac{\theta}{2}\right) \frac{\text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\left(\frac{\theta}{2}\right)} & m \neq k \end{cases} \quad (5.66a)$$

Agrupando a duas partes da Equação (5.66a) resultam na Equação (5.66b).

$$A_{nk} = \beta_n d_k (\tau_n - T_g) \exp(-j2\pi f_k \tau_n) + \beta_n \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{N_c-1} d_m (\tau_n - T_g) \exp(-j2\pi f_k \tau_n) \exp\left(j \frac{\theta}{2}\right) \frac{\text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (5.66b)$$

em que θ nas Equações (5.66a) e (5.6b) é definido por :

$$\theta = 2\pi (f_m - f_k) (\tau_n - T_g) \quad (5.67)$$

A Equação (5.68a) mostra o resultado do desenvolvimento da integral mostrada na Equação (5.65b).

$$B_{nk} = \begin{cases} \beta_n d_k (T - \tau) \exp(-j2\pi f_k \tau_n) & m = k \\ -\beta_n \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{N_c-1} d_m (T - \tau_n) \exp(-j2\pi f_k \tau) \frac{\text{sen}\left(\frac{\theta_1}{2}\right)}{\left(\frac{\theta_1}{2}\right)} & m \neq k \end{cases} \quad (5.68a)$$

O agrupamento das duas partes da Equação (5.68a) resultam na Equação (5.68b).

$$B_{nk} = \beta_n d_k (T - \tau) \exp(-j2\pi f_k \tau_n) - \beta_n \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{N_c-1} d_m (T - \tau_n) \exp(-j2\pi f_k \tau) \frac{\text{sen}\left(\frac{\theta_1}{2}\right)}{\left(\frac{\theta_1}{2}\right)} \quad (5.68b)$$

em que θ_1 nas Equações (5.68a) e (5.68b) é definido como:

$$\theta_1 = 2\pi (f_m - f_k) \tau_n \quad (5.69)$$

II. Sinal direto e refletido

Finalmente o sinal total recebido é mostrado na Equação (5.67).

$$r_{nk}(t) = \beta_1 d_k T + \sum_{n=2}^{N_r} (A_{nk} + B_{nk}) \quad (5.70)$$

III. Sinal direto e refletido com ruído combinado

Considerando o ruído Gaussiano e impulsivo, o sinal recebido corrompido por ele é mostrado na Equação (5.71).

$$y_k(t) = r_{nk}(t) + w_k + i_k = \beta_1 d_k T + \sum_{n=2}^{N_r} (A_{nk} + B_{nk}) + n_{Rk} + jn_{Ik} \quad (5.71)$$

IV. Símbolos com quatro vizinhos adjacentes

A probabilidade de acerto de um símbolo quando ele encontra-se no centro da constelação é mostrada na Equação (5.72).

$$P_{ck}(N_4) = P \left[\text{Re}(y_k) > \text{Re}(\beta_1 d_k T - \beta_1 d_1 T) \text{ e } \text{Re}(y_k) \leq \text{Re}(\beta_1 d_k T + \beta_1 d_1 T) \right] \quad (5.72)$$

$$P \left[\text{Im}(y_k) > \text{Im}(\beta_1 d_k T - \beta_1 d_1 T) \text{ e } \text{Im}(y_k) \leq \text{Im}(\beta_1 d_k T + \beta_1 d_1 T) \right]$$

A primeira condição $[\text{Re}(y_k) > \text{Re}(\beta_1 d_k T - \beta_1 d_1 T)]$ aplicada na Equação (5.71) é exibida na Equação (5.73a).

$$\text{Re}(\beta_1 d_k T) + \text{Re} \left[\sum_{n=2}^{N_r} (A_{nk} + B_{nk}) \right] + n_{Rk} > \text{Re}(\beta_1 d_k T - \beta_1 d_1 T) \quad (5.73a)$$

Reorganizando a condição apresentada na Equação (5.73a) tem-se a Equação (5.73b).

$$n_{Rk} > -\text{Re}(\beta_1 d_1 T) - \text{Re} \left[\sum_{n=2}^{N_r} (A_{nk} + B_{nk}) \right] = E \quad (5.73b)$$

A segunda condição $[\text{Re}(y_k) \leq \text{Re}(\beta_1 d_k T + \beta_1 d_1 T)]$ aplicada na Equação (5.71) é exibida na Equação (5.74a).

$$\text{Re}(\beta_1 d_k T) + \text{Re} \left[\sum_{n=2}^{N_r} (A_{nk} + B_{nk}) \right] + n_{Rk} \leq \text{Re}(\beta_1 d_k T + \beta_1 d_1 T) \quad (5.74a)$$

Reorganizando a condição apresentada na Equação (5.74a) tem-se a Equação (5.74b).

$$n_{Rk} \leq \operatorname{Re}(\beta_1 d_1 T) - \operatorname{Re} \left[\sum_{n=2}^{N_r} (A_{nk} + B_{nk}) \right] = F \quad (5.74b)$$

De maneira similar tem-se a terceira condição $[\operatorname{Im}(y_k) > \operatorname{Im}(\beta_1 d_k T - \beta_1 d_1 T)]$ aplicada na Equação (5.75).

$$n_{Ik} > -\operatorname{Im}(\beta_1 d_1 T) - \operatorname{Im} \left[\sum_{n=2}^{N_r} (A_{nk} + B_{nk}) \right] = G \quad (5.75)$$

E por fim a quarta condição é mostrada na Equação (5.76).

$$n_{Ik} \leq \operatorname{Im}(\beta_1 d_1 T) - \operatorname{Im} \left[\sum_{n=2}^{N_r} (A_{nk} + B_{nk}) \right] = H \quad (5.76)$$

A probabilidade de acerto do símbolo no centro da constelação limitado por E, F, G e H é mostrada na Equação (5.77).

$$P_{ck}(N_4) = \left\{ (1-p) \left[\int_E^F G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2) dn_{Rk} \int_G^H G(n_{Ik}, 0, \sigma_w^2) dn_{Ik} \right] + p \left[\int_E^F G(n_{Rk}, 0, \sigma_n^2) dn_{Rk} \int_G^H G(n_{Ik}, 0, \sigma_n^2) dn_{Ik} \right] \right\} \quad (5.77)$$

V. Símbolos com dois vizinhos adjacentes

A Equação (5.78) mostra as condições para que um símbolo limite-se ao canto da constelação M-QAM.

$$P_{ck}(N_2) = P \left[\operatorname{Re}(y_k) > \operatorname{Re}(\beta_1 d_k T - \beta_1 d_1 T) \text{ e } \operatorname{Re}(y_k) \leq \infty \right] \\ P \left[\operatorname{Im}(y_k) > \operatorname{Im}(\beta_1 d_k T - \beta_1 d_1 T) \text{ e } \operatorname{Im}(y_k) \leq \infty \right] \quad (5.78)$$

A Equação (5.79) mostra a probabilidade de acerto do símbolo que possui dois símbolos vizinhos adjacentes.

$$P_{ck}(N_2) = \left\{ (1-p) \left[\int_E^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2) dn_{Rk} \int_G^\infty G(n_{Ik}, 0, \sigma_w^2) dn_{Ik} \right] + p \left[\int_E^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2 + \sigma_i^2) dn_{Rk} \int_G^\infty G(n_{Ik}, 0, \sigma_w^2 + \sigma_i^2) dn_{Ik} \right] \right\} \quad (5.79)$$

VI. Símbolos com três vizinhos adjacentes

A Equação (5.80) mostra os limites para que um símbolo limite-se a sua região.

$$P_{ck}(N_2) = P \left[\text{Re}(y_k) > \text{Re}(\beta_1 d_k T - \beta_1 d_1 T) \text{ e } \text{Re}(y_k) \leq \text{Re}(\beta_1 d_k T + \beta_1 d_1 T) \right] \quad (5.80)$$

$$P \left[\text{Im}(y_k) > \text{Im}(\beta_1 d_k T - \beta_1 d_1 T) \text{ e } \text{Im}(y_k) \leq \infty \right]$$

A probabilidade de acerto do símbolo com três símbolos vizinhos adjacentes é mostrada na Equação (5.81).

$$P_{ck}(N_3) = \left\{ (1-p) \left[\int_E^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2) dn_{Rk} \int_G^H G(n_{Ik}, 0, \sigma_w^2) dn_{Ik} \right] \right. \quad (5.81)$$

$$\left. + p \left[\int_E^\infty G(n_{Rk}, 0, \sigma_w^2 + \sigma_i^2) dn_{Rk} \int_G^H G(n_{Ik}, 0, \sigma_w^2 + \sigma_i^2) dn_{Ik} \right] \right\}$$

As condições do canal PLC são com ruído combinado, múltiplas reflexões e tempo de guarda na condição $T_g < \tau_n < T + T_g$.

Equação (5.82) mostra a probabilidade de acerto do símbolo modulado em M-QAM OFDM constelação quadrada.

$$P_{ck1} = \frac{[Eq.(4.14) \times Eq.(5.77)] + [Eq.(4.27) \times Eq.(5.79)] + [Eq.(4.39) \times Eq.(5.81)]}{M} \quad (5.82)$$

Já a probabilidade de acerto do símbolo modulado em M-QAM OFDM constelação não quadrada cruzada é mostrada na Figura (5.83).

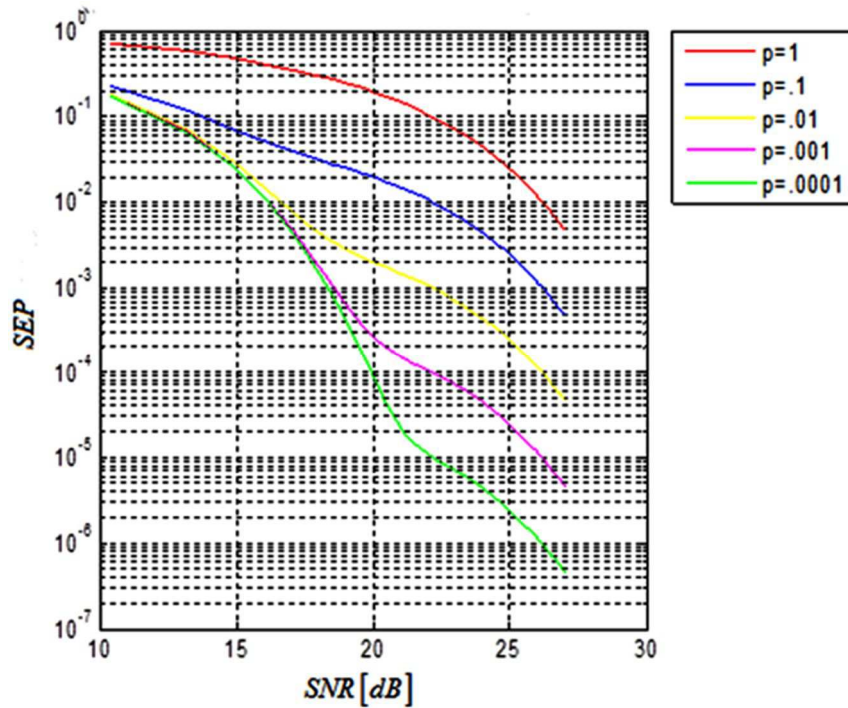
$$P_{ck} = \frac{[Eq.(4.54) \times Eq.(5.77)] + [Eq.(4.55) \times Eq.(5.79)] + [Eq.(4.56) \times Eq.(5.81)]}{M} \quad (5.83)$$

Nas simulações os parâmetros utilizados são 64 subportadoras, sinal direto e três sinais refletidos, período $T = 6,4 (\mu s)$, amplitudes e atrasos dados na Tabela 5.1.

A Figura 5.12 mostra a probabilidade de erro do sistema com intervalo de guarda $T_g = T/8 (\mu s)$ para a condição $T_g < \tau_n < T + T_g$.

Inicialmente compararam-se os resultados ilustrados nas Figuras 5.11 e 5.12. Verificou-se que a probabilidade de erro ilustrada na Figura 5.12 ($T_g < \tau_n < T + T_g$) é menor do que a probabilidade de erro ilustrada na Figura 5.11 ($\tau_n < T_g$).

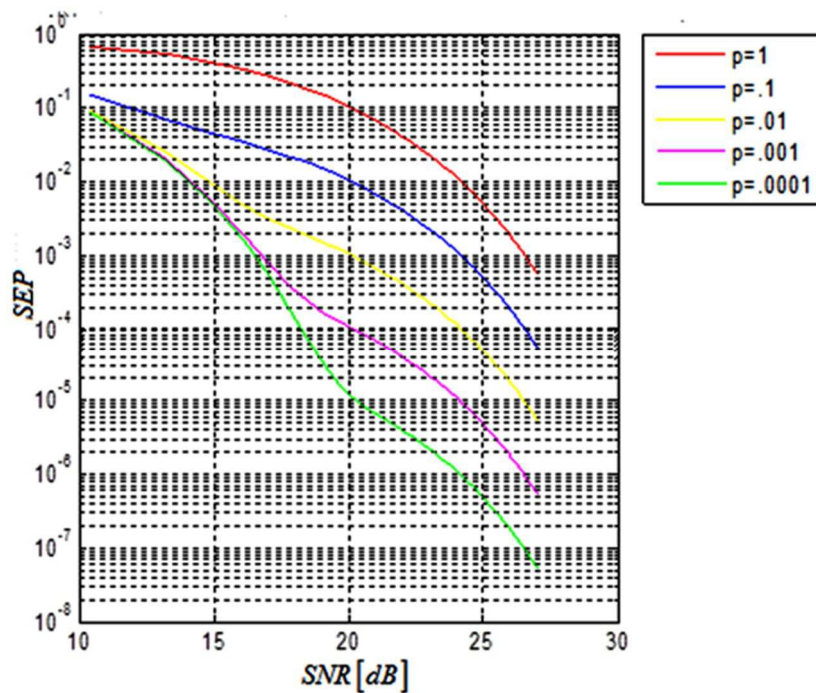
Figura 5.12 – SEP do sistema com 3 reflexões, ruído combinado e com intervalo de guarda ($T_g = T/8 \mu s$).



Fonte: a autora.

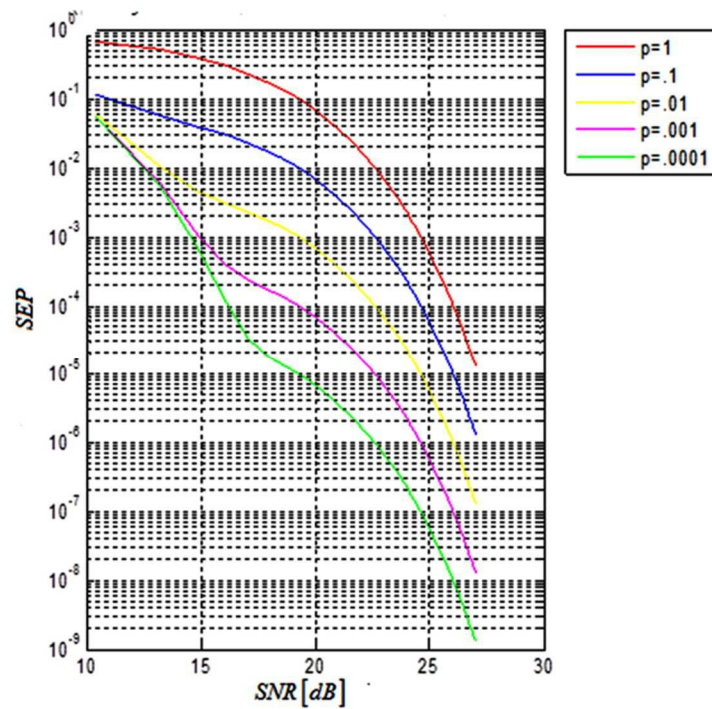
Na Figura 5.13, o intervalo de guarda de $T_g = T/6 (\mu s)$ corresponde a $1,067 (\mu s)$ e na Figura 5.14, o intervalo de guarda de $T_g = T/2 (\mu s)$ corresponde a $3,2 (\mu s)$.

Figura 5.13 – SEP do sistema com 3 reflexões, ruído combinado e com intervalo de guarda ($T_g = T/6 \mu s$).



Fonte: a autora.

Figura 5.14 – SEP do sistema com 3 reflexões, ruído combinado e com intervalo de guarda ($T_g = T/2 \mu s$).



Fonte: a autora.

A seguir é feita a análise comparativa dos resultados obtidos quando o valor do intervalo de guarda é variado. As Figuras 5.13 e 5.14 mostram a probabilidade de erro do sistema para a condição $T_g < \tau_n < T + T_g$ com intervalo de guarda $T_g = T/6 (\mu s)$ e $T_g = T/2 (\mu s)$, respectivamente. Na Figura 5.13 tem-se para uma SEP de 10^{-1} e probabilidade de ocorrência do ruído igual a um, o valor da relação SNR é 20dB e na Figura 5.14 para uma SEP de 10^{-1} e probabilidade de ocorrência do ruído igual a um, o valor da relação SNR é menor do que 20dB. Observou-se que as curvas apresentaram decaimento mais rápido com o aumento do valor do intervalo de guarda.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES GERAIS

As linhas de energia elétrica tornaram-se uma solução atrativa para provê comunicação de dados em banda larga exigida pelas aplicações de alta velocidade. A primeira contribuição que se pode destacar foi à verificação com testes práticos o funcionamento do adaptador PLC em uma rede local. Inicialmente, modelou-se o fio elétrico calculando a capacitância, a indutância, a condutância e a resistividade de uma linha de dois fios e estudou-se o comportamento da função de transferência dessa linha de transmissão como canal de comunicação. O gráfico da amplitude da resposta em frequência apresentou diversos vales periódicos em algumas frequências ocasionados pelas reflexões nos pontos de tomada, ecos. A seguir, foram realizados alguns experimentos com um adaptador PLC comercial para verificar a transmissão de dados no fio da rede elétrica. Durante os experimentos foram adicionados ruídos de fundo e impulsivo para verificar a teoria apresentada em (ZIMMERMANN; DOSTER, 2000). A presença de ruído superposto a um sinal informação obscureceu a capacidade do receptor de fazer decisões corretas sobre os símbolos recebidos, diminuindo a taxa de transmissão de dados e aumentando a probabilidade de erro de bits e símbolos.

Verificou-se que durante a transmissão, as formas da onda portadora modulada são alteradas pelo ruído presente no canal. Consequentemente, foi necessário o estudo da probabilidade de erro de bit e símbolo das modulações digitais em um canal com ruído branco gaussiano aditivo. O desenvolvimento das equações para o cálculo dessa probabilidade de erro fundamentaram o aprendizado para o cálculo da probabilidade de erro de símbolos exata para a modulação em amplitude e quadratura. Em (SANKAR, 2012) tem-se um equacionamento baseado nas regiões de cada símbolo na constelação. A modulação M-QAM com constelação quadrada é utilizada nos principais sistemas de comunicação porque provê

altas taxas de transmissão de dados e apresenta uma probabilidade de erro de símbolos na presença do AWGN mais baixa do que as demais modulações digitais.

O estado da arte desenvolvido nesse trabalho servirá de referência para aqueles que pretendem conhecer essa área e a autora adquiriu o conhecimento necessário para o desenvolvimento das propostas que foram apresentadas e desenvolvidas nos capítulos seguintes.

Com base em (SANKAR, 2012) foi desenvolvido o método para o cálculo exato da probabilidade de erro de símbolos da modulação M-QAM com constelação não quadrada cruzada. Não existem muitos artigos na literatura relacionados a essa modulação, mas a equação desenvolvida e apresentada neste trabalho foi validada com os artigos (BEAULIEU; CHEN, 2007) e (LI; ZHANG; BEAULIEU, 2008).

Além do ruído branco gaussiano aditivo, o ruído impulsivo também afeta a transmissão de dados nas redes PLC. Existem diversos modelos apresentados na literatura pesquisada, mas escolheu-se o modelo mais simples e mais utilizado, *Bernoulli-Gaussiano* (PIGHI et al., 2006) e (GHOSH, 1996). Para o ruído combinado, gaussiano e impulsivo, foram determinadas as equações da variância combinada, da relação entre as densidades espectrais de potência, da função densidade de probabilidade marginal e da função densidade de probabilidade conjunta. O desenvolvimento de um novo equacionamento resultou na equação para o cálculo da probabilidade de erro de símbolos das modulações M-QAM quadrada e não quadrada cruzada na presença do ruído combinado. Os resultados obtidos nas simulações dessas equações mostraram a sensibilidade da modulação, ou seja, elevação da probabilidade de erro de símbolos.

De acordo com (VUCKOVIC; DULIE, 2000) utilizar a modulação OFDM é uma das melhores soluções para combater os ruídos impulsivos do canal PLC provocados por múltiplos percursos, radiodifusão, reflexão, chaveamento, bancos de capacitores, etc. Assim, optou-se pelo transporte do sinal modulado utilizando múltiplas portadoras que transformam um canal seletivo em frequência em vários subcanais planos. A transmissão OFDM começou a ser utilizada no início da década de 90 para comunicações de banda larga. As equações da variância combinada, da relação entre as densidades espectrais de potência, da função densidade de probabilidade marginal e da função densidade de probabilidade conjunta foram adaptadas para a utilização de várias subportadoras. A avaliação dos resultados após a utilização do OFDM apresentou uma diminuição da probabilidade de erro de símbolos.

O modelo do canal PLC considera múltiplos percursos. A propagação do sinal elétrico não é direta entre o transmissor e o receptor, ou seja, existem caminhos adicionais que

formam uma componente de eco do sinal. Considerando as derivações e uma rede complexa, pode-se considerar uma rede de múltiplos percursos, no qual em cada parte do percurso o sinal é submetido a um atraso diferente e sofre diferentes reflexões e transmissões. Essas múltiplas reflexões ocorrem simultaneamente aos ruídos e, por isso, a contribuição mais importante foi o equacionamento da probabilidade de erro de símbolo de um sistema M-QAM OFDM considerando o ruído combinado e os sinais refletidos. O valor da SEP do sistema M-QAM OFDM com múltiplas reflexões e tempo de guarda foi menor do que a do sistema M-QAM OFDM com múltiplas reflexões e sem tempo de guarda. O efeito do atraso do sinal ocasionado devido às múltiplas reflexões foi amenizado com a utilização do intervalo de guarda entre os quadros do sistema OFDM. Devido a sua robustez, a modulação OFDM garante a confiabilidade na transmissão via rede elétrica (SILVA et al, 2003).

Este trabalho foi desenvolvido com a intenção de trazer contribuições na área de pesquisa de transmissão de dados nas redes elétricas.

Trabalhos futuros

Apesar deste trabalho ter atendido a todos os seus objetivos iniciais, o seu desenvolvimento ofereceu condições para que outros trabalhos possam ser sugeridos, como por exemplo:

- Comparar os resultados obtidos com o ruído impulsivo *Bernoulli-Gaussian* com o ruído impulsivo *Poisson*, indicado na literatura como um modelo a ser utilizado.
- O cálculo da probabilidade de erro para o sistema OFDM a partir da função densidade de probabilidade usando a teoria da transformada discreta de *Fourier* no lugar de um receptor integrador.
- Simulações e medidas também poderão ser feitas para comprovar a teoria desenvolvida neste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Adaptador Powerline. Disponível em: <http://www.tp-link.com.br>. Acesso em: 20 agosto de 2015.

AL-HINAI, N.; SADIK, A. Z.; HUSSAIN, Z. M. Transmission of compressed image over PLC channel: A comparative study. *GCC Conference & Exhibition*, 2009.

BEAULIEU, N. C.; CHEN, Y. Closed-form expressions for the exact symbol error probability of 32-cross-QAM in AWGN and in slow Nakagami fading. *IEEE Communications Letters*, vol. 11, no. 4, abril, 2007.

BENEDETTO, S.; BIGLIERI, E. *Principles of Digital Transmission: With Wireless Applications*. New York: Plenum, 1999.

BIGLIERI, E. Coding and modulation for a horrible channel. *IEEE Comm. Magazine*, 41 (5), pp. 92-98, maio 2003.

CAHN, C. Combined digital phase and amplitude modulation communication systems. *IRE Transactions on Communications Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 150 –155, setembro 1960.

CAMPOPIANO, C.; GLAZER, B. A coherent digital amplitude and phase modulation scheme. *IRE Transactions on Communications Systems*, vol. 10, no. 1, pp. 90 – 95, março 1962.

CANETE, F. J. et.al. Broadband modelling of indoor power-line channels. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, vol. 48, no. 1, fevereiro 2002.

CHANDNA, V. K.; ZAHIDA, M. Effect of varying topologies on the performance of broadband over power line. *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 25, no. 4, outubro 2010.

CHENG, D. K. *Fundamentals of engineering electromagnetics*. Addison-Wesley Series in Electrical Engineering, 1993. (Páginas 343 -345)

DI BERT, L. et al. On noise modeling for power line communications. *IEEE International Symposium on Power line Communications and its Applications*, 2011.

DOSTERT, K. *Powerline Communications*. Freiburger, Germany: Prentice Hall, 2001.

ESMAILIAN, T.; KSCHISCHANG, F. R.; In-building power lines as high-speed communication channels: channel characterization and a test channel ensemble. *International Journal of Ccommunication Systems*, 2003.

FILIPPETTI, M. *Entenda melhor o PLC – power line communications*. Disponível em: <<http://blog.ccna.com.br/2009/09/07/entenda-melhor-o-plc-power-line-communications/>> Acesso em: 20 agosto de 2015.

FONTANA, E. *Eletromagnetismo: capítulo 9 - linhas de transmissão*. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013. Disponível em : <<https://www.ufpe.br/fontana/Eletromagnetismo2/EletromagnetismoWebParte02/mag2cap9.htm>>.

GHOSH, M. Analysis of the effect of impulsive noise and multicarrier and single carrier QAM systems. *IEEE Transactions on Communications*, vol. 44, no. 2, fevereiro 1996.

GUIMARÃES, D. A.; de SOUZA, R. A. A. *Transmissão Digital – Princípios e Aplicações*, São Paulo, Brasil: Editora Érica, 2012.

HANCOCK, J.; LUCKY, R. Performance of combined amplitude and phase-modulated communication systems. *IRE Transactions on Communications Systems*, vol. 8, no. 4, pp. 232 – 237, dezembro 1960.

HAYKIN, S. *Sistemas de comunicação: analógicos e digitais*. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2004. 837 p.

HAYKIN, S.; MOHER, M. *Communication systems*. 5. ed. Wiley, 2009. 440 p.

HODGSON, E. A. *Proposta de um simulador de ruído impulsivo assíncrono no canal PLC*. 2005. 69 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

HRASNICA, H.; HAIDINE, A.; LEHNERT, R. *Broadband power line communications network*. John Wiley & Sons, 2004.

LI, J., ZHANG, X.; BEAULIEU, N. C. Precise calculation of the SEP of 128- and 512-cross-QAM in AWGN. *IEEE Communication Letters*, vol. 12, no. 1, janeiro 2008.

LIU, E. et al., Broadband Characterization of Indoor Powerline Channel and its Capacity Consideration. *IEEE*, 2005.

MA, Y. H.; SO, P. L.; GUNAWAN, E. Performance analysis of OFDM systems for broadband power line communications under impulsive noise and multipath effects. *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, no. 2, abril 2005.

MENDES, L. L.; BALDINI FILHO, R. Clipping distortion performance of nonsquare M-QAM OFDM systems on nonlinear time-variant channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 60, no. 8, outubro 2011.

MENG, H. et al. A transmission line model for high-frequency power line communication channel. *IEEE Power System Technology*, 2002.

MENG, H.; GUAN, Y. L.; CHEN, S. Modeling and analysis of noise effects on broadband power-line communications. *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, no. 2, abril 2005.

PAPALEONIDOPOULOS, I. C. et al. Statistical Analysis and Simulation of Indoor Single-Phase Low Voltage Power-Line Communication Channels on the basis of Multipath Propagation. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, vol. 49, no. 1, fevereiro 2003.

PAPOULIS, A.; PILLAI, S. U. *Probability, random variables and stochastic process*. 4. ed, Mc Graw- Hill Europe, 2002. 852 p.

PIGHI, R. et al. Fundamental performance limits for PLC systems impaired by impulsive noise. *IEEE Transactions on Communications*, vol. 57, no. 1, janeiro 2009.

POZAR, D. M. *Microwave engineering*. 3. ed, Wiley, 2004.

RIBEIRO, M. V. *Técnicas de processamento de sinais aplicadas à transmissão de dados via rede elétrica e ao monitoramento da qualidade de energia*. 2005. 362 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas, 2005.

RIBEIRO, J. A. J. *Propagação das ondas eletromagnéticas: princípios e aplicações*. 2. ed, São Paulo: Érica, 2008.

SANKAR, K. *Symbol Error rate for QAM (16, 64, 256,..., M-QAM)*. Disponível em: <<http://eetimes.com/design/signal-processing-dsp/4017648/Symbol-error-rate-for-M-QAM-modulation>>. Acesso em: julho 2014.

SKLAR, B. *Digital communications*. 2. ed, New York: Prentice Hall, 200, 1104 p.

SILVA, J. A. L. *Análise de desempenho de um sistema COFDM para comunicação via rede elétrica*. 2006. 119 f. Dissertação em Engenharia Elétrica – Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Espírito do Santo, Vitória, 2006.

SILVA, J. L. et al. Técnica OFDM Aplicada a Power Line Communications. *II Congresso de Inovação Tecnológica em Energia Elétrica – CITENEL*, 2003.

Tecnologia PLC banda Larga via rede de energia elétrica. Disponível em: <http://www.atrasdamoita.com/tecnologia-plc-banda-larga-via-rede-de-energia-eletrica>. Acesso em: 20 agosto de 2015.

VARGAS, A. A. *Estudo sobre comunicação de dados via rede elétrica para aplicações de automação residencial/predial*. 2004. 65 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharel em Engenharia da Computação) – Escola de engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004. Disponível em: <<http://www.ece.ufrgs.br/~fetter/plt/TrabalhoConclusaoAlessandra.pdf>> Acesso em: 01 de agosto 2015

VUCKOVIC, P.; DUKIE, M. L. “OFDM as a possible modulation technique for power line communication”, *VII Telekomunikacioni Forum Telfor* 2000, Beograd, 2000.

XIONG, F. *Digital modulation techniques*. 2. ed, Artech House, 2006.

ZATTAR, H. B. T. *Análise, medidas e avaliação de desempenho de uma rede PLC em ambiente indoor de casas populares*. 2011. 239 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) –

Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2011. Disponível em: <http://www.bdtd.ufu.br//tde_busca/arquivo.php?codArquivo=3791>. Acesso em: 01 de julho de 2012.

ZIMMERMANN, M.; DOSTERT, K. A multi-path signal propagation model for the power line channel in the high frequency range. *Proceedings of the 3 International Symposium on Power-line Communications and its Spplications*. março 1999.

ZIMMERMANN, M.; DOSTERT, K. Analysis and modeling of impulsive noise in broadband powerline communications. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 44, no. 01, fevereiro 2002.

ZIMMERMANN, M.; DOSTERT, K. A Multipath model for the powerline channel. *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, no. 04, abril 2002.

TRABALHOS PUBLICADOS

Artigos completos publicados em periódicos

CARBONARO, K. B.; CARRIJO, G. A. Performance Analysis of M-QAM/OFDM Systems for PLC under Gaussian and Impulsive Noise. *Revista IEEE América Latina*, v. 14, p. 109-114, 2016.

CARBONARO, K. B.; CARRIJO, G. A. Analysis of cross M-QAM OOFDM systems under Gaussian and impulsive noises. *International Journal of Engineering Research and Technology*, v. 4, p. 956, 2015.

Trabalhos completos publicados em anais de congressos

CARBONARO, K. B.; CARRIJO, G. A.; OLIVEIRA, C. B.; SANTOS, Y. G. Avaliação do canal para transmissão de dados. In: Conferência de Estudos em Engenharia Elétrica, 2014, Uberlândia. XII Conferência de Estudos em Engenharia Elétrica, 2014.

SOARES, R. R. F.; CARBONARO, K. B.; SANTOS, Y. G.; MOURA, E. A. Avaliação experimental da transmissão de dados via rede elétrica. In: INCITEL, 2013, Santa Rita do Sapucaí. Anais do Congresso de Iniciação Científica do INATEL, 2013.

SOARES, R. R. F.; CARBONARO, K. B.; SANTOS, Y. G. Avaliação do Modem PLC 200 Mbps para transmissão de dados via rede elétrica. In: Conferência de Estudos em Engenharia Elétrica - CEEL, 2013, Uberlândia. XI CEEL - Conferência de Estudos em Engenharia Elétrica, 2013.