

ARTÍCULO DE INVESTIGACIÓN

# Análisis de praxeologías de modelación matemática en libros de texto de educación primaria

Samantha Quiroz Rivera y Ruth Rodríguez Gallegos

**Resumen:** El presente estudio tiene como objetivo analizar las praxeologías de modelación matemática que existen en los libros de texto de matemáticas para los alumnos de educación primaria en México. Con base en una metodología cualitativa, se realiza una descripción detallada de los géneros de tareas de modelación matemática presentes en las lecciones de los libros elegidos. Con base en ellos, se ponen en consideración las diferentes técnicas, tecnologías y teorías que las acompañan, utilizando para ello el marco teórico de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. Los resultados obtenidos presentan aportes para la descripción del ciclo de modelación matemática mediante sus diversos elementos praxeológicos. Además, se describe a manera diagnóstica un detallado informe sobre los materiales que la Secretaría de Educación Pública pone a disposición de los alumnos y la poca concordancia de estos con los objetivos que se plantean en los planes de estudio actuales.

*Palabras clave:* modelación matemática, Teoría Antropológica de lo Didáctico, praxeologías, educación primaria, libros de texto.

## Praxeologies analysis of mathematical modeling in textbooks of primary education

**Abstract:** The present study aims to analyze the mathematical modeling praxeology of the mathematics textbooks for primary school students in Mexico. Based on a qualitative methodology, a detailed description of the types of mathematical modeling tasks present in the lessons of the books chosen are performed. Based on them, there are put into consideration the techniques, technologies and theories using the theoretical framework of the Anthropological Theory of Didactics.

Fecha de recepción: 20 de enero de 2015; fecha de aprobación: 4 de noviembre de 2015.

The results contribute a description of the mathematical modeling cycle through its praxeological elements. It is also described, in a diagnostic way, a detailed report about the materials that the Secretary of Education makes to students and the poor agreement of these with the objectives proposed in the actual curriculum.

*Keywords:* mathematical modeling, Anthropological Theory of Didactics, praxeologies, elementary school, textbooks.

## INTRODUCCIÓN

Múltiples investigaciones coinciden al estipular que el problema en el aprendizaje de las matemáticas deriva de la incapacidad de la escuela para establecer un puente entre el conocimiento formal que desea transmitir y el conocimiento práctico al cual se enfrenta el alumno (Brousseau, 1999; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Santos, 1997). En México, esta problemática se refleja en los bajos puntajes obtenidos en evaluaciones nacionales e internacionales en la asignatura de matemáticas. La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) posiciona a nuestro país en el último lugar en la asignatura de matemáticas de entre los miembros de esta organización (OCDE, 2010). En el ámbito nacional, la Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE) ubica a más de 50% de los alumnos en los niveles elementales o insuficientes en dicha asignatura (SEP, 2013).

La brecha que existe sólo puede ser superada por una enseñanza que promueva la construcción de conocimientos matemáticos mediante su uso en contextos reales, dejando de lado el carácter únicamente formal que predomina en las escuelas (INEGI, 2010). Sin embargo, las estrategias utilizadas actualmente por los docentes en las aulas de clase poco tienen que ver con ello. Los estudios siguen indicando lo que hace más de una década mostraban Carraher, Carraher y Schliemann (2002): para un alumno, un uso eficiente de las matemáticas en las prácticas cotidianas no asegura el éxito en las matemáticas formales de un aula.

Dentro de los esfuerzos para contrarrestar lo anterior, hace aproximadamente 40 años entra en el debate de la investigación educativa la modelación matemática, descrita como aquella herramienta que tiene como objetivo principal el unir la realidad de los alumnos con las matemáticas escolares. Cada año se suman más aportes científicos hacia esta temática, que buscan complementar una definición más acertada, así como mostrar su eficiencia en las aulas de diversos países.

En el currículo mexicano, a partir del inicio de la Reforma Integral de Educación Básica (RIEB) en 2011, se reconoce la importancia de una matemática donde el aprendizaje de algoritmos sólo es importante en la medida en que se puedan utilizar para la resolución de problemas en contextos cotidianos. La Secretaría de Educación Pública (SEP) propone un nuevo plan de estudios en donde incluye el aprendizaje de cuatro competencias en la asignatura de matemáticas,<sup>1</sup> libros de apoyo para los maestros con sugerencias didácticas, así como libros de matemáticas gratuitos para los alumnos de primero a sexto grado.

El programa de estudios de matemáticas establece como objetivo fundamental lograr que los alumnos “tengan oportunidades de modelizar situaciones y resolverlas, es decir, expresarlas en un lenguaje matemático, efectuar los cálculos necesarios y obtener un resultado que cumpla con las condiciones establecidas” (SEP, 2011a). Sin embargo, la inclusión de dicho objetivo no parece haber logrado mejoras en los resultados obtenidos. Surgen entonces cuestionamientos sobre la eficacia de las escuelas para implementar la modelación matemática, sobre los materiales que brinda la SEP a los maestros, sobre la verdadera promoción de las matemáticas como herramientas funcionales en diversos contextos y, más aún, sobre la preparación del docente para aplicar la modelación matemática.

Por lo anterior descrito, la tesis doctoral que sustenta la presente investigación tiene como propósitos reconocer la manera en que la modelación matemática vive<sup>2</sup> en los libros de texto de matemática de la escuela primaria, así como la manera en que estos son usados por los docentes. En el presente artículo se aborda el primer elemento cuestionable, siendo nuestra pregunta de investigación: ¿De qué manera vive la modelación matemática en los libros de texto de matemáticas de la educación primaria en México?

A continuación, se presenta, primeramente, el marco teórico que brinda soporte al estudio, posteriormente se describe la propuesta metodológica y, por último, se muestran los resultados encontrados a partir de la recolección de datos. Se agrega una sección de conclusiones y reflexiones en torno a la temática analizada, así como las implicaciones que resultan para la continuación del estudio doctoral.

---

<sup>1</sup> Las cuatro competencias son: competencia para resolver problemas de manera autónoma; competencia para comunicar información matemática; competencia para valorar procedimientos y resultados, y competencia para manejar técnicas eficientemente (SEP, 2011a).

<sup>2</sup> Utilizamos el término “vivid”, porque reconocemos que los objetos de enseñanza están vivos y son susceptibles de transformarse mediante la interacción con otros objetos. Esta acepción se basa en la Teoría de Ecología de Saberes propuesta por Chevallard (1992).

## MARCO TEÓRICO

La modelación matemática en el ámbito escolar tiene su génesis en el deseo de lograr la formación de alumnos capaces de aplicar las matemáticas y transferir los conocimientos en una variedad de contextos y situaciones fuera de la escuela (Alsina, 2007; Confrey, 2007). De acuerdo con Kaiser y Sriraman (2006), no existe una comprensión homogénea para definir la modelación matemática y su epistemología, por lo que es necesario la descripción de la perspectiva desde la cual analizamos este proceso. En nuestra investigación reconocemos la modelación matemática desde una perspectiva educacional, porque reconocemos su importancia en la estructuración de procesos de aprendizaje, asumiendo el papel de estrategia didáctica.

Si bien no existe una manera única para describir la modelación matemática (Cordero y otros, 2009), los aportes encontrados en la literatura revisada permiten la elaboración de una definición bastante completa del término. En un primer momento, tomamos como base la definición de Trigueros (2006), quien define la modelación matemática como el proceso cíclico que consiste en proporcionar problemas abiertos y complejos en los que se puedan poner en juego conocimientos previos y habilidades creativas para sugerir hipótesis y plantear modelos que expliquen el comportamiento del fenómeno en términos matemáticos.

La propuesta de esquemas para representar el proceso de modelación muestra la gran diversidad de perspectivas desde las cuales se ha mirado su ciclo. Destaca, entre ellas, el primer modelo elaborado por Pollak (1969), quien reconoce por primera vez la presencia de dos grandes mundos: el extra matemático y el de las matemáticas escolares, así como el tránsito entre ellos. En dicho esquema, se prioriza la realización de actividades aplicadas como parte de la experiencia del aula. Más adelante, Alsina (1998), Blomhøj y Jensen (2003), Blum y Borromeo (2006), Maaß (2005), Lesh y Yoon (2007), entre otros investigadores, muestran la identificación de un mayor número de detalles traducidos en una serie de etapas que describen la modelación matemática.

La presente investigación toma como base el esquema de modelación matemática propuesto por Rodríguez (2007, 2010) (véase la figura 1). Dicha decisión se funda en dos razones principales. La primera de ellas estriba en el origen de las ocho etapas propuestas por la autora, que consistió en la identificación de praxeologías asociadas a la modelación matemática basándose en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Yves Chevallard (1990). Esta razón per-

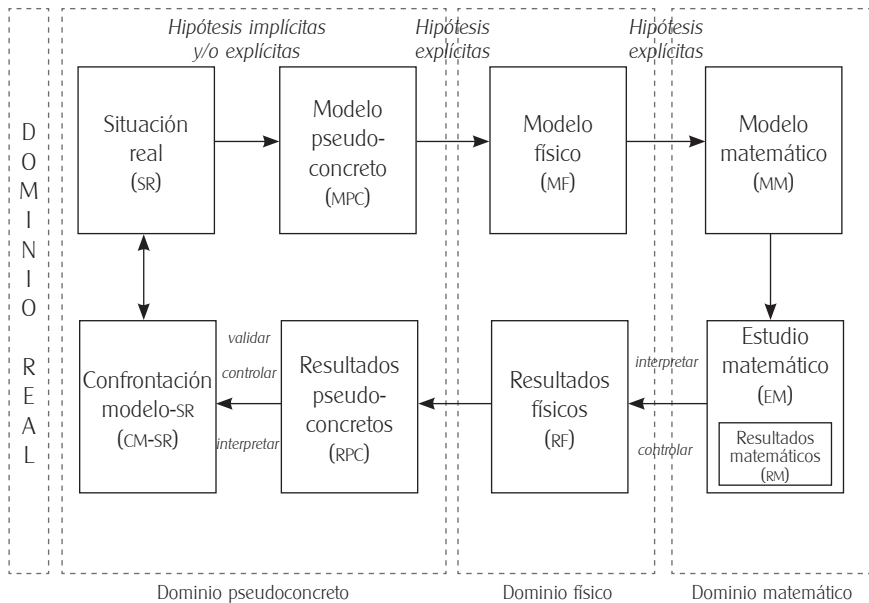


Figura 1. Esquema de modelación de Rodríguez (2007, 2010)

mite que el presente estudio brinde un soporte respecto a las tareas asociadas a cada elemento del ciclo de modelación y utilice dicha información para su posterior análisis.

Por otro lado, el esquema de modelación presentado por Rodríguez (2007, 2010) incorpora un aspecto fundamental para la comprensión del propio proceso de modelación: el dominio *pseudoconcreto*. La incorporación de un dominio *pseudoconcreto* se justifica en un análisis que reconoce la presencia de una *transposición* de los saberes escolares. La Teoría de la Transposición Didáctica (TTD), desarrollada por Chevallard (1985), retoma el término acuñado por el sociólogo Verret (1975), que argumenta que toda práctica de enseñanza de un objeto presupone la transformación previa de este en un objeto de enseñanza y denomina esta transformación como *transposición didáctica*. Así, el saber sabio construido en la *noosfera* pasa por ciertos mecanismos para asegurar su inserción en el discurso educativo, otorgándole el nombre de saber por enseñar. El saber por enseñar, a su vez, se presenta como cerrado y fragmentado en los libros de texto y, cuando es convertido en un objeto de enseñanza por los docentes, se vuelve a nombrar como saber enseñado.

Problema real	Problema <i>pseudoconcreto</i>
Queremos conocer el perímetro de la escuela primaria (Tiene una forma rectangular). Sal con tus compañeros a medir el patio y calcula el perímetro del plantel educativo.	La superficie del terreno de la escuela de María tiene forma de rectángulo con unas medidas de 20 metros de largo y 15 de ancho, ¿cuál es el perímetro de la escuela de María?

**Figura 2.** Problema real y problema *pseudoconcreto*

En el marco de la TTD, en el dominio *pseudoconcreto* se ubican todos aquellos problemas basados en un contexto de la realidad, pero cuyos datos han sido modificados para lograr el cumplimiento de ciertos objetivos didácticos particulares de los cursos de matemáticas, es decir, donde existe una transposición didáctica (Rodríguez, 2007, 2010). A manera de ejemplo, la figura 2 muestra un problema basado en una situación real y un problema basado en una situación *pseudoconcreta*.

Otra incorporación del ciclo presentado por Rodríguez (2007, 2010) es la presencia de un dominio físico, debido a que su realización estuvo basada en el trabajo con ecuaciones diferenciales en contextos físicos. Sin embargo, para motivos de la presente investigación, este apartado será utilizado para su análisis por la propia naturaleza del contenido matemático que se abordará.

## MODELACIÓN DESDE LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO (TAD)

La TAD se ocupa del estudio de pares de Organizaciones Matemáticas y Didácticas (OM, OD). De acuerdo con Chevallard (1985), una OM está compuesta por varios tipos de tareas matemáticas cuya realización requiere técnicas matemáticas que, a su vez, se justifican en tecnologías y teorías matemáticas específicas. Una OD se refiere a la manera de organizar el estudio matemático que se lleva a cabo en una institución, y su estudio resulta más complejo que el de las OM (Ruiz-Higueras y García, 2011).

Por medio de la TAD, podemos caracterizar la modelación en términos de praxeologías y las relaciones entre dichas praxeologías (Chevallard, 1985; García, Gascón, Ruiz-Higueras y Bosch, 2006). Más detalladamente y basados en los estudios de García (2005) y Barquero, Bosch y Gascón (2011), ubicamos la modelación matemática como procesos de reconstrucción y articulación de organizaciones matemáticas y didácticas de complejidad creciente.

La noción de praxeología se integra con cuatro principales elementos en dos bloques. El primero es el bloque técnico-práctico, relativo al saber-hacer y que está compuesto por una tarea [t], se expresa con cualquier verbo y forma parte de un tipo de tareas y una técnica [τ] que representa una determinada manera de realizar un tipo de tareas. El segundo bloque se denomina tecnológico-teórico y engloba una tecnología [θ] que justifica racionalmente la técnica; y una teoría [Θ] definida como enunciados abstractos que justifican el discurso tecnológico. La totalidad de [T, τ, θ, Θ] conforma una *praxeología puntual*, es decir, es relativa a un único tipo de tareas [T] (Chevallard, 1999).

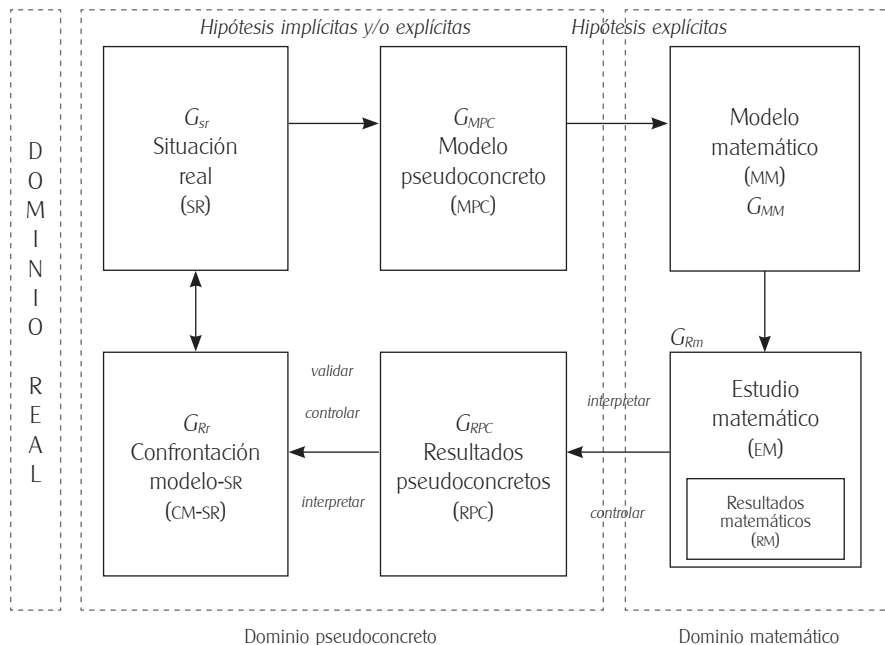
Un término más es el de género de tareas, definido como el conjunto de tareas cuyo contenido está estrechamente especificado. Por ejemplo, calcular es un género de tareas, pero calcular el valor de una expresión numérica es un tipo de tareas (Chevallard, 1999; Corica y Otero, 2009).

Los elementos mencionados conforman una herramienta que sustenta análisis de prácticas que van desde las referidas a la acción del profesor hasta las establecidas en los libros de texto escolares. La importancia de realizar análisis praxeológicos a libros de texto se justifica al definirlos como una traducción de una dirección institucional en forma de un programa que está hecho de acuerdo con la interpretación de los autores, es decir, resultado de una transposición didáctica (Chevallard, 1992).

En la revisión literaria se encontraron diversas investigaciones que han realizado análisis praxeológicos a libros de texto (Chaachoua, 2009; Guyon, 2008; Rodríguez, 2007, y Saglam, 2004). Los análisis consistentes en la búsqueda de los cuatro elementos de una praxeología han servido para llegar a conclusiones respecto a diferencias entre saberes por enseñar entre diversas instituciones (Chaachoua, 2009), o el mejor entendimiento del abandono de cierta estrategia didáctica por parte de los docentes (Saglam, 2004).

## PROPUESTA PARA EL ANÁLISIS DE PRAXELOGÍAS DE MODELACIÓN MATEMÁTICA

La propuesta que se presenta a continuación se basa en el estudio de Rodríguez (2007, 2010) y pretende detallar algunos elementos teóricos que la conforman. De acuerdo con dicho estudio, el proceso de modelación matemática se puede realizar a través de la identificación de diversas praxeologías, donde al menos exista una por cada una de las etapas de este. El análisis de libros presentado por Rodríguez (2007) identificó seis géneros de tareas asociadas que se pre-



**Géneros de tareas:**

1. Plantear a los alumnos problemas en situaciones reales [ $G_{Sr}$ ]
2. Plantear a los alumnos problemas en situaciones pseudoconcretas [ $G_{MPC}$ ]
3. Buscar que los alumnos elaboren un modelo matemático [ $G_{MM}$ ]
4. Proponer a los alumnos el trabajo con el modelo matemático [ $G_{RM}$ ]
5. Pedir a los alumnos que analicen resultados matemáticos en situaciones pseudoconcretas [ $G_{RPC}$ ]
6. Pedir a los alumnos que analicen resultados matemáticos en situaciones reales [ $G_{Rr}$ ]

**Figura 3.** Géneros de tareas acordes al proceso de modelación

sentan en la figura 3.<sup>3</sup> Es necesario reconocer que los géneros de tareas deben ser analizados desde el punto de vista del docente y/o los libros de textos. Así, por ejemplo, es el docente o el libro quien plantea a los alumnos problemas en

<sup>3</sup> Se decidió acotar las etapas establecidas en el contexto de la educación primaria, donde se prescindió de las dos etapas referidas al dominio físico, al no ser un dominio muy recurrente en este nivel educativo.



situaciones reales [ $G_{SR}$ ] y son estos mismos quienes les proponen trabajar con modelos matemáticos [ $G_{RM}$ ].

Se reconocen como géneros de tareas puesto que no muestran un contenido específico, es decir, se proponen como tareas de manera general. Por ejemplo, para el género de tarea “Plantear a los alumnos problemas en situaciones reales”, un tipo de tarea específico podría ser: “Plantear a los alumnos un problema de suma de fracciones con diferente denominador en un contexto de fútbol”.

Con el fin de describir los géneros de tareas presentados, en el cuadro 1 se muestran algunos fragmentos de libros de texto que incluían dichos géneros de tarea.

Identificar cuáles géneros de tareas están presentes en los libros de texto permitirá conocer si efectivamente el proceso de modelación está inmerso en dichos materiales. Esta labor será realizada en la totalidad de las lecciones de seis libros de texto. Posteriormente y con el motivo de detallar el estudio, se elegirá la lección que más géneros de tarea de modelación matemática posea. A partir de esta especificación, se completará el estudio de los otros elementos de las praxeologías, a saber, las técnicas mediante las cuales se realizan las tareas descritas para luego indagar las tecnologías y teorías que las justifican. En el siguiente apartado se describirá el diseño de investigación que guiará la recolección y análisis de los datos.

## METODOLOGÍA


La metodología del presente estudio es de tipo cualitativo, ya que pretende comprender los significados e interpretar prácticas en ambientes naturales desde el punto de vista de quienes la experimentan (Hernández, Baptista y Fernández, 2010). El carácter de la investigación es de tipo descriptivo (Creswell, 2007).

La pregunta de investigación planteada fue: ¿De qué manera vive la modelación matemática en los libros de texto de matemáticas de la educación primaria en México? En total concordancia con el marco teórico presentado en la sección anterior, se eligieron las unidades de análisis que dieran pie a la producción y análisis de los datos; en este caso, dichas unidades corresponden con los diferentes elementos de una praxeología y también con los seis géneros de tarea identificados. Las unidades de análisis, a su vez, estuvieron en concordancia con los objetivos específicos que llevarían a dar respuesta a la pregunta de investigación.

**Cuadro 1.** Géneros de modelación matemática

Géneros de tarea	Descripción																																																															
$G_{SR}$	Tareas que plantean un problema basado en una situación real	<p>2. Formen 6 equipos, cada uno lance 50 veces un dado y registre los resultados obtenidos en la tabla siguiente.</p> <table border="1" data-bbox="498 471 1012 804"> <thead> <tr> <th data-bbox="498 471 703 543" rowspan="2">Equipo</th> <th colspan="6" data-bbox="703 471 1012 505">Cantidad de veces que cayó</th> </tr> <tr> <th data-bbox="703 505 753 543">1</th> <th data-bbox="753 505 804 543">2</th> <th data-bbox="804 505 854 543">3</th> <th data-bbox="854 505 905 543">4</th> <th data-bbox="905 505 955 543">5</th> <th data-bbox="955 505 1012 543">6</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td data-bbox="498 543 703 582">1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td data-bbox="498 582 703 621">2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td data-bbox="498 621 703 660">3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td data-bbox="498 660 703 700">4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td data-bbox="498 700 703 739">5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td data-bbox="498 739 703 778">6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td data-bbox="498 778 703 804">Total</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table> <p><i>(El ejemplo muestra el planteamiento de una problemática asociada a la probabilidad después de haber hecho un experimento donde el alumno recolectara datos para su estudio.)</i></p>	Equipo	Cantidad de veces que cayó						1	2	3	4	5	6	1							2							3							4							5							6							Total						
Equipo	Cantidad de veces que cayó																																																															
	1	2	3	4	5	6																																																										
1																																																																
2																																																																
3																																																																
4																																																																
5																																																																
6																																																																
Total																																																																
$G_{MPC}$	Tareas que plantean un problema basado en una situación pseudoconcreta	<p>Los desechos orgánicos que un camión recolectó el lunes fueron vaciados en contenedores metálicos de 660 L cada uno.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>El martes se llenaron 9 contenedores y se colocaron 80 L de desechos en un décimo contenedor, ¿cuántos litros de desechos recolectó el camión en total?</li> </ul> <p>_____</p> <p><i>(El ejemplo muestra el planteamiento de una situación en términos pseudoconcretos para el alumno.)</i></p>																																																														

**Cuadro 1.** Géneros de modelación matemática (continuación)

Géneros de tarea	Descripción	
$G_{MM}$	Tareas que planteen actividades donde los alumnos deban conocer, elaborar o identificar un modelo matemático para la resolución de un problema	<ul style="list-style-type: none"> <li>En grupo propongan una fórmula que les permita calcular el volumen de un prisma rectangular y escríbanla:</li> </ul> <p><i>(El ejemplo busca proponer a los alumnos que elaboren un modelo matemático que dará resolución a un problema planteado anteriormente.)</i></p>
$G_{RM}$	Tareas donde se le pide al alumno que trabaje con un modelo matemático, ya sea creado o dado por el docente	<p>5. En parejas, escriban fracciones equivalentes en las líneas.</p> <p>a) <math>\frac{2}{5} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}</math></p> <p>b) <math>\frac{2}{4} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}</math></p> <p><i>(El único objetivo del ejemplo planteado es la práctica de algoritmos de acuerdo con el contenido matemático estudiado).</i></p>
$G_{RPC}$	Tareas que involucren la discusión y reflexión del resultado matemático obtenido en términos del problema pseudoconcreto planteado	<div style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p><b>Lo que conozco.</b> Dibuja en tu cuaderno las diferentes formas en que Margarita puede acomodar sus piedras de colores en una repisa.</p>  <p>¿Cuántas formas diferentes encontraste? _____</p> <p>Si alguien de tu grupo encontró más formas de acomodar las piedras, verifica si te faltó alguna o si tu compañero tiene alguna repetida.</p> </div> <p><i>(En el ejemplo, se plantea a los alumnos un problema pseudoconcreto. Posterior a ello, se pide discutir y reflexionar sus respuestas en términos del mismo problema pseudoconcreto.)</i></p>

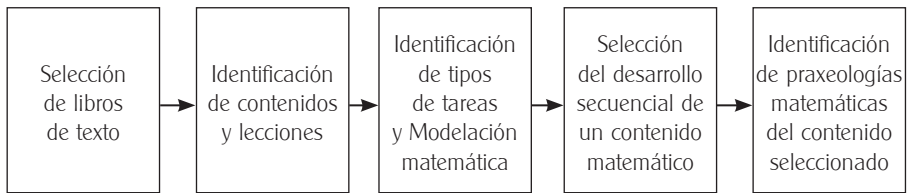
**Cuadro 1.** Géneros de modelación matemática (conclusión)

Géneros de tarea	Descripción	
G <sub>RR</sub>	Tareas que involucren la discusión y reflexión del resultado matemático obtenido en términos del problema real	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Al lanzar una moneda, ¿qué es más probable obtener, águila o sol? _____</li> <li>• ¿Cómo concuerda su respuesta con los resultados que obtuvieron? _____</li> </ul> <p><i>(En el ejemplo, en un primer momento se pide a los alumnos lanzar 20 veces una moneda. Una vez hecho esto, se pregunta por la probabilidad de obtener cada resultado. Específicamente la G<sub>RR</sub> se puede observar en la última pregunta donde se discuten dichos resultados con lo obtenido en el experimento con la moneda.)</i></p>

Se seleccionaron los libros que consistían en el material vigente utilizado por los docentes de educación primaria de la asignatura de matemáticas. Se analizaron en total seis libros editados por la SEP, uno por cada grado de la educación primaria correspondientes a esta asignatura.

El diseño de la investigación se muestra en la figura 4, donde se define cada fase del estudio. El detalle sobre el proceso de cada fase se encuentra en cada uno de los siguientes apartados.

- Fase I. En un primer momento se seleccionaron los libros de texto.
- Fase II. Se identificaron los contenidos y lecciones de los libros seleccionados.
- Fase III. Se realizó un análisis de los géneros de tareas de modelación matemática que se muestran en cada una de las lecciones.
- Fase IV. Se seleccionó el contenido matemático que incluye más géneros de tareas de modelación matemática.
- Fase V. Se complementó la búsqueda de técnicas, tecnologías y teorías para las tareas encontradas en el contenido seleccionado.



**Figura 4.** Diseño de investigación fase I

Para la recolección de los datos se utilizó la técnica del análisis de documentos. Se diseñaron y completaron rejillas de recolección de información con el propósito de configurar cada una de las categorías del estudio para su posterior análisis. El análisis buscó examinar, categorizar, tabular, evaluar y recombinar evidencia, siempre guiados por las proposiciones iniciales del estudio (Yin, 2003). La validez estuvo determinada por medio de juicio de expertos, ya que los resultados encontrados en cada material analizado fueron comparados con expertos en la Didáctica de las Matemáticas que apoyaron el estudio.

## RESULTADOS

Los resultados del estudio se presentan de acuerdo con las fases presentadas en el diseño de investigación. En algunas de ellas se despliegan conclusiones específicas que surgen en la propia descripción y que son necesarias para la continuación de las fases sucesoras.

### FASE 1. SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTO

En México, las escuelas primarias públicas del país, que reciben a la gran mayoría de los alumnos, trabajan conforme al reglamento general que estipula la SEP. Dicha Secretaría es la encargada de decidir los programas que guían los contenidos que van a ser enseñados en cada grado escolar y en cada asignatura.

La SEP además proporciona de manera gratuita libros de texto a través de la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (Conaliteg) a los más de 18.7 millones de alumnos que se inscriben en los niveles básicos (INEGI, 2010). De esta manera, los libros que se seleccionan para la realización del análisis pra-

xeológico son precisamente los libros otorgados por la Conaliteg, específicamente, los seis referentes a la asignatura de matemáticas:

- SEP (2011c), *Matemáticas, Primer grado* (2<sup>a</sup>. ed., p. 173), Ciudad de México, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- SEP (2011d), *Matemáticas, Segundo grado* (2<sup>a</sup>. ed., p. 189), Ciudad de México, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- SEP (2011e), *Matemáticas, Tercer grado* (2<sup>a</sup>. ed., p. 181), Ciudad de México, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- SEP (2011f), *Matemáticas, Cuarto grado* (2<sup>a</sup>. ed., p. 185), Ciudad de México, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- SEP (2011g), *Matemáticas, Quinto grado* (2<sup>a</sup>. ed., p. 190), Ciudad de México, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- SEP (2011h), *Matemáticas, Sexto grado* (2<sup>a</sup>. ed., p. 194), Ciudad de México, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.

La edición de los libros con los que se trabaja es la segunda, del año 2011, y con reimpresión en el año 2012, ciclo en el cual están vigentes dichos materiales.

## FASE II. IDENTIFICACIÓN DE CONTENIDOS Y LECCIONES

En un primero momento clasificamos los contenidos matemáticos por enseñar de acuerdo con las lecciones de cada libro de texto. Identificamos cinco bloques por libro y un promedio de 10 lecciones por bloque. Es importante aclarar que tomamos la decisión de retomar los contenidos matemáticos a partir de la información de los libros de texto de los alumnos.

El motivo de tal decisión estriba en que el plan de estudios de la Educación Primaria ha tenido mayor número de ediciones que los libros de texto de los alumnos, lo que ha hecho que exista una gran disparidad entre los contenidos matemáticos de ambos documentos. A pesar de los esfuerzos por relacionar ambos materiales, encontramos profundas diferencias entre ellos, entre las que destaca la ausencia de contenidos matemáticos en el plan de estudios a los que se hace referencia en los libros de texto del alumno, así como diferencias en su calendarización.

En el cuadro 2 se muestra un ejemplo de la categorización realizada para los contenidos matemáticos del primer bloque del libro de matemáticas de primer grado.

**Cuadro 2.** Contenidos y lecciones del bloque I, Primer grado

	Lección	Contenido	Tarea
Bloque I	1. Los números de mi alrededor	Números en precios de artículos, calendarios, autobuses, etcétera	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar números en contextos cotidianos</li> </ul>
	2. Comparo y completo colecciones	Trabajo con colecciones (comparar y completar)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Contar colecciones</li> <li>• Comparar colecciones</li> </ul>
	3. ¿Agrego o quito elementos?	Trabajo con colecciones (quitar elementos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparar colecciones</li> <li>• Agregar elementos</li> <li>• Quitar elementos</li> </ul>
	4. Números en orden ascendente y descendente	Sucesión numérica de 1 en 1 a partir de cualquier número	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Enuncien sucesión numérica</li> </ul>
	5. Escribo números del 1 al 10	Números por lo menos hasta el 10	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escribir número del 1 al 10</li> </ul>
	6. ¿Tienen las mismas características?	Cuerpos y sus características	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Agrupar objetos con iguales características</li> </ul>
	7. Semejanzas y diferencias entre las figuras	Igualdades y diferencias en figuras compuestas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica triángulos, cuadrados y rectángulos</li> </ul>
	8. Límite posiciones	Posición (personas u objetos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Límite posiciones</li> <li>• Diferencia derecha e izquierda</li> </ul>
	9. Ubico personajes y objetos	Ubicación de una persona u objeto	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diferencia arriba, abajo, izquierda, derecha</li> </ul>
	10. Reconozco sus características	Características de objetos y colecciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica características de objetos</li> </ul>
	11. Leo y registro información	Información contenida en imágenes	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lee información de imágenes</li> <li>• Registra información de imágenes</li> </ul>

### FASE III. IDENTIFICACIÓN DE GÉNEROS DE TAREAS DE MODELACIÓN MATEMÁTICA

Cada lección de los seis libros fue analizada clasificando las actividades propuestas según a qué géneros de tarea de modelación matemática respondían. Así, se organizaron los resultados en cuadros donde se indicaba cuántas y cuáles géneros de tareas de modelación matemática fueron identificadas por lección y por contenido matemático. El cuadro 3 presenta un ejemplo retomado del libro de cuarto grado en el bloque 3.

Después de ser organizados y contabilizados los diversos géneros de tarea en los libros de texto, se llegó a las siguientes conclusiones:

- a) La mayoría de las lecciones de los libros de texto de matemáticas proponen géneros de tareas relacionadas con la elaboración y trabajo con modelos matemáticos [ $G_{MM}$ ,  $G_{RM}$ ]. Sin embargo, en la mayoría de las lecciones se hace énfasis en modelos ya creados para su uso mediante la forma de algoritmos aislados que el alumno conoce de antemano o es explicado por el docente.
- b) En los contenidos que se sustentan en el planteamiento de problemas en contexto (que son una minoría), existe una predominancia de situaciones cuyos datos fueron adaptados a los propósitos perseguidos, es decir, planteados en el dominio pseudoconcreto [ $G_{MPC}$ ], lo que denota una transposición didáctica del saber. Ello demuestra un intento de la SEP por considerar a la matemática como una herramienta para la resolución de problemas lamentablemente ocurre en muy pocas lecciones.
- c) En las lecciones sobre ubicación espacial en los primeros grados, se incluye un mayor número de géneros de tareas basadas en situaciones reales [ $G_{SR}$ ]; sin embargo, a partir del tercer grado, se plantean solamente géneros de tareas en el dominio del modelo matemático [ $G_{RM}$ ].
- d) Se identificó que la adquisición de nociones de probabilidad y estadística en los libros de texto está altamente relacionada con los seis géneros de tareas [ $G_{SR}$ ,  $G_{MPC}$ ,  $G_{MM}$ ,  $G_{RM}$ ,  $G_{RPC}$ ,  $G_{RR}$ ]. En general, las tareas que se plantean están basadas en situaciones reales donde los alumnos deben realizar experimentos relacionados con el azar y a partir de los datos. Cuando no es posible el trabajo con situaciones reales, se proponen problemas inscritos en una realidad pseudoconcreta.
- e) Por lo anterior, concluimos que el contenido matemático con más géneros de tareas es el de probabilidad. Por ello, se retomará el contenido de



**Cuadro 3.** Contenidos, lecciones y géneros de tarea del bloque 3, Cuarto grado

	Lección	Contenido	Tarea	Género de tarea
Bloque III	23. La recta numérica	Números naturales. Ubicación de números naturales en la recta numérica	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ubica números en la recta numérica</li> </ul>	$G_{MM}$ $G_{RM}$
	24. Es mayor que $\frac{1}{2}$	Números fraccionarios. Compara fracciones e identifica fracciones equivalentes	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica fracciones</li> <li>Compara fracciones</li> <li>Ubica fracciones equivalentes</li> </ul>	$G_{MM}$ $G_{RM}$
	25. El doble de una fracción	Números fraccionarios. Determina expresiones equivalentes y calcula el doble, mitad, cuádruplo, triple, etc., de las fracciones más usuales	<ul style="list-style-type: none"> <li>Suma fracciones</li> </ul>	$G_{MM}$ $G_{RM}$
	26. ¿Por 2 será el doble?	Multiplicación y división. Determina algunas propiedades de las operaciones de multiplicación y división	<ul style="list-style-type: none"> <li>Multiplica cantidades</li> <li>Divide cantidades</li> </ul>	$G_{MM}$ $G_{RM}$ $G_{RM}$ $G_{RPC}$
	27. Exprésalo de otra manera	Adición y multiplicación. Descomponer un número en adiciones y multiplicaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>Suma cantidades</li> <li>Descompone números</li> </ul>	$G_{MM}$ $G_{RM}$
	28. ¿Qué figura es?	Figuras planas. Determina las características de distintas figuras planas	<ul style="list-style-type: none"> <li>Conoce las características de figuras planas</li> <li>Identifica figuras planas</li> </ul>	$G_{MM}$ $G_{RM}$
	29. Redes para polígonos	Figuras planas. Construye polígonos sobre una red de puntos y elabora redes para construir ciertos polígonos	<ul style="list-style-type: none"> <li>Construye figuras planas</li> </ul>	$G_{MM}$ $G_{RM}$
	30. El plano de tu escuela	Representación. Interpreta planos de edificios conocidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta planos</li> </ul>	$G_{MPC}$ $G_{MM}$ $G_{RM}$ $G_{RPC}$
	31. Las siete y sereno	Unidades. Lee y comunica la hora y la información que brinda el calendario	<ul style="list-style-type: none"> <li>Lee información del calendario</li> <li>Lee información del reloj</li> </ul>	$G_{MPC}$ $G_{MM}$ $G_{RM}$ $G_{RPC}$
	32. Anticipa quién ganará	Nociones de probabilidad y diagramas. Anticipa la aparición de un suceso, empleando las tablas de frecuencias	<ul style="list-style-type: none"> <li>Resuelve problemas de probabilidad</li> </ul>	$G_{MPC}$ $G_{MM}$ $G_{RM}$ $G_{RPC}$

probabilidad para continuar con el estudio praxeológico, lo que permitirá acotar los resultados del presente estudio.

#### **FASE IV. DESARROLLO SECUENCIAL DEL CONTENIDO SELECCIONADO**

A fin de precisar la secuencia de contenidos relativos a la probabilidad, se consultó el Plan de Estudios de Educación Primaria elaborado por la SEP. Fue sorprendente descubrir que, en el Programa de Estudios 2011, en ninguno de los seis grados de la educación primaria se contemplan los contenidos relacionados con el desarrollo del concepto de probabilidad. Sin embargo, en los libros de texto de los alumnos existen lecciones que abordan el tema de probabilidad.

El Programa de Estudios 2011 establece la organización de contenidos en tres ejes temáticos: Sentido numérico y pensamiento algebraico, Forma, espacio y medida, y Manejo de la información (SEP, 2011a). En este último eje, se reagruparon los contenidos referidos al área de Estadística, dejándose de lado la noción de probabilidad (SEP, 2011b).

A causa de la contradicción existente entre los libros de texto y los programas oficiales vigentes, se decidió indagar en el Programa de Estudios 2009 (SEP, 2009),<sup>4</sup> con el objetivo de conocer si los contenidos de probabilidad habían sido suprimidos de la educación primaria a partir de la RIEB. Los resultados indican que en el Plan de Estudios 2009 sí se encuentra la probabilidad, como se muestra en el cuadro 4.

Más específicamente, las lecciones de los libros de texto relacionadas con el aprendizaje de la probabilidad se muestran en el cuadro 5.

En el cuadro 6 mostramos la frecuencia con que los géneros de modelación matemática fueron encontrados en cada una de las 11 lecciones señaladas. Es posible apreciar que todas las lecciones proponían actividades basadas en problemas con un contexto. Algunas de las situaciones se basaban en realidades pseudoconcretas, pero la mayoría de ellas (7 de 11) proponían la generación de datos de la realidad del alumno mediante diversos juegos y experimentos.

---

<sup>4</sup> El Plan de Estudios 2009 guió la realización de los libros de texto edición 2011. Cuando en 2011 se reformuló el plan de estudios, los libros de texto no fueron modificados para lograr una relación con el nuevo currículo.

**Cuadro 4.** Contenidos referidos a la probabilidad en el Plan de Estudios 2009

Grado	Contenido
1º	Combinaciones posibles en un problema dado.
2º	Objetos de una colección con base en sus atributos (Clasificar, ordenar y describir) Atributos cualitativos en objetos de pequeñas colecciones en representados en tablas
3º	No existe contenido relacionado con la probabilidad.
4º	Eventos con resultados posibles (sin cuantificar la probabilidad), utilizando relaciones tales como: "es más probable que...", "es menos probable que..." Problemas simples que exijan una búsqueda exhaustiva de posibilidades (problemas de conteo).
5º	Elementos del espacio muestral de una experiencia aleatoria.
6º	Combinaciones posibles en un problema dado.

#### **FASE V. ANÁLISIS PRAXEOLÓGICO DEL CONTENIDO ELEGIDO**

A continuación, presentamos con mayor detalle el análisis del bloque del saber hacer o práctico-técnico, entrelazado con el bloque relativo al saber, también llamado tecnológico-teórico, específicos de los contenidos de probabilidad.

##### ***a) Géneros de tareas que planteaban a los alumnos una situación real [G<sub>SR</sub>]***

Integradas en el primer dominio del esquema de modelación, los géneros de tareas relativas al planteamiento de una situación real se refieren a aquellas actividades donde se presenta una problemática en un contexto real que generalmente implica la búsqueda y recolección de datos a partir de un experimento. Posteriormente, dichos datos debían ser trasladados y trabajados en el dominio matemático.

Con frecuencia, estos géneros de tareas se basaban en juegos o experimentos con monedas o dados donde estaba involucrado el azar. La figura 5 muestra algunos ejemplos de las actividades que involucraban este género de tareas.

Llevar a cabo este género de tareas demandaba a los alumnos dos técnicas específicas relativas a la modelación matemática que se muestran en el cuadro 8.

**Cuadro 5.** Desarrollo secuencial de los contenidos referidos a probabilidad en educación primaria

Grado	Lección	Contenido	Género de tarea
1º	42. Encuentra todas las combinaciones	Encuentra las combinaciones posibles	$G_{MPG}$ , $G_{MM}$ , $G_{RM}$ , $G_{RPC}$
2º	32. Multiplicando las comparas	Problemas multiplicativos. Resuelve distintos tipos de problemas de multiplicación	$G_{MPG}$ , $G_{MM}$ , $G_{RM}$ , $G_{RPC}$
3º	51. Registra el ganador	Nociones de probabilidad. Identifica juegos de azar y registra sus resultados	$G_{SR}$ , $G_{MPG}$ , $G_{MM}$ , $G_{RM}$ , $G_{RPC}$ , $G_{RR}$
	52. Lanza un dado	Nociones de probabilidad. Elige una opción de acuerdo a resultados posibles en juegos sencillos de azar	$G_{SR}$ , $G_{MPG}$ , $G_{MM}$ , $G_{RM}$ , $G_{RPC}$ , $G_{RR}$
4º	32. Anticipa quién ganará	Nociones de probabilidad y diagramas-tablas. Anticipa la aparición de un suceso, empleando las tablas de frecuencias	$G_{SR}$ , $G_{MPG}$ , $G_{MM}$ , $G_{RM}$ , $G_{RPC}$ , $G_{RR}$
	41. Lo más probable es que	Nociones de probabilidad. Compara dos o más eventos a partir de sus resultados posibles usando relaciones como: "es más probable que...", "es menos probable que..."	$G_{SR}$ , $G_{MPG}$ , $G_{MM}$ , $G_{RM}$ , $G_{RPC}$ , $G_{RR}$
	51. Las combinaciones	Diagramas y tablas. Resuelve problemas simples que exigen una búsqueda exhaustiva de posibilidades (problemas de conteo)	$G_{MPG}$ , $G_{MM}$ , $G_{RM}$ , $G_{RPC}$
5º	34. Una muestra de los resultados	Nociones de probabilidad. Identifica los elementos de un experimento aleatorio	$G_{SR}$ , $G_{MPG}$ , $G_{MM}$ , $G_{RM}$ , $G_{RPC}$ , $G_{RR}$
6º	33. El orden es importante	Resuelve problemas de conteo que involucren permutaciones sin repetición	$G_{MPG}$ , $G_{MM}$ , $G_{RM}$ , $G_{RPC}$
6º	37. ¿Qué es más probable?	Identifica los posibles resultados de una experiencia aleatoria	$G_{SR}$ , $G_{MPG}$ , $G_{MM}$ , $G_{RM}$ , $G_{RPC}$ , $G_{RR}$
	45. Más experimentos de probabilidad	Compara la probabilidad teórica con la frecuencial	$G_{SR}$ , $G_{MPG}$ , $G_{MM}$ , $G_{RM}$ , $G_{RPC}$ , $G_{RR}$

**Cuadro 6.** Frecuencia de géneros de tarea en las lecciones de probabilidad

Total de lecciones	Lecciones donde se presentan $G_{SR}$	Lecciones donde se presentan $G_{MPC}$	Lecciones donde se presentan $G_{MM}$	Lecciones donde se presentan $G_{RM}$	Lecciones donde se presentan $G_{RM}$	Lecciones donde se presentan $G_{RR}$
11	7	11	11	11	11	7

2. Formen 6 equipos, cada uno lance 50 veces un dado y registre los resultados obtenidos en la tabla siguiente.

Equipo	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						
Total						

En su experimento, ¿cuál fue la probabilidad de que cayeran las caras con más de 4 puntos? \_\_\_\_\_

**Figura 5.** Problemas presentados en los libros de cuarto y sexto grado

No se encontró evidencia en los libros de texto de tecnologías o teorías que justificara tal uso de técnicas para los alumnos. Sin embargo, la SEP muestra un programa alternativo denominado *Guía del maestro* donde es posible inferir dichos elementos. De acuerdo con SEP (2011b), el estudio de las matemáticas en la educación primaria consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar y encontrar diferentes formas de resolver los problemas. Estos argumentos permiten inferir el porqué del planteamiento de problemas; sin embargo, poco refieren a la importancia del contexto en ellos.

**Cuadro 8.** Bloque práctico técnico  $T_{SR}$

Género de tareas	Técnicas	Grados en donde se utiliza
Plantear a los alumnos problemas en situaciones reales [ $G_{SR}$ ]	$[\tau_{SR1}]$ Lanzamiento de monedas o dados para un experimento y registro en tablas	4º, 5º y 6º
<i>(Tareas que plantean a los alumnos un problema basado en una situación real donde se recolecten los datos de su realidad)</i>	$[\tau_{SR2}]$ Lanzamiento de monedas o dados como parte de alguna actividad lúdica (avanzar en un tablero de juego)	4º, 5º y 6º

**b) Géneros de tareas que planteaban a los alumnos una situación pseudoconcreta [ $G_{MPC}$ ]**

Estas tareas involucraban la presentación de problemas enmarcados en un contexto cotidiano para el alumno, pero con datos que el libro de texto brindaba de antemano. La mayoría de las situaciones mostraban problemáticas que se relacionaban con combinatorias de candados, prendas de vestir u otros elementos. También eran comunes las problemáticas sobre lanzamiento de dados y monedas, pero con datos enlistados en el libro con el afán de provocar cuestiones específicas. En la figura 6 se plasma una actividad como las referidas.

Los libros no especifican la técnica para realizar dicho género de tareas. Los problemas que se plantean generalmente admiten cualquier tipo de procedimiento para su resolución. Se fomenta el uso de procedimientos informales a elección de los alumnos.

A pesar de que en los libros de texto para el alumno no se encontró ningún elemento tecnológico o teórico para este género de tareas, sí existen algunos

2. Pedro tiene que programar la combinación de un candado. Ayúdale, escribiendo todas las formas diferentes en que es posible establecer dicha combinación utilizando solamente los dígitos 0, 1, 2 y 3, sin repetirlos y usándolos todos cada vez.

**Figura 6.** Problema presentado en el libro de cuarto grado

elementos en el material para el maestro. Según SEP (2011b), la construcción de saber matemático va de lo informal a lo convencional, en cuanto relación con el lenguaje como con las representaciones y procedimientos.

### ***c) Género de tareas referentes al establecimiento de un modelo matemático [G<sub>MM</sub>]***

En la totalidad de los contenidos aparecen actividades donde se pide el establecimiento o uso de un modelo matemático. Algunas lecciones presentan preguntas específicas que guían la elaboración de algún modelo matemático, ya sea de manera explícita o no (véase la figura 7).

En algunas ocasiones, en el libro se sugiere la técnica para resolver este género de tareas y en otras, es necesario que el alumno recuerde algunos conocimientos aprendidos anteriormente. De nuevo, elementos como tecnologías y teorías no se muestran en el libro para el alumno. En la Guía para el maestro se hace un pequeño acercamiento a las razones para proponer este género de tareas: “Para resolver una situación, el alumno debe usar sus conocimientos previos, los cuales le permiten entrar en la situación, pero el desafío consiste en reestructurar algo que ya sabe, sea para modificarlo, ampliarlo, rechazarlo o volver a aplicarlo en una situación” (SEP, 2011b, p. 68).

Como un apartado especial, incluimos en esta sección un desglose de los distintos contenidos matemáticos referidos a la probabilidad, es decir, un análisis de la organización matemática. Las razones para incluir dicho análisis son diversas.

1. En parejas, lancen un dado 50 veces.

- Registren en la segunda columna con una marca cada ocasión que aparezca una de las seis caras (que corresponden a números del 1 al 6).
- Al concluir los 50 lanzamientos, determinen el total de veces que salió cada número anótenlo en la tercera columna.
- En la cuarta columna escriban la siguiente fracción

$$\frac{\text{Total de veces que cayó la cara}}{\text{Total de lanzamientos del dado}}$$

para cada una de las caras del dado. Observen que como se realizaron 50 lanzamientos en todas las fracciones el denominador será 50.

**Figura 7.** Específicamente en la tercera viñeta es posible observar el modelo teórico para el cálculo de probabilidad

Primeramente, tiene por objetivo ser exhaustivos en el análisis hecho a los libros de texto. Además, y de acuerdo con García y otros (2006), no hay praxeología matemática sin el estudio del proceso que lo genera, esto es, la praxeología didáctica.

Son cinco los géneros de tarea referidas a la OM:

- Encontrar las combinaciones posibles en un problema dado [ $G_{DM1}$ ]
- Encontrar las permutaciones posibles en un problema dado [ $G_{DM2}$ ]
- Comparar entre dos eventos cuál es más probable [ $G_{DM3}$ ]
- Desarrollar la noción de espacio muestral [ $G_{DM4}$ ]
- Calcular la probabilidad de ocurrencia de un experimento aleatorio [ $G_{DM5}$ ]

En el cuadro 9 se presentan de manera sintética los elementos de las praxeologías de cada tipo de tarea.

**Cuadro 9.** Análisis praxeológico de la organización matemática referida a probabilidad

Género de tarea OM	Técnica	Tecnología	Teoría
Encontrar las combinaciones posibles en un problema dado	[ $\tau_{DM11}$ ] Dibujar combinaciones posibles y contar las posibilidades	No se encontró	No se encontró
	[ $\tau_{DM12}$ ] Dibujar las combinaciones utilizando una tabla Multiplicar las diversas opciones	No se encontró	No se encontró
Encontrar las permutaciones posibles en un problema dado [ $T_{DM2}$ ]	[ $\tau_{DM2}$ ] Dibujar las posibilidades y contarlas	No se encontró	No se encontró
Comparar entre dos eventos cuál es más probable [ $T_{DM3}$ ]	[ $\tau_{DM31}$ ] Realice el experimento	No se encontró	No se encontró
	Registrar en una tabla		



**Cuadro 9.** Análisis praxeológico de la organización matemática referida a probabilidad (conclusión)

Género de tarea OM	Técnica	Tecnología	Teoría
	$[\tau_{DM2}]$ Contar las probabilidades de cada caso y comparar	No se encontró	No se encontró
Desarrollar la noción de espacio muestral	$[\tau_{DM4}]$ Registrar en una tabla las distintas posibilidades de resultado de un experimento y contarlos.	Se ofrece a los alumnos un indicio de tecnología $[\theta_{DM4}]$ al ilustrar recuadros donde se despliega la definición del espacio muestral (véase la figura 4)	No se encontró
Calcular la probabilidad de ocurrencia de un experimento aleatorio	$[\tau_{DM51}]$ Expresar en forma de fracción las veces que ocurrió un determinado caso y el total de eventos	Se encuentra la explicación sobre el cálculo de la probabilidad en un experimento, es decir, la tecnología que lo implica $[\theta_{DM5}]$ (véase la figura 19)	No se encontró
	$[\tau_{DM2}]$ Expresar en forma de porcentaje la probabilidad		No se encontró

**d) Género de tareas referidas al trabajo con modelos matemáticos  $[G_{RM}]$**

Recordemos que de acuerdo con el cuadro 1, este género de tareas refiere a aquellas donde se le pide al alumno trabajar con un modelo matemático, ya sea creado o explicado por el docente en forma de algoritmo aislado. En las 11 lecciones de probabilidad analizadas, todos los géneros de tarea referidos al trabajo con modelos matemáticos referían a algoritmos que surgían de la necesidad de resolver un problema. En la figura 8 es posible apreciar que los alumnos deben calcular la probabilidad de dos eventos que anteriormente habían experimentado en el aula.

- Si se lanzan al mismo tiempo una moneda y un dado: ¿Qué es más probable. Obtener par y águila o número impar y sol? \_\_\_\_\_

**Figura 8.** Pregunta que se resuelve mediante el trabajo con un modelo matemático

Las técnicas que el libro propone para la resolución de este género de tareas buscan la comunicación entre los alumnos para la generación de diversos procedimientos, ya que muy pocas veces se explicita en los materiales revisados alguna técnica única o correcta. La tecnología y teoría, ausentes en el libro del alumno, pueden inferirse en la *Guía del maestro*, donde se especifica que el conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en la que los alumnos lo puedan utilizar hábilmente para solucionar problemas y lo puedan reconstruir en caso de olvido (SEP, 2011b).

#### ***e) Géneros de tareas relacionadas con la resolución del modelo pseudoconcreto [G<sub>RPC</sub>]***

El género de tarea donde se interpreta el resultado matemático a la luz de la situación pseudoconcreta planteada refiere al quinto elemento del esquema de modelación. Las tareas referidas a este género se plantean mediante preguntas reflexivas, luego de haber hecho los cálculos necesarios para obtener una respuesta matemática. Los cuestionamientos alentaban a valorar e interpretar la respuesta obtenida mediante diversos procesos de resolución y relacionarla con el problema que lo desencadenó.

Un ejemplo de este tipo de tareas se presenta en la figura 9, donde, de inicio, se presenta un problema en una realidad pseudoconcreta para después solicitar que se certifiquen las respuestas y procedimientos elegidos.

Las técnicas para dar solución a dichas actividades no eran explícitas. Los libros de texto promovían la variedad de procedimientos y una riqueza en la discusión generada por los alumnos. En el cuadro 10 se presentan la técnica y los grados escolares en los que se sugiere emplearla.

De nuevo, aunque no se muestran indicios de tecnología o teoría involucrada a lo largo de las lecciones, se muestran algunas explicaciones en la *Guía para el maestro*, donde se advierte que el docente debe propiciar un ambiente

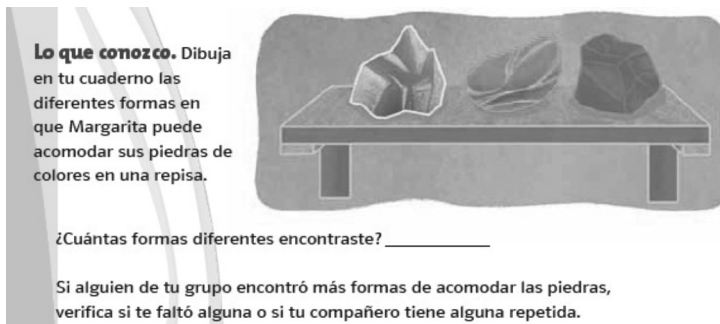


Figura 9. Problemas de permutaciones propuesto en el libro de cuarto grado

Cuadro 10. Bloque práctico técnico  $T_{RCP}$

Género de tarea	Técnicas	Grados en donde se utiliza
Tareas que proponen el trabajo con el resultado del modelo pseudo-concreto	[ $T_{RCP}$ ] Comparar con sus compañeros las respuestas al problema pseudoconcreto y el procedimiento de resolución	1º 2º 3º 4º 5º 6º

en el que los alumnos compartan sus ideas, sus acuerdos y desacuerdos, expresándose con libertad y reflexionando acerca de la solución del problema (SEP, 2011b).

**f) Géneros de tareas referidas a la relación entre el resultado obtenido y la situación real [ $G_{RR}$ ]**

Un género de tareas muy importante dentro de la modelación matemática es aquel en el que se pide establecer una relación entre el resultado obtenido a partir del trabajo con el modelo matemático y la situación real de la cual se derivó. Las tareas propias de este género generalmente se plantean a través de preguntas que intentan promover la reflexión y el análisis del resultado matemático en términos del contexto del cual surgió. La figura 10 muestra un ejem-

- De acuerdo con los resultados de la tabla, al lanzar al mismo tiempo dos monedas, ¿qué es más probable obtener, el mismo resultado en las dos o resultados diferentes?

---

- Si se lanzan al mismo tiempo tres monedas, ¿qué es más probable, obtener el mismo resultado en las tres o dos iguales y una diferente?

---



**Figura 10.** Problemas presentados en el libro de sexto grado

plo de este género de tareas donde, luego de la realización de un experimento aleatorio, se proponen preguntas con el fin de discutir la respuesta utilizando siempre términos de la situación real.

Para la realización de estas tareas, los libros de texto proponían una sola técnica, dar respuesta mediante la confrontación de resultados con los compañeros a las preguntas establecidas (véase el cuadro 11). No se muestran elementos tecnológicos o teóricos acordes a este género de tareas; sin embargo, los elementos presentados en el género de tareas anterior [ $G_{RPC}$ ] explican de manera general su razón de ser.

### CONCLUSIONES DEL ANÁLISIS PRAXEOLÓGICO

El análisis realizado permitió reconocer el papel que la modelización matemática tiene dentro de las actividades planteadas para el trabajo con los alumnos de educación primaria. A su vez, ello define el nivel de congruencia con lo esti-

**Cuadro 11.** Bloque práctico técnico  $T_{RR}$

Género de tareas	Técnicas	Grados en donde se utiliza
Tareas que proponen el trabajo con el resultado de la situación real	[ $T_{RR}$ ] Contestar preguntas reflexivas sobre las respuestas matemáticas en términos de la situación real	3º 4º 5º 6º

pulado en los planes de estudio oficiales de este nivel educativo. Se presentan a continuación algunas de las conclusiones encontradas.

Los resultados muestran que, en la mayoría de sus lecciones, los libros de texto de matemáticas de la escuela primaria plantean géneros de tareas referidas al dominio matemático. Los géneros de tareas que predominan en las lecciones de los diversos grados son aquellas donde se pide el uso de algoritmos aislados que no surge de contextos cotidianos. Ello denota que la modelación matemática es involucrada pobremente en las lecciones a partir del seguimiento de las actividades que se proponen.

De entre los contenidos matemáticos analizados, se destacan las lecciones referentes al aprendizaje de la probabilidad, puesto que en ellas se encuentran los seis géneros de tareas de modelación matemática. Siete de las 11 lecciones proponen tareas que involucran el planteamiento de una situación real. Principalmente se recurre a la generación de datos por los propios alumnos mediante diversos juegos que involucran dados o monedas. Las siete lecciones donde se trabaja con el planteamiento de situaciones reales promueven, a su vez, reflexiones sobre el resultado matemático obtenido. Principalmente se identifica como técnica de esta praxeología la respuesta a preguntas que generen una reflexión en los alumnos.

La totalidad de las lecciones de probabilidad incorporan los otros cuatro géneros tareas de modelación matemática. En siete de las 11 lecciones referidas a probabilidad, se plantea una situación problema en términos de un contexto utilizando datos otorgados por el libro. Este tipo de tareas se identificó como una situación *pseudoconcreta*.

Los contenidos referidos a probabilidad no aparecen en el Plan de estudios 2011; sin embargo, se encuentran en los libros de texto de la edición de 2009. Ello evidencia una falta de correspondencia entre ambos textos elaborados por la SEP.

Los géneros de tareas que conciernen al planteamiento de un modelo matemático y al trabajo con él se conjuntaron para la realización de un estudio más detallado con el nombre de Géneros de tareas del dominio matemático. Logramos el desglose de cinco tipos de tareas específicas referentes a la organización matemática: encontrar las combinaciones posibles en un problema dado; encontrar las permutaciones posibles en un problema dado; comparar entre dos eventos cuál es el más probable; desarrollar la noción de espacio muestral, y calcular la probabilidad de ocurrencia de un experimento aleatorio.

El análisis muestra que los libros de texto no proponen ninguna técnica

específica para realizar los tipos de tareas. Por lo general, se sugiere la utilización de procedimientos informales que generen una posterior discusión de ideas y validación de respuestas.

Son pocas las lecciones relativas a la probabilidad en las que es posible encontrar un indicio de tecnología. Solamente en dos de ellas se muestran recuadros que despliegan la definición de cierto concepto o la descripción de algún procedimiento específico.

No se explicita en ninguna lección la teoría que sustenta la tecnología de la praxeología. Las técnicas y tareas llevadas a cabo se proponen sin establecer el porqué o bajo qué supuestos es posible su argumentación. Sin embargo, y de manera complementaria, un análisis de las guías para el maestro que propone la SEP permite inferir algunos de estos elementos praxeológicos. A pesar de este intento, estos resultados coinciden con lo establecido previamente por Bosch, Fonseca y Gascón (2004), quienes muestran la ausencia de discurso tecnológico en los libros de texto de matemática en la enseñanza secundaria española.

## CONCLUSIONES

Existe una problemática aceptada respecto al aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en el nivel básico en México. La educación primaria se constituye como base de múltiples nociones matemáticas consideradas como indispensables en los niveles educativos posteriores. A su vez, es en la educación primaria donde es deseable que los alumnos inicien el aprecio a la matemática como aquella herramienta flexible que permite dar solución a una serie de problemas de la realidad. La presente investigación se interesa en aportar elementos para el logro de tal objetivo mediante un primer diagnóstico que muestre cómo se incorpora la modelación matemática en los libros de texto del país.

El acercamiento a los libros de texto de matemáticas mediante la TAD permitió dar a conocer por medio de un análisis formal el distanciamiento que existe entre el discurso político-educativo presente en los planes de estudio desprendidos de la RIEB con los materiales que se ponen a disposición de maestros y alumnos en las escuelas primarias.

El análisis elaborado concluye que la modelación matemática, estrategia que apuntala al acercamiento entre la matemática de la vida cotidiana y la escolar, no está presente en la gran mayoría de las lecciones de los libros de texto de

matemáticas para los alumnos de educación primaria. En ellas predomina la propuesta de géneros de tareas del dominio matemático, en el que se pide el trabajo con algoritmos matemáticos específicos. Los géneros de tarea referidos al planteamiento de problemas en el dominio real o *pseudoconcreto* son muy escasos, así como lo son los que demandan un trabajo con los resultados en ambos dominios mencionados.

Nuestra investigación aporta elementos al esfuerzo que siguen investigadores como Barquero, Bosch y Gascón (2011) hacia el desarrollo de una posible manera de analizar las praxeologías presentes en el proceso de modelación matemática mediante la búsqueda de los diferentes elementos en libros de texto. Los géneros de tareas que fueron adecuados de investigaciones anteriores permitieron un estudio detallado que ayudó a ver la relación de estos con cada etapa del ciclo de modelación matemática.

Consideramos que la búsqueda de los géneros de tarea de modelación matemática no debe verse limitado a libros de texto, sino que podría generar una herramienta importante para evaluar planes de clase de maestros. Con ello, se podrían brindar recomendaciones que conlleven al mejoramiento de las actividades faltantes para el desarrollo de secuencias mediante modelación matemática.

Creemos necesaria la modificación de los libros de texto de matemáticas de los alumnos para que se establezca en ellos un mayor número de géneros de tareas de modelación matemática. A su vez, coincidimos con Doerr (2007) y Romo, Romo y Velez (2012) en la necesidad de un trabajo específico y detallado en el diseño de situaciones didácticas basadas en modelación matemática con los docentes en formación, puesto que ellos representan un agente activo en la puesta en marcha de las reformas curriculares.

El contenido que se seleccionó como el que poseía mayores elementos de modelación matemática se retoma como nuestra actual línea de investigación dirigida precisamente al estudio de la formación de docentes en modelación matemática.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, C. (1998), "Neither a microscope nor a telescope, just a mathscope", en A. Ahmed y H. Williams (eds.), *Mathematical Modelling, Teaching and Assesment in a Technology Rich World*, Chichester, Inglaterra, Ellis Horwood, pp. 3-10..

- Alsina, C. (2007), "Less chalk, less words, less symbols... more objects, more context, more actions", en W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (eds.), *The 14th ICTMI study: Modelling and Applications in Mathematics Education*, Berlín, Springer, pp. 35-55.
- Barquero, B., M. Bosch y J. Gascón (2011), "Los recorridos de estudio e investigación y la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las ciencias experimentales. Enseñanza de las Ciencias", *Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, vol. 29, núm. 3, pp. 339-352.
- Blomhøj, M. y T. Jensen (2003), "Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning", *Teaching Mathematics and Its Applications*, vol. 22, núm. 3, pp. 123-139.
- Blum, W. y R. Borromeo (2009), "Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt?", *Mathematical Modelling*, vol. 1, núm. 1, pp. 45-58.
- Bosch, M., C. Fonseca y J. Gascón (2004), "Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 24, núm. 2, pp. 205-250.
- Brousseau, G. (1999), "Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 4, núm. 2, pp. 165-198.
- Carraher, T., D. Carraher y A. Schliemann (2002), *En la vida diez, en la escuela cero*, México, Siglo veintiuno editores.
- Chaachoua, H. (2009), "Étude des programmes et manuels scolaires", *Didactique des Sciences* [Material de clase].
- Chevallard, Y. (1985), *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*, Francia, La Pensée Sauvage.
- (1990), "Didactique, anthropologie, mathématiques", postfacio a la segunda edición de *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, Grenoble, La pensée sauvage.
- (1992), "Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 21, núm. 1, pp. 1-37.
- (1999), "El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, núm. 2, pp. 221-266.
- Confrey, J. (2007), "Epistemology and modelling-overview", en W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (eds.), *The 14th ICTMI study: Modelling and Applications in Mathematics Education*, Berlín, Springer, pp. 125-128.



- Cordero, F., L. Suárez, J. Mena, J. Arrieta, R. Rodríguez, A. Romo y M. Solís (2009), "La modelación y la tecnología en las prácticas de enseñanza de las matemáticas", en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 22, vol. 22, pp. 1717-1726.
- Corica, A. R. y M. R. Otero (2009), "Análisis de una praxeología matemática universitaria en torno al límite de funciones y a la producción de los estudiantes en el momento de la evaluación", *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 12, núm. 3, pp. 305-331.
- Creswell, J. (2007), *Qualitative Inquiry and Research Design*, California, Sage.
- Doerr, H. M. (2007), "What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling?", en W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (eds.), *The 14th ICTMI study: Modelling and Applications in Mathematics Education*, Berlín, Springer, pp. 69-78.
- García, F. J. (2005), *La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales*, Tesis doctoral, Universidad de Jaén.
- García, F. J., J. Gascón, L. Ruiz-Higueras y M. Bosch (2006), "Mathematical Modelling as a tool for the connection of school mathematics", *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, vol. 38, núm. 3, pp. 222-246.
- Guyon, E. (2008), *Étude des raisons d'apparition d'erreurs stables chez les élèves de troisième sur un sous domaine du calcul littéral: la factorisation*, Tesis de maestría inédita, Université Joseph Fourier, Francia.
- Hernández, R., P. Baptista y C. Fernández (2010), *Metodología de la investigación*, México, D.F., McGraw-Hill.
- INEGI (2010), *Asistencia escolar. De 6 a 14 años*. Recuperado el 20 septiembre de 2014, de <http://cuentame.inegi.org.mx/poblacion/asistencia.aspx?tema=P>
- Kaiser, G. y B. Sriraman (2006), "A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education", *Cognitive Psychology*, vol. 38, núm. 3, pp. 302-310. Disponible en: <http://link.springer.com/article/10.1007%2FBF02652813#page-1>
- Lesh, R. y C. Yoon (2007), "What is the distinctive in (our views about) models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching?", en W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (eds.), *The 14th ICTMI study: Modelling and Applications in Mathematics Education*, Berlín, Springer, pp. 161-170.
- Maaß, K. (2006), "What are modelling competencies?", *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, vol. 38, núm. 2, pp. 113-142.
- Niss, M., W. Blum y P. Galbraith (2007), "Introduction", en W. Blum, P. L. Galbraith,

- H. W. Henn y M. Niss (eds.), *The 14th ICTMI study: Modelling and Applications in Mathematics Education*, Berlín, Springer, pp. 3-32.
- OCDE (2010), *PISA 2009 Results: Learning to Learn Strategies*, Francia, OCDE Publishing.
- Pollak, H. (1969), "How can we teach applications of Mathematics?", *Educational Studies*, vol. 2, núm. 2, pp. 393-404. doi:10.1007/BF00303471
- Rodríguez, R. (2007), *Les équations différentielles comme outil de modélisation mathématique en classe de physique et de mathématiques au lycée: une étude de manuels et de processus de modélisation d'élèves en Terminale S*, Tesis de doctorado inédita, Université Joseph Fourier, Francia.
- (2010), "Aprendizaje y enseñanza de la modelación: el caso de las ecuaciones diferenciales", *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 13, núms. 4-1, pp. 191-210.
- Romo, A., R. Romo y H. Vélez (2012), "De la ingeniería biomédica al aula de matemáticas", *Revista Electrónica de Computación, Informática, Biomédica y Electrónica*, vol. 1, núm. 1.
- Ruiz-Higueras, L y F. García (2011), "Análisis de praxeologías didácticas en la gestión de procesos de modelización matemática en la escuela infantil", *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 14, núm. 1, pp. 41-70.
- Saglam, A. (2004), *Les équations différentielles en mathématiques et en physique*, Tesis de doctorado inédita, Université Joseph Fourier, Francia.
- Santos, L. M. (1997), *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*, México, Grupo Editorial Iberoamérica.
- SEP (2009), *Plan de estudios 2009*, México, Secretaría de Educación Pública.
- (2011a), *Plan de estudios 2011*, México, SEP.
- (2011b), *Programas de estudio 2011, Guía para el maestro, Educación Básica Primaria, Primer grado*, México, Secretaría de Educación Pública.
- (2011c), *Matemáticas, Primer grado, 2ª. ed.*, Ciudad de México, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- (2011d), *Matemáticas, Segundo grado, 2ª. ed.*, Ciudad de México, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- (2011e), *Matemáticas, Tercer grado, 2ª. ed.*, Ciudad de México, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- (2011f), *Matemáticas, Cuarto grado, 2ª. ed.*, Ciudad de México, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.

SEP (2011g), *Matemáticas, Quinto grado*, 2<sup>a</sup> ed., Ciudad de México, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.

——— (2011h), *Matemáticas, Sexto grado*, 2<sup>a</sup> ed., Ciudad de México, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.

——— (2013), *Resultados históricos nacionales 2011*, México, Secretaría de Educación Pública.

Trigueros, M. (2006), "Ideas acerca del movimiento del péndulo: un estudio desde una perspectiva de modelación", *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, vol. 11, núm. 31, pp. 1207-1240.

Verret, M. (1975), *Le temps des études*, Francia, Honoré Champion.

Yin, R. (2003), *Case Study Research*, California, Sage Publications.

## DATOS DE LAS AUTORAS

### **Samantha Quiroz Rivera**

Tecnológico de Monterrey, México  
samanthaq.rivera@gmail.com

### **Ruth Rodríguez Gallegos**

Tecnológico de Monterrey, México  
ruthrdz@itesm.mx

