Список использованных источников:

1. Красс, М. С. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов / Учебник. – М.: Дело, 2001. – 688 с.
2. Материалы МНТК ЭНЕРГИЯ. – 2012.
3. Чесалин, В. И. Роль математического моделирования при изучении высшей математики студентами геофака БГУ заочной формы обучения [Электронный ресурс]. – Электронные данные. – Режим доступа: http://elib.bsu.by/handle/123456789/10403. – Дата доступа 23.03.2013.
4. Инновационные исследования; причина принятия неверных решений [Электронный ресурс]. – Электронные данные. – Режим доступа: http://innoros.ru/news/foreign. – Дата доступа 23.03.2013.
5 Математическая модель слияния чёрных дыр [Электронный ресурс]. – Электронные данные. – Режим доступа: http://it-day.ru/blog/archives/625. – Дата доступа 23.03.2013.

A LOCAL CONSTRUCTION OF RIEMANNIAN METRIC

Belorusian State University of Informatics and Radioelectronics
Minsk, Belarus

Ermolitski A.A., Rusetski V.A.

Ermolitski A.A. - docent

A local construction of a Riemannian metric on a smooth manifold is given by the following theorem

Theorem. Let (M, g) be a Riemannian manifold and $x_1, \ldots, x_n$ be coordinates is some coordinate neighborhood $U \subset M$. There exists a smooth function u: $U \to \boldsymbol{R}$ that $g_{ij} = g\left(\frac{\partial}{\partial x_i}, \frac{\partial}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j}$ on U.

Proof. We consider a Riemannian manifold (M, g) as a totally geodesic subanifold of the Kaehlerian manifold $Tb\left(M, \frac{\varepsilon(p)}{2}, \overline{J} = J_1, \overline{g}\right)$ (see theorem 3 in **[1]**) then $\overline{g}\,|_M = g$.

Let $x_1, \ldots, x_n$ be coordinates in some coordinate neighborhood $U \subset M$ and $\frac{\partial}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial}{\partial x_n}$ be the corresponding vector fields. We can choose a neighborhood $\overline{U} = U \times D = \bigcup_{p \in U} D(p; \varepsilon) \subset Tb\left(M, \frac{\varepsilon(p)}{2}\right)$ where $\varepsilon \le \frac{\varepsilon(p)}{2}$ for every point $p \in U$. It is easy to see that $U \times D$ is a Riemannian product with respect the metric $\overline{g}$. For every point $x \in \overline{U}$ where $\pi(x) = p$ we denote $Y_{jx} = \overline{J}\frac{\partial}{\partial x_{jx}}$, $j = \overline{1, n}$ and the vector fieds Y_j define the coordinates $y_1, \ldots, y_n$ on $D_{(p;\varepsilon)}$ hence $Y_j = \frac{\partial}{\partial y_j}$ is tangent to $D_{(p;\varepsilon)}$ for $j = \overline{1, n}$.

So, $\overline{U}$ is an coordinate neighborhood of the Kaehlerian manifold $\left(Tb\left(M, \frac{\varepsilon(p)}{2}\right), \overline{J}, \overline{g}\right)$, with complex coordinates $z_j = x_j + iy_j,\ j = \overline{1, n},\ i^2 = -1$, and the vector fields $\frac{\partial}{\partial z_\alpha} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x_\alpha} - i\frac{\partial}{\partial y_\alpha}\right), \frac{\partial}{\partial \overline{z}_\beta} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x_\alpha} + i\frac{\partial}{\partial y_\alpha}\right), \alpha, \beta = \overline{1, n}$. It is known **[2]** that the Kaehlerian metric $\overline{g}^c$ has on $\overline{U}$ the following decomposition

$$ds^2 = 2\sum_{\alpha,\beta} \bar{g}^c_{\alpha\bar{\beta}} dz^\alpha d\bar{z}^\beta, \ \bar{g}^c_{\alpha\bar{\beta}} = \frac{\partial^2 u}{dz_\alpha d\bar{z}_\beta},$$

where u is a real-valued function on $\overline{U}$.

We have

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z_\alpha \partial z_\beta} = \frac{1}{4}\left\{\frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} - \frac{\partial^2 u}{\partial y_\alpha \partial y_\beta} - i\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y_\alpha \partial x_\beta} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial y_\beta}\right)\right\} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \bar{z}_\alpha \partial \bar{z}_\beta} = \frac{1}{4}\left\{\frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} - \frac{\partial^2 u}{\partial y_\alpha \partial y_\beta} + i\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y_\alpha \partial x_\beta} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial y_\beta}\right)\right\} = 0.$$

It follows that

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} = \frac{\partial^2 u}{\partial y_\alpha \partial y_\beta}, \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial y_\beta} = -\frac{\partial^2 u}{\partial y_\alpha \partial x_\beta}.$$

Further, we obtain

$$\bar{g}^c_{\alpha\bar{\beta}} = \frac{\partial^2 u}{\partial z_\alpha \partial \bar{z}_\beta} = \frac{1}{4}\left\{\frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} + \frac{\partial^2 u}{\partial y_\alpha \partial y_\beta} + i\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial y_\beta} - \frac{\partial^2 u}{\partial y_\alpha \partial x_\beta}\right)\right\} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} + i\frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial y_\beta}\right),$$

$$\bar{g}^c_{\bar{\alpha}\beta} = \frac{\partial^2 u}{\partial \bar{z}_\alpha \partial z_\beta} = \frac{1}{4}\left\{\frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} + \frac{\partial^2 u}{\partial y_\alpha \partial y_\beta} - i\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial y_\beta} - \frac{\partial^2 u}{\partial y_\alpha \partial x_\beta}\right)\right\} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} - i\frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial y_\beta}\right).$$

Finally, we get

$$\bar{g}\left(\frac{\partial}{\partial x_\alpha}, \frac{\partial}{\partial x_\beta}\right) = \frac{1}{2} Re\bar{g}^c\left(\frac{\partial}{\partial x_\alpha}, \frac{\partial}{\partial x_\beta}\right) = \frac{1}{2} Re\bar{g}^c\left(\frac{\partial}{\partial z_\alpha} + \frac{\partial}{\partial z_\beta}, \frac{\partial}{\partial z_\beta} + \frac{\partial}{\partial \bar{z}_\beta}\right) = Re\left(\bar{g}^c_{\alpha\beta} + \bar{g}^c_{\bar{\alpha}\bar{\beta}} +\right.$$

$$\left.+ \bar{g}^c_{\alpha\bar{\beta}} + \bar{g}^c_{\bar{\alpha}\beta}\right) = Re\left(\bar{g}^c_{\alpha\bar{\beta}} + \bar{g}^c_{\bar{\alpha}\beta}\right) = \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial y\beta}.$$

We can consider the restriction of $\bar{g}$ and the function u on the neighborhood U. So, we have obtained the theorem above.

References

1. A.A. Ermolitski, *Deformations of structures, embedding of a Riemannian manifold in a Kaehlerian one and geometric antigravitation* // Banach Center Publicantions. – Warszawa. – 2007 – V76 – P.505–514.
2. Kobayashi S., Nomizu K. *Foundations of differential geometry*// V. 2. - , New York: Wiley. - 1969.

ФРАКТАЛЫ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Козырь И. Ю.

Ламчановская М. В. – ст. преподаватель

Фракталы широко применяются в физике, биологии, в компьютерной графике для построения изображений природных объектов, таких, как деревья, кусты, горные ландшафты, поверхности морей

Фрактал (лат. fractus – дробленый, сломанный, разбитый) – сложная геометрическая фигура, обладающая свойством самоподобия, то есть составленная из нескольких частей, каждая из которых подобна всей фигуре целиком. В более широком смысле под фракталами понимают множества точек в евклидовом пространстве, имеющие дробную метрическую размерность (в смысле Минковского или Хаусдорфа), либо метрическую размерность, строго большую топологической. Каждый фрагмент фрактала повторяется при уменьшении масштаба.