

Étude d'une onde de choc granulaire

A. Vilquin and J.F. Boudet

Laboratoire Ondes et Matière d'Aquitaine, Université Bordeaux 1

Résumé

Dans la grande thématique des milieux granulaires, nous avons choisi d'étudier la réponse de ce type milieu à un choc ponctuel important : une explosion granulaire. Plus précisément, nous nous intéressons à la dynamique de croissance du rayon de l'explosion dans un milieu granulaire. Cette explosion générant une onde de choc, nous avons utilisé une expérience modèle pour comprendre la structure d'une « onde de choc granulaire ». Dans notre expérience modèle, l'onde de choc est générée par l'écoulement d'un milieu granulaire peu dense sur un obstacle fixe. Dans les gaz, il existe des équations raccordant l'état du milieu avant et après une onde de choc : les équations de Rankine-Hugoniot, indispensables pour décrire une explosion gazeuse. Nous avons montré à partir d'un modèle et des expériences qu'il était possible d'appliquer ces équations à un milieu granulaire malgré son caractère hautement dissipatif. Cette connaissance des conditions de raccord dans une onde de choc est essentielle à la compréhension de la dynamique de croissance du rayon de l'explosion dans un milieu granulaire. Nous présentons ici les premiers résultats obtenus sur l'étude d'une onde de choc granulaire.

Dans les gaz, une onde de choc est un phénomène hors-équilibre qui ne peut pas être décrit par la théorie cinétique, il est nécessaire d'utiliser l'équation de Boltzmann dont la résolution est très complexe. Les équations de Rankine-Hugoniot, qui proviennent des équations de conservation, permettent cependant de relier la densité, la vitesse moyenne et la température du gaz avant et après l'onde de choc [1], cela n'est pas applicable dans les granulaire à cause de la dissipation. Les travaux de Mott-Smith proposent une description bimodale de l'onde de choc. L'état du système est interprété comme une superposition de deux états : l'état du milieu avant l'onde de choc et l'état du milieu après. La proportion de chaque état dépend de la position dans l'onde de choc. Dans les gaz, les distributions de vitesses observées peuvent en effet être interprétées comme la somme de deux distributions gaussiennes dans des proportions dépendant de la position dans l'onde de choc. L'une concerne les particules avant l'onde de choc et l'autre après l'onde de choc. Ces résultats ont été affinés et confirmés par plusieurs études théoriques [2] et expérimentales dans les gaz [3], les plasmas [4] et les granulaires [5]. Dans un milieu granulaire, les faibles vitesses du son permettent de générer et d'étudier plus facilement des ondes de choc supersoniques que dans le cas des gaz [6]. Cependant la dissipation provoquée par les chocs inélastiques entre particules ne permettent d'écrire les mêmes lois de conservation. Notre étude montre que dans le cadre d'un modèle bimodale et en introduisant les termes de dissipation à posteriori, il est possible de comprendre la structure de l'onde l'onde de choc mesurée expérimentalement.

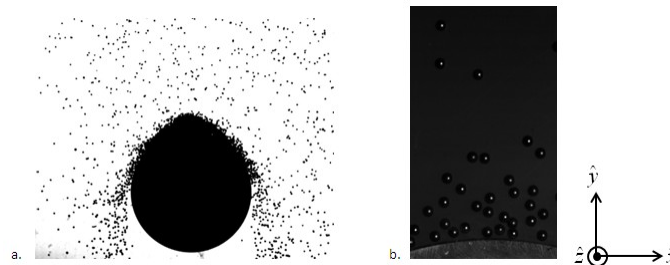


FIGURE 1 – a. Photographie de l'écoulement autour du cylindre prise en transmission, épaisseur entre les plaques de 2 mm. b. Photographie de l'écoulement prise en réflexion dans les conditions de l'expérience, épaisseur entre les plaques de 1,5 mm, hauteur de chute des billes d'environ 6 cm.

L'étude de l'onde de choc granulaire est réalisée en générant un écoulement de billes d'acier d'1 mm de diamètre sur un obstacle cylindrique d'un rayon de courbure de plusieurs centimètres (Fig 1), le tout confiné entre deux plaques de verres. Pour de fortes densités, un tel écoulement arrivant à des vitesses de l'ordre de 1 m.s^{-1} induit une onde de choc supersonique au niveau de l'obstacle. L'obstacle cylindrique permet un écoulement par le côté et l'établissement d'un régime stationnaire dans le milieu sans accumulation continue de matière au sommet de

l'obstacle (Fig 1 a.). L'écoulement est réalisé avec une épaisseur de 1,5 mm entre les plaques et l'obstacle est placé successivement à différentes distances de l'alimentation des billes, ce qui permet de faire varier la vitesse du jet initial. Ce cas quasi-bidimensionnel permet un meilleur suivi des particules en évitant que certaines puissent être dissimulées derrière les autres. Le dispositif est uniformément éclairé de façon à collecter la lumière réfléchie. La réflexion métallique sur les billes d'acier génère un centre lumineux plus simple à utiliser pour suivre les particules (Fig 1 b.). L'acquisition des images est réalisée à l'aide d'une caméra ultrarapide à une fréquence allant de 3000 à 4000 Hz et à une calibration d'environ 45 pixels/mm. Le système est étudié le long de l'axe y regardant localement des « boîtes » centrées sur cet axe de quelques millimètres à un centimètre de largeur suivant x et de hauteur d'environ une taille de bille suivant y . Le suivi des particules est obtenu avec le logiciel ImageJ et les données sont traitées par un programme Matlab adapté créé spécifiquement pour cette étude. Par ce traitement, les particules suivies sont séparées par un seuillage sur l'accélération et la vitesse en deux populations : Les particules dites « rapides » et dites « lentes » étant respectivement les particules n'ayant pas encore subi de choc significatif au niveau de la zone dense et celles en ayant subi au moins un. Choc significatif signifie ici un choc modifiant la vitesse de manière significative, ce qui exclu les chocs rasants entre particules et avec les parois. Cela revient finalement à considérer les particules avant et après l'onde de choc. Le choix d'un modèle bimodal, par analogie aux gaz, est guidé par l'allure des distributions de vitesses des particules (Fig 2 a.).

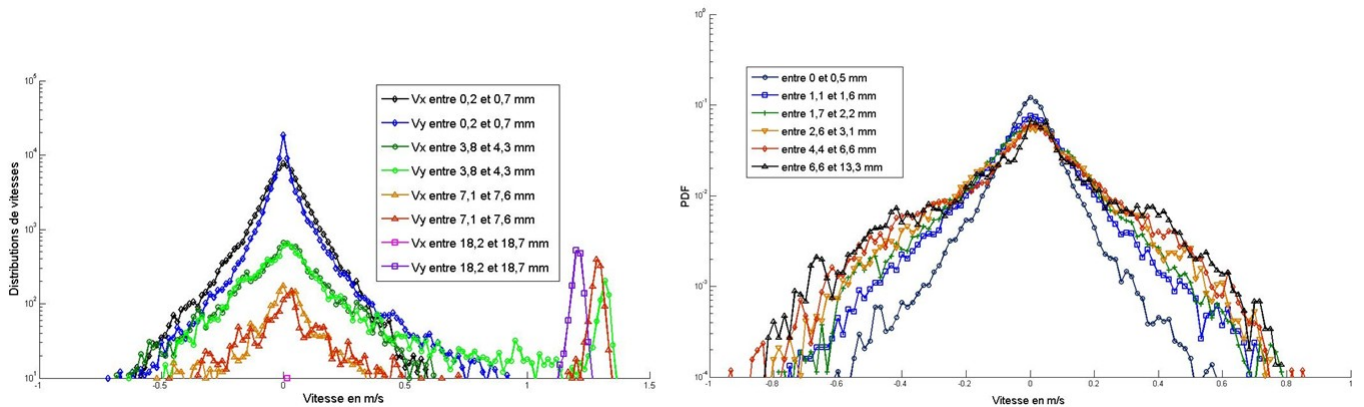


FIGURE 2 – Distributions de vitesses pour différentes distances de l'obstacle pour une épaisseur de 1,5 mm entre les plaques, hauteur de chute de 6 cm, à $\phi_1^\infty = 0,007$, filmé par réflexion à une fréquence de 3000 Hz. a. Distributions des vitesses des particules lentes suivant x et des particules totales suivant y . b. Distributions normalisées des vitesses des particules lentes suivant x .

Comme dans le cas des gaz, les distributions de vitesses sont bimodales comme déjà observé dans une précédente étude [5]. Cela est d'autant plus visible que les particules rapides ont une vitesse moyenne très différente de celle des particules lentes. Le pic le plus important est centré autour de zéro et représente les particules dites lentes, on remarque d'ailleurs qu'il est de largeur semblable au pic des vitesses suivant x ce qui signifierait une certaine isotropie du milieu au niveau de l'obstacle dans l'onde de choc. Le second pic situé entre 1 et 1,5 m.s⁻¹ correspond aux particules initialement en chute libre : ce pic diminue à proportion que celui des particules lentes augmente quand on se rapproche de l'obstacle et la vitesse augmente sous l'effet de la pesanteur. Les distributions dans la zone de l'onde de choc sont une somme des deux distributions de particules rapides et lentes : l'état dans l'onde de choc peut bien être interprété comme la superposition de deux états. Entre les deux pics, il semble tout de même exister des particules de vitesses intermédiaires qui pourrait limiter l'utilisation de ce modèle à deux populations.

Les distributions normalisées (Fig 2 b.) de vitesse suivant x montrent que la largeur du pic augmente au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'obstacle puis devient constante. Cette tendance signifie une augmentation puis un plateau de la température des particules lentes confirmé en étudiant les grandeurs locales (Fig 4 a.). Enfin les distributions ne sont pas gaussiennes, ce qui était déjà apparu dans d'autres études sur ce type de système hors équilibre thermodynamique local du fait de la dissipation [1][5].

Le jet initial, de densité loin de l'obstacle ϕ_1^∞ , tombe avec une vitesse moyenne v_1 sous l'effet de la pesanteur. Suffisamment loin de l'obstacle, ce jet est essentiellement constitué de particules dites « rapides ». Par le suivi de particules, nous avons pu mesurer expérimentalement l'évolution des densités de particules rapides et lentes ϕ_1 et ϕ_2 , leurs vitesses moyennes v_1 et v_2 ainsi que la température granulaire T_2 des particules lentes défini comme l'écart quadratique moyen des vitesses des particules lentes $T_2 = \frac{1}{2} (\langle v_{2x}^2 \rangle + \langle v_{2y}^2 \rangle)$, $\langle v_{2i}^2 \rangle$ étant l'écart quadratique de la vitesse suivant la coordonnée i .

Les grandeurs sont mesurées localement en considérant des « boîtes » sur toute la largeur mais de hauteur

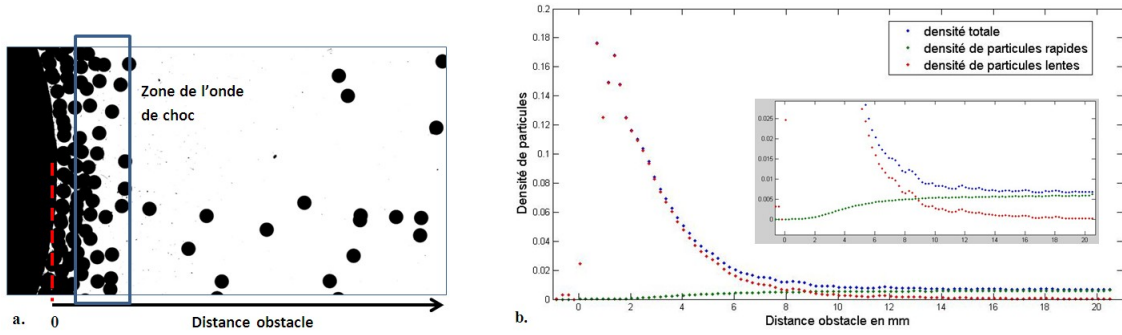


FIGURE 3 – a. Photographie d'un écoulement pour une épaisseur entre les plaques de 2 mm, hauteur de chute de 10 cm à $\phi_1^\infty = 0,014$. b. Mesure de la densité totale ϕ , de la densité des particules rapides ϕ_1 et des particules lentes ϕ_2 pour une épaisseur de 1,5 mm entre les plaques, hauteur de chute de 6 cm, à $\phi_1^\infty = 0,007$, filmé par réflexion à une fréquence de 3000 Hz.

environ égale à une taille de bille. Les particules s'accumulent au sommet de l'obstacle (Fig 3 a.) jusqu'à une certaine densité. Ainsi les particules rapides incidentes se « transforment » en particules lentes par collision avec les particules présentes dans la zone dense et non avec l'obstacle lui-même. On observe la « taille » de la zone de l'onde de choc par l'intermédiaire de la longueur de décroissance de la densité des particules rapides (Fig 3 b.). La vitesse des particules lentes suivant y augmente au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'obstacle et semble tendre vers une valeur plateau. La même tendance est observée pour la température des particules lentes.

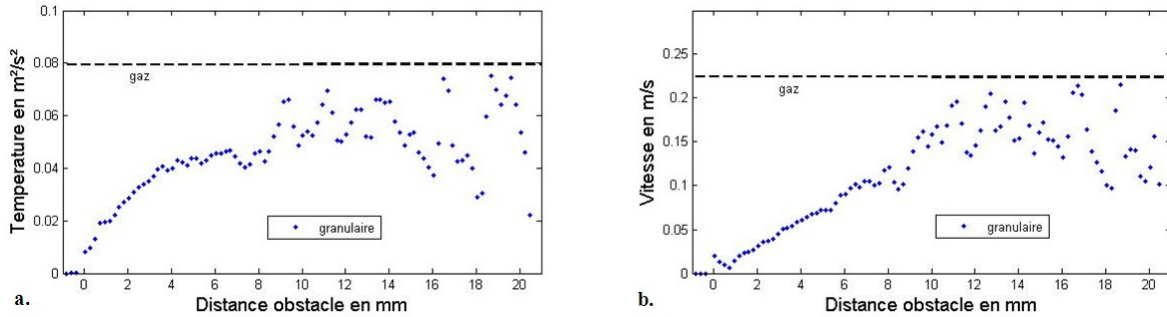


FIGURE 4 – Pour une épaisseur de 1,5 mm entre les plaques, hauteur de chute de 6 cm, à $\phi_1^\infty = 0,007$, filmé par réflexion à une fréquence de 3000 Hz : a. Mesure de la température des particules lentes suivant x . b. Mesure de la vitesse moyenne des particules suivant y . Les courbes tracées dans le cas du gaz sont des modèles dont la valeur plateau a été choisie arbitrairement

Dans les gaz, le modèle de Mott-Smith prévoit une valeur fixe après l'onde de choc pour la vitesse et la température du milieu. Dans notre cas, le caractère dissipatif du milieu est une cause probable de la diminution de ces deux grandeurs près de l'obstacle. Dans notre modèle bimodale, nous considérons trois sortes de collisions dont deux vont vraiment entraîner de la dissipation : Nous négligeons les éventuels chocs entre particules rapides lors de la chute initiale et considérons les chocs transformant les particules rapides en particules lentes et les chocs entre les particules lentes. La dissipation liée aux collisions entre particules rapides et lentes va diminuer le transfert d'énergie entre avant et après l'onde de choc. Cela fera ainsi diminuer la température par rapport au cas des gaz mais cette diminution sera identique en tout point et ne peut pas expliquer à elle-seule la chute de température près de l'obstacle. En revanche, les collisions entre particules lentes vont dissiper de plus en plus d'énergie au fur et à mesure que leur densité va augmenter. Ce terme de dissipation complètement négligeable loin de l'obstacle va augmenter au fur et à mesure que l'on s'en rapproche, il explique la différence avec la valeur constante de température dans le cas d'une onde de choc gazeuse. Au plus près de l'obstacle, les particules deviennent quasiment immobiles et s'évacuent lentement par les cotés. Au delà de plus de 7-8 mm de l'obstacle, les mesures de v_2 et T_2 deviennent moins précises (Fig 4) car le nombre de particules lentes est très réduit. Cela se retrouve dans la forme des distributions de vitesse et permet de donner un critère sur la cohérence d'un point de mesure local.

Le modèle bimodale permet d'appliquer les équations de conservation (masse, quantité de mouvement et énergie) issues de l'équation de Boltzmann à deux populations. A ce niveau, elles ne dépendent de la forme de la distribution.

Ces trois équations ne permettent pas de résoudre complètement le système reliant ϕ_1 , ϕ_2 , v_1 , v_2 et T_2 . Nous y ajoutons une relation liant les densités de particules lentes et rapides déjà introduite dans une étude précédente [5] : $\frac{\partial \phi_1}{\partial y} = \frac{\phi_1}{l(\phi_2)}$ où $l(\phi_i) = \frac{6\sqrt{2}}{d_{bille}} \phi_i$ est le libre parcours moyen d'une bille dans un milieu de densité ϕ_i . Cela revient à dire qu'en moyenne, une particule rapide parcourt son libre parcours moyen dans un milieu de densité ϕ_2 avant de subir un choc qui la transforme en particule lente. Cette équation supplémentaire, inconnue encore dans les gaz, permet de normaliser le système et de travailler avec les grandeurs adimensionnées $\frac{T_2}{v_1^2}$, $\frac{\phi_1}{\phi_1^\infty}$ et $\frac{y}{l(\phi_1^\infty)}$ (Fig 5).

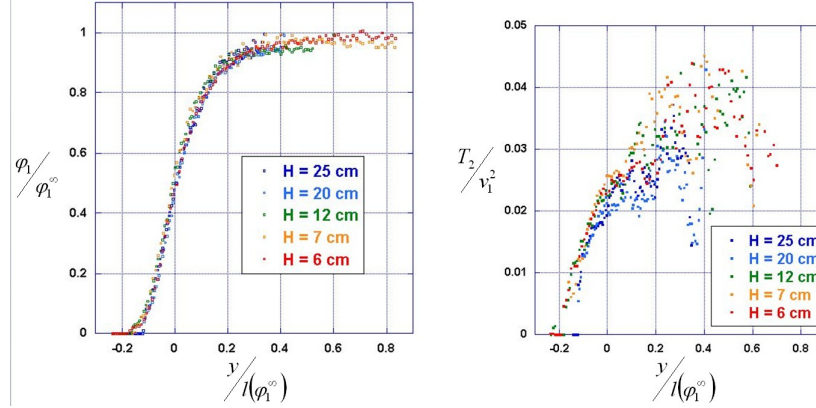


FIGURE 5 – Densité des particules rapides et température des particules lentes suivant x en fonction de la distance à l'obstacle en libre parcours moyen $y/l(\phi_1^\infty)$ pour une épaisseur de 1,5 mm entre les plaques. L'origine est prise sur le milieu de l'onde de choc où la densité des particules rapides a chuté de moitié.

ϕ_1^∞ est déterminé par conservation du débit et en considérant que les particules rapides tombent sous gravité, y est la distance à l'obstacle. L'expérience a été réalisée pour différentes hauteurs de chute afin de faire varier la vitesse initiale des billes. Par conservation du débit, une variation de la vitesse de l'écoulement entraîne ici une variation de sa densité. Cette normalisation permet de comparer les densités et températures obtenues pour les différentes hauteurs de chute (Fig 5). On observe la superposition des profils tant en densité qu'en température. Pour les densités, nous pouvons donc déduire une longueur de décroissance caractéristique à une épaisseur donnée entre les plaques, taille caractéristique dans l'onde de choc. Pour la température, on observe une valeur plateau entre 0 et 0,2 libre parcours moyen. Au delà, les observations sont plus délicates étant donné le faible nombre de particules lentes en jeu. Grâce à la relation supplémentaire, qui n'a pas encore d'équivalent dans les gaz, nous sommes capables de résoudre complètement le problème et de déterminer toutes les grandeurs mises à jeu dans l'onde de choc. Il est pour cela nécessaire de tenir compte des spécificités de notre expérience : particules soumises à la pesanteur, forces exercées par l'obstacle et les parois, écoulement par les côtés. Nous avons également pu tester les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie en les adaptant à notre milieu. En effet, les équations de conservation utilisées sont issues de l'équation de Boltzmann pour un milieu non dissipatif, ce qui n'est pas notre cas ici. Pour surmonter ce problème, nous avons choisi d'introduire la dissipation en ajoutant directement les termes de dissipation issus de la littérature [7] dans l'équation de conservation de l'énergie. Nous ajoutons ainsi deux termes de dissipation pour les deux types de collisions décrits plus haut, l'un entre particules rapides et particules, l'autre pour les particules lentes entre elles. Par ce modèle bimodale, il est possible de décrire complètement la structure de l'onde de choc dans un milieu granulaire. L'accord entre la résolution numérique et les courbes expérimentales obtenues sera présenté lors du séminaire.

Références

- [1] H. Mott-Smith, Phys. Rev. 82, 885 (1951).
- [2] M.A. Solovchuk and T.H.W. Sheu, Phys. Rev. E 81, 056314 (2010).
- [3] G. Pham-Van-Diep, D. Erwin, and E. P. Muntz, Science 245, 624 (1989).
- [4] S. Mazouffre, P. Vankan, R. Engeln, and D. C. Schram, Phys. Rev. E 64, 066405 (2001).
- [5] J.F. Boudet, Y. Amarouchene and H. Kellay, Phys. Rev. Lett. 110, 254503 (2008).
- [6] Y. Amarouchene and H. Kellay, Phys. Fluids 18, 031707 (2006).
- [7] E. L. Grossman, T. Zhou, and E. Ben-Naim, Phys. Rev. E 55, 4200 (1997).