

Universidade de Lisboa  
Faculdade de Ciências  
Departamento de Engenharia Geográfica, Geofísica e Energia



**Aplicação dos mínimos quadrados inteiros na interferometria SAR.  
Estudo de caso em Singapura.**

**André Luís Alves Quintela de Oliveira**

Trabalho de Projecto  
Mestrado em Engenharia Geográfica

**2013**

Universidade de Lisboa  
Faculdade de Ciências  
Departamento de Engenharia Geográfica, Geofísica e Energia



**Aplicação dos mínimos quadrados inteiros na interferometria SAR.  
Estudo de caso em Singapura.**

**André Luís Alves Quintela de Oliveira**

Trabalho de Projecto

Mestrado em Engenharia Geográfica

Orientador: Prof. Dr. João Catalão Fernandes

**2013**

## Resumo

---

A tecnologia SAR, em combinação com a interferometria, é uma ferramenta de baixo custo que permite a monitorização da deformação da superfície a grande escala e a criação de modelos digitais de elevação. A técnica é chamada de *Interferometric Synthetic Aperture Radar* (InSAR), e permite estimar o movimento diferencial a partir de um conjunto interferogramas, criados a partir do cálculo de diferença de fase entre pixéis homólogos de duas imagens SAR. Os interferogramas são posteriormente processados, com o objectivo de seleccionar os pontos que apresentem uma grande estabilidade no valor de fase ao longo do tempo, denominados *Persistent Scatterers* (PS), que permitem realizar medições com precisão milimétrica.

O objectivo deste trabalho consiste na aplicação do algoritmo STUN do autor Kampes [2006] que oferece uma metodologia alternativa à técnica de referência dos *Persistent Scatterer* proposta por Ferretti et al., [2001], onde a fase desenrolada é determinada com recurso aos mínimos quadrados inteiros e no qual as observações podem assumir precisões diferentes.

Para o estudo deste método utilizou-se como área de estudo a ilha de Singapura. O modelo digital do terreno utilizado foi o SingDTM, e utilizou-se um total de 21 interferogramas, com uma série temporal de imagens SAR do satélite ERS1 adquiridas entre 1995 e 2000, computados através do software *Doris*.

Foi utilizado um algoritmo para demonstrar o processo de cálculo dos mínimos quadrados inteiros na estimação do erro do DEM e do deslocamento em pontos PS, utilizando observações de fase enroladas. Este algoritmo utiliza rotinas existentes no algoritmo STUN de Kampes [2006].

## Abstract

---

The SAR technology in combination with interferometry, is a low-cost tool which allows the monitorization of the surface deformation and the creation of large scale digital terrain models. The technique is called *Interferometric Synthetic Aperture Radar* (InSAR), and allows to estimate the differential motion from a set of interferograms, created by calculating the phase difference between two pixels counterparts SAR images. The interferograms are then processed, using a software, and points are selected which have a high stability over a long period of time, called Persistent Scatterers (PS) that enable measurements with millimeter precision.

The aim of this work is the application of the algorithm STUN from Kampes [2006], an alternative approach to the technical reference of the Persistent Scatterer proposed by Ferretti et al., [2001], where the unwrapped phase is determined using the least squares integers and where the observations may have different uncertainties.

To study this method was used as area of study the island of Singapore. The digital terrain model used was SingDTM, and a total of 21 interferograms were used with a time series of satellite ERS1 SAR images acquired between 1995 and 2000, computed through Doris software.

An algorithm was used to demonstrate the calculate process of the integer least squares in the estimation of the DEM error and displacement at PS points with wrapped phase observations. This algorithm uses routines that exist in Kampes STUN algorithm [2006].

## **Agradecimentos**

---

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao Prof. Doutor João Catalão, não só pela orientação científica fornecida ao longo do trabalho, mas também pelo apoio e constantes sugestões face aos problemas que iam surgindo.

Aos professores do Curso de Engenharia Geográfica que me passaram o seu conhecimento durante o meu percurso académico.

À família e amigos pela motivação e suporte sempre demonstrado.

# Índice

---

1	Introdução .....	1
1.1	Introdução .....	1
1.2	Estado de Arte .....	2
1.3	Objectivo do trabalho .....	4
1.4	Organização do trabalho .....	4
2	<i>Persistent Scatterers</i> na Interferometria SAR.....	6
2.1	Interferometria SAR .....	6
2.2	Limitações da técnica InSAR.....	8
2.3	A técnica <i>Persistent Scatterers</i> .....	10
3	Estimador do valor inteiro pelos mínimos quadrados .....	16
3.1	Introdução .....	16
3.2	O Método LAMBDA .....	16
3.3	Solução fixa .....	18
3.4	Aplicação do Método LAMBDA na interferometria radar .....	19
4	O algoritmo STUN .....	22
4.1	Desenrolamento tri-dimensional da fase.....	22
4.2	Modelo Funcional.....	24
4.3	Modelo Estocástico .....	26
4.4	Estimativa da componente da variância .....	28
4.5	Cálculo da rede de referência .....	29
4.6	Estimação dos pontos relativamente à rede de referência .....	32
4.7	Estimativa final .....	32
5	Análises e resultados do estudo de caso em Singapura .....	35
5.1	Singapura.....	35
5.2	Descrição dos dados.....	35
5.3	Processamento Interferométrico dos dados multi-temporais SAR.....	37
5.4	Processamento de referência .....	38
5.5	Integração da rede .....	45
5.6	Estimação de pontos em relação à rede de referência .....	52
6	Conclusão.....	55

## Índice de figuras

---

Figura 1 – Geometria de aquisição Radar .....	7
Figura 2 – Esquema da medição da deformação do solo pela técnica InSAR .....	7
Figura 3 – Interferograma InSAR, valor da fase em radianos.....	8
Figura 4 – Comparação entre o índice de dispersão e o desvio padrão da fase.....	13
Figura 5 – Esquema do algoritmo STUN .....	23
Figura 6 – Rede que demonstra as ligações mínimas necessárias para resolver o problema de desenrolamento de fase.....	24
Figura 7 – Rede com conexões redundantes que pode ser utilizada para detectar pontos incoerentes e estimações incorrectas entre pontos .....	24
Figura 8 – Geometria da posição de um <i>scaterrer</i> de um sub-pixel em azimute e distância ao solo .....	26
Figura 9 – Cálculo da rede de referência.....	29
Figura 10 – Conexão de novos pontos (círculos) aos pontos da rede de referência (quadrados).....	32
Figura 11 – Modelo Digital do Terreno de Singapura .....	37
Figura 12 – Distribuição da base perpendicular para Singapura.....	38
Figura 13 – Amplitude para a Ilha de Singapura.....	39
Figura 14 – Lista de <i>Persistent Scatterer Candidates</i> inicial (em cima) e final (em baixo).....	39
Figura 15 – Pontos da rede de referência .....	40
Figura 16 – Rede de referência.....	41
Figura 17 – Arcos usados no VCE .....	42
Figura 18 – Conjunto de PSC obtidos após eliminação; amostra de pontos "óptima" usada para o estudo.....	46
Figura 19 – Rede de exemplo para construção da matriz <i>C</i> .....	47
Figura 20 – Distribuição dos resíduos ajustados para o erro do DEM [m] .....	48
Figura 21 – Distribuição dos resíduos ajustados para o deslocamento [mm/ano].....	49
Figura 22 – Resíduos ajustados nos arcos da rede de referência para o erro do DEM... ..	49
Figura 23 – Resíduos ajustados nos arcos da rede de referência para o deslocamento.. ..	50
Figura 24 – Erro do DEM nos pontos que compõem a rede de referência.....	51
Figura 25 – Deslocamento nos pontos que compõem a rede de referência.....	51
Figura 26 – Comparação entre os valores de fase de um ponto que origina arcos com resíduos baixos (a azul) e um ponto que origina arcos com resíduos elevados (a vermelho).....	52

Figura 27 – Erro do DEM nos pontos após a estimação de novos pontos em relação à rede de referência.....	53
Figura 28 – Deslocamento nos pontos após a estimação de novos pontos em relação à rede de referência.....	54
Figura 29 – Valor da variância <i>a posteriori</i> nos pontos após a estimação final.....	54

## Índice de tabelas

---

Tabela 1 – Base perpendicular e temporal do ERS1 .....	35
Tabela 2 – Informação estatística da rede de referência.....	41
Tabela 3 – Informação estatística dos arcos utilizados para o <i>Variance Component Estimation</i> .....	41
Tabela 4 – Amostra de valores de diferenças duplas de fase nos arcos .....	44
Tabela 5 – Estatística dos resíduos ajustados obtidos nos arcos da rede de referência para o erro do DEM e deslocamento .....	48
Tabela 6 – Estatística da estimação erro do DEM e do deslocamento nos pontos da rede de referência .....	50
Tabela 7 – Estatística da estimação final para erro do DEM e do deslocamento.....	53



## Abreviaturas

---

<b>APS</b>	Atmospheric Phase Screen
<b>DEM</b>	Digital Elevation Model
<b>DORIS</b>	Delft Object-Oriented Radar Interferometric Software
<b>DTM</b>	Digital Terrain Model
<b>ERS</b>	European Remote Sensing Satellite
<b>ESA</b>	European Space Agency
<b>GPS</b>	Global Positioning System
<b>ILS</b>	Integer Least-Square
<b>InSAR</b>	Interferometric Synthetic Aperture Radar
<b>LAMBDA</b>	Least-squares AMBiguity Decorrelation Adjustment
<b>PS</b>	Persistent Scatterer
<b>PSC</b>	Persistent Scatterer Candidate
<b>SAR</b>	Synthetic Aperture Radar
<b>SRTM</b>	Shuttle Radar Topography Mission
<b>STUN</b>	Spatial Temporal Unwrapping Network
<b>VCE</b>	Variance Component Estimation

## Lista de Símbolos

---

$W\{\cdot\}$	Dados Enrolados
$\gamma$	Coerência complexa
$\theta_{x,inc}^k$	Ângulo incidente local
$B_{\perp x}^x$	Base perpendicular local
$D_a$	Índice de dispersão da amplitude
$f_{x,dc}^k$	Frequência local do centro de Doppler
$\varphi$	Fase na imagem SAR
$\phi$	Fase interferométrica enrolada
$\Phi$	Fase interferométrica desenrolada
$\hat{\sigma}^2$	Factor variância <i>a posteriori</i>
$\sigma_{atmo}^2(0)$	Variância da fase atmosférica
$A$	Matriz para o modelo de equações de observação dos parâmetros inteiros
$\bar{A}$	Matriz reduzida ( $\bar{A} = P_B^\perp A$ )
$B$	Matriz para o modelo de equações de observação de fase
$C$	Matriz que descreve a rede espacial
$P_B^\perp$	Matriz de projecção ortogonal dos Mínimos-Quadrados
$Q_k$	Matriz Co-factor da componente de variância do modelo
$Z$	Transformação-Z para a decorrelação de ambiguidades
$a$	Vector de ambiguidades desconhecidas inteiras
$\hat{a}$	Solução flutuante para as ambiguidades
$\check{a}$	Solução inteira para as ambiguidades
$b$	Vector dos parâmetros desconhecidos
$\hat{b}$	Vector dos parâmetros desconhecidos ajustados
$\check{b}$	Vector dos parâmetros desconhecidos ajustados utilizando $\check{a}$
$e$	Vector de medição de ruído
$\hat{e}$	Vector de resíduos ajustados
$\check{e}$	Vector de resíduos desenrolados
$Q_{\hat{e}}$	Matriz variância-covariância <i>a posteriori</i> dos resíduos dos mínimos quadrados
$Q_{\hat{b}}$	Matriz variância-covariância <i>a posteriori</i> dos parâmetros estimados
$Q_y$	Matriz variância-covariância <i>a priori</i> das observações
$Q_{\hat{y}}$	Matriz variância-covariância <i>a posteriori</i> das observações ajustadas
$y$	Vector de observações
$\hat{y}$	Vector de observações ajustadas
$\check{y}$	Vector de observações ajustadas utilizando $\check{a}$
$\hat{z}$	Solução flutuante para a transformação-Z dos parâmetros desconhecidos
$\check{z}$	Solução inteira para a transformação-Z dos parâmetros desconhecidos

# 1 Introdução

---

## 1.1 Introdução

A interferometria radar de abertura sintética (InSAR, *Interferometric Synthetic Aperture Radar*) envolve a utilização de duas ou mais imagens SAR da mesma área para calcular a topografia e deformação da superfície. Um sistema SAR consiste num satélite que possui a bordo um sensor activo, que pode trabalhar tanto durante o dia como à noite sob todas as condições meteorológicas, e que emite ondas electromagnéticas na banda das microondas com comprimentos de onda entre os 3 cm (banda X) e os 21 cm (banda L).

Contudo, esta técnica está fortemente sujeita a efeitos de descorrelação temporal e geométrica, e heterogeneidades atmosféricas que degradam a precisão das medições. Com o surgimento da técnica dos *Persistent Scatterers* (PS) na interferometria SAR, Ferretti et al., [2001], foi possível reduzir os principais erros da interferometria diferencial, representando nos dias de hoje um processo quase universal de mapeamento da deformação da superfície da Terra. Esta técnica tem a potencialidade de em determinadas condições (elevado número de imagens SAR) mitigar os efeitos atmosféricos presentes nas imagens SAR e utiliza o inconfundível *scatterer* de determinados alvos terrestres para melhorar a precisão da medição da deformação para valores na ordem dos milímetros.

Em síntese, o objectivo do processamento PS-InSAR é conseguir separar as diferentes contribuições (deformação da superfície, atraso da atmosfera, erro do DEM, erro da órbita e a descorrelação do ruído) tendo em conta a distribuição espaço-temporal e a correlação entre as amostras dos pontos PS. Após a remoção destes erros é então possível calcular o histórico das deformações com precisão milimétrica.

A técnica dos PS InSAR tem sido aplicada com sucesso em variadas situações, entre as elas as mais usadas têm sido na medição da subsidência da superfície terrestre, na medição da velocidade de movimentos de vertente ou na medição das deformações vulcânicas.

A técnica de referência dos *Persistent Scatterer* proposta por Ferretti et al. [2001] usa uma função coerência para calcular a velocidade e o erro do DTM na posição dos *persistent scatterers*. Em particular, a técnica proposta faz uma pesquisa no espaço da solução, usando a função coerência para esse efeito, seleccionando o valor de velocidade e o erro do DTM como o valor máximo da função coerência. Este método é pouco rigoroso e assume que todos os dados têm a mesma variância de erro (ou pesos). Por isso, em 2006, Kampes propõe uma metodologia alternativa na qual usa os mínimos quadrados inteiros para estimar as ambiguidades de fase, bem como a velocidade e os erros do DTM. Relativamente à técnica de referência são realizadas propostas de

alteração no modelo funcional e no modelo estocástico. Na técnica de referência PS é utilizado um modelo linear do deslocamento durante a estimação utilizando dados de fase enrolados. Isto tem a desvantagem de que deslocamentos não-modelados (não-lineares) podem induzir a erros na estimação do sinal atmosférico. Além disso, se o deslocamento for significativamente diferente da estimação do modelo, pode não ser possível encontrar uma solução. Neste algoritmo, o modelo funcional é estendido para permitir estimativas dos parâmetros de deslocamento cinemáticos, ou seja, o deslocamento é completamente parametrizado. Relativamente ao modelo estocástico, é assumido na técnica PS de referência que os dados interferométricos têm igual peso. Isso pode não ser correcto, por exemplo, devido a diferenças nas condições atmosféricas durante as aquisições. Neste estudo é formulada uma estimativa da componente para a variância do modelo estocástico baseada nas observações de fase originais. Este modelo tem em conta existência de ruído aleatório e variações das condições atmosféricas durante as aquisições. Os factores de variância deste modelo são estimados depois de uma estimação inicial utilizando um modelo estocástico tradicional.

## 1.2 Estado de Arte

Um dos primeiros trabalhos que demonstraram a aplicabilidade da interferometria SAR na medição da deformação do terreno foi apresentado por Massonet *et al.*, [1993] que consistiu no mapeamento do deslocamento da superfície do solo devido ao terramoto de Landers em 1992, utilizando um par de imagens SAR recolhidas antes e depois do sismo. Os dados acerca do deslocamento da superfície permitiram a compreensão da distribuição da deformação e da dinâmica das rupturas durante os sismos, contribuindo para descobrir a localização do evento, a geometria da falha e o campo de deformação. A importância desta técnica no estudo de fenómenos sísmicos foi já provada em variados trabalhos [Massonet *et al.*, 1993; Massonet, 1995; Catita *et al.*, 2005].

A aplicação InSAR permitiu também o estudo de outros fenómenos naturais, como por exemplo o mapeamento da superfície durante erupções vulcânicas [Massonet, 1995; Lu *et al.*, 1997; Hooper *et al.*, 2004; Hooper, 2006; Hole *et al.*, 2006]. A sua utilização permite adquirir informação sobre a dinâmica do magma, podendo mesmo detectar padrões na deformação da superfície com o objectivo de alertar sobre a actividade vulcânica e ocorrência de sismos que precedem as erupções em vulcões que se encontram em períodos de repouso, servindo assim de suporte à decisão na resposta aos desastres naturais [Lu *et al.*, 2007].

Outros trabalhos de sucesso foram realizados com o intuito de determinar o movimento de glaciares e massas de gelo [Goldstein *et al.*, 1993, Tucker *et al.*, 2001]. O estudo dos glaciares e fluxos de gelo é conseguido com o uso de várias imagens, documentando o historial a curto prazo do manto do gelo, auxiliando na compreensão do seu impacto na mudança do nível do mar e no aquecimento global.

As imagens InSAR provaram também ser úteis no mapeamento da subsidência em meios urbanos como na cidade do México [Batuhan *et al.*, 2011], Veneza [Tosia *et al.*, 2009], Lisboa [Catalão *et al.*, 2010] ou Singapura [Catalão *et al.*, 2013].

Uma das aplicações mais comuns do InSAR é a geração de Modelos de Elevação do Terreno (DEMs), através de passagens sucessivas (pelo menos duas) de um sensor SAR na mesma zona. Porém existem muitos erros na construção destes modelos, como a decorrelação geométrica e temporal que ocorrem devido ao intervalo de tempo entre as aquisições dos interferogramas. Para gerar um DEM de alta qualidade, esses erros têm que ser corrigidos.

O desenvolvimento rápido das técnicas e aplicações InSAR começaram após o lançamento do satélite ERS-1 em 1991, que tinha como principal missão a monitorização dos oceanos e dos glaciares e gelos polares. Porém a qualidade da informação, o controlo sobre a órbita e a fácil distribuição de imagens, foram condições que permitiram o desenvolvimento da interferometria [Hanssen, 2001]. Em 1995 foi lançado o ERS-2, e a interoperabilidade entre os 2 satélites permitiu obter imagens com um intervalo temporal de 1 dia, fornecendo condições muito favoráveis para a produção de DEMs.

Em 2000 foi lançada a missão espacial *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM) com o objectivo de obter modelos de elevação digital para 80% do planeta de modo a criar a base de dados topográfica digital de alta resolução mais completa da Terra. Estes DEMs foram criados por interferometria SAR de passagem única através de dois sensores SAR (SIR-C/X-SAR) a bordo do *shuttle* Endeavour e têm 90 metros de resolução espacial, 20 metros de precisão planimétrica e precisão altimétrica de cerca de 15 metros [Rabus et al., 2003]. Este modo de aquisição sofre menos efeitos de decorrelação do que o método de aquisição em passagens sucessivas, por não ter um espaço temporal tão grande entre as aquisições [Hanssen, 2001]. Apesar destas vantagens serem sabidas, os custos são muito elevados.

O mapeamento de deformação com a técnica dos *Persistent Scatterers* é realizado identificando pixéis com fase estável ao longo de uma série temporal de interferogramas, sendo possível a monitorização da deformação em cada ponto [Ferretti et al., 1999a,b]. Estes pontos de elevada coerência são denominados por *Persistent Scatterers* (PS) e permitem a redução dos erros causados pela decorrelação, heterogeneidades atmosféricas, erros de órbita, conseguindo precisões milimétricas na medição da deformação [Ferretti et al., 2001; Colesanti et al., 2003].

O uso dos pontos PS na interferometria SAR (PSInSAR) tem sofrido várias alterações, essencialmente no desenvolvimento de novos algoritmos para o processamento dos dados com o objectivo de melhor parametrizar e descrever o comportamento dos sinais que ocorrem na fase interferométrica. O aperfeiçoamento dos sensores dos satélites também têm contribuído para aquisição de dados de melhorar qualidade, influenciando positivamente os resultados nas medições.

Com o lançamento de novos satélites com sensores SAR mais avançados (ALOS, Radarsat -2, TerraSAR-X, Tandem- X, entre outros), tornam possível o aparecimento de novas aplicações, como por exemplo o uso de sensores polarizados em combinação com a interferometria (Pol-InSAR) que oferecem a capacidade de separar a vegetação da

topografia, o que resultando numa melhor qualidade na representação do relevo topográfico e conseqüentemente uma mais precisa monitorização do terreno [Lu et al., 2007].

O constante crescimento de constelações satélite com sensores radar e a cooperação entre as várias entidades espaciais mundiais com o intuito de tornar os sistemas interoperáveis, irá permitir que muitas das limitações da interferometria sejam ultrapassadas, não só pelo facto de a existência de vários satélites reduzir a base temporal entre aquisições mas também pelo uso de observações em simultâneo das várias técnicas, tornando assim os sistema SAR/InSAR uma importante ferramenta cada vez mais importante no apoio à decisão em tempo quase real.

### **1.3 Objectivo do trabalho**

O objectivo deste projecto consiste no estudo detalhado do método dos mínimos quadrados inteiros e do processo de cálculo da estimativa da componente da variância no processo interferométrico. Para o efeito será desenvolvida uma aplicação informática que permita sequenciar o algoritmo proposto por Kampes [2006] apresentando-se a análise numérica das principais etapas deste algoritmo. O estudo de caso será realizado com uma série temporal de imagens SAR do satélite ERS1 adquiridas entre 1995 e 2000 sobre a ilha de Singapura.

Como no algoritmo é realizado um uso intensivo dos mínimos quadrados, a precisão dos parâmetros estimados será calculada a partir de uma matriz de variância-co-variância determinada a partir da propagação dos erros utilizando um modelo estocástico (ao contrário da técnica de referência que utiliza apenas uma função de coerência).

### **1.4 Organização do trabalho**

Este documento encontra-se estruturado em vários capítulos, que seguem a estrutura hierárquica do algoritmo STUN (semelhante ao esquema exibido na Figura 5). No primeiro e presente capítulo são apresentadas as limitações da interferometria SAR e a importância da técnica PS na resolução desses problemas. A detecção e monitorização da subsidência são conseguidas recorrendo ao algoritmo STUN que sugere algumas melhorias face à técnica de referência *Persistent Scatterers* de Ferreti et al., 2001.

No capítulo 2 é explicada de um modo geral a técnica *Persistent Scatterers* na interferometria SAR pelo método de Ferreti et al., [2001], considerada neste documento como a técnica de referência.

O estimador do valor inteiro pelo método dos mínimos quadrados, abordado no capítulo 3, é no momento o método que oferece maior probabilidade de estimação correcta do valor inteiro das ambiguidades. Este capítulo divide-se essencialmente em duas partes, uma primeira explicando o princípio do método; a segunda explicando como adaptar este algoritmo para que possa ser aplicado na interferometria utilizando os *Persistent Scatterers*.

O STUN é o algoritmo utilizado para estimar as ambiguidades de fase, e depois como resultado da sua aplicação também a velocidade e os erros do DEM. Este é descrito no capítulo 4.

No capítulo 5 é abordado o estudo de caso na ilha de Singapura, onde são apresentados os dados de entrada para o algoritmo utilizado com o intuito de demonstrar o método, bem como o processo realizado para a sua obtenção. Uma análise dos resultados pormenorizada é realizada, realçando em detalhe a metodologia aplicado em cada passo.

Por fim no último capítulo são apresentadas as conclusões do trabalho e algumas considerações finais.

## 2 *Persistent Scatterers* na Interferometria SAR

---

### 2.1 Interferometria SAR

Os sistemas SAR (*Synthetic Aperture Radar*) funcionam na banda de frequências designada por microondas adquirindo e registrando imagens das propriedades dieléctricas e geométricas da superfície terrestre em quaisquer condições atmosféricas, de dia ou de noite [Simons and Rosen, 2007]. O processo de formação de uma imagem consiste na transmissão e registo de uma série de pulsos codificados a partir de uma antena que ilumina numa visada lateral uma porção da superfície terrestre distanciada do traço do satélite (Figura 1).

No conceito SAR é criada artificialmente uma antena sintética usando o movimento da verdadeira antena combinando a informação de muitos pulsos recebidos no espaço do comprimento da antena sintética. Esta metodologia tem como consequência um enorme aumento da resolução em azimute [Hanssen, 2001]. No caso de uma antena de 10 m de comprimento a resolução azimutal é de 5 km na imagem radar e 4 m na imagem SAR. A resolução em distância mantém-se inalterada.

A interferometria SAR resulta da combinação de duas imagens SAR adquiridas em simultâneo por duas antenas, ou imagens adquiridas em diferentes tempos em condições geométricas semelhantes. Combinando coerentemente os sinais de duas antenas, a diferença de fase interferométrica entre os sinais recebidos pode ser calculada para cada pixel da imagem ou ponto do terreno. Neste cenário, a diferença de fase é relacionada com a diferença da distância geométrica para o ponto imagem o que depende da topografia/elevação. Conhecendo a geometria da aquisição interferométrica a diferença de fase pode ser convertida em altitude para cada ponto imagem. A primeira e principal aplicação da interferometria SAR foi a cartografia da elevação do terreno.



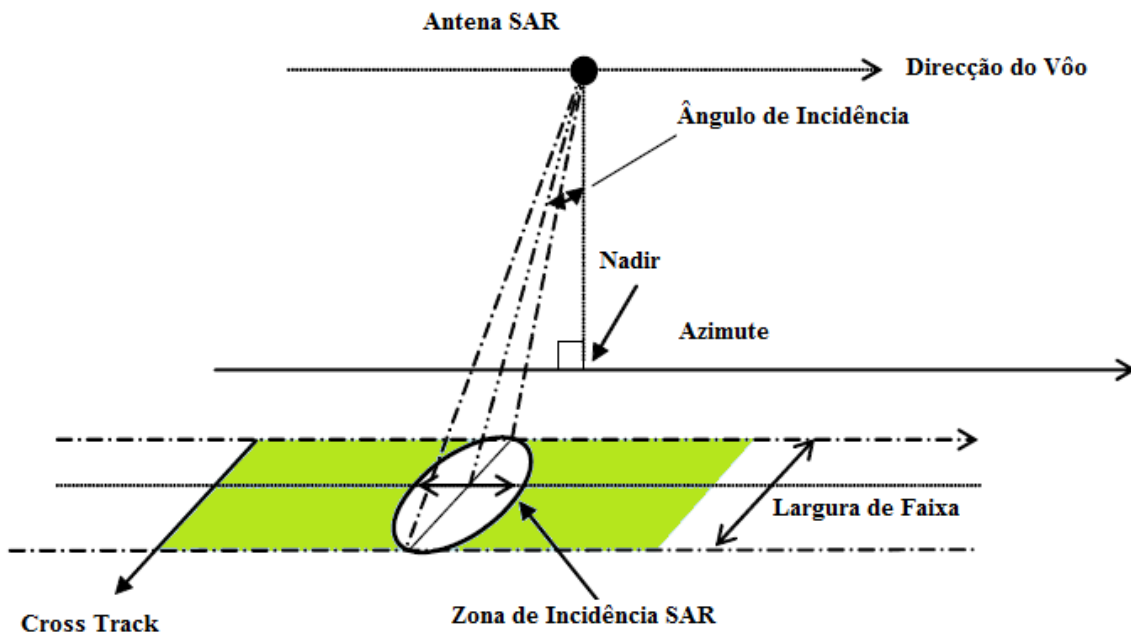


Figura 1 – Geometria de aquisição Radar

A informação topográfica pode ser obtida a partir da diferença de fase, ou seja, a partir do interferograma. A variação de fase devido à deformação do solo está ilustrada de maneira simples na Figura 2, onde a diferença da distância nas duas passagens ( $d$ ) do satélite e um ponto na superfície topográfica é calculada como a diferença de fase das duas imagens ( $\phi_2 - \phi_1$ ) multiplicada por metade do comprimento de onda da onda radar ( $\lambda$ ).

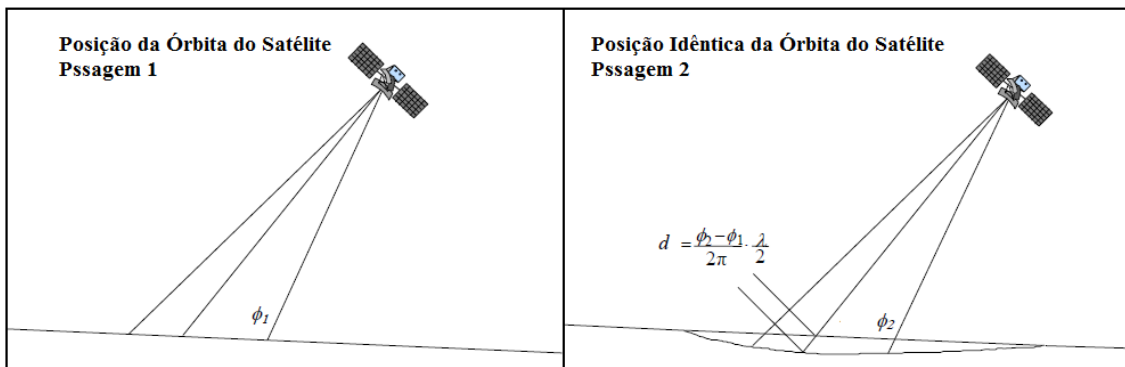


Figura 2 – Esquema da medição da deformação do solo pela técnica InSAR

A diferença de fase entre duas imagens é calculada como a multiplicação complexa das duas imagens da qual resulta uma nova imagem: o interferograma (Figura 3). Cada pixel desta imagem contém a informação da diferença de fase entre os pixels das duas imagens e do produto da amplitude das duas imagens SAR. A diferença de fase de cada pixel no interferograma resultante é uma medida da variação relativa da distância entre o *scatterer* (ponto reflector) e a antena de SAR, como demonstrado na Figura 2.

A técnica InSAR resulta assim na combinação dos dois complexos (amplitude e fase) e na co-registo das imagens de radar da mesma área de uma perspectiva quase idêntica.

Se a distância espacial entre a aquisição das duas imagens for suficientemente grande (maior que 200 m e menor que 1000 m), é possível calcular as diferenças de altitude dos pixels da imagem e construir um modelo de elevação digital (DEM), assumindo que não ocorreu uma deformação em grande escala entre duas aquisições.

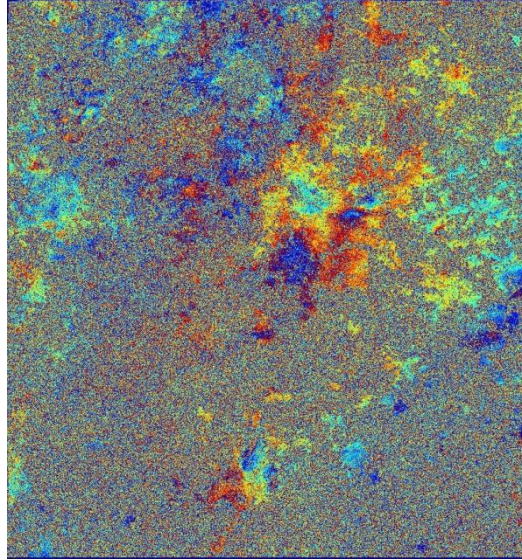


Figura 3 – Interferograma InSAR, valor da fase em radianos

Por outro lado, é possível obter informação sobre a deformação, caso sejam coincidentes no espaço, ou se existir disponível um DEM da área. Este último é conseguido através da modelação das contribuições da fase topográficas com base numa entrada de um DEM e da geometria da imagem. As contribuições da fase decorrentes da topografia são então subtraídas ao interferograma geral. Esta técnica permite a geração de mapas de deformação de alta precisão.

## 2.2 Limitações da técnica InSAR

### 2.2.1 Coerência

A fase interferométrica é o resultado de diversos processos de interacção do sinal electromagnético com o meio que sob determinadas condições degradam a fase falseando a relação fase/distância. Uma medida da exactidão da fase de um interferograma é dada pela coerência  $\gamma$ , Eq. (2.1), de cada pixel do interferograma [Hanssen, 2001; Simon and Rosen, 2007]. A coerência é definida como a magnitude da correlação complexa  $|\gamma|$  e é estimada a partir das imagens como uma média espacial num conjunto N de pixels:

$$\gamma = \frac{E(s_1 s_2^T)}{\sqrt{E\{|s_1|^2\} \cdot E\{|s_2|^2\}}} \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (2.1)$$

Valores baixos de coerência significam fraca qualidade do interferograma e valores de coerência próximos da unidade representam elevada precisão na informação extraída do

interferograma. O efeito de descorrelação ( $\delta = 1 - \gamma$ ), falta de coerência, é o aparente aumento do ruído da fase interferométrica estimada.

São vários os factores que afectam o valor da coerência [Hanssen, 2001]: falta de sobreposição espectral em range e azimute ( $\gamma_G$ ) descorrelação do centro Doppler ( $\gamma_{DC}$ ), descorrelação volumétrica ( $\gamma_{vol}$ ), ruído térmico ( $\gamma_{termal}$ ), descorrelação temporal ( $\gamma_T$ ) e pelo ruído no sistema radar e do processamento ( $\gamma_N$ ). Estes elementos afectam a coerência total de forma multiplicativa.

Os factores que mais afectam a descorrelação de uma imagem são a descorrelação geométrica ( $\gamma_G$ ) e a descorrelação temporal ( $\gamma_T$ ).

### **2.2.2 Descorrelação Temporal**

A descorrelação temporal do alvo entre as aquisições causa uma perda significativa da coerência entre os pixéis correspondentes num par de imagens e resulta normalmente das mudanças no coeficiente de reflexão complexo da imagem, não permitindo a realização de medições viáveis em áreas com vegetação e onde os perfis electromagnéticos e/ou as posições dos *scatterers* mudem com o tempo dentro do célula de resolução.

### **2.2.3 Descorrelação Geométrica**

Varição na fase ocorre com diferentes geometrias de visualização, uma vez que a localização relativa dos pontos *scatterer* depende da posição de visualização. As diferentes geometrias de visão são causadas pela linha de base do satélite, ou seja, pela diferença na posição da órbita de uma passagem satélite para a passagem seguinte.

Nas configurações geométricas das imagens que produzem o interferograma é importante garantir que a base perpendicular não ultrapasse os 1200 m, o que pode originar uma perda total de correlação entre as imagens. Este limite máximo é denominado como a linha de base crítica, e é dependente do comprimento de onda do radar, do sensor de distância do alvo, da resolução de alcance e do ângulo de incidência (o ângulo de a direcção visual do nadir satélite). Quanto maior for a base geométrica maior será a descorrelação geométrica, o que produz por consequente um maior ruído nos dados de diferença de fase dos interferograma, limitando assim o número de pares de imagens adequado para aplicações interferométricas e impedindo a exploração em pleno do conjunto de dados disponíveis.

### **2.2.4 Efeitos Atmosféricos**

Os efeitos atmosféricos são possivelmente o factor mais limitante nas técnicas geodésicas. Os efeitos que se encontram presentes nos interferogramas podem comprometer seriamente a monitorização precisa da deformação. O sinal atmosférico presente nos interferogramas provém da distribuição do vapor de água existente na atmosfera e de variações na ionosfera, ambas afectando a programação do sinal radar. Esta componente do sinal atmosférico da fase é também chamada de *Atmospheric Phase*

*Screen* (APS), e produz franjas interferométricas adicionais. Caso haja coerência suficiente, estas heterogeneidades podem muitas vezes ser reconhecidas no interferograma.

### **2.3 A técnica *Persistent Scatterers***

Como referido atrás, a descorrelação geométrica e temporal e os efeitos atmosféricos são factores condicionantes que muitas vezes impedem a interferometria SAR de ser um instrumento operacional para a monitorização da deformação da superfície e reconstrução de perfis topográficos. Além disso, as perturbações atmosféricas podem ainda comprometer fortemente a exactidão dos resultados.

Contudo sabe-se que os efeitos atmosféricos mostram uma forte correlação espacial dentro de cada aquisição individual SAR, mas que estes não são correlacionados no tempo. Por outro lado, o movimento do alvo é fortemente correlacionado com o tempo, assumindo um modelo de deformação linear no tempo, mas pode apresentar diferentes graus de correlação espacial.

Ao utilizar longas séries temporais de imagens interferométricas SAR é possível identificar e utilizar pontos naturais reflectores estáveis ou *Persistent Scatterers*, que permitem minimizar estes três problemas permitindo processar séries temporais de imagens SAR com cerca de 5 anos. Os pontos são escolhidos através de uma análise estatística das amplitudes, de modo a mitigar os efeitos da descorrelação. Em relação a estes pixéis, é possível alcançar a precisão milimétrica e detecção de movimento do terreno do DEM, uma vez que as contribuições do efeito atmosférico podem ser amenizadas.

Assim o principal objectivo dos *Persistent Scatterers* (PS) na Interferometria SAR é a identificação de pixéis na imagem, coerentes em longos intervalos de tempo, sendo o ponto de partida, um conjunto de interferogramas diferenciais que utilizam a mesma imagem de referência, designada por imagem *master*.

A técnica dos PS foi proposta por Ferretti [Ferreti et al., 2001], e é capaz de detectar e medir deslocamentos em áreas urbanas com precisão milimétrica, tendo sido designada pelos autores como *Permanent Scatterers*. Por ter sido registada com direitos de autor a comunidade científica passou a designar esta técnica como *Persistent Scatterers*.

A técnica PS em suma segue os seguintes passos na sua implementação [Ferreti et al., 1999a,b]:

1. Processamento dos interferogramas;
2. Processamento D-InSAR;
3. Detecção dos *Persitent Scatterers*;
4. Estimação do Dem e da velocidade.

Nas próximas secções analisaremos em detalhe cada passo da técnica de referência.

### 2.3.1 Formação dos interferogramas

Os interferogramas são obtidos através da multiplicação complexa dos valores complexos de uma imagem, pixel a pixel, pelo complexo conjugado dos valores da outra imagem que forma o par interferométrico [Massonnet et al., 1993].

O primeiro passo do processamento interferométrico consiste no co-registo das imagens disponíveis (*slave*) em relação a uma única imagem de referência (*master*), como se estas tivessem sido obtidas a partir do mesmo plano orbital [Ferreti, A., et al, 2001]. Esta operação consiste no alinhamento das imagens *slave* relativamente à imagem de referência, através da determinação de um polinómio de interpolação [Kampes et al., 2003], onde as imagens *slave* são reamostradas na grelha espacial da imagem *master* com uma precisão na ordem da fracção da dimensão do pixel [Kampes, 2006].

A imagem *master* é seleccionada maximizando o conjunto de coerência [Colesanti et al., 2003] do conjunto interferométrico, facilitando assim a interpretação visual dos interferogramas e ao mesmo tempo ajudando a avaliação da qualidade, ou seja, é seleccionada como imagem *master* o interferograma que tiver um maior valor de  $\gamma^m$ .

Assim para  $K+1$  imagens SAR, são formados  $K$  interferogramas em relação a uma imagem *master*.

O conjunto de coerência para um conjunto com uma imagem *master*  $m$  é definido como

$$\gamma^m = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^K g(B_{\perp}^{k,m}, 1200) \times g(T^{k,m}, 5) \times g(f_{dc}^{k,m}, 1380), \quad (2.2)$$

onde

$$g(x, c) = \begin{cases} 1 - |x|/c & \text{se } |x| < c \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.3)$$

e  $B_{\perp}^{k,m}$  é a base perpendicular entre a imagem  $m$  e a  $k$  no centro de imagem,  $T^{k,m}$  a base temporal (em anos), e  $f_{dc}^{k,m}$  a base Doppler (a média Doppler das diferenças do centróide). O divisor  $c$  pode ser considerado como uma base crítica para qual a decorrelação total é esperada para alvos com uma destruição *scatterer*. Os valores apresentados na Eq. (2.2) são típicos para o ERS. Mas podem ser facilmente adaptados para qualquer outro sensor com diferentes comprimentos de onda, ângulo de incidência, e/ou largura de banda. As imagens são ordenadas de acordo com o tempo de aquisição.

Um filtro azimuthal é aplicado após a reamostragem com o objectivo de tornar comparáveis o valor da amplitude relativa das diferente aquisições, podendo-se então calcular o interferograma complexo, que é construído a partir da multiplicação complexa entre a imagem *master* e cada imagem *slave* reamostrada.

Os interferogramas diferenciais são obtidos realizando uma subtracção entre a fase do modelo digital do terreno e o interferograma complexo após a correcção da curvatura

terrestre. A componente da fase interferométrica que é induzida pela topografia é praticamente toda eliminada pelo uso da técnica diferencial, [Bürgmann et al., 2000; Eineder, 2003; Massonnet and Sigmundsson, 2000; Rosen et al., 2000].

O interferograma diferencial é o resultado final do processamento interferométrico e a série temporal de interferogramas diferenciais os dados de entrada da técnica dos PSs.

### 2.3.2 Formulação do problema

A estimação das componentes da fase após o cálculo dos interferogramas é então dada pelo seguinte modelo funcional [Ferreti et al., 2001]:

$$\phi^k = \phi_{topo}^k + \phi_{defo}^k + \phi_{atmo}^k + \phi_{noise}^k \quad (2.4)$$

onde  $\phi^k$  é a fase interferométrica diferencial desenrolada,  $\phi_{topo}^k$  o valor da fase devida aos erros do DTM (fase topográfica),  $\phi_{defo}^k$  a fase causada pelo deslocamento do alvo no tempo entre as aquisições,  $\phi_{atmo}^k$  a fase devido ao atraso atmosférico e  $\phi_{noise}^k$  o ruído adicional.

A fase topográfica é praticamente uma função linear da base perpendicular, e pode ser expressa da seguinte forma

$$\begin{aligned} \phi_{topo}^k &= -\frac{4\pi}{\lambda} \frac{B_{\perp x}^k}{r_x^m \sin \theta_{x,inc}^m} \cdot \Delta h_x \\ &= \beta_x^k \cdot \Delta h_x \end{aligned} \quad (2.5)$$

onde,  $r_x^m$  é a distância entre o sensor *master* e o pixel,  $\theta_{x,inc}^m$  o ângulo incidente local,  $\beta_x^k$  o factor de conversão de altura fase para o ponto  $x$ , e  $\Delta h_x$  é o erro do DEM. O deslocamento de cada ponto  $x$  é obtido utilizando-se o seguinte modelo linear do tempo

$$\phi_{defo}^k = -\frac{4\pi}{\lambda} T^k \cdot \alpha(x) \quad (2.6)$$

onde,  $\lambda$  é o comprimento de onda do sinal portador do radar,  $T^k$  a base temporal relativa à imagem *master*, e  $\alpha(x)$  a taxa de deslocamento média no ponto  $x$ . A fase  $\phi_{atmo}^k$  devido ao atraso atmosférico do sinal não pode ser modelada, apenas podendo ser reduzida consideravelmente utilizando as diferenças de fase entre pontos próximos. O termo do ruído contém todas as outras contribuições de fase.

### 2.3.3 Selecção dos candidatos a PS

Os *Persistent Scatterer Candidates* (PSC) são pontos que deverão ter o comportamento dos PS [Ferreti et al., 2001]. Estes servirão para estimar a fase atmosférica destes pixéis em todos os interferogramas. A melhor abordagem para se conseguirem PSCs, caso se tenha uma longa série temporal de imagens InSAR, consiste em analisar os valores de amplitude de cada pixel na área de interesse, procurando-se por *scatterers* estáveis. A

relação entre o índice de dispersão da amplitude  $D_a$  e o desvio padrão da fase  $\sigma_\phi$  é definido pela seguinte expressão

$$\hat{\sigma}_\phi = \frac{\sigma_a}{\bar{a}} = D_a \quad (2.7)$$

onde  $\sigma_a$  é o desvio padrão temporal da amplitude e  $\bar{a}$  a média temporal da amplitude para um determinado pixel.

Em teoria um pixel que apresente valores de fase consistentes durante todas as aquisições deverá ter valores de dispersão de amplitude baixos. Assim esta relação permite identificar pontos coerentes sem ter que se analisar a fase, que também não seria possível nesta altura uma vez que as variáveis dos sinais que constituem a fase são ainda desconhecidas. Outra razão deve-se ao facto de que os valores absolutos da amplitude são insensíveis à maior parte dos fenómenos que contribuem para os valores da fase, como o APS, erros do DEM, deformações do terreno, indeterminações de órbita, entre outros. Os PSCs são seleccionados do conjunto de pixéis com valores do índice dispersão da amplitude compreendidos entre 0,25 e 3. Contudo é necessário que as imagens estejam radiometricamente calibradas a fim de permitir a estimativa do desvio padrão, e que a densidade dos PSCs seja entre 3-4  $PS/km^2$ , senão o sinal atmosférico não pode ser correctamente interpolado.

Na Figura 3 encontra-se o resultado de uma simulação realizada [A. Ferreti et al., 2001], onde é possível observar que os valores do índice de dispersão e o desvio padrão da fase têm um comportamento semelhante até aos 0.3.

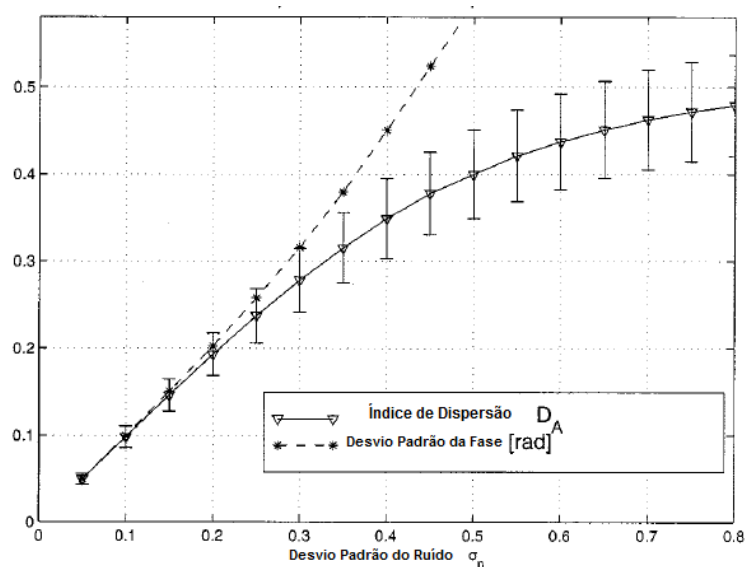


Figura 4 – Comparação entre o índice de dispersão e o desvio padrão da fase

Outra vantagem em usar esta abordagem reflecte-se no rápido processamento e que não existe uma perda de resolução, algo que acontece quando se utilizam algoritmos de coerência, uma vez que estes são baseados em médias móveis que vão mudar o valor do *scatterer* e eliminar pixéis adjacentes [Rocca et al., 2000].

### 2.3.4 Maximização da coerência

Uma vez que os dados estão enrolados, não é possível a estimação directa dos parâmetros pela Eq. (2.4) por se tratar de um sistema não linear. Deste modo é necessário realizar uma estimativa das incógnitas numa vizinhança próxima, devido às contribuições de fase serem enroladas e ter de se considerar uma diferença menor que  $\pi$  [Kampes, 2006]. Consideremos dois pixéis no interferograma com uma distância não superior a 2 km, de modo que os efeitos atmosféricos sejam considerados idênticos nos dois pixéis. Se calcularmos a diferença de fase entre estes dois pixéis usando a equação 2.4 eliminamos os termos atmosféricos das órbitas resultando na seguinte equação:

$$e_{x,y}^k = \phi_{x,y}^k - \left( \beta_x^k \cdot \Delta h_{x,y} - \frac{4\pi}{\lambda} T^k \cdot \alpha(x,y) \right). \quad (2.8)$$

Em que  $\phi_{x,y}^k$  é o valor da diferença de fase nos dois pixéis e  $\Delta h_{x,y}$  e  $\alpha(x,y)$  a diferença do erro do DTM e a diferença de velocidade. Neste caso, estamos perante um sistema linear que poderá ser resolvido por métodos indirectos de pesquisa da solução no espaço da solução. As variáveis a determinar são  $\Delta h_{x,y}$  e  $\alpha(x,y)$ .

Ferretti et al., [2001] propuseram a utilização da função de coerência do valor complexo da fase:

$$\hat{\gamma}_{x,y} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \exp(je_{x,y}^k). \quad (2.9)$$

onde,  $j$  é uma unidade imaginária e  $e_{x,y}^k$  é a diferença entre a fase observada e modelada entre os pontos  $x$  e  $y$  no interferograma  $k$ , dado pela equação 2.8. Assim a solução para o erro do DEM e deslocamento, ou seja o valor máximo de  $|\hat{\gamma}_{x,y}|$ , pode ser encontrada num espaço de solução bi-dimensional, onde os resíduos de fase não podem exceder  $e_{x,y}^k < \pi$  na maioria dos interferogramas (contudo um valor mais razoável,  $\sigma_e < 0.6$  rad, é proposto [Colesanti et al., 2003]).

O valor absoluto da coerência encontra-se no intervalo [0,1], onde uma coerência de 1 significa correspondência completa da fase modelada com a fase observada. O ângulo da coerência complexo traduz a estimativa para o sinal atmosférico da imagem *master* em todas as outras imagens [Ferretti et al., 2001].

### 2.3.5 Estimação dos Valores do APS

As heterogeneidades atmosféricas durante as aquisições radar são assumidas como não correlacionadas no tempo e correlacionados no espaço. Portanto, o sinal atmosférico pode ser isolado a partir de outros componentes da fase residual por filtragem passa-baixo no domínio espacial e filtragem passa-alto no domínio temporal.



Numa primeira fase os pontos PSC são estimados directamente em relação a um pixel de referência, onde as contribuições de fase são aproximadamente estimadas em cada interferograma diferencial. As componentes de fase para cada PSC são estimadas por meio de um algoritmo iterativo, e depois interpolados pelo método de krigging com a resolução original dos interferogramas diferenciais para toda a área formando uma imagem contínua. Contudo, nesta abordagem, devido à APS ser estimada através de uma aproximação planar, esta técnica está restringida a uma área não superior a 5x5 km [Ferretti *et al.*, 2001].

### **2.3.6 Nova selecção dos PS**

Apesar de nesta fase já se ter estimado a velocidade do alvo e os erros provenientes do DEM para os pixéis da imagem (seleccionados através do índice de dispersão), devido às limitações do método de selecção dos pontos PSC alguns PS podem ter sido negligenciados.

A APS interpolada é subtraída a cada interferograma diferencial, e são pesquisados pontos PS. Isto é realizado pixel a pixel (não entre pixéis próximos, embora ainda com respeito a uma referência), uma vez que não há mais necessidade de considerar as diferenças de fase entre pontos próximos. Os cálculos da estimativa inicial, descritos na secção anterior, são realizados entre pontos próximos porque de outra forma o sinal atmosférico impediria uma estimativa correcta.

O mesmo periodograma que foi utilizado durante a estimativa preliminar Eq. (2.9), é também utilizado nesta fase, e novamente pontos com uma coerência menor que  $|\hat{\gamma}| < 0.75$  são descartados.

No final o número de pontos que podem ser finalmente utilizados, é na ordem de algumas centenas de pontos por metro quadrado (em áreas urbanas).

## 3 Estimador do valor inteiro pelos mínimos quadrados

---

Neste capítulo será abordado o método de estimação inteira por mínimos quadrados. Depois de uma breve apresentação dos fundamentos matemáticos do método apresenta-se a sua aplicação ao desenrolamento da fase em InSAR.

### 3.1 Introdução

O método LAMBDA, proposto por Teunissen em 1995 tinha como objectivo a estimativa das ambiguidades do sinal do GPS. Porém o uso de observações num curto intervalo de tempo produz ambiguidades que são fortemente correlacionadas e que deterioram a precisão das estimações de posição. A fim de conseguir uma precisão tolerável [Tiberius and Jonge, 1995], é necessário restringir os parâmetros de ambiguidades ao seu valor inteiro. Aplicando uma transformação de decorrelação pelo método LAMBDA, uma grande parte da correlação existente entre ambiguidades é reduzida em grande escala, tornando muito mais eficiente a procura do valor inteiro da ambiguidade nos vectores. O método LAMBDA consiste essencialmente em duas etapas: primeiro as ambiguidades são decorrelacionadas, por meio de uma transformação-Z (onde a construção desta é onde é depositado o maior esforço); em seguida, o problema de minimização inteiro é resolvido por uma procura discreta sobre uma região elipsoidal. O método utiliza o método dos mínimos quadrados para estimar os valores inteiros das ambiguidades, utilizando ambiguidades flutuantes e a sua matriz variância-covariância.

### 3.2 O Método LAMBDA

#### 3.2.1 Equações de observação

O ponto de partida é um sistema de equações linearizadas, utilizando um modelo matemático simples (adequado para base de curtas distâncias, embora o método não seja exclusivamente restrito a ele). Ocorrem dois tipos de incógnitas: as coordenadas da base (guardados no vector  $b$ ) e as ambiguidades de diferenças duplas (guardadas no vector  $a$ ). Outras incógnitas, como os parâmetros do atraso atmosférico, também podem ser incluídas no vector  $b$ .

As equações de observação de diferenças duplas linearizadas são obtidas no seguinte sistema linear de equações:

$$y = Bb + Aa + e \quad (3.1)$$

onde

$y$  é o vector de observações menos as medições de diferenças duplas calculadas,  $b$  o vector que contém os incrementos das coordenadas da base  $p$ ,  $a$  o vector de  $n$  ambiguidades de diferenças duplas,  $B$  uma matriz  $m \times p$  para as coordenadas da base,  $A$

uma matriz  $m \times n$  para as ambiguidades e  $e$  um vector de efeitos não modelados e medições de ruído.

### 3.2.2 Critério de estimação

O critério de estimação é baseado no princípio dos mínimos quadrados (a soma ponderada do quadrado dos resíduos deve ser minimizada), o cálculo das estimativas para as coordenadas da base e as ambiguidades das diferenças duplas, é conseguido a custa da resolução da seguinte minimização:

$$\min_{b,a} \|y - Bb - Aa\|_{Q_y^{-1}}^2, b \in R^p \text{ e } a \in Z^n \quad (3.2)$$

onde a matriz de variância-covariância das observáveis  $y$  é definida por  $Q_y$ . Este problema de minimização é conhecido como o problema dos mínimos quadrados inteiros [Teunissen, 1994].

A estimação dos parâmetros é realizada em três passos. Estes são: a solução flutuante, a estimação do valor inteiro da ambiguidade e a solução fixa.

### 3.2.3 Solução flutuante

Neste primeiro passo, simplesmente ignora-se os constrangimentos inteiros sobre as ambiguidades e executa-se um ajustamento comum. Como resultado, obtém-se os valores reais das estimativas  $a$  e  $b$  pelos mínimos quadrados, juntamente com as suas matrizes de variância-covariância. Esta solução é referida muitas vezes, como a solução flutuante e é indicada pelas variáveis  $\hat{a}$  e  $\hat{b}$ . As matrizes de variância-covariância correspondentes são denotadas por  $Q_{\hat{a}}$  e  $Q_{\hat{b}}$ .

### 3.2.4 Estimação do valor inteiro da ambiguidade

No segundo passo, a ambiguidade flutuante estimada  $\hat{a}$  é usada para calcular o número inteiro correspondente da ambiguidade estimada. Isto implica calcular um mapeamento  $F: R^n \rightarrow Z^n$ , do espaço de dimensão- $n$  de valores reais para o espaço de dimensão- $n$  de valores inteiros.

Isto consiste em

$$\min_a \|\hat{a} - a\|_{Q_{\hat{a}}}^2, a \in Z^n \quad (3.3)$$

Esta minimização produz a estimativa do valor inteiro dos mínimos quadrados para o vector de ambiguidades  $\hat{a}$ . Para esta etapa é usado o método LAMBDA [Teunissen, 1995], onde as suas duas principais características são: 1) a decorrelação das ambiguidades, por meio de uma reparametrização (transformação- $Z$ ), das ambiguidades originais  $a$  para novas ambiguidades  $z = Z^T a$ , e 2) a estimação do inteiro da ambiguidade.

Através da transformação- $Z$  a matriz de variância-covariância é transformada

$$z = Z^T a, \quad \hat{z} = Z^T \hat{a}, \quad Q_{\hat{z}} = Z^T Q_{\hat{a}} Z \quad (3.4)$$

A eficiência do método provém do passo de descorrelação [Teunissen *et al.*, 1994]. Para a estimação do valor inteiro da ambiguidade são utilizados o vector de ambiguidades dos valores reais estimados  $\hat{a}$  e o factor de Cholesky  $C_a$ . O factor  $C_a$  é então dividido em  $L$  e  $D$ , de tal forma que  $Q_{\hat{a}}^{-1} = C_a C_a^T = LDL^T$ , onde  $D$  é a diagonal e  $L$  o triângulo inferior.

Antes da estimação do valor inteiro, é necessário descorrelacionar as ambiguidades através da transformação- $Z$ , onde são utilizados directamente os factores  $L$  e  $D$ :

$$\begin{array}{ccc} D^{-1} & & Z \text{ ou } Z^T \\ L^{-1} \rightarrow \text{transformaçã } Z & \rightarrow & \tilde{D}^{-1} \\ \hat{a} & & \tilde{L}^{-1} \\ & & \hat{z} \end{array} \quad (3.5)$$

A minimização do inteiro é então realizada nas ambiguidades transformadas, [Teunissen, 1994]. Na prática, a minimização restringe a procura sobre uma grelha de pontos dentro de uma elipsóide de ambiguidades de dimensão  $n$ , definida pela matriz de variância-covariância das ambiguidades.

$$(\hat{z} - z)^T Q_{\hat{z}}^{-1} (\hat{z} - z) \leq \chi^2 \quad (3.6)$$

O volume do elipsóide (e o número de candidatos) pode ser controlado alterando o valor  $\chi^2$ . A contribuição do volume do elipsóide é importante no processo da estimação do valor inteiro das ambiguidades, uma vez que além de ser invariante na escolha do tipo de transformação de descorrelação, foi demonstrado também que dá uma boa indicação do número de pontos na grelha que existem no espaço de procura [Teunissen *et al.*, 1996].

A minimização do inteiro real é então calculada nas ambiguidades transformadas, resultando em  $\check{z}$ . Utilizando a matriz- $Z$  é depois possível transformar de volta para as ambiguidades originais

$$\check{a} = Z^T \check{z} \quad (3.7)$$

### 3.3 Solução fixa

Na solução final as ambiguidades são fixadas à sua estimação por mínimos quadrados  $\check{a}$ . Uma vez calculadas as ambiguidades inteiras, estas são utilizadas no terceiro passo

para finalmente corrigir a estimativa flutuante de  $\hat{b}$ . O resultado  $\check{b}$  e  $Q_{\check{b}}$  correspondente são referidos como a solução fixa. Esta fase baseia-se no pressuposto de que após a “etapa de fixação” as ambiguidades são quantidades conhecidas, onde a taxa de sucesso da determinação destas depende essencialmente de três factores: as equações de observação (modelo funcional), a precisão das observações (modelo estocástico) e do princípio escolhido para a estimação do valor inteiro [Joosten and Tiberius, 2000].

### 3.4 Aplicação do Método LAMBDA na interferometria radar

No caso da interferometria radar, as observações enroladas de fase (diferenças),  $\phi^k$ , são desenroladas por

$$\Phi^k = \phi^k + 2\pi a^k, \quad a^k \in Z \quad (3.8)$$

com valor inteiro da ambiguidade  $a^k$  para cada interferograma  $k$ . Desde modo, a aplicação do método LAMBDA parece simples, tendo a existência deste método já ter sido mencionada [Hanssen and Ferreti, 2002; Hanssen et al., 2001; Bianchi, 2003], onde já se terá realizado uma primeira avaliação simplificada de um estimador por mínimos quadrados para PS utilizando dados simulados. No entanto os problemas para GPS e PS não são idênticos. A principal diferença reside no facto de que na interferometria radar o problema é subdeterminado, uma vez que cada observação tem uma ambiguidade desconhecida, que tem de ser estimada, além dos parâmetros de interesse Eq. (3.8). A solução para este problema só pode ser obtida recorrendo ao facto de que as ambiguidades são valores inteiros. Uma restrição mais prática tem que ser mantida tendo em conta o número de estimativas que precisam de ser executadas é muito maior no caso dos PS, do que para o GPS, porque o número de pontos é muito maior. Além disso, o número de aquisições, ou seja, o número de ambiguidades que precisam de ser estimadas, pode ser significativamente maior do que para GPS.

O modelo funcional para a diferença de fase  $\Phi_{x,y}^k = \Phi_y^k - \Phi_x^k$  entre dois pontos  $x$  e  $y$ , é dado por

$$E\{\Phi_{x,y}^k\} = \beta_x^k \cdot \Delta h_{x,y} - \frac{4\pi}{\lambda} T^k \cdot \alpha(x,y) \cdot p_d(k) + \frac{2\pi}{v} f_{x,dc}^{k,m} \cdot \xi_{x,y} \quad (3.9)$$

onde,  $\xi$  é a posição do sub-pixel em azimuth e  $p_d(k)$  um polinómio algébrico para bases temporais. Estes dois termos serão abordados com mais detalhe na secção 4.2.

As diferenças de fase da atmosfera, órbita, e ruído são introduzidos numa nova variável  $e$  com expectativas de  $E\{e\} = 0$ . Em notação de matriz, este sistema de observação é escrito como

$$E \left\{ \begin{bmatrix} \phi^1 \\ \phi^2 \\ \vdots \\ \phi^K \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} -2\pi \\ -2\pi \\ \vdots \\ -2\pi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^1 \\ a^2 \\ \vdots \\ a^K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_x^1 & p_1(1) \cdots p_D(2) & \frac{2\pi}{v} f_{x,dc}^{1,m} \\ \beta_x^2 & p_1(2) \cdots p_D(2) & \frac{2\pi}{v} f_{x,dc}^{2,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \beta_x^K & p_1(K) \cdots p_D(K) & \frac{2\pi}{v} f_{x,dc}^{K,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_D \\ \xi \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

A tarefa consiste em estimar  $K$  ambiguidades inteiras e  $2+D$  parâmetros de valores reais dos  $K$  valores de observações de fase enroladas. Uma vez que não é necessário estimar as posições dos sub-pixéis de azimuth (pois já foram estimados nas imagens de amplitude), restam apenas  $I+D$  parâmetros de valores reais para se estimar. Para resolver então este novo sistema de equações, é necessário adicionar restrições adicionais, utilizando pseudo-observações  $y_2$  [Bianchi, 2003; Hanssel et al., 2001]

$$E \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} a + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} b, \quad D \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{y1} & 0 \\ 0 & Q_{y2} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

As matrizes  $y_1$ ,  $A_1$ , e  $B_1$  são definidas na Eq. (3.10).  $A_2$  é uma matriz de zeros  $O_{D+3 \times K}$ , e  $B_2$  é uma matriz identidade  $I_{D+3}$ . O valor das pseudo-observações foi definido como  $y_2 = 0$ . A variável  $D\{\cdot\}$  indica a dispersão das observações, pois a dispersão residual de fase não é bem conhecida *a priori*, uma vez que não é garantido que os pontos sejam coerentes ao longo do tempo (porque foram escolhidos com base no índice de dispersão da amplitude), e acompanha o modelo de deslocamento do modelo utilizado. A matriz  $Q_{y1}$  acompanha a propagação da matriz de variância-covariância da matriz original de observações de fase nas imagens SAR. A dispersão das pseudo-observações acompanha a incerteza *a priori* dos parâmetros desconhecidos. Valores razoáveis para estes parâmetros são por exemplo  $\sigma = 20$  m para o erro do DEM,  $\sigma = 20$  mm/ano para a taxa de deslocamento linear, e  $\sigma = 2$  m para a posição do sub-pixel do azimuth (para sensores com uma resolução azimuthal similares as do ERS). Este sistema aumentado de equações pode ser simbolicamente escrito como

$$E\{y\} = Aa + Bb, \quad D\{y\} = Q_y \quad (3.12)$$

De modo a usar toda a informação *a priori* disponível, serão utilizadas pseudo-observações para cada parâmetro desconhecido. A solução flutuante para as ambiguidades  $\hat{a}$  podem ser obtidas utilizando o seguinte modelo [Teunissen, 2000]:

$$Q_{\hat{a}} = (\bar{A}^T Q_y^{-1} \bar{A})^{-1} \quad (3.13)$$

$$\hat{a} = \frac{y}{-2\pi} \quad (3.14)$$

onde  $\bar{A} = P_B^\perp A$  e  $P_B^\perp = I - B(B^T Q_y^{-1} B)^{-1} B^T Q_y^{-1}$ . Esta solução flutuante é depois transformada usando a Eq. (3.4), obtendo-se  $Q_{\hat{z}}$  e  $\hat{z}$ . É depois realizada uma procura no volume da elipsóide Eq. (3.6). achando-se então o valor inteiro estimado pelo mínimos

quadrados para as ambiguidades. Estes inteiros estimados são depois utilizados para computar a solução fixa  $\check{b}$  para os parâmetros desconhecidos.

$$\check{y}_1 = y_1 - A_1 \check{a} \quad (3.15)$$

gerando o seguinte sistema de equações

$$E\{\check{y}_1\} = B_1 b, \quad D\{\check{y}_1\} = Q_{y_1} \quad (3.16)$$

A estimação por mínimos quadrados para os parâmetros flutuantes é dado por

$$Q_{\check{b}} = (B_1^T Q_{y_1}^{-1} B_1)^{-1}, \quad (3.17)$$

$$\check{b} = Q_{\check{b}} B_1^T Q_{y_1}^{-1} \check{y}_1, \quad (3.18)$$

onde a matriz  $Q_{\check{b}}$  é a matriz de variância-covariância que descreve a precisão dos parâmetros flutuantes estimados.

## 4 O algoritmo STUN

---

Kampes [2006] propõe essencialmente duas alterações à técnica original de Ferretti et al., [2001] na qual a fase desenrolada é determinada com recurso aos mínimos quadrados inteiros e as observações podem assumir precisões diferentes.

Para resolver este problema é utilizado o algoritmo *Spatial Temporal Unwrapping Network* (STUN) (Figura 5), que realiza o desenrolamento da fase numa grelha espacialmente dispersa utilizando o método dos mínimos quadrados e um modelo de deslocamento linear no tempo.

Após uma introdução explanatória da necessidade de existir o desenrolamento de fase na secção 4.1, segue-se a descrição do modelo funcional (secção 4.2) e do modelo estocástico (secção 4.3) utilizados neste algoritmo. De seguida, a secção 4.4 é explicado a estimação da componente da variância para obter o modelo estocástico usado no estimador por mínimos quadrados. A estimação da rede de referência é descrita na secção 4.5, seguido da estimação dos pontos em relação à rede de referência implantada (secção 4.6). Por fim, na secção 4.7 é descrito o desenrolamento da fase e a estimação final utilizando os dados desenrolados.

### 4.1 Desenrolamento tri-dimensional da fase

O valor da fase registado numa imagem SAR está compreendido no intervalo  $[-\pi, \pi)$ . A determinação do valor absoluto da fase (número de ciclos entre o satélite e a superfície) não é possível de uma forma rigorosa numa imagem SAR devido ao facto de existir descorrelação temporal e geométrica e de que cada ponto tem a sua própria ambiguidade desconhecida, não permitindo assim estimar correctamente a fase desenrolada sem uso de informação *a priori*.

Para se encontrar uma solução para o desenrolamento da fase, é necessário assumir que a fase desenrolada entre pixéis adjacentes é limitada pelo intervalo  $[-\pi, \pi)$ , ou seja, a fase que é afectada pela topografia, deslocamento e atmosfera, tem um comportamento semelhante em pixéis próximos. Se esta suposição for correcta para todas as diferenças de fases desenroladas entre pixéis próximos, então as diferenças da fase enrolada são iguais às diferenças da fase desenrolada, e o desenrolamento pode ser simplesmente obtido por integração das diferenças de fase enrolada ao longo de um caminho arbitrário, começando num ponto também arbitrário.



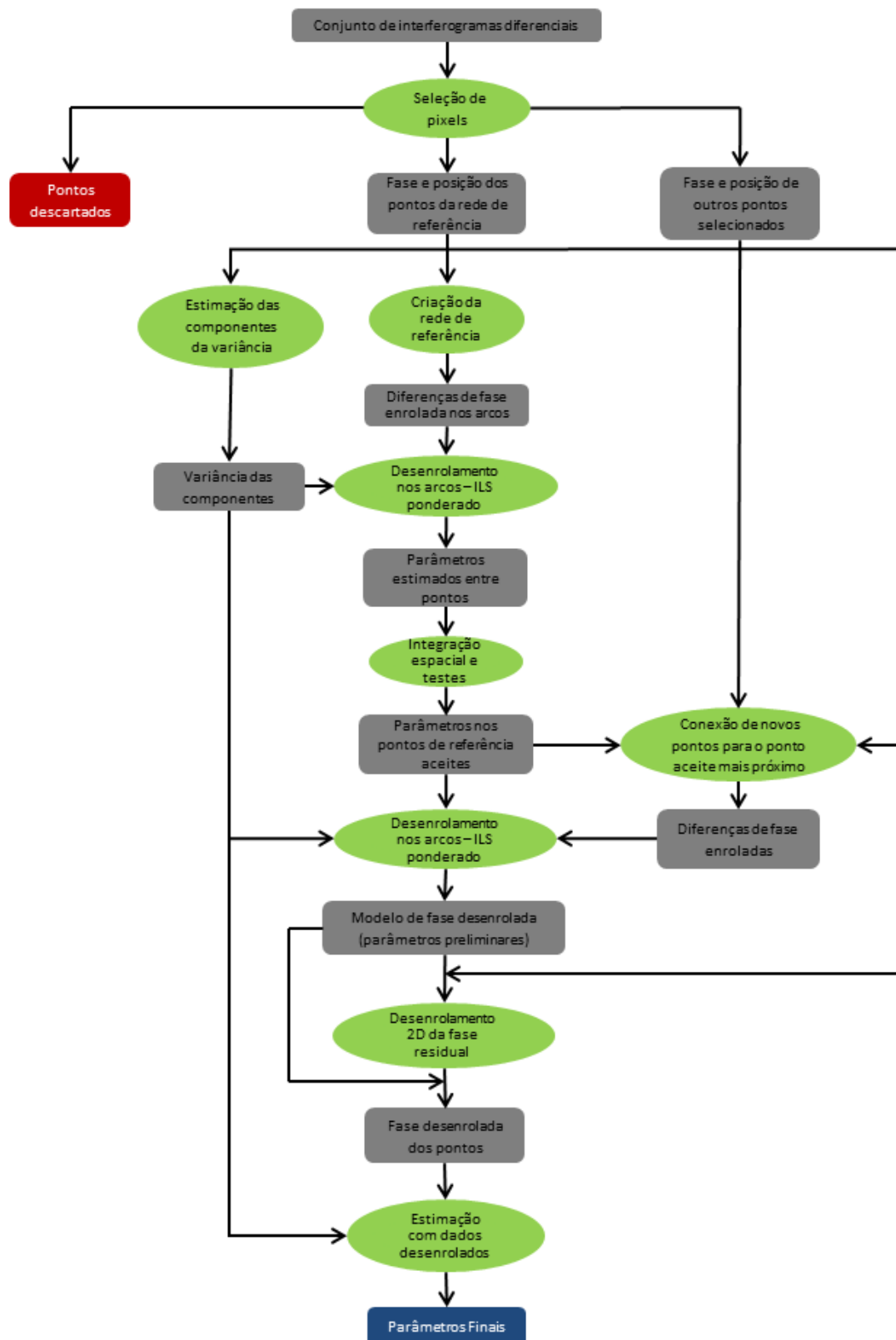


Figura 5 – Esquema do algoritmo STUN

Contudo, uma vez que os interferogramas são gravemente afectados por decorrelação, não é possível desenrolar correctamente a fase devido ao aumento da distância entre pontos, o que aumenta a probabilidade de as diferenças de fase desenrolada serem maiores do que  $\pi$  (particularmente para bases espaciais e temporais longas, onde há maior diferença do sinal topográfico, deslocamento ou atmosférico). Portanto, é necessário em primeiro lugar, remover a maior parte das componentes do sinal antes de se poder desenrolar a fase.

A utilização de uma rede (Figura 6) pode ser utilizada para a resolução deste problema [Costantini and Rosen, 1999; Eineder and Holzner, 1999; Yong et al., 2002], onde os parâmetros podem ser estimados entre pontos próximos, e depois serem integrados a partir de um ponto de referência, resultando no desenrolamento da fase.

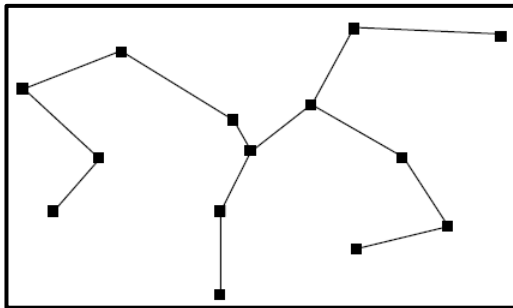


Figura 6 – Rede que demonstra as ligações mínimas necessárias para resolver o problema de desenrolamento de fase

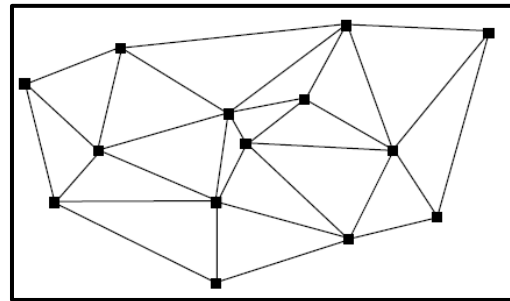


Figura 7 – Rede com conexões redundantes que pode ser utilizada para detectar pontos incoerentes e estimações incorrectas entre pontos

Contudo é possível que estimações incorrectas entre dois pontos se propaguem para os restantes, não podendo isto ser detectado. Além disso, se a fase residual num único ou em poucos interferogramas for maior do que  $\pi$ , não se irá notar se apenas se usar fases enroladas temporais. Assim, para ultrapassar esta dificuldade, é necessário utilizar uma estratégia de desenrolamento que seja espaço-temporal, combinando as duas abordagens, a grelha de desenrolamento espacialmente distribuída e o desenrolamento temporal. Para tal é utilizado uma rede, onde as diferenças de fase no espaço e no tempo são utilizadas para desenrolar a fase nos pontos PS (Figura 7).

Para resolver este problema é utilizada uma abordagem pelos mínimos quadrados.

## 4.2 Modelo Funcional

A fase enrolada  $\phi_x^k$  de um ponto num interferograma diferencial  $k$  pode ser decomposta de acordo com a equação 2.4:

$$\phi_x^k = W\{\phi_{x,topo}^k + \phi_{x,defo}^k + \phi_{x,obj}^k + \phi_{x,atmo}^k + \phi_{x,noise}^k\} \quad (4.1)$$

Kampes [2006] sugere alguns melhoramentos no modelo funcional, em relação à técnica de referência, especialmente no cálculo da deformação  $\phi_{x,defo}^k$ , e na introdução

de outra componente,  $\phi_{x,obj}^k$  que retrata a fase de dispersão de um objecto em relação à distância percorrida dentro da célula de resolução.

O deslocamento de cada ponto  $x$  é obtido utilizando-se a seguinte expressão

$$\phi_{x,defo}^k = -\frac{4\pi}{\lambda} \Delta r_x^k \quad (4.2)$$

onde,  $\Delta r_x^k$  é o deslocamento ao longo da linha de observação do satélite desde a aquisição da imagem *master*. De modo a limitar o número de parâmetros que precisam de ser estimados, o comportamento do deslocamento deve ser modelado e parametrizado. O deslocamento desde o tempo que passou até à aquisição da imagem *master* é modelado utilizando uma combinação linear de funções de base como

$$\Delta r_x^k = \sum_{d=1}^D \alpha_d(x) \cdot p_d(k). \quad (4.3)$$

Onde polinómios algébricos para bases temporais  $T^k$  poderiam ser usados

$$p_d(i) = \alpha(x) \cdot T^k. \quad (4.4)$$

O termo de dispersão de um objecto na Eq. (4.1) depende do azimute  $\xi_x$  e da distância ao solo  $\eta_x$  da posição sub-pixel do centro de fase de um ponto *scatterer* dentro da célula de resolução (Kampes, 2006, Eq. 2.17):

$$\begin{aligned} \phi_{x,obj}^k &= \phi_{\xi_x}^{k,m} + \phi_{\eta_x}^{k,m} \\ &= \left( \frac{4\pi}{\lambda^k} \sin\vartheta_x^k - \frac{4\pi}{\lambda^m} \sin\vartheta_x^m \right) \cdot \xi_x + \left( \frac{4\pi}{\lambda^k} \sin\theta_x^k - \frac{4\pi}{\lambda^m} \sin\theta_x^m \right) \cdot \eta_x \end{aligned} \quad (4.5)$$

onde,  $\lambda^k$  é o comprimento de onda do sinal portador utilizado pelo radar,  $\vartheta$  é o *squint angle*, e  $\theta$  é o ângulo de incidência.

A geometria destas duas componentes pode ser observada na Figura 8. A fase no interferograma é calculada na posição do pixel, que na verdade correspondente ao limite da célula de resolução, enquanto que o centro de fase do *scatterer*  $x$  está na realidade localizado na posição do sub-pixel  $\xi_x$  em azimute e  $\eta_x$  em distância ao solo.

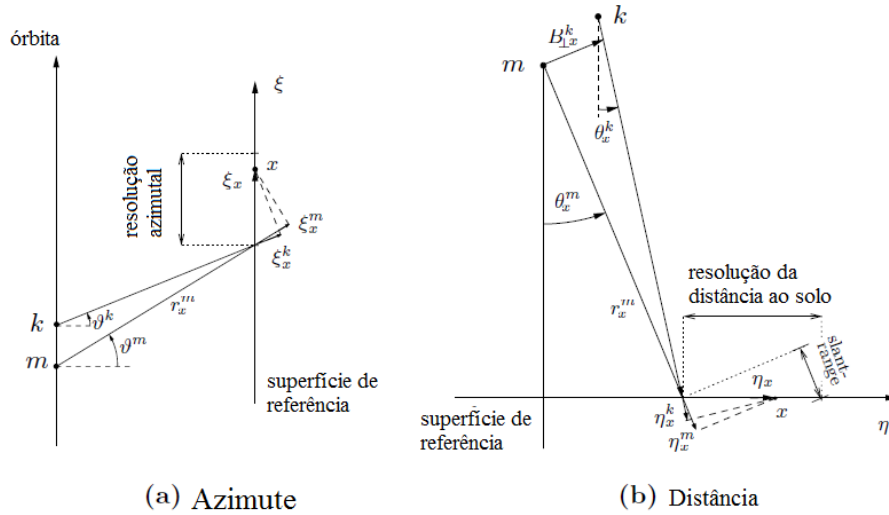


Figura 8 – Geometria da posição de um *scatterer* de um sub-pixel em azimute e distância ao solo

O termo do azimute pode ser expresso em função da frequência de Doppler [Bamler and Schmittler, 1993],

$$f_{dc}^k = \frac{-2v}{\lambda^k} \sin \theta^k. \quad (4.6)$$

onde  $v$  é a velocidade instantânea do satélite no sistema de coordenadas fixado à Terra. Tendo em conta que a geometria curva tem de ser corrigida devido às diferenças de velocidade entre os meios [Cumming and Wong, 2005]. A componente de fase do azimute é pode então ser calculada por

$$\phi_{\xi_x}^k = \frac{2\pi}{v} f_{x,dc}^k \cdot \xi_x. \quad (4.7)$$

O termo da distância ao solo  $\eta_x$  só é influenciado pelo comprimento de onda, e uma vez que os sensor usado foi sempre o mesmo, esta componente pode ser desprezada.

### 4.3 Modelo Estocástico

A matriz de variância-covariância das observações de fase originais nas imagens SAR é propagada para os parâmetros estimados.

A dispersão das observações originais de fase (nas  $H$  posições) num interferograma  $k$  são ordenadas num vector

$$\varphi^k = \begin{bmatrix} \varphi_1^k \\ \varphi_2^k \\ \vdots \\ \varphi_H^k \end{bmatrix}, \quad (4.8)$$

A dispersão das observações de fase são dadas por

$$\begin{aligned}
D\{\varphi^k\} &= Q_{SAR^k} \\
&= Q_{noise^k} + Q_{atmo^k} \\
&= \begin{bmatrix} \sigma_{noise_1^k}^2 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \sigma_{noise_H^k}^2 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \sigma_{noise_H^k}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{atmo^k}^2(0) & \sigma_{atmo^k}(l_{1,2}) & \sigma_{atmo^k}(l_{1,3}) & \cdots & \\ \cdot & \sigma_{atmo^k}(0) & \sigma_{atmo^k}(l_{2,3}) & \cdots & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_{atmo^k}^2(0) \end{bmatrix} \quad (4.9)
\end{aligned}$$

A matriz  $Q_{noise^k}$  descreve o ruído termal, o ruído de processamento, etc.  $Q_{atmo^k}$  é a matriz variância-covariância que descreve as condições atmosféricas na aquisição  $k$ , e  $l_{a,b}$  é a distância entre os pontos  $a$  e  $b$ .

Uma função covariância empírica pode ser aqui utilizada para preencher a matriz anterior, utilizando uma parametrização analítica da função de covariância, na qual os parâmetros são estimados utilizando os resíduos obtidos após a estimação do erro do DEM e do deslocamento.

Organizando os vectores de observação das diferenças duplas de fase (diferença entre pontos vizinhos e entre a imagem *master* e cada imagem *slave*) de modo a que os elementos no vector fiquem ordenados de forma a que todas as fases interferométricas são dadas para o primeiro arco, depois para o segundo arco, etc. (para mais detalhe ver STUN pág. 25), a propagação da matriz variância-covariância para as diferenças da fase interferométrica em relação ao pixel de referência, é obtida pela aplicação da lei da propagação das variâncias.

### Observações de diferenças-duplas

Uma vez que todas as estimações são realizadas entre dois pontos, é útil considerar este caso especial, onde a matriz variância-covariância  $Q_{ifg}$  das diferenças duplas de observações de fase é parametrizada pela equação

$$\sigma_k^2 = \sigma_{noise^k}^2 + \sigma_{atmo}^2(0) - \sigma_{atmo^k}(l) \quad (4.11)$$

, uma vez que a dependência na distância é ignorada para a estimação relativa dos parâmetros entre pontos próximos. Assim ao assumir também que para uma pequena distância  $l$  obtém-se  $\sigma_{atmo}^2(0) \approx \sigma_{atmo^k}(l)$ , a matriz  $Q_{ifg}$  fica reduzida a

$$Q_{ifg} = \sum_{k=0}^K \sigma_{noise^k}^2 \times Q_k \quad \text{onde, } Q_k = \begin{cases} 2E_K & \text{se } k = 0 \\ 2i_k i_k^T & \text{se } k = 1, \dots, K \end{cases} \quad (4.12)$$

onde  $E_K$  é uma matriz  $K \times K$  preenchida com uns, e  $i_k$  é um vector  $K \times 1$  com um único 1 na posição  $k$ .

Assim, a matriz variância-covariância das observações das diferenças-duplas é escrita como um modelo da componente da variância, utilizando  $K + 1$  matrizes  $Q_k$  cofactores e  $K + 1$  componentes de variância  $\sigma_{noise^k}^2$ . Se estes componentes foram assumidos como serem parâmetros desconhecidos, uma técnica de estimação da componente da variância pode ser utilizada para obter estimativas para estas variáveis.

#### 4.4 Estimativa da componente da variância

Antes de se proceder à estimação dos parâmetros desconhecidos usando o estimador ponderado ILS (descrito no capítulo 3), é necessário em primeiro lugar estimar a componente da variância utilizando um modelo estocástico com componentes de variância *a priori*. A matriz variância-covariância  $Q_{ifg}$  das diferenças duplas é parametrizada pela Eq. (4.12), onde a dependência da distância é ignorada para a estimação de parâmetros entre pontos próximos.

Contudo para obter a estimação da componente da variância, é primeiro necessário uma estimação inicial dos parâmetros desconhecidos utilizando um modelo estocástico com componentes de variância *a priori* pré-definidas. Este é baseado na suposição de que a incerteza da fase interferométrica é suposta ser inferior a  $30^\circ$ , e que pequenos erros de registo apenas introduzem uma pequena quantidade adicional de ruído nas imagens *slave*.

A variância *a priori* é dada como  $\sigma_{noise^0}^2 = (20^\circ)^2$ , e  $\sigma_{noise^k}^2 = (30^\circ)^2$  para  $k = 1, \dots, K$

O vector da componente da variância das imagens SAR  $\sigma = [\sigma_{noise^0}^2, \dots, \sigma_{noise^K}^2]^T$  é estimado utilizando os resíduos provenientes dos mínimos quadrados da fase interferométrica temporal da estimação inicial entre dois pontos, [Verhoef, 1997],

$$\hat{\sigma} = N^{-1}r \quad (4.13)$$

onde  $N$  é uma matriz quadrada  $(K + 1) \times (K + 1)$ .

$$r(k + 1) = \hat{e}^T Q_y^{-1} Q_k Q_y^{-1} \hat{e} \quad (4.14)$$

$$N(k + 1, l + 1) = \text{trace}(Q_y^{-1} P_B^\perp Q_k Q_y^{-1} P_B^\perp Q_l)$$

para  $k, l = 0, \dots, K$ . A projecção ortogonal da matriz dos mínimos quadrados  $P_B^\perp$  é dado por  $P_B^\perp = I_K - B(B^T Q_y^{-1} B)^{-1} B^T Q_y^{-1}$ . A matriz variância-covariância da componente da estimativa da variância é dado por [Verhoef, 1997],

$$D\{\hat{\sigma}\} = 2N^{-1} \quad (4.15)$$

Se cada ponto nestas estimações for apenas utilizado uma vez (Figura 9), a estimação das componentes da variância que corresponde a parametrização (4.12), é dado pela média dessas estimações. A variância das componentes estimadas é então reduzida pelo número de estimativas.

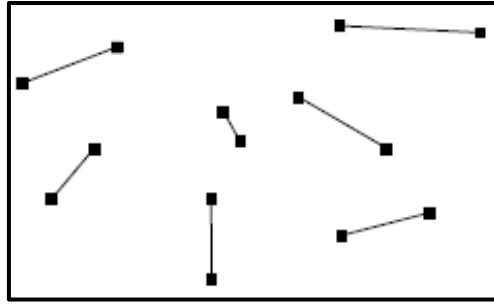


Figura 9 – Cálculo da rede de referência

## 4.5 Cálculo da rede de referência

### 4.5.1 Construção da rede de referência

No uso do algoritmo STUN nem todos os pixéis dos interferogramas são estimados, uma vez que não se espera que todos eles contêm informação de fase útil. Para tal são definidos limites para a selecção de pixéis. Contudo estes não têm de ser extremamente selectivos, uma vez que uma análise de fase irá revelar se os pontos seleccionados são ou não coerentes.

Os pontos que não são descartados, são então divididos em dois grupos: pontos de referência (PSCs) e outros pontos (provenientes de uma estimação final, à semelhança da técnica PS de referência). Espera-se que a maior parte dos pontos da rede de referência sejam coerentes no tempo, com base no valor de índice de dispersão de amplitude. Os parâmetros são primeiro estimados entre pontos próximos da rede de referência (secção 4.5). A estimação dos outros pontos é depois descrita na secção 4.6.

Na técnica utilizada por Ferreti et al, [2001], eram seleccionados os pixéis que tinham um valor da dispersão da amplitude compreendido entre 0.25 e 0.3. Esta selecção permitia estabelecer uma rede de pontos coerentes de referência, que de preferência estivessem igualmente distribuídos sobre a zona de interesse de modo a se poder interpolar o sinal atmosférico estimado.

Na abordagem STUN, os pontos de referência da rede (PSC) são seleccionados de maneira diferente. É colocada uma grelha sobre o interferograma, e em cada célula da grelha será seleccionado o ponto que tiver a menor dispersão de amplitude. De modo a evitar PSC extremamente próximos entre si, uma nova grelha é colocada sobre os pontos previamente seleccionados, e novamente se selecciona o ponto de menor dispersão. Isto garante uma distância mínima, igual à largura da célula, entre os pontos, que é normalmente ajustado para 500 m. Esta distância é um bom compromisso entre limitar o sinal da atmosfera e a obtenção de uma quantidade de pontos de referência de rede suficientes para se poder processar. No final são descartados todos os pontos PSC que apresentem um valor de dispersão de amplitude maior do que um valor limite.

A rede é então construída conectando cada ponto com os  $n$  pontos mais próximos, mas de maneira a que as ligações sejam iguais em todas as direcções. Isto é conseguido ao primeiro conectar um ponto ao seu vizinho mais próximo no primeiro quadrante, depois no segundo, etc., até que tenha sido atingido o número de conexões necessárias. Os arcos criados não podem ser maiores do que um comprimento máximo predefinido, e as possíveis ligações duplas são removidas no passo final.

A rede de referência é então calculada em duas fases, usando apenas uma pequena parte dos pixéis seleccionados. O erro do DEM e os parâmetros são primeiro estimados entre pontos próximos, usando as séries temporais de fase interferométrica. Depois da estimação temporal, os parâmetros nos pontos são obtidos por um ajustamento de mínimos quadrados das diferenças estimadas dos parâmetros. De seguida é realizado um teste estatístico para identificar estimações incorrectas na primeira etapa. Em ambas as etapas estão presentes os resíduos dos mínimos quadrados, na primeira encontram-se na fase residual dos interferogramas, e na segunda são os resíduos obtidos dos parâmetros estimados nos arcos.

A matriz relativa às séries de tempo de fase para os parâmetros desconhecidos é  $B$ , e a matriz para o espaço de rede é  $C$ . As observações são representadas por  $(y)$ , os parâmetros desconhecidos flutuantes  $(b)$ , e os resíduos dos mínimos quadrados  $(e)$ .

#### 4.5.2 Integração espacial das diferenças dos parâmetros estimados

O erro do DEM e os parâmetros do deslocamento (diferenças) são estimados em todos os arcos da rede de referência utilizando o método de estimação de inteiros pelos mínimos quadrados, ao contrário do que acontece na técnica de referência PS, onde a estimação é realizada através da maximização da coerência. A dispersão das diferenças duplas das fases observadas é dada pela matriz variância-covariância.

Na criação da rede, os parâmetros são estimados entre os pontos indicados pelas linhas. É assumido que apenas o erro do DEM e a taxa de deslocamento são estimados, embora não exista essa restrição no algoritmo. O erro do DEM nos pontos pode ser obtido em relação a um ponto de referência (o primeiro ponto, que é desconhecido, é removido do vector dos parâmetros desconhecidos juntamente com a coluna correspondente da matriz) resolvendo um sistema de equações de observações como

$$\begin{bmatrix} \Delta h_{2,1} \\ \Delta h_{3,1} \\ \Delta h_{4,1} \\ \vdots \\ \Delta h_{3,2} \\ \Delta h_{4,2} \\ \vdots \\ \Delta h_{H-1,H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \\ \vdots \\ \Delta h_{H-1} \\ \Delta h_H \end{bmatrix} \quad (4.16)$$



onde a matriz  $C$  construída corresponde aos arcos estimados. A solução dos parâmetros desconhecidos é então dado pelos mínimos quadrados [Teunissen, 2000],

$$\begin{aligned} Q_{\hat{b}} &= (C^T Q_y^{-1} C)^{-1}, & Q_{\hat{y}} &= C Q_{\hat{b}} C^T, & Q_{\hat{e}} &= Q_y - Q_{\hat{y}}, \\ \hat{b} &= Q_{\hat{b}} C^T Q_y^{-1} y, & \hat{y} &= C \hat{b}, & \hat{e} &= y - \hat{y} \end{aligned} \quad (4.17)$$

onde  $Q_{\hat{b}}$  é a estimação da matriz variância-covariância para os parâmetros desconhecidos,  $Q_{\hat{y}}$  as observações ajustadas,  $Q_{\hat{e}}$  os resíduos dos mínimos quadrados, e  $\hat{b}$ ,  $\hat{y}$  e  $\hat{e}$  o vector dos parâmetros desconhecidos ajustados, observações e os resíduos, respectivamente.

A matriz  $C$  específica a relação funcional entre os parâmetros desconhecidos  $b$  nos pontos e as diferenças  $y$  entre os pontos. A matriz  $Q_{\hat{y}}$  é a matriz variância-covariância de  $y$ .

Uma outra matriz idêntica é criada para “integrar” as outras diferenças estimadas dos parâmetros de forma independente, neste exemplo a taxa de deslocamento das diferenças nos arcos. No entanto os resíduos dos mínimos quadrados (de fecho) têm que ser exactamente iguais a zero, já que não existem observações reais entre os pontos. Se todos os resíduos espaciais forem iguais a zero, a estimação por mínimos quadrados nos pontos são as mesmas independentemente do caminho a percorrer.

### 4.5.3 Identificação de estimações incorrectas e pontos incoerentes

Ao contrário do que acontece na técnica PS de referência, onde as estimações com um alto nível de coerência são assumidas como correctas, no STUN a rede redundante construída permite identificar pontos e estimações incoerentes.

A situação para a rede de referência difere de uma rede de nivelamento no facto em que o erro de fecho tem de ser exactamente zero, uma vez que não existem medições independentes (ruído) nos arcos. Contudo na prática são encontrados resíduos com valores diferentes de zero na rede devido a estimativas incorrectas em certos arcos. As possíveis razões são ou que um ponto é incoerente ou que um arco é estimado de forma incorrecta.

Apesar deste tipo de erros não poderem ser ajustados como acontece numa rede de nivelamento, a causa pode e deve ser encontrada e eliminada, uma vez que a remoção de um arco não altera a solução ou o parâmetro de precisão. No entanto, ter erros de fecho de valor zero não garante que os parâmetros tenham sido estimados correctamente (eles podem ser todos incorrectamente consistentes), mas sim que todos os erros que possam ser encontrados são eliminados.

Com o objectivo de encontrar arcos e pontos *outliers*, são realizados testes estatísticos de hipóteses complexos, conhecidos como *Delft method of testing*.

#### 4.6 Estimação dos pontos relativamente à rede de referência

Uma vez definida a rede de referência, são calculados os parâmetros do erro do DEM e deslocamento nos pontos de referência. A estimação é novamente realizada pelo estimador dos mínimos quadrados, idêntico ao realizado na estimação dos arcos da rede de referência. Cada novo ponto é conectado ao ponto mais próximo da rede de referência (Figura 10) e as séries temporais de diferenças de fase enroladas são utilizadas para estimar o erro do DEM e as diferenças dos parâmetros de deslocamento entre o ponto de referência e o novo ponto.

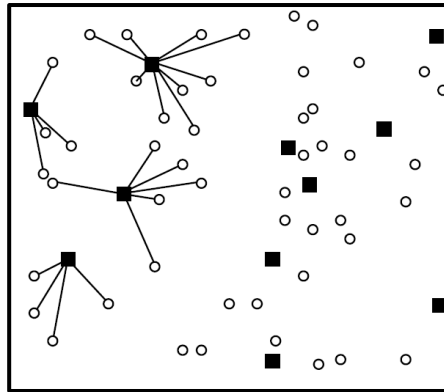


Figura 10 – Conexão de novos pontos (círculos) aos pontos da rede de referência (quadrados)

Para detectar pontos incoerentes, é estimada uma variância *a posteriori* para cada arco (ponto)

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{\hat{e}^T Q_y^{-1} \hat{e}}{r} \quad (4.18)$$

onde  $\hat{e}$  é o vector dos resíduos fase (diferenças), e  $r$  é a redundância (ou seja, o número de interferogramas menos o número de parâmetros estimados).

No método de estimação por mínimos quadrados, o espaço de procura é controlado pela variância das pseudo-observações que são introduzidas, por essa razão quanto menor for o número de imagens disponíveis, menor deve ser a variância.

#### 4.7 Estimativa final

Na técnica de PS de referência, o passo final consiste na estimativa de mais pontos após a subtração do APS estimado. Pontos que apresentem um valor de coerência acima de um limite estipulado são seleccionados como pontos de confiança, ou seja, pontos que são o resultado final.

No algoritmo STUN é utilizado um sistema de desenrolamento de dados de fase explícito. Apenas pontos que tenham uma pequena fase residual (temporal) em relação ao modelo é que deverão ser utilizados para o desenrolamento espacial. A razão disso é porque os pontos que são incorrectamente desenrolados em tempo dificilmente podem ser distinguidos de pontos que são correctamente estimados após a adição dos campos

residuais desenrolados, porque os resíduos temporais provenientes dos mínimos quadrados pertencem  $[-\pi, \pi)$ . por definição, enquanto os resíduos espacialmente desenrolados podem ser consideravelmente maiores, devido a, nomeadamente à atmosfera. Por exemplo, um ponto que é totalmente coerente (e que não sofre de deslocamento), longe do ponto de referência, e um ponto que é totalmente incoerente, perto do ponto de referência, são temporalmente desenrolados pelos estimados ILS em relação a um pixel de referência coerente. Os parâmetros que são estimados para o ponto incoerente são aleatórios, mas eles minimizam a norma em relação ao modelo. Os resíduos enrolados das diferenças de fase (Eq. 4.18) são muito menores para o ponto coerente, assim como é o factor da variância estimada. No entanto, após o processo de desenrolamento espacial, os resíduos desenrolados no ponto incoerente poderiam ser menores devido à sua proximidade com o ponto de referência (e consequentemente, teria a menor fase atmosférica). Portanto, apenas pixéis com uma variância *a posteriori*, Eq. (4.18), menores do que um certo limite  $k$  é que são incluídos no desenrolamento espacial,

$$\hat{\sigma}_x^2 < k \quad (4.19)$$

o valor limite depende da matriz variância-covariância usada durante a estimação ILS, porque a variância estimada é um factor de multiplicação para esta matriz.

### Desenrolamento espacial da fase

Depois de os parâmetros serem estimados, o modelo de desenrolamento da fase pode ser calculado para cada ponto em cada um dos interferogramas, utilizando o seguinte modelo

$$\hat{\Phi}_x = B\hat{b}_x \quad (4.20)$$

Uma vez que a fase observada está enrolada, apenas os resíduos enrolados da fase podem ser obtidos, ou seja,

$$W\{\hat{e}_x\} = W\{\phi_x - \hat{\Phi}_x\} \quad (4.21)$$

É esperado que a fase residual nos pontos seleccionados em cada interferograma contenha uma componente de frequências baixas causada pelo sinal atmosférico interferométrico e um possível deslocamento não modelado, e uma pequena amplitude de alta frequência devido ao ruído aleatório. Este problema pode ser resolvido aplicando um filtro espacial complexo passa-baixo nos resíduos enrolados. Contudo, para desenrolar os campos residuais em cada interferograma, um algoritmo de desenrolamento de rede dispersa MCF [Eineder and Holzner, 1999] é aplicado directamente no algoritmo STUN, utilizando a distância entre pontos para gerar a função custo. Após o desenrolamento dos campos residuais, a fase desenrolada nos pontos seleccionados é obtida por adição dos resíduos de fase desenrolados  $\hat{e}_x$  ao modelo de fase

$$\check{\Phi}_x = \hat{\Phi}_x + \hat{e}_x \quad (4.22)$$

A fase desenrolada no ponto de referência tem de ser depois colocada a zero em todos os interferogramas.

### Estimação usando dados desenrolados

Depois do desenrolamento espaço-temporal da fase, os parâmetros são novamente estimados pelo método dos mínimos quadrados. O mesmo modelo de deslocamento e a mesma matriz variância-covariância são usados para a estimação dos dados enrolados utilizando o seguinte sistema de equações

$$E\{\check{y}\} = Cb, \quad D\{\check{y}\} = Q_y \quad (4.23)$$

### Descrição da Qualidade

A matriz variância-covariância dos parâmetros estimados é dada pela equação

$$Q_{\hat{b}} = (C^T Q_y^{-1} C)^{-1} \quad (4.24)$$

supondo que a matriz variância-covariância *a priori* das diferenças duplas é conhecida. No entanto, a matriz variância-covariância usada durante a estimação ILS com dados enrolados é apenas válida em pontos próximos, porque os factores da variância desta matriz foram estimados utilizando as diferenças de fase entre pontos enrolados da rede de referência a uma distância típica. A precisão das observações das diferenças duplas de fase desenroladas podem ser obtidas por estimação de um factor da variância *a posteriori* final para cada ponto  $x$ , Eq. (4.18). Este factor pode ser calculado utilizando os resíduos de fase temporais desenrolados relativamente ao ponto de referência. A variância *a posteriori* escala com a matriz *a priori* dada pela Eq. (4.12),

$$Q_{ifg_x} = \hat{\sigma}_x^2 \cdot Q_{fig} \quad (4.25)$$

O uso de um único factor implica que a precisão das observações das diferenças duplas escala da mesma forma em todos os interferogramas. Isto é aceitável, uma vez que o sinal atmosférico é a principal razão para a deterioração da precisão em pontos com uma distância maior do ponto de referência. A propagação da matriz variância-covariância dos parâmetros estimados escala com o mesmo factor da variância *a posteriori* da matriz variância-covariância das observações, ou seja,

$$Q_{\hat{b}_x} = \hat{\sigma}_x^2 \cdot Q_{\hat{b}} \quad (4.26)$$

A precisão dos parâmetros estimados no ponto  $x$  é então descrita pela matriz variância-covariância em relação ao ponto de referência.

## 5 Análises e resultados do estudo de caso em Singapura

---

### 5.1 Singapura

Como referido anteriormente, o objectivo deste projecto consiste no estudo detalhado do método dos mínimos quadrados inteiros e do processo de cálculo da estimativa da componente da variância no processo interferométrico, a partir de um algoritmo que utiliza rotinas presentes no algoritmo STUN de Kampes.

Para realizar este projecto foi escolhida como área de estudo a ilha de Singapura. Singapura é um país insular constituído por 63 ilhas, onde habitam cerca de 5 milhões de pessoas. Trata-se de um país altamente urbanizado, o que o torna um bom local para a utilização da técnica PS. É localizado nas seguintes coordenadas 1°18'N 103°51'E, e encontra-se na ponta sul da Península da Malaia, a 137 quilómetros ao norte do Equador.

### 5.2 Descrição dos dados

#### 5.2.1 Imagens SAR

Foi obtido um conjunto de 23 imagens SAR a partir do satélite ERS1 da *European Space Agency* (ESA) através do projecto CAT1-6940 (“*Project Mapping Vertical Land Movement and Coastline Retreat Study Using InSAR and GNSS*”). As imagens foram adquiridas em passagem ascendente (track 226) e abrangem o período temporal de 1995 a 2000 (Tabela 1). Estas imagens SAR foram usadas neste trabalho para estimar o movimento vertical da ilha de Singapura.

Os valores da base perpendicular encontram-se entre o limite óptimo, porém existe uma falha temporal superior a um ano. Além disso o número de aquisições não é suficiente para modelar de modo eficaz os efeitos atmosféricos; Colesanti et al., [2003], sugerem que no mínimo é necessário um conjunto de 25-30 interferogramas para identificar correctamente os PS e que estes devem ser entre 3-4 PS/km<sup>2</sup> de modo a estimar e remover eficazmente as condicionantes atmosféricas.

Tabela 1 – Base perpendicular e temporal do ERS1

Descending pass (trk75)		
Date	B <sub>⊥</sub>	B <sub>T</sub>
07-Oct-1995	525	-701
31-Mar-1996	-490	-525
04-May-1996	997	-491
05-May-1996	859	-490
18-Aug-1996	-886	-385
22-Sep-1996	-35	-350

27-Oct-1996	839	-315
01-Dec-1996	352	-280
03-Aug-1997	-236	-35
07-Sep-1997	0	0
11-Oct-1997	170	34
12-Oct-1997	513	35
16-Nov-1997	-233	70
01-Mar-1998	-920	175
23-Aug-1998	-348	350
27-Sep-1998	464	385
01-Nov-1998	493	420
10-Jan-1999	-1213	490
21-Mar-1999	338	560
30-May-1999	669	630
08-Aug-1999	376	700
17-Oct-1999	-392	770
30-Jan-2000	-220	875

### 5.2.2 Cálculo do Modelo Digital de Terreno para Singapura

Como já mencionado, para corrigir os erros de fase da componente topográfica do processamento interferométrico é necessário um modelo digital do terreno. O Modelo Digital do Terreno (MDT) tem que ser feito de modo a que abranja toda a área coberta pelo interferograma, neste caso, além de Singapura é também necessário incluir uma parte da Malásia e Indonésia.

Para estas zonas é possível utilizar um modelo SRTM (*The Shuttle Radar Topography Mission*) global com 90 m de resolução espacial e 16 m de precisão vertical. O SRTM consistiu num projecto onde o objectivo era a produção de dados topográficos para 80% da superfície terrestre do planeta, através de interferometria radar.

O modelo digital do terreno de Singapura (SingDTM) utilizado neste caso de estudo foi fornecido pela NUS (*National University of Singapore*). O modelo tem uma resolução planimétrica de 1 m, as coordenadas projectadas estão referenciadas ao sistema cartográfico de Singapura e o *datum* geodésico é o WGS84. O SingDTM foi convertido para coordenadas geodésicas a partir do rearranjo de uma grelha de 10 m. As alturas ortométricas, referenciadas com o *datum* vertical de Singapura (SVY 21), foram convertidas para alturas elipsoidais utilizando o modelo geo-potencial EGM08 da NASA/JPL. O modelo foi avaliado comparando as alturas elipsoidais com alturas elipsoidais medidas com GPS (no total de 4779 pontos bem distribuídos por Singapura), resultando num RMS para a totalidade do DEM de 0.35 m. O modelo está representado na Figura 11.

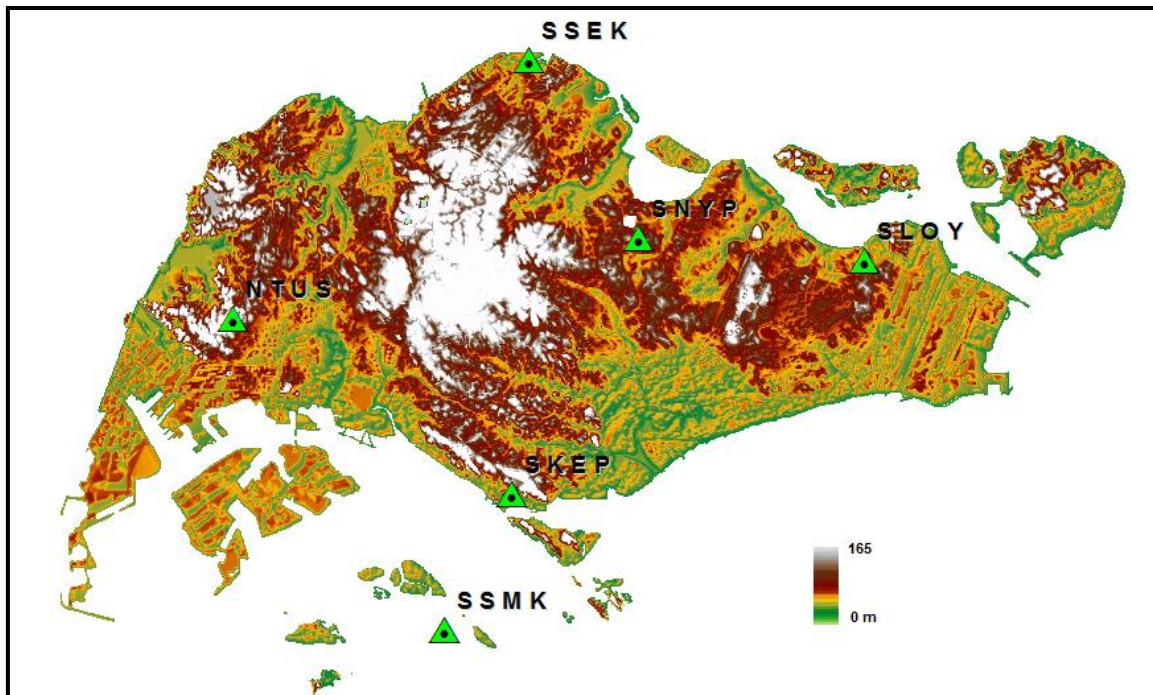


Figura 11 – Modelo Digital do Terreno de Singapura

### 5.3 Processamento Interferométrico dos dados multi-temporais SAR

O estudo foi realizado utilizando um total de 21 interferogramas, com uma série temporal de imagens SAR do satélite ERS1 adquiridas entre 1995 e 2000. A imagem *master* foi adquirida em 7 de Setembro de 1997, e foi escolhida de modo a minimizar tanto a base temporal como a base perpendicular.

Os interferogramas foram calculados utilizando software Doris [Kampes et al., 2003], usando uma única imagem *master*. Os interferogramas foram geolocalizados com uma resolução espacial de 20x20m. Foi aplicado um filtro azimuthal em todas as imagens SAR de modo a reduzir o ruído na fase interferométrica caso existisse uma diferença na medição da frequência de Doppler entre a imagem *master* e as *slave*. Foram utilizadas órbitas precisas fornecidas pela ESA Universidade Técnica de Delft (TUDelft) para calcular a separação espacial entre duas imagens, determinando-se também a linha base perpendicular (distância entre imagens medida na perpendicular à linha de vista). O *offset* da imagem *slave* em relação à imagem *master* é determinado utilizando uma grelha de pontos onde é realizado uma correlação-cruzada da amplitude. Utilizando esta informação é possível determinar um polinómio de co-registo, que é usado para co-registar a imagem *slave* para a imagem *master*. Utilizando a imagem *master* e imagem *slave* co-registradas, a fase interferométrica é calculada como o produto conjugado complexo das duas imagens complexas.

Os últimos dois passos consistem no cálculo da fase do elipsóide e da fase topográfica. A fase elipsoidal é conseguida aproximadamente utilizando órbitas precisas, por um polinómio 2D de grau 5, e a fase topográfica utilizando órbitas precisas e o modelo

digital do terreno SingDTM. O resultado final foi georreferenciado para a geometria cartográfica WGS84/GRS80.

Os interferogramas são organizados de acordo com a base perpendicular da esquerda para a direita. É possível observar na Figura 12 que alguns dos interferogramas estão perto do limite de aplicabilidade da interferometria para o satélite ERS, os 1200 m [Ferreti et al., 1999]. Por isso, antecipa-se um elevado ruído nestes interferogramas e baixo valor de coerência devido à descorrelação geométrica.

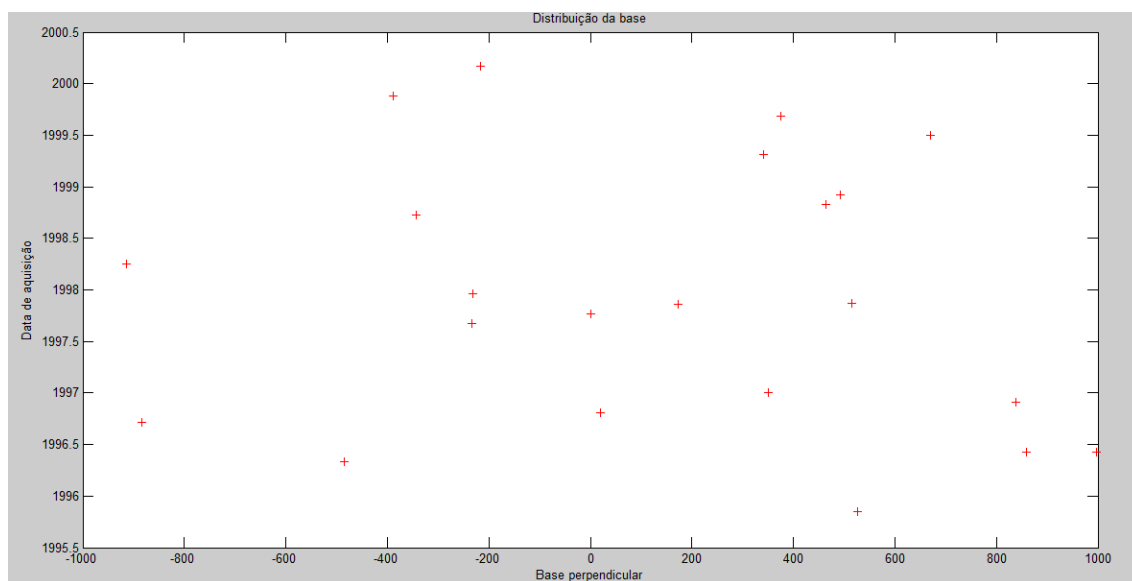


Figura 12 – Distribuição da base perpendicular para Singapura

Uma primeira análise dos 21 interferogramas revelou uma baixa coerência para os interferogramas com uma base perpendicular maior do que 400 m e uma boa coerência na área urbana para linhas de base temporais até 360 dias. Em áreas urbanas, o factor limitativo é claramente a linha da base perpendicular. Em interferogramas coerentes, foi identificada a presença de ruído troposférico significativa e nenhuma evidência de grande sinal de deformação.

#### 5.4 Processamento de referência

Os pontos (PSC) foram obtidos utilizando um limite para o índice de dispersão da amplitude  $< 0,4$  (Figura13), como descrito na secção 2.4. No total foram seleccionados 35403 PSC, contudo, apenas uma amostra de 7568 pontos bem distribuídos pela ilha (Figura 14). A razão desta escolha deve-se ao facto de limitação de memória do PCU ao processar a informação.



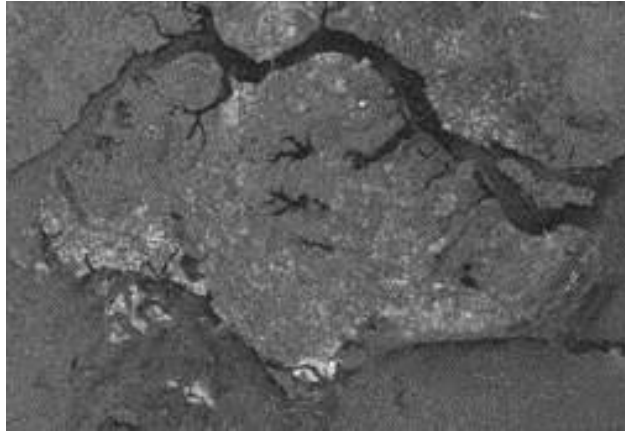


Figura 13 – Amplitude para a Ilha de Singapura

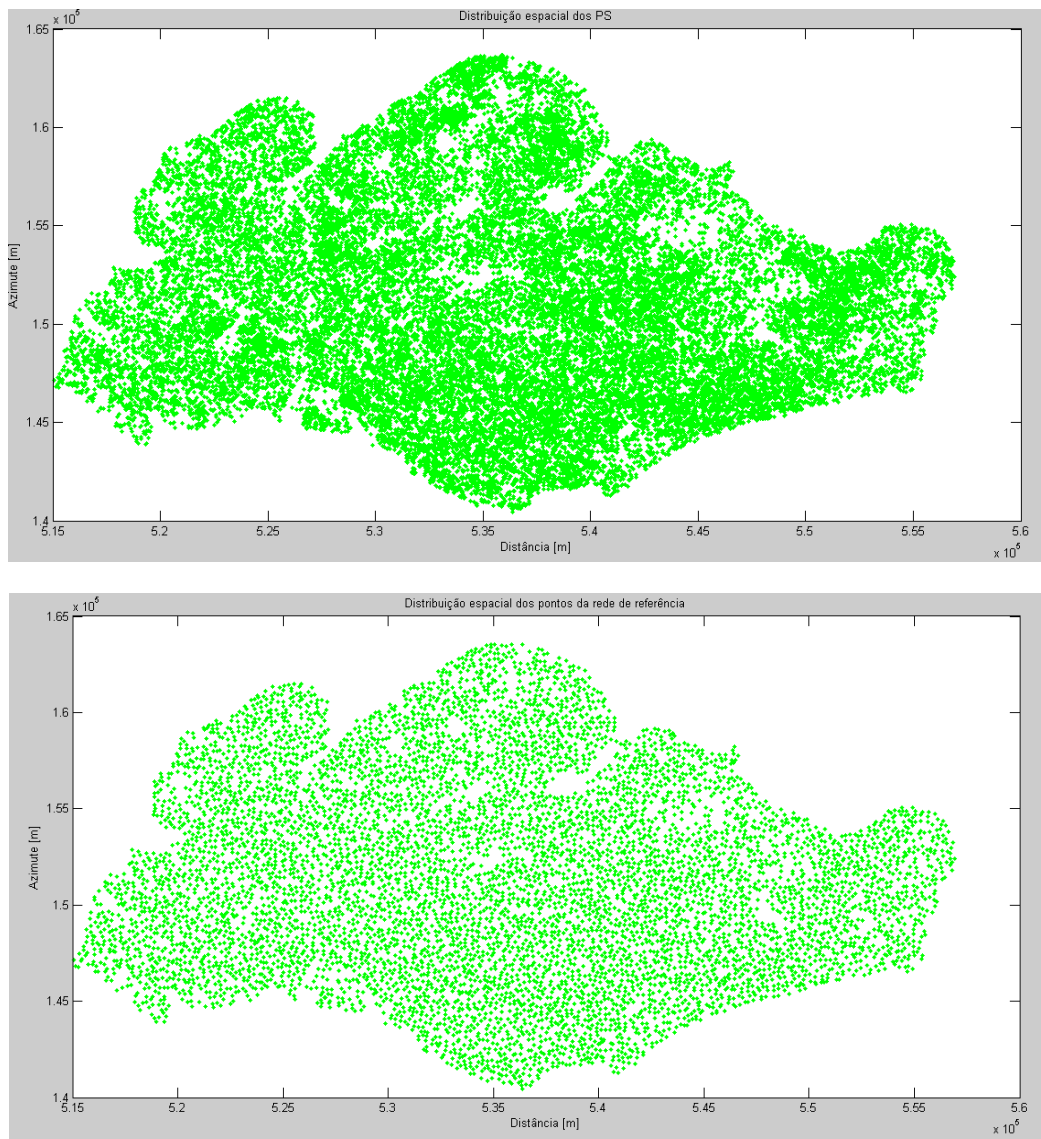


Figura 14 – Lista de *Persistent Scatterer Candidates* inicial (em cima) e final (em baixo)

Os pontos da rede de referência são seleccionados usando a estratégia *sparsification* descrita na secção 4.4.1. Quanto maior for a largura de célula utilizada, menos pontos da rede de referência serão seleccionados, e maior será a distância entre os pontos. A vantagem de uma maior largura de célula é que os cálculos são mais rápidos, em particular no passo do teste de hipótese, além de que é menos provável que a rede de referência contenha pontos incoerentes. A desvantagem é que o sinal atmosférico aumenta com a distância, o que pode levar a incorrecta estimação de parâmetros usando dados de fase enrolados, no caso em que sejam eliminados pontos da rede de referência, aumentando a distância entre os pixéis candidatos a PS.

Para criar a rede de referência, a célula da grelha foi configurada com 500 m de largura, permitindo obter uma quantidade de pontos de referência suficientes para processar e sem limitar o sinal da atmosfera, resultando um total de 752 pontos (Figura 15). A rede entre estes pontos foi construída como descrito na secção 4.4.1, mas usando a triangulação de Delaunay e com uma distância máxima de 2000 m entre pontos. A rede está representada na Figura 16.

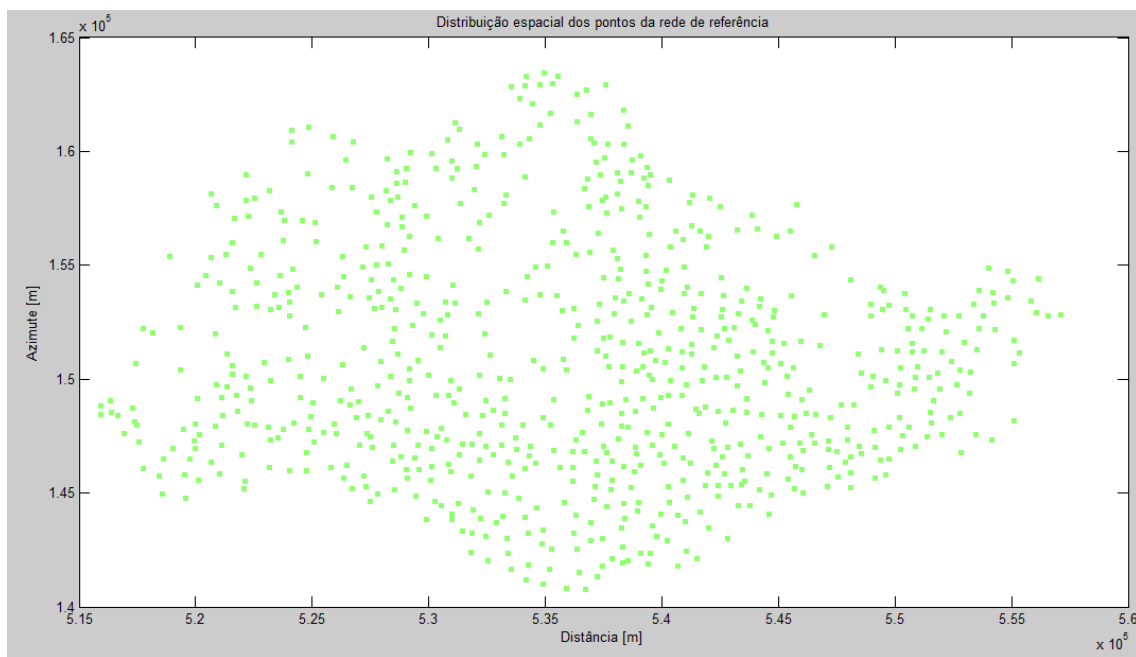


Figura 15 – Pontos da rede de referência

Este processo resultou no total de 2087 arcos com uma média de comprimento de arco de 923.427 m e um desvio padrão de 356.311 m. O arco mais pequeno tem 177.982 m de dimensão, enquanto o maior 1991.748 m. Esta informação encontra-se na Tabela 2.

Tabela 2 – Informação estatística da rede de referência

Rede de Referência	
Nº pontos na rede	752
Nº de arcos	2087
Nº médio de arcos por ponto	5.551
Comprimento min de arco (m)	177.982
Comprimento max de arco (m)	1991.748
Comprimento med de arco (m)	923.427
Comprimento desvpad de arco (m)	356.311

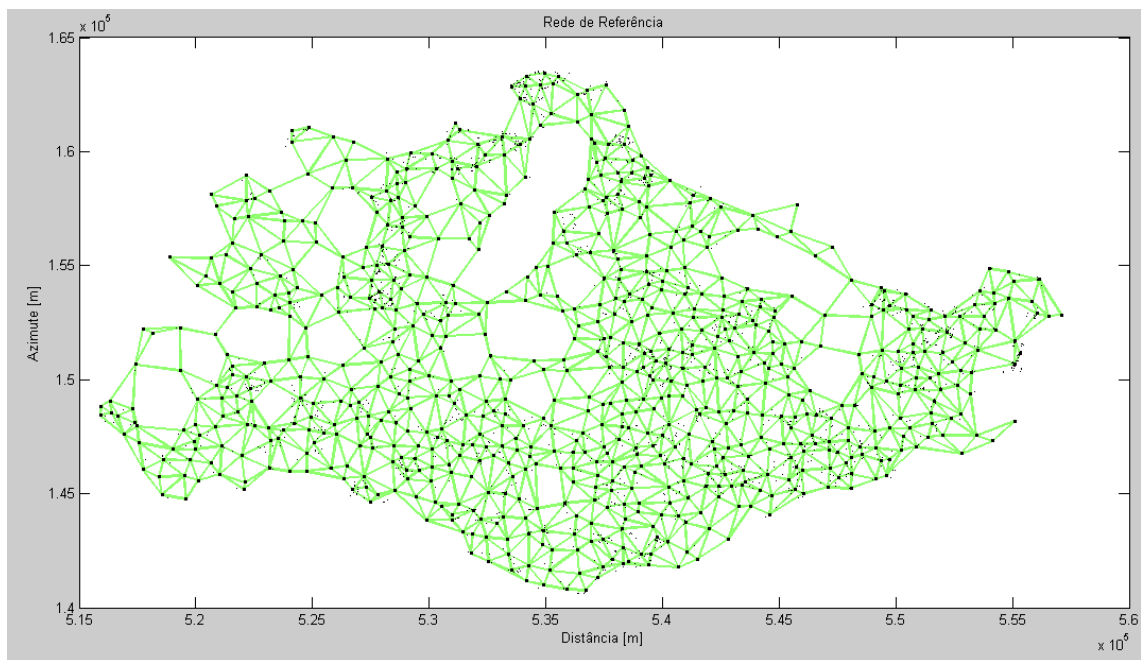


Figura 16 – Rede de referência

Como referido anteriormente, é necessário um conjunto de parâmetros *a priori*, que são estimados entre pontos próximos. Estes pontos formam os arcos para o VCE, e cada ponto só é utilizado uma vez, o que resulta num total de 348 arcos com um comprimento médio de 826.684 m e um desvio padrão de 335.886 m. A informação estatística dos arcos utilizados no VCE pode ser visualizada na Tabela 3.

Tabela 3 – Informação estatística dos arcos utilizados para o *Variance Component Estimation*

Arcos para o VCE	
Nº de arcos	348
Comprimento med de arco (m)	826.684
Comprimento desvpad de arco (m)	335.886

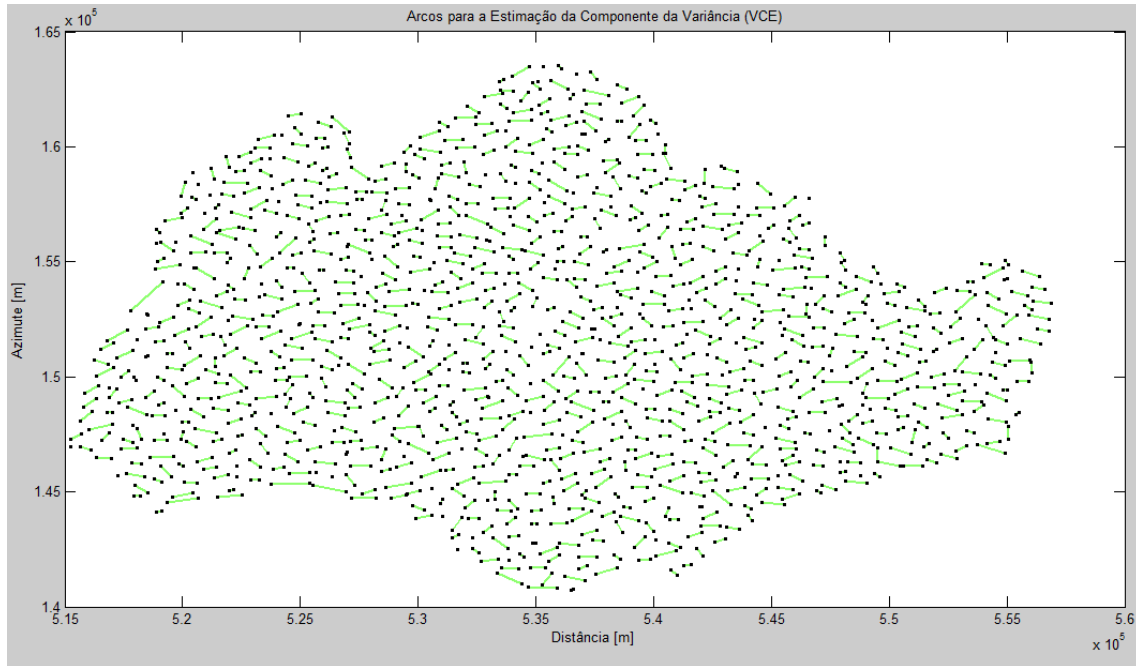


Figura 17 – Arcos usados no VCE

Uma vez escolhidos os arcos para o VCE (Figura 17), que serão usados para estimar o modelo estocástico *a priori*, é então criado o modelo funcional como descrito na secção 4.2. O modelo estocástico (secção 4.3) é criado através da aplicação da equação 4.12,

$$Q_{ifg} = \sum_{k=0}^K \sigma_{noise^k}^2 \times Q_k \quad \text{onde, } Q_k = \begin{cases} 2E_K & \text{se } k = 0 \\ 2i_k i_k^T & \text{se } k = 1, \dots, K \end{cases}$$

onde para um  $k = 0$

$$Q_k = 2 \times \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}; \sigma_{noise^0}^2 = (20)^\circ \times (\pi/180)$$

$$Q_{fig} = Q_k \times \sigma_{noise^0}^2 = \begin{bmatrix} 0.2437 & \dots & 0.2437 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0.2437 & \dots & 0.2437 \end{bmatrix}$$

e por exemplo para um  $k = 1$

$$Q_k = 2 \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \times [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}; \sigma_{noise^0}^2 = (30)^\circ \times (\pi/180)$$

$$Q_{fig} = Q_k \times \sigma_{noise^1}^2 = \begin{bmatrix} 0.5483 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.2437 & \dots & 0.2437 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0.2437 & \dots & 0.2437 \end{bmatrix}$$

A matriz variância-covariância para os parâmetros estimados utilizando a variância *a priori* é então ser obtida por

$$Q_{\hat{b}} = (B_1^T Q_{y_1}^{-1} B_1)^{-1}$$

e resulta em

$$Q_{\hat{b}} \begin{bmatrix} 0.1973 & 0.0339 \\ 0.0339 & 0.3177 \end{bmatrix}.$$

O erro do DEM é o primeiro parâmetro e o deslocamento o segundo, ou seja, o desvio padrão estimado usando este modelo *a priori* é de ~0,444 m para o erro do DEM estimado e ~0,564 mm/ano para o deslocamento; estimado entre pontos.

De seguida é necessário regularizar o sistema de equações (Eq. 3.11),

$$E \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} a + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} b, \quad D \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{y_1} & 0 \\ 0 & Q_{y_2} \end{bmatrix}$$

e adicionar pseudo-observações e as suas incertezas. Os valores para as pseudo-observações são zero, e as incertezas são definidas como 5 m erro do máximo do DEM para o erro do DEM e 10 mm/ano para a taxa de deslocamento.

O próximo objectivo consiste no cálculo dos resíduos dos arcos do VCE, para que depois se possa calcular a estimativa da componente da variância com base nos valores desses resíduos. Para tal é necessário resolver o sistema de equações acima representado, onde o problema é primeiro re-parametrizado através da transformação-Z (método LAMBDA), com o objectivo de melhorar a eficiência na procura do valor inteiro da ambiguidade.

O método LAMBDA utiliza como valores de entrada a matriz de variância-covariância  $Q_{\hat{a}}$ , que é calculada por meio da equação 3.13

$$Q_{\hat{a}} = (\bar{A}^T Q_y^{-1} \bar{A})^{-1}$$

onde  $\bar{A} = P_B^\perp A$  e  $P_B^\perp = I - B(B^T Q_y^{-1} B)^{-1} B^T Q_y^{-1}$ . Relembro que a matriz A é igual a  $\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}$ , a matriz B igual a  $\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$  e a matriz  $Q_y$  a  $\begin{bmatrix} Q_{y_1} & 0 \\ 0 & Q_{y_2} \end{bmatrix}$ .

A partir dos valores fase nos arcos seleccionados para o VCE são calculadas as diferenças duplas de fase, onde por exemplo a primeira diferença dupla de fase é obtida pela diferença da fase do primeiro ponto do arco com a fase do segundo ponto desse mesmo arco. A Tabela 4 demonstra alguns exemplos de valores de diferenças de fase nos arcos.

$$y_1 = \phi_1(\text{arco}_1) - \phi_2(\text{arco}_1)$$

Tabela 4 – Amostra de valores de diferenças duplas de fase nos arcos

Diferenças duplas de fase em cada arco por interferograma							
	Arco 1	Arco 2	Arco 3	Arco 4	Arco 5	Arco 6	Arco 7
<b>Interferograma 1</b>	2,435	-2,450	2,480	2,800	1,922	-1,142	2,839
<b>Interferograma 2</b>	-1,959	-2,763	-0,074	1,324	0,822	0,852	2,924
<b>Interferograma 3</b>	-1,239	1,997	2,799	1,557	2,371	-1,649	1,111
<b>Interferograma 4</b>	-2,323	2,903	-2,030	2,177	2,420	-0,223	1,111
<b>Interferograma 5</b>	-2,996	0,095	1,764	-1,428	0,215	1,039	-0,825

De seguida são calculados as ambiguidades flutuantes

$$\hat{a} = \frac{y}{-2\pi}$$

que depois com a aplicação da matriz Z (já determinada pelo método LAMBDA) permite calcular a solução flutuante descorrelacionada  $\hat{z}$ . Na seguinte fase é apenas utilizado um estimador *bootstrap* para determinar o limite de procura, de modo a obter uma solução fixa  $\check{z}$  (mais rápido que o estimador ILS, mas também menos preciso), sendo as ambiguidades depois transformadas novamente nas ambiguidades originais  $\check{a}$ . Contudo o algoritmo utilizado para determinar o valor inteiro das ambiguidades, nem sempre foi capaz de retornar valores no espaço de solução Z, pelo que no final se optou por fixar as soluções obtidas. As diferenças de fase podem então ser desenroladas utilizando as ambiguidades inteiras estimadas, Eq. (3.15)

$$y = W\{y\} + 2\pi \times \check{a}$$

sendo depois possível calcular uma estimação das diferenças dos parâmetros desconhecidos, observações e resíduos pelos mínimos quadrados, Eq. (3.16, 3.17 e 3.18)

$$Q_{\hat{b}} = (B_1^T Q_{y_1}^{-1} B_1)^{-1}, \check{b} = Q_{\hat{b}} B_1^T Q_{y_1}^{-1} \check{y}_1, \hat{y} = B_1 \hat{b},$$

$$\hat{e} = \hat{y} - \check{y}_1$$

No final do processo uma pré-selecção dos arcos é realizada, baseada no valor individual de variância *a posteriori* ( $\hat{\sigma}_x^2 < 2$ ) de cada arco, tendo sido eliminados 41 dos 348 arcos iniciais.

Como atrás referido, utilizando os resíduos da estimação inicial nos arcos, é possível estimar a componente da variância para os mesmos, por meio da Eq. (4.14)

$$\hat{\sigma} = N^{-1}r$$

onde

$$r(k+1) = \hat{e}^T Q_y^{-1} Q_k Q_y^{-1} \hat{e}$$

$$N(k + 1, l + 1) = \text{trace}(Q_y^{-1} P_B^\perp Q_k Q_y^{-1} P_B^\perp Q_l)$$

Uma vez estimada a componente da variância, é então necessário actualizar a matriz de variância-covariância. O modelo pode agora ser actualizado, utilizando a nova matriz variância-covariância, mantendo o mesmo modelo funcional mas usando um novo modelo estocástico.

## 5.5 Integração da rede

O próximo passo consiste então na estimação dos parâmetros de todos os 2087 arcos da rede de referência, utilizando o novo modelo proveniente da estimação inicial nos arcos VCE. Os arcos são estimados relativamente a um ponto de referência e estes são depois integrados utilizando o método de ajustamento por mínimos descritos na secção 4.5.2.

Com o novo modelo estocástico, que utiliza pesos ponderados, a matriz variância-covariância dos parâmetros estimados (utilizando as componentes da variância do modelo estocástico) resulta em

$$Q_b \begin{bmatrix} 0.5476 & 0.1125 \\ 0.1125 & 0.8198 \end{bmatrix}.$$

É de notar que com este novo modelo os valores das variâncias pioraram consideravelmente, tendo-se agora ~0,740 m para o erro do DEM estimado e ~0,905 mm/ano para o deslocamento; estimado entre pontos.

O próximo passo do algoritmo é o desenrolamento da fase nos pontos seleccionados com base no valor da componente da variância estimada. Quanto maior for o limite, mais pontos são seleccionados e mais pontos incoerentes serão também seleccionados. A selecção de pontos incoerentes pode levar a erros de desenrolamento, e se estes erros tiverem um efeito global, isso pode influenciar a estimativa de outros pontos. Além disso, como explicado anteriormente, estes pontos incorrectamente estimados não podem ser detectados durante a estimação final utilizando os dados desenrolados. Aqui o uso do VCE é de grande importância, pois permite o uso de pesos correctos na estimação, em vez de se ter uma suposição demasiado optimista sobre a qualidade de alguns valores de fase, o que aumenta a probabilidade de encontrar o número inteiro verdadeiro de ambiguidades. Esta ponderação realista também melhora a qualidade da estimativa dos parâmetros.

De seguida são calculadas as diferenças do erro do DEM e da taxa de deslocamento (diferenças) nos arcos da rede de referência, utilizando dados (observações de fase) enrolados. O processo de cálculo é semelhante ao descrito anteriormente, à excepção de que agora não se utilizará o estimador *bootstrap* para obter a solução fixa, mas sim o estimador ILS (descrito na secção 3).

Os valores das incertezas das pseudo-observações para regularizar o estimador ILS são definidos como 5 m para o erro do DEM e 10 mm/ano para a taxa de deslocamento; os mesmos valores utilizados na estimação inicial nos arcos.

Se todas as estimativas nos arcos estivessem correctas, então os resíduos ajustados nos arcos deveriam ser todos zero, e assim a integração seria independente do caminho. Contudo tal não acontece como explicado na teórica. Para garantir que arcos incoerentes são removidos da rede de referência, eliminam-se os pontos dos arcos que apresentem uma variância *a posteriori* maior do que 2.

No algoritmo STUN são eliminados arcos com base na variância *a posteriori* e testes estatísticos complexos. Este passo não foi implementado com sucesso, uma vez que a remoção de muitos arcos e pontos resulta em “ilhas” que ou têm de ser removidas ou tem que se lhes inserir um ponto de referência, porque se não o sistema de equações fica singular não permitindo chegar a uma solução. Este facto obriga a que haja uma ligação contínua na rede entre os pontos, à semelhança de uma rede de nivelamento, o que pode ser um problema quando se trata de pontos PS que podem ser não correlacionados.

Neste algoritmo a remoção dos arcos é conseguida pela remoção dos pontos que formam esses arcos *outliers*. Estas remoções são realizadas várias vezes até se ter uma amostra de pontos que se considere óptima, e só depois então o programa é corrido com o objectivo de estudar resultados. A amostra de pontos “óptima” é utilizada como dados de entrada, e uma nova rede de referência é construída de modo a gerar uma ligação contínua nos arcos. O processamento é repetido como explicado anteriormente, mas desta vez sem eliminar os pontos dos arcos, uma vez que já se eliminaram todos aqueles que se consideraram prejudiciais.

Do total de pontos 7568 da amostra inicial (Figura 14, em baixo), foram eliminados 4567. Os pontos restantes (com os quais se corre o programa e se apresentam os resultados deste estudo) podem ser vistos na figura seguinte.

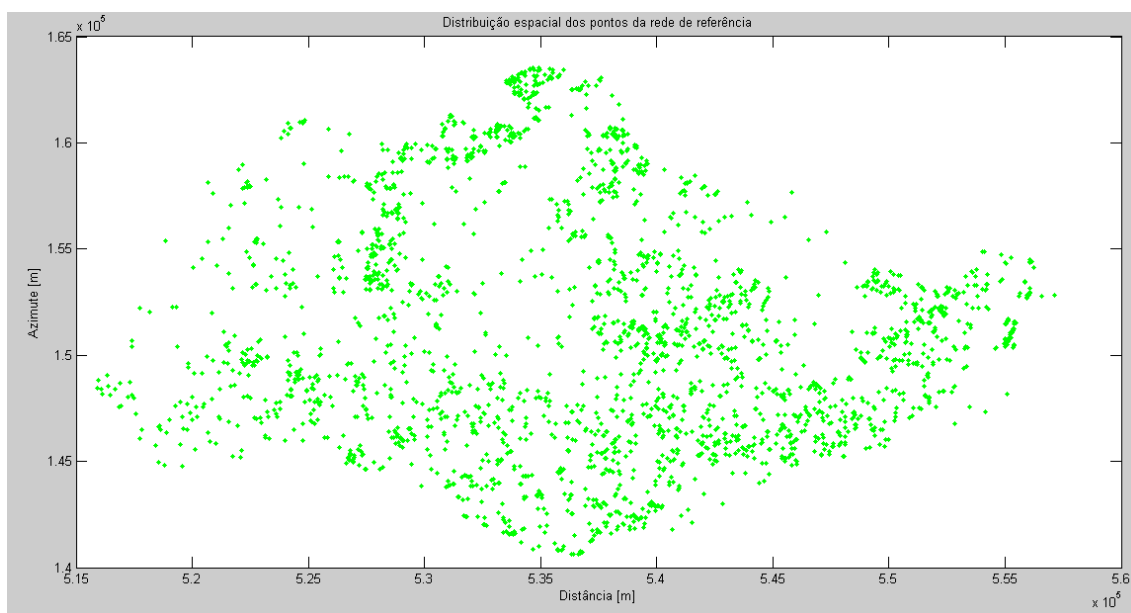


Figura 18 – Conjunto de PSC obtidos após eliminação; amostra de pontos "óptima" usada para o estudo



Uma vez detectados e removidos todos os arcos *outliers*, espera-se que mesmo que ainda existam outros arcos contaminados, estes não irão afectar significativamente a solução final dos parâmetros utilizando dados desenrolados. Tendo isto em conta é de seguida realizada uma integração por mínimos quadrados, Eq. (4.17), em relação a um ponto de referência (neste estudo utilizou-se o ponto 1).

A matriz que permite a integração é designada por matriz *C*, e esta é construída como explicado na secção 4.5.2. A construção desta matriz assemelha-se a construção de uma matriz dos coeficientes dos parâmetros de uma rede de nivelamento pelo um ajustamento paramétrico linear, uma vez que será uma matriz de *n* observações por *m* parâmetros desconhecidos, neste caso, *n* arcos por *m* pontos de referência.

Considerando o seguinte exemplo da Figura 19, onde o ponto 1 será o ponto de referência desta rede exemplo:

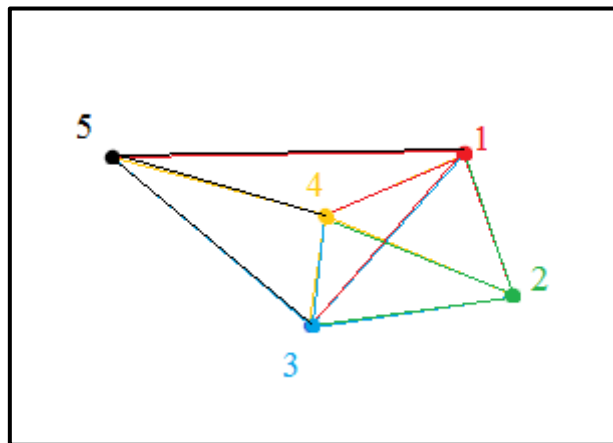


Figura 19 – Rede de exemplo para construção da matriz *C*

a matriz *C* teria então o seguinte aspecto:

$$C = \begin{bmatrix} \Delta h_{2,1} \\ \Delta h_{3,1} \\ \Delta h_{4,1} \\ \Delta h_{5,1} \\ \Delta h_{3,2} \\ \Delta v_{4,2} \\ \vdots \\ \Delta h_{3,5} \\ \Delta h_{4,5} \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} \Delta v_{2,1} \\ \Delta v_{3,1} \\ \Delta v_{4,1} \\ \Delta v_{5,1} \\ \Delta v_{3,2} \\ \Delta v_{4,2} \\ \vdots \\ \Delta v_{3,5} \\ \Delta v_{4,5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \\ \Delta h_5 \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} \Delta v_2 \\ \Delta v_3 \\ \Delta v_4 \\ \Delta v_5 \end{bmatrix}$$

Os parâmetros desconhecidos são então estimados pela integração utilizando as seguintes expressões

$$Q_{\hat{b}} = (C^T Q_y^{-1} C)^{-1}, \hat{b} = Q_{\hat{b}} C^T Q_y^{-1} y,$$

$$\hat{y} = C \hat{b}$$

$$\hat{e} = y - \hat{y}$$

de modo a se poder ter uma ideia dos valores dos parâmetros nos pontos da rede de referência.

Pela análise da Figura 20, é possível observar que a maior parte dos resíduos do parâmetro estimado erro do DEM encontram-se entre -10 e 10 e que os resíduos relativamente ao deslocamento apresentam a maior parte dos seus valores no intervalo de -15 e 15 (Figura 21). A Tabela 5 contém informação estatística sobre os resultados dos resíduos compensados obtidos.

Tabela 5 – Estatística dos resíduos ajustados obtidos nos arcos da rede de referência para o erro do DEM e deslocamento

	min	max	med	std
<b>DEM (m)</b>	-18,651	18,789	-0,049	4,878
<b>DESLO (mm/ano)</b>	-28,303	27,599	0,038	7,182

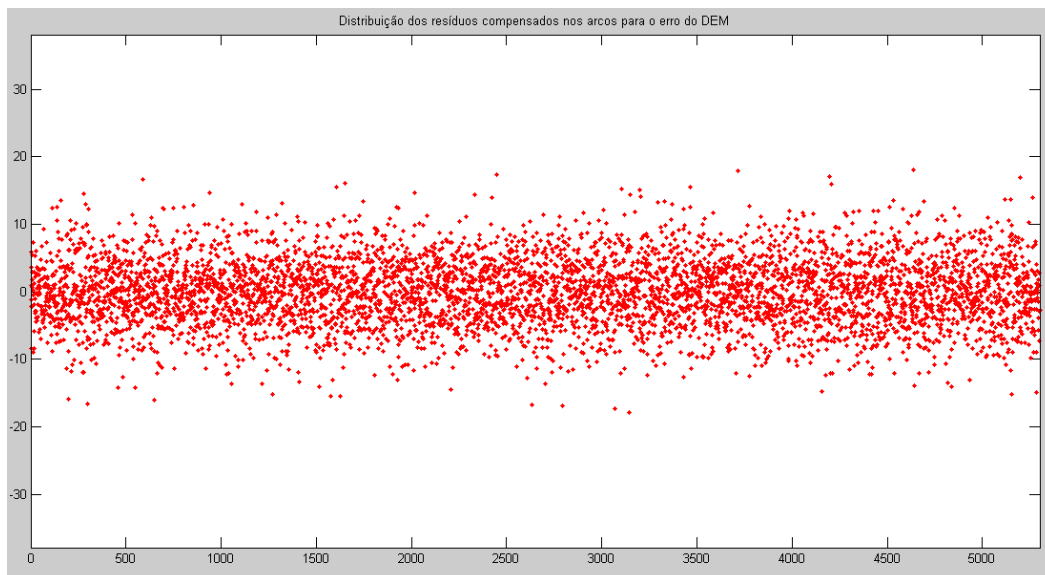


Figura 20 – Distribuição dos resíduos ajustados para o erro do DEM [m]

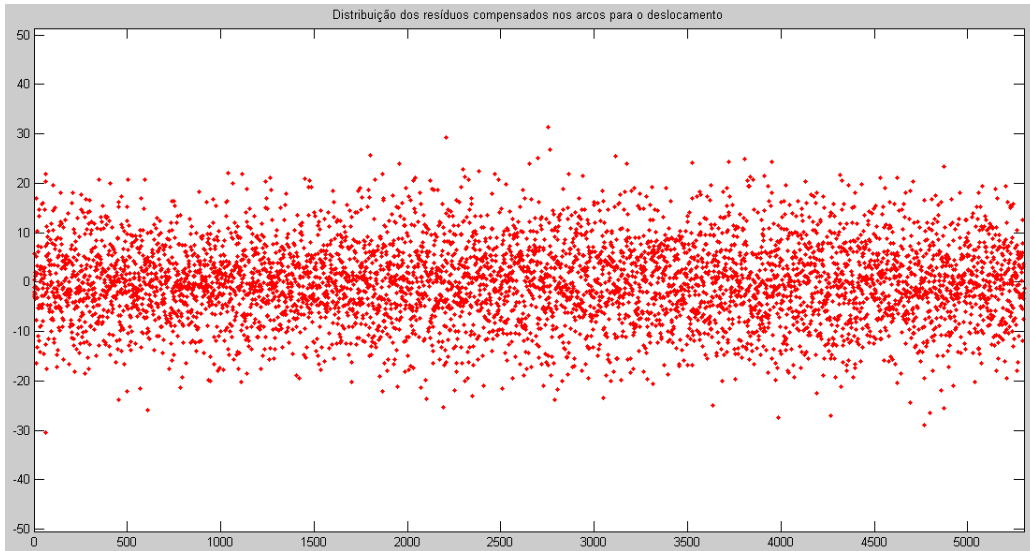


Figura 21 – Distribuição dos resíduos ajustados para o deslocamento [mm/ano]

Os valores dos resíduos nos arcos para o erro do DEM e para o deslocamento estão representados de uma forma mais visual na Figura 22 e Figura 23 respectivamente, onde é possível ver qual o resíduo correspondente a cada arco.

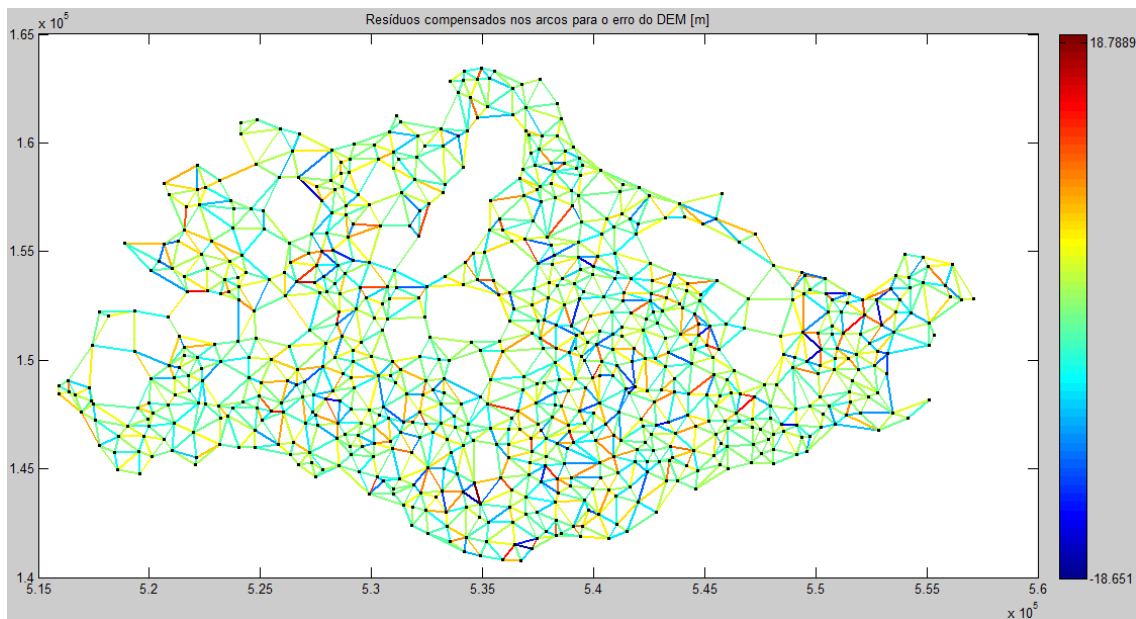


Figura 22 – Resíduos ajustados nos arcos da rede de referência para o erro do DEM

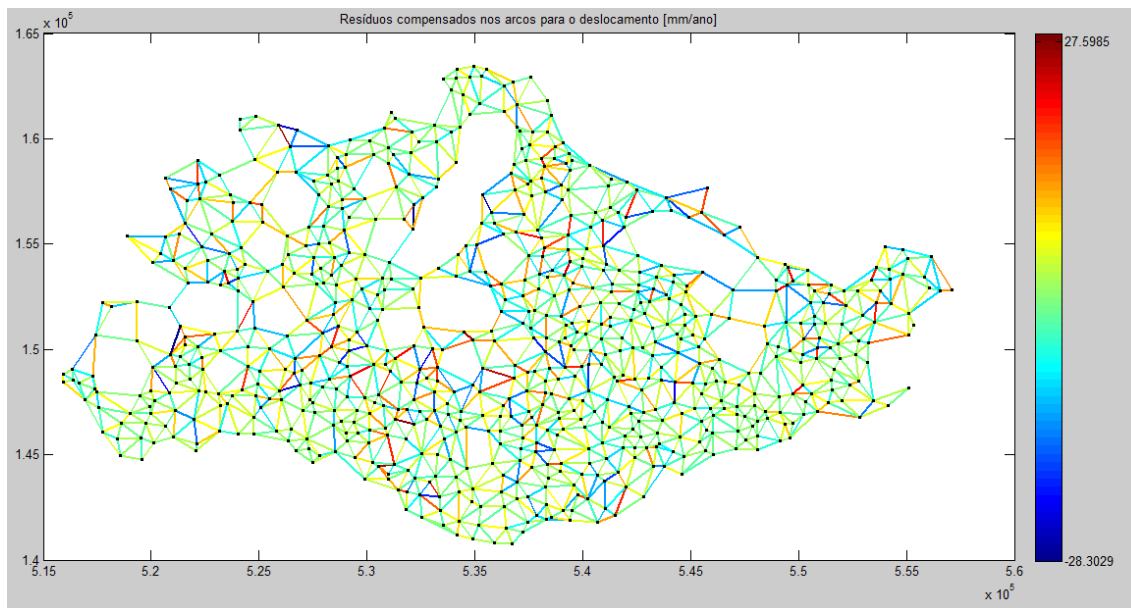


Figura 23 – Resíduos ajustados nos arcos da rede de referência para o deslocamento

Como resultado obteve-se de média -0,049 m para o erro do DEM estimado e 0,038 mm/ano para a taxa de deslocamento. A variância *a posteriori* nos arcos tem o valor médio de 1,108, o que significa que a matriz variância-covariância utilizada durante o ajustamento por mínimos quadrados descreve de modo aceitável a dispersão das observações. Estes valores podem ser analisados na Tabela 6, que contém informação estatística sobre os parâmetros estimados nos pontos que compõem os arcos da rede de referência. Na Figura 24 e Figura 25 é possível para examinar os valores dos resultados de uma forma mais visual.

Tabela 6 – Estatística da estimação erro do DEM e do deslocamento nos pontos da rede de referência

	min	max	med	std
<b>DEM (m)</b>	-23,138	3,895	-10,153	4,822
<b>DESLO (mm/ano)</b>	-20,901	27,176	-1,414	8,287

É possível observar na Figura 23 por exemplo, que ainda existem arcos com resíduos elevados (representados pela cor vermelha e azul). Em teoria, um arco com resíduo elevado deve ser causado por um ponto que não tenha valores de fase muito constantes ao longo do tempo, e um ponto que dê origem somente a arcos verdes (resíduos com valor em torno de zero) deverá ter valores de fase estáveis. A Figura 26 demonstra os valores de fase de um ponto “bom” (ponto 497) e um ponto “mau” (ponto 355), respectivamente, ao longo dos vários interferogramas.

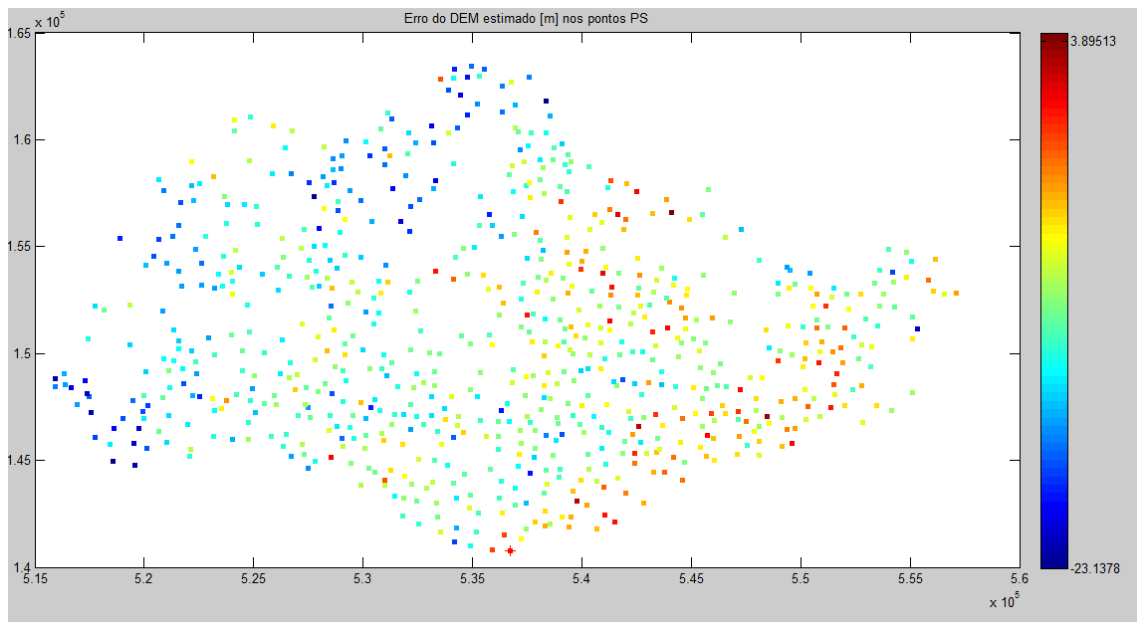


Figura 24 – Erro do DEM nos pontos que compõem a rede de referência

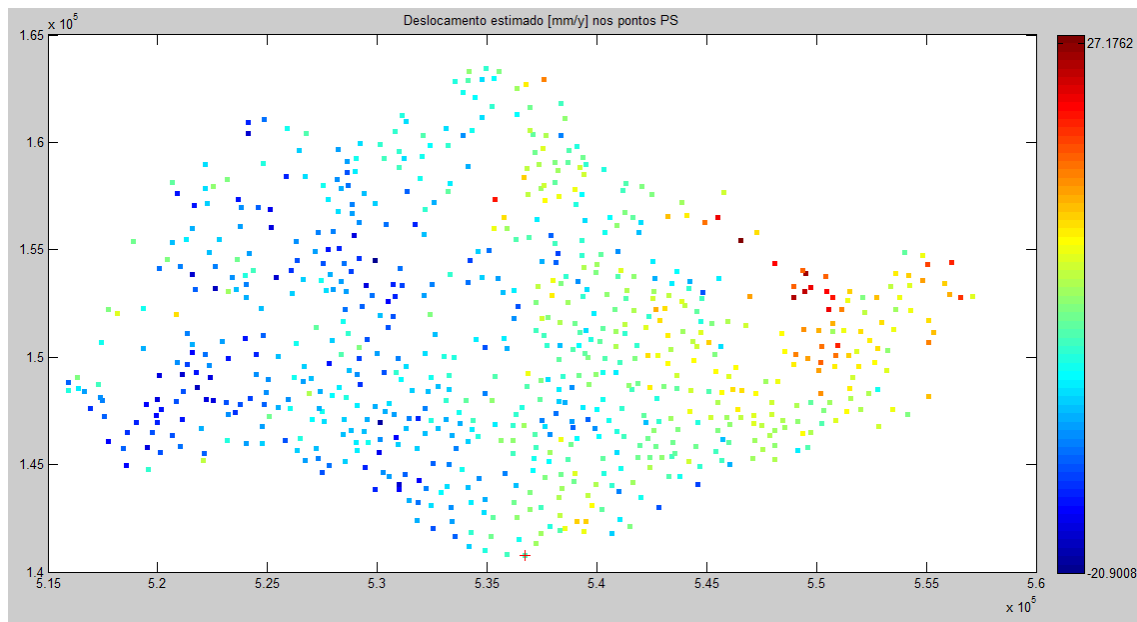


Figura 25 – Deslocamento nos pontos que compõem a rede de referência

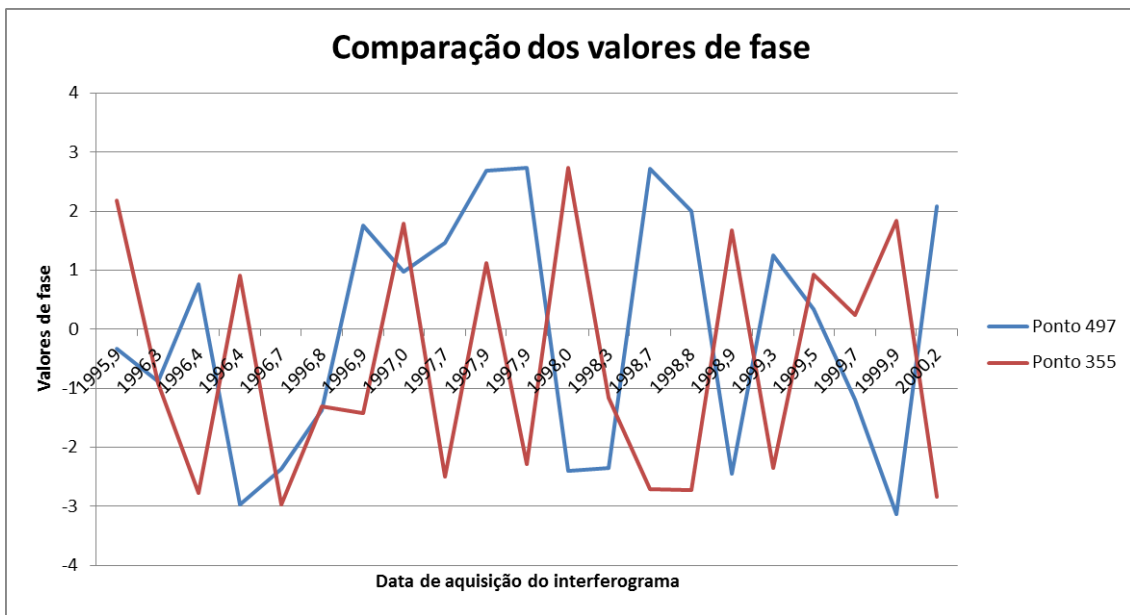


Figura 26 – Comparação entre os valores de fase de um ponto que origina arcos com resíduos baixos (a azul) e um ponto que origina arcos com resíduos elevados (a vermelho)

Analisando a Figura 26 não é possível ver grandes diferenças entre os valores de fase, à excepção de que o ponto 355 apresenta mais picos do que o ponto 497, especialmente durante 1996,8 e 1997,9, o que poderá ter piorado os valores dos resíduos para os arcos em contacto com esse ponto.

### 5.6 Estimação de pontos em relação à rede de referência

A estimação final consiste em estimar outros pontos em relação ao ponto mais próximo da rede de referência.

O processo de cálculo é semelhante aos outros dois passos descritos anteriormente, utilizando o modelo estocástico actualizado com a estimativa da componente da variância, o método LAMBDA para a descorrelação das ambiguidades e o estimador ILS para obter o valor inteiro da ambiguidade. A diferença nesta etapa reside no facto de já não se utilizarem os arcos, mas apenas os valores de fase dos pontos da rede de referência.

$$y_1 = \phi_{ponto1} - \phi_{ponto\ de\ referencia\ mais\ proximo\ do\ ponto1}$$

$$y_2 = \phi_{ponto2} - \phi_{ponto\ de\ referencia\ mais\ proximo\ do\ ponto2}$$

⋮

No final do cálculo, são removidos pontos incoerentes, eliminam-se novamente todos aqueles que apresentem uma variância *a posteriori* maior do que 2. Como resultado obteve-se de média -10,301 m para o erro do DEM estimado e -0.0583 mm/ano para a taxa de deslocamento.

Os parâmetros estimados não precisam já de ser obtidos à custa de uma integração dos mínimos quadrados, uma vez que esta já foi realizada nos pontos da rede de referência. Deste modo os parâmetros desconhecidos podem ser obtidos simplesmente pelo soma das estimativas das diferenças do erro do DEM e deslocamento ( $\hat{b}$ ) com os resultados já obtidos pela integração dos mínimos quadrados do ponto mais próximo da rede de referência.

$$\hat{y}_{ponto1} = \hat{b}_{ponto1} + \hat{y}_{solução\ mais\ próxima\ do\ ponto1}$$

Informação estatística sobre os parâmetros estimados pontos em relação à rede de referência por ser analisada na Tabela 7, e os valores destes estão representados na Figura 27 e Figura 28, permitindo ver qual o valor do erro do DEM e do deslocamento, respectivamente, para cada ponto em questão.

Tabela 7 – Estatística da estimação final para erro do DEM e do deslocamento

	min	max	med	std
DEM (m)	-36,838	16,984	-10,301	7,412
DESLO (mm/ano)	-43,984	44,679	-0,583	9,434

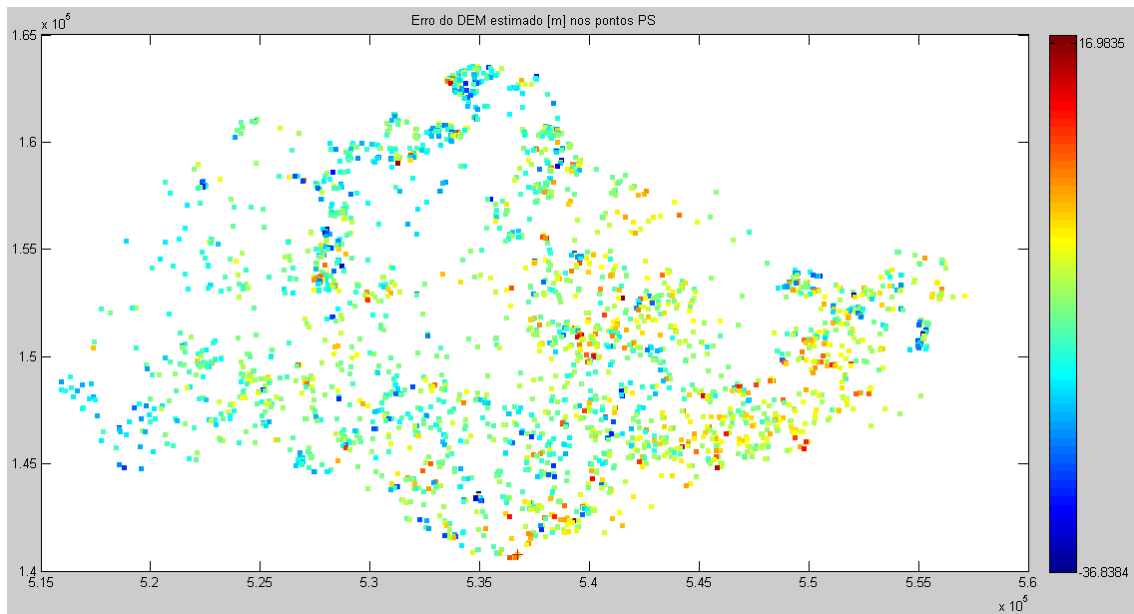


Figura 27 – Erro do DEM nos pontos após a estimação de novos pontos em relação à rede de referência

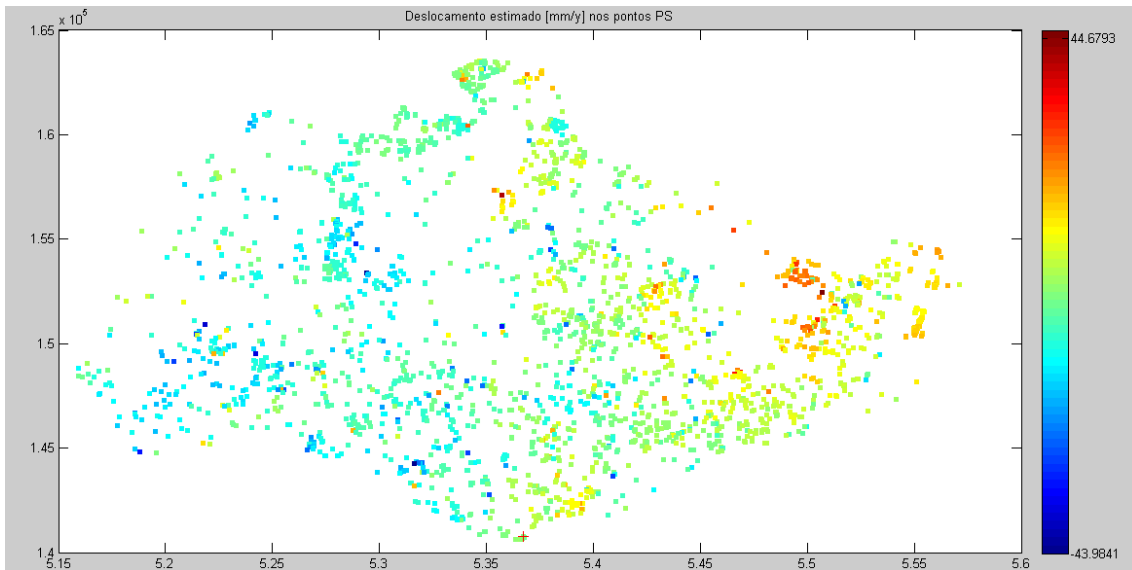


Figura 28 – Deslocamento nos pontos após a estimação de novos pontos em relação à rede de referência

Calculou-se a variância *a posteriori* para cada ponto após esta estimação final, para se poder ter uma ideia de como cada ponto reage ao modelo utilizado. É possível observar na Figura 29 que os pontos apresentam valores muito variados, onde um valor de variância *a posteriori* de 1 significa que a matriz de variância co-variância descreve correctamente a incerteza das observações; valor de 2 que o modelo estocástico é muito optimista (assumindo que o modelo funcional está correcto), e valor de -1 significa que a matriz variância-covariância não permite descrever correctamente a incerteza das observações.

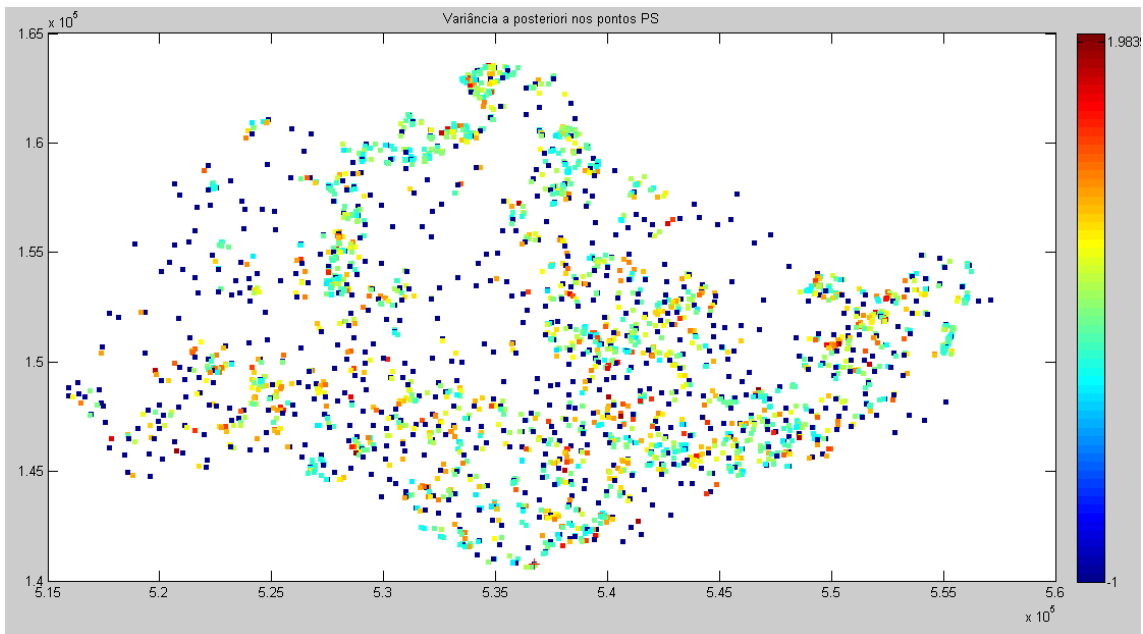


Figura 29 – Valor da variância *a posteriori* nos pontos após a estimação final



## 6 Conclusão

---

Em relação aos objectivos do trabalho mencionados é possível concluir que o algoritmo *Spatio-Temporal Unwrapping Network* (STUN) é um método robusto para desenrolar tridimensionalmente a fase. Devido aos constrangimentos numéricos, as estimações são primeiro realizadas entre pontos de referência de uma rede. Os parâmetros são depois obtidos nos pontos através de um ajustamento por mínimos quadrados.

Para o estudo desta abordagem utilizou-se um algoritmo com algumas das rotinas que são disponibilizadas por Kampes [2006]. Este algoritmo é incompleto em comparação com o algoritmo de estudo desta tese. Não foi modelado o deslocamento das aquisições em relação à imagem *master*, tendo-se usado um modelo linear, como o utilizado na técnica de Ferretti et al., [2001]. A rotina do método LAMBDA nem sempre conseguiu retornar um valor fixo, o que influenciou prejudicialmente os valores dos resultados. A forma de eliminar pontos utilizada é demasiado simplista tendo em conta a complexidade do problema. A estimacão final dos pontos PS não foi implementada no algoritmo por falta do algoritmo de desenrolamento de rede MCF. Independentemente das falhas em questão, o algoritmo permite uma compreensão geral de como é possível estimar o erro do DEM e o deslocamento dos pontos PS pelo método dos mínimos quadrados, mostrando as suas vantagens e desvantagens.

Os pontos para o programa são inicialmente escolhidos em função do seu valor de amplitude ao longo do tempo, porque baixos valores de dispersão de amplitude significam teoricamente valores de fase consistentes.

São realizadas estimacões pelos mínimos quadrados inteiros entre pontos próximos para obter a topografia e o deslocamento nos pontos. A distância entre estes pontos não pode ser superior a 2 km, uma vez que se estão a utilizar observacões de fase enroladas.

O modelo estocástico é formulado utilizando a estimativa da componente da variância, que descreve a precisão das observacões das diferenças duplas de fase, além de ter em conta o ruído aleatório e as componentes atmosféricas durante as aquisicões radar.

O estimador de inteiros pelos mínimos quadrados foi adaptado para o problema da interferometria radar utilizando *Persistent Scatterers* e foi usado para a estimacão utilizando dados enrolados. É necessário o uso de pseudo-observacões para limitar o espaço de procura, porque o problema de procurar as ambiguidades correctas é sub-determinado. Cada parâmetro estimado é constrangido utilizando um limite para o seu valor esperado. Um estimador *bootstrap* é inicialmente utilizado para limitar o espaço de procura utilizado pelo estimador inteiro dos mínimos quadrados. A taxa de sucesso depende do número de imagens, do valor deslocamento, da correcção do modelo de deslocamento, da quantidade de ruído existente nos dados e dos limites de procura.

Após a estimação dos parâmetros nos pontos de referência da rede, é possível estimar pontos adicionais em relação à rede de referência.

A precisão dos parâmetros estimados acompanha a propagação da estimativa da componente da variância do modelo estocástico. Uma variância *a posteriori* final é estimada para cada ponto utilizando dados desenrolados. A matriz de variância-covariância que é obtida neste algoritmo descreve a precisão e a correlação dos parâmetros estimados.

Uma vez que todos os valores de fase desenrolados são relativos a um ponto de referência, a precisão é também descrita em relação a esse ponto, à semelhança das redes de nivelamento, onde a precisão se deteriora quanto maior for a distância a esse ponto de referência. Isto deve-se ao sinal atmosférico, que é tido em conta no modelo estocástico.

## 7 Referências Bibliográficas

---

- Bamler R., P. Hartl (1998) “Synthetic aperture radar interferometry.” *Inverse Problems*, Volume 14, Issue 4, pp. R1-R54.
- Batuhan, O., H. Timothy, W., Dixon, C., Shimon, J., Enrique and Yan (2011) “Mexico City subsidence observed with persistent scatterer InSAR.” *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation* Vol. 13, Issue 1, pp. 1–12.
- Bianchi, M. (2003) “Phase ambiguity estimation on permanent scatterers in SAR interferometry: the integer least-squares approach.” Tese para mestrado, Politecnico di Milano/Delft University of Technology.
- Burgmann, R., D., R., R., Schmidt, R.M., Nadeau, M., Alessio, E.J., Fielding, D., Manaker, T.V., McEvilly and M.H., Murray (2000) “Earthquake potential along the Northern Hayward Fault, California.” *Science* 289, pp. 1178–1182.
- Catalão, J., G. Nico, R. Hanssen and C. Catita (2010) “Merging GPS and atmospherically corrected InSAR data to map 3D terrain displacement velocity.” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 49, Issue: 6, Part: 2, doi:10.1109/TGRS.2010.2091963.
- Catalão, J., Raju and D., Fernandes (2013) “Mapping vertical land movement in Singapore using INSAR and GPS.” ESA Living Planet 2013, ESA as Special Publication SP-000
- Catita, C., K.L. Feigl, J. Catalão, J.M. Miranda and L.M. Victor (2005) “InSAR time series analysis of the 9 July 1998 Azores earthquake.” *International Journal of Remote Sensing*, Vol. 26, No. 13, 10 July 2005, pp. 2715–2729.
- Colesanti C., A. Ferretti, C. Prati and F. Rocca (2003) “Monitoring landslides and tectonic motion with the Permanent Scatterers technique.” *Engineering Geology* 68/1–2, pp. 3–14.
- Costantini, M. and P. Rosen (1999) “A generalized phase unwrapping approach for sparse data.” *International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, Hamburg, Germany, 28 June–2 July, 1999. pp. 1–3 (cdrom).
- Cumming, I. and F. Wong (2005) “Digital Processing Of Synthetic Aperture Radar Data: Algorithms And Implementation.” Artech House Publishers, New York, ISBN 1580530583.
- Eineder, M. (2003) “Efficient simulation of SAR interferograms of large areas and of rugged terrain.” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 41(6), pp. 1415–1427.

- Eineder, M. and J. Holzner (1999) "Phase unwrapping of low coherence differential interferograms." *International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, Hamburg, Germany, 28 June–2 July, pp. 1–4 (cdrom).
- Goldstein R. M., H. Engelhardt, B. Kamb and R. M. Frolich (1993) "Satellite Radar Interferometry for Monitoring Ice Sheet Motion: Application to an Antarctic Ice Stream." *Science* 262, pp. 1525-1530.
- Ferretti, A., C., Prati and F. Rocca (1999a) "Non-uniform motion monitoring using the permanent scatterers technique." *Second International Workshop on ERS SAR Interferometry 'FRINGE99'*, Liège, Belgium, 10–12 November, 1999. ESA. pp. 1–6.
- Ferretti, A., C., Prati and F. Rocca (1999b) "Permanent scatterers in SAR interferometry." *International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, Hamburg, Germany, 28 June–2 July, 1999. pp. 1–3.
- Ferretti, A., C., Prati and F. Rocca (2001) "Permanent scatterers in SAR interferometry." *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 39, 8–20.
- Hanssen, R. F. (2001) "Radar Interferometry: Data Interpretation and Error Analysis." Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Hanssen, R. F. and A. Ferretti (2002) "Parameter estimation in PS-InSAR deformation studies using integer least-squares techniques." *EOS Trans. AGU, Fall Meet. Suppl.*, Abstract G62A-06 83, F37.
- Hanssen, R. F., P. J. G., Teunissen and P. Joosten (2001) "Phase ambiguity resolution for stacked radar interferometric data." *International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation*, Banff, Canada, 5–8 June, 2001. pp. 317–320.
- Hole J., A. Hooper, G. Wadge and N. Stevens (2006) "Measuring contemporary deformation in the Taupo Volcanic Zone, New Zealand using SAR interferometry." *Proceedings FRINGE Workshop*, Frascati.
- Hooper, A. (2006) "Persistent Scatterer Radar Interferometry for Crustal Deformation Studies and Modeling of Volcanic Deformation." San Francisco, EUA: Stanford University, pp. 124, Tese para obtenção do grau de Doutor.
- Hooper, A., H. Zebker, P. Segall and B. Kampes (2004) "A New Method for Measuring Deformation on Volcanoes and Other Natural Terrains Using InSAR Persistent Scatterers." *Geophysical Research Letters*, Vol. 31, L23611.
- Joosten, P.J., C.C.J.M Tiberius (2000) "Fixing the ambiguities, are you sure they're right?" *GPS world* 11, pp. 46-51.
- Kampes, B. (2006) "*Radar Interferometry - Persistent Scatterer Technique.*", Vol.12, Springer Netherlands, Dordrecht, pp. 212, ISBN: 978-1-4020-4723-7.

- Kampes, B., R.F. Hanssen and Z. Perski (2003) "Radar interferometry with public domain tools." Proceedings of FRINGE 2003.
- Lu Z., R. Fatland, M. Weiss, S. Li, J. Eichelberger, K. Dean and J. Freymueller (1997) "Deformation of new trident volcano measured by ERS-1 SAR interferometry, Katmai National Park." *Geophys. Res. Lett.*, 24, pp. 695 – 698.
- Lu Z., O. Kwoun and R. Rykhus (2007) "Interferometric synthetic aperture radar (InSAR): its past, present and future." *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, Vol 73, No. 3, 217-221.
- Massonnet, D. (1995) "Application of remote sensing data in earthquake monitoring." *Advances in Space Research: Natural Hazards: Monitoring and Assessment Using Remote Sensing Technique*, Vol. 15, pp. 37-44.
- Massonnet, D. and T. Rabaute (1993) "Radar interferometry: Limits and potential" *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 31, No 2, pp. 455-464.
- Massonnet, D. and F. Sigmundsson (2000) "Remote sensing of volcano deformation by radar interferometry from various satellites." in P. J. Mougini- Mark, J. A. Crisp and J. H. Fink (eds), *Remote sensing of active volcanism*. Geophysical Monographs 116. American Geophysical Union. Washington, DC. pp. 207-221.
- Massonnet, D. and K.L. Feigl (1998) "Radar interferometry and its application to changes in the earth's surface." *Rev. Geophys.*, 36 (4), pp. 441–500
- Massonnet, D., M., Rossi, C., Carmona, F., Adragna, G., Peltzer, K., Feigl, and T. Rabaute (1993) "The displacement field of the Landers earthquake mapped by radar interferometry." *Nature* 364 (6433): pp. 138–142.
- Rabus, B., M. Eineder, A. Roth and R. Bamler (2003) "The shuttle radar topography mission-a new class of digital elevation models acquired by spaceborne radar." *ISPRS journal of photogrammetry and remote sensing*, Vol. 57, pp. 241-262.
- Rocca F., C. Prati, A.M., Guarnieri and A. Ferretti (2000) "Sar Interferometry And Its Applications." *Surveys in Geophysics*, Vol.21, No 2-3, pp. 159-176.
- Rosen P.A., S. Hensley, I.R. Joughin, F.K. Li, S.N. Madsen, E. Rodriguez and R.M. Goldstein (2000) "Synthetic aperture radar interferometry." *Proceedings of the IEEE*, vol. 88, No 3, pp. 333-382.
- Simons M. and P.A. Rosen (2007) "Interferometric Synthetic Aperture Radar Geodesy." in G. Schubert, "*Treatise on Geophysics*", Elsevier Press, Vol. 3, pp. 391-446.
- Teunissen, P. J. G. (1994) "Least-squares estimation of the integer GPS ambiguities." *Publications and annual report 1993*, No 6 in *LGR-Series*, Delft geodetic computing centre. pp. 59–74.

- Teunissen, P. J. G. (1995) "The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: a method for fast GPS integer ambiguity estimation", *Journal of Geodesy* 70(1–2), pp. 65–82.
- Teunissen, P. J. G. (2000) "Testing theory; an introduction." Delft University Press. Delft.
- Teunissen, P.J.G., P.J. de Jonge and C.C.J.M. Tiberius (1994) "On the Spectrum of the GPS DD-Ambiguities." *ION GPS-94*, Salt Lake City, Utah, US, 20-23 September, pp. 115-124.
- Teunissen, P.J.G., P.J. de Jonge and C.C.J.M. Tiberius (1996) "The volume of the GPS ambiguity search space and its relevance for integer ambiguity resolution." *ION GPS-96*, Kansas City, Missouri, US, 17-20 September.
- Tiberius, C.C.J.M. and P.J. de Jonge (1995) "Fast Positioning Using the LAMBDA-METHOD." *DSNS-95*, Bergen, pp. 24-28 April, Paper No 30.
- Tosia, L., P., Teatini, L., Carbognin and G. Brancolini (2009) "Using high resolution data to reveal depth-dependent mechanisms that drive land subsidence: The Venice coast." Italy, *Tectonophysics*, Vol. 474, Issues 1–2, 1 September 2009, pp. 271–284
- Tucker, W., J., Weatherly, D., Eppler, L. Farmer and D. Bentley (2001) "Evidence for rapid thinning of the sea ice in the western Arctic Ocean at the end of the 1980s." *Geophysical Resherch Letters*, Vol. 28, No.14, pp. 2851-2854.
- Verhoef, H. M. E. (1997) "Geodetische deformatie analyse" Lecture notes, Delft University of Technology, Faculty of Geodetic Engineering, in Dutch.
- Yong, Y., W., Chao, Z., Hong, L., Zhi, L. and G., Xin (2002) "A phase unwrapping method based on minimum cost flows method in irregular network." *International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, Toronto, Canada, pp. 24–28.