

El dominio, rango y la transformación de funciones construyendo animaciones en GeoGebra

Ricardo Rey Monroy^{*}
Alexandra Bulla Buitrago^{**}
William Jiménez Gómez^{***}
Sandra Milena Rojas^{****}

RESUMEN

La comunicación expone los resultados del trabajo de investigación "Construcción del concepto de fracción con estudiantes de Licenciatura en Educación Básica". Caso: una universidad en Bucaramanga, realizado con la integración de los métodos cuantitativo y cualitativo. En una primera etapa se indagan e identifican los diferentes significados de fracción que tienen los estudiantes, a través de una prueba diagnóstica, apoyados en dos lineamientos teóricos: la didáctica de las matemáticas y la formación de maestros; posteriormente, se diseñan e implementan tres unidades didácticas utilizando las herramientas juego Partimundo, bloques lógicos de Dienes y regletas de Cuisenaire

para construir los significados de fracción: parte-todo, razón y operador, lo que permite una observación directa del docente-investigador con el grupo objeto. Finalmente se aplica una prueba final que se contrasta con la prueba diagnóstica y el análisis de las observaciones realizadas en la implementación de la estrategia. El impacto de esta investigación genera en la Educación Superior la transformación de procesos de enseñanza a través de experiencias de aprendizaje significativas en los docentes en formación.

Palabras clave: fracciones, parte-todo, operador, razón, enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

^{*} Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Dirección electrónica: lordking_28@hotmail.com

^{**} Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Dirección electrónica: alexa12108@hotmail.com

^{***} Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Dirección electrónica: williamajg@hotmail.com

^{****} Instituto Pedagógico Nacional. Dirección electrónica: rojastolosa@yahoo.com.ar

PRESENTACIÓN

En el año 2011 en la cátedra de Didáctica de la Geometría de quinto semestre del proyecto curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá, Colombia), se proponen actividades enmarcadas en la resolución de conflictos haciendo énfasis en el uso de las tecnologías en el aula como: software matemáticos e instrumentos tecnológicos para la enseñanza de las matemáticas sustentados en el hecho de que los avances en las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones (reconocidas en el ámbito escolar y científico como las TIC) influyen directa o indirectamente en el ámbito educativo lo que requiere una formación previa del profesorado (González, et al. 2008). Una de dichas actividades se centró en el tema de "transformaciones de funciones en el plano real" haciendo uso del software de geometría dinámica "GeoGebra". Se propuso una situación basada en la elaboración de animaciones creativas donde la representación gráfica en un sistema de coordenadas cartesiana de funciones, sus dominios y rangos, movimientos rígidos como translaciones, reflexiones, y transformaciones de compresión, fueron los elementos básicos para la construcción de la animación.

El taller tiene como propósito dar a conocer las actividades realizadas, teniendo presente que la propuesta no tiene como objetivo la enseñanza de los conceptos sino la manipulación y reconocimiento de las características básicas de los mismos, para la creación de una animación visualmente atractiva.

MARCO TEÓRICO

En nuestros precedentes teóricos consideraremos algunos conceptos básicos como la función, su dominio y rango, además de las transformaciones de una función vistas como movimientos rígidos. Dichos conceptos y procesos son los que se pretenden afianzar en la actividad propuesta mediante el uso de GeoGebra.

Llamaremos función de un conjunto A en un conjunto B , a toda relación R de A en B que cumpla la condición:

Para todo elemento $x \in A$, existe un elemento $y \in B$ y sólo uno tal que xRy .

Llamaremos dominio y rango de la función f a los conjuntos $D(f)$ e $I(f)$ definidos así:

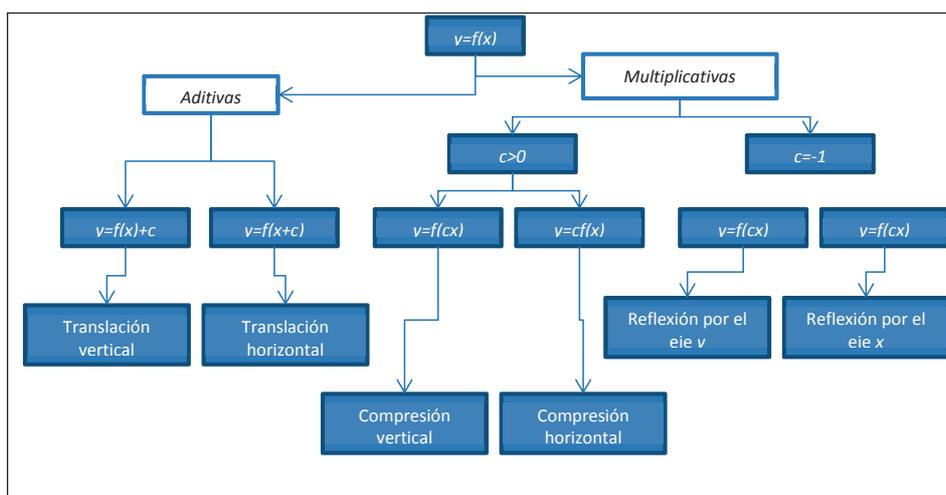
$$D(f) = \{x : x \in A \wedge xRy \text{ (para algún } y \in B)\}$$

$$I(f) = \{y : y \in B, \wedge xRy \text{ (para algún } x \in A)\}$$

(Muñoz, 2002)

Para nuestro caso particular, funciones en los reales (\mathbb{R}), tendremos que A y $B \subseteq \mathbb{R}$, en este caso es usual presentar la función con la notación $y=f(x)$.

Las funciones reales pueden originar otras por medio de transformaciones de esta haciendo operaciones aditivas o multiplicativas; los resultados al realizarlas se resumen en el *esquema 1* (Jiménez, Mayorga, Ahumada, y Cuchigay, 2011).



Esquema 1. Resumen de las características de la transformación de funciones

METODOLOGÍA DEL TALLER

Inicialmente se dará a conocer la aplicación de una de algunas herramientas de GeoGebra. La primera es el deslizador que se emplea para dar movimiento a las funciones, hacer variar un objeto con un cambio definido en intervalos de números racionales; es decir, se aplica el deslizador para comenzar a animar las representaciones gráficas de las funciones descritas anteriormente; por ejemplo, en la *figura 1* se muestra la función $y = \text{sen}(ax)$ para valores de a entre 0 y 5.

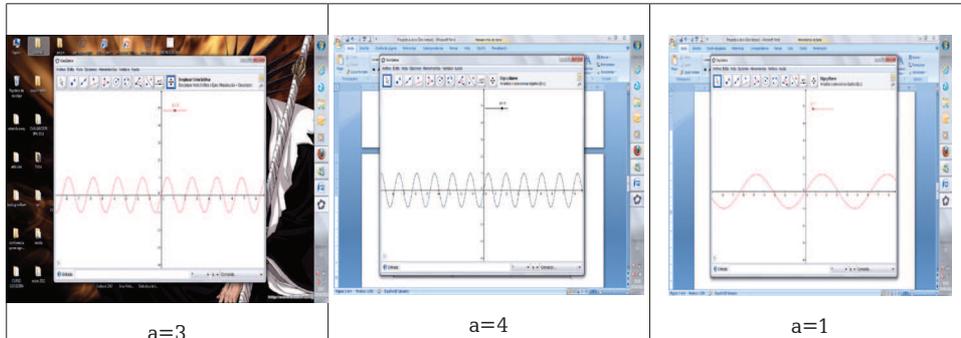


Figura 1.

Después se explicarán las diversas formas de graficar una función en GeoGebra; la primera de estas es el de la herramienta sin restricción “ $y =$ ” ó “ $f(x) =$ ” que sirve para graficar una función con dominio sin poner condición alguna puesto que el software mismo identifica el dominio de la función por ejemplo, en la función $f(x) = \frac{1}{x}$ la gráfica reconoce que la función está definida para todo número real, salvo para el cero. En la *figura 2* se muestra la gráfica resultante al escribir una función cuadrática.

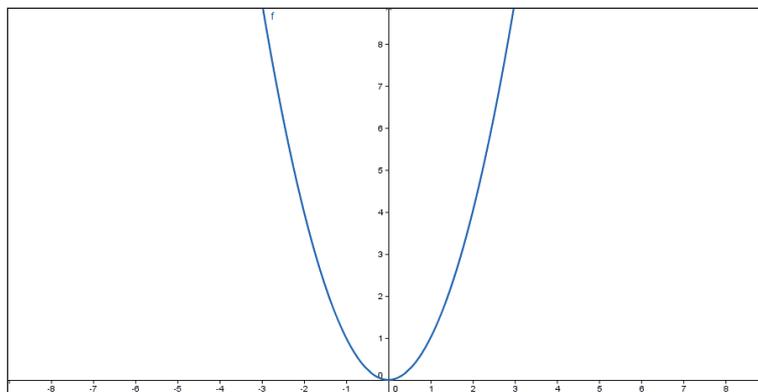


Figura 2. $f(x) = x^2$

La segunda forma para graficar una función es la herramienta condicional dada por la forma “Si[<condición>, <entonces>, <si no, entonces>]”, que sirve para definir funciones a trozos, por ejemplo, para graficar funciones relacionadas con el valor absoluto que dependen de un intervalo para trazar el segmento de alguna función, se condiciona el dominio por ejemplo para la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } , x \leq 0 \\ x & \text{si } , x > 0 \end{cases}$$

Se usaría la forma: $si[x \leq 0, x^2, x]$ (Figura 3)

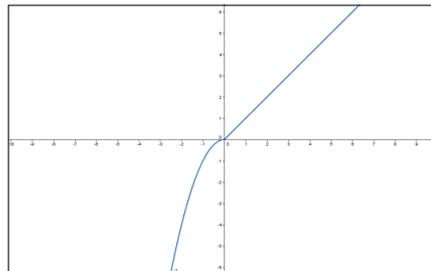


Figura 3.

Y por último, la tercera forma que se mostrará: función con restricción dada por la forma "Función[<función>, <valor inicial>, <valor final>]" esta sirve para restringir la función en un intervalo dado, donde se restringe el dominio para obtener solamente un trozo de la función (figura 4).

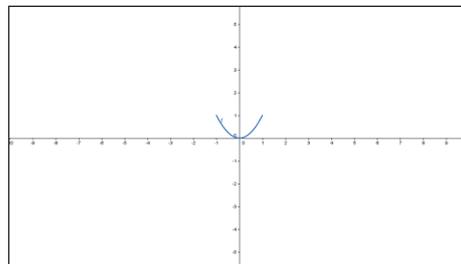


Figura 4. $Función[x^2, -1, 1]$

Haciendo uso de estas formas y diferentes tipos de funciones, se procede a realizar la construcción de varias imágenes interesantes. Un ejemplo es la construcción de una "barca" que está sobre el agua, que se desplaza sobre el mar (figura 5), actividad que se propondrá para que los asistentes las repliquen.

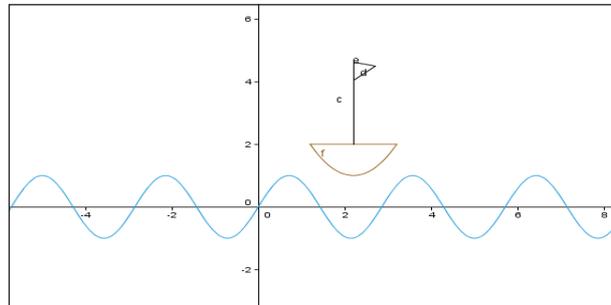


Figura 5. Gráfica de las funciones con las que se creó la barca

Una forma de construirla es graficar funciones y animarla; animamos los puntos con los que se construye, por ejemplo, la “vela” de la barca incluyendo el valor del deslizador en la coordenada, y graficamos la función $f(x)=\text{sen}(x)$ aplicando transformaciones de compresión para obtener una animación de agua en movimiento, obteniendo como resultado las siguientes funciones:

$$\text{Función}[(x - a)^2 + 1, a - 1, a + 1]$$

$$\text{Función}[2, a - 1, a + 1] f(x) = \sin(ax)$$

Arreglamos algunos detalles como los colores de las gráficas, ocultar rótulos, cambiar el color de los ejes y demás objetos que no se necesita hacer visible y obtenemos:

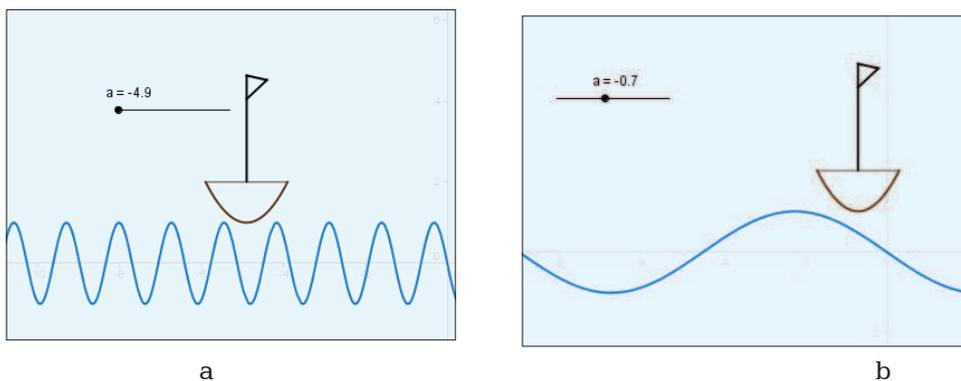


Figura 9. Animación de la barca

Finalmente se propone a los asistentes que realicen su propia animación. Algunos ejemplos de las construcciones realizadas se muestran en las *figuras 10 y 11*.

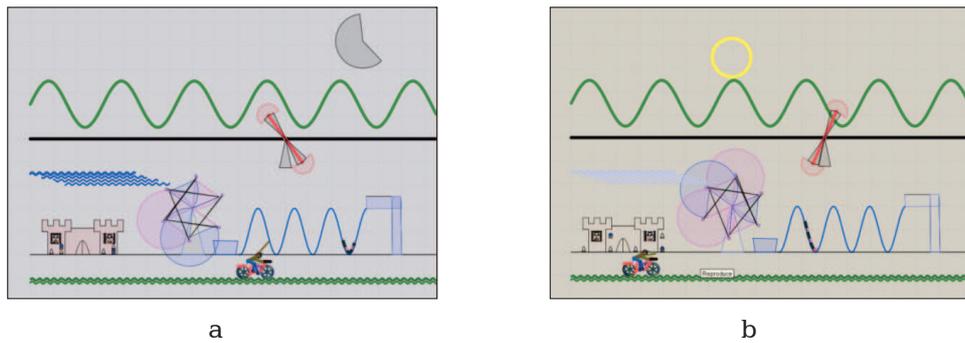


Figura 10. Proyecto 1.

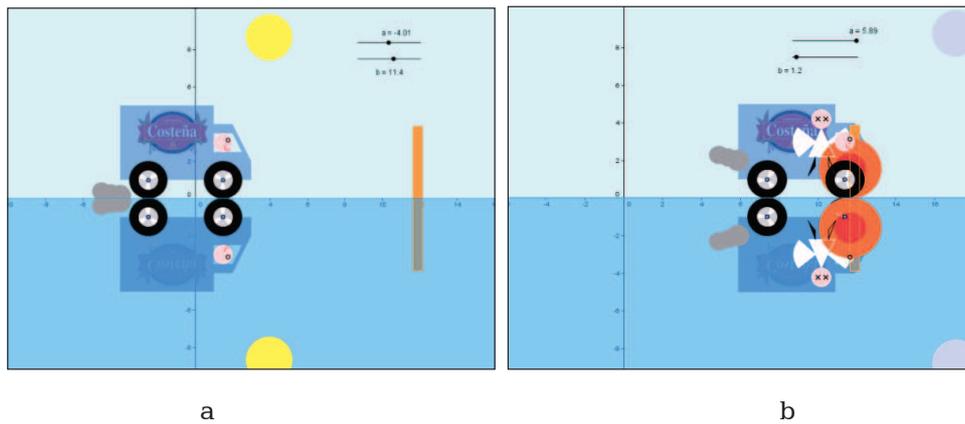


Figura 11. Proyecto 2

El tipo de actividad propuesta exige de parte de los estudiantes para profesor de matemáticas comprender los conceptos que se emplean en las animaciones como los son dominio, rango, transformaciones de funciones, entre otros, logrando establecer relaciones entre los diferentes sistemas de representación, en este caso, entre el algebraico y el gráfico.

Finalmente, el proponer a los estudiantes para profesor este tipo de actividades les posibilita reconocer otro tipo de enfoque para la enseñanza de las matemáticas escolares, en el que la incentivación y el uso de software matemático y situaciones problémicas dan sentido a la actividad matemática en el aula.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Jiménez W., Mayorga L., Ahumada J. & Cuchigay A. (2011). Transformaciones de funciones en coordenadas polares. En Memorias del X Encuentro Nacional de Educación Matemáticas y Estadística. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Tunja. Tomado de http://www.uptc.edu.co/eventos/2011/enemes/programacion/documentos/memorias_2011.pdf
- González, M., Bernabé, M., Capdevila, J. et al. (2008) Formación e-learning para el profesorado de la Educación Secundaria Obligatoria de España para utilizar las Infraestructuras de Datos Espaciales como un recurso educativo TIC. Tomado de http://oa.upm.es/3602/1/INVE_MEM_2008_56079.pdf.
- Muñoz, Q. (2002). Introducción a la teoría de conjuntos. Ed. Universidad Nacional de Colombia.