ARTIGO TEMÁTICO

MOVIMENTO CONCEITUAL PROPOSTO POR DAVÝDOV E COLABORADORES PARA O ENSINO

Josélia Euzébio da Rosa [1]
Ademir Damazio [2]

Resumo: *Investigou-se o movimento conceitual proposto por Davýdov e colaboradores para o ensino do conceito de número no primeiro ano escolar. Trata-se de uma pesquisa teórica cuja fonte de dados é a obra davydoviana. Nesta, o ponto de partida é a análise das relações entre grandezas discretas e contínuas de objetos e fenômenos reais. Nesse estágio, são revelados os elementos que compõem a relação universal que, na sequência, é modelada geometricamente e algebricamente, o que possibilita a redução do concreto ao abstrato. Posteriormente, no procedimento de ascensão do abstrato ao concreto, são introduzidos os números em sua significação aritmética, enquanto singularidade.*

Palavras-chave: *Teoria do Ensino Desenvolvimental. Davýdov. História Virtual. Matemática. Conceito de número.*

---

1 Licenciada em matemática, Mestre e Doutora em Educação pela Universidade Federal do Paraná, professora do mestrado em educação da UNISUL – Universidade do Sul de Santa Catarina. Suas pesquisas são organicamente vinculadas a unidade de relacionamento catarinense do Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Atividade Pedagógica da USP - GEPAPe. E-mail: joselia.euzebio@yahoo.com.br

2 Possui graduação em Matemática pela Universidade do Planalto Catarinense, Mestrado em Educação e Doutorado em Educação pela Universidade Federal de Santa Catarina. É professor titular da UNESC – Universidade do Extremo Sul Catarinense, onde lidera o Grupo de pesquisa Educação Matemática: uma abordagem histórico-cultural. E-mail: ademir@unesc.net.

INTRODUÇÃO

As produções científicas e proposições para o ensino de Davýdov[3] expressam fidelidade às bases essenciais da Psicologia Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade e, consequentemente, das teses da matriz filosófica, o materialismo histórico e dialético. Davýdov e Zinchenko (1995) consideram que a teoria psicológica da atividade humana legitima e caracteriza um novo estágio no desenvolvimento da teoria histórico-cultural. Esta teve seu prenúncio apontado por Vygotsky ao afirmar que a "determinação da consciência individual segue o esquema: atividade social coletiva – cultura – signos – atividade individual – consciência individual" (DAVYDOV; ZINCHENKO, 1995, p. 164). Porém, a teoria histórico-cultural foi desenvolvida por Leontiev, com contribuições posteriores de Rubinstein, Galperin, entre outros.

Vale anunciar que Leontiev (1978) foi quem iniciou a análise detalhada sobre a atividade social e histórica como base do desenvolvimento do psiquismo, a consciência. Como decorrência, ele estabeleceu as características da atividade humana que movimenta um processo transformativo mútuo de seus componentes peculiares: necessidades, motivo, objetivo e as condições para atingir o fim. Por consequência, gera a transformação de um em outro dos demais elementos correspondentes da estrutura: atividade, ação, operação.

Vygotski e Leontiev não pormenorizaram, em termos pedagógicos, o processo de transformação da atividade externa em interna, que foi objeto de estudo de Galperin (1986). Este destaca que o processo de assimilação das ações mentais ocorre por etapas, quais sejam: motivacional, de formação da base orientadora

3 A grafia Davýdov expressa nossa menção ao autor, sem ligação as suas obras. Porém, ao se tratar de referência, é mantida a escrita conforme aparece no livro ou artigo citado, quais sejam: Davídov, Davidov, Davydov , Davýdov e Давыдов.

da ação, material ou materializada, verbal e mental (GALPERIN, 1986). Tal teoria se constitui em iniciativa, com um fundamento psicológico histórico-cultural, de uma concernente organização e direção científica do ensino. No que diz respeito a segunda etapa, base orientadora da ação (BOA), Galperin (1959) preocupou-se em pesquisar aquelas existentes nos sistemas educativos. Dentre as diversas identificadas, destaca e adota aquela que denominou de BOA do tipo III, considerada a mais completa, pois, no processo de aprendizagem de conceitos científicos, ela se caracteriza por três partes: análise geral, aplicação a uma dada situação e formação da ação especial com execução da situação.

Com tal referencial, vale destacar o estudo de Gallperin e Talyzina (1967) sobre o processo de formação de conceitos geométricos elementares, desenvolvido por parte dos estudantes do sétimo ano escolar. Eles concluem que os conceitos se tornam acessíveis e compreensíveis aos estudantes quando são desenvolvidos gradual e detalhadamente em conformidade com as etapas que transitam entre a forma materializada do processo de pensamento ao puramente verbal e, depois, a etapa de pensar em silêncio.

Por sua vez, Davidov (1999) expressa sua concordância com Leontiev (1978) no referente à estrutura da atividade explicitada anteriormente. Porém, ao incluir outros elementos – que, por questões relativas ao objetivo deste texto, deixaremos de tratá-los – admite que a ação se vincula somente às necessidades, sem acrescer os motivos, como admitira Leontiev. Para o seu desenvolvimento, requisita determinados materiais, signos ou símbolos. Uma característica essencial da ação é seu direcionamento na determinação e execução de tarefas, a partir dos motivos, considerados como formas específicas de necessidades.

O estabelecimento de tarefas gerais antecede a determinação das ações necessárias ao seu desenvolvimento. Algumas tarefas vinculam-se aos objetivos, o que requer ajuda de algo, vontade. Leontiev (1978, p.105) define tarefa como sendo "um dado fim em determinadas condições". Davidov (1999) concorda com tal definição ao dizer que só é possível a proposição de uma tarefa a um indivíduo se estiver vinculada à determinação de uma meta a atingir, em condições específicas. Confere uma peculiaridade à tarefa de estudo – unidade fundamental da atividade de estudo – uma vez que a transformação para a qual se volta (finalidade e resultado) é para o próprio sujeito, em vez das coisas em si. As tarefas estão atreladas à unidade entre finalidade e as condições. Em outras palavras, elas são decorrentes de um motivo como forma de garantir o êxito da finalidade. Além disso, conclamam que se determinem e realizem ações específicas, executadas por operações concretas, estabelecidas em conformidade com as suas condições.

Vale salientar que a centralidade dos estudos de Davýdov está na tradução dos pressupostos da teoria da atividade para o ensino. Porém, ele não despreza os fundamentos da teoria histórico-cultural. Além disso, compartilha o pressuposto de que as práticas educativas – formais ou informais – se constituem em mediações sociais na coordenação de situações de vida, necessária à promoção do desenvolvimento mental do estudante.

No referente à especificidade do ensino escolar, Vigotski (2001) afirma que sua correta organização promove o desenvolvimento intelectual da criança, como também, cria as condições ímpares para tal. Nesse contexto, é que Davýdov – juntamente com vários colaboradores – elaborou, implementou e avaliou cientificamente um modo de organização do ensino com atenção tanto aos referidos postulados quanto aos pressupostos da teoria da atividade. Como procedimento de pesquisa, o autor adotou experimento formativo por possibilitar "a intervenção ativa do investigador nos processos psíquicos que estuda" (DAVIDOV, 1988, p. 197).

A proposta se configura como um novo pensamento pedagógico (DAVÍDOV; SLOBÓDCHIKOV, 1991), e atende ao chamado de Vigotski (2001) para a necessidade de uma correta organização, que desenvolva, na criança, as características históricas do homem, em detrimento às naturais. O novo se explicita na contraposição aos princípios educativos, revelados por suas pesquisas precedentes sobre o que, em consonância com as críticas vigotskianas, ele denominou de "escola tradicional".

Davydov (1987) considera como tradicional os sistemas educativos que se formaram e se constituíram em modelo oficial do modo de produção capitalista. Seus fundamentos são as teorias de Ya. Komenski, I. Pestalozzi, A. Diesterweg, K. Ushinski e de outros pedagogos destacados, que orientam a seleção de conteúdos e os métodos de ensino. Este modelo tradicional, assim organizado, expressa que no papel social da escola está a prioridade para a seleção de conhecimentos e habilidades utilitário-empíricos, que projetam na fisionomia espiritual geral o tipo de pensamento dos alunos. Sendo assim, cultiva e faz permanecer somente as leis do pensamento empírico racionalista discursivo, que é indispensável aos afazeres pertinentes às ações laborais rotineiras. No entanto, essas leis são insuficientes para as apropriações referentes ao espírito autêntico da ciência contemporânea e dos princípios de uma relação criativa e do conteúdo em direção à realidade, a qual pressupõe a compreensão das contradições internas das coisas. Isso significa dizer que os princípios da escola tradicional desconsideram as possibilidades da criança e o verdadeiro papel que a educação desempenha em seu desenvolvimento (DAVÍDOV, 1987).

De forma sintética, a diferença primordial e a originalidade da proposição davydoviana estão na sua própria concepção consistente com os fundamentos, conceitos, leis e categorias da dialética materialista e histórica. Conforme Galperin, Zaporózhets e Elkonin (1987), no que diz respeito à especificidade do ensino de Matemática e ao processo de apropriação de conceitos pelos estudantes, a proposta davydoviana adota o procedimento de redução do concreto ao abstrato e a posterior ascensão do abstrato ao concreto.

A proposta de Davýdov é organizada, estruturalmente, em tarefas de estudo, que requerem determinadas ações, as quais requisitam um conjunto de tarefas particulares, executadas por operações. No presente, focaremos a primeira tarefa de estudo de Matemática, que Davídov (1988, p. 188) propõe para o primeiro ano escolar, com a finalidade de: "obtenção e o emprego do número como meio especial de comparação das grandezas", na interconexão entre as significações aritméticas, geométricas e algébricas. Para o cumprimento desta, são estabelecidas seis **ações de estudo** (DAVÍDOV, 1988).

Como forma de expressar a objetivação da primeira tarefa de estudo e as suas seis ações correspondentes, no presente artigo, adota-se como referência o livro didático para o primeiro ano do ensino fundamental, elaborado por Davýdov, Gorbov, Mikulina e Savieliev (ДАВЫДОВ et al, 1997); e o manual de orientações metodológicas, que apresenta as proposições introdutórias – de cada temática referente ao sistema conceitual – e seus fundamentos. As duas últimas referências foram elaboradas pelo mesmo grupo de colaboradores e continuadores (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008). As obras em russo foram traduzidas para o português por Elvira Kim, professora de nacionalidade russa, que leciona no Centro de Idiomas da Universidade Federal do Paraná. A referência, para objetivação da proposição davydoviana, no contexto das proposições brasileiras, será a História Virtual intitulada Verdim e seus amigos.

Esta é adaptação de uma história produzida por pesquisadores de dois outros grupos de pesquisa. A autoria da versão original é de Anna Regina Lanner de Moura, com a denominação de O Curupira. Sua segunda variante deve-se aos integrantes do GEEAMI - Grupo de Estudos do Ensino e Aprendizagem de Matemática na Infância – com o título Menino verde. A sua terceira versão, inspiradora das tarefas particulares com princípios davydovianos para o ensino de conceitos matemáticos, apresentada por Damazio et al (2012), é a que segue:

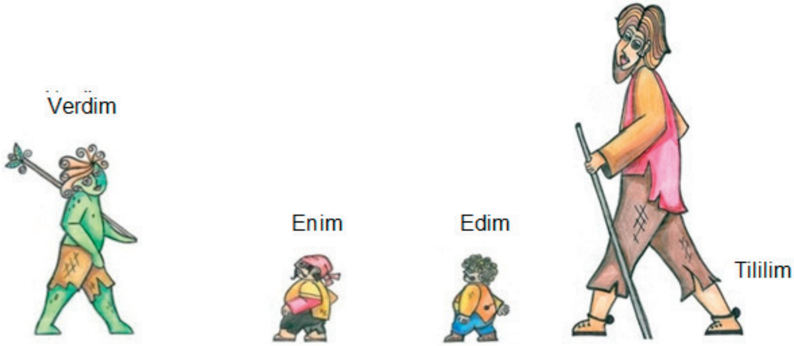

Ilustração 1 – Verdim e seus amigos[4]

Era uma vez Verdim, um ser encantado que vivia em uma floresta de outro mundo. Verdim tinha muitos amigos e juntos brincavam, todos os dias, na clareira dessa floresta. Quase todos viviam próximos à casa de Verdim, menos três deles: o Gigante chamado Tililim e os dois anões, Edim e Enim.

Certo dia Verdim convidou a todos para brincarem em sua casa. Como Tililim, Edim e Enim moravam muito longe, Verdim explicou como chegar até lá. Assim, saindo da clareira, do lado que o sol se põe, deveriam dar cinquenta passos para frente, depois trinta passos à direita e mais quarenta passos até a grande árvore e, então, continuariam em frente e sua casa estaria à apenas dez passos dali.

Com a explicação de Verdim, os três amigos anotaram todas as orientações para não esquecerem nada.

No dia seguinte, logo pela manhã, seguiram na direção indicada. Mas, apesar disso, não conseguiram chegar à casa de Verdim. O que pode ter acontecido? Por que eles não chegaram? Como ajudar Verdim a entender o que aconteceu para buscar outro modo de explicar como chegar até sua casa?

4 As imagens dos personagens da história virtual Verdim e seus amigos foram criadas pelo artista plástico Jeferson Marcos Dias.

Essa história virtual, portanto, é referência para a explicitação do movimento conceitual proposto por Davýdov para o ensino do conceito de número. Dela decorrem as tarefas particulares – a serem desenvolvidas pelos estudantes, com orientação do professor – pertinentes às seis ações de estudos, a seguir pontuadas, que compõem a primeira tarefa de estudo, anteriormente mencionada.

PRIMEIRA AÇÃO DE ESTUDO

Reafirmando, para Davýdov (1982), a primeira ação de estudo consiste na "transformação dos dados da tarefa a fim de revelar a relação universal do objeto estudado". Nela as crianças são introduzidas em situações que levam à necessidade dos conceitos em seu caráter teórico. Seu fundamento é a observação e a transformação dos dados reais pertinentes às tarefas particulares. Estas não são solucionáveis pelos procedimentos/operações já conhecidos pela criança, pois têm como finalidade a revelação dos elementos que constituem a relação essencial do objeto, em sua especificidade, com o conceito de número. Tal relação constitui o aspecto real dos dados transformados e atua como base genética e fonte de todas as propriedades e peculiaridades do objeto integral.

Para tanto, Davýdov e seus colaboradores propõem que o desenvolvimento da primeira ação de estudo ocorra com tarefas particulares como foco para as relações de igualdade e desigualdade entre grandezas: igual, maior ou menor. Ou seja, são apresentados objetos que possibilitam a comparação de seus tamanhos por meio das diferentes grandezas, porém de mesma espécie, por exemplo: comprimento com comprimento, massa com massa, volume com volume, área com área, entre outras.

O resultado da comparação entre as grandezas (maior, menor ou igual) é representado, no primeiro momento, na forma objetal (tiras de papel) e, na sequência, por meio de segmentos, em forma gráfica. Os estudantes registram tais relações por meio de fórmulas expressas por letras, condição para o estudo das propriedades das relações de igualdade e desigualdade em sua forma abstrata. Assim, conforme Davýdov (1982), mesmo antes da apropriação consubstanciada do conceito de número, a criança determina os resultados desta comparação por meio de fórmulas literais, tais como a = b, a > b, a < b.

No que diz respeito à história virtual, a conclusão prévia esperada por parte dos estudantes, com orientação do professor, é que os amigos de Verdim não chegaram até sua casa por consequência da diferença de comprimento do seu passo em relação aos de seus convidados. A solução do problema desencadeador de aprendizagem conduz à análise do comprimento (grandeza contínua) dos passos dos personagens. Propõe-se às crianças que estabeleçam a comparação entre o comprimento dos passos dos figurantes e indiquem os resultados por meio de tiras de papel. Isso caracteriza a primeira forma de representação das comparações entre grandezas, a objetal (ГОРБОВ et al, 2008). Trata-se, pois, do primeiro passo para atingir a abstração do conceito de número. Para tal, cada criança tem três tiras iguais na cor e no comprimento da largura; duas delas com o mesmo comprimento da altura e a terceira é mais curta (Ilustração 2).

Ilustração 2 - Tiras de papel para a representação objetal
Fonte: Elaboração nossa, 2012.

A condição é que os estudantes expressem suas conclusões por meio das tiras. Por exemplo, se os comprimentos forem iguais, eles mostram duas tiras idênticas (Ilustração 3), se forem distintas, duas tiras diferentes (Ilustração 4).

Ilustrações 3 e 4 - Representação objetal da relação entre as grandezas
Fonte: Elaboração nossa, 2012

Os comprimentos dos passos de Edim e Enim são iguais, por isso, foi representado por duas tiras idênticas. Porém, a igualdade não ocorre se a referência for os passos de Verdim e dos anões, o que requer a apresentação, por parte dos estudantes, das tiras que não têm o mesmo comprimento.

Tal orientação, para esse procedimento, se fundamenta no movimento de desenvolvimento histórico da humanidade, no qual os conhecimentos se fixaram, inicialmente, nas formas de atividade objetal. Nesse estágio, segundo Davídov (1987), a mão foi o órgão principal pela sua capacidade de realizar movimentos e, em interação com ela, os demais órgãos dos sentidos. Estes, aos poucos, adquiriram a função de orientação no mundo objetal, bem como a capacidade para observar e separar, nos objetos, as propriedades e as relações que eram importantes para um determinado fim. No caso da história virtual em análise, a propriedade fundamental que possibilita a resolução do problema refere-se aos passos dos seus personagens. Ou seja, faz-se necessário estudar a relação entre as medidas dos comprimentos dos passos para ajudar Verdim a resolver seu problema que culminou no desencontro dos amigos.

A reprodução das relações entre as grandezas na forma objetal, com tiras de papel, é apenas o estágio inicial para se chegar ao modelo universal do conceito de número. O próximo incide na representação gráfica, por meio da correlação de segmentos (Ilustrações 5 e 6).

Ilustrações 5 e 6 - Representação gráfica da relação entre as grandezas
Fonte: Elaboração nossa, 2012.

As tarefas sugerem a apropriação, pela criança, dos procedimentos, socialmente elaborados de ação com os objetos que, de acordo com Elkonin (1987), é internamente indispensável para que ela se oriente no mundo objetal. Ao reproduzir o segmento, que também é elemento da cultura humana, a criança desenvolve a orientação de nível cada vez mais complexo no mundo objetal. E, sobre essa base, forma as forças intelectuais cognoscitivas, suas possibilidades operacionais. É com vista a esse processo de desenvolvimento do pensamento conceitual que, a partir da análise inicial do problema, conclui-se que os comprimentos dos passos de alguns personagens são diferentes, representados por segmentos de comprimentos desiguais (Ilustração 7).

No entanto, novas questões surgem e com elas a necessidade de proposição de outras tarefas. Por exemplo, se Edim alongar o passo para igualar ao comprimento de Verdim, como se representará essa nova relação? Em termos de representação gráfica, a resolução da tarefa incidirá em acréscimo – diferença – no segmento menor, do comprimento que falta, com a utilização de outra cor, conforme ilustração 8.

Ilustrações 7 e 8 - Representação gráfica do movimento entre as grandezas
Fonte: Elaboração nossa, 2012.

A tarefa anterior se relaciona com outra direcionada pelo questionamento: E se Verdim diminuir o passo para que o comprimento fique igual ao dos anões, qual alteração ocorrerá nos segmentos (Ilustração 9)? A solução esperada é se faça a subtração (eliminação) da diferença, tendo como procedimento alternativo o ato de riscar uma parte do segmento maior (Ilustração 10).

Mas o problema ainda não está resolvido por completo, pois há outro amigo que não conseguiu chegar até a casa de Verdim, o gigante Tililim. Faz-se, então, necessária a análise do comprimento de seu passo. Para tanto, representa-se o comprimento do passo de Tililim por um segmento (Ilustração 11). O professor risca uma parte e pergunta: O que é preciso fazer com o comprimento do passo de Tililim? A conclusão que o aluno elaborará é que se diminua uma parte do comprimento (Ilustração 12). No segmento riscado, as crianças indicam com as duas mãos o intervalo referente ao comprimento inicial (um estudante) e o resultado da diminuição (outro estudante). Essa representação também ocorrerá com linhas em forma de arcos (Ilustração 13).

Ilustrações 11, 12 e 13 - Representação gráfica do movimento entre grandezas
Fonte: Elaboração nossa, 2012.

Desse modo, o problema estaria resolvido, bastaria enviar ao Verdim as representações gráficas, que ele compreenderia a necessidade de alguns amigos diminuírem e de outros aumentarem o comprimento de seus passos. Mas, quem deve aumentar? Quem deve diminuir? E quanto? Surge, então, uma nova necessidade, ou seja: de uma representação que identifique a medida do comprimento do passo de cada personagem.

Das reflexões anteriores, há dois personagens (Edim e Enim), cujos passos têm o mesmo comprimento. Esse dado serve de subsídio para outra proposição – aos estudantes – por parte do professor, ao qual compete dupla função. Uma delas é sugerir a escolha de letras para representar a medida genérica de cada comprimento, que devem ser registradas no quadro. Por exemplo, a opção por z para representar a medida do comprimento do passo de Edim e w de Enim. A outra se refere à explicação de que é comum, em Matemática, o registro do resultado da comparação em forma de letras e de símbolos especiais. Assim, o professor escreve no quadro: $z = w$ e, concomitantemente, faz a leitura: a medida de comprimento z é igual à medida de comprimento w.

Da mesma forma, escolhe-se uma letra (por exemplo, x) para representar a medida do comprimento do passo de Tililim, que difere dos anões. Faz-se o registro das desigualdades: $x \neq z$ e $x \neq w$, seguido da leitura (a medida de comprimento x difere, respectivamente, de z e w). Também, adota-se uma letra, y, como identificação genérica da medida do comprimento do passo de Verdim que, ao relacioná-la com a de seus convidados, forma as desigualdades: $y \neq z$, $y \neq w$ e $y \neq x$.

Entretanto, o sinal de diferente ainda não possibilita a identificação do personagem que deve diminuir ou quem precisa aumentar o comprimento do passo para igualar ao de Verdim. Afinal, o anfitrião precisa da informação de qual de seus amigos tem a medida de comprimento do passo maior e quais deles têm a menor. A situação é própria para apresentar os seguintes registros: $x > y$ (O comprimento do passo de Tililim é maior que o comprimento do passo de Verdim), $z < y$ (z é menor que y) e $w < y$ (w é menor que y). A informação necessária é que o registro pode começar por qualquer uma das duas medidas comparadas. Isso requer atenção na relação maior/menor, pois o sinal (> ou <) muda e sua distinção pode ser identificada pela sua abertura que sempre indica o maior.

Essa etapa caracteriza a passagem gradual da representação gráfica à literal, em que as letras se apresentam como meio de reprodução abstrata das relações entre grandezas concretamente dadas, por meio dos passos dos personagens. Trata-se da abstração de um movimento que envolveu um sistema de representações nas formas objetal e gráfica (segmentos e arcos). Assim, o movimento entre as grandezas (comprimento dos passos dos personagens) não é mais imediatamente concedido, mas mediado por um sistema de símbolos, que conduz à conexão entre o externo e o interno. O movimento interno entre as grandezas aparece como objeto do pensamento teórico. Para Davýdov (1982, p. 303), "revelar e expressar em símbolos o ser mediatizado das coisas, sua generalidade, é efetuar a passagem para a reprodução teórica da realidade". Slovin e Venenciano (2008) afirmam que esta primeira utilização de letras, na determinação da igualdade e desigualdade, expressa o geral do conceito de número em detrimento de quantidades específicas. Assim, os elementos da álgebra abstrata são introduzidos.

SEGUNDA AÇÃO DE ESTUDO

A segunda ação de estudo consiste na modelação da relação entre grandezas, já revelada na ação anterior, na unidade das formas objetal, gráfica e literal. Vale ressaltar que nem toda representação é um modelo de estudo, mas somente aquela que estabelece a relação universal, essência de um objeto integral, e possibilita sua análise ulterior. O conteúdo do modelo de estudo estabelece as propriedades internas do objeto, que não são observáveis de maneira direta. Como produto da análise mental, ele pode ser um meio especial da atividade intelectual humana. Davídov (1988) considera o modelo como uma expressão objetal-semiótica do ideal.

No que diz respeito ao processo de apropriação do conceito de número, essa segunda etapa resulta da relação entre grandezas, cuja representação se dá por meio de tiras de papel (objetal), depois por segmentos (gráfica) e, finalmente, por letras (literal). A reflexão sobre quantas vezes uma unidade de medida está contida na grandeza leva a criança, com orientação do professor, a reproduzir o modelo abstrato, universal, do conceito científico de número: A/E = n ou A = nE. Nessa igualdade, **A** é a grandeza a ser medida, **E** a unidade de medida e **n**, o valor aritmético de **A** em relação a **E**. Ou seja, n é a medida da grandeza **A** (ROSA, 2012).

O resultado maior, menor ou igual, até então obtido, é insuficiente, na maioria dos casos que envolvem a comparação entre grandezas, inclusive no problema vivenciado pelos personagens. Por exemplo, informar a Verdim que a medida do comprimento do seu passo é menor que a do Tililim, não o ajudaria na solução do problema. Uma informação mais precisa é imprescindível: quanto é menor? Assim, reproduz-se a necessidade, vivenciada historicamente pela humanidade, de adoção de uma grandeza como unidade de medida da outra. A título de elucidação, adota-se a medida do comprimento do passo de Verdim como unidade de medida, base para solucionar a questão: Quantas vezes a medida do comprimento do passo de Verdim cabe na do Tililim? Ou, quantas vezes y cabe em x?

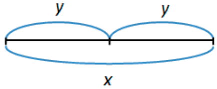

Ilustração 14 – Relação entre a medida do comprimento de passo de Verdim e Tililim
Fonte: Elaboração nossa, 2012.

A partir da análise do esquema, com base na relação de multiplicidade e de divisibilidade, é possível concluir que $x/y = 2$, $x = 2y$ ou $x/2 = y$. Assim, o número surge a partir da relação entre duas grandezas (na especificidade deste, entre dois comprimentos). Conforme se demonstrará, na terceira ação de estudo, a origem para todos os números no campo dos reais é a mesma. Para Davýdov (1982, p. 436), "a formação, nas crianças, do conceito de número, se reproduz mediante a revelação das condições necessárias para o surgimento do mesmo". Tal gênese é o elo universal, a lei, que constitui a unidade de nexos e relações essenciais, que Davýdov denomina de modelo.

Assim, o modelo universal, expresso pelas fórmulas particulares da relação entre as medidas dos comprimentos dos passos de Tililim e Verdim é a unidade entre a essência universal (relação de multiplicidade e divisibilidade entre grandezas) e sua expressão singular (os números, não só os naturais, mas inteiros, racionais e irracionais), mediatizada pela unidade de medida.

Para o início do movimento do processo de modelação, as relações concretamente dadas entre grandezas (comprimentos) foram a referência. Em seguida, surgiram algumas abstrações: primeiro, elas foram representadas objetalmente; depois graficamente, até atingir a abstração essencial, expressa pela simbologia algébrica que culminou no modelo universal do conceito de número. Eis o movimento de redução do concreto ao abstrato. Na sequência, procedeu-se ao movimento inverso, de ascensão do abstrato ao concreto. Nesse processo, introduziu-se a unidade de medida, como elemento particular, que mediou a gênese de uma singularidade, o número concreto (2) que representa a relação entre os passos. Desse modo, surgiu o conteúdo teórico do conceito de número.

O sistema numérico surge como síntese de múltiplas relações entre grandezas. Deduz-se sua expressão singular a partir da relação universal de multiplicidade e divisibilidade. Assim, o conceito de número é formado “como relação algébrica de uma grandeza com respeito a outra, tomada como unidade" (GALPERIN; ZAPORÓZHETS; ELKONIN, 1987, p. 306).

TERCEIRA AÇÃO DE ESTUDO

A terceira ação de estudo visa a transformação do modelo da relação universal para estudar suas propriedades em forma pura. Tal relação, nos dados reais da tarefa, parece oculta pelas propriedades particulares que, em conjunto, dificultam sua revelação. Porém, se faz visível no modelo em forma pura. O modelo é um meio pedagógico pelo qual se estudam as propriedades da abstração teórica da relação universal. Nesse processo é que se transforma a relação encontrada, de modo tal que permita o estudo de suas propriedades gerais. Assim, no modelo A/E = n ou A = nE, com a modificação da unidade **E**, ao se medir a mesma grandeza **A**, leva à mudança do número concreto **n**, isto é, aquele que indica a quantidade de vez que **E** cabe em **A**. "Uma mesma grandeza tem, portanto, tantas medidas quantas as unidades com que a medição se faça" (CARAÇA, 1984, p. 31). Também, uma determinada unidade de medida gera resultados diferentes se adotada na medição de grandezas de tamanhos desiguais.

Na História Virtual em foco, adotou-se como unidade de medida o comprimento do passo do anfitrião. O estabelecimento da relação quantitativa, entre o passo de Tililim e de Verdim, possibilita a seguinte conclusão: cada passo de Tililim equivale a dois passos de Verdim (x = 2y). Mas, como fica essa relação se a referência for os anões? Para análise, aleatoriamente, adotar-se-á a medida genérica do comprimento do passo de Enim. Então, investigam-se quantas vezes a medida do comprimento do passo de Verdim (y) corresponde ao de Enim (w). Ou, quantas vezes y cabe em w (Ilustração 15)?

Ilustração 15 – Representação gráfica e literal da medida da grandeza comprimento
Fonte: Elaboração nossa, 2012.

Com base na análise da medida dos dois comprimentos, representados por meio de segmentos, conclui-se que a medida y não cabe um número inteiro de vezes na medida w, pois y > w. Para responder a questão anterior (quantas vezes y cabe em w?) é necessário subdividir a unidade de medida y em certo número de partes iguais (CARAÇA, 1984). Inicia-se pela subdivisão da unidade de medida em duas partes iguais (Ilustração 16). Para a medição, aproxima-se, de modo que dois extremos coincidam (Ilustração 17).

Ilustrações 16 e 17 – Representação gráfica e literal da relação entre grandezas
Fonte: Elaboração nossa, 2012.

Da análise do procedimento anterior (Ilustrações 16 e 17), conclui-se que y cabe um meio de vez em w: w/y = 1/2, w = 1/2y, ou, 2w = y. A expressão do resultado da relação entre os comprimentos dos passos de Enim e Verdim, tomando o último como unidade de medida, extrapola os limites dos números naturais. Isso evidencia a finalidade principal da proposta de Davýdov e colaboradores para o ensino de matemática: ao finalizar o ensino fundamental, o estudante forme uma concepção autêntica e completa do número real a partir da gênese teórica do conceito.

Esta gênese refere-se ao estágio atual de desenvolvimento dos números reais, que contempla os números naturais, inteiros, racionais e irracionais. A proposta prioriza o movimento, no procedimento da relação entre grandezas, que ascende do único ao múltiplo, do indivisível ao divisível, com a introdução da unidade de medida. Inicialmente, como mencionado, são estabelecidas as relações gerais de maior, menor ou igual; depois, mediada pela unidade de medida particular e no contraste do discreto/contínuo, gera-se a formulação, com letras, do modelo universal do conceito de número. Por decorrência, ocorre a introdução da propriedade numérica da grandeza, como resultado da medição, eis a dimensão singular. Assim, o conceito de número surge em Davýdov a partir do movimento entre o geral, o particular, o universal e o singular na interconexão das significações aritméticas, algébricas e geométricas.

O processo de aplicar a unidade de medida sobre a grandeza a ser medida é de caráter geométrico. A quantidade de vezes que a unidade cabe na grandeza traduz o teor aritmético, que surge a partir da relação algébrica entre grandezas (Modelo). A propriedade numérica da grandeza varia em dependência da variação da unidade de medida. Uma mesma unidade pode ser utilizada para o processo de medição de grandezas de diferentes tamanhos, porém, de mesma natureza. O conceito de unidade é referência para todos os números singulares e suas operações algébricas, aritméticas e geométricas (ROSA, 2012).

Tal interconexão se constitui no foco da ação de estudo em análise. Davídov e Slobódchikov (1991) afirmam que a terceira ação de estudo consiste na experimentação com o modelo, a fim de estudar minuciosamente as propriedades da relação universal antes identificada. Essa ação tem importância substancial no processo de apropriação dos conhecimentos científicos porque, segundo Davídov (1988), permite que os estudantes compreendam a especificidade da orientação no plano ideal, uma vez que o modelo é uma expressão objetal-semiótica do ideal. Entretanto, vale lembrar que a formulação do modelo, por meio de letras, foi o foco da segunda ação de estudo. Ela se expressa em $A/E = n$, em que **A** é a grandeza a ser medida, **E** a unidade de medida e **n** a propriedade numérica da grandeza (o resultado da medição). Essas letras podem ser substituídas por outras, o importante é que traduzam a conexão geneticamente essencial do conceito.

Como visto, o conceito de número foi apresentado no confronto entre o discreto (cada passo) e o contínuo (comprimento que representa o todo a ser percorrido pelos convidados de Verdim), diferentemente do que ocorre no ensino tradicional, como expressão de quantidades discretas, fixas, nos limites das significações aritméticas. Galperin, Zaporózhets e Elkonin (1987, p. 310-311) enfatizam que tal orientação é expressão do empirismo, em que predomina "o caráter dado e direto da quantidade como propriedade do grupo de objetos", a unidade "se identifica com um objeto separado" e não como expressão de relação entre a unidade de e o todo.

Por consequência, segundo Talizina (1987), muitos alunos realizam as operações aritméticas corretamente, sem o entendimento do sentido matemático. Tal compreensão só ocorre se precedida da aquisição de uma concepção de número enquanto relação e, também, da propriedade numérica como resultado da relação de comparação entre as grandezas e a unidade de medida. Se expuser aos estudantes do primeiro ano do Ensino Fundamental um lápis e perguntar-lhes: "Crianças, digam quanto há? Eles geralmente respondem 'um'" (TALIZINA, 1987, p. 51). Porém, a resposta só é correta se a grandeza considerada for a quantidade. Caso signifique o comprimento, por exemplo, a resposta dependerá da unidade de medida da medição (cm, mm, ...).

A reprodução da essência do conceito de número, a partir da relação entre grandezas, exige um pensamento ativo e uma análise precisa. Para Kalmykova (1991, p. 23), "quanto mais ativa for a atividade intelectual, tanto mais fácil lhes será descobrir [revelar] as conexões e tanto mais estáveis estas serão".

QUARTA AÇÃO DE ESTUDO

A quarta ação de estudo da primeira tarefa de análise da proposta davydoviana refere-se à dedução e construção de um determinado sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas pelo procedimento universal. Os estudantes concretizam a tarefa de estudo inicial e a convertem na diversidade de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento único, apropriado durante a realização das ações anteriores. O caráter eficaz desse procedimento se verifica, justamente, na solução de tarefas particulares, que são focadas pelos estudantes como variantes da tarefa de estudo inicial. Os estudantes orientam-se pela relação universal durante o procedimento de solução (DAVÍDOV, 1988).

Observa-se que, nas ações anteriores, adotou-se um procedimento único que possibilita a solução do problema vivenciado pelos amigos de Verdim. Porém, ainda se faz mister ajudá-lo na compreensão do desencontro para buscar outro modo de explicação de como chegar até sua casa.

Nesse sentido, os estudantes, com a orientação do professor, poderiam escrever, entre outras possibilidades, uma Carta para Verdim, com o seguinte teor:

> Caro Verdim, vivemos em um mundo diferente do seu. Aqui, somos herdeiros de tudo o que foi produzido anteriormente pelos seres que viveram antes de nós. E nossos antepassados já produziram muito conhecimento. Analisamos sua história, com base na herança cultural que recebemos, e concluímos que seus amigos não chegaram até sua casa por que a medida dos comprimentos dos passos deles é diferente da medida do comprimento do seu passo. Com a sua orientação, Tililim percorreu o dobro da distância, pois o comprimento do passo dele é duas vezes maior que o seu. E os anões ficaram na metade do caminho, uma vez que o comprimento do passo deles

é a metade do comprimento do seu passo. Deste modo, para explicar aos seus amigos como chegar até sua casa você pode adotar o comprimento do seu passo como unidade de medida em relação ao comprimento dos passos deles.

Por exemplo, se, ao sair da clareira, do lado que o sol se põe, são cinquenta passos, dos seus, para frente, no caso de Tililim, esse número precisa ser dividido por dois, e no caso dos anões, esse número precisa ser multiplicado por dois. A mesma relação (divisão por dois no caso do Tililim e multiplicação por dois no caso anões) você deve considerar para os demais trechos do percurso até sua casa.

Verdim, sempre que você for explicar para alguém como chegar até sua casa, estabeleça uma relação quantitativa entre a medida do comprimento do seu passo com a medida do comprimento do passo do seu convidado. Assim, você evitará que se repita o problema vivenciado por Enim, Edim e Tililim.

Um grande abraço,
Seres humanos
2015
(Elaborado pelos autores)

A carta apresentada anteriormente resolve, teoricamente, o problema vivenciado pelos amigos de Verdim. Tal resolução só foi possível a partir da investigação das propriedades mais intrínsecas dos passos dos personagens. O concreto, tanto ponto de partida quanto ponto de chegada, foi o comprimento dos passos. Inicialmente, a análise foi fundamenta nos comprimentos reais dos passos dados, imediatamente à percepção. O ponto de chegada incide sobre os mesmos passos, porém, em nível pensado, como síntese das relações de multiplicidade e divisibilidade que lhes determinam.

A causa do desencontro dos amigos foi a diferença entre os comprimentos do passo de cada um deles. Por isso, iniciou-se com a análise da diversidade sensorial concreta dos tipos particulares de movimento a partir da medida do comprimento dos passos, direcionada para a revelação de sua base interna essencial (relação de multiplicidade e de divisibilidade). Em outras palavras, seguiu-se das manifestações externas dos elementos que compõem a relação universal. Assim, percorreu-se o movimento de redução do concreto ao abstrato.

Ao se apresentar um novo modo de explicação para Verdim expor aos seus amigos, considerou-se o mesmo conteúdo objetivo, porém, com base na relação essencial. A segunda etapa partiu dessa relação abstrata, entre os passos dos personagens, para as manifestações particulares que, de acordo com Davídov (1988), caracteriza o movimento do pensamento de ascensão do abstrato ao concreto.

Para Davídov e Markova (1987) e Davýdov (1982), durante a reprodução do objeto, em forma de conhecimento teórico, o pensamento sai dos limites das representações sensoriais e se fixa na conexão entre a relação essencial e suas manifestações particulares. A concretização do conhecimento teórico (expresso na carta) requer sua conversão em uma teoria desenvolvida por via da dedução e da explicação das manifestações particulares do sistema, a partir de sua fundamentação universal. Assim, o movimento proposto por Davýdov reflete o movimento histórico de desenvolvimento do conceito de redução do concreto real ao abstrato e, posteriormente, ascende do abstrato ao concreto. Todo esse movimento deve ser reproduzido no ensino, mas com ênfase para a ascensão do abstrato ao concreto (DAVÝDOV, 1982).

Desse modo, durante o desenvolvimento da tarefa de estudo, de acordo com Davídov (1988), os estudantes, aos poucos, dominam o procedimento universal de ação para, posteriormente, resolvem rapidamente e sem erros os diferentes problemas particulares. A tarefa de estudo estimula o pensamento dos estudantes a explicarem o que ainda desconhecem, bem como a se apropriarem de novos conceitos e procedimentos de ação.

A QUINTA AÇÃO DE ESTUDO

Ainda no contexto da tarefa de estudo, Davídov (1988) propõe a quinta ação, controle da realização das ações anteriores. Esta tem a função principal de assegurar que o procedimento universal da ação tenha todas as operações indispensáveis para que o estudante resolva, exitosamente, a diversidade de tarefas concretas particulares. O controle garante a requerida plenitude na composição operacional das ações e a forma correta de sua execução.

A ação de controle, ao conservar a forma universal e o sentido das quatro anteriores, permite que as crianças modifiquem sua composição operacional, em conformidade com as condições particulares de sua aplicação e com as diferentes propriedades concretas do material envolvido, o que culmina com a conversão das ações em atitudes e hábitos (DAVÍDOV, 1988). Como dizem Galperin, Zaporózhets, Elkonin (1987), o conhecimento sobre as coisas resulta das relações de suas ações que, por sua vez, se convertem em capacidades e se tornam hábitos na medida em que se automatizam.

Quando a criança domina o procedimento universal de medição das grandezas e mede uma determinada grandeza, o professor propõe a repetição, segundo Davídov (1988), de modo que ocorra alguma operação executada de forma incorreta. Compete, aos estudantes, a explicação das causas dos erros. Tal atribuição lhes permite a apropriação de uma série de operações concretas, indispensáveis para a medição correta. É, pois, o controle que garante as necessárias correções, no cumprimento das ações.

SEXTA AÇÃO DE ESTUDO

O controle está estreitamente ligado à sexta ação de estudo, que é a avaliação da apropriação do procedimento universal como resultado da solução da tarefa de estudo dada. Em todos os estágios da resolução da primeira tarefa de estudo, a avaliação orienta as demais ações para seu resultado final: “a obtenção e o emprego do número como meio especial de comparação das grandezas” (DAVÍDOV, 1988, p. 186).

No desenvolvimento das ações de controle e avaliação, a atenção das crianças deve dirigir-se ao conteúdo delas próprias e à reflexão sobre seus fundamentos, em consonância com o resultado da tarefa. Nesse sentido, importa a reflexão, uma qualidade essencial da consciência humana, como condição imprescindível para que estas ações se estruturem e se modifiquem corretamente (DAVÍDOV, 1988).

Para Davídov e Slobódchikov (1991), a avaliação determina o grau de formação do procedimento universal de solução da tarefa. Ela orienta, também, a busca por diferentes meios de execução de uma nova tarefa de estudo e, além disso, permite ao estudante que determine a ocorrência ou não da apropriação do procedimento universal de solução da tarefa de estudo e suas modificações. Ao atingir esse estágio, o professor propõe-lhes que o utilizem para solucionar tarefas parciais de caráter prático.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Situações similares poderiam ser propostas aos estudantes com relação à história virtual, Verdim e seus amigos. Nelas estariam em destaques a relação e o procedimento universal voltado aos diversos conceitos que se articulam no sistema conceitual de número real, como: a escrita, as diversas bases, a reta numérica, as operações, as equações, a resolução de equação etc. Além disso, outras grandezas poderiam ser expandidas e contempladas, como: área, volume, massa, entre outras. No entanto, dadas às delimitações necessárias, focou-se num panorama sobre o modo de organização de ensino, proposto e adotado por Davýdov – tarefa de estudo, as seis ações e tarefas particulares –, articulado com a “atividade orientadora de ensino” (MOURA, 1996, 2002) e, mais especificamente, com a situação desencadeadora de aprendizagem referente à história virtual Verdim e seus amigos. Em cada ação, procurou-se tratar das questões teóricas inerentes a cada uma delas.

O problema desencadeador da aprendizagem, proposto a partir do desencontro dos amigos de Verdim, possibilita a reprodução da necessidade humana de produção histórica do conceito número, porém, em seu estágio atual. Sua solução requer a elaboração de ferramentas simbólicas nas formas objetal, gráfica e literal, capazes de serem consideradas em outras situações, nas quais envolverem a relação nuclear, universal do conceito. Quando o indivíduo se apropria dessa relação essencial, em nível teórico, desenvolve um modo de organização do pensamento universal que supera os limites da apropriação empírica, tal como ocorre no ensino tradicional.

NUMERICAL CONCEPTUAL MOVEMENT PROPOSED BY DAVÝDOV AND CO-WORKERS FOR TEACHING

Abstract: *It was investigated the conceptual movement proposed by Davýdov and co-workers for teaching number concept on the first year of schooling. This research is theoretical and its data source is from the work by Davýdov. The starting point, the general, is the analysis of relationships between discrete and continuous greatness of objects on the universal relation which is modeled geometrically and algebraically, what enables the reduction from the concrete to abstract. Posteriorly, in the rise procedure from the abstract to the concrete, the numbers are introduced in their arithmetic signification, while singularity.*

Key-words: *Developmental Education Theory. Davýdov. Virtual tale. Mathematics. Number concept.*

REFERÊNCIAS

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1984.

DAMAZIO, A. et al. O conhecimento matemático na Educação Infantil. In: FLÔR, D. C.; DURLI, Z. (Org.). *Educação Infantil e Formação de Professores*. Florianópolis: Editora UFSC, 2012.

DAVÝDOV, V.V. *Tipos de generalización en la enseñanza.* 3. ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

_____. *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico:* investigación teórica y experimental. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

_____. Uma nova abordagem para a investigação da estrutura e do conteúdo da atividade. In: HEDEGARD, Mariane; JENSEN, Uffe Jull. *Activity theory and social practice:* cultural-historical approaches. Aarhus (Dinamarca), Aarthus University Press, 1999. Tradução de José Carlos Libâneo.

DAVÍDOV, V. V.; MARKOVA. A. El desarrollo del pensamiento en la edad escolar. In: SUARE, M. *La psicología Evolutiva y pedagógica en la URSS.* Moscú: Progreso, p. 173-174, 1987.

DAVÍDOV, V. V.; SLOBÓDCHIKOV, V. I. *La enseñanza que desarrolla en la escuela del desarrollo; en La educación y la enseñanza:* una mirada al futuro. Ed. Progreso, Moscú, p. 118-144, 1991.

ELKONIN, D. Sobre el problema de la periodización del desarrollo psíquico en la infancia. In: SHUARE, M. *La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS.* Moscú: Progresso, p. 104-126, 1987.

GALPERIN, P. Ya. Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales. In ILIASOV, I. I.; LIAUDIS, V. Ya. *Antología de la psicología pedagógica y de las edades*. La Habana: Pueblo y Educación, p. 114-118, 1986.

GALPERIN, P.; ZAPORÓZHETS A.; ELKONIN, D. Los problemas de la formación de conocimientos y capacidades en los escolares y los nuevos métodos de enseñanza en la escuela. In: SHUARE, M. *La psicología Evolutiva y pedagógica en la URSS.* Moscú, Progreso, p. 300-316, 1987.

KALMYKOVA, Z. I. Pressupostos psicológicos para uma melhor aprendizagem da resolução de problemas aritméticos. In: LÚRIA; LEONTIEV; VYGOTSKI, et al. *Pedagogia e Psicologia II.* Lisboa: Estampa, p. 9 - 26,1991.

LEONTIEV, A. N. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

MOURA, M. O. de. (Coord.). *Controle da variação de quantidades*: atividades de ensino. São Paulo, Universidade de São Paulo, 1996.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. de. (Org.). *Ensinar a ensinar*: didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira Thompson, 2002.

ROSA, J. E. *Proposições de Davydov para o ensino de matemática no primeiro ano escolar:* inter-relações dos sistemas de significações numéricas. 2012. Tese (Doutorado em Educação: linha de pesquisa Educação Matemática). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

SLOVIN, H.; VENENCIANO, L. Succes in algebra. In: FILGUEIRAS, O.; CORTINA, J. L.; ALATORRE, S.; ROJANO, T.; SEPÚLVEDA, S. (Eds.). *Proceendings of the Joint Meeting of the PME 32 and PME-NA XXX*, v. 1, México: Cinvestav-UMSNH, 2008. ISSN 0771-100X ISBN 978-968-9020-06-6 Website: <http://www.pme32-na30.org.mx/>

TALIZINA, N. F. *La formación de la actividad cognoscitiva de los escolares*. Moscu: Editorial Progresso, 1987.

VIGOTSKI, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem.* Trad. Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

ГОРБОВ С. Ф.; МИКУЛИНА Г. Г.; САВЕЛЬЕВА О. В. *Обучение математике.* 1 класс: Пособие для учителей начальной школы (Система Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова). 2-е ида, перераб. - М.:ВИТА-ПРЕССб 2008. 128р. [GORBOV, S.F.; MIKULINA, G.G.; SAVIELIEV, O.V. *Ensino de Matemática.* 1 ano: livro do professor do ensino fundamental (Sistema do D.B. Elkonin – V.V. Davidov). 2ª edição redigida, - Moscou, Vita-Press, 2008.]

ДАВЫДОВ, В. В. О. et al. *Математика,* 1-Кјiacc. Mockba: Mnpoc - Аргус, 1997. [Davidov, V.V. **Matemática,** 1ª série. Livro didático e de exercícios para os estudantes da primeira série. Moscou: MIROS, Argus, 1997.]