

## Construcción de la sección cónica circunferencia por medio del uso del geoplano con estudiantes de grado undécimo

*Luz Ángela Cristancho Contreras\**

### RESUMEN

En la presente experiencia de aula se mostrarán los aspectos que hicieron necesario trabajar con los estudiantes de grado undécimo las cónicas, en especial, la circunferencia, desde lo planteado por el Ministerio de Educación Nacional en los Estándares de Calidad y en los Lineamientos Curriculares, para luego ver la necesidad del uso del geoplano como recurso didáctico para la construcción del objeto matemático, partiendo de las dificultades que presentan los estudiantes

en la construcción e identificación de las propiedades de las cónicas, especialmente de la circunferencia. Seguidamente, se expone la descripción general de la experiencia, los logros y dificultades que surgieron en el proceso de enseñanza y se finaliza con la reflexión que generó este proceso de enseñanza-aprendizaje.

**Palabras-clave:** materiales manipulativos, geoplano, circunferencia, geometría analítica.

\* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Dirección electrónica: [Sabaoth89@yahoo.com](mailto:Sabaoth89@yahoo.com)

## CONTEXTUALIZACIÓN

Para la enseñanza-aprendizaje de las cónicas se hace necesario conocer lo establecido por el Ministerio de Educación Nacional (2003) para el grado décimo en los estándares de calidad, específicamente lo referido al Pensamiento espacial y sistemas geométricos, en donde se menciona que: “los estudiantes deben definir la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola e identificar los elementos de cada una y deducir sus ecuaciones en el plano cartesiano”. Esto lleva a que para el desarrollo de la circunferencia, se considere relevante la implementación de situaciones problema, enfocadas en la construcción de expresiones que permitan a los escolares hacer procesos de razonamiento.

Pero, aunque en los estándares de calidad se mencione que el momento indicado para la construcción de cada una de las cónicas es en grado décimo, se puede notar que no se cuenta con el tiempo necesario para que estas sean trabajadas a profundidad y al tener gran cantidad de temáticas para trabajar, el estudio de este objeto matemático se hace tan superficial que los estudiantes no cuentan con las herramientas analíticas para deducir las ecuaciones partiendo del plano cartesiano, lo que ocasiona que los estudiantes no logren comprender ni asimilar a cabalidad este objeto matemático.

Asimismo, en los lineamientos curriculares (1998), se sugiere trabajar con los estudiantes haciendo uso de situaciones que hagan que este vea la necesidad de tener una confrontación con el mundo que le rodea y logre establecer relaciones que le ayuden a conceptualizar el objeto matemático que se le pide trabajar, en este caso específico, la circunferencia como lugar geométrico.

En este sentido, es necesario vincular la matemática con situaciones cotidianas de los estudiantes, las cuales ayudan a enriquecer el significado de los conceptos, en tanto que permiten conectarlos con construcciones logradas con anterioridad. Luelmo (1997) citado por Contreras (2002) puntualiza que “las situaciones reales bien elegidas y adaptadas a los estudiantes, constituyen un elemento motivador. Por tanto, los contenidos matemáticos que en ellas pueden aprenderse, no solo adquieren significado desde un punto de vista intelectual” (p. 116).

De esta manera es que el diseño de la actividad tiene un carácter motivador y competitivo, donde se busca que los estudiantes puedan discutir, argumentar, interpretar y analizar una serie de situaciones problema, dirigidas hacia las secciones cónicas (circunferencia). La situación, además, tiene la

intención de evaluar cada uno de los logros y dificultades con la apropiación de los conceptos puestos en juego.

### REFERENTES TEÓRICO PRÁCTICOS BÁSICOS

El *geoplano* ofrece la oportunidad para que el alumno estudie y descubra la relación entre superficie-volumen, profundice y comprenda los conceptos de áreas y planos geométricos, y asocie contenidos de la geometría con el álgebra y el cálculo. De esta manera, el incorporar el *geoplano* en las clases de matemáticas puede ser considerado simplemente una novedad, o puede significar una oportunidad para que los docentes aborden los contenidos matemáticos de una forma creativa, valiéndose de esta única herramienta para inducir a los escolares a pensar en forma divergente y conducirles a construir conceptos matemáticos propios, para favorecer el desarrollo de procesos de aprendizaje significativo y estimular algunas capacidades cognitivas más complejas.

Ahora bien, respecto a la construcción de las cónicas en el aula de clase es importante resaltar lo que menciona Real (2004), en cuanto a la resolución e interpretación de problemas relacionados con las cónicas en cursos superiores, en donde resalta que "nuestro reto está claro: debemos intentar que los alumnos comprendan, representen y distingan cada una de las cónicas y sus distintas propiedades" (p. 1). En este sentido, la actividad aquí presentada busca que el estudiante tenga un acercamiento tangible y visual con la circunferencia.

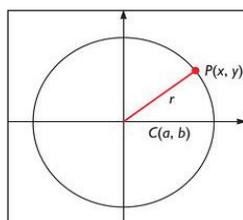


Figura 1

Se hace necesario, entonces, definir lo que esta significa científicamente. Para ello, Vallejo (2010) resalta que la circunferencia es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado centro, (ver figura 1). La distancia desde el centro a un punto cualquiera de la circunferencia se llama radio de la circunferencia. La circunferencia es un caso particular de la elipse donde sus 2 semiejes coinciden.

Así, pues, para introducir esta noción, se hace necesario emplear material manipulativo, dado que facilita el aprendizaje del estudiante. En términos de Casanova (2009):

El material como forma de representación y estudio de la geometría es muy rico e importante. Existe la necesidad de recurrir a lo concreto. Lo concreto deberá tener el doble fin de ejercitar las facultades sintéticas o las analíticas del alumno, aquellas que le permiten llegar al complejo a través del elemento, o sea construir, la facultad que ellos nos llevan a discernir un objeto, en una globalización, cuyos elementos que forman, nos conducen entonces a analizar el objeto (p. 28).

### DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA EXPERIENCIA DE AULA

Esta experiencia de aula se dio en el colegio Restrepo Millán de la ciudad de Bogotá con 31 estudiantes mujeres de la jornada de la tarde, haciendo entrega del material manipulativo tangible (Geoplano circular) el cual consiste de una tabla con 36 puntillas clavadas en forma de circunferencia y una lana (ver figura 2).

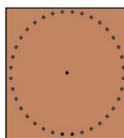


Figura 2

La actividad se dividió en dos partes; en la primera se pedía a las estudiantes que realizaran algunas acciones y se establecían algunos interrogantes, mientras que en la segunda se estableció una situación problema que requiere que con ayuda del geoplano se construya la circunferencia.

*Primera parte.* Se pide a las escolares que tomen cualquier puntilla de la circunferencia y tracen un segmento de la puntilla hacia el centro, para que obtengan la longitud de este segmento. Se hacen los siguientes cuestionamientos: ¿Qué nombre recibe este segmento de recta perteneciente a la circunferencia? ¿Cuánto mide en la construcción que hiciste? ¿Cómo es la medida del segmento?

Luego, se les pedía que trazaran un radio cualquiera y obtuvieran su magnitud, para que después trazaran un diámetro cualquiera de la misma circunferencia y hallaran su magnitud. Se les preguntó: ¿Qué relación observan entre ambas medidas?

Acto seguido se pide que escojan dos puntillas en cualquier lugar sobre la circunferencia y aten el segmento de uno a otro. Este segmento será una cuerda de la circunferencia. Luego se pide que midan la longitud de la cuerda. Y que repitan esto con otras dos puntillas y las aten con lana. ¿Cambia la apariencia de la cuerda? ¿Y su longitud? En esta parte de la actividad, las estudiantes lograron determinar los nombres de los segmentos que construyeron, lo cual se puede observar en la figura 3.

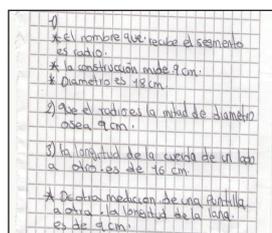


Figura 3

Como en la construcción que hacían debían encontrar la medida exacta de dicho segmento, las estudiantes explicaron que no tenían instrumentos de medida, en este caso regla; por tal motivo se les pidió que se ingeniaran otras formas para medir las distancias entre cualquiera de las puntillas y el centro; así que utilizaron como mecanismo de medida los dedos (ver figura 4).

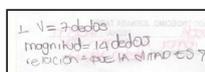


Figura 4

*Segunda Parte.* En esta parte de la actividad se hace la construcción de la circunferencia, y para ello, partiendo de la circunferencia que se forma con las puntillas en la madera, se debía trazar en ella cuerdas de igual longitud. El procedimiento era atar un hilo a una de ellas y llevarlo a cada una de las otras de siete en siete, por ejemplo, hasta haber tocado todas las puntas, para observar que las cuerdas de la circunferencia hechas con el hilo describían otra circunferencia (ver figura 5)

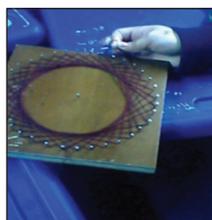


Figura 5

De esta manera la situación planteada fue: *Consideremos dos circunferencias concéntricas  $C$  y  $C'$  de radios  $R$  y  $r$  ( $r < R$ ), respectivamente. Si trazamos rectas tangentes a  $C'$ , observamos que estas rectas generan en  $C$  cuerdas que son de igual longitud.* En esta parte las estudiantes comenzaron a trazar con la lana rectas tangentes. Esto con el fin de construir una circunferencia; algunas encontraban dificultad al tomar las distancias al atar la lana entre las puntillas; otras, por el contrario, lo hicieron de manera rápida.

Después se les planteó el siguiente interrogante: *¿Qué relación guarda cada una de las tangentes a la circunferencia con respecto al radio?* A continuación, en las *figuras 6, 7 y 8*, se muestran las respuestas que dieron las estudiantes:

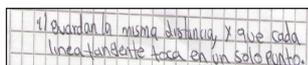


Figura 6

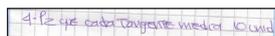


Figura 7

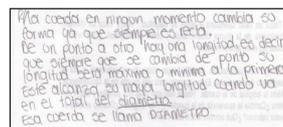


Figura 8

## LOGROS Y DIFICULTADES

**Dificultades.** Algunas de las dificultades que se tuvieron al momento de aplicar la actividad fue que algunas de las estudiantes, al estar acostumbradas a que la clase de matemáticas se desarrolle totalmente en el tablero, no veían el porqué de la actividad, ya que pensaban que sería una pérdida de tiempo. Este concepto se superó al involucrarse en la actividad y darse cuenta de que estaban construyendo un objeto matemático, en este caso particular la circunferencia.

**Logros.** Se logró propiciar espacios de socialización en el aula de clase que permitieron a las estudiantes interactuar con sus demás compañeras, conociendo diversos puntos de vista sobre las construcciones realizadas y, de la misma forma, utilizando dicho espacio, se pudo llegar a la institucionalización del objeto trabajado en el aula. También, el uso del geoplano como recurso didáctico permitió evidenciar y confirmar que el estudiante, al interactuar con material manipulativo, puede llegar a construir un conocimiento matemático adecuado.

## REFLEXIÓN FINAL

La buena utilización de recursos didácticos puede hacer que el estudiante desee enfrentarse ante el maravilloso mundo de las matemáticas no como un receptor sino como un constructor activo de dicho conocimiento. Así es

que como docentes de matemáticas debemos crear alrededor de nuestros estudiantes un entorno en el que ellos puedan desarrollar sus construcciones personales, mostrar sin temor sus inquietudes y, por qué no, sugerir algunas estrategias a tratar en el aula de clase, ya que la cuestión más importante es que el estudiante pueda sacarle el mayor provecho al proceso de enseñanza-aprendizaje.

### REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

Casanova, G. (2009). ¡Cónicas... por siempre cónicas! Un lugar geométrico. Tesina para optar al título de profesora de matemáticas. Instituto Superior "Fundación SUSUKI". San Miguel, Buenos Aires Argentina.

Ministerio de Educación Nacional (1998). Serie Lineamientos curriculares. Recuperado el 15 de agosto de 2009, de <http://cmap.upb.edu.co/rid=1HQVXB4Q7-KVRV2Z-7H9/LINEAMIENTOS%20CURRICULARES.pps>.

Ministerio de Educación Nacional (2003). La revolución educativa estándares básicos de matemáticas y lenguaje, educación básica y media. Recuperado el 15 de agosto de 2009, de [http://74.125.47.132/search?q=cache:Gpot\\_P3e8pEJ:www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-70799\\_archivo.pdf+EST%C3%81NDARES+DE+MATEMATICAS&cd=2&hl=es&ct=clnk&gl=co&client=firefox-a](http://74.125.47.132/search?q=cache:Gpot_P3e8pEJ:www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-70799_archivo.pdf+EST%C3%81NDARES+DE+MATEMATICAS&cd=2&hl=es&ct=clnk&gl=co&client=firefox-a).

Real, M. (2004). Las cónicas: método de aprendizaje constructivo. IES Suárez de Figueroa. Revista suma 46. Junio 2004, pp. 71-77

Vallejo, F. (2010). "Lugares geométricos: elipse, hipérbola, parábola y circunferencia. Aplicaciones y didáctica." Reflexiones y Experiencias Innovadoras en el Aula. Recuperado el 25 de agosto de 2011 de [http://www.didacta21.com/documentos/revista/Diciembre10\\_Vallejo\\_Lopez\\_Fernando.pdf](http://www.didacta21.com/documentos/revista/Diciembre10_Vallejo_Lopez_Fernando.pdf)