

Primljen / Received: 13.3.2013.

Ispravljen / Corrected: 20.11.2013.

Prihvaćen / Accepted: 14.12.2013.

Dostupno online / Available online: 10.1.2014.

Utvrđivanje razine prednaprezanja kabelskih rešetki u funkciji njihove stabilnosti

Autori:



Prof.dr.sc. **Mirko Ačić**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Beogradu
Građevinski fakultet
(sveučilišni profesor u mirovini)
acic.vlada@gmail.com



Prof.dr.sc. **Ljubomir M. Vlajić**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Novom Sadu
Građevinski fakultet u Subotici
(sveučilišni profesor u mirovini)
wlayc@gf.su.ac.rs



Doc.dr.sc. **Dragan Kostić**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Nišu
Građevinsko-arhitektonski fakultet
dragan.kostic@gaf.ni.ac.rs

Stručni rad

Mirko Ačić, Ljubomir M. Vlajić, Dragan Kostić

Utvrđivanje razine prednaprezanja kabelskih rešetki u funkciji njihove stabilnosti

U radu se analizira stabilnost prethodno napregnutih kabelskih rešetki na djelovanje statičkih i dinamičkih opterećenja. Krutost elastičnog sustava kabelskih rešetki varirana je promjenom sila prednaprezanja. Rezultati analiziranih modela za različite razine zategnutosti pokazali su da je u pogledu zadovoljenja uvjeta dinamičke otpornosti potrebna mnogo veća sila zatezanja za kabelske rešetke s dijagonalnim štapovima u odnosu na one s vertikalnim štapovima. Izvedeni zaključci su preporuka za primjenu metoda za proračun kao i utvrđivanje sila prednaprezanja pod kojima su ispunjeni uvjeti stabilnosti.

Ključne riječi:

kabelske rešetke, stabilnost, krutost, vibracije izazvane vjetrom, svojstvene i prinudne oscilacije

Professional paper

Mirko Ačić, Ljubomir M. Vlajić, Dragan Kostić

Determination of prestressing levels for cable trusses as a function of their stability

The stability of prestressed cable trusses subjected to static and dynamic loads is analysed in the paper. The stiffness of the elastic cable truss system was varied by changing the prestressing force. Modelling results for different levels of tension show that, in terms of satisfying dynamic resistance conditions, a much greater tensile force is required for cable grids with diagonal members, compared to those with vertical rods. The conclusions derived constitute recommendations for the use of calculation methods, as well as for the determination of prestressing forces under which stability criteria are fulfilled.

Key words:

cable trusses, stability, stiffness, vibrations caused by wind, eigen and forced oscillations

Fachbericht

Mirko Ačić, Ljubomir M. Vlajić, Dragan Kostić

Bestimmung von Vorspannkräften in Seiltragwerken im Hinblick auf die Stabilität

In dieser Arbeit wird die Stabilität vorgespannter Seiltragwerke unter statischen und dynamischen Kräften untersucht. Die Steifigkeit des elastischen Tragwerks wird durch die Annahme verschiedener Vorspannkräfte abgeändert. Die Resultate der für verschiedene Vorspannstufen analysierten Modelle zeigen, dass für Seiltragwerke mit diagonalen Elementen bedeutend höhere Spannkraften erforderlich sind, um die Bedingungen der dynamischen Beständigkeit zu erfüllen, als für Träger mit vertikalen Seilelementen. Abschließend werden Empfehlungen zur Anwendung von Berechnungsmethoden und zur Reihenfolge der Berechnungsschritte dargestellt, sowie die zur Erfüllung der Stabilitätskriterien erforderlichen Vorspannkräfte erläutert.

Schlüsselwörter:

Seiltragwerke, Stabilität, Steifigkeit, windverursachte Vibrationen, eigene und erzwungene Schwingungen

1. Uvod

Kabelske rešetke su dvopojasni lančanični sustavi sastavljeni od čeličnih užadi. Formiraju sustav u vertikalnoj ravnini s nosećom i stabilizirajućom lančanicom koje su međusobno povezane dijagonalnim štapovima (tip "D", slika 2.a) ili vertikalnim štapovima (tip "V", slika 2.b). Zatezanjem donje stabilizirajuće lančanice u cijeli se sustav unose vlačne sile. Na taj se način postiže krutost ovih nosača, tj. sprječava ili ograničava njegovo ljuljanje za nesimetrična i dinamička opterećenja.

Zbog geometrijskih karakteristika lančanica i konstrukcije užadi, noseći elementi su fleksibilni, pa je ovakav sustav nestabilan ako u štapovima ne djeluju vlačne sile. Ovo se posebno odnosi na donju-stabilizirajuću lančanicu koja u sebi treba sadržavati vlačnu silu čak i u slučaju kada je nosač izložen najvećem gravitacijskom opterećenju od vlastitog opterećenja, snijega i vjetra ($g + s + w$).

Poznate metode za stabilizaciju ovih sustava su opterećivanje nosača težinom, prednapretnjem ili kombiniranjem s elementima otpornim na tlak i savijanje. U radu se analiziraju strukture kod kojih je primijenjena metoda stabilizacije prednapretnjem.

Prednapretnje predstavlja metodu stabilizacije i ono zamjenjuje težinu koja bi se suprotstavila nesimetričnim vanjskim opterećenjima.

Sila prednapretnja koja se unosi u nosač proračunava se na osnovi analitičkih relacija kao posljedica pretpostavljene "sile kontakta" između nosivog i prednapregnutog kabela. Izumitelj ovih sustava uveo je "silu kontakta" kao dodatno fiktivno opterećenje (v) uslijed kojeg je zadovoljen nužan uvjet zategnutosti stabilizirane lančanice [1]. Analitičke formule za proračun "sile kontakta" dao je u svojim radovima i prof. Balgac [17, 18] jednostavnim izrazima koji povezuju dodatno opterećenje s geometrijskim karakteristikama nosača (raspon, strelica, poprečni presjek) i modulom elastičnosti materijala. Primjena kabelskih rešetki u posljednjih je nekoliko desetljeća osuvremenjena promjenom osnovne forme, pa je njihov razvoj

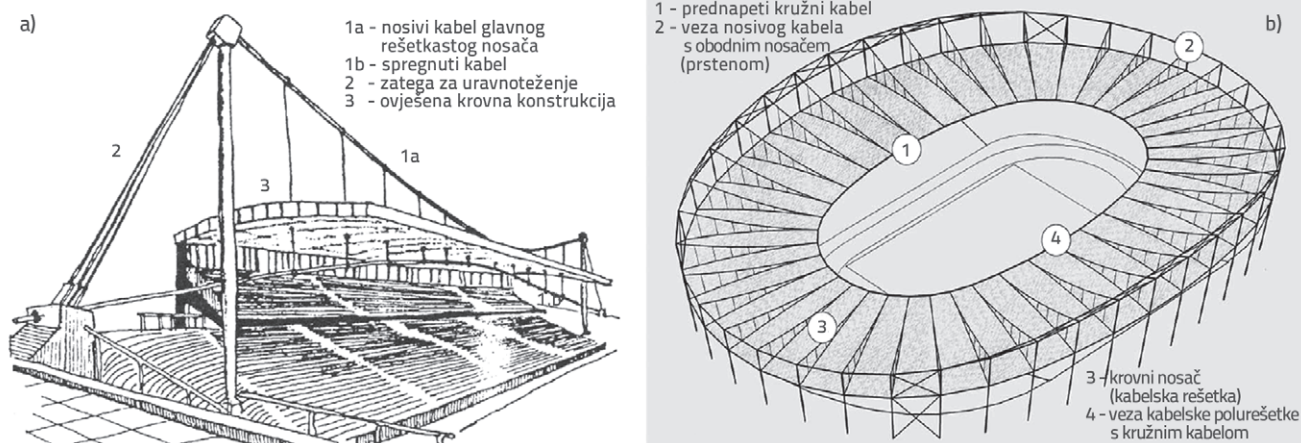
tekao u dva smjera: glavni nosači kod ovješnih sustava i primarni krovni polurešetkasti nosači s kružnim kabelom (slika 1.).

Od početka primjene kabelskih rešetki dinamički je utjecaj vjetra provjeravan za sve značajne viseće krovne konstrukcije. David Jawerth šezdesetih je godina prošlog stoljeća, za ove konstrukcije proračunao periode svojstvenih vibracija prema originalnim izrazima za elastične sustave [1]. Analizirani su meteorološki podaci o brzini i učestalosti, smjeru puhanja vjetra koji djeluje na konstrukciju, kao i trajanje udarnih valova. Na temelju eksperimenata u vjetrenom tunelu von Karman je izradio nomograme koji uspostavljaju odnos između sile u osloncu nosača, promjera užeta, Strouhalovog broja i duljine štapa između čvorova s brzinom vjetra pri kojoj može doći do rezonancije uslijed harmonijske pobude. Jawerth je uspoređivanjem proračunanih svojstvenih frekvencija s podacima iz von Karmanovih nomograma utvrdio postoji li vjerojatnost pojave rezonancije i za koje brzine vjetra.

Massimao Majowiecki [2] je početkom osamdesetih godina prošlog stoljeća, poslije perioda "zasićenja" nakon šezdesetih, počeo novu primjenu kabelskih rešetki (slika 2.b), a kolege u Njemačkoj su prihvatile ovakva konstrukcijska rješenja pa čak i pridonijele novom konceptu (slika 2.a, Schlaich, Bergemann and Partner).

Primjena računala u postupku proračuna pridonijela je razvoju numeričkih postupaka. Osnovne dinamičke značajke kabelskih rešetki proračunavane su primjenom *subspace* metode, odnosno Jakobijevog iteracijskog algoritma. Majowiecki i Schlaich su vjetar tretirali kao udarni val sinusoidne raspodjele intenziteta koji se periodično ponavlja, odnosno kao vremenski ovisno opterećenje da bi se utvrdila maksimalna pomicanja i maksimalne sile u štapovima kabelske strukture za odabrani vremenski period [2 - 6].

Imajući sve to na umu, u ovom je radu pored pomaka i sila analiziran i frekvencijski raspon odgovora kabelskih rešetki [7]. Dva modela su izložena identičnim statičkim i dinamičkim opterećenjima. Dijagrami promjena frekvencije nosača u realnom vremenu upućuju na mogućnost pojave rezonancije



Slika 1. a) Glavni nosač kod ovješnih sustava; b) primarni krovni polurešetkasti nosači

i daju odgovor na pitanje stabilnosti, odnosno minimalne razine prednaprezanja koje jamči ispunjenje zadanih kriterija stabilnosti.

Cilj je ovog rada ocijeniti stabilnost kablskih rešetki zavisno od ispunjenja poznatih parametara (intenzitet sile i veličina pomaka) uslijed statičkih i dinamičkih opterećenja, s posebnim osvrtom na analizu frekvencijskog spektra slaganja svojstvenih i prisilnih oscilacija. Rezultat istraživanja daje odgovor na intenzitet zatezanja kablskih rešetki kako bi se ispunili poznati dodatni uvjeti stabilnosti za dva osnovna modela ovih sustava.

2. Prednaprezanje i kriteriji stabilnosti

Prednaprezanje ustvari predstavlja zamjenu za težinu, odnosno njen ekvivalent. Težina je prvobitno korištena kao stvarni teret za stabilizaciju nosača lančanice. Težina pobuđena dinamičkim silama (vjetar ili seizmika) inducira inercijske sile koje nepovoljno utječu na elastični nosač lančanice. Prednaprezanjem se postiže isti učinak, ali bez inercijalnih sila, što ove lake krovne konstrukcije čini osjetljivim samo na udare vjetra, a ne i na seizmiku. Uočena je potreba da se uspostavi korelacija između minimalne sile prednaprezanja i dodatnog fiktivnog težinskog ekvivalenta za koji bi nosač ispunio kriterije stabilnosti.

2.1. Kriteriji stabilnosti u dosadašnjoj praksi

Osnovne kriterije stabilnosti definirali su konstruktori i istraživači u svojim radovima, a sažeti su i u odredbama AISI Manual for Structural Applications of Steel Cables for Buildings, 2010 [8] i Eurocode 3 [9]:

- Kriterij 1:** Standardizirani žični kabeli: zaštićeni protiv korozije, relaksirani.
- Kriterij 2:** Efektivna projektna jačina kabela mora biti veća od najveće vrijednosti sile u kabelima multiplicirana odgovarajućom konstantom (1,6 do 2,7 zavisno od faze opterećenja - granično stanje nosivosti).
- Kriterij 3:** Maksimalno dopušteni pomaci konstrukcije ne smiju biti veći od propisanih (granično stanje upotrebljivosti).
- Kriterij 4:** Nijedan od kablskih elemenata ne smije biti nenapregnut, tj. svi moraju biti zategnuti.
- Kriterij 5:** Uvjeti za postizanje rezonancije ili kvazirezonancije, moraju biti izbjegnuti u slučaju da viseći krovovi budu izloženi dinamičkim opterećenjima (vjetar, eksplozija ili potres).

2.2. Provedba računске analize

Zbog svoje mnogostruke statičke neodređenosti, proračuni ovako složenih struktura predstavljaju vrlo složene zadatke. Za određivanje stanja naprezanja i deformacija karakteristična su dva pristupa: numerički [11 – 16] (Transient Stiffness

Method, Force Density Method i Dynamic Relaxation Method) i analitički [1, 17, 18].

Proračunom ovih geometrijski nelinearnih struktura za zadane geometrijske parametre i opterećenja određuju se pomaci čvorova i sile u štapovima. Da bi bili ispunjeni prethodno navedeni kriteriji stabilnosti, potrebno je utvrditi minimalne sile zatezanja uslijed opterećenja koja djeluju na krovni nosač i dodatnih opterećenja koja uzrokuju "silu kontakta". "Sila kontakta" u fazi najvećeg gravitacijskog opterećenja jednaka je dodatnom fiktivnom opterećenju "v". Sila kontakta je unutrašnja sila između nosećeg i stabilizirajućeg kabela, a djeluje kroz štapove ispune (dijagonale ili vertikale).

Dekompozicijom kablске rešetke na pojasne kabele u fazi najvećega gravitacijskog opterećenja gornji-noseći kabel prihvaća sva vanjska opterećenja i dodatno fiktivno opterećenje ($g + s + w + v$) dok je donji-stabilizirajući kabel opterećen samo dodatnim fiktivnim opterećenjem (v) kada je sila kontakta između kabela najmanja, kao i sila u stabilizirajućem kabelu. Rasterećenjem kablске rešetke uvećava se sila kontakta između kabela ($v + k$), a sam nosač se elastično pomiče naviše za promjenu strelice Δf pri čemu se strelica stabilizirajućeg kabela povećava ($f_p + \Delta f$), a nosivog smanjuje ($f_n - \Delta f$). Rasterećenjem se povećava sila u stabilizirajućem kabelu, a smanjuje u nosivom. Obrnut proces događa se opterećivanjem nosača [7].

Upravo potreba da se utvrde pomaci i sile u kabelima kablске rešetke u skladu s kriterijima stabilnosti potaknula je provedbu analize primjenom analitičke i numeričke metode, prikazane u ovom radu, pri čemu bi se mogla kontrolirati sila kontakta prema preporučenim dodatnim fiktivnim opterećenjima kabela.

Numerički postupci *Force Density Method* i *Dynamic Relaxation Method* brzo dovode do konvergencije iterativnog postupka s minimumom ulaznih podataka. Jedan od bitnih ulaznih podataka je i intenzitet sile prednaprezanja. Taj podatak unosi se na temelju preporuka koje nisu precizno definirane i nepoznat je ishod proračuna u pogledu ispunjenja kriterija stabilnosti. Primjenom ovih metoda dobivaju se najčešće nedovoljne sile zategnutosti konstrukcije, pa se postupak proračuna mora ponavljati povećanjem razine prednaprezanja, sve dok ne budu ispunjeni svi uvjeti stabilnosti iz navedenih kriterija stabilnosti.

Zbog toga je odabrana kombinacija analitičkog i numeričkog pristupa, tj. **Transient Stiffness Method** [7]. Analitička metoda koristi uvjete ravnoteže i promjene duljina lančanice pri opterećenju, pri čemu se formiraju sustavi nelinearnih diferencijalnih jednadžbi. Aproksimacijama i eliminiranjem malih veličina višeg reda, te se jednadžbe lineariziraju i svode na lako rješiv problem, pri čemu je greška u proračunu 6 % do 10 %.

Nedostaci obiju primijenjenih metoda pretvaraju se u njihovu prednost međusobnim kombiniranjem. Nepreciznost uslijed aproksimacija i opsežnost provođenja analitičkog postupka

jesu nedostaci koji to ne moraju biti, zbog mogućnosti programiranja na računalo u primjeni ovog postupka pa se vrijeme višestruko skraćuje, a nepreciznost u ovom odnosu može se tolerirati jer će podaci dobiveni analitičkim postupkom biti prosljeđeni numeričkom postupku, tj. Transient Stiffness metodi. Nedostatak numeričke metode je obilje potrebnih ulaznih podataka o konfiguraciji sustava i silama prednapreznja u štapovima, što je dobiveno primjenom analitičke metode, pa taj nedostatak ne predstavlja to u ovom slučaju, već se može smatrati kvalitetom u međusobnoj kombinaciji.

Za određivanje podataka o konfiguraciji sustava i silama u tzv. referentnom položaju primijenjen je modificirani analitički postupak profesora Balgača [7, 17, 18] koji je prilagođen proračunu kablskih rešetki, imajući u vidu i neke ograničavajuće elemente koji su zamijenjeni općim, pa je na taj način omogućena primjena proračuna na širi krug problema. Tako prilagođen postupak poslužio je da se izrade programski moduli za računalo po kojima se parametri referentnog položaja kablskih rešetki pronalaze s velikom preciznošću u kratkom vremenskom intervalu.

Kvaliteta analitičkog postupka prof. Balgača predstavlja uvjet po kome stabilizirajući kabel i pod najvećim gravitacijskim opterećenjem mora zadržati u sebi silu zatezanja koja će svojom vertikalnom komponentom, tzv. "silom kontakta", opterećivati noseći kabel izvjesnim fiktivnim opterećenjem "v". Postojanje "sile kontakta" jamči stabilnost krova. Nakon statičkog proračuna nužna je dinamička analiza da bismo utvrdili ispunjenje kriterija 5 iz potpoglavlja 2.1. Kablске konstrukcije i u statičkom i u dinamičkom pogledu ponašaju se kao geometrijski nelinearne. Međutim, u dinamičkoj analizi provodi se linearizacija, s ciljem pojednostavljenja problema i skraćivanja vremena proračuna.

Modalnom analizom određuju se svojstvene frekvencije i svojstveni oblici osciliranja konstrukcije. Koristi se kao polazište za druge detaljnije dinamičke analize, kao što su: tranzijent analiza, harmonik analiza i spektralna analiza. Za problem s prednapreznjem, geometrijskom nelinearnošću, mogućim velikim deformacijama i povećanju krutosti s povećanjem sila zatezanja najpovoljnija metoda je metoda inverznih iteracija (eng. subspace method), prema uputama za primjenu programskog paketa "ANSYS MultiPhysics", Houston 2003.

Tranzijent dinamička analiza, poznata je kao "time-history" analiza, predstavlja metodu kojom se dobiva dinamički odgovor konstrukcije uslijed djelovanja vremenski ovisnih opterećenja, $F(t)$. Ova vrsta dinamičke analize poslužila je za određivanje vremenski ovisnih pomaka i sila u konstrukciji te i za provjeru reagira li konstrukcija na neku od kombinacija statičkog, tranzijent ili harmonijskog opterećenja. Promjene opterećenja tijekom vremena te inercija ili efekti prigušenja su od bitnog utjecaja na rezultate analize.

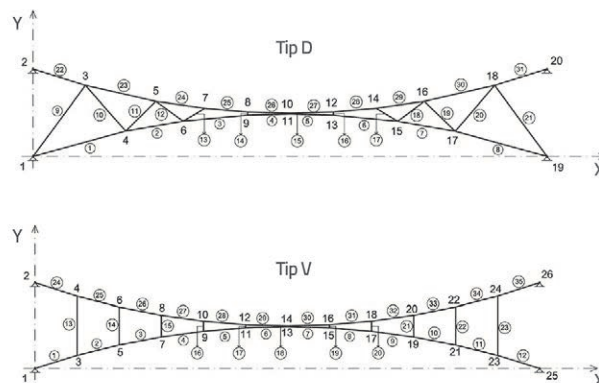
Osnovne jednadžbe pomaka rješavaju se metodom Njumarkove vremenske integracije u definiranim vremenskim "točkama". Za rješenje problema tranzijent vibracija izazvanih vjetrom primijenjena je tzv. *full metoda*.

Metoda konačnih pomaka (eng. Transient Stiffness Method) primijenjena je za statički i dinamički proračun izračunavanja. Model kablске rešetke sastavljen je od tzv. *link* konačnih elemenata. Njihova karakteristika je da su prostorni, s alterantivnim napreznjem na vlak ili tlak bez krutosti na savijanje. Element ima dva čvora, a svaki po tri stupnja slobode (u, v, w). Pogodni su za nelinearnu analizu, analizu velikih deformacija, postojanje sile prednapreznja, povećanja krutosti modela uslijed uvećanja sila u njima, kao i u dinamičkoj analizi s mogućim prigušenjem. Vanjske sile djeluju u čvorovima, kao i koncentrirane mase u dinamičkoj analizi.

3. Utvrđivanje razine prednapreznja u funkciji stabilnosti kablskih rešetki

Razina prednapreznja kablске rešetke određuje se analizom rezultata, koji se dobivaju primjenom analitičko-numeričkog postupka statičke analize, kao i modalnom, harmonijskom i tranzijent analizom. Proračun konstrukcije se provodi za definirana opterećenja (vlastito opterećenje, snijeg i vjetar) koja se uvećavaju za dodatno fiktivno opterećenje "v" kako bi se postigla "sila kontakta".

Raspon kablске rešetke izabran je prema potrebama pokrivene univerzalne dvorane, imajući u vidu broj posjetitelja (< 5000) koji odgovara jednom prosječnom gradu zapadnog Balkana. Usvojen je raspon $L = 60,00$ m (slika 2.).



Slika 2. Modeli kablskih rešetki: a) Tip D - s dijagonalnim štapovima ispune; b) Tip V s vertikalnim štapovima ispune

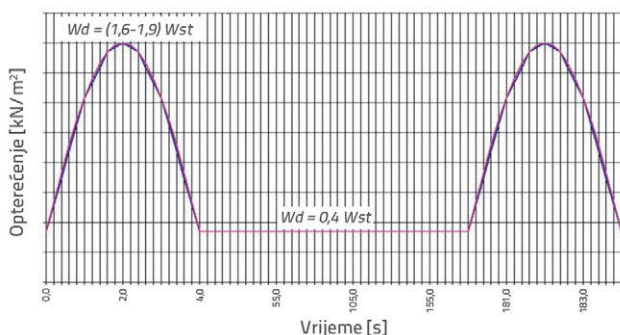
Geometrijske i fizičke karakteristike usvojenih modela kablskih rešetki: konstrukcijske sheme konfiguracije nosača, raspon, međusobni razmak kablskih rešetki, način njihovog oslanjanja i opterećenja prikazani su u tablici 1. Modul elastičnosti usvojenih kabela, prema katalogu proizvođača, iznosi 165 kN/mm^2 .

Tablica 1. Konstrukcijske značajke usvojenih kabljskih modela

Geometrijske karakteristike		Tip "D"				Tip "V"			
		Tip "D"				Tip "V"			
Raspon nosača		60 m				60 m			
Međusobni razmak nosača		5 m				5 m			
Strelice kabela: noseći / prednapregnuti		4,9 m / 4,9 m				4,9 m / 4,9 m			
Geometrijska forma kabela		kvadratna parabola				kvadratna parabola			
Način oslanjanja		s nepomičnim osloncima				s nepomičnim osloncima			
Broj čvorova konstrukcije		20				26			
slobodni / oslanjanje		16 / 4				22 / 4			
Broj štapova		31				35			
nosivi / dijagonalni / stabilizirajući		8 / 13 / 10				12 / 11 / 12			
Opterećenja kN/m ²		Ultra lako	Vrlo lako	Lako	Srednje teško	Ultra lako	Vrlo lako	Lako	Srednje teško
g = vlastita težina		0,15	0,30	0,50	0,75	0,15	0,30	0,50	0,75
s = snijeg		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
w _s = vjetar const., usis		-0,48	-0,48	-0,48	-0,48	-0,48	-0,48	-0,48	-0,48
w _s = vjetar const., tlak		0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
w _d = vjetar dinam., usis		-0,80	-0,80	-0,80	-0,80	-0,80	-0,80	-0,80	-0,80
v = "Sila kontakta" (ekvivalent dodatnog fiktivnog opterećenja) [kN/m ²]		0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
		0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
		0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
		0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
		0,70	0,50	0,35	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
Poprečni presjek užadi [mm ²]	nosiva u ispuni stabilizirajuća	953	1105	1219	1399	953	1105	1219	1399
		400	400	400	400	400	400	400	400
		555	555	555	555	555	555	555	555
Usvojena užad Φ [mm]	nosiva u ispuni stabilizirajuća	Φ 38	Φ 40	Φ 42	Φ 45	Φ 38	Φ 40	Φ 42	Φ 45
		Φ 25	Φ 25	Φ 25	Φ 25	Φ 25	Φ 25	Φ 25	Φ 25
		Φ 29	Φ 29	Φ 29	Φ 29	Φ 29	Φ 29	Φ 29	Φ 29

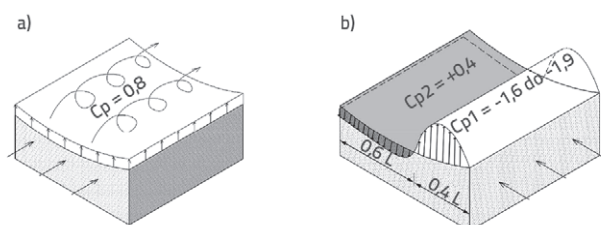
3.1. Dinamička djelovanja vjetra na građevine visokogradnje

Realno očekivana opterećenja definirana su prema sadašnjim pravilnicima vjetar je analiziran kao horizontalno laminarno kretanje kao slučajan i neprekidan proces koji se definira primjenom metoda matematičke statistike, mehanike turbulentnih strujanja i teorije konstrukcija [4, 6, 10 i 16].



Slika 3. Dinamički efekt košave za desetominutne osrednjene brzine prema Schlaichu [6]

Na temelju meteoroloških i statističkih podataka vjetar je tretiran kao opterećenje čiji se intenzitet mijenja u svakom trenutku vremena, i to kao stohastička pobuda koja se razlaže na harmonijsku silu i dinamičku udarnu silu koja se ponavlja u određenim vremenskim intervalima poslije perioda "tišine" (slika 3. i slika 4.). Dinamička sila vjetra djeluje u čvorovima gornjeg pojasa kabljske rešetke prema raspodjeli sa slike 4.b. U periodima tišine na nosač djeluje harmonijska pobuda vjetra u opsegu 0 do 0,4 Hz (slika 4.).



Slika 4. Djelovanje vjetra na građevinu u zavisnosti od smjera djelovanja: a) Harmonijska sila vjetra uslijed usisa; b) Udarna sila vjetra

Tablica 2. Proračunane vrijednosti sila i pomaka u odnosu na kriterije stabilnosti (N – nije ispunjen, Y – ispunjen)

Kriteriji stabilnosti Tip rešetke (D, V) Opterećenje (g, v) [kN/m ²]		Kriterij 2		Kriterij 3	Kriterij 4		
		Efektivne sile u nosivom kabelu	Efektivne sile u stabilizirajućem kabelu	Pomaci [m]	Nema nenapregnutih štapova (ne postoje tlačni štapovi)		
Tip "D"		$S_{\text{dopušteno}} = K_t S_{\text{racun}}$ [kN]		čvor 10	nosivi*	stabilizirajući*	dijagonala
g=0,15		$S_{\text{kidanja}}=1421$	$S_{\text{kidanja}}=827$	$w_{\text{dopušteno}}=0,24$			
	v=0,05	1249	487	0,291	Y (76%)	Y (15%)	N-neki
	v=0,10	1309	543	0,300	Y (80%)	Y (40%)	N-neki
	v=0,15	1344	579	0,297	Y (81%)	Y (39%)	N-neki
	v=0,20	1389	603	0,295	Y (82%)	Y (36%)	Neki
g=0,30		$S_{\text{kidanja}}=1649$	$S_{\text{kidanja}}=827$	$w_{\text{dopušteno}}=0,24$			
	v=0,05	1402	448	0,243	Y (91%)	Y (14%)	N-neki
	v=0,10	1453	489	0,256	Y (95%)	Y (33%)	N-neki
	v=0,15	1497	531	0,253	Y (93%)	Y (37%)	N-neki
	v=0,20	1541	577	0,254	Y (106%)	Y (42%)	N-neki
g=0,50		$S_{\text{kidanja}}=1818$	$S_{\text{kidanja}}=827$	$w_{\text{dopušteno}}=0,24$			
	v=0,05	1604	493	0,209	Y (108%)	Y (8,5%)	N-neki
	v=0,10	1648	514	0,220	Y (108%)	Y (34%)	N-neki
	v=0,15	1699	561	0,217	Y (106%)	Y (38%)	N-neki
	v=0,20	1742	605	0,218	Y (106%)	Y (43%)	N-neki
g=0,75		$S_{\text{kidanja}}=2087$	$S_{\text{kidanja}}=827$	$w_{\text{dopušteno}}=0,24$			
	v=0,05	1737	495	0,191	Y (130%)	Y (10%)	N-neki
	v=0,10	1900	542	0,203	Y (126%)	Y (34%)	N-neki
	v=0,15	1951	588	0,203	Y (125%)	Y (40%)	N-neki
	v=0,20	1944	635	0,201	Y (123%)	Y (44%)	N-neki
Tip "V"		$S_{\text{dopušteno}} < S_{\text{kidanja}}$		čvor 14	nosivi*	prednapregnuti*	vertikalni*
g=0,15		$S_{\text{kidanja}}=1421$	$S_{\text{kidanja}}=827$	$w_{\text{dopušteno}}=0,24$			
	v=0,05	1211	497	0,319	Y (71%)	Y (14%)	N-neki
	v=0,10	1259	540	0,299	Y (74%)	Y (14%)	N-neki
	v=0,15	1308	587	0,332	Y (76%)	Y (30%)	N-neki
	v=0,20	1357	647	0,325	Y (78%)	Y (35%)	X (35%)
g=0,30		$S_{\text{kidanja}}=1649$	$S_{\text{kidanja}}=827$	$w_{\text{dopušteno}}=0,24$			
	v=0,05	1362	499	0,283	Y (91%)	Y (12%)	N-neki
	v=0,10	1410	535	0,267	Y (91%)	Y (11%)	N-neki
	v=0,15	1459	572	0,300	Y (92%)	Y (29%)	N-neki
	v=0,20	1508	611	0,293	Y (92%)	Y (35%)	Y (34%)
g=0,50		$S_{\text{kidanja}}=1818$	$S_{\text{kidanja}}=827$	$w_{\text{dopušteno}}=0,24$			
	v=0,05	1561	472	0,254	Y (96%)	Y (8%)	N-neki
	v=0,10	1609	520	0,278	Y (96%)	Y (22%)	N-neki
	v=0,15	1658	567	0,273	Y (96%)	Y (29%)	Y (28%)
	v=0,20	1705	614	0,269	Y (96%)	Y (34%)	Y (33%)
g=0,75		$S_{\text{kidanja}}=2087$	$S_{\text{kidanja}}=827$	$w_{\text{dopušteno}}=0,24$			
	v=0,05	1811	499	0,231	Y (96%)	Y (8%)	N-neki
	v=0,10	1859	547	0,248	Y (96%)	Y (22%)	N-neki
	v=0,15	1906	594	0,244	Y (96%)	Y (28%)	Y (27%)
	v=0,20	1954	641	0,241	Y (96%)	Y (34%)	Y (32%)

*Y – vlačne sile postoje u štapovima, tj. nema tlačnih nenapregnutih štapova. U zagradi je odnos udjela najmanje sile u štapovima nosivog, tj. stabilizirajućeg kabela, odnosno štapova ispunje, u odnosu na stanje prednaprezanja

3.2. Statička analiza usvojenih modela

Za različite kategorije vlastite težine pokrova (ultralako = 0,15 kN/m², vrlo lako = 0,30 kN/m², lako = 0,50 kN/m² i srednje teško = 0,75 kN/m²) razmatran je model proračuna kabljske rešetke raspona 60 m. Pri tome je svaka kabljska rešetka "D" kao i "V" izložena realnim kombinacijama opterećenja (šest kombinacija statičkog i četiri kombinacije dinamičkog opterećenja), a varirana je razina njezine krutosti, koja je definirana "silom kontakta" i dodatnim fiktivnim opterećenjem u rasponu od $v = 0,05$ do 0,70 kN/m².

Stabilnost usvojenih modela uslijed djelovanja statičkih opterećenja analizirana je u odnosu na kriterije stabilnosti (od drugog do četvrtog kriterija). Maksimalna dopuštena sila ($S_{dozv} = K_i S_{racun}$) predstavlja maksimalnu proračunanu silu, multipliciranu odgovarajućom konstantom zavisno od faze opterećenja. Uvjet je da $S_{dozv} < S_{kidanja}$. Prekidna sila dobivena je iz kataloga proizvođača.

Pomaci čvorova modela (w) proračunani su u odnosu na stanje konstrukcije pod vlastitom težinom, tj. u odnosu na tzv. projektirani položaj i trebaju biti manji od $L/250 = 0,24$ m.

Rezultati dobiveni statičkom analizom uputili su na razine početnog prednaprezanja pod kojima se može očekivati ispunjenje statičkih i dinamičkih uvjeta stabilnosti za pojedine konstelacije opterećenja. Statička analiza provedena je prema algoritmu kombinirane analitičko-numeričke metode (Balgač-Transient Stiffness Method) programskim modulom CABL-N [7].

Analizom svakog modela posebno i usporedno, nameću se zaključci o ispunjenosti kriterija stabilnosti. Postavljeni kriteriji, ispunjeni u cijelosti ili djelomično, daju odgovor na rješenje problema stabilnosti kabljskih rešetki za statička opterećenja. Pri tome neki od analiziranih modela:

- mogu se uvjetno prihvatiti kao "statički stabilne" konstrukcije jer ispunjavaju u potpunosti kriterij 2, a djelomice kriterije 3 i 4 (U),
- mogu se prihvatiti kao stabilne konstrukcije za djelovanje statičkog opterećenja jer u potpunosti ispunjavaju kriterije 2, 3 i 4 (StSt - statički stabilne).

U tablici 3. prikazan je ispunjenost kriterija statički stabilnih modela prema kategorijama krovno opterećenja i razinama prednaprezanja, tj. dodatnog fiktivnog opterećenja. Ni jedan analizirani model ne može se smatrati nestabilnom konstrukcijom u odnosu na statička opterećenja. Svoju potvrdu sveobuhvatne stabilnosti, modeli označeni kao uvjetno statički stabilni (U) i statički stabilni (StSt), moraju dobiti ispunjenjem uvjeta dinamičke stabilnosti kroz analizu modalnih oblika, svojstvenih frekvencija, superpozicije modalnih i harmonijskih vibracija, kao i odgovora uslijed vremenski ovisnog opterećenja.

Tablica 3. Ispunjenost kriterija statičke stabilnosti

Tip modela	Dodatno fiktivno opterećenje	Kategorije krovno opterećenja [kN/m ²]			
		g=0,15	g=0,30	g=0,50	g=0,75
Tip "D"	v=0,05	U	U	U	U
	v=0,10	U	U	StSt	StSt
	v=0,15	U	U	StSt	StSt
	v=0,20	U	U	StSt	StSt
Tip "V"	v=0,05	U	U	U	U
	v=0,10	U	U	U	StSt
	v=0,15	U	U	StSt	StSt
	v=0,20	StSt	StSt	StSt	StSt

U – Uvjetno statički stabilan model; StSt – Statički stabilan model

3.3. Modalna analiza usvojenih modela

Modalnom analizom određuju se osnovna dinamička svojstva konstrukcije (svojstvene frekvencije i svojstveni oblici), koja ne zavise od opterećenja, niti pomaka oslonaca, kao ni prigušenja, ali su u funkciji inicijalnih parametara: konfiguracije sustava (položaja čvorova u prostoru i njihovo povezivanje štapovima), svojstva materijala i unutrašnjih sila koje su posljedica prednaprezanja pa se modalni parametri razlikuju za ravnotežna stanja $g + w$ i $g + s + w$.

Metoda inverznih iteracija (eng. *Subspace Method*) izabrana je za proračun modalnih parametara jer je vrlo točna (koristi pune matrice $[K]$ i $[M]$). U programskom smislu otvara mogućnost superpozicije u daljnjoj dinamičkoj analizi (harmonijska superpozicija tonova i tranzijent superpozicija tonova).

Modalna analiza provedena je programskim paketom ANSYS na prostornom modelu koji je sastavljen od *link* elemenata. U pripremnoj fazi korišten je programski modul CABL-T [7] (modificirana Balgačeva analitička metoda) za određivanje konfiguracije sustava i sila u štapovima u referentnom položaju (faza prednaprezanja).

Od dobivenih deset svojstvenih oblika, samo prvi do četvrti su tonovi u vertikalnoj ravnini (xOy), dok su ostali u horizontalnoj ravnini (xOz) ili su svojstveni vektori zanemarivo mali (reda veličine $1 \cdot 10^{-7}$). Očigledno je da se povećanjem razine prednaprezanja, tj. povećanjem zategnutosti modela, frekvencije povećavaju, odnosno periodi osciliranja se smanjuju.







Svojstvene frekvencije veće su za model "D" nego za model "V", kao i za kategoriju opterećenja "g + w" u odnosu na "g + s + w", što je prikazano u tablici 4. za prva dva tona osciliranja.

Faktor sudjelovanja tonovih formi, najveći je za prvi i drugi svojstveni oblik vertikalnih vibracija u ravnini xOy . Analizom sličnosti tonovih formi sažeti su zajednički prvi i drugi svojstveni oblik ovisno o faktorima koji se mijenjaju: dodatno fiktivno opterećenje v koje je posljedica prednaprezanja i faze opterećenja "g + w" i "g + s + w", što je prikazano u tablici 4.

Tablica 4. Modalni parametri za prvi i drugi ton osciliranja

Tip konstrukcije		TIP "D"				TIP "V"			
		Svojsvene frekvencije [Hz]				Svojsvene frekvencije [Hz]			
		g + w		g + s + w		g + w		g + s + w	
Kategorije vlastite težine i razine prednaprezanja [kN/m ²]		I ton	II ton	I ton	II ton	I ton	II ton	I ton	II ton
g=0,15	v=0,05	4,156	5,696	3,862	5,302	3,144	4,198		
	v=0,10	4,357	5,634	3,972	5,452	3,237	4,353	3,402	-
	v=0,15	4,477	5,710	4,039	5,541	3,330	4,503	3,509	5,027
	v=0,20	4,627	5,799	4,124	5,652	3,433	4,658	3,734	5,295
	v=0,50	5,297	6,150						
	v=0,60	4,491	5,745	4,668	6,303				
	v=0,70	4,665	5,984	4,810	6,449				
g=0,30	v=0,05	4,325	5,675	3,898	5,390	3,130	4,259	-	-
	v=0,10	4,486	5,778	3,989	5,513	3,234	4,422	3,472	-
	v=0,15	4,627	5,860	4,070	5,621	3,334	4,572	3,577	5,142
	v=0,20	4,761	5,934	4,148	5,723	3,443	4,728	3,689	5,282
	v=0,30	5,021	6,067						
	v=0,40	5,261	6,185						
	v=0,50	4,475	5,669	4,588	6,258				
g=0,50	v=0,05	4,633	5,923	4,033	5,569	3,214	4,457	-	-
	v=0,10	4,761	5,991	4,109	5,669	3,315	4,603	3,595	-
	v=0,15	4,887	6,055	4,184	5,766	3,417	4,746	3,697	5,320
	v=0,20	5,009	6,114	4,257	5,859	3,519	4,884	3,798	5,442
	v=0,30	4,829	5,941						
g=0,75	v=0,05	4,888	6,103	4,133	5,711	3,283	4,621	-	-
	v=0,10	4,658	5,678	4,203	5,800	3,384	4,757	3,700	-
	v=0,15	4,284	5,190	4,271	5,887	3,487	4,894	3,800	5,467
	v=0,20	4,363	5,312	4,340	5,972	3,586	5,022	3,895	5,577

Tablica 5. Tipični oblici vertikalnih tonova za model tipa "D" i "V" (Y-poklapanje svojstvenih oblika s oblicima danim u tablici)

Faza opterećenja		g + w [kN/m ²]						g + s + w [kN/m ²]				
Dodatno fiktivno opterećenje v [kN/m ²]		0.05	0.10	0.15	0.20	0.30*	0.40*	0.50*	0.05	0.10	0.15	0.20
I svojstveni oblik  II svojstveni oblik 	0.15	N	N	N	N	N	N	N				
	0.30	N	N	N	N	N	N					
	0.50	N	N	N	N							
	0.75	N										
Dodatno fiktivno opterećenje v [kN/m ²]		0.15	0.20	0.30*	0.40*	0.50*	0.60*	0.70*	0.05	0.10	0.15	0.20
I svojstveni oblik  II svojstveni oblik 	0.15						Y	Y	Y	Y	Y	Y
	0.30					Y			Y	Y	Y	Y
	0.50			Y					Y	Y	Y	Y
	0.75	Y	Y						Y	Y	Y	Y
Dodatno fiktivno opterećenje v [kN/m ²]		0.05	0.10	0.15	0.20				0.05	0.10	0.15	0.20
I svojstveni oblik  II svojstveni oblik 	0.15	Y	Y	Y	Y						Y	Y
	0.30	Y	Y	Y	Y						Y	Y
	0.50	Y	Y	Y	Y						Y	Y
	0.75	Y	Y	Y	Y						Y	Y

* dodatno fiktivno opterećenje je u tijeku izrade proračuna uvećavano sve dok se nisu poklopili zajednički svojstveni oblici osciliranja u fazama "g+w" i "g+s+w"

Zajednički svojstveni oblici koji se javljaju pri karakterističnim kritičnim fazama opterećenja ("g + w" i "g + s + w") upućuju na moguće razine dodatnog fiktivnog opterećenja pod kojima se može očekivati ispunjenje dinamičkih uvjeta stabilnosti - kriterij 5 iz potpoglavlja 2.1. (obojena polja u tablici 5.).

3.4. Harmonijska analiza usvojenih modela

Harmonijski proračun izvršen je programskim paketom ANSYS. Mogućnost pojave velikih deformacija i nelinearnog odgovora modela uvjetovala je izbor modalne procedure (eng. *inverse iteration method*) i harmonijske analize (eng. *mode superposition method*). Očekivani rezultati u ovoj fazi dinamičke analize su amplitude pomaka čvorova modela u funkciji frekvencije napadne harmonijske sile vjetera w_h (kosinusna funkcija učestalosti od 0 do 0,4 Hz, slika 4.a). Metodom superpozicije dobivenih deset svojstvenih oblika i oscilacija dobivenih harmonijskom pobudom (w_h) u definiranim frekventnom rasponu od 0 do 0,4 Hz, dobivene su amplitude oscilatornog kretanja čvorova gornjeg pojasa modela. Povećanjem razine prednaprezanja, tj. povećanjem zategnutosti modela, smanjuju se amplitude osciliranja uslijed harmonijske pobude.

Maksimalne oscilacije javit će se za model "D" pri najvećem opterećenju za "g + s + w_h ", dok su amplitude mnogo manje za model "V" i za fazu opterećenja "g + w_h " i za "g + s + w_h ". Analizom dobivenih grafikona amplitudnih promjena za frekvencijski raspon od 0 do 0,4 Hz, utvrđeno je da su amplitude konstantne i da neće doći do rezonancije uslijed djelovanja usvojene harmonijske pobude. Rezonancija bi se mogla pojaviti kada bi vjetar djelovao harmonijskom pobudom od približno 4 Hz što je u našim meteorološkim uvjetima nemoguće.

3.5. Analiza trenutačne pobude usvojenih modela

Analiza trenutačne pobude (tranzijent analiza) određuje odgovor modela u realnom vremenu, nanoseći na model opterećenja koja mogu biti i varijabla po poznatoj zakonitosti ili prema danom vremenskom zapisu. Kako je zadani problem geometrijski nelinearan, preuzimanjem proračunanih vrijednosti iz statičke analize, korištenjem naredbe za prednaprezanje i tranzijent analiza biti će provedena kao nelinearan problem koji se linearizira, s mogućnošću pojave deformacija modela i sila u štapovima koje će se mijenjati u svakom trenutku vremena. Analizirajući fenomen vjetera definirano je djelovanje laminarnog horizontalnog kretanja zraka kao harmonijsko u frekvencijskom opsegu 0 do 0,4 Hz (slika 4.a) i kao udarno-turbulentno djelovanje koje se ponavlja u vremenskom intervalu od 180 sekundi, s trajanjem od 4 sekunde tijekom kojih dobiva svoj dinamički maksimum po sinusnoj raspodjeli, što je prikazano na slikama 3. i 4. Sila vjetera se raspodjeljuje na čvorove gornjeg kabla nosača, prema slici 4.b i djeluje samo u vertikalnoj ravnini.

Imajući u vidu prirodu problema, nužno je bilo primijeniti proceduru koja može izvršiti analizu prednapregnutih, geometrijski nelinearnih problema kod kojih može doći do velikih deformacija i superpozicije svojstvenih i prinudnih oblika osciliranja. Zbog toga je primijenjen programski paket ANSYS, tranzijent analiza, tzv. punom metodom (Full Newton-Raphson Method) s promjenljivom matricom krutosti. Model je sastavljen od *link* elemenata koji primaju samo uzdužne vlačne ili tlačne sile. Primijenjeno je konstantno prigušenje osciliranja od 5 % prema elastičnim svojstvima konstrukcije, preporukama i uputama programa ANSYS. Jednadžbe dinamičke ravnoteže u tranzijent analizi rješavaju se primjenom direktne Newmarkove integracijske metode za zadane vremenske intervale. Nužan uvjet za provedbu tranzijent analize su inicijalne vrijednosti pomaka, brzine i ubrzanja, koje se dobivaju statičkom analizom. *Mode superposition* naredba provodi superponiranje pomaka dobivenih tranzijent analizom i modalnom analizom, pri čemu se normalizirani karakteristični vektori transponiraju prije superpozicije s rezultatima tranzijent analize.

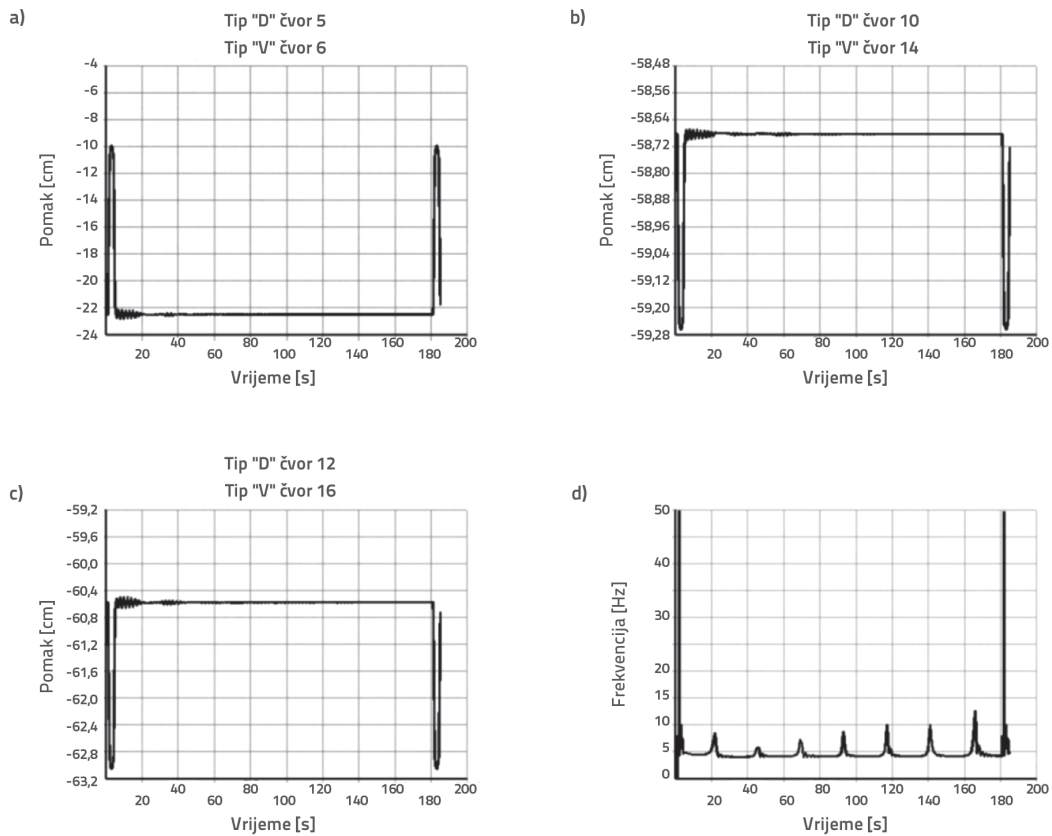
Karakteristična kritična opterećenja modela su "g + $w_{dinamičko}$ " i "g + s + $w_{dinamičko}$ " sa silom pobude uslijed vjetera koja se mijenja u funkciji vremena $w(t)$. Rezultat izračuna su realna pomicanja odabranih čvorova modela, sile u štapovima i frekvencije osciliranja modela za definirani vremenski period, tj. za razdoblje trajanja trenutačne dinamičke pobude, odnosno za vremenski interval od 185 sekundi, što je prikazano na slici 3.

Rezultati pokazuju da se najveći pomaci javljaju u čvorovima u kojima djeluje najveća dinamička sila (čvor "5" modela "D", odnosno čvor "6" modela "V") i to u trenutku njenog maksimalnog intenziteta ($t = 3$ s). Prestankom djelovanja dinamičke sile, u trenutku $t = 5$ s, model zbog svoje elastičnosti, nastavlja oscilirati treperenjem, tj. amplitudama oko ravnotežnog položaja koje su reda veličine od 0,6 do 15 mm. Amplitude titranja, vrlo se brzo približavaju ravnotežnom položaju modela, tj. model ulazi u fazu osciliranja svojstvenim frekvencijama po prvom tonu ili po drugom tonu.

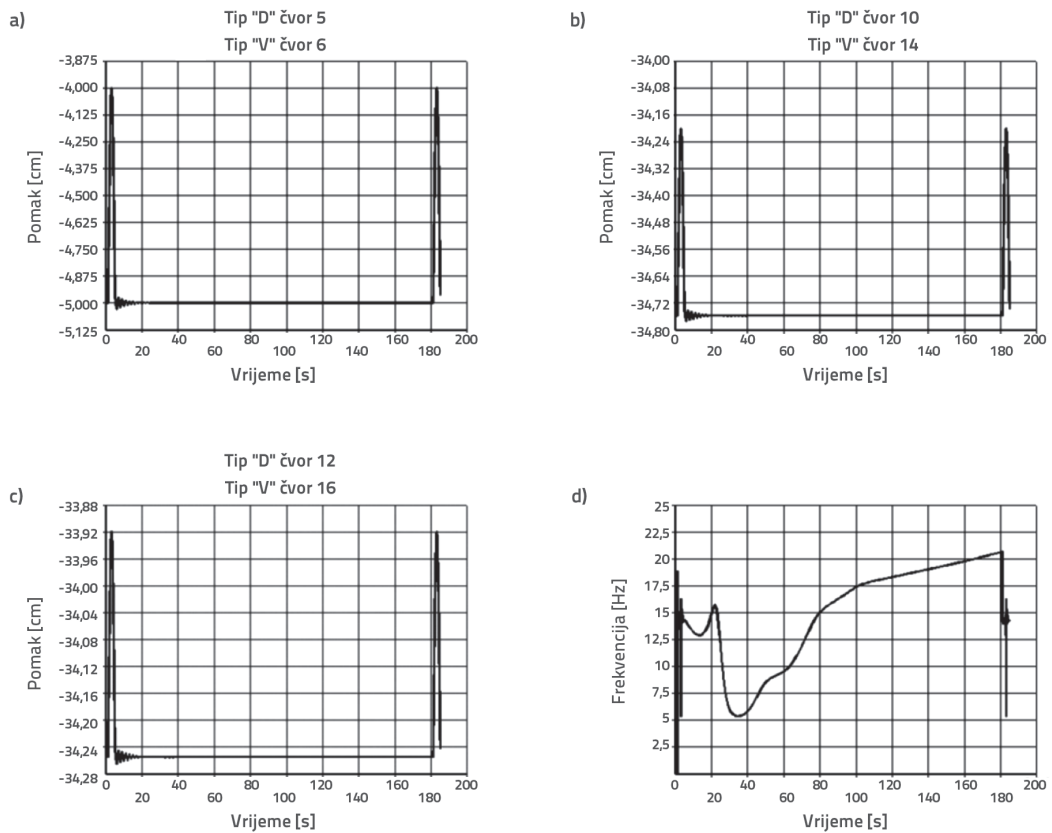
Oscilacije oko ravnotežnog položaja u vertikalnoj ravnini s amplitudama do 15 mm modela "D" nastavljaju se do sljedećeg dinamičkog udara vjetera u ritmičnim intervalima od 25 do 30 sekundi, pri čemu je period ponavljanja oscilacija duži za fazu opterećenja "g + s + w_a ".

Oscilacije oko ravnotežnog položaja u vertikalnoj ravnini s amplitudama do 11 mm modela "V" nastavljaju se do sljedećeg dinamičkog udara vjetera u ritmičnim intervalima od 18 do 21 sekunde, pri čemu je period ponavljanja oscilacije duži za fazu opterećenja "g + s + w_a ".

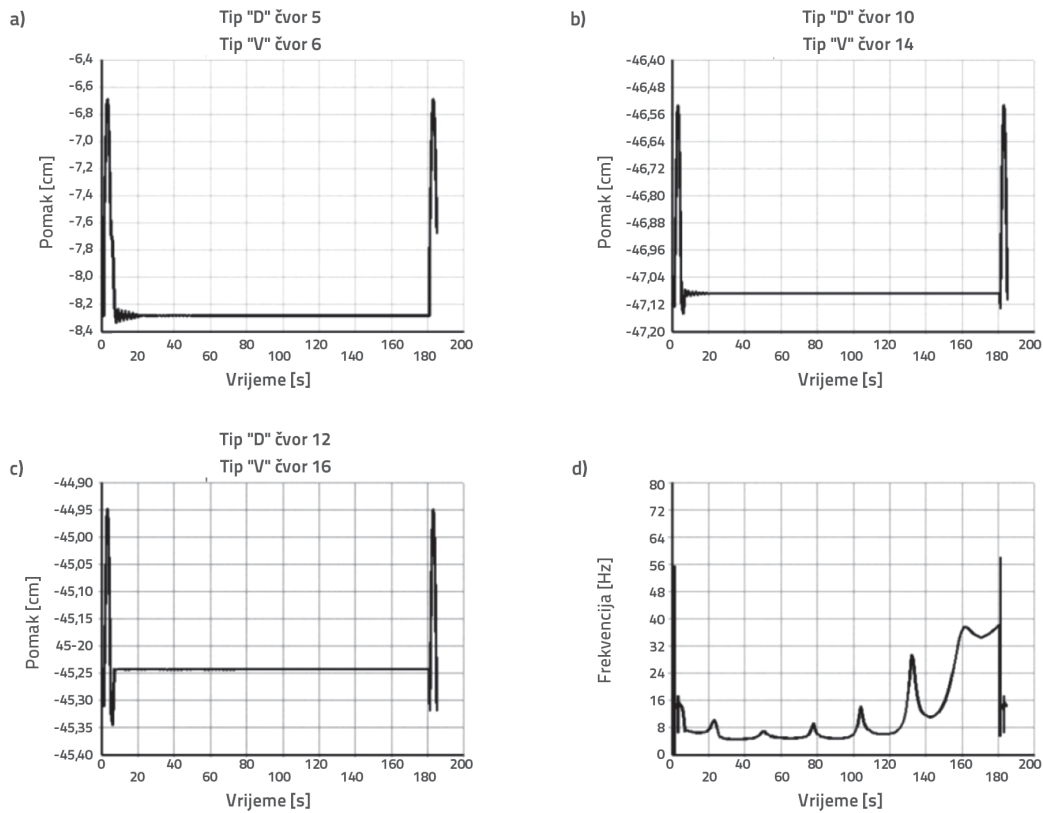
Kriterij zadovoljenja maksimalne dopuštne sile u analiziranim modelima zadovoljen je za sve faze opterećenja i razine prednaprezanja, osim za model tipa "D" s ultralakim krovim pokrivačem od $g = 0,15$ kN/m² za "g + s + w_a ", gdje se javilo prekoračenje kriterija za 10,3 %. Rješenje prekoračenja je usvajanje prvoga sljedećeg većeg presjeka nosivog kabla.



Slika 5. Kombinacija I: dijagrami pomaka (a, b, c) i frekventijski raspon (d)



Slika 6. Kombinacija II: dijagrami pomaka (a, b, c) i frekventijski raspon (d)



Slika 7. Kombinacija III: dijagrami pomaka (a, b, c) i frekvencijski raspon (d)

Tablica 6. Tipični oblici vertikalnih pomaka čvorova modela i frekvencijskog spektra, razvrstani po sličnosti dijagrama sa slika 5. do 7.

Tip konstrukcije i opterećenja		Faza opterećenja		g + w [kN/m ²]						g + s + w [kN/m ²]			
Tip "D"	Dodatno fiktivno opterećenje v [kN/m ²]	0.05	0.10	0.15	0.20	0.30	0.40	0.50	0.05	0.10	0.15	0.20	
	Kombinacija II	0.15	Y2	Y2	Y2	Y2	Y2	Y2					
		0.30	Y2	Y2	Y2	Y2	Y2	Y2					
		0.50	Y2	Y2	Y2	Y2							
		0.75	Y2	Y2									
	Dodatno fiktivno opterećenje v [kN/m ²]	0.15	0.20	0.30	0.35	0.50	0.60	0.70	0.05	0.10	0.15	0.20	
	Kombinacija I Kombinacija III	0.15					Y3	Y1	Y1	Y1	Y1	Y1	Y1
		0.30					Y3		Y1	Y1	Y1	Y1	Y1
0.50				Y3	Y1			Y1	Y1	Y1	Y1	Y1	
0.75		Y3	Y1					Y1	Y1	Y1	Y1	Y1	
Tip "V"	Dodatno fiktivno opterećenje v [kN/m ²]	0.05	0.10	0.15	0.20				0.05	0.10	0.15	0.20	
	Kombinacija I	0.15	Y1	Y1	Y1	Y1				Y1	Y1	Y1	
		0.30	Y1	Y1	Y1	Y1				Y1	Y1	Y1	
		0.50	Y1	Y1	Y1	Y1				Y1	Y1	Y1	
		0.75	Y1	Y1	Y1	Y1			Y1	Y1	Y1	Y1	

Yi - postoji sličnost s dijagramima i-te kombinacije sa slika 5. do 7.

Tranzijent analizom dobiveni su dijagrami promjena frekvencija, tj. frekvencijski spektar modela u vremenskom intervalu djelovanja dinamičke pobude (0 do 185 sekundi). Dijagram promjene frekvencija na slici 5., prikazuje model koji oscilira u prvom svojstvenom obliku s ritmičnim treptajima. Dijagram promjene frekvencija na slici 6., prikazuje model koji "luta" u potrazi za svojstvenim oblikom osciliranja, pa se ne može smatrati dinamički otpornom konstrukcijom u općem smislu.

Analizom sličnosti dijagrama pomaka karakterističnih čvorova i dijagrama promjena frekvencija, sažete su zajedničke kombinacije spomenutih dijagrama, koje su prikazane na slikama 5., 6. i 7. Kombinacije spomenutih dijagrama ponavljaju se ovisno o faktorima koji se mijenjaju: razina prednaprezanja uslijed dodatnog fiktivnog opterećenja "v" i faza opterećenja "g + w_d" i "g + s + w_d", što je prikazano u tablici 6.

Zajedničke slične kombinacije spomenutih dijagrama, koji se javljaju pri karakterističnim kritičnim fazama opterećenja ("g + w_d" i "g + s + w_d") upućuju na razine prednaprezanja pod kojima se može očekivati ispunjenje dinamičkih uvjeta stabilnosti (Y1 i Y3 polja tablice 6.), tj. da se uslijed tranzijent pobude - povremenih pobuda vjetrom, model brzo umiri do razine nižih svojstvenih frekvencija (po mogućnosti prva svojstvena frekvencija).

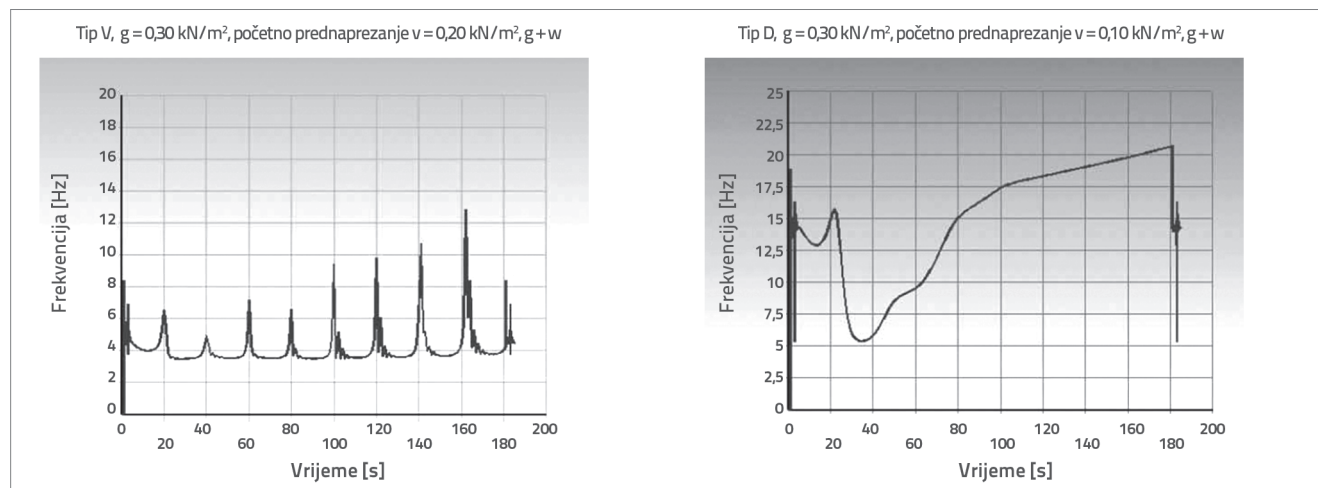
4. Razmatranje dobivenih rezultata

Rezultati dinamičkog proračuna dobiveni su korištenjem programskog paketa ANSYS, pri čemu je izvršena modalna analiza, harmonijska analiza superpozicije modalnih i harmonijskih oscilacija i tranzijent analiza ponašanja modela tijekom vremenski ovisnog opterećenja. Brojne provedene analize na modelima "D" i "V" za četiri kategorije vlastite težine krova i korisna statička i dinamička opterećenja dale su obilje rezultata. Iz šireg sagledavanja izgrađenih konstrukcija, preporuka nekih autora [1, 11, 17 i 18] i dobivenih rezultata, kriteriji stabilnosti 3, 4 i 5 su dodatno precizirani i raščlanjeni.

Nabrojani kriteriji koji slijede korišteni su za ocjenu dinamičke otpornosti kablskih rešetki:

1. nijedan od kablskih elemenata ne smije biti nenapregnut, tj. kablski elementi u svim fazama opterećenja moraju biti zategnuti. Minimalni intenziteti sila ne bi smjeli biti manji od 20 % sile koja je vladala u užetu u fazi prednaprezanja,
2. svojstveni modalni oblici trebaju biti što jednostavniji,
3. maksimalne dopuštene amplitude pomaka čvorova konstrukcije, uslijed superpozicije modalnih i harmonijskih oscilacija, treba ograničiti na $\delta_{\max} = L/200$ (preporuka autora), gdje je δ_{\max} maksimalno pomicanje konstrukcije u odnosu na projektirani položaj (faza opterećenja vlastitom težinom g),
4. uvjeti za postizanje rezonancije, uslijed harmonijske pobude koji dovode do velikih deformacija, moraju biti izbjegnuti, tj. na modalne frekvencije treba utjecati razinom prednaprezanja, tako da se ne poklapaju s frekvencijom prinudnih harmonijskih pobuda,
5. uslijed tranzijent pobude - povremenih udara vjetrom, model se treba brzo umiriti do razine nižih svojstvenih frekvencija (po mogućnosti I). Tranzijent analizom treba odrediti dijagrame promjene frekvencija. Mogući oblici tih dijagrama upućuju na model koji oscilira u prvom svojstvenom obliku s ritmičnim treptajima (slika 8.a), i model koji "luta" u potrazi za svojstvenim oblikom osciliranja (slika 8.b), pa se ne može smatrati dovoljno otpornom konstrukcijom u dinamičkom smislu.

Primjenom prethodno razrađenih kriterija dinamičke stabilnosti na analizirane modele, izrađena je tablica 7. s numeričkim i deskriptivnim pokazateljima ispunjenosti pojedinih kriterija. Dobiveni rezultati upućuju na minimalne sile prednaprezanja koje su posljedica postojanja "sile kontakta", odnosno dodatnog fiktivnog opterećenja "v" koje treba djelovati na stabilizirajuće uže kablске rešetke u fazi najvećega gravitacijskog opterećenja da bi se ostvarila sveobuhvatna stabilnost analiziranog nosača.



Slika 8. Dijagrami promjena frekvencija: a) dinamički otporan model; b) dinamički neotporan model

Tablica 7. Ispunjenost kriterija dinamičke stabilnosti (Y - ispunjen, N - neispunjen)

Tip modela (D, V) kategorije vlastite težine, razine prednaprezanja	Tranzijent analiza					Amplitude uslijed superpozicije modalnih i harmonijskih oscilacija	Jednostavni modalni oblici	
	Efektivne sile u nosivom kabelu [kN]	Efektivne sile u stabilizirajućem kabelu [kN]	Amplituda osciliranja [m]	Nenapregnuti štapovi	Frekvencijski spektar dinamički otpornoga modela			
Tip "D"	$S_{\text{dopušteno}} = K_i S_{\text{racun}}$ [kN]		čvor 5 [m]	*Prednaprezanje [%]	g+w i g+s+w	čvor 5	I i II ton	
	S_{kidanja}	1421	827	w<0,3				
g=0,15	v=0,15	1230	421	0,126	X (30 %)	N	Y	N
	v=0,20	1264	473	0,134	X (34 %)	N	Y	N
	v=0,70	1568	944	0,142	X (61 %)	Y	Y	Y
g=0,30	S_{kidanja}	1649	827	w<0,3				
	v=0,15	1391	429	0,133	X (33 %)	N	Y	N
	v=0,20	1426	481	0,139	X (38 %)	N	Y	N
	v=0,50	1636	804	0,139	X (58 %)	Y	Y	Y
g=0,50	S_{kidanja}	1818	827	w<0,3				
	v=0,15	1559	439	0,153	X (33 %)	N	Y	X
	v=0,20	1625	493	0,148	X (39 %)	N	Y	X
	v=0,35	1721	603	0,154	X (49 %)	Y	Y	Y
g=0,75	S_{kidanja}	2087	827	w<0,3				
	v=0,10	1807	401	0,136	X (31 %)	N	Y	X
	v=0,15	1845	455	0,132	X (36 %)	N	Y	Y
	v=0,20	1883	511	0,128	X (40 %)	N	Y	Y
Tip "V"	$S_{\text{dopušteno}} = K_i S_{\text{racun}}$		čvor 6	*Prednaprezanje	g+w i g+s+w	čvor 6	I i II ton	
	S_{kidanja}	1421	827	w<0,3				
g=0,15	v=0,10	1130	357	0,128	X (5 %)	Y	Y	N
	v=0,15	1164	394	0,122	X (12 %)	Y	Y	Y
	v=0,20	1198	432	0,116	X (18 %)	√	Y	Y
g=0,30	S_{kidanja}	1649	827	w<0,3				
	v=0,10	1286	343	0,115	X (8 %)	Y	Y	N
	v=0,15	1322	382	0,109	X (15 %)	Y	Y	Y
	v=0,20	1361	425	0,104	X (22 %)	Y	Y	Y
g=0,50	S_{kidanja}	1818	827	w<0,3				
	v=0,10	1478	327	0,104	X (9 %)	Y	Y	N
	v=0,15	1516	369	0,097	X (16 %)	Y	Y	Y
	v=0,20	1553	411	0,093	X (22 %)	Y	Y	Y
g=0,75	S_{kidanja}	2087	827	w<0,3				
	v=0,10	1801	306	0,089	X (10 %)	Y	Y	X
	v=0,15	1762	353	0,085	X (17 %)	Y	Y	Y
	v=0,20	1722	398	0,082	X (23 %)	Y	√	Y

*X – postoje vlačne sile u štapovima, tj. nema tlačnih, nenapregnutih štapova. U zagradi je odnos učešća minimalne sile u štapovima stabilizirajućeg kabela u odnosu na stanje prednaprezanja

Računske sile prednaprezanja koje treba uvesti u kablsku rešetku preko stabilizirajućeg kabela da bi se dobila sveobuhvatno stabilna konstrukcija za usvojene modele

"D" i "V" i definirana opterećenja pri čemu su uzeta u obzir dodatna fiktivna opterećenja iz tablice 8., prikazane su na slici 9.

Tablica 8. Ispunjenost kriterija dinamičke otpornosti

Tip modela	Dodatno fiktivno opterećenje [kN/m ²]	Kategorije krovnog opterećenja [kN/m ²]			
		g=0,15	g=0,30	g=0,50	g=0,75
Tip "D"	v=0,15	N	N	N	N
	v=0,20	N	N	N	DynR
	v=0,35	N	N	DynR	
	v=0,50	N	DynR		
	v=0,70	DynR			
Tip "V"	v=0,10	N	N	N	N
	v=0,15	N	N	N	N
	v=0,20	DynR	DynR	DynR	DynR

N – dinamički neotporan model, DynR – dinamički otporan model

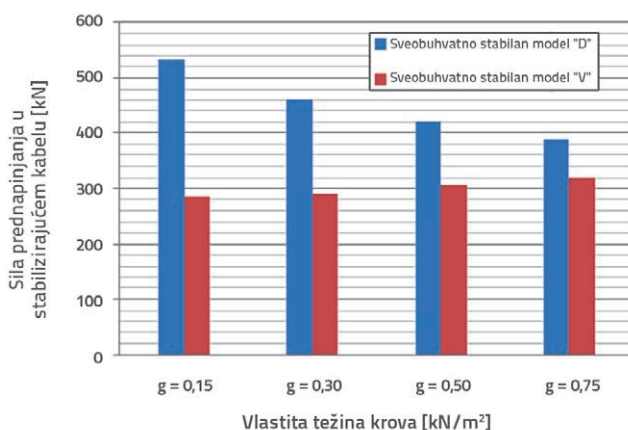
4. Zaključci

Konstrukcija je stabilna kada je zategnuta silama uslijed kojih su ispunjeni navedeni kriteriji za određenu kategoriju težine pokrivača i dodatnog fiktivnog opterećenja "v".

Model "D" opravdao je epitet da je "nepomičan" za teže krovne pokrivače za uobičajenu razinu prednapreznja sa silom kontakta $v = 0,20$ kN/m², dok je za lakše krovne pokrivače potrebno značajnije povećavati razine prednapreznja i do dva puta u odnosu na model "V". Pritom treba primijeniti dodatno fiktivno opterećenje od $v = 0,70$ kN/m² da bi se moglo ispuniti naprijed definirane kriterije.

LITERATURA

- [1] Jawerth, D., Schulz, H.: Ein Beitrag zur Eigenschwingungen, windanfahenden Kräfte und aerodynamischen Stabilität bei hangenden Dächern, Der Stahlbau, Berlin, 1966. (in German)
- [2] Majowiecki, M.: HS steels in tension structures, (keynote lecture), Proceedings of 1st International conference Super High Strength Steels, Rome, Italy, 2005.
- [3] Bolanos-Sanches, R., Sanchez-Arcilla, A., Cateura, J.: Evaluation of Two Atmospheric Models for Wind-Wave Modelling in the NW Mediterranean, Journal of Marine Systems, 2006.
- [4] Holmes, J.: Codification of Wind Loads on Wind-sensitive Structures, International journal of space structures, ISSN 0266-3511, 24(2), pp.87-95, 2009.
- [5] Sachs, P.: The influence of wind on structures, GK Beograd, 1986. (in Serbian)
- [6] Schlaich, J.: About light-weight structures, Izgradnja (7) Beograd 1988. (in Serbian)
- [7] Kostić, D.: Contribution To The Solution Of The Stability Problem Of The Double Layered Catenary Systems, doktorska disertacija, Faculty of Civil Engineering and Architecture Niš, Serbia, 2007. (in Serbian)
- [8] AISI: Manual for Structural Applications of Steel Cables for Buildings, ASCE Standard 19-96, 2010.
- [9] Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-11: Design of structures with tension components, BS EN 1993-1-11:2006
- [10] Eurocode 1: Actions on structures - Part 1-4: General actions - Wind actions, EN1991-1-4:2005+A1
- [11] Krishna, P.: Cable suspended roofs, McGraw Hill, London, 1986.
- [12] Lewis, W.: Tension Structures-Form and Behavior, Tomas Telford Edition, 2003.
- [13] Lewis, W.: Computational form-finding methods for fabric structures, Proceedings of the ICE - Engineering and Computational Mechanics, Volume 161, Issue 3, 2008., pp.139-149.
- [14] Travaš, V., Kožar, I.: Static and dynamic analysis of a spatial catenary, GRADEVINAR 60 (2008) 5, pp. 395-402, (in Croatian)
- [15] Zhang, Z., Cheng, W.: Proper shape analyses of spatial cable frames, International Journal of Space structures, Vol. 26 No.2, pp.95-104, 2011.
- [16] Zhang, X.: Investigation on the wind-induced instability of long-span suspension bridges with 3D cable system, Wind and Structures, 14 (3), 2011.
- [17] Balgac, E.: Die neue Ausstellungshalle der Textilmesse in Leskovac, Beton und Stahlbetonbau, (7), 1961. (in German)
- [18] Balgač, E.: Determining force in the cable network of pre-stressed hanging hyperbolic paraboloid roofshape, Izgradnja, (11, 12), Beograd 1969. (in Serbian)



Slika 9. Odnos sila prednapreznja za modele "D" i "V" za različite kategorije krovnog opterećenja

Model "V" iako se ubraja u "pomični" tip konstrukcije, pokazao je da za sve kategorije pokrivača i za uobičajenu razinu prednapreznja $v = 0,20$ kN/m² predstavlja dinamički otpornu i sveobuhvatno stabilnu konstrukciju.

Provedene računске analize odnose se na dva najprimjenjivija modela kablskih rešetki "D" i "V" raspona 60 m. Izvedeni zaključci upućuju na uvođenje odgovarajućeg dodatnog fiktivnog opterećenja kao parametra kojim se utječe na razinu prednapreznja pod kojima će se ispuniti kriteriji stabilnosti. Također, primjenom predloženih kriterija podiže se globalni koeficijent sigurnosti kablskog nosača i daje mogućnost definiranja razine njegove stabilnosti zavisno od razine dodatnog fiktivnog opterećenja i unesene sile prednapreznja.