



UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria

Laurea Magistrale in Robotica e Automazione

**Stima e reiezione del disturbo nel
controllo di un quadrotor**

Relatore

Prof. Lorenzo Pollini

Prof. Mario Innocenti

Autore

Alessandro Diodato

Anno Accademico 2013/2014

*Dedicato a tutta le persone che hanno reso possibile il raggiungimento di questo
obiettivo, in particolare a tutta la mia splendida famiglia*

Indice

1	Introduzione e nozioni preliminari	3
1.1	Sistemi di riferimento	4
1.2	Attuazione	6
1.3	Osservatore del disturbo di Ohnishi	8
2	Osservatore del Disturbo	13
2.1	Introduzione	13
2.2	Osservatore Angolare	14
2.2.1	Introduzione	14
2.2.2	Dinamica e definizione del disturbo	15
2.2.3	Anello di velocità	16
2.2.4	Realizzazione e stabilità	17
2.2.5	Scelta dei filtri e analisi della soluzione	20
2.3	Osservatore per le coordinate lineari	27
2.3.1	Introduzione	27
2.3.2	Dinamica e definizione del disturbo	29
2.3.3	Anello di accelerazione	31
2.3.4	Anello di posizione	34
2.3.5	Realizzazione e stabilità	35
2.3.6	Scelta dei filtri	40
2.3.7	Analisi dei risultati	44
3	Controllo	49
3.1	Introduzione	49
3.1.1	Coordinate Angolari	49
3.1.2	Coordinate Lineari	55
4	Simulazioni	63
4.1	Coordinate angolari	63
4.2	Coordinate XY	66
4.3	Coordinate Z	69
4.4	Simulazioni generale	72
5	Conclusioni	85
	Bibliografia	95

Sommario

Il controllo di piccoli velivoli in ambiente esterni è reso difficili da errori di modellazione, errori di misura dovuti a sensori low cost e disturbi esterni. Questa tesi sviluppa una metodologia per la stima e reiezione dei disturbi esterni e degli errori di modellazione. La metodologia progettata è completamente basata sui sistemi lineari, infatti sia il modello nominale sia i filtri utilizzati sono lineari.

È stato progettato un osservatore del disturbo per il moto lineare utilizzando coordinate di tipo inerziale, mentre per il moto angolare si sono utilizzate coordinate in terna solidale al velivolo. Sono stati definiti dei modelli nominali del sistema e dei disturbi che inglobano sia errori di modellazione sia disturbi esterni. Il tuning dei filtri presenti nell'osservatore è stato effettuato tramite problema di ottimo vincolato. Progettato l'osservatore si è svolta una analisi delle influenze dei disturbi esterni, errori di modellazione e di misura sul sistema nominale. L'osservatore può essere progettato indipendentemente dal controllo che è sintetizzato sul modello nominale scelto. Progettati dei semplici controllori con uno schema decentralizzato sono state nuovamente analizzate le influenze degli errori di misura, di modellazione e disturbi esterni sul sistema controllato. È stata eseguita una semplice analisi di robustezza in presenza di incertezze parametriche quali masse ed inerzie. I risultati sono stati corroborati attraverso un simulatore non lineare del quadrotor.

Abstract

The control of small aircraft in the external environment is made difficult by modeling errors, measurement errors due to low cost sensors and external disturbances. This thesis develops a methodology for estimation and rejection of external disturbances and modeling errors. The methodology proposed is fully based on linear systems, in fact, both the nominal model is used filters are linear.

You have designed a disturbance observer for linear motion using inertial coordinates, while the angular momentum coordinates are used in triple integral with the aircraft. You have defined the models of the nominal system and disorders that include both modeling errors both external disturbances. The tuning of the filters present in the observer was made through constrained optimization problem. Designed the observer has played an analysis of the influence of external disturbances, modeling errors and measurement on the nominal system. The observer can be designed independently of the control that is synthesized on the nominal model chosen. Designed for simple controllers with a decentralized scheme were again analyzed the influences of measurement errors, modeling and external disturbances on the controlled system. You have performed a simple analysis of robustness in the presence of parametric uncertainties such as mass and inertia. The results were corroborated by a simulator nonlinear quadrotor.

1 Introduzione e nozioni preliminari

Un *quadrirotore*, chiamato anche *elicottero quadrirotore* (in inglese: *quadrotor*), è un aeromobile sollevato e spinto da quattro rotori. I quadrotor vengono classificati come rotorcraft, diversi dagli aeroplani in quanto la portanza è data esclusivamente dai quattro rotori. Possono essere classificati anche come elicotteri, sebbene diversamente dagli elicotteri tradizionali, i quadrirotori hanno la funzione di utilizzare pale a “passo fisso”, ovvero aventi attacco rigido con il mozzo, il cui angolo d’attacco non varia durante la rotazione. Il controllo dei movimenti avviene tramite la variazione della velocità relativa di ogni rotore, in modo tale da cambiare la spinta e la coppia prodotta da ciascuno di essi. Esistono due generazioni di modelli di quadrirotori. La prima generazione di quadrirotori fu progettata per trasportare passeggeri. Questi quadrotor sono stati tra i primi velivoli “più pesanti dell’aria” e a decollo e atterraggio verticale ad avere successo. Tuttavia, i primi prototipi presentavano scarso rendimento, mentre i successivi modelli richiedevano un carico di lavoro eccessivo per il pilota, dovuto alla poca stabilità. La generazione più recente di quadrirotori viene progettata per volare senza pilota a bordo. Questi velivoli utilizzano un sistema di controllo e dei sensori elettronici per stabilizzarsi. Grazie alle loro ridotte dimensioni e all’agilità di manovra, questi quadrotor possono esser fatti volare in luoghi chiusi così come all’esterno. I vantaggi dell’attuale generazione di quadrirotori, nei confronti degli elicotteri convenzionali di scala comparabile, sono i seguenti. In primo luogo, i quadrirotori non necessitano di collegamenti meccanici per variare l’angolo d’attacco del rotore quando ruotano; questo semplifica la conformazione del velivolo e riduce tempi e costi di manutenzione. In secondo luogo, l’uso di quattro rotori fa sì che il diametro dei singoli rotori sia minore di quello necessario per un elicottero convenzionale equivalente, consentendo loro di immagazzinare minore energia cinetica. Questo riduce il danno che verrebbe provocato nel momento in cui i rotori dovessero colpire un oggetto. Infine, i rotori possono essere racchiusi all’interno di una struttura che ne consenta la protezione in caso di collisione, permettendo voli al chiuso e in ambienti densi di ostacoli con un basso livello di rischio di danneggiare il velivolo, gli operatori e ciò che lo circonda.

La piattaforma quadrotor rappresenta un interesse relativamente nuovo nell’area dei controlli. È un sistema sottoattuato poiché ha sei gradi di libertà: beccheggio, imbardata, rollio, movimento nella direzione frontale del veicolo, movimento verso il lato destro del veicolo e di altitudine ma è controllato utilizzando solo quattro attuatori. Il vantaggio dell’architettura di un quadrotor quindi è quello di non richiedere la presenza di alettoni, flap e martinetti. La simmetria del design consente una centralizzazione dei sistemi di controllo e del payload. Questa caratteristica age-

vola anche il sistema di controllo perché, anche con payload diversi, è abbastanza semplice mantenere il baricentro nella stessa posizione, sull'asse verticale. Un altro vantaggio dell'architettura quadrotor è che ogni rotore contribuisce al raggiungimento della portanza richiesta; quindi fornisce una quantità di spinta maggiore rispetto ad un elicottero convenzionale consentendo di portare payload e piattaforme computazionali più pesanti. Differentemente dall'architettura tradizionale il quadrotor non ha bisogno di un rotore di coda che assorbe potenza ma non da un contributo per la portanza (serve solo a bilanciare la coppia generata dal rotore principale). Dietro tutti questi vantaggi c'è l'unico handicap di una bassa velocità di crociera. Tuttavia la sua particolare attitudine per l'hovering, la sua stabilità, le sue leggi di controllo e tutti i vantaggi menzionati precedentemente fanno dei quadrotori una piattaforma versatile e promettente.

Uno degli aspetti più critici nel controllo in posizione dei quadrotor è l'influenza del vento. In letteratura sono presenti controlli non lineari cinematici che prendono in considerazione l'influenza del vento, come in [2] e [3]. I lavori citati non prendono in considerazione gli errori di misura, aspetto rilevante nel controllo di piccoli veicoli poiché sono solitamente dotati di sensori low cost. La presente tesi approccia il problema a livello dinamico, prendendo spunto dall'articolo [5] dove viene introdotto un controllo robusto di posizione per quadrotor. Il comportamento robusto è raggiunto tramite un osservatore del disturbo, secondo la teoria classica di Ohnisci, che comprende non solo gli effetti del vento ma anche i termini non lineari e le incertezze parametriche nel totale delle forze di disturbo. Nell'articolo di riferimento l'osservatore del disturbo per i sei gradi di libertà si basava sulle misure di velocità lineare inerziale e sulla velocità angolare del quadrotor. L'osservatore oggetto di questa tesi è basato per le coordinate angolari sulle misure dei giroscopi come nell'articolo, diversamente per le coordinate inerziali utilizziamo le misure di accelerazione e posizione. Nella tesi sono stati analizzati le influenze sulla dinamica del quadrotor dei vari errori di misura, aspetto trascurato nell'articolo di riferimento. A fronte di questa analisi si è scelto di basare l'osservatore per le coordinate lineari su accelerazione e posizione inerziale, poiché tali misure sono solitamente più affidabili sui quadrotor, rispetto alla velocità inerziale. L'osservatore per le coordinate lineari è indipendente dall'osservatore per le coordinate angolari e basandosi su due misure avrà due anelli, uno più interno e uno più esterno, diversamente dall'osservatore angolare. Una volta progettato l'osservatore si sono sintetizzati dei controllori PD tramite la tecnica di assegnazione poli, valutando le prestazioni del sistema in anello chiuso in presenza dell'osservatore realizzato.

1.1 Sistemi di riferimento

Prima di poter descrivere le equazioni che governano un velivolo, come il quadrotore, è necessario introdurre le coordinate di riferimento in cui ci proponiamo di descrivere l'assetto e la posizione. Nel caso del quadrotore è possibile utilizzare due

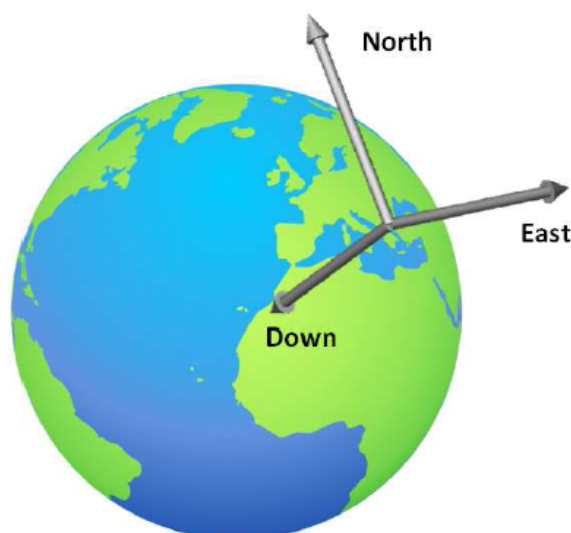


Figure 1.1: Sistema di riferimento NED

sistemi di riferimento, uno fisso, ed uno mobile solidale al telaio le cui dinamiche possono essere espresse rispetto alla terna fissa. La terna fissa, detta anche inerziale o terna mondo, è una terna dove si può considerare valida la prima legge di Newton; questa ipotesi deriva dal trascurare i contributi dovuti alla rotazione terrestre. Nel sviluppo di questo modello è stato scelto di usare come terna fissa un terna chiamata in letteratura *NED* (North-East-Down), O_{NED} che come si evince dall'immagine che segue ha i versori gli assi rivolti verso Nord Est e verso il centro della terra.

La posizione del baricentro del quadrotor nella terna con baricentro O_{NED} viene riferita tramite il vettore q_I . Poiché il sistema di riferimento è ipotizzato inerziale, sarà possibile esprimere come derivate delle posizioni, le velocità e le accelerazioni del veivolo nella terna mondo.

$$q_I = [X \ Y \ Z]^T \quad (1.1)$$

La terna mobile a cui si è fatto riferimento precedentemente ha origine coincidente con il baricentro del quadcopter, ed è in letteratura nota come terna O_{ABC} dove *ABC* sta per *Aircraft Body Center*. L'immagine Figure 1.2 è esplicativa del sistema di riferimento solidale al quadrotor.

Per poter scrivere quantità definite nel frame inerziale nel sistema di riferimento body, o viceversa, è necessario introdurre una parametrizzazione della posa del veicolo. La parametrizzazione più usata per questo tipo di veicoli è la parametrizzazione di *roll pitch e yaw*. I tre angoli indicano come passare dal sistema di riferimento inerziale al sistema di riferimento body mediante una sequenza di tre rotazione “semplici”, cioè rispetto ad un asse coordinato. La matrice completa è la seguente

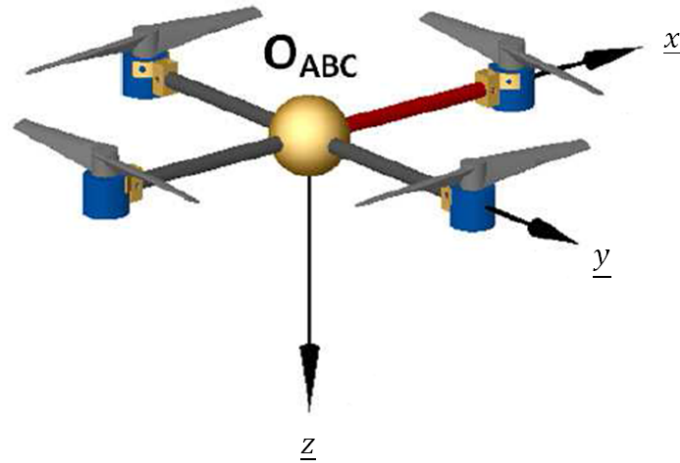


Figure 1.2: Sistema di riferimento mobile

$$C_I^B = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ -\cos \phi \sin \psi + \cos \psi \sin \phi \sin \theta & \cos \phi \cos \psi + \sin \psi \sin \phi \sin \theta & \cos \theta \sin \phi \\ \sin \phi \sin \psi + \cos \psi \cos \phi \sin \theta & -\cos \psi \sin \phi + \cos \phi \sin \psi \sin \theta & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

anche nota come *Direct Cosine Matrix*.

1.2 Attuazione

Il quadrotor ha quattro motori su cui sono montate delle eliche posti a croce. In Figure 1.3 è mostrato uno schema semplificato dove si assume che le eliche generino esclusivamente una forza applicata nel proprio centro lungo l'asse \underline{z} .

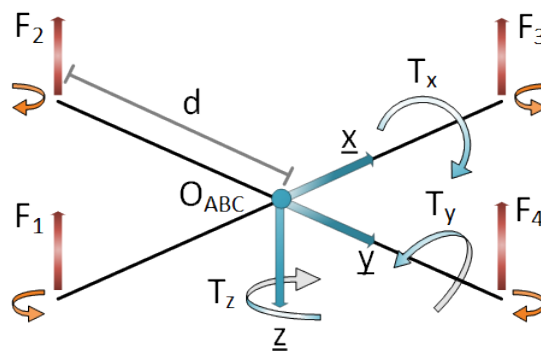


Figure 1.3: Schema semplificato dell'attuazione di un quadrotor

Data questa schematizzazione sul quadrotor non è possibile attuare forze lungo gli assi con versori \underline{x} e \underline{y} . Le forze di attuazione possibili sono:

- La forza F_z lungo l'asse z del sistema di riferimento solidale al veicolo.
- I momenti T_x , T_y e T_z lungo gli assi del sistema di riferimento ABC .

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & d & 0 & -d \\ -d & 0 & d & 0 \\ b & -b & b & -b \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

$$\begin{bmatrix} F_z \\ T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

La forza F_z è la somma di tutti i contributi delle forze dei motori. I momenti lungo gli assi \underline{x} e \underline{y} sono dovuti allo sbilanciamento di forze dei motori posizionati sull'altro asse, moltiplicati per la distanza d . Il momento lungo l'asse \underline{z} è realizzato incrementando la velocità di rotazione dei motori uno e tre e diminuendo della stessa quantità la velocità dei motori due e quattro. Si viene a generare un momento grazie al fatto che i motori uno e tre girano nello stesso verso della direzione di rotazione di \underline{z} , diversamente dai restanti due motori.. La forza verticale è la stessa dell'hovering, questa manovra conduce solo ad una accelerazione angolare lungo \underline{z} , anche i momenti sui restanti assi sono nulli.

Per poter controllare il quadrotor lungo le coordinate inerziali q_I bisogna scrivere il vettore delle forze di attuazione nel sistema di riferimento NED.

$$\begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{bmatrix} = C_I^B \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi \\ -\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} F_z \quad (1.5)$$

Le forze inerziali dipendono da quattro variabili

$$F_X(\phi, \theta, \psi, F_z) \quad F_Y(\phi, \theta, \psi, F_z) \quad F_Z(\phi, \theta, F_z) \quad (1.6)$$

L'osservatore del disturbo e il controllo per le posizioni inerziali fornisce delle forze desiderate F_{X_d} , F_{Y_d} e F_{Z_d} . Si è scelto di trasformare le forze comandate tramite variazione delle variabili ϕ , θ e F_z . L'attuazione viene effettuata, introducendo la matrice

$$R_Z = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

e moltiplicando le forze desiderate per tale matrice otteniamo

$$\begin{bmatrix} F'_{X_d} \\ F'_{Y_d} \\ F'_{Z_d} \end{bmatrix} = R_Z \begin{bmatrix} F_{X_d} \\ F_{Y_d} \\ F_{Z_d} \end{bmatrix} = R_Z C_B^I \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ -\sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} F_z \quad (1.8)$$

Dalla espressione precedente possiamo ricavare i valori delle variabili

$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \theta_d \\ F_{z_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin^{-1}\left(\frac{-F'_{Y_d}}{F_z}\right) \\ \sin^{-1}\left(\frac{F'_{X_d}}{F_z \cos \phi}\right) \\ \frac{F'_z}{\cos \theta \cos \phi} \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

Le coordinate angolari sono passate come riferimento al sistema di controllo di assetto. La forza $F_Z = F'_{Z_d}$ somma dei contributi dovuti al controllore di quota e dall'osservatore del disturbo, viene divisa per il prodotto dei coseni degli angoli di ϕ e θ .

1.3 Osservatore del disturbo di Ohnishi

Ohnishi in [] introdusse un osservatore del disturbo che prese il suo nome. Tale osservatore ha il compito di stimare e reiettare un disturbo in ingresso ad un sistema lineare. Basandosi sulla dinamica inversa del processo considerato, viene introdotto un osservatore del disturbo la cui struttura è mostrata in Figura Figure 1.4 , dove:

- u_c rappresenta il comando generato dal controllore a monte.
- d il disturbo agente sul processo.
- η il segnale di rumore che corrompe la misura dell'uscita.
- la funzione di trasferimento $P_m^{-1}(s)$ corrisponde con l'inverso del modello ipotizzato per il processo $P(s)$.
- $Q(s)$ rappresenta una funzione di filtraggio il cui compito è quello di modellare le funzioni di sensitività e sensitività complementare associate all'anello di controllo, oltre ovviamente a rendere deterministica la funzione di trasferimento dell'osservatore del disturbo, in quanto la funzione $P_m^{-1}(s)$ non può essere strettamente causale.

Il disturbo d risiede solitamente nelle basse frequenze e può essere dovuto a non linearità od ad altre incertezze di modello, cioè a caratteristiche intrinseche del sistema considerato. Per l'osservatore considerato possono essere scritte le seguenti equazioni, considerando di conoscere perfettamente il modello $P(s) = P_m(s)$.

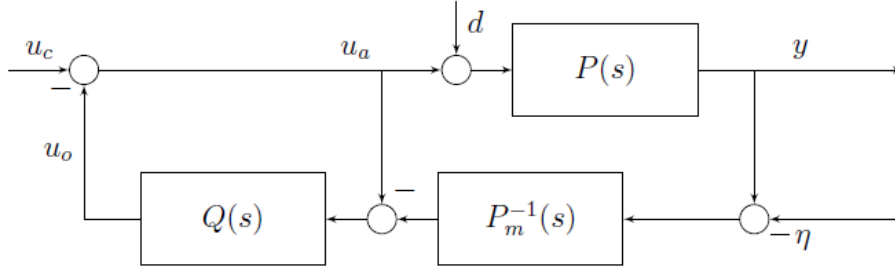


Figure 1.4: Osservatore del disturbo di Ohnishi

$$u_a(s) = u_c - u_o$$

$$u_o(s) = Q[d - P^{-1}\eta] \quad (1.10)$$

$$y(s) = Pu_c + P(1 - Q)d + Q\eta$$

Risulta evidente come la funzione $Q(s)$ sia la chiave delle prestazioni per l'osservatore considerato. Dalla (Equation 1.10) si deduce che negli intervalli frequenziali in cui il modulo della $Q(s)$ risulta essere unitario è possibile reiettare il disturbo d . Come già anticipato lo sviluppo di un osservatore del disturbo consiste essenzialmente nella definizione del filtro $Q(s)$. Tale componente deve essere definita rispettando una serie di requisiti che possono essere riassunti attraverso i seguenti punti:

- **GRADO RELATIVO:** affinché l'osservatore del disturbo possa essere effettivamente implementabile il filtro $Q(s)$ deve avere un grado relativo ρ_q maggiore od uguale a quello del modello scelto per l'impianto.
- **RISPOSTA IN FREQUENZA:** Sulla base della (Equation 1.10), affinché si abbia una efficace reiezione dei disturbi il filtro $Q(s)$ dovrebbe avere modulo unitario su tutto lo spettro. Tale requisito, oltre a non essere verosimile da un punto di vista pratico, e in conflitto con le specifiche sul grado relativo, che impongono una caratteristica "passa basso" della risposta in frequenza di $Q(s)$: il requisito sul modulo può risultare quindi verificato solo su di un certo range frequenziale. Inoltre la (Equation 1.10) evidenzia che nel caso di modulo unitario per il filtro, il rumore di misura non subisce alcuna attenuazione, e si presenta quindi integralmente sul segnale d'uscita. Essendo tale segnale di disturbo solitamente collocato ad alte frequenze appare evidente che in tale intervallo dello spettro la risposta in ampiezza di $Q(s)$ deve tendere a zero (consistentemente con la caratteristica passa basso precedentemente individuata). In pratica affinché si abbia reiezione dei disturbi e del rumore sarebbe necessario avere bassi valori del modulo sia per $Q(s)$ che per $1 - Q(s)$.
- **PICCO DI RISPOSTA:** affinché disturbi e rumore non siano amplificati eccessivamente i massimi valori di modulo per $Q(s)$ e $1 - Q(s)$ devono essere limitati.

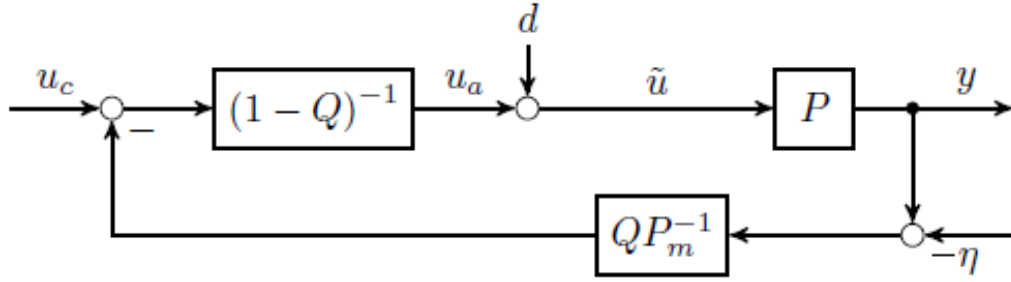


Figure 1.5: Osservatore del disturbo di Ohnishi

Lo schema a blocchi caratterizzante l'osservatore del disturbo nella sua forma classica (Fig. Figure 1.4) può essere manipolato ottenendo un semplice anello di retroazione, mostrato in figura (Figure 1.5).

Compatibilmente con le direttive precedentemente indicate, i gradi di libertà sul design del filtro $Q(s)$ disponibili per il progettista sono ancora molti. Per quanto riguarda il grado relativo, ad esempio, è possibile inserire un numero arbitrario di azioni integrali, che permettono di adattare l'osservatore del disturbo ad un particolare modello assunto per il disturbo stesso. Assumendo infatti che questo possa essere rappresentato attraverso una funzione di trasferimento del tipo $1/s^n$ il principio del modello interno, prevede, che il regolatore utilizzato, includa un termine analogo affinché il disturbo possa essere reiettato. L'osservatore del disturbo deve quindi includere n_i azioni integrali attraverso una particolare struttura (Equation 1.11) del filtro $Q(s)$, dove n_q rappresenta l'ordine scelto per il filtro e ρ_q il suo grado relativo.

$$Q(s) = \frac{1 + \sum_{m=1}^{n_q - \rho_q} \alpha_m s^m}{1 + \sum_{m=1}^{n_q} \alpha_m s^m} \quad (1.11)$$

Sotto tali condizioni si ricava l'espressione (Equation 1.13) per il "controllore" a monte del disturbo d e del sistema $P(s)$.

$$n_i = n_q - \rho_q + 1 \quad (1.12)$$

$$\frac{1}{1 - Q} = \frac{1 + \sum_{m=1}^{n_q} \alpha_m s^m}{1 + \sum_{m=n_q - \rho_q + 1}^{n_q} \alpha_m s^m} = \frac{1 + \sum_{m=1}^{n_q} \alpha_m s^m}{s^{n_i} \left(\sum_{m=1}^{\rho_q - 1} \alpha_m s^m \right)} \quad (1.13)$$

La (Equation 1.13) evidenzia che sulla base delle caratteristiche del filtro $Q(s)$, l'osservatore del disturbo può garantire un numero arbitrario di azioni integrali: dato un modello del disturbo (che fissa il parametro n_i) può quindi essere individuata una coppia di valori (n_q, ρ_q) . Considerando l'anello di controllo di figura Figure 1.5, si nota che proprio la funzione di trasferimento $(1 - Q)^{-1}$ funge da regolatore sull'anello, da cui si deduce che le azioni integrali individuate sono proprio quelle di interesse per l'applicazione del principio del modello interno.

In conclusione, la progettazione dell'osservatore del disturbo deve essere fatta seguendo una procedura che può essere schematizzata attraverso i seguenti punti:

1. *Scelta del modello adottato per il processo.*
2. *Scelta del grado relativo per $Q(s)$:* Il grado relativo deve valere $\rho_q \geq \rho_p$, dove la differenza tra i due indica la pendenza del filtro $Q(s)$ ad altre frequenze $-(\rho_q - \rho_p) \times 20^{\text{db/dec}}$.
3. *Scelta dell'ordine di $Q(s)$:* Tale parametro può essere fissato in base al numero di azioni integrali n_i che l'osservatore deve implementare al fine di reiettare ben note classi di disturbo. Un elevato numero di azioni integrali migliorano la reiezioni dei disturbi alle basse frequenze, ma comportano al contempo picchi più alti nei moduli della $Q(s)$ e della $(1 - Q(s))$.
4. *Scelta della frequenza di taglio per $Q(s)$:* L'ampiezza di banda del filtro $Q(s)$ deve essere scelta sulla base di più parametri, tra cui ad esempio, l'entità del rumore di misura e dei disturbi, l'incertezza presente nel modello e la banda passante dell'anello di controllo nel suo complesso.
5. *Definizione di $Q(s)$:* Stabiliti ordine e grado relativo, poli e zeri del filtro $Q(s)$ possono essere scelti in modo da adattare tale componente a strutture dalle proprietà ben note, come ad esempio il filtro di Butterworth.

2 Osservatore del Disturbo

2.1 Introduzione

In questo capitolo progetteremo un osservatore del disturbo sia per il moto lineare sia per il moto angolare. Introduciamo una notazione per esaminare gli errori dovuti a misure non perfette e quantità non conosciute. Scomponiamo i termini come somma di un termine nominale (misurato) più una perturbazione. In generale vale la relazione (Equation 2.1) dove il termine senza soprascritto indica la quantità reale, il termine barrato la quantità conosciuta (misurata) e il termine con la tilde indica l'errore additivo.

$$(-) = (\bar{-}) + (\tilde{-}) \quad (2.1)$$

Questa notazione vale per tutte le quantità che utilizzeremo tranne che per la matrice di rotazione dove l'errore sarà trattato in maniera diversa. I termini con la notazione $(\hat{-})$ indicano quantità stimate.

La dinamica reale del sistema quadrotor in volo è descritta dalle seguenti sei equazioni differenziali

$$\begin{aligned} m\ddot{q}_I + G &= \tau_q^r \\ J\dot{\omega} + C(\omega)\omega &= \tau^\omega \end{aligned}$$

dove

$$\begin{aligned} q_I &\doteq [X \ Y \ Z]^T \\ G &\doteq [0 \ 0 \ -mg]^T \\ \omega &= [p \ q \ r]^T \end{aligned}$$

Scrivendo il sistema quadrotor attraverso le coordinate inerziali di posizione i due sottosistemi angolare e lineare sono disaccoppiati. Per tale motivo è possibile analizzare i due sistemi separatamente. I due osservatori del disturbo hanno obiettivi principali diversi:

- Reiettare i disturbi dovuti a problemi legati alla modellazione per l'osservatore del disturbo angolare.
- Reiettare disturbi esterni, quali il vento per l'osservatore del disturbo lineare.

In prima battuta mostreremo l'osservatore per le coordinate angolari poichè è meno complesso dal punto di vista della progettazione. In seguito analizzeremo l'osservatore del disturbo per le coordinate angolari.

2.2 Osservatore Angolare

2.2.1 Introduzione

L'obiettivo che ci poniamo è progettare un osservatore che stimi, all'interno del sistema preso in esame, elementi di coppie non modellati e disturbi esterni in modo da poterli reiettare. L'idea di fondo sui cui è stato basato il progetto più che la reiezione dei disturbi esterni, è reiettare i disturbi dovuti ad una errata modellazione. Poichè i problemi di modellazione, per come è stato affrontato il problema, sono stati inseriti nello stesso termine del disturbo esterno, l'attenuazione che otteniamo è identica per i due casi. L'errata modellazione non è dovuta ad una scarsa conoscenza delle equazioni che la governano, ma alla grossolana conoscenza dei parametri in gioco, come per esempio le inerzie. La soluzione sviluppata è tratta dall'osservatore di Ohnishi, la cui teoria è riportata nel

In questo capitolo introdurremo l'osservatore del disturbo per le coordinate angolari, tale soluzione viene sviluppata nel sistema di riferimento solidale al velivolo. Esprimere le equazioni in tali sistema di riferimento comporta i seguenti vantaggi:

- La matrice J è costante.
- Le misure disponibili dai giroscopi, forniscono le misure nella terna con origine O_{ABC} .
- Le forze di attuazione agiscono nel sistema di riferimento body.

L'unica misura disponibile è fornita dai giroscopi che misurano la velocità angolare in body. L'osservatore realizzato, in questo caso, ha un solo anello poichè disponiamo solo di una misura che però è molto affidabile. Per rendere disponibili tutti gli strumenti classici per l'analisi della soluzione, includeremo i termini di Coriolis, nel termine di disturbo; grazie a questo accorgimento, il modello nominale sarà lineare. Infatti poichè l'osservatore sviluppato è anch'esso lineare, il sistema nel suo complesso sarà interamente lineare.

In Figure 2.1 si mostra lo schema a blocchi completo dell'osservatore. Con il termine $\bar{\tau}_c^\omega$ si indica le coppie calcolate dal controllore a monte dell'osservatore. Il controllore è progettato in maniera assolutamente indipendente dall'osservatore ma avrà un grande vantaggio, conoscerà in maniera perfetta il modello del velivolo. Infatti mostreremo come una volta chiuso l'anello dell'osservatore, si avrà un modello nominale conosciuto con in ingresso oltre alla variabile di controllo, dei termini di disturbo dovuti ad errori di misura, errori di modellazione e disturbi esterni.

Dalla figura si evince come sia presente un solo anello basato sulle misure delle velocità angolari nel sistema di riferimento O_{ABC} , cioè le misure dei giroscopi

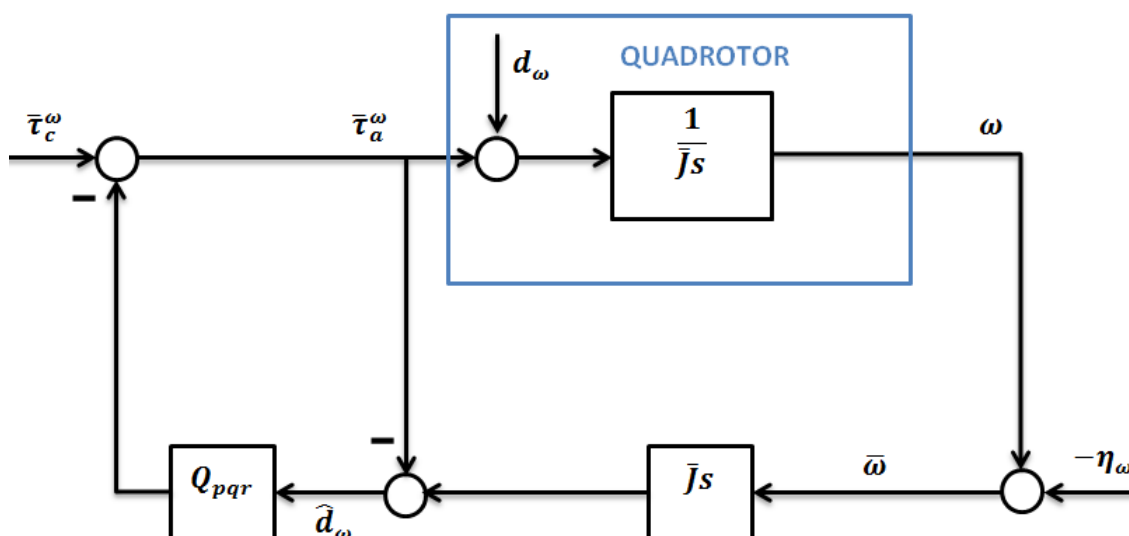


Figure 2.1: Schema a blocchi completo dell'osservatore

Si è analizzato la realizzabilità e i problemi legati alla stabilità dell'osservatore. La realizzabilità della funzione di trasferimento Js è stata realizzata spostando il filtro presente nell'osservatore sui vari rami; a tali filtri si richiederà di avere una adeguata differenza poli zeri. La stabilità dell'osservatore viene analizzata poiché sono presenti delle saturazioni rappresentative dei limiti di attuazione. Vedremo nel seguito che i segnali prelevati, per fare le operazioni richieste dall'osservatore, dovranno essere presi a valle delle saturazioni.

Successivamente presenteremo la taratura del filtro Q_{pqr} presente nell'osservatore. La taratura sarà effettuata in base a degli obiettivi di progetto e dall'analisi dei segnali disponibili. Le caratteristiche dei filtri da tarare saranno:

- La differenza poli zeri necessaria alla realizzabilità dell'osservatore.
- Posizionamento dei poli dei filtri in base a considerazioni sui segnali in gioco.
- Numero di zeri presenti nei filtri. Il numero degli zeri indica che tipo di disturbi vogliamo reiettare (scalino, rampa,...).

L'ultimo paragrafo mostrerà i risultati raggiunti in frequenza. Vedremo le caratteristiche di attenuazione dei disturbi e come gli errori di misura, filtrati dal sistema lineare Q_{pqr} , si trasformino in disturbi in ingresso al sistema nominale.

2.2.2 Dinamica e definizione del disturbo

Le equazioni della dinamica del quadrotor per le coordinate angolari, nel sistema di riferimento solidale al veivolo, sono espresse da (Equation 2.2). Il vettore ω rappresenta la velocità angolare espressa nella terna O_{ABC} . Le matrici J e $C(\omega)$ sono rispettivamente le matrici delle inerzie e di Coriolis reali.

$$\begin{aligned}\omega &= [p \ q \ r]^T \\ J\dot{\omega} + C(\omega)\omega &= \tau^\omega\end{aligned}\quad (2.2)$$

Esaminiamo in dettaglio le forze τ^ω agenti sul sistema. Le forze si suddivono tra forze di attuazione τ_a^ω , forze che modellano gli aspetti non lineari del sistema τ_{nl}^ω escluso Coriolis e i disturbi esterni

$$\tau^\omega = \tau_a^\omega + \tau_{nl}^\omega + D^\omega \quad (2.3)$$

Introduciamo un modello nominale del quadrotor. La matrice nominale di inerzia \bar{J} scelta è diagonale e la matrice di Coriolis C viene inserita interamente nel disturbo in maniera tale da avere un sistema nominale lineare e disaccoppiato. È possibile scrivere (Equation 2.2) nella seguente maniera

$$\bar{J}\dot{\omega} = \bar{\tau}_a^\omega + \tilde{\tau}_a^\omega - \bar{J}\dot{\omega} - C(\omega)\omega + \tau_{nl}^\omega + D^\omega \quad (2.4)$$

Definiamo la quantità d_ω , cioè la differenza tra le forze nominali di attuazione fornite e il nostro modello semplificato

$$d_\omega \doteq \bar{J}\dot{\omega} - \bar{\tau}_a^\omega = \tilde{\tau}_a^\omega - \bar{J}\dot{\omega} - C(\omega)\omega + \tau_{nl}^\omega + D^\omega \quad (2.5)$$

Osserviamo che il termine d_ω è un grado di libertà a disposizione del progettista, infatti è possibile includere/escludere nella dinamica non modellata qualsiasi termine. Il termine d_ω consente di scrivere l'equazione (Equation 2.4) come

$$\bar{J}\dot{\omega} = \bar{\tau}_a^\omega + d_\omega \quad (2.6)$$

cioè scrivere un modello nominale lineare più un disturbo che comprende problemi di modellazione e disturbi reali.

Partendo dall'equazione (Equation 2.6) è possibile costruire lo schema a blocchi dell'osservatore, tale schema è mostrato in Figure 2.1.

2.2.3 Anello di velocità

In questo paragrafo ci poniamo l'obiettivo di stimare il disturbo d_ω dalle misure dei giroscopi $\bar{\omega}$. Mostreremo l'influenza dell'errore di misura $\tilde{\omega}$ definendo il termine η_ω come nella teoria classica di Ohnishi.

Definiamo subito l'errore sulla misura η_ω come l'errore di misura additivo dei giroscopi $\tilde{\omega}$

$$\eta_\omega \doteq \tilde{\omega} \quad (2.7)$$

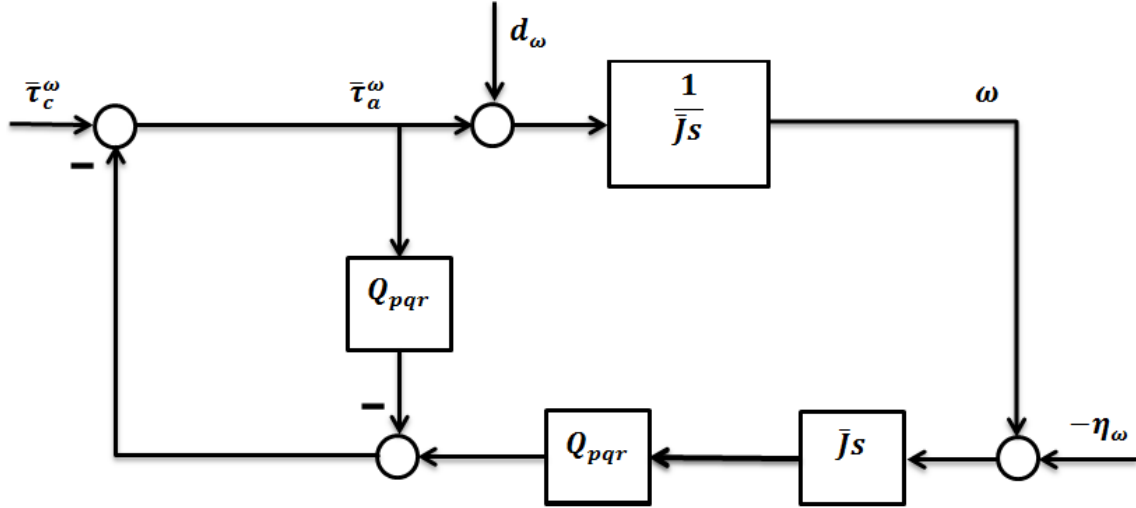


Figure 2.2: Schema a blocchi modificato dell'osservatore del disturbo.

Sfruttando la definizione precedente è possibile scrivere \hat{d}_ω come

$$\hat{d}_\omega = \bar{\tau}_a^\omega + d_\omega - \bar{J}s\eta_\omega - \bar{\tau}_a^\omega = d_\omega - \bar{J}s\eta_\omega \quad (2.8)$$

A questo punto è possibile inserire nell'anello di controllo la quantità \hat{d}_ω filtrata attraverso un sistema lineare $Q_{pqr}(s)$. La quantità $\bar{\tau}_a^\omega$ considerando la Figure 2.1 è

$$\bar{\tau}_a^\omega = \bar{\tau}_c^\omega - Q_{pqr}\hat{d}_\omega = \bar{\tau}_c^\omega - Q_{pqr}(d_\omega - \bar{J}s\eta_\omega) \quad (2.9)$$

dove con $\bar{\tau}_c^\omega$ indichiamo la coppia di controllo nominale fornita dal controllore.

L'equazione differenziale che governa il modello nominale è

$$\bar{J}\dot{\omega} = \bar{\tau}_c^\omega + (1 - Q_{pqr})d_\omega + Q_{pqr}\bar{J}s\eta_\omega \quad (2.10)$$

risultatante dalla equazione (Equation 2.6) esplicitando $\bar{\tau}_a^\omega$.

2.2.4 Realizzazione e stabilità

L'osservatore del disturbo nel suo complesso mostrato in Figure 2.1 ha dei problemi di realizzazione da discutere. Il primo problema si ha sulla realizzabilità della funzione di trasferimento $\bar{J}s$; tale problema è risolto spostando il filtri Q_{pqr} . Il filtro Q_{pqr} deve rendere realizzabile la funzione di trasferimento $\bar{J}s$, pertanto deve avere una differenza poli zeri maggiore od uguale a uno. Mostriamo il nuovo schema a blocchi in Figure 2.2 equivalente allo schema a blocchi di Figure 2.1.

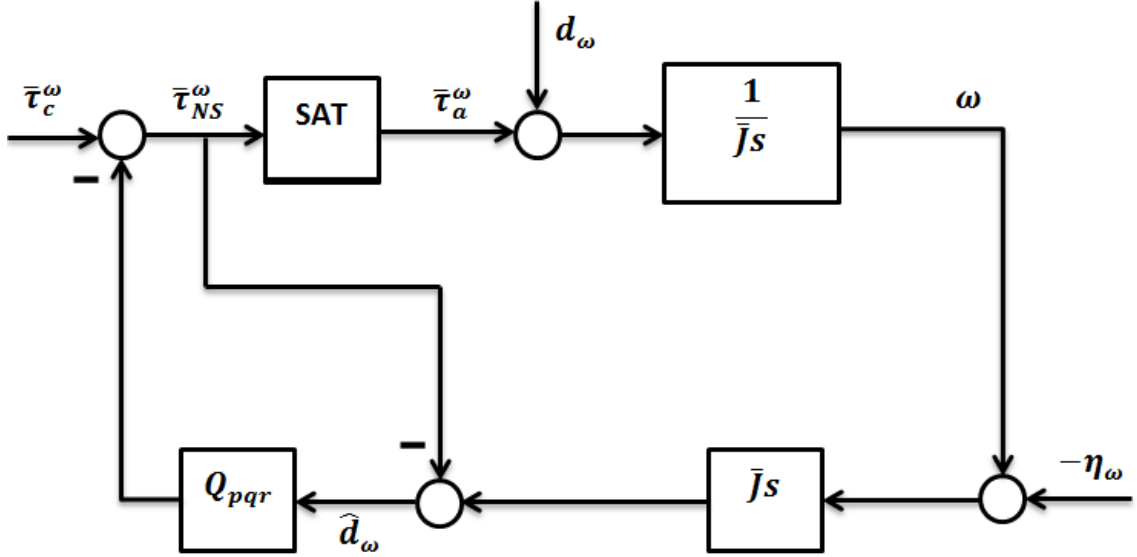


Figure 2.3: Schema a blocchi dell'osservatore con saturazione.

Ogni sistema reale possiede delle saturazioni sui propri attuatori, questo aspetto è centrale dovendo decidere se prelevare prima o dopo la saturazione il segnale da sottrarre per ottenere la quantità \hat{d}_ω . Se prelevassimo il segnale prima della saturazione includeremmo la differenza tra segnale calcolato e quello reale come un disturbo di modellazione. Esaminiamo l'influenza delle saturazioni nell'anello dell'osservatore del disturbo angolare. In prima battuta analizziamo l'anello nel caso in cui il segnale da sottrarre sia prelevato prima della saturazione.

La quantità \hat{d}_ω nello schema a blocchi di Figure 2.3 risulta essere

$$\hat{d}_\omega = \bar{\tau}_a^\omega + d_\omega - \bar{J}s\eta_\omega - \bar{\tau}_{NS}^\omega \quad (2.11)$$

Verifichiamo la stabilità del sistema per $\bar{\tau}_c^\omega$ ipotizzando di non avere disturbi, nessun errore di modellazione e misure perfette, cioè $d_\omega = \eta_\omega = 0$. La variabile $\bar{\tau}_{NS}^\omega$ è esprimibile come

$$\bar{\tau}_{NS}^\omega = \bar{\tau}_c^\omega - Q_{pqr}\hat{d}_\omega = \bar{\tau}_c^\omega - Q_{pqr}(\bar{\tau}_a^\omega - \bar{\tau}_{NS}^\omega) = \bar{\tau}_c^\omega + Q_{pqr}(\bar{\tau}_{NS}^\omega - \bar{\tau}_a^\omega) \quad (2.12)$$

da cui è possibile scrivere

$$\bar{\tau}_{NS}^\omega = \frac{1}{1 - Q_{pqr}}(\bar{\tau}_c^\omega - Q_{pqr}\bar{\tau}_a^\omega) \quad (2.13)$$

il cui schema a blocchi è mostrato in Figure 2.4.

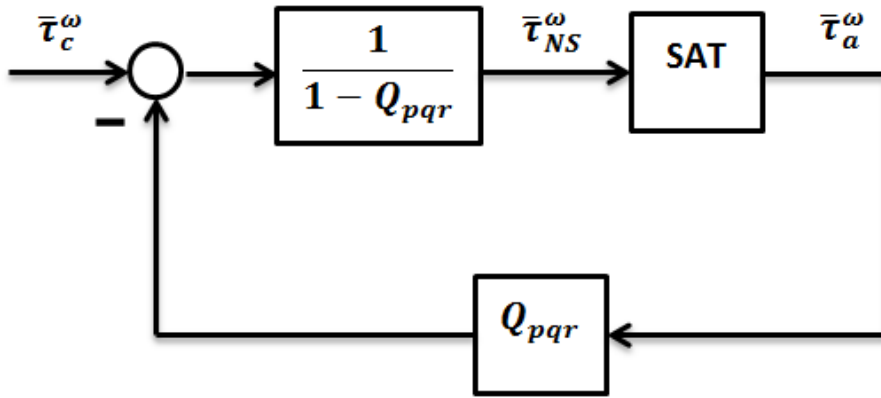


Figure 2.4: Schema a blocchi di (??).

La funzione di trasferimento $\frac{1}{1-Q_{pqr}}$ possiede delle azioni integrali. La variabile $\bar{\tau}_{NS}^\omega$, trascurando altre azioni, è l'integrale della differenza tra $\bar{\tau}_c^\omega$ e $\bar{\tau}_a^\omega$. A valle di $\bar{\tau}_{NS}^\omega$ è presente una saturazione, si può concludere che l'osservatore del disturbo così realizzato ha problemi di Wind-up. A causa di questo problema non è possibile considerare la differenza tra segnale non saturato e saturato come disturbo di modellazione. Preleviamo il segnale di attuazione dopo la saturazione e studiamone le problematiche, lo schema a blocchi è fornito in Figure 2.5.

In questo caso la quantità \hat{d}_ω è

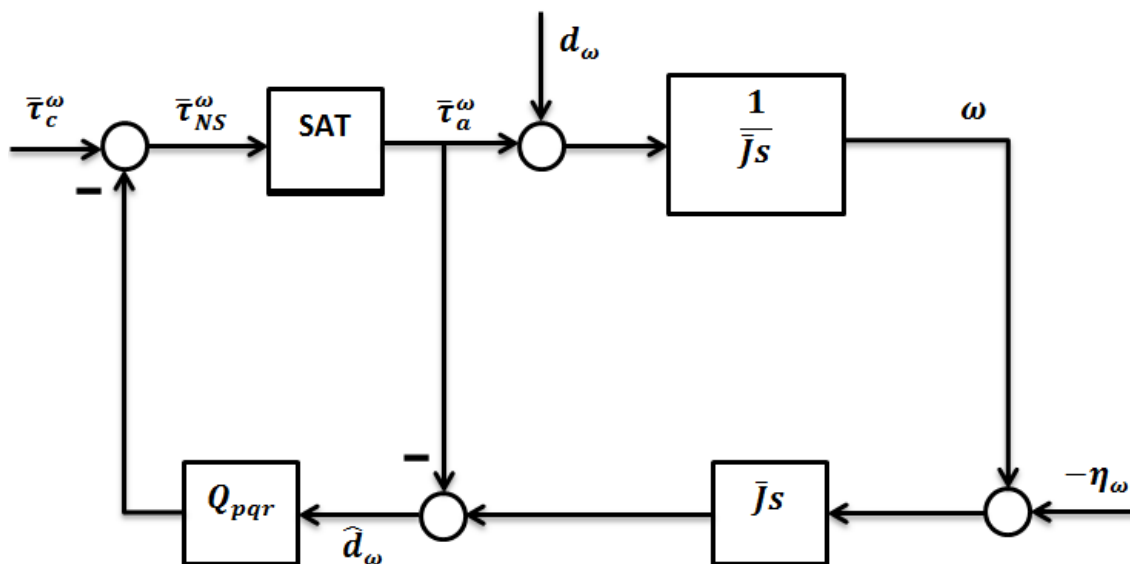


Figure 2.5: Schema a blocchi dell'osservatore con saturazione dell'anello di accelerazione.

$$\hat{d}_\omega = d_\omega - \bar{J}s\eta_\omega \quad (2.14)$$

ed è possibile esprimere $\bar{\tau}_{NS}^\omega$ come

$$\bar{\tau}_{NS}^\omega = \bar{\tau}_c^\omega - Q_{pqr}(d_\omega - \bar{J}s\eta_\omega) = \bar{\tau}_c^\omega - Q_{pqr}(\bar{J}\dot{\omega} - \bar{\tau}_a^\omega - \bar{J}s\eta_\omega) \quad (2.15)$$

L'espressione precedente non contiene cicli sulla variabile $\bar{\tau}_{NS}^\omega$, ed è una somma di ingressi esogeni e segnali saturati ipotizzando una limitazione su $\bar{\tau}_c^\omega$ di controllo. L'ipotesi sulla limitazione di $\bar{\tau}_c^\omega$ è prassi nella progettazione dei controlli automatici, è sufficiente che la variabile stessa non abbia azione integrali non saturate. Possiamo concludere che, prelevando la variabile $\bar{\tau}_a^\omega$ dopo la saturazione degli attuatori, l'osservatore del disturbo così realizzato non ha problemi di Wind-up.

2.2.5 Scelta dei filtri e analisi della soluzione

L'obiettivo principale che ci poniamo è reiettare i disturbi dovuti ad una modellazione approssimativa, il parametro da tarare nell'osservatore è il filtro Q_{pqr} . Riportiamo di seguito l'equazione differenziale che governa il sistema nominale.

$$\bar{J}\dot{\omega} = \bar{\tau}_c^\omega + (1 - Q_{pqr})d_\omega + Q_{pqr}\bar{J}s\eta_\omega \quad (2.16)$$

La matrice \bar{J} nominale è

$$\bar{J} = \begin{bmatrix} 0.0209 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0209 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0508 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Nell'analisi dei risultati grazie alla non interagenza del sistema utilizzeremo come inerzia nominale un valore e non la matrice completa. Prendiamo il caso peggiore cioè il valore più piccolo delle inerzie, poichè tale valore è a dividere la funzione di trasferimento (Equation 2.19).

Analizziamo il termine d_ω per capire che tipo di disturbo bisogna reiettare

$$d_\omega = \tilde{\tau}_a^\omega - \tilde{J}\dot{\omega} - C(\omega)\omega + \tau_{nl}^\omega + D^\omega \quad (2.18)$$

Il termine D^ω racchiude disturbi esterni, tali disturbi possono essere considerati lentamente variabili o costanti. Un possibile disturbo esterno è il non corretto bilanciamento del quadrotor, tale situazione fornisce un coppia di disturbo costante al veivolo. Il primo obiettivo di progetto è che a fronte di disturbi costanti bisogna regolare a zero la velocità angolare. Anche il vento, incidendo sull'aerodinamica del veivolo, può essere causa di un disturbo lentamente variabile. Possiamo scrivere la funzione di trasferimento tra il disturbo d_ω e la velocità angolare ω come

$$\frac{\omega(s)}{d_\omega(s)} = \frac{(1 - Q_{pqr})}{\bar{J}s} \quad (2.19)$$

La specifica di progetto precedente, considerando la (Equation 2.19), richiede che la funzione di trasferimento $(1 - Q_{pqr})$ abbia due zeri nell'origine. Come già detto, l'obiettivo principale è reiettare i disturbi dovuti ad una cattiva modellazione. Ipotizziamo di errare la modellazione delle inerzie del 100% e di avere una conoscenza errata dei modelli di attuazione del 10%, cioè

$$\tilde{J} \approx -\bar{J} \quad (2.20)$$

$$\tilde{\tau}_{pqr} \approx 0.1\bar{\tau}_{pqr}$$

Se prendiamo un filtro Q_{pqr} polinomiale del quarto ordine

$$Q_{pqr} = \frac{b_4s^4 + b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s + b_0}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (2.21)$$

la funzione di trasferimento $(1 - Q_{pqr})$ diventa

$$(1 - Q_{pqr}) = \frac{(a_4 - b_4)s^4 + (a_3 - b_3)s^3 + (a_2 - b_2)s^2 + (a_1 - b_1)s + (a_0 - b_0)}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (2.22)$$

La condizione necessaria e sufficiente per cui $(1 - Q_{pqr})$ possieda uno zero nell'origine è $a_0 = b_0$, in questo caso vogliamo un ulteriore zero nell'origine pertanto sarà necessario che $a_1 = b_1$. Si osserva che i poli della funzione di trasferimento $(1 - Q_{pqr})$ siano identici a Q_{pqr} . Per la realizzabilità dell'osservatore, volendo avere funzioni di trasferimento strettamente proprie, la differenza poli zeri del filtro Q_{pqr} dovrà essere maggiore o uguale a due.

Riportiamo in Figure 2.6 la trasformata di Fourier del giroscopio lungo l'asse y ; il range frequenziale della dinamica del segnale è significativo fino a circa 5 Hz.

I gradi di libertà a disposizione del progettista sono: la differenza poli zeri del filtro e la posizione di tali poli. Il tuning del filtro è stato effettuato impostando un problema di ottimizzazione vincolato. La funzione obiettivo da minimizzare è l'integrale del modulo della funzioni di trasferimento (Equation 2.19) da 0 a 5 Hz, intervallo in cui vogliamo attenuare il più possibile l'influenza di d_ω sulla velocità angolare. La minimizzazione è effettuata variando la frequenza dei poli del filtro Q_{pqr} . In (Equation 2.23) si indica la frequenza con il termine ρ poichè ω è utilizzato per il vettore velocità angolare.

$$\min_{\text{poli}} \int_0^{5\text{Hz}} \left| \frac{1 - Q_{pqr}(j\rho)}{Jj\rho} \right| d\rho \quad (2.23)$$

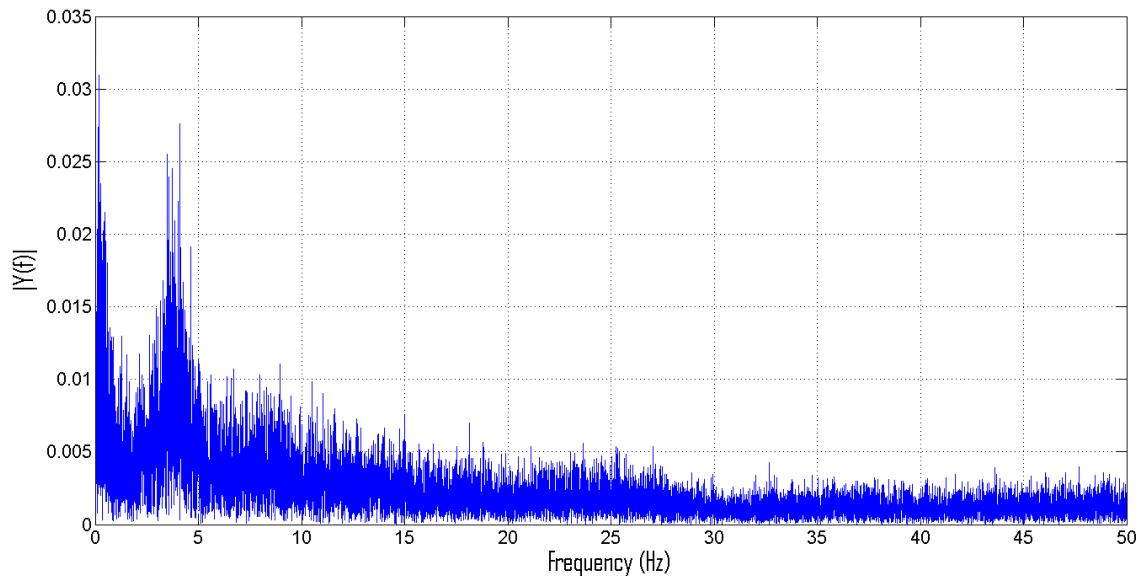


Figure 2.6: Trasformata di Fourier del giroscopo posizionato sull'asse y

I vincoli imposti alla minimizzazione sono legati all'intervallo di frequenze dei poli e dei vincoli su Q_{pqr} . I vincoli su Q_{pqr} sono introdotti poichè la funzione di trasferimento tra η_ω e la velocità angolare è proprio il filtro che dobbiamo progettare. Il numero di zeri del filtro dovrà essere minimo in modo da non amplificare gli effetti su ω dell'errore di misura dei giroscopi; il numero minimo di zeri, rispettando le specifiche precedenti, è uno. I vincoli utilizzati sono:

$$0.1\text{Hz} \leq \text{poli} \leq 75\text{Hz} \quad |Q_{pqr}(j40\pi)| \leq 0.4 \quad \max_{\rho} |Q_{pqr}(j\rho)| \leq 1.09 \quad (2.24)$$

In prima battuta abbiamo effettuato una minimizzazione sul filtro Q_{pqr} avente una differenza poli zeri di tre. La soluzione fornita possedeva due poli a 75 Hz, avendo l'ottimo due poli in alta frequenza si è provveduto a lanciare l'ottimizzazione con la differenza poli zeri minima, cioè uguale a due.

La soluzione trovata fornisce la seguente disposizione dei poli.

$$p_1 = 1.1408\text{Hz} \quad p_2 = 7.6053\text{Hz} \quad p_3 = 75\text{Hz} \quad (2.25)$$

Vediamo l'influenza dell'errore di misurazione dei giroscopi sulla velocità angolare ω , la funzione di trasferimento è

$$\frac{\omega(s)}{\eta_\omega(s)} = Q_{pqr} \quad (2.26)$$

e il suo diagramma di Bode è mostrato in Fig. Figure 2.7. In Figure 2.8 mostriamo invece l'influenza η_ω sulla coppia in ingresso al sistema nominale

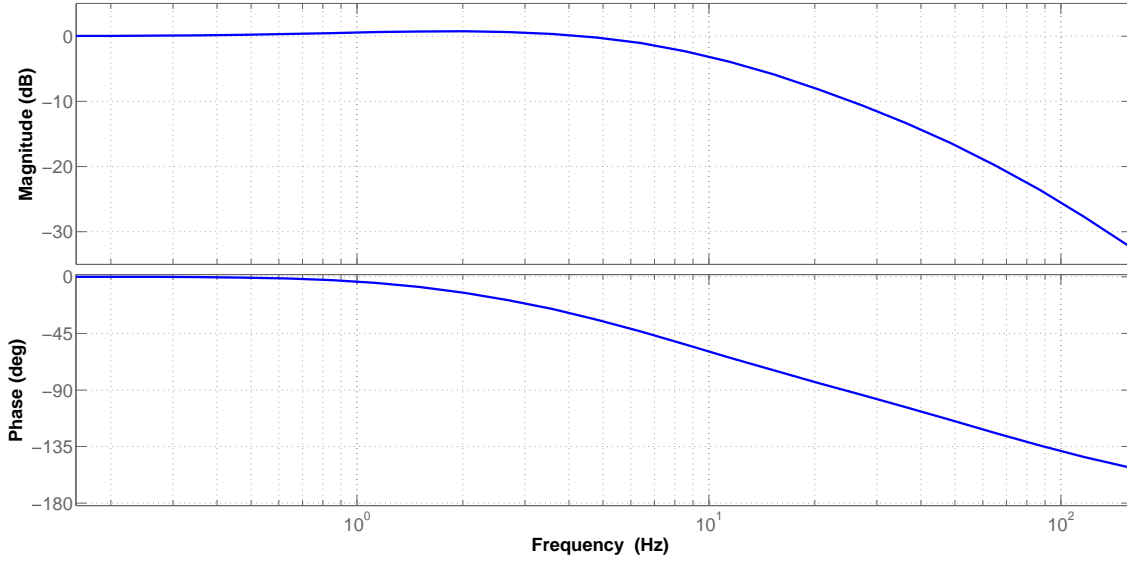


Figure 2.7: Diagramma di Bode del filtro Q_{pqr}

$$\bar{\tau}_a^\omega = Q_{pqr} \bar{J} s \quad (2.27)$$

I giroscopi forniscono delle misure molto precise, non sono affette da bias consistenti e l'errore di misura è presente solo ad alta frequenza. Il fattore di attenuazione del filtro Q_{pqr} a 20 Hz è 0.4.

Verifichiamo se e come vengono raggiunti gli obiettivi precedenti. Un disturbo a gradino sulla variabile D^ω , facendo riferimento al diagramma di Bode della funzione di trasferimento (Equation 2.19) in Figure 2.9, non ha influenza sulla velocità angolare. In Figure 2.9 è riportato anche l'influenza del disturbo nel caso in cui non fosse presente l'osservatore. Per poter fare questo confronto sono necessarie due ipotesi: si trascurano i termini dovuti a Coriolis e supponiamo l'inerzia nominale uguale a quella reale. La prima ipotesi è necessaria per poter scrivere una funzione di trasferimento altrimenti il sistema non sarebbe lineare. La seconda ipotesi serve per poter avere la solita inerzia nelle due funzioni di trasferimento ed effettuare così una comparazione. In tutti i diagrammi di Bode dove si effettua un paragone tra avere e non avere l'osservatore del disturbo considera verificate le ipotesi precedenti.

Il secondo caso di disturbo sotto analisi è l'errore del 100% del valore delle inerzie nominali. Mostriamo la funzione di trasferimento tra la coppia di controllo esterna all'osservatore e la velocità angolare. La coppia di controllo esterna vede una inerzia in funzione della frequenza, come evidenziato da

$$\frac{\omega(s)}{\bar{\tau}_c^\omega(s)} = \frac{1}{s(\bar{J} + \tilde{J}(1 - Q_{pqr}))} \quad (2.28)$$

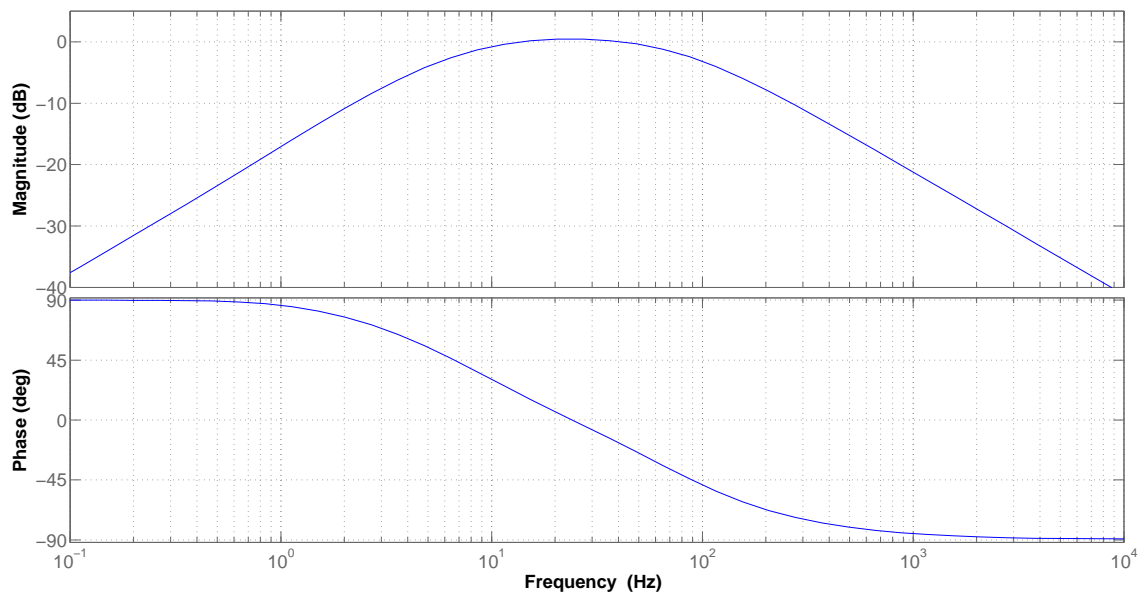


Figure 2.8: Influenza di $\eta_\omega(s)$ sulla variabile di controllo

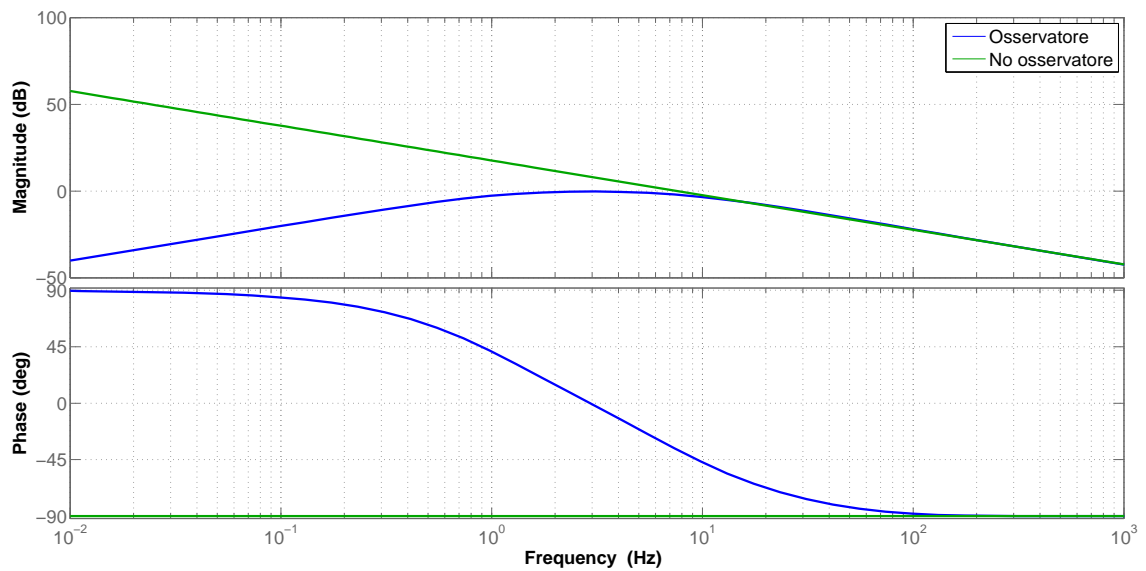


Figure 2.9: Influenza del disturbo D^ω sulla velocità angolare ω

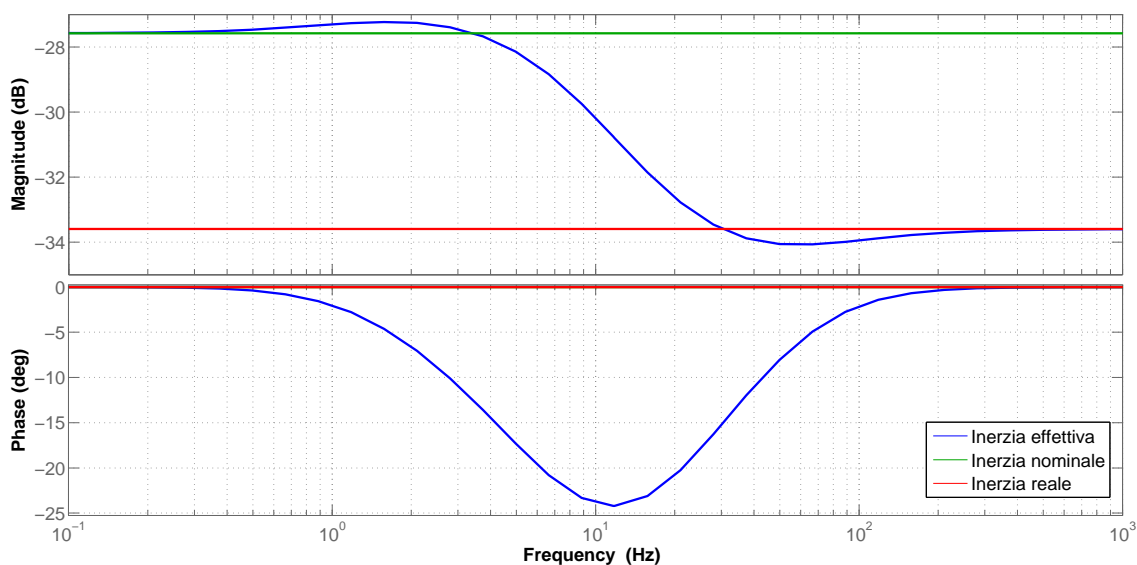


Figure 2.10: Diagramma di bode della inerzia effettiva

tale inerzia è espressa dalla seguente equazione

$$\bar{J}_e(s) = (\bar{J} + \tilde{J}(1 - Q_{pqr})) \quad (2.29)$$

Il diagramma di Bode di (Equation 2.29) è mostrato in Figure 2.10 dove nel grafico sono riportati i valori nominali e reali di inerzia. Si osserva come in bassa frequenza l'inerzia vista dal controllore esterno sia quella nominale mentre in alta frequenza tende all'inerzia reale.

Il diagramma di Bode di (Equation 5.1) è mostrato in Figure 5.5. Nel grafico sono riportati le funzioni di trasferimento nel caso in cui si abbia inerzie costanti, dove i valori delle inerzie utilizzate sono quella nominale e quella reale.

Studiamo come la scarsa conoscenza dei nostri modelli di attuazione influisca sulla velocità angolare. Il diagramma di bode della funzione di trasferimento

$$\frac{\omega(s)}{\bar{\tau}_{pqr}} = \frac{(1 - Q_{pqr})}{\bar{J}s} 0.1 \quad (2.30)$$

è riportato in Figure 2.12, dove è presente il paragone nel caso non fosse presente l'osservatore del disturbo.

Dai grafici precedenti vediamo che i disturbi legati alla modellazione, scarsa conoscenza delle inerzie e dei modelli degli attuatori, sono reiettati in maniera consistente. Si raggiunge così l'obiettivo principale che ci eravamo posti, reiettare i disturbi dovuti ad una modellazione approssimativa.

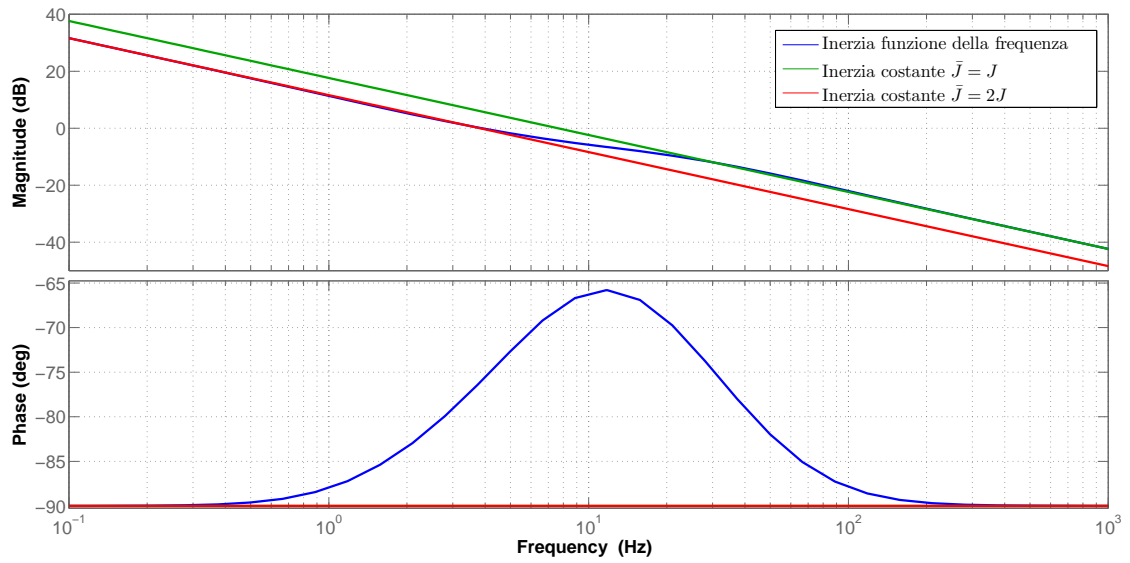


Figure 2.11: Diagramma di bode tra la velocità angolare e τ_w rappresentativo degli errori sulla stima delle inerzie

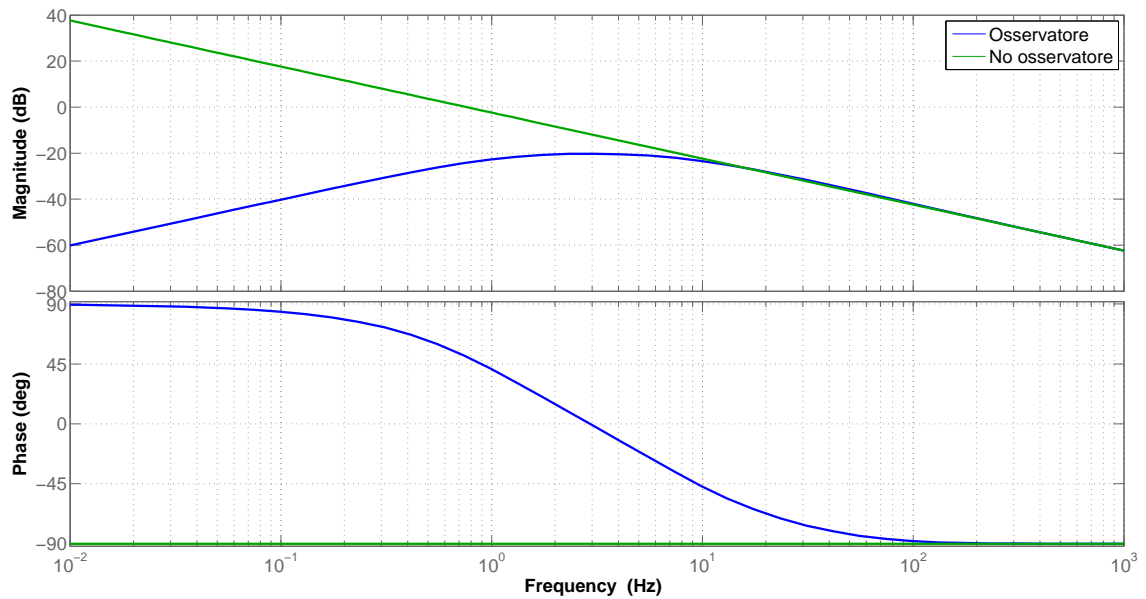


Figure 2.12: Diagramma di bode rappresentativo dell'errata modellazione degli attuatori

2.3 Osservatore per le coordinate lineari

2.3.1 Introduzione

L'obiettivo che ci poniamo è progettare un osservatore che stimi, all'interno del sistema preso in esame, elementi di forza non modellati e disturbi esterni in modo da poterli reiettare. L'idea di fondo sui cui è stato basato il progetto è reiettare il disturbo esterno dovuto dal vento. Questo è un aspetto critico nel controllo di posizione di un quadrotor in ambienti esterni; l'obiettivo principale è stato quindi reiettare questo disturbo. Inoltre i problemi di modellazione, per come è stato affrontato il problema, sono stati inseriti nello stesso termine del disturbo esterno, pertanto l'attenuazione dei disturbi, dovuti ad una errata modellazione, è identica a quella ottenuta per i disturbi esterni.

In un quadrotor sono molte le problematiche legate alla modellazione, infatti creare dei buoni modelli per fenomeni come l'aerodinamica è molto difficile. Inoltre anche gli stessi attuatori non hanno un modello preciso, sono modellati come funzioni di trasferimento, ma nella realtà sono governate dalla teoria delle pale, che fornisce delle equazioni non banali. La conseguenza più rilevante dell'aerodinamica è l'influenza notevole che ha la velocità del vento sulla dinamica del veivolo. La soluzione che verrà sviluppata nel seguito si porrà l'obiettivo di reiettare, conoscendo solo delle informazioni nominali di un modello semplificato, tutto quello che non riusciamo a modellare con una attenzione particolare alla reiezione del vento. La soluzione sviluppata è ispirata all'osservatore di Ohnishi, la cui teoria è riportata nel ...

Il controllo generalmente adottato per le coordinate lineari è espresso nel sistema di riferimento inerziale, poiché come già detto non è presente attuazione lungo le coordinate lineari in body. Per attuare il quadrotor lungo le coordinate lineari, bisogna fornire variazioni di angolo di pitch e roll; questo è possibile farlo solo nel sistema inerziale. La reiezione del disturbo nelle coordinate lineari è un aspetto sensibile nel controllo di un quadrotor, poiché è qui che l'aerodinamica ha maggior effetto. Bisogna scegliere su quali misure basare il nostro osservatore: il quadrotor possiede come strumenti di misura, gli accelerometri e il sistema GPS. L'osservatore finale che sintetizzeremo ha due anelli, uno in accelerazione ed uno in posizione.

L'osservatore progettato possiede due anelli, il primo più interno basato sulle misure degli accelerometri ruotate nella terna inerziale e il secondo più esterno basato sulle misure del GPS. Il secondo anello è stato introdotto principalmente per attenuare i disturbi dovuti agli errori di misura degli accelerometri in bassa frequenza. Come verificheremo nel seguito nel termine $\eta_{\ddot{q}_I}$, rappresentativo degli errori di misura di \ddot{q}_I , sono presenti termini dovuti ad errate stime della posa e ad errori di misura degli accelerometri. Infatti la quantità \ddot{q}_I non è misurata direttamente ma ottenuta tramite delle operazioni. L'osservatore sviluppato è lineare e farà uso di un modello della realtà anch'esso lineare, pertanto saranno disponibili tutti gli strumenti classici per l'analisi della soluzione, verificando come ogni termine contribuisce alla dinamica.

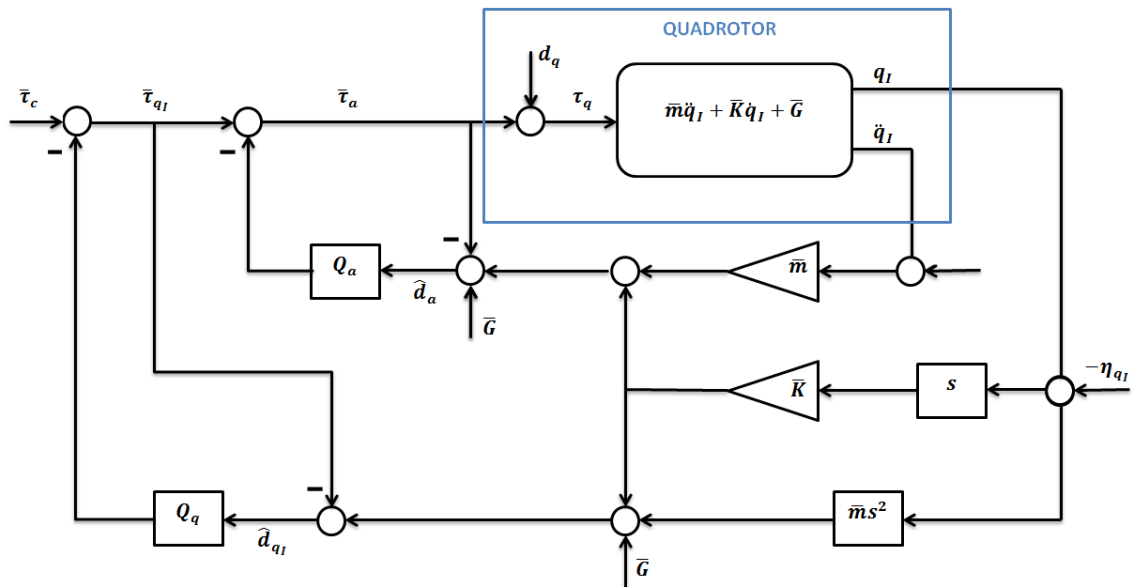


Figure 2.13: Schema a blocchi completo dell'osservatore

In Figure 2.13 si mostra lo schema a blocchi completo dell'osservatore. Con il termine $\bar{\tau}_c$ si indica le forze calcolate dal controllore a monte dell'osservatore. Il controllore è progettato su un sistema nominale ed in maniera assolutamente indipendente dall'osservatore. Infatti mostreremo come una volta chiusi in retroazione gli anelli dell'osservatore, si avrà un modello nominale conosciuto. In ingresso al modello nominale avremo, oltre alla variabile di controllo, dei termini di disturbo dovuti ad errori di misura, errori di modellazione e disturbi esterni. I termini di disturbo saranno filtrati da sistemi lineari da noi progettati.

Dalla figura Figure 2.13 si evince come siano presenti due anelli di retroazione: uno più interno legato alle accelerazioni ed uno più esterno legato alle posizioni. L'anello interno lavora in maniera indipendente dall'anello esterno in posizione, il suo compito principale è reiettare in maniera più rapida, rispetto all'anello esterno, i disturbi dovuti a cattiva modellazione o esterni. Il compito principale dell'anello esterno è quello di reiettare i disturbi introdotti da una errata conoscenza dell'accelerazione inerziale. Gli accelerometri sono affetti da errori di misura in bassa frequenza non trascurabili, l'anello esterno dovrà reiettare principalmente questi disturbi e opererà a frequenze più basse rispetto all'anello di accelerazione.

Nel seguito esplicheremo il modo cui siamo giunti alla soluzione, partendo dall'anello più interno e successivamente analizzando l'anello esterno. Nell'analisi dell'anello in accelerazione si mostrerà in quale modo siamo arrivati alla stima dell'accelerazione inerziale mostrando gli errori che ne conseguono.

Per analizzare il funzionamento dell'anello esterno, chiuderemo l'anello di accelerazione in retroazione e mostreremo l'influenza dell'anello in posizione sull'osservatore. Diventa possibile studiare l'influenza del solo anello in posizione sull'osservatore, as-

sumendo che il filtro Q_a valga zero, cioè aprendo l'anello di accelerazione.

Si è analizzato la realizzabilità e i problemi legati alla stabilità dell'osservatore. La realizzabilità di alcune funzioni trasferimento quali s e $\bar{m}s^2$ è stata realizzata spostando i filtri presenti nell'osservatore sui vari rami; a tali filtri si richiederà di avere una adeguata differenza poli zeri. La stabilità dell'osservatore viene analizzata poichè sono presenti delle saturazioni rappresentative dei limiti di attuazione. Vedremo nel seguito che i segnali prelevati, per fare le operazioni richieste dall'osservatore, dovranno essere presi a valle delle saturazioni. Inoltre dovremmo introdurre una adeguata saturazione su $\bar{\tau}_{q_I}$ per non incorrere in problemi di wind-up.

Successivamente presenteremo la taratura dei filtri Q_a e Q_q presenti nell'osservatore. La taratura sarà effettuata in base a degli obiettivi di progetto e dall'analisi dei segnali disponibili. Le caratteristiche dei filtri da tarare saranno:

- La differenza poli zeri necessaria alla realizzabilità dell'osservatore.
- Posizionamento dei poli dei filtri in base a considerazioni sui segnali agenti.
- Numero di zeri presenti nei filtri. Il numero degli zeri indica che tipo di disturbi vogliamo reiettare (scalino, rampa,...).

L'ultimo paragrafo mostrerà i risultati raggiunti in frequenza. Vedremo le caratteristiche di attenuazione dei disturbi e come gli errori di misura, filtrati dai sistemi lineari Q_a e Q_q da noi progettati, si trasformino in disturbi in ingresso al sistema nominale.

2.3.2 Dinamica e definizione del disturbo

Le equazioni della dinamica del quadrotor per le coordinate lineari è espresso dalla seguente equazione differenziale

$$m(\ddot{q}_I + g_I) = m\ddot{q}_I + G = \tau_q^r \quad (2.31)$$

dove con m la massa reale, g_I il vettore del campo gravitazionale terrestre espresso nel sistema di riferimento inerziale e il vettore

$$q_I \doteq [X \ Y \ Z]^T \quad (2.32)$$

rappresenta la posizione del baricentro nella terna con origine O_{NED} .

Esaminiamo in dettaglio le forze τ_q^r agenti sul sistema. Le forze si suddivono tra forze di attuazione τ_a , forze che modellano gli aspetti non lineari del sistema τ_{nl} e disturbi D_q .

$$\tau_q^r = \tau_a + \tau_{nl} + D_q \quad (2.33)$$

Il termine τ_{nl} comprende vari aspetti tra cui l'aerodinamica del velivolo su cui incide il disturbo del vento.

Introduciamo un modello nominale del quadrotor, tenendo in considerazione che l'obiettivo finale è il controllo in posizione dello stesso. Il modello scelto è lineare ed è semplicemente una massa con valore \bar{m} soggetta ad una accelerazione gravitazionale nominale \bar{g}_I lungo la sola coordinata Z

$$\bar{g}_I \doteq [0 \ 0 \ +9.81]^T \quad (2.34)$$

da cui possiamo scrivere il termine gravitazionale nominale

$$\bar{G} = -\bar{m}\bar{g}_I \quad (2.35)$$

Introduciamo la possibilità di assegnare una viscosità lineare alla massa, lungo le tre direzioni attraverso la matrice \bar{K} , aggiungendo il termine $\bar{K}\dot{q}_I$ al modello nominale. Tale modello molto lontano dalla realtà è stato scelto a causa di una scarsa conoscenza del modello reale che possiede componenti difficilmente modellabili.

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K_X & 0 & 0 \\ 0 & K_Y & 0 \\ 0 & 0 & K_Z \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Esaminiamo l'equazione (Equation 2.33) e in particolare il termine τ_{nl} contenente l'aerodinamica del veivolo. La viscosità introdotta nel modello nominale ha origine dall'aerodinamica del quadrotor. Scriviamo il termine τ_{nl} come τ'_{nl} meno la quantità $\bar{K}\dot{q}_I$.

$$\tau_q^r = \tau_a + D_q + \tau_{nl} = \tau_a + D_q + \tau'_{nl} - \bar{K}\dot{q}_I \quad (2.37)$$

La (Equation 2.31) può essere espansa sostituendo il termine espresso nella (Equation 2.37) e dividendo le quantità reali in quantità nominali più un errore additivo dovuto ad una scarsa conoscenza di modellazione.

$$\bar{m}\ddot{q}_I + \bar{K}\dot{q}_I + \bar{G} = \bar{\tau}_a + \tilde{\tau}_a - \tilde{m}\ddot{q}_I - \tilde{G} + \tau'_{nl} + D_q \quad (2.38)$$

Definiamo la quantità

$$d_q = \tilde{\tau}_a - \tilde{m}\ddot{q}_I - \tilde{G} + \tau'_{nl} + D_q \doteq \bar{M}\ddot{q}_I + \bar{K}\dot{q}_I + \bar{G} - \bar{\tau}_a \quad (2.39)$$

come la differenza tra le forze nominali di attuazione e il nostro modello nominale, da cui segue

$$\bar{m}\ddot{q}_I + \bar{K}\dot{q}_I + \bar{G} = \bar{\tau}_a + d_q \quad (2.40)$$

Il termine d_q consente di scrivere l'equazione (Equation 2.38) nella (Equation 2.40), cioè scrivere un modello nominale lineare più un disturbo che comprende problemi di modellazione e disturbi reali.

Definiamo il termine τ_q rappresentativo della forza in ingresso al sistema nominale come

$$\tau_q = \bar{\tau}_a + d_q \quad (2.41)$$

Osserviamo come in d_q siano presenti sia gli errori dovuti alla modellazione sia i disturbi esterni.

2.3.3 Anello di accelerazione

In questo paragrafo ci poniamo l'obiettivo di stimare il disturbo d_q dalle misure degli accelerometri \bar{a}_B e la stima della matrice di rotazione \hat{C}_B^I tra il sistema di riferimento body al sistema di riferimento inerziale. Mostriamo l'influenza degli errori di misura, raccogliendo i vari termini in un unico elemento $\eta_{\ddot{q}_I}$ come nella teoria classica di Ohnishi. L'osservatore del disturbo per le coordinate lineari si basa su due tipi di misure: quelle fornite dagli accelerometri e la posizione da GPS.

Scriveremo la matrice stimata \hat{C}_B^I come

$$\delta C_B^I = \begin{bmatrix} 0 & \delta\gamma & -\delta\beta \\ -\delta\gamma & 0 & \delta\alpha \\ \delta\beta & -\delta\alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$\hat{C}_B^I = [I_{3 \times 3} - \delta C_B^I] C_B^I$$

Gli accelerometri fissati sul quadrotor forniscono le quantità espresse in (Equation 2.43), dove si introduce l'errore di misurazione \tilde{a}_B .

$$\bar{a}_B = a_B - \tilde{a}_B = C_I^B(\ddot{q}_I + g_I) - \tilde{a}_B \quad (2.43)$$

Partendo dalla definizione di

$$d_q = \bar{M}\ddot{q}_I + \bar{K}\dot{q}_I + \bar{G} - \bar{\tau}_a \quad (2.44)$$

possiamo scrivere esprimendo nella terna con origine in O_{ABC} le quantità non disponibili nella terna mondo, ruotate con l'opportuna matrice C_B^I

$$d_q = \bar{m} C_B^I C_I^B (\ddot{q}_I + \bar{g}_I) + \bar{K} \dot{q}_I - C_B^I \bar{\tau}_a \quad (2.45)$$

dove con $\bar{\tau}_a^B$ indichiamo le forze di attuazioni nominali espresse in terna body. La stima \hat{d}_a del disturbo, che verrà utilizzata nell'anello più interno dell'osservatore, è definita come

$$\hat{d}_a = \bar{m}\hat{C}_B^I\bar{a}_B + \bar{K}s\bar{q}_I - \hat{C}_B^I\bar{\tau}_a^B \quad (2.46)$$

dove con la lettera s viene indicata la derivata temporale.

Scriviamo la differenza tra il disturbo reale d_q e la sua stima \hat{d}_a .

$$\begin{aligned} d_q - \hat{d}_a &= (\bar{m}C_B^I C_I^B(\ddot{q}_I + \bar{g}_I) + \bar{K}s q_I - C_B^I \bar{\tau}_a^B) - (\bar{m}[I_{3x3} - \delta C_B^I]C_B^I(C_I^B(\ddot{q}_I + g_I) - \tilde{a}_B)) \\ &\quad + \bar{K}s(q_I - \tilde{q}_I) - [I_{3x3} - \delta C_B^I]C_B^I \bar{\tau}_a^B \end{aligned} \quad (2.47)$$

Semplificando l'espressione (Equation 2.47) e scrivendo l'espressione tra parentesi ($C_B^I(\ddot{q}_I + g_I) - \tilde{a}_B$) come \tilde{a}_B otteniamo

$$d_q - \hat{d}_a = \bar{m}C_B^I\tilde{a}_B - \bar{m}\tilde{g}_I + \bar{m}\delta C_B^I C_B^I(\tilde{a}_B - \frac{1}{\bar{m}}\bar{\tau}_a^B) + \bar{K}s\tilde{q}_I \quad (2.48)$$

La differenza tra il disturbo reale e il disturbo stimato è dovuto ad errori di misura e ad una conoscenza imperfetta del campo gravitazionale. Il primo termine dopo l'uguaglianza di (Equation 2.48) è funzione del solo errore di misura dell'accelerometro mentre il secondo dipende dall'errore sulla conoscenza dell'accelerazione gravitazionale. Il terzo termine deriva dall'errore che commettiamo sulla posa del nostro veicolo ed è proporzionale alla differenza tra accelerazioni misurate e accelerazioni nominali comandate. Il quarto termine è funzione della derivata dell'errore di posizione, misura fornita dal GPS.

Definiamo due errori di misura, $\eta_{\ddot{q}_I}$ e η_{q_I}

$$\begin{aligned} \eta_{\ddot{q}_I} &\doteq C_B^I\tilde{a}_B - \tilde{g}_I + \delta C_B^I C_B^I(\tilde{a}_B - \frac{1}{\bar{m}}\bar{\tau}_a^B) \\ \eta_{q_I} &\doteq \tilde{q}_I \end{aligned} \quad (2.49)$$

Sfruttando le definizioni precedenti è possibile scrivere

$$d_q - \hat{d}_a = +\bar{m}\eta_{\ddot{q}_I} + \bar{K}s\eta_{q_I} \quad (2.50)$$

da cui

$$\hat{d}_a = d_q - \bar{m}\eta_{\ddot{q}_I} - \bar{K}s\eta_{q_I} \quad (2.51)$$

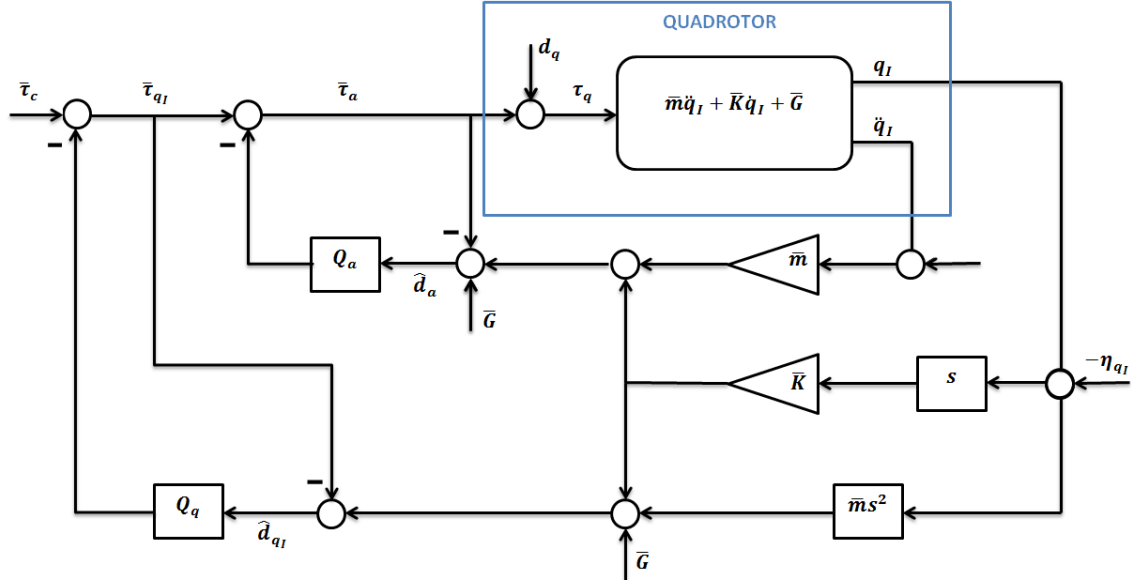


Figure 2.14: Schema a blocchi completo dell'osservatore

Riportiamo per comodità lo schema a blocchi dell'osservatore completo in Figure 2.14. A questo punto è possibile inserire nell'anello di controllo la quantità \hat{d}_q filtrata attraverso un sistema lineare $Q_a(s)$. La quantità $\bar{\tau}_a$ è scrivibile come

$$\bar{\tau}_a = \bar{\tau}_{q_I} - Q_a \hat{d}_a = \bar{\tau}_{q_I} - Q_a(d_q - \bar{m}\eta_{\dot{q}_I} - \bar{K}s\eta_{q_I}) \quad (2.52)$$

dove con $\bar{\tau}_{q_I}$ indichiamo la forza di controllo nominale fornita dall'anello esterno.

L'equazione

$$\begin{aligned} \bar{m}\ddot{q}_I + \bar{K}\dot{q}_I + \bar{G} &= \bar{\tau}_a + d_q = \bar{\tau}_{q_I} - Q_a \hat{d}_a + d_q = \dots \\ &= \bar{\tau}_{q_I} + (1 - Q_a)d_q + Q_a(\bar{m}\eta_{\dot{q}_I} + \bar{K}s\eta_{q_I}) \end{aligned} \quad (2.53)$$

è ottenuta dalla (Equation 2.40) esplicitando il termine $\bar{\tau}_a$.

Gli errori di modellazione e i disturbi esterni racchiusi in d_q sono attenuati tramite la funzione di trasferimento $(1 - Q_a)$, viceversa gli errori di misura in posizione e accelerazione vengono inseriti nell'anello filtrati rispettivamente attraverso sQ_a e Q_a . Il motivo per cui viene introdotto l'anello esterno in posizione dell'osservatore è dovuto al termine $Q_a\bar{m}\eta_{\dot{q}_I}$. L'errore $\eta_{\dot{q}_I}$ definito precedentemente racchiude l'errore di misura degli accelerometri che può essere non trascurabile in bassa frequenza. Tale errore entra nel sistema come disturbo filtrato da Q_a che sappiamo essere un filtro passa basso. È noto che gli accelerometri soffrono di bias di misura, tali errori influiscono direttamente sulle forze applicate al veicolo, come si evince da (Equation 2.53); l'obiettivo principale dell'anello dell'osservatore in posizione è proprio la reiezioni dei disturbi racchiusi in $\eta_{\dot{q}_I}$ in bassa frequenza.

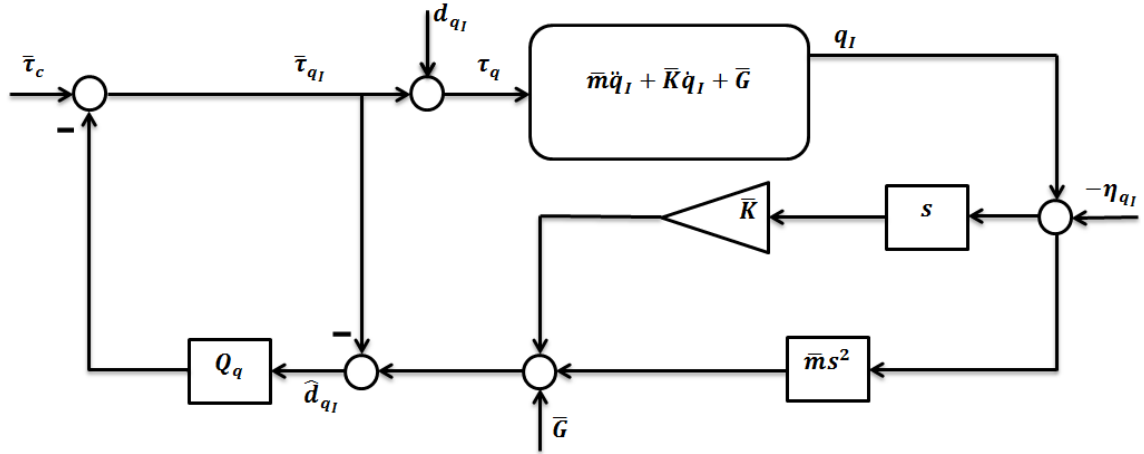


Figure 2.15: Schema a blocchi dell'anello esterno con l'anello in accelerazione chiuso in retroazione

2.3.4 Anello di posizione

Una volta chiuso l'anello di accelerazione in retroazione, vale l'equazione (Equation 2.53), definendo

$$d_{q_I} = (1 - Q_a)d_q + Q_a(\bar{m}\eta_{\ddot{q}_I} + \bar{K}s\eta_{q_I}) = \bar{m}\ddot{q}_I + \bar{K}\dot{q}_I + \bar{G} - \bar{\tau}_{q_I} \quad (2.54)$$

possiamo scrivere (Equation 2.53) come

$$\bar{m}\ddot{q}_I + \bar{K}\dot{q}_I + \bar{G} = \bar{\tau}_{q_I} + d_{q_I} \quad (2.55)$$

Lo schema a blocchi rappresentativo del sistema è mostrato in figura Figure 2.15, dove la posizione inerziale è misurata, pertanto l'errore di misura η_{q_I} è semplicemente additivo.

La stima \hat{d}_{q_I} del nuovo disturbo è calcolata come

$$\hat{d}_{q_I} = \bar{m}s^2\bar{q}_I + \bar{K}s\bar{q}_I + \bar{G} - \bar{\tau}_{q_I} = \bar{m}s^2q_I + \bar{K}s q_I + \bar{G} - \bar{\tau}_{q_I} - \bar{m}s^2\eta_{q_I} - \bar{K}s\eta_{q_I} \quad (2.56)$$

sostituendo (Equation 2.54) dalla equazione precedente otteniamo

$$\hat{d}_{q_I} = (1 - Q_a)d_q + Q_a(\bar{m}\eta_{\ddot{q}_I} + \bar{K}s\eta_{q_I}) - \bar{m}s^2\eta_{q_I} - \bar{K}s\eta_{q_I} \quad (2.57)$$

La forza τ_q in ingresso al modello nominale, facendo riferimento alla (Figure 2.15), è

$$\begin{aligned} \tau_q &= \bar{\tau}_{q_I} + \hat{d}_{q_I} = \bar{\tau}_c - Q_q \hat{d}_{q_I} + (1 - Q_a) d_q + Q_a (\bar{m} \eta_{\hat{q}_I} + \bar{K} s \eta_{q_I}) = \dots \\ \bar{\tau}_c + (1 - Q_q)(1 - Q_a) d_q + (1 - Q_q) Q_a \bar{m} \eta_{\hat{q}_I} + ((1 - Q_q) Q_a \bar{K} + Q_q \bar{m} s + Q_q \bar{K}) s \eta_{q_I} \end{aligned} \quad (2.58)$$

da cui possiamo scrivere l'equazione differenziale finale che governa il sistema nominale

$$\bar{m} \ddot{q}_I + \bar{K} \dot{q}_I + \bar{G} = \tau_q \quad (2.59)$$

Come già anticipato, si osserva che l'effetto delle forze generate dal controllo agiscono direttamente e senza influenze da parte dell'osservatore sul sistema nominale. Si è definito la natura dei disturbi in ingresso al sistema nominale classificandoli in vari termini. Tali disturbi saranno filtrati da sistemi lineari da noi realizzati, consentendo di raggiungere determinate specifiche di progetto. Analizziamo l'espressione di τ_q :

- $\bar{\tau}_c$ rappresenta le forze generate al di fuori dell'osservatore, se rimaniamo nell'ambito dei controlli automatici, sono le forze generate da un controllore.
- Il termine dipendente da d_q è attenuato dall'introduzione dell'osservatore, se apriremo gli anelli di accelerazione e posizione, passerebbe inalterato sul sistema.
- Il terzo dipendente da $\eta_{\hat{q}_I}$ è introdotto dall'osservatore, in particolare dall'uso dell'anello in accelerazione.
- L'ultimo termine è anch'esso introdotto dall'osservatore, ed è funzione di entrambi gli anelli.

Sottolineiamo che la condizione ideale sarebbe che τ_q sia esattamente uguale a $\bar{\tau}_c$. L'obiettivo nel tuning dell'osservatore sarà rendere minore possibile l'influenza su τ_q dei termini dipendenti da d_q , $\eta_{\hat{q}_I}$ e η_{q_I} .

2.3.5 Realizzazione e stabilità

L'osservatore del disturbo nel suo complesso mostrato in Figure 2.13 ha dei problemi di realizzazione da discutere. Il primo problema si ha sulla realizzabilità delle funzioni di trasferimento $\bar{m}s^2$ ed s uscenti dalla posizione inerziale; tale problema è risolto spostando i filtri Q_a e Q_q . Il filtro Q_a deve rendere realizzabile la funzione di trasferimento s , pertanto deve avere una differenza poli zeri maggiore od uguale a uno. La doppia derivazione della posizione è presente solo nell'anello esterno dell'osservatore, per tale motivo, il filtro Q_q deve avere una differenza poli zeri maggiore od uguale a due. Mostriamo il nuovo schema a blocchi in Figure 2.16 equivalente allo schema a blocchi di Figure 2.13.

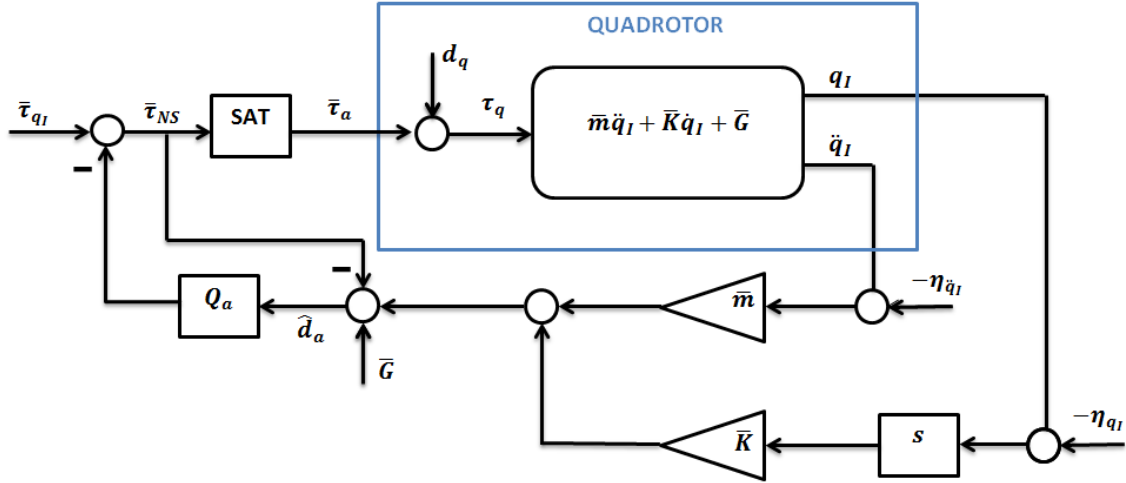


Figure 2.17: Schema a blocchi dell'osservatore con saturazione dell'anello di accelerazione.

La funzione di trasferimento $\frac{1}{1-Q_a}$ possiede delle azioni integrali. La variabile $\bar{\tau}_{NS}$, trascurando altre azioni, è l'integrale della differenza tra $\bar{\tau}_{q_I}$ e $\bar{\tau}_a$. A valle di $\bar{\tau}_{NS}$ è presente una saturazione, si può concludere che l'anello in accelerazione dell'osservatore così realizzato ha problemi di Wind-up. A causa di questo problema non è possibile considerare la differenza tra segnale calcolato e quello reale come un disturbo di modellazione. Preleviamo il segnale di attuazione dopo la saturazione e studiamone le problematiche, lo schema a blocchi è fornito in Figure 2.18.

In questo caso la quantità \hat{d}_a è

$$\hat{d}_a = d_q - \bar{m}\eta_{\ddot{q}_I} - \bar{K}s\eta_{q_I} \quad (2.63)$$

ed è possibile esprimere $\bar{\tau}_{NS}$

$$\bar{\tau}_{NS} = \bar{\tau}_{q_I} - Q_a(d_q - \bar{m}\eta_{\ddot{q}_I} - \bar{K}s\eta_{q_I}) = \bar{\tau}_{q_I} - Q_a(\bar{M}\ddot{q}_I + \bar{K}\dot{q}_I + \bar{G} - \bar{\tau}_a - \bar{m}\eta_{\ddot{q}_I} - \bar{K}s\eta_{q_I}) \quad (2.64)$$

L'espressione precedente non contiene cicli sulla variabile $\bar{\tau}_{NS}$, ed è una somma di ingressi esogeni e segnali saturati tranne la variabile $\bar{\tau}_{q_I}$ fornita dall'anello esterno in posizione; sulla quantità $\bar{\tau}_{q_I}$ abbiamo pieno controllo, essendo una quantità da noi progettata. Assicurando che τ_{q_I} anche questa quantità non possieda azioni integrali non saturate possiamo affermare che, prelevando la variabile $\bar{\tau}_{q_I}$ dopo la saturazione degli attuatori, l'osservatore del disturbo così realizzato non ha problemi di Wind-up.

Analizziamo il segnale τ_{q_I} una volta chiuso l'anello di accelerazione. L'analisi fatta nei paragrafi precedenti rimane valida però è stata aggiunta una saturazione sull'anello

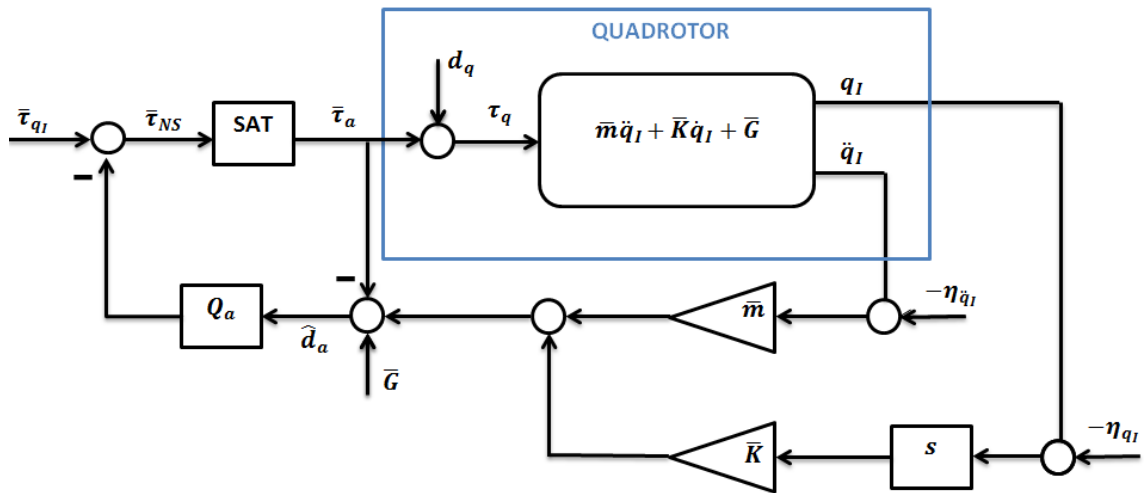


Figure 2.18: Schema a blocchi dell'osservatore con saturazione dell'anello di accelerazione.

in accelerazione dell'osservatore; lo schema a blocchi in ci è presente la saturazione è mostrato in Figure 2.19.

La quantità ipotizzando disturbi ed errori di misura nulli, e conoscenza perfetta dei parametri

$$\hat{d}_{q_I} = \bar{\tau}_q - \bar{\tau}_{q_I} = \bar{\tau}_a - \bar{\tau}_{q_I} \quad (2.65)$$

sostituendo in

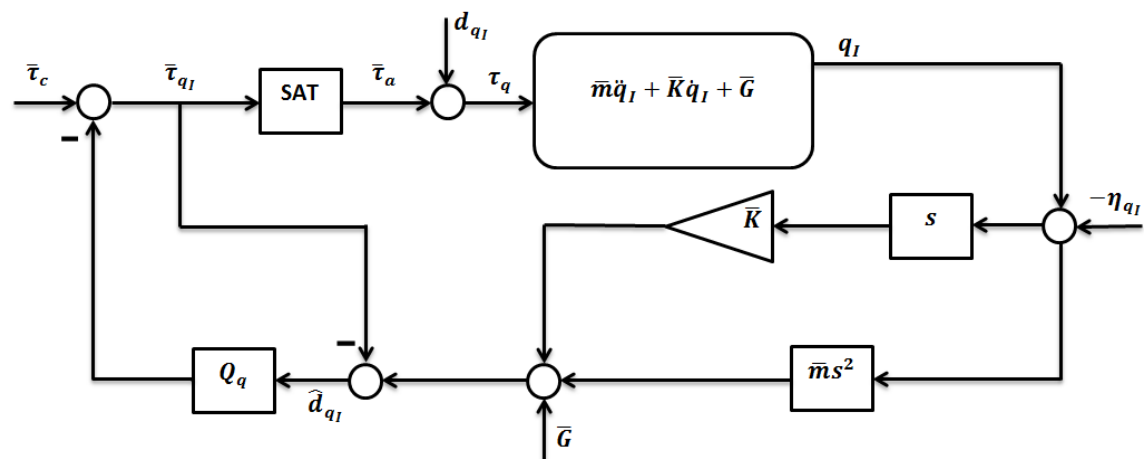


Figure 2.19: Schema a blocchi dell'osservatore con saturazione introdotta dagli attuatori.

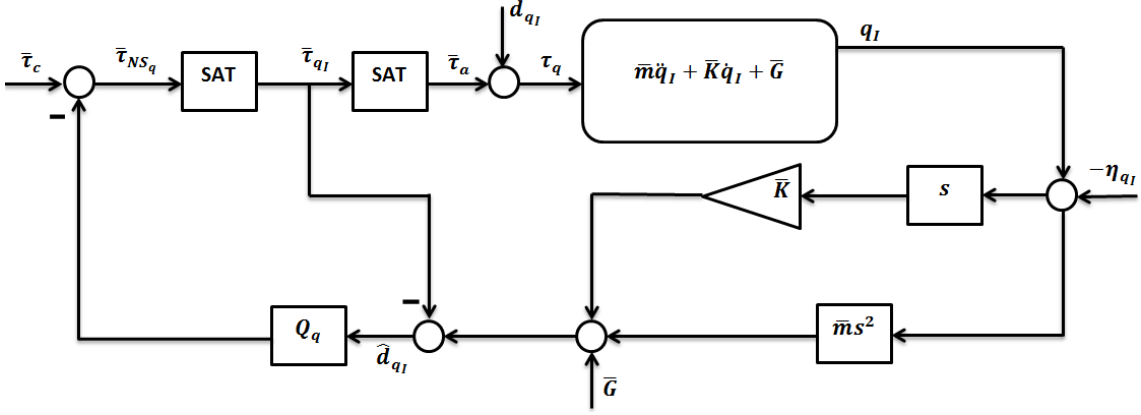


Figure 2.20: Schema a blocchi dell'osservatore con saturazioni completo.

$$\bar{\tau}_{qI} = \bar{\tau}_c - Q_q \hat{d}_{qI} = \bar{\tau}_c - Q_q(\bar{\tau}_a - \bar{\tau}_{qI}) = \bar{\tau}_c + Q_q(\bar{\tau}_{qI} - \bar{\tau}_a) \quad (2.66)$$

possiamo scrivere

$$\bar{\tau}_{qI} = \frac{1}{1 - Q_q}(\bar{\tau}_c - Q_q \bar{\tau}_a) \quad (2.67)$$

L'espressione precedente è del tutto simile a (Equation 2.61) quindi il segnale $\bar{\tau}_{qI}$ possiede delle azioni integrali. Per tale motivo, avendo a valle una saturazione, possiamo affermare che l'anello in posizione così realizzato possiede dei problemi di Wind-up. La soluzione per ovviare a questo problema è inserire una saturazione sull'anello in posizione dell'osservatore. Questa saturazione può essere dinamica con i limiti funzione della forza ancora disponibile sugli attuatori. Non è necessario che la saturazione sia dinamica, può essere costante con i limiti dimensionati rispetto alla propria funzione, in questo caso reiezione dei bias degli accelerometri più le forze generate dal controllo progettato.

Facendo riferimento alla Figure 2.20 è possibile scrivere l'espressioni della quantità \hat{d}_{qI} e $\bar{\tau}_{NSq}$ come

$$\hat{d}_{qI} = \bar{\tau}_a - \bar{\tau}_{qI} + (1 - Q_a)d_q + Q_a(\bar{m}\eta_{\dot{q}_I} + \bar{K}s\eta_{qI}) - \bar{K}s\eta_{qI} - \bar{m}s^2\eta_{qI} \quad (2.68)$$

$$\bar{\tau}_{NSq} = \bar{\tau}_c - Q_q(\bar{\tau}_a - \bar{\tau}_{qI} + (1 - Q_a)d_q + Q_a(\bar{m}\eta_{\dot{q}_I} + \bar{K}s\eta_{qI}) - \bar{K}s\eta_{qI} - \bar{m}s^2\eta_{qI}) \quad (2.69)$$

La quantità $\bar{\tau}_{NSq}$ è una somma di quantità saturate $\bar{\tau}_a$ e $\bar{\tau}_{qI}$ e ingressi esogeni d , $\eta_{\dot{q}_I}$ e η_{qI} combinate con filtri passa basso Q_a e Q_q . Possiamo concludere che prelevando dopo la saturazione degli attuatori la variabile $\bar{\tau}_a$ e inserendo una saturazione sulla variabile $\bar{\tau}_{qI}$, l'osservatore del disturbo realizzato non ha problemi di Wind-up.

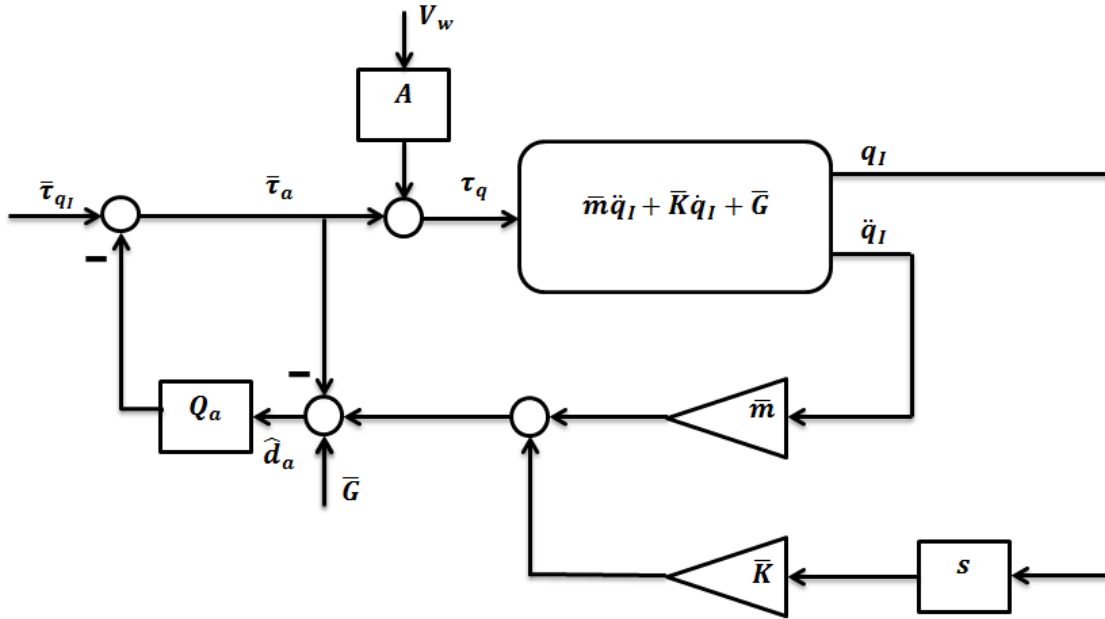


Figure 2.21: Schema a blocchi semplificato dell'anello di accelerazione dell'osservatore

2.3.6 Scelta dei filtri

In questo paragrafo ci poniamo l'obiettivo di sintetizzare i filtri Q_a e Q_q presenti nell'osservatore in base a determinati obiettivi. Come già detto il fine principale dell'osservatore è reiettare i disturbi dovuti al vento esterno sul veivolo. La reiezione del vento è il compito principale dell'anello interno di accelerazione. Per analizzare questo caso si utilizza uno schema semplificato del solo anello di accelerazione, dove verranno trascurati gli effetti della gravità non agenti lungo le coordinate X e Y inerziali e i vari errori di misura. Lo schema a blocchi utilizzato per analizzare l'influenza dovuta al vento sul sistema è presentato in Figure 2.21.

Il vento agisce al di fuori del nostro modello nominale introdotto in precedenza. L'azione del vento viene modellato come la sua velocità V_W in ingresso ad un sistema lineare A che da in uscita una forza. Il sistema lineare A può essere una qualsiasi sistema lineare con l'unica ipotesi, peraltro in accordo alla realtà, che non possieda azioni integrali.

Esprimiamo la quantità \hat{d}_a , calcolando nell'anello di retroazione le varie quantità. Le costanti \bar{m} e \bar{K} sono note

$$\hat{d}_a = \bar{m}\ddot{q}_I + \bar{K}\dot{q}_I + \bar{G} - \bar{\tau}_a = AV_W \quad (2.70)$$

La funzione di trasferimento tra τ_q e \dot{q}_I ha un unico polo

$$\frac{\dot{q}_I(s)}{\tau_q(s)} = \frac{1}{\bar{m}s + \bar{K}} \quad (2.71)$$

e la forza in ingresso al sistema è

$$\tau_q = \bar{\tau}_{qI} + (1 - Q_a)AV_W \quad (2.72)$$

dalle equazioni precedenti è possibile scrivere l'espressione finale della velocità inerziale

$$\dot{q}_I = \frac{1}{\bar{m}s + \bar{K}} (\bar{\tau}_{qI} + (1 - Q_a)AV_W) \quad (2.73)$$

Supponiamo che l'anello esterno in posizione non compia nessuna azione, cioè $\bar{\tau}_{qI} = 0$. L'obiettivo che vorremmo raggiungere è che a fronte di un ingresso a scalino su V_W , l'anello interno di accelerazione riesca a mantenere fermo il veivolo. Questo è equivalente ad affermare, a fronte dell'ipotesi di nessuna azione integrale su A , che $(1 - Q_a)$ abbia uno zero nell'origine.

$$\dot{q}_I = \frac{(1 - Q_a)}{\bar{m}s + \bar{K}} AV_W \quad (2.74)$$

Se prendiamo un filtro Q_a polinomiale del quarto ordine

$$Q_a = \frac{b_4s^4 + b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s + b_0}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (2.75)$$

La funzione di trasferimento $(1 - Q_a)$ diventa

$$(1 - Q_a) = \frac{(a_4 - b_4)s^4 + (a_3 - b_3)s^3 + (a_2 - b_2)s^2 + (a_1 - b_1)s + (a_0 - b_0)}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (2.76)$$

La condizione necessaria e sufficiente per cui $(1 - Q_a)$ possieda uno zero nell'origine è $a_0 = b_0$. Nel caso volessimo un ulteriore zero nell'origine sarà necessario che $a_1 = b_1$.

Riportiamo di seguito l'equazione differenziale che governa il sistema nominale

$$\begin{aligned} \tau_q &= \bar{\tau}_c + (1 - Q_q)(1 - Q_a)d_q + (1 - Q_q)Q_a\bar{m}\eta_{\dot{q}_I} + ((1 - Q_q)Q_a\bar{K} + Q_q\bar{m}s + Q_q\bar{K})s\eta_{qI} \\ \bar{m}\ddot{q}_I + \bar{K}\dot{q}_I + \bar{G} &= \tau_q \end{aligned} \quad (2.77)$$

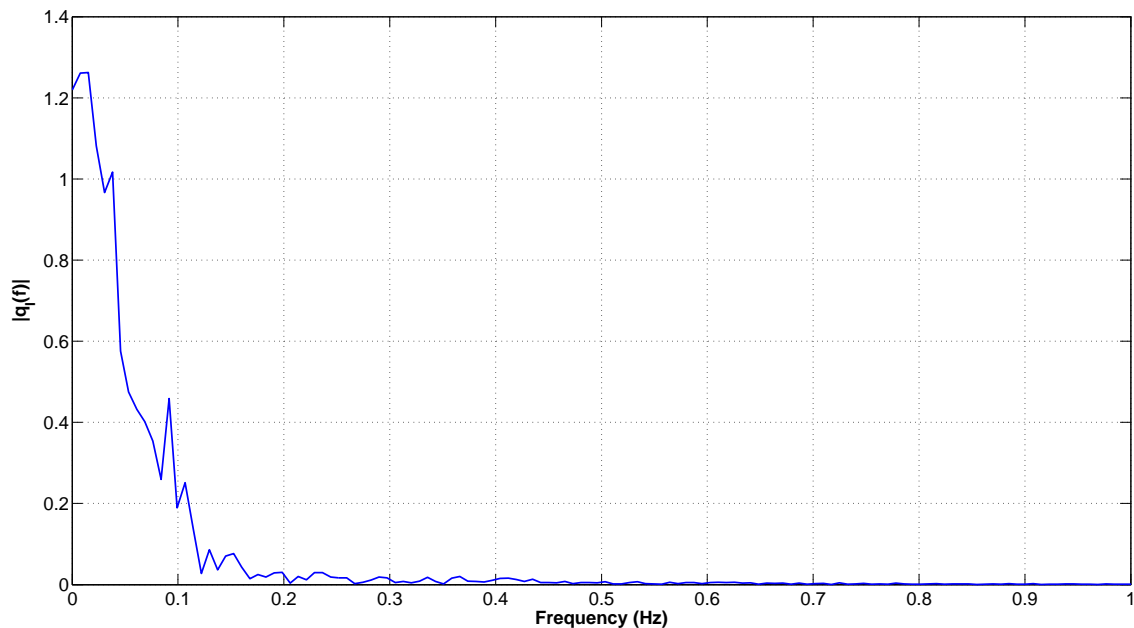


Figure 2.22: Trasformata di Fourier del segnale posizione

L'obiettivo principale del filtro Q_q è reiettare in bassa frequenza il termine η_{qI} , per tale motivo è necessario che $(1 - Q_q)$ abbia uno o più zeri nell'origine. La condizione necessaria per avere gli zeri richiesti è che il filtro Q_q abbia guadagno di bode unitario. Questa considerazione è analoga a quella fatta per il filtro Q_a . Per la realizzabilità, volendo avere sistemi strettamente causali, i due filtri Q_a e Q_q dovranno avere differenza poli zeri rispettivamente, maggiori od uguale a due e tre.

I gradi di libertà a disposizione del progettista sono: la differenza poli zeri del filtro, la posizione di tali poli e il valore di \bar{K} . Il tuning dei filtri è stato effettuato impostando un problema di ottimizzazione vincolato. La funzione obiettivo da minimizzare è l'integrale tra 0 e 0.25 Hz del modulo della funzione di trasferimento tra l'errore di posizione e $\bar{\tau}_q$. La minimizzazione è effettuata variando la frequenza dei poli dei filtri Q_a e Q_q e il valore del parametro \bar{K} . In (Equation 2.78) si indica la frequenza con il termine ρ poichè ω è utilizzato per il vettore velocità angolare.

$$\min_{\text{poli}, \bar{K}} \int_0^{0.25\text{Hz}} \left| ((1 - Q_q(j\rho))Q_a(j\rho)\bar{K} + Q_q(j\rho)\bar{m}s + Q_q(j\rho)\bar{K})j\rho \right| d\rho \quad (2.78)$$

I limiti dell'integrale sono scelti poichè la trasformata di fourier del segnale di posizione ha componenti significative in tale intervallo, come mostrato in Figure 2.22.

I vincoli imposti alla minimizzazione sono legati all'intervallo di frequenze dei poli, ampiezza del valore \bar{K} e determinate prestazione da raggiungere funzione dei parametri di ottimizzazione . Le frequenze su cui possono variare i poli dei filtri sono

$$0.1\text{Hz} \leq \text{poli} \leq 75\text{Hz} \quad (2.79)$$

e \bar{K} può assumere valori

$$0 \text{ Kg/s} \leq \bar{K} \leq 4 \text{ Kg/s} \quad (2.80)$$

Il primo vincolo è legato alla attenuazione minima in frequenza del disturbo d_q sulla velocità inerziale \dot{q}_I , cioè

$$\max_{\rho} \left| \frac{(1 - Q_q(j\rho))(1 - Q_a(j\rho))}{\bar{m}s + \bar{K}} \right| \leq 0.5 \quad (2.81)$$

Si è posto dei vincoli sui tempi di salità dei filtri da progettare

$$\begin{aligned} T_s(Q_q) &\leq 3s \\ 5T_s(Q_a) &\leq T_s(Q_q) \end{aligned} \quad (2.82)$$

L'ultimo vincolo espresso precedentemente è stato assegnato per rendere l'anello interno di accelerazione almeno cinque volte più veloce dell'anello più esterno in posizione. L'influenza del termine $\eta_{\ddot{q}_I}$ sul sistema è stata vincolata sia per quanto riguarda la variabile di controllo τ_q

$$\max_{\rho} |((1 - Q_q(j\rho))Q_a(j\rho)\bar{m})| \leq 1.5 \quad (2.83)$$

sia per la velocità inerziale \dot{q}_I

$$\max_{\rho} \left| \frac{((1 - Q_q(j\rho))Q_a(j\rho)\bar{m})}{\bar{m}(j\rho) + \bar{K}} \right| \leq 0.5 \quad (2.84)$$

L'ultimo vincolo imposto è sulla massima amplificazione dovuto all'errore di posizione η_{q_I} sulla variabile $\bar{\tau}_q$, cioè

$$\max_{\rho} \left| ((1 - Q_q(j\rho))Q_a(j\rho)\bar{K} + Q_q(j\rho)\bar{m}s + Q_q(j\rho)\bar{K})j\rho \right| \leq 10 \quad (2.85)$$

In prima istanza si è effettuato una minimizzazione sui filtri Q_a e Q_q avente una differenza poli zeri rispettivamente di tre e quattro. La soluzione fornita possedeva per entrambi i filtri poli in alta frequenza, per tale motivo si lanciato l'ottimizzazione con la differenza poli zeri minima per entrambi i filtri.

La soluzione trovata fornisce la seguente disposizione dei poli per Q_a

$$p_1 = 0.8957\text{Hz} \quad p_2 = 0.8859\text{Hz} \quad (2.86)$$

per Q_q

$$p_1 = 0.1171\text{Hz} \quad p_2 = 1.6401\text{Hz} \quad p_3 = 3\text{Hz} \quad (2.87)$$

e il valore di \bar{K} è 1.8374

2.3.7 Analisi dei risultati

In questo paragrafo analizzeremo le proprietà in frequenza dell'osservatore del disturbo per le coordinate lineari. Il modello nominale è lineare e disaccoppiato, per tale motivo verrà analizzato come se fosse un sistema SISO. Nel seguito dell'analisi ipotizziamo che in $\bar{\tau}_c$ sia presente il termine \bar{G} che cancella il termine presente nel sistema nominale. Questo accorgimento ci consente di avere un sistema lineare con in ingresso solo τ_q . Il valore di \bar{m} utilizzato per analizzare i risultati è 1.3 Kg. Riportiamo l'equazione differenziale che governa la dinamica del sistema.

$$\begin{aligned} \tau_q &= \bar{\tau}_c + (1 - Q_q)(1 - Q_a)d_q + (1 - Q_q)Q_a\bar{m}\eta_{\bar{q}_I} + ((1 - Q_q)Q_a\bar{K} + Q_q\bar{m}s + Q_q\bar{K})s\eta_{q_I} \\ \bar{m}\ddot{q}_I + \bar{K}\dot{q}_I &= \tau_q \end{aligned}$$

Analizziamo in prima battuta il contributo dell'errore di posizione sulla variabile τ_q fornito dalla

$$\frac{\tau_q(s)}{\eta_{q_I}(s)} = ((1 - Q_q)Q_a\bar{K} + Q_q\bar{m}s + Q_q\bar{K})s \quad (2.88)$$

Il suo diagramma di bode è mostrato in Figure 2.23.

Vediamo come influisce η_{q_I} sulla posizione inerziale q_I , mostrando il diagramma di Bode in Figure 2.24. Per far questo è necessario moltiplicare (Equation 2.88) per la funzione del trasferimento

$$\frac{q_I(s)}{\tau_q(s)} = \frac{1}{s(\bar{m}s + \bar{K})} \quad (2.89)$$

Studiamo l'influenza degli errori di misurazione dovuti agli accelerometri e alla stima della matrice di rotazione, sulla variabile τ_q in ingresso al sistema; la funzione di trasferimento è espressa di seguito e il suo diagramma di Bode è mostrato in Figure 2.25.

$$\frac{\tau(s)}{\eta_{\bar{q}_I}(s)} = (1 - Q_q)Q_a\bar{m} \quad (2.90)$$

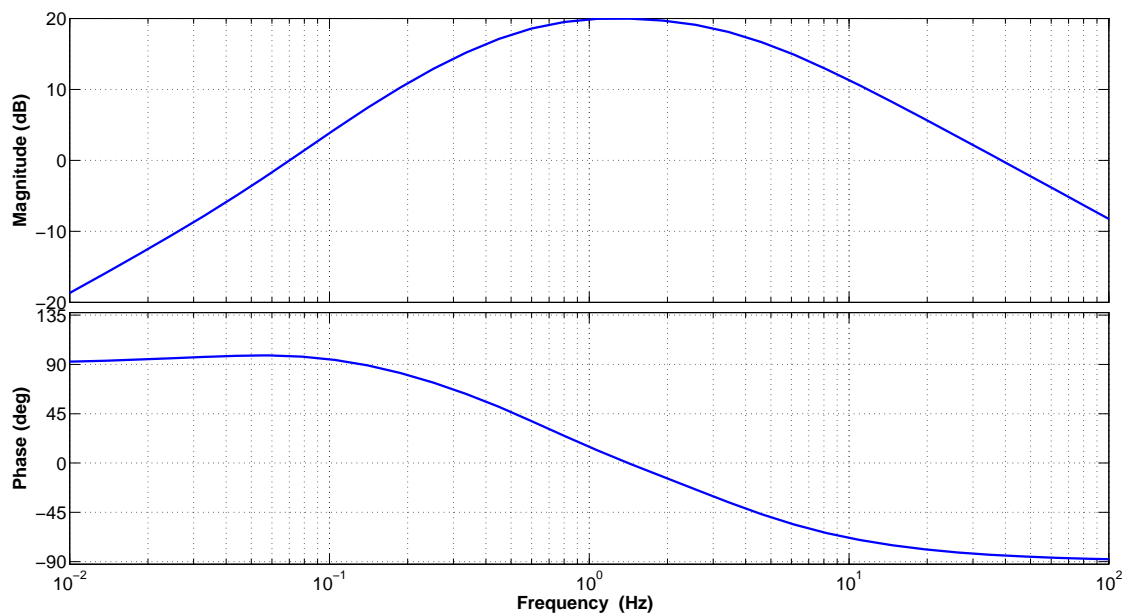


Figure 2.23: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento tra η_{qI} e τ_q

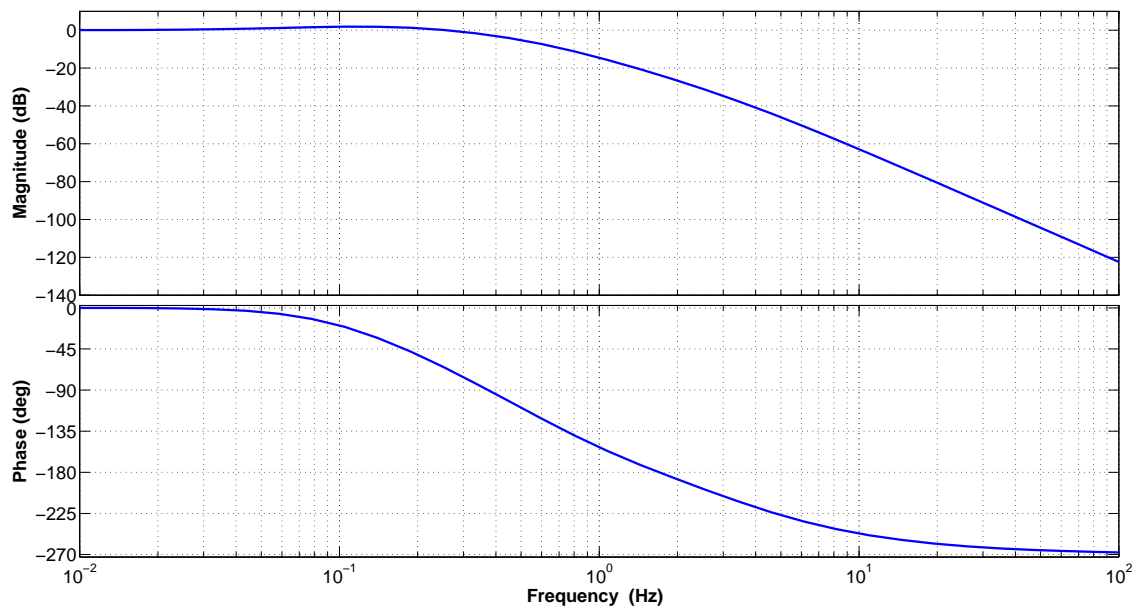


Figure 2.24: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento tra η_{qI} e q_I

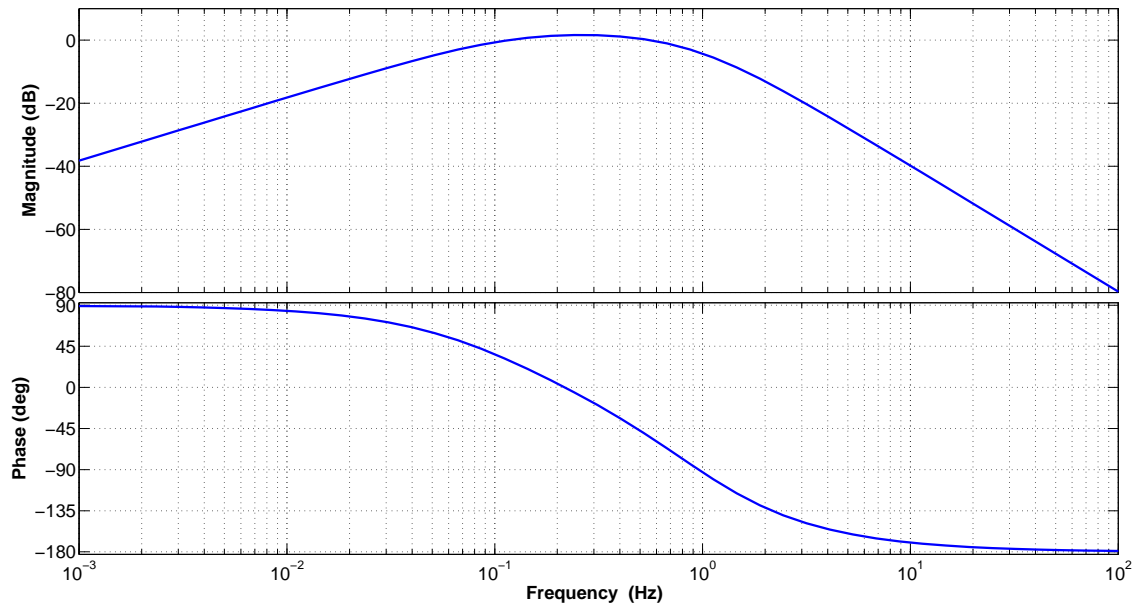


Figure 2.25: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento tra $\eta_{\dot{q}_I}$ e τ_q

Osserviamo che l'obiettivo proposto è stato raggiunto, i bias degli accelerometri non influiscono sulla variabile τ_q . La risposta in frequenza tra $\eta_{\dot{q}_I}$ e velocità inerziale \dot{q}_I è mostrata in Figure 2.26, in bassa frequenza $\eta_{\dot{q}_I}$ possiede delle componenti non trascurabili, si può dedurre dal grafico che questo non influenza la velocità inerziale.

Infine studieremo gli effetti dei disturbi esterni, aspetto centrale del nostro osservatore, sia sulla variabile τ_q sia sulla velocità inerziale. La funzione di trasferimento (Equation 2.91) e il suo diagramma di Bode in Figure 2.27 ci mostrano l'influenza di d_q sulla variabile τ_q .

$$\frac{\tau_q(s)}{d_q(s)} = (1 - Q_q)(1 - Q_a) \quad (2.91)$$

Osserviamo che si realizza una forte attenuazione in bassa frequenza mentre viene lasciato inalterato il disturbo in alta frequenza. Gli effetti del disturbo sulla velocità inerziale sono mostrati in Figure 2.28.

L'influenza del disturbo sulla velocità inerziale è fortemente attenuata su tutte le frequenze, è possibile in fase di progettazione del controllore trascurare questo aspetto. Il progetto del controllore dovrà basarsi sul modello nominale e sui contributi di disturbo dovuti agli errori di misurazione $\eta_{\dot{q}_I}$ e η_{q_I} .

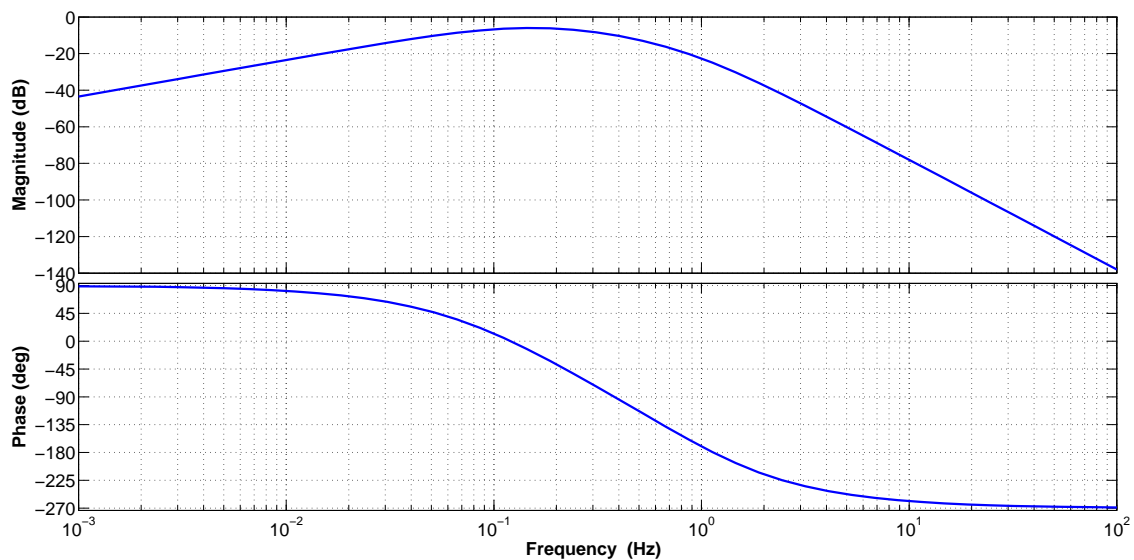


Figure 2.26: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento tra $\eta_{\dot{q}_I}$ e \dot{q}_I

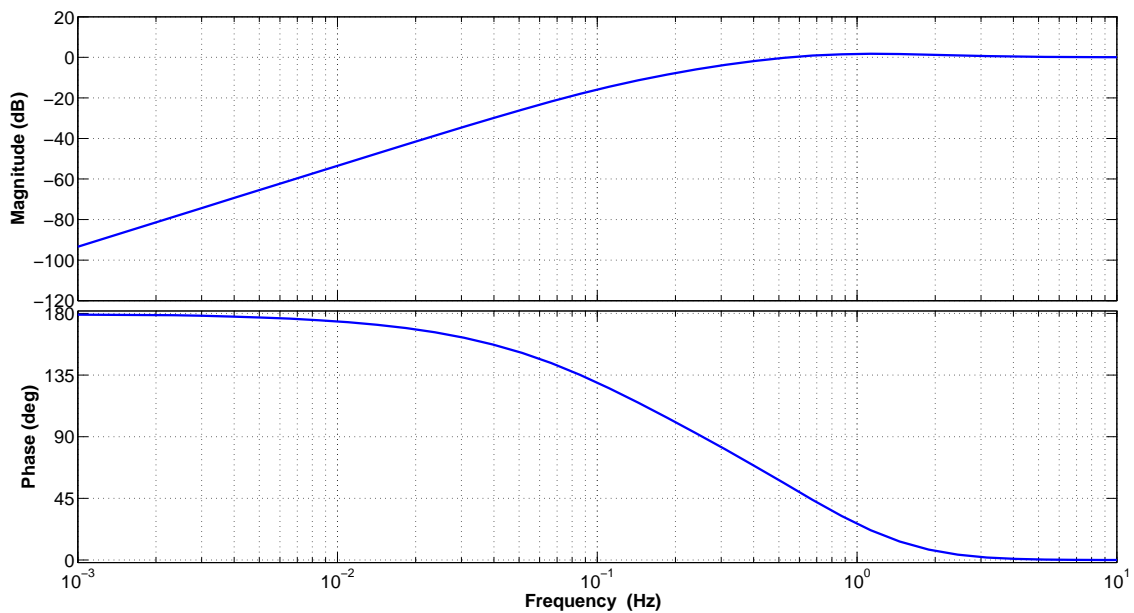


Figure 2.27: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento tra d_q e τ_q

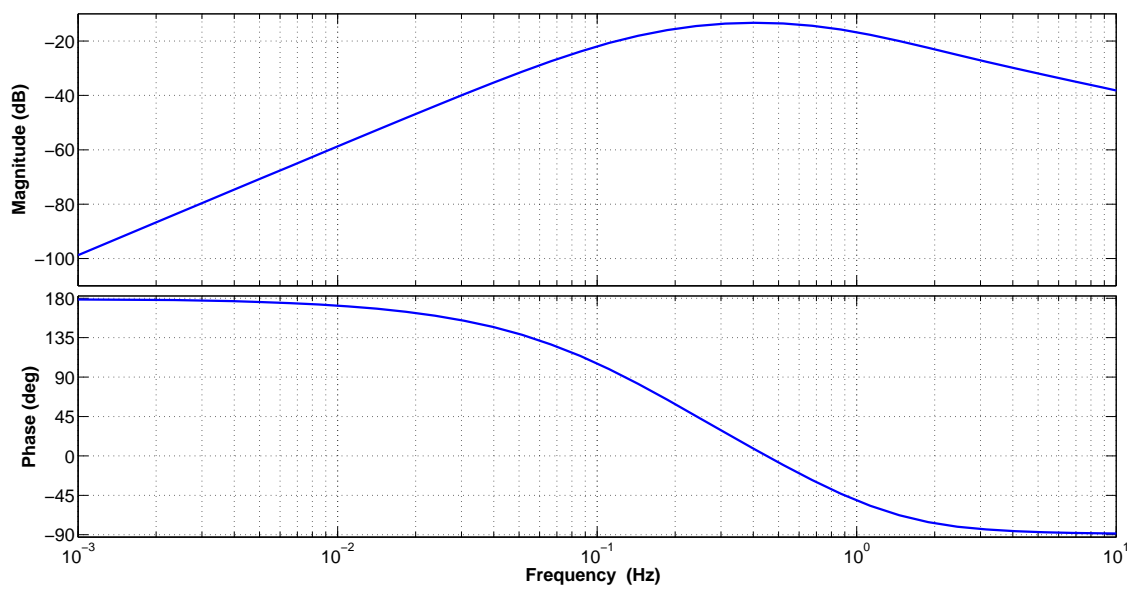


Figure 2.28: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento tra d_q e \dot{q}_I

3 Controllo

3.1 Introduzione

In questo capitolo verranno sintetizzati i controllori a bordo del quadrotor, i controllori presenti sono sei uno per ogni coordinata. Avendo un sistema nominale completamente disaccoppiato si avrà uno schema di controllo decentralizzato; i controllori saranno posizionati sull'anello di riferimento e sintetizzati con le tecniche classiche dei sistemi SISO lineari.

3.1.1 Coordinate Angolari

Vogliamo controllare l'assetto del quadrotor, espresso tramite gli angoli di roll pitch e yaw. Il vettore Θ contiene gli angoli che vogliamo regolare

$$\Theta = [\phi \quad \theta \quad \psi]^T \quad (3.1)$$

Scriviamo la matrice M che consente di passare dalla velocità angolare nel sistema di riferimento body alla derivata temporale del vettore Θ .

$$\dot{\Theta} = M\omega = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi \sec\theta & \cos\phi \sec\theta \end{bmatrix} \omega \quad (3.2)$$

Definiamo il termine e_Θ come differenza tra $\dot{\Theta}$ e ω

$$e_\Theta = \dot{\Theta} - \omega = \begin{bmatrix} \sin\phi \tan\theta q + \cos\phi \tan\theta r \\ (\cos\theta - 1)q - \sin\theta r \\ \sin\phi \sec\theta q + (\cos\phi \sec\theta - 1)r \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Per comodità definiamo il disturbo addittivo in ingresso al sistema nominale con il termine d_ω^o

$$d_\omega^o = (1 - Q_{par})d_\omega + Q_{pqr}\bar{J}s\eta_\omega \quad (3.4)$$

Progettiamo il controllo lungo le coordinate angolari utilizzando la tecnica di assegnamento poli con controllore proporzionale derivativo; il controllore scelto ha

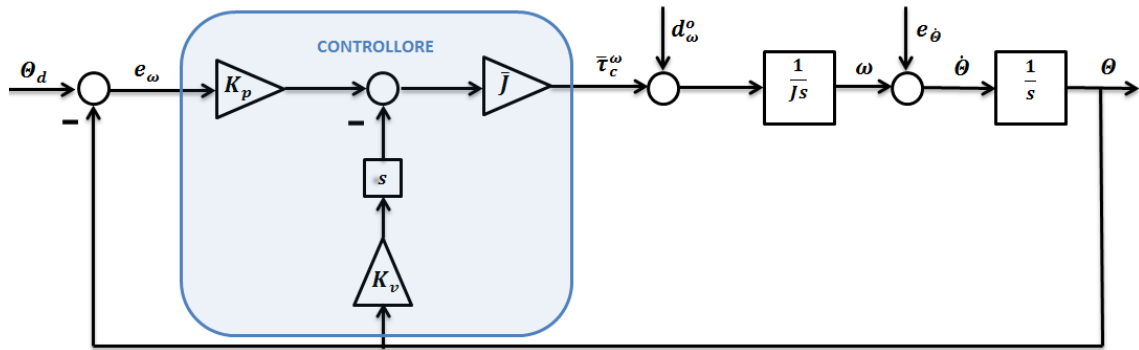


Figure 3.1: Schema a blocchi del sistema controllato riguardante le coordinate angolari

una limitazione dell'azione derivativa. L'azione derivativa è solitamente effettuata sull'errore tra riferimento e uscita, in questo caso l'azione derivativa è esercitata sulla sola variabile d'uscita. Ipotizziamo di trattare la componente non lineare come un disturbo esterno consentendoci di avere ancora un sistema lineare. In Fig. Figure 3.1 mostriamo lo schema a blocchi rappresentativo del sistema.

Le funzioni di trasferimento tra gli ingressi del sistema e l'uscita Θ sono

$$\frac{\Theta}{\Theta_d} = \frac{K_p}{s^2 + K_v s + K_p} \quad (3.5)$$

$$\frac{\Theta}{e_{\dot{\Theta}}} = \frac{s}{s^2 + K_v s + K_p} \quad (3.6)$$

$$\frac{\Theta}{d_{\omega}^o} = \frac{1}{J(s^2 + K_v s + K_p)} \quad (3.7)$$

Osserviamo come i poli delle funzioni di trasferimento espresse precedentemente siano a comune. Da considerazioni di tipo prestazionale, tempo di assestamento di 0.2 sec tra riferimento Θ_d e uscita Θ , posizioniamo i poli di Equation 3.5 a 20 e 25 rad/s . Esplicitiamo le radici di un polinomio di secondo grado

$$(s + p_1)(s + p_2) = s^2 + s(p_1 + p_2) + p_1 p_2 \quad (3.8)$$

utilizzando l'equivalenza tra polinomi, possiamo legare i parametri del controllore ai poli della funzione di trasferimento (Equation 3.5).

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 &= K_v \\ p_1 p_2 &= K_p \end{aligned} \quad (3.9)$$

Il sistema nominale controllato possiede margine di guadagno infinito e margine di

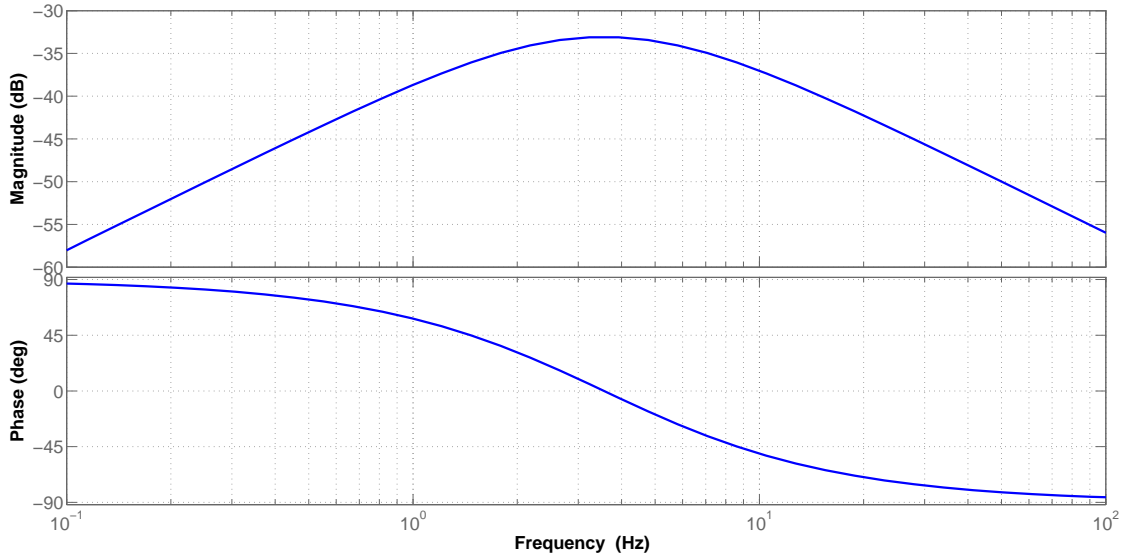


Figure 3.2: Diagramma di bode di (Equation 3.6)

fase di 76.5 gradi.

Valutiamo l'influenza dell'ingresso $e_{\dot{\Theta}}$ sulla variabile controllata. In Fig Figure 3.2 è mostrato il diagramma di bode della funzione di trasferimento (Equation 3.6), la massima amplificazione avviene a 5.3 Hz di un fattore 0.015.

Nella pratica è uso comune controllare l'assetto di un quadrotor tramite gli angoli di roll, pitch e roll, trascurando il fatto che la velocità angolare in body è diversa dalla derivata temporale degli angoli. Dal diagramma di bode si osserva come l'influenza sulla posa di $e_{\dot{\Theta}}$ sia non significativa, inoltre in presenza di angoli ϕ e θ piccoli, anche la quantità $e_{\dot{\Theta}}$ è piccola, si conclude che è possibile trascurare questo aspetto nel progetto di un controllore di assetto.

Mostriamo come il termine introdotto dalla presenza dell'osservatore dipendente da d_{ω} influisce sugli angoli di assetto. In Figure 3.3 mostriamo il diagramma di Bode della funzione di trasferimento

$$\frac{\Theta}{d_{\omega}} = \frac{1 - Q_{pqr}}{\bar{J}(s^2 + K_v s + K_p)} \quad (3.10)$$

Analizziamo l'influenza degli errori di misura introdotti dal controllo facendo particolare attenzione all'effetto dovuto dalle misure giroscopiche. Sul quadrotor è presente un filtro di navigazione che rende disponibile la stima degli angoli di assetto $\hat{\Theta}$. Da tali stime, utilizzando le misure giroscopiche, è possibile stimare la derivata temporale $\dot{\hat{\Theta}}$ dell'assetto

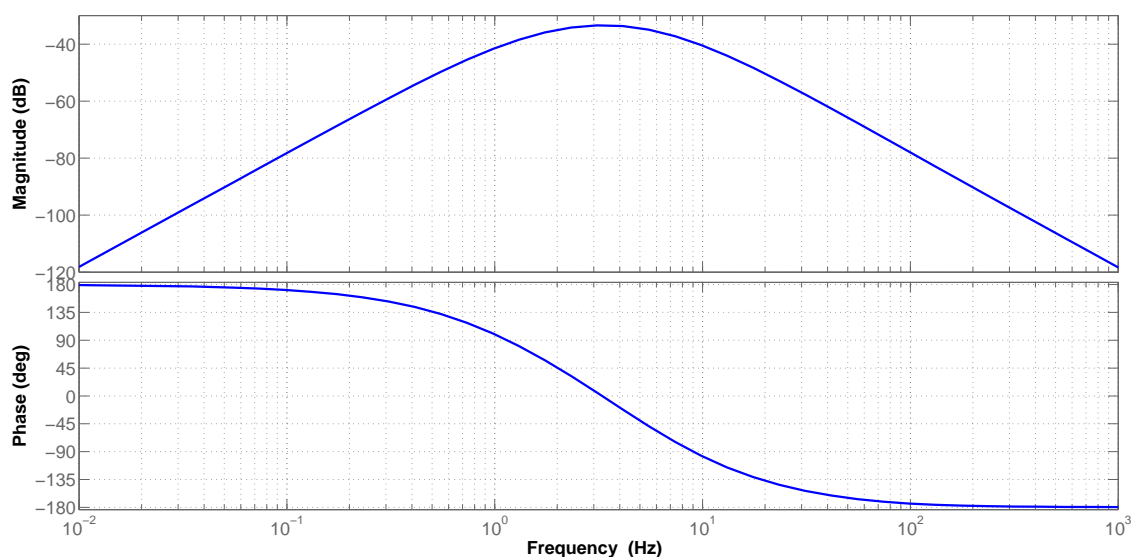


Figure 3.3: Diagramma di bode di (Equation 3.10)

$$\dot{\hat{\Theta}} = M(\hat{\Theta})\bar{\omega} \quad (3.11)$$

Possiamo scrivere la matrice $M(\hat{\Theta})$ tramite una incertezza moltiplicativa e scrivere $\dot{\hat{\Theta}}$ come

$$M(\hat{\Theta}) = [I - \delta M(\tilde{\Theta})] M(\Theta) \quad (3.12)$$

$$\dot{\hat{\Theta}} = [I - \delta M(\tilde{\Theta})] M(\Theta)(\omega - \tilde{\omega}) = [I - \delta M(\tilde{\Theta})] \dot{\Theta} - M(\hat{\Theta})\tilde{\omega} \quad (3.13)$$

Supponiamo di stimare gli angoli correttamente, l'espressione precedente diventa la

$$\dot{\hat{\Theta}} = \dot{\Theta} - M(\Theta)\tilde{\omega} = M(\Theta)\eta_{\omega} \quad (3.14)$$

Per angoli piccoli la matrice $M(\Theta)$ può essere approssimata come la matrice identità. Vogliamo studiare l'influenza dell'errore dei giroscopi sul comportamento in ciclo chiuso del sistema. Ipotizziamo che d_{ω} sia nullo e che la stima degli angoli di assetto sia perfetta, è possibile scrivere lo schema a blocchi di Figure 3.4.

L'influenza di η_{ω} sugli angoli di assetto è

$$\frac{\Theta}{\eta_{\omega}} = \frac{Q_{pqr}s}{(s^2 + K_v s + K_p)} + \frac{K_v}{(s^2 + K_v s + K_p)} \quad (3.15)$$

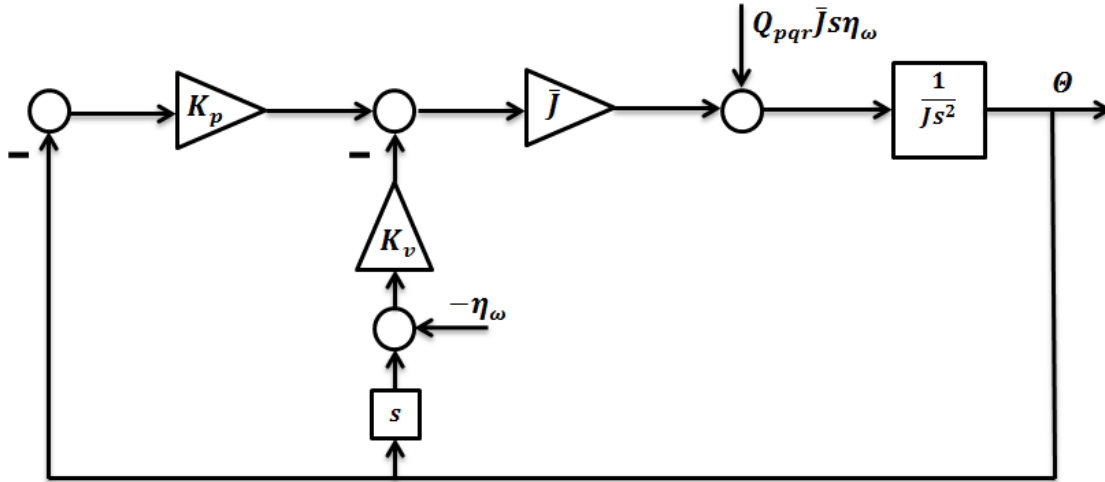


Figure 3.4: Schema a blocchi (Equation 3.10)

dove si sono separati i contributi dovuti dall'osservatore del disturbo e quelli dovuti al controllo. Separare i contributi significa disattivare l'osservatore e quantificare l'errore sull'assetto dovuto all'errore di misura dei giroscopi. Nel fare questa operazione supponiamo che il sistema rimanga lineare, cioè trascuriamo i termini dovuti a Coriolis. Nel diagramma di Bode di Figure 3.5 si è mostrato l'influenza dei singoli contributi dovuti all'errore di misura dei giroscopi sul termine Θ ; inoltre si è mostrato la somma dei singoli contributi.

Analizziamo la robustezza a fronte di incertezze parametriche. L'uso dell'osservatore permette alla coppia generata dal controllore di vedere una inerzia in funzione della frequenza, come evidenziato da

$$\frac{\omega(s)}{\bar{\tau}_c^\omega(s)} = \frac{1}{s(\bar{J} + \tilde{J}(1 - Q_{pqr}))} \quad (3.16)$$

trascurando il termine $e_{\dot{\Theta}}$ scriviamo la funzione di trasferimento in anello aperto

$$\frac{\Theta}{eu} = \frac{\bar{J}K_p}{s^2(\bar{J} + \tilde{J}(1 - Q_{pqr})) + \bar{J}K_v s} = \frac{K_p}{s^2(1 + \varepsilon(1 - Q_{pqr})) + K_v s} \quad (3.17)$$

dove ε rappresenta il rapporto tra l'errore compiuto sulla stima dell'inerzia e la stima stessa.

$$J = \bar{J} + \tilde{J} = \bar{J}(1 + \varepsilon) \quad \varepsilon = \frac{\tilde{J}}{\bar{J}} \quad (3.18)$$

Fissati i guadagni dei controllori scelti in base a delle specifiche sul sistema nominale, in Figure 5.7 plottiamo i margini di fase e ampiezza in funzione di ε .

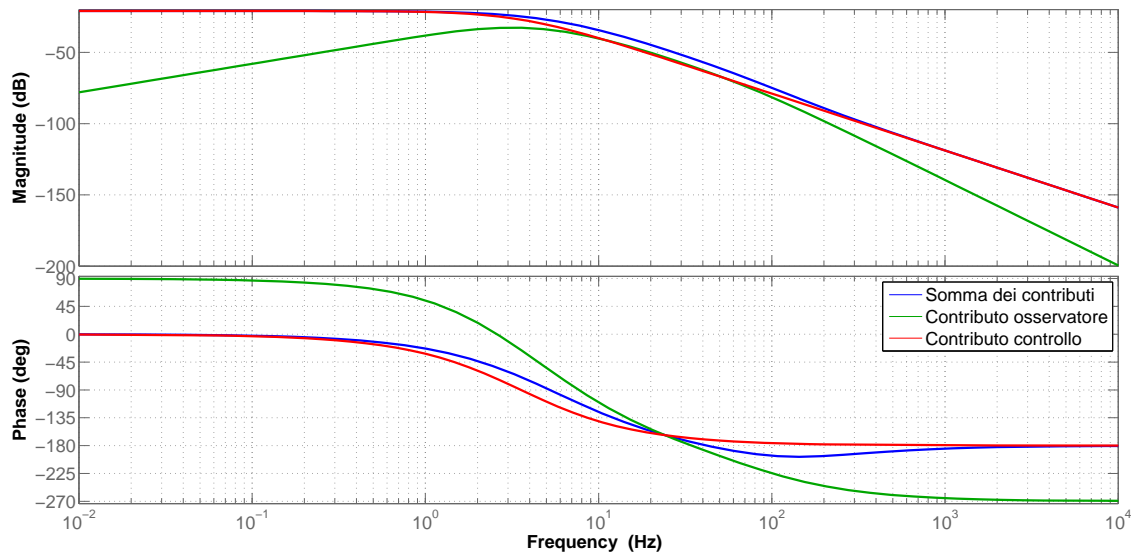


Figure 3.5: Diagramma di bode di (Equation 3.15) con visualizzazione dei singoli contributi

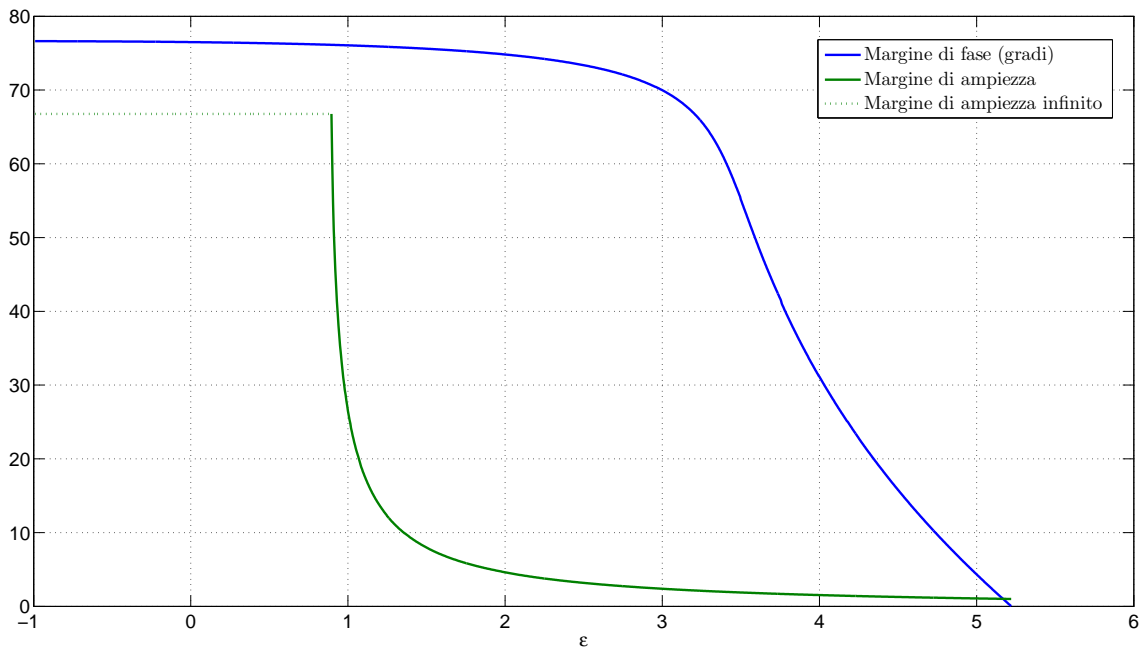


Figure 3.6: Margine di fase e ampiezza in funzione di ϵ

3.1.2 Coordinate Lineari

Progettiamo il controllo lungo le coordinate lineari utilizzando la tecnica di assegnamento poli con controllore proporzionale derivativo; il controllore scelto ha una limitazione dell'azione derivativa. L'azione derivativa è solitamente effettuata sull'errore tra riferimento e uscita, in questo caso l'azione derivativa è esercitata sulla sola variabile d'uscita. Riportiamo l'equazione differenziale che governa il sistema nominale

$$\begin{aligned} \tau_q &= \bar{\tau}_c + (1 - Q_q)(1 - Q_a)d_q + (1 - Q_q)Q_a\bar{m}\eta_{\dot{q}_I} + ((1 - Q_q)Q_a\bar{K} + Q_q\bar{m}s + Q_q\bar{K})s\eta_{q_I} \\ \bar{m}\ddot{q}_I + \bar{K}\dot{q}_I + \bar{G} &= \tau_q \end{aligned} \quad (3.19)$$

Per comodità definiamo il disturbo addittivo in ingresso al sistema nominale con il termine d_q^o

$$d_q^o = (1 - Q_q)(1 - Q_a)d_q + (1 - Q_q)Q_a\bar{m}\eta_{\dot{q}_I} + ((1 - Q_q)Q_a\bar{K} + Q_q\bar{m}s + Q_q\bar{K})s\eta_{q_I} \quad (3.20)$$

consentendo di scrivere

$$\bar{m}\ddot{q}_I + \bar{K}\dot{q}_I + \bar{G} = \bar{\tau}_c + d_q^o \quad (3.21)$$

Il sistema precedente non è lineare a causa del termine dovuto alla gravità, è possibile rendere lineare il sistema cancellando il termine gravitazionale scrivendo

$$\bar{\tau}_c = \bar{\tau}_c' + \bar{G} \quad (3.22)$$

Il sistema nominale da controllare diventa

$$\frac{q_I(s)}{\bar{\tau}_c'(s)} = \frac{1}{s(\bar{m}s + \bar{K})} = \frac{1}{\bar{m}s(s + \bar{K}')} \quad (3.23)$$

dove si è definito la variabile $K' = K/\bar{m}$.

Lo schema a blocchi del sistema controllato è mostrato in Figure 3.7, Le funzioni di trasferimento tra gli ingressi del sistema e l'uscita q_I sono

$$\frac{q_I(s)}{q_{I_d}(s)} = \frac{K_p}{s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p} \quad (3.24)$$

$$\frac{q_I(s)}{d_q^o(s)} = \frac{1}{\bar{m}(s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p)} \quad (3.25)$$

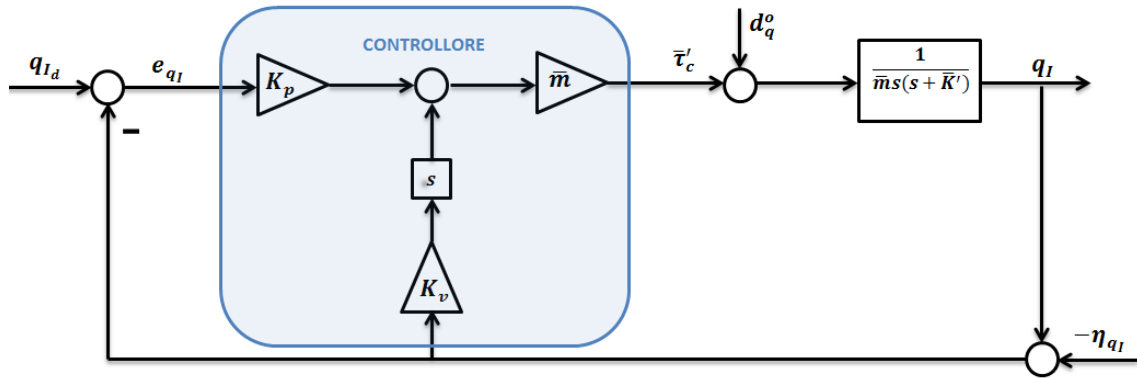


Figure 3.7: Schema a blocchi del sistema controllato lungo le posizioni inerziali

$$\frac{q_I(s)}{\eta_{q_I}(s)} = \frac{K_v s + K_p}{s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p} \quad (3.26)$$

Esplicitiamo le radici di un polinomio di secondo grado

$$(s + p_1)(s + p_2) = s^2 + s(p_1 + p_2) + p_1 p_2 \quad (3.27)$$

utilizzando l'equivalenza tra polinomi, possiamo legare i parametri del controllore ai poli della funzione di trasferimento (Equation 3.24).

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 &= K_v + \bar{K}' \\ p_1 p_2 &= K_p \end{aligned} \quad (3.28)$$

Vediamo come sia possibile definire i valori di K_v e K_p semplicemente scegliendo i poli del sistema in anello chiuso.

$$\begin{aligned} K_v &= p_1 + p_2 - \bar{K}' \\ K_p &= p_1 p_2 \end{aligned} \quad (3.29)$$

3.1.2.1 Cordinate X e Y

Non volendo una azione “robusta” del controllore lungo le coordinate X e Y si è scelto di posizionare i poli in ciclo chiuso in 0.7 e 1.2 rad/s . Il sistema nominale controllato possiede margine di guadagno infinito e margine di fase di 77.2 gradi. Mostriamo l'influenza dei disturbi contenuti in d_q sul sistema controllato, in Figure 3.8 è rappresentato il diagramma di Bode della funzione di trasferimento

$$\frac{q_I}{d_q} = \frac{(1 - Q_q)(1 - Q_a)}{\bar{m}(s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p)} = \frac{(1 - Q_q)(1 - Q_a)}{1.3(s^2 + 1.9s + 0.84)} \quad (3.30)$$

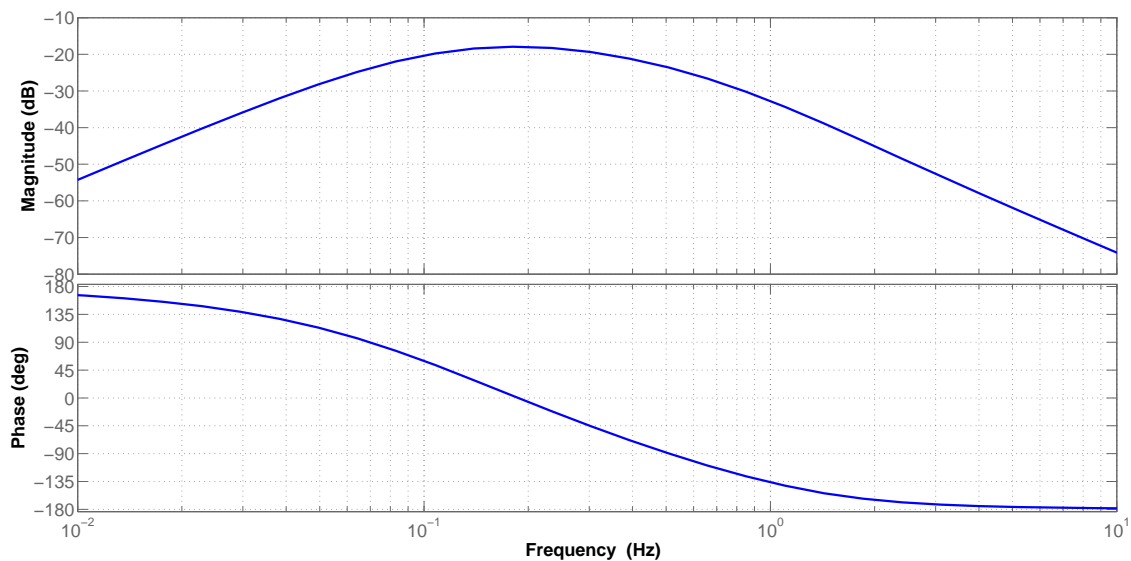


Figure 3.8: Diagramma di bode di (Equation 3.30)

L'errore $\eta_{\ddot{q}_I}$ influisce sulla posizione tramite la funzione di trasferimento

$$\frac{q_I}{\eta_{\ddot{q}_I}} = \frac{(1 - Q_q)Q_a}{s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p} \quad (3.31)$$

il cui diagramma di Bode è raffigurato in Figure 3.9.

Analizziamo come l'errore in posizione η_{q_I} influisca sulla posizione inerziale. La funzione di trasferimento

$$\frac{q_I}{\eta_{q_I}} = \frac{((1 - Q_q)Q_a\bar{K} + Q_q\bar{m}s + Q_q\bar{K}')s}{\bar{m}(s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p)} + \frac{K_v s + K_p}{s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p} \quad (3.32)$$

possiede due contributi: il primo dovuto all'osservatore, il secondo dovuto al controllore. Separare i contributi non significa disattivare l'osservatore ma serve a quantificare l'errore sulla posizione dovuto all'errore di misurazione della stessa. Nel diagramma di Bode di Figure 3.10 si è mostrato l'influenza dei singoli contributi dovuti all'errore di misura della posizione sul termine q_I ; inoltre si è mostrato la somma dei singoli contributi.

3.1.2.2 Coordinate Z

La coordinata Z rappresenta la quota del quadrotor. Lungo tale coordinata abbiamo è presente un filtro che fondendo le misure degli accelerometri e del barometro fornisce delle buone misure di posizione e velocità. Da questa considerazione possiamo

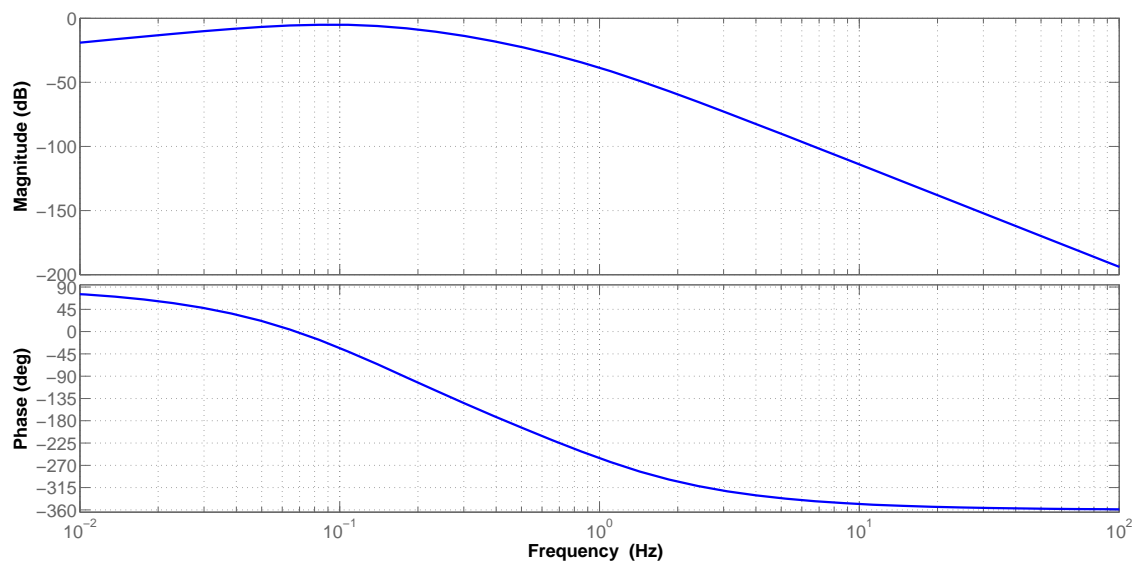


Figure 3.9: Diagramma di bode di (Equation 3.31)

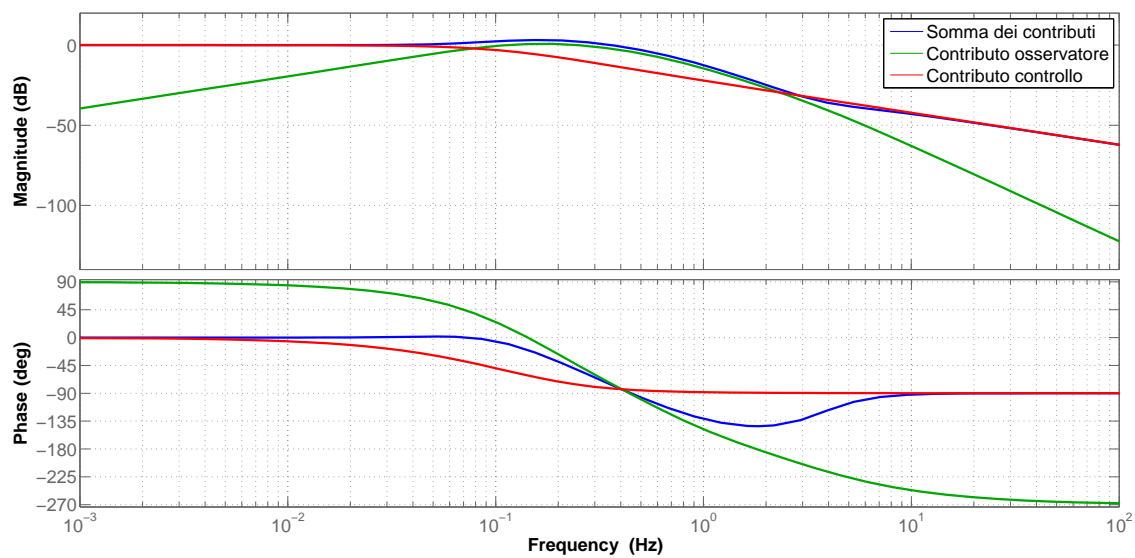


Figure 3.10: Diagramma di bode di (Equation 3.32)

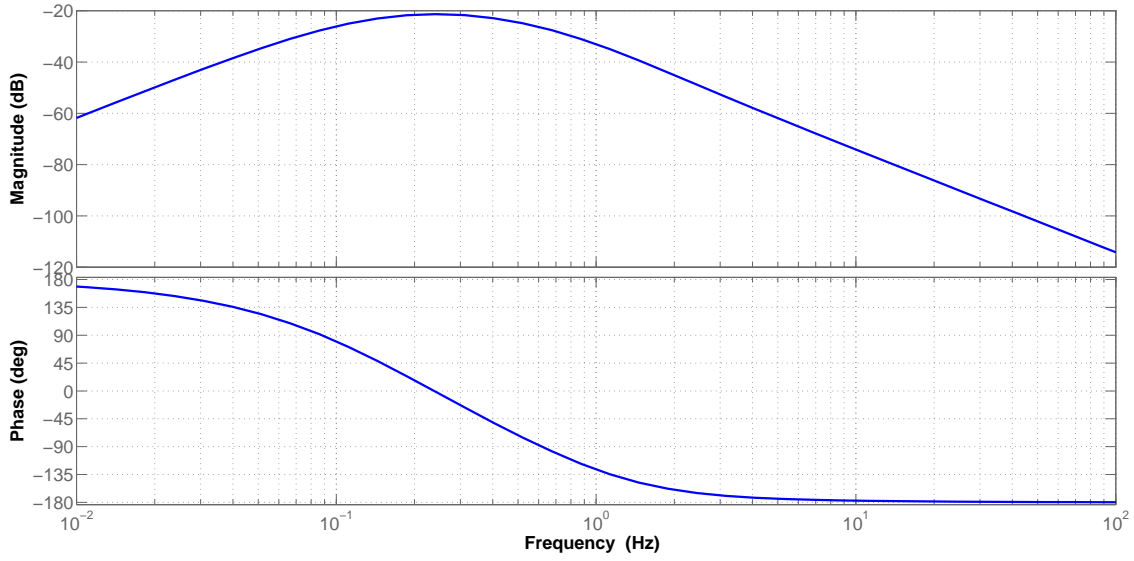


Figure 3.11: Diagramma di bode di (Equation 3.33)

avere un anello di controllo più veloce rispetto alle coordinate X e Y ; si è scelto di posizionare i poli in ciclo chiuso in 1 e 2 rad/s . Il sistema nominale controllato possiede margine di guadagno infinito e margine di fase di 77.7 gradi. Mostriamo l'influenza dei disturbi contenuti in d_q sul sistema controllato, in Figure 3.11 è rappresentato il diagramma di Bode della funzione di trasferimento

$$\frac{q_I}{d_q} = \frac{(1 - Q_q)(1 - Q_a)}{\bar{m}(s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p)} = \frac{(1 - Q_q)(1 - Q_a)}{1.3(s^2 + 3s + 2)} \quad (3.33)$$

L'errore $\eta_{\bar{q}_I}$ influisce sulla posizione tramite la funzione di trasferimento

$$\frac{q_I}{\eta_{\bar{q}_I}} = \frac{(1 - Q_q)Q_a}{s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p} \quad (3.34)$$

il cui diagramma di Bode è raffigurato in Figure 3.12.

Analizziamo come l'errore in posizione η_{q_I} influisca sulla posizione inerziale. La funzione di trasferimento

$$\frac{q_I}{\eta_{q_I}} = \frac{((1 - Q_q)Q_a\bar{K} + Q_q\bar{m}s + Q_q\bar{K}')s}{\bar{m}(s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p)} + \frac{K_v s + K_p}{s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p} \quad (3.35)$$

possiede due contributi: il primo dovuto all'osservatore, il secondo dovuto al controllore. Separare i contributi non significa disattivare l'osservatore ma serve a quantificare l'errore sulla posizione dovuto all'errore di misurazione della stessa. Nel

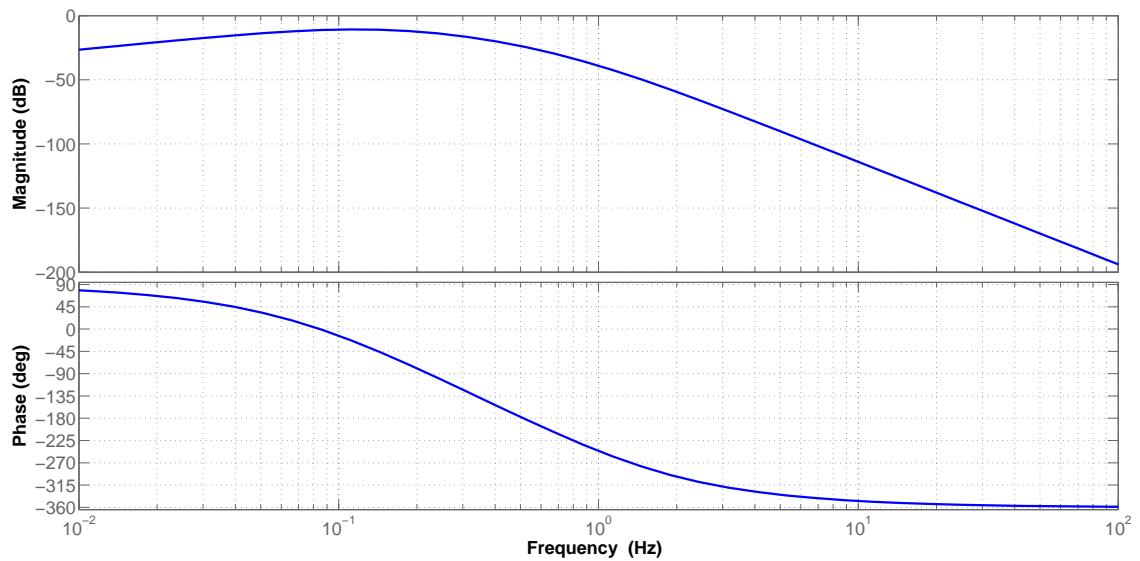


Figure 3.12: Diagramma di bode di (Equation 3.34)

diagramma di Bode di Figure 3.13 si è mostrato l'influenza dei singoli contributi dovuti all'errore di misura della posizione sul termine q_I ; inoltre si è mostrato la somma dei singoli contributi.

3.1.2.3 Analisi di robustezza

Analizziamo la robustezza a fronte di incertezze parametriche, in particolare sulla stima della massa. L'uso dell'osservatore permette alla forza generata dal controllore di vedere una massa in funzione della frequenza, come evidenziato da

$$\frac{\dot{q}_I(s)}{\bar{\tau}'_c(s)} = \frac{1}{s(\bar{m} + \tilde{m}(1 - Q_a)(1 - Q_a) + \bar{m}\bar{K}')} \quad (3.36)$$

Scriviamo la funzione di trasferimento tra l'errore e_{q_I} e la posizione inerziale

$$\frac{q_I(s)}{e_{q_I}(s)} = \frac{K_p}{s^2(1 + \varepsilon(1 - Q_a)(1 - Q_a)) + (\bar{K}' + K_v)s} \quad (3.37)$$

dove ε rappresenta il rapporto tra l'errore compiuto sulla stima della massa e la stima stessa.

$$m = \bar{m} + \tilde{m} = \bar{m}(1 + \varepsilon) \quad \varepsilon = \frac{\tilde{m}}{\bar{m}} \quad (3.38)$$

Fissati i guadagni dei controllori e sintetizzati i filtri dell'osservatore è possibile plottare in funzione di ε i margini di fase e ampiezza. In Figure 3.14 plottiamo

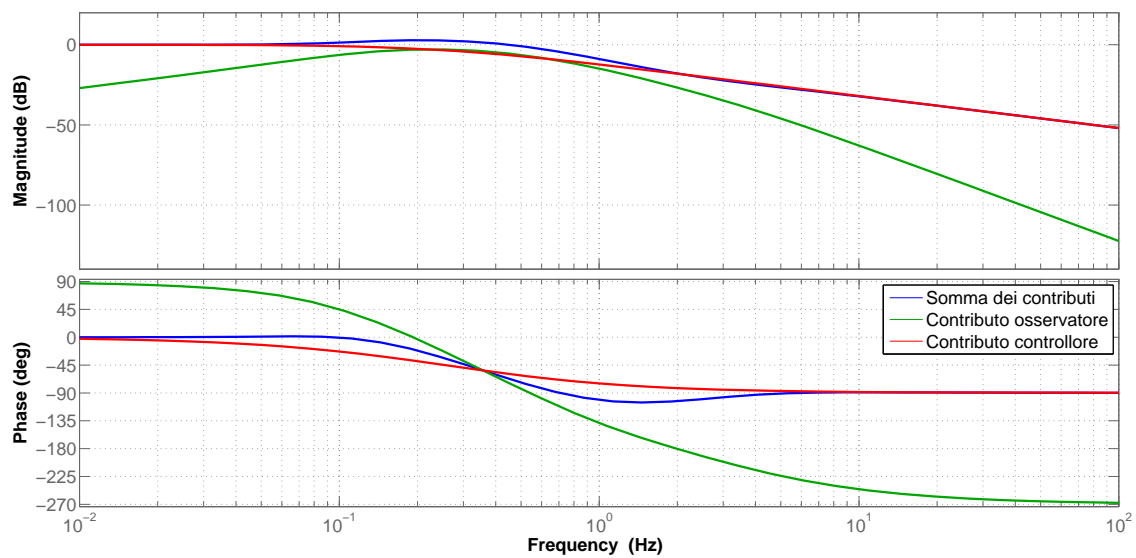


Figure 3.13: Diagramma di bode di (Equation 3.35)

i margini di robustezza per le coordinate X e Y mentre i margini per la quota sono mostrati in Figure 3.15.

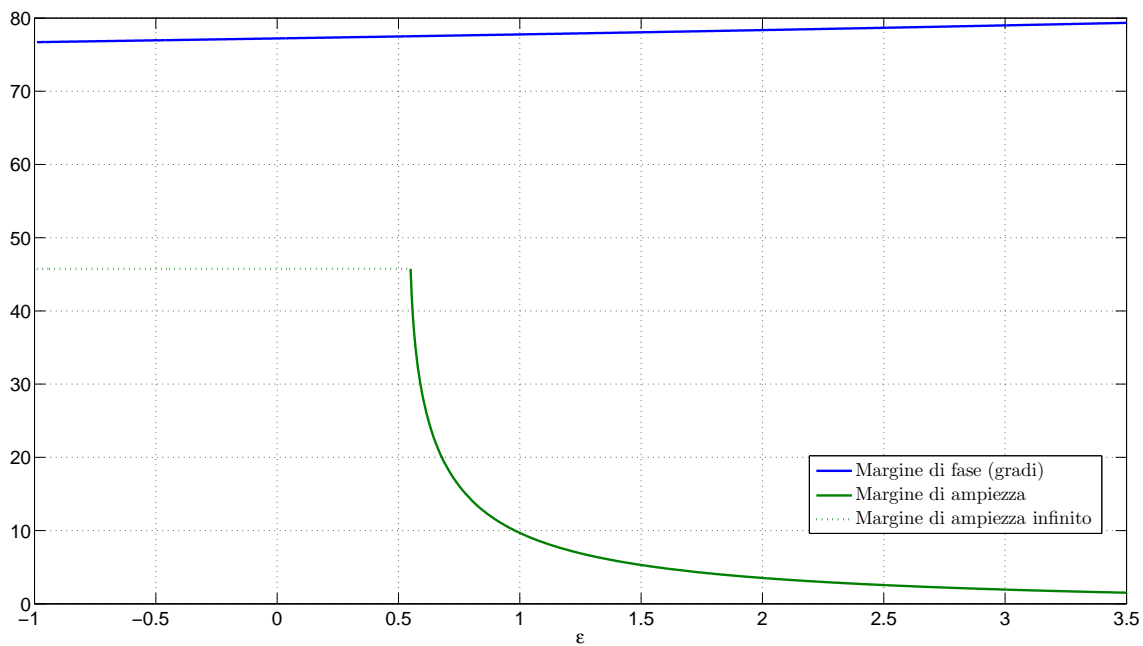


Figure 3.14: Margine di fase e ampiezza in funzione di ε

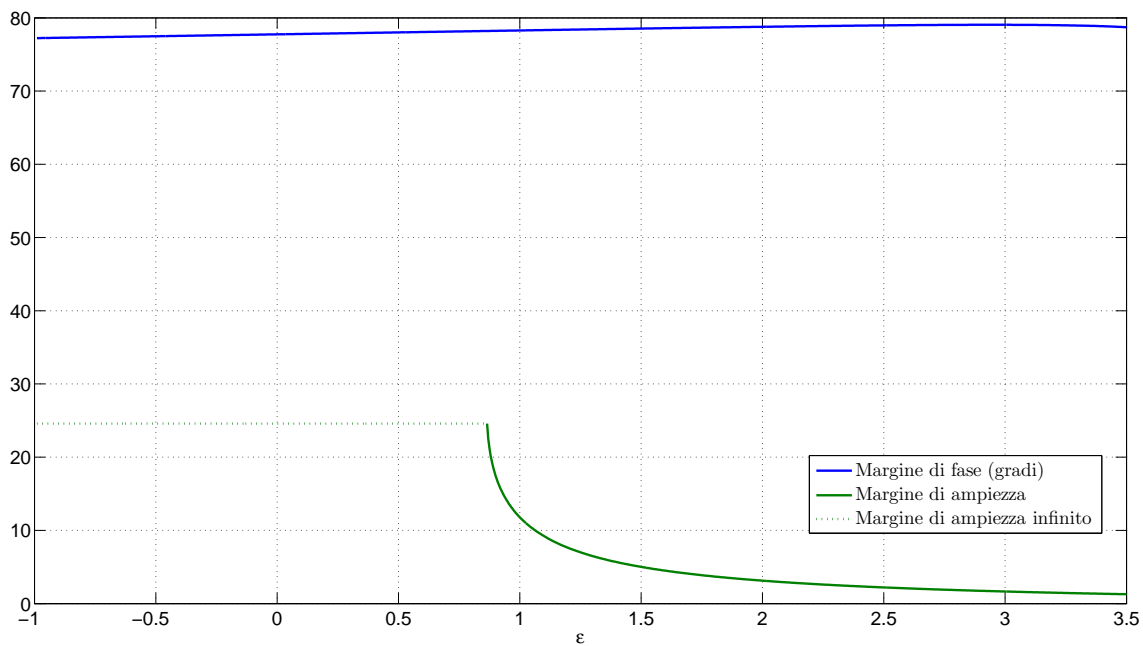


Figure 3.15: Margine di fase e ampiezza in funzione di ε

4 Simulazioni

In questo capitolo verranno mostrati i risultati ottenuti tramite un simulatore di volo realizzato in Simulink. Viene simulato un corpo rigido a sei gradi di libertà dove la parametrizzazione della posa viene parametrizzata tramite angoli di roll, pitch e yaw. Nel simulatore sono presenti:

- I modelli dei sensori a bordo
- L'attuazione del quadrotor, cioè le forze e i momenti generati dalle quattro eliche
- I filtri di navigazione, stima della posizione inerziale e della posa
- L'aerodinamica del velivolo
- Possibilità di inserire disturbo esterni su tutte le sei coordinate
- Possibilità di simulare l'azione del vento attraverso il modello di Dryden.

4.1 Coordinate angolari

In questa sezione presenteremo i risultati ottenuti tramite l'uso del simulatore per le coordinate angolari. In Figure 5.8 è confrontato l'andamento di ϕ a fronte di un gradino di 30 gradi sul riferimento. La risposta allo scalino denominata nominale in figura è la risposta del sistema

$$\frac{\phi}{\phi_d} = \frac{K_p}{s^2 + K_v s + K_p} = \frac{182}{s^2 + 27s + 182} \quad (4.1)$$

mentre le altre risposte sono ottenute dal simulatore. Il grafico in verde rappresenta la risposta ottenuta ponendo l'inerzia nominale uguale a quella reale; in rosso abbiamo la risposta ottenuta ponendo l'inerzia nominale due volte quella reale.

Nel grafico Figure 5.8 si è confrontato l'andamento dell'angolo di roll a fronte di un gradino sulla variabile d_ω . Scrivendo la funzione di trasferimento

$$\frac{\phi}{d_\omega} = \frac{1 - Q_{pqr}}{\bar{J}(s^2 + K_v s + K_p)} = \frac{1 - Q_{pqr}}{0.0209(s^2 + 27s + 182)} \quad (4.2)$$

possiamo descrivere i casi sotto esame:

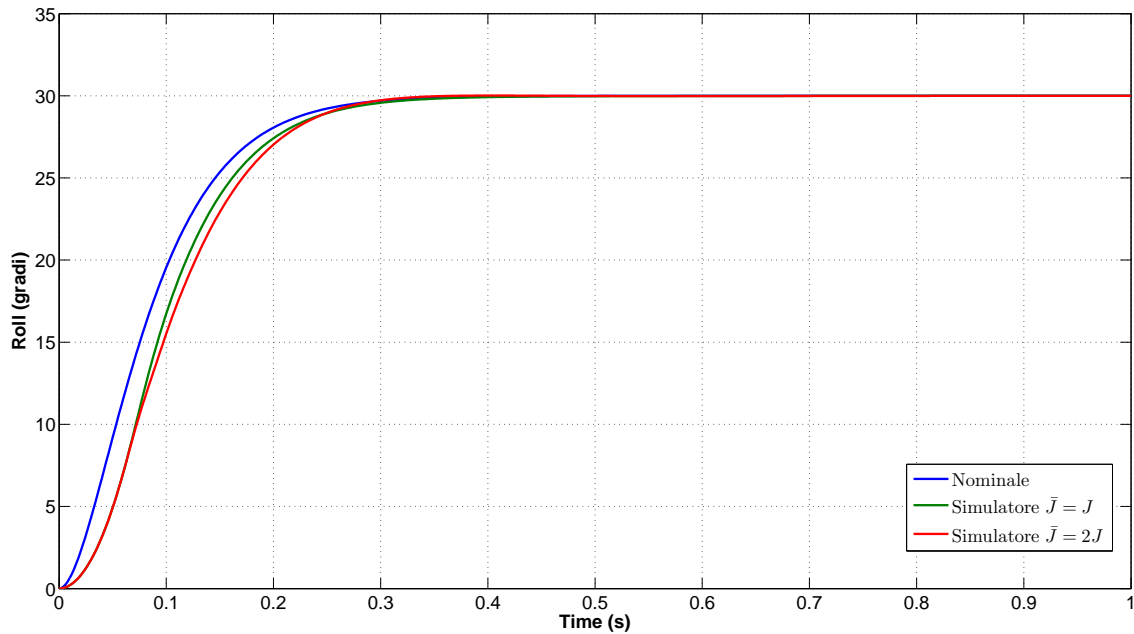


Figure 4.1: Risposte a confronto sull'angolo di roll a fronte di un gradino sul riferimento

Blu ottenuto dalla risposta temporale di (Equation 4.2) ponendo Q_{pqr} uguale a zero.

Verde ottenuto dal simulatore non collegando l'osservatore del disturbo.

Rosso ottenuto dalla risposta temporale di (Equation 4.2).

Ciano ottenuto dal simulatore collegando l'osservatore del disturbo.

Nel grafico Figure 4.3 si è confrontato l'andamento dell'angolo di roll a fronte di un gradino sulla variabile η_ω di 10 grad/s . L'influenza di η_ω sugli angoli di assetto, in questo caso il roll è

$$\frac{\phi}{\eta_\omega} = \frac{Q_{pqr}s}{(s^2 + K_v s + K_p)} + \frac{K_v}{(s^2 + K_v s + K_p)} \quad (4.3)$$

dove si sono separati i contributi dovuti dall'osservatore del disturbo e quelli dovuti al controllo. Possiamo ora descrivere i casi sotto esame:

Blu ottenuto dalla risposta temporale di (Equation 4.3) ponendo Q_{pqr} uguale a zero.

Verde ottenuto dal simulatore non collegando l'osservatore del disturbo.

Rosso ottenuto dalla risposta temporale di (Equation 4.3).

Ciano ottenuto dal simulatore collegando l'osservatore del disturbo.

Un ulteriore verifica della correttezza dell'espressione (Equation 4.3) è fornita dal grafico di Figure 4.5. Per comodità riportiamo il diagramma di Bode di Equation 4.3

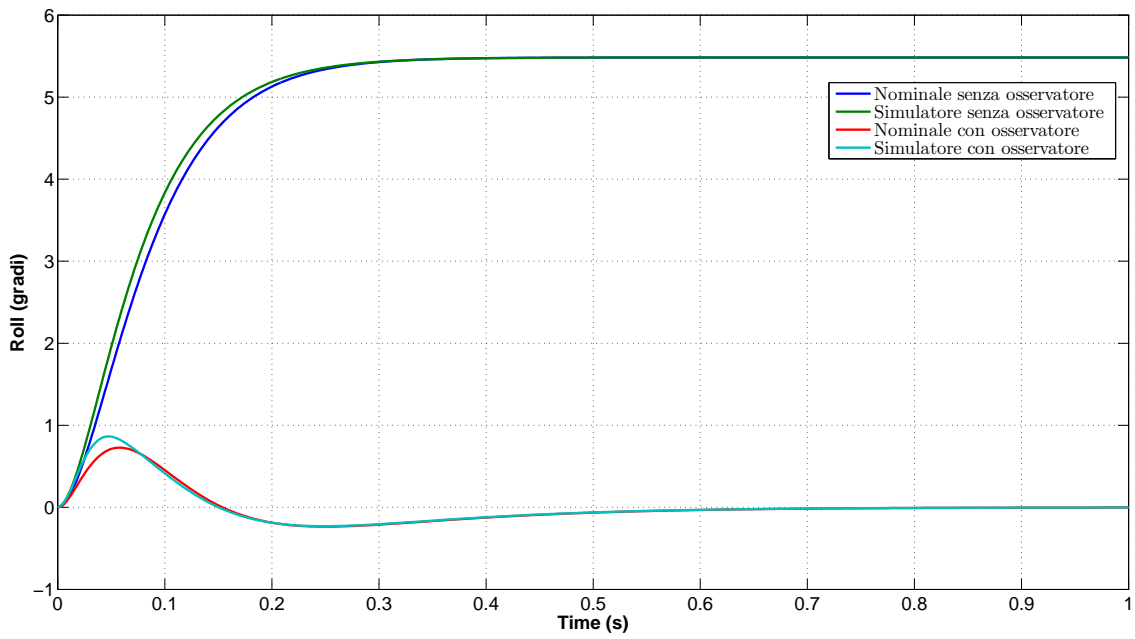


Figure 4.2: Risposte a confronto sull'angolo di roll a fronte di un gradino sul disturbo

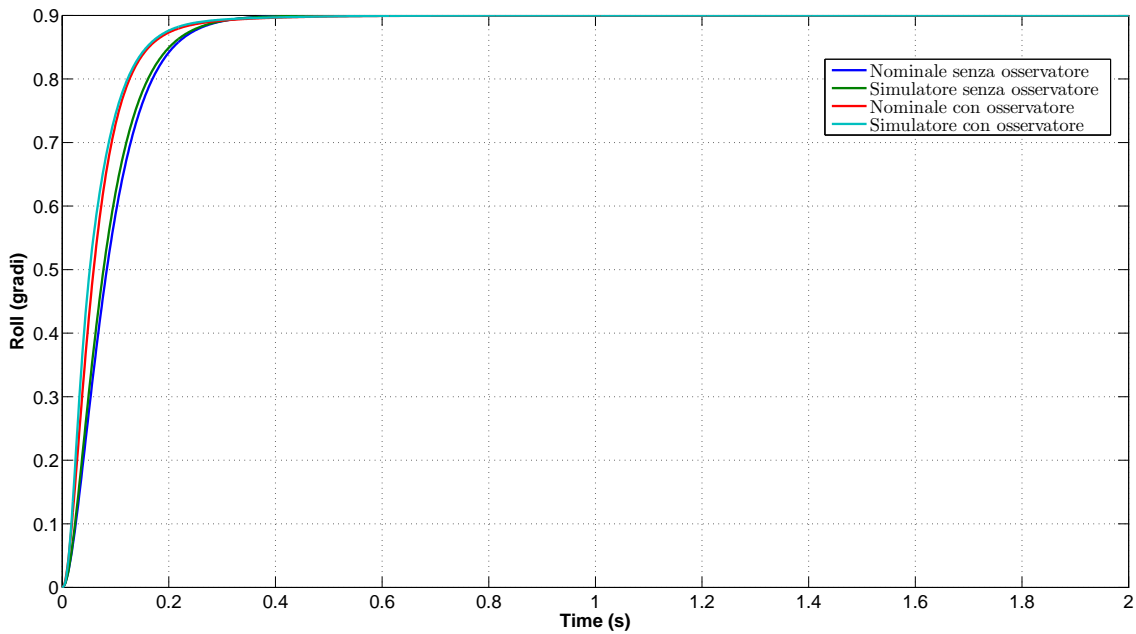


Figure 4.3: Risposte a confronto sull'angolo di roll a fronte di un gradino su η_ω

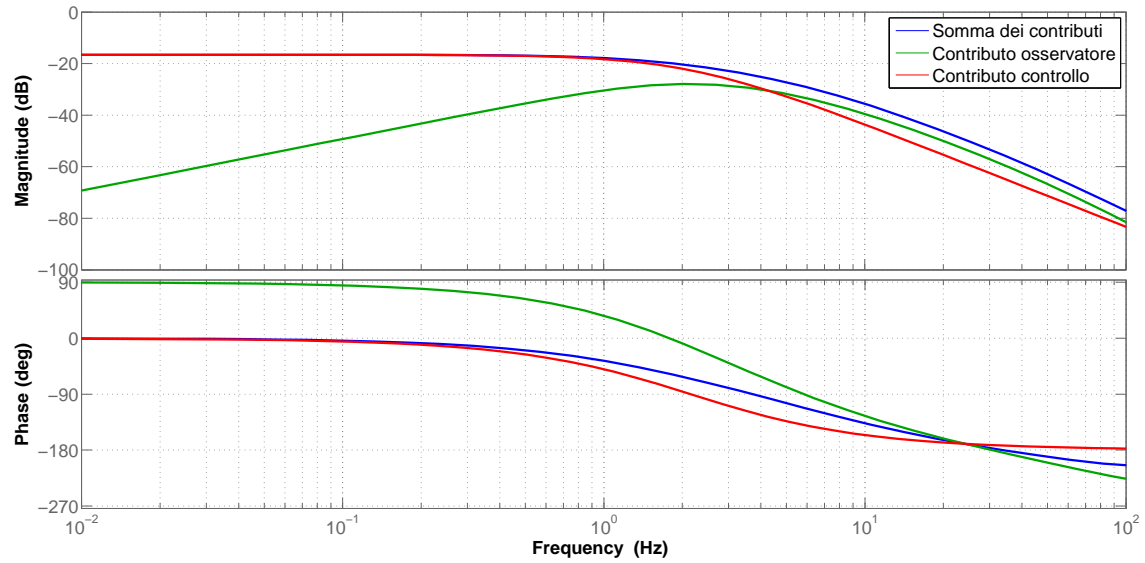


Figure 4.4: Risposte a confronto sull'angolo di roll a fronte di un gradino su η_ω

dove si sono separati i contributi dovuti dell'osservatore e del controllo. Si nota come l'influenza di η_ω sull'angolo di roll ϕ del termine dovuto all'osservatore sia significativo solo a frequenze maggiori di due Hz. Il grafico di Figure 4.5 rappresenta le trasformate di Fourier di due segnali di roll ottenuti tramite simulazioni con il modello dei giroscopi attivo. In blu abbiamo la trasformata del segnale senza osservatore mentre in verde abbiamo la trasformata con l'osservatore. Vediamo come effettivamente il contributo dovuto all'osservatore sul segnale di ϕ sia significativo alle frequenze indicate da Figure 4.4.

4.2 Coordinate XY

In questa sezione presenteremo i risultati ottenuti tramite l'uso del simulatore per le coordinate lineari X e Y . In tali coordinate il sistema risponde in maniera molto simile, pertanto in alcuni casi viene mostrata solo uno delle due coordinate. In Figure 4.6 è confrontato l'andamento di X a fronte di un gradino di 5 metri sul riferimento. La risposta allo scalino denominata nominale in figura è la risposta del sistema

$$\frac{X}{X_d} = \frac{K_p}{s^2 + (K_v + \overline{K}')s + K_p} = \frac{0.84}{s^2 + 1.9s + 0.84} \quad (4.4)$$

mentre le altre risposte sono ottenute dal simulatore. Il grafico in verde rappresenta la risposta ottenuta ponendo la massa nominale uguale a quella reale e in rosso abbiamo la risposta ottenuta ponendo la massa nominale del 15% più grande di

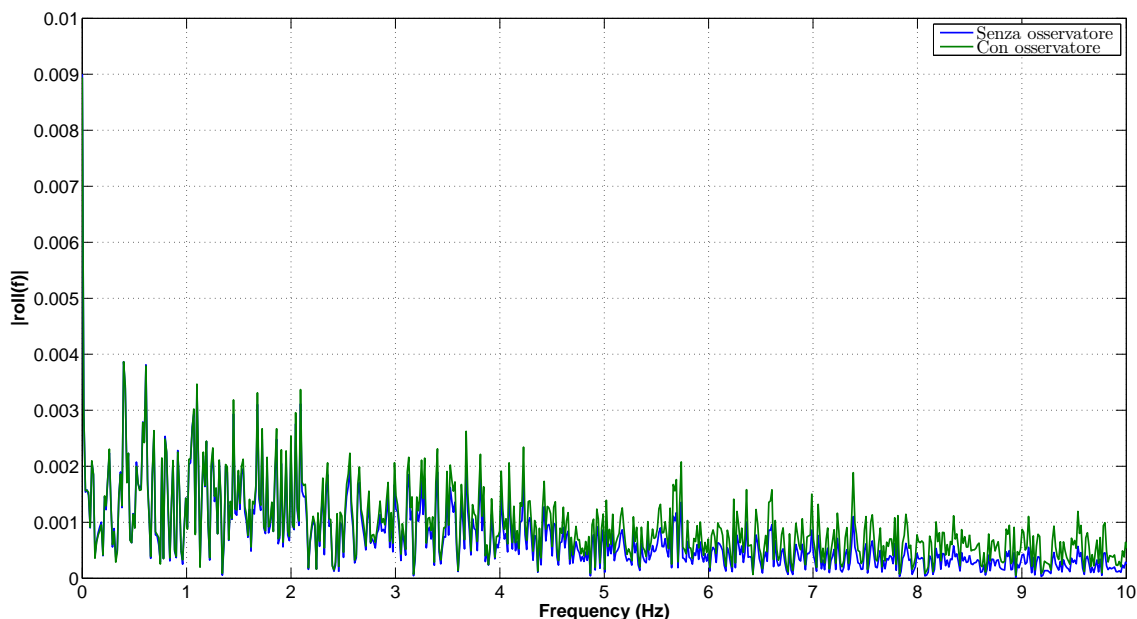


Figure 4.5: Trasformata di fourier sull'angolo di roll con modello del giroscopio attivo

quella reale. Inoltre viene riportata anche la risposta ottenuta con il solo controllore e massa nominale uguale quella reale.

Nel grafico Figure 4.7 si è confrontato l'andamento di X a fronte di un gradino sulla variabile d_ω . Scrivendo la funzione di trasferimento

$$\frac{X}{d_q} = \frac{(1 - Q_q)(1 - Q_a)}{\bar{m}(s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p)} = \frac{(1 - Q_q)(1 - Q_a)}{1.3(s^2 + 1.9s + 0.84)} \quad (4.5)$$

possiamo descrivere i casi sotto esame:

Blu ottenuto dalla risposta temporale di (Equation 4.5) ponendo Q_q e Q_a uguale a zero.

Verde ottenuto dal simulatore non collegando l'osservatore del disturbo.

Rosso ottenuto dalla risposta temporale di (Equation 4.5).

Ciano ottenuto dal simulatore collegando l'osservatore del disturbo.

Nel grafico Figure 4.8 si è confrontato l'andamento della coordinata X a fronte di un gradino sulla variabile $\eta_{\dot{q}_I}$ di 1 m/s^2 . La risposta allo scalino denominata nominale in figura è la risposta temporale di

$$\frac{q_I}{\eta_{\dot{q}_I}} = \frac{(1 - Q_q)Q_a}{s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p} \quad (4.6)$$

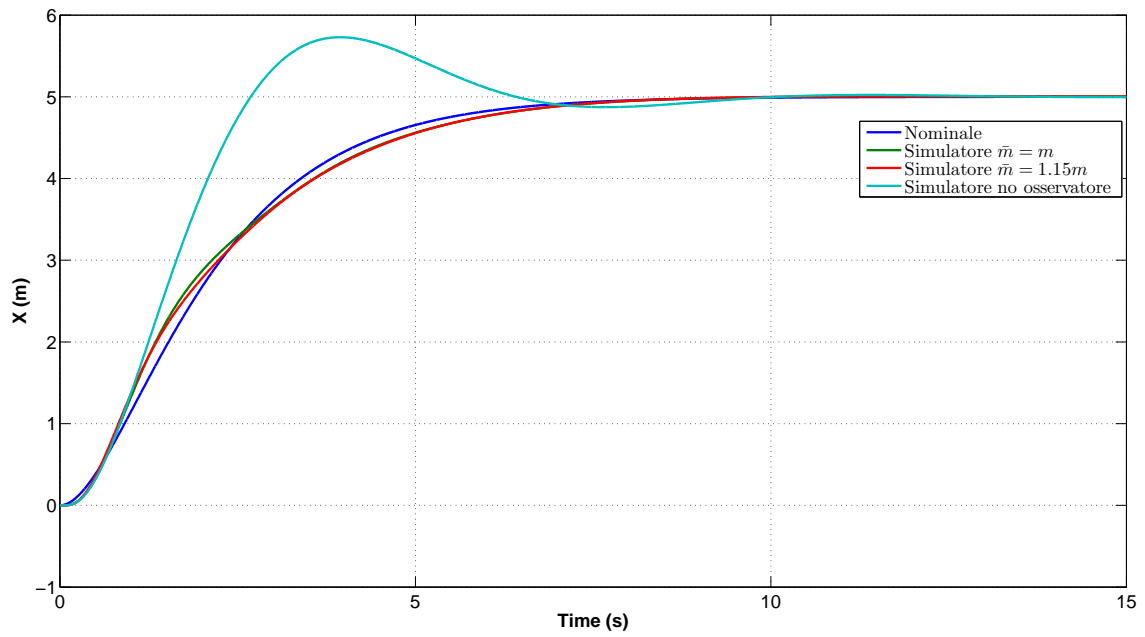


Figure 4.6: Risposte a confronto sulla coordinata X a fronte di un gradino sul riferimento

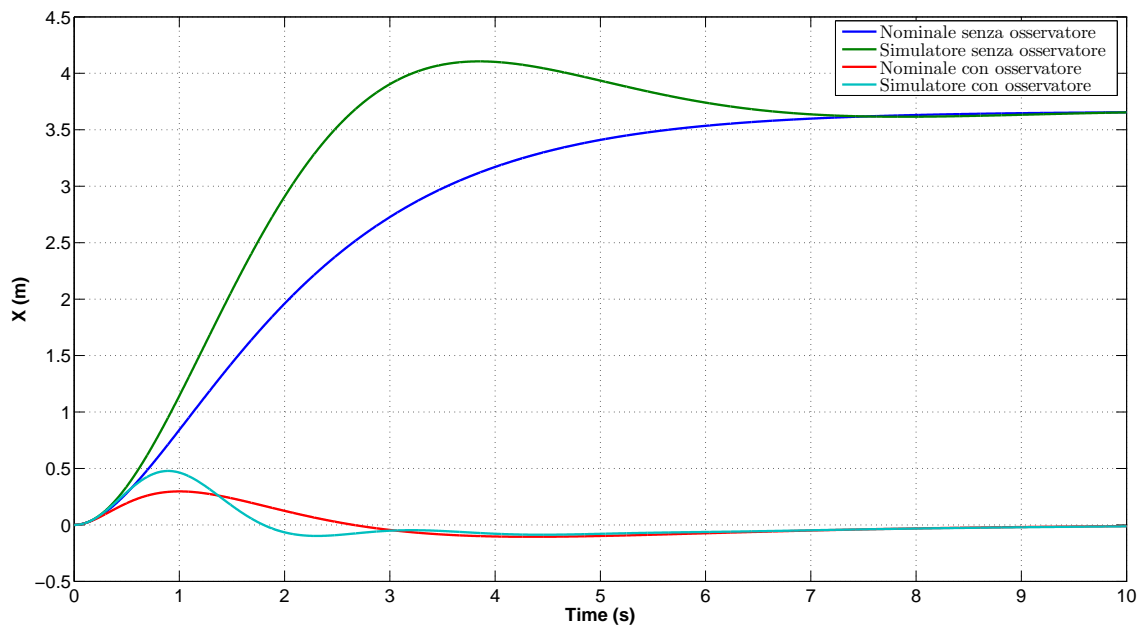


Figure 4.7: Risposte a confronto sulla coordinata X a fronte di un gradino sul disturbo

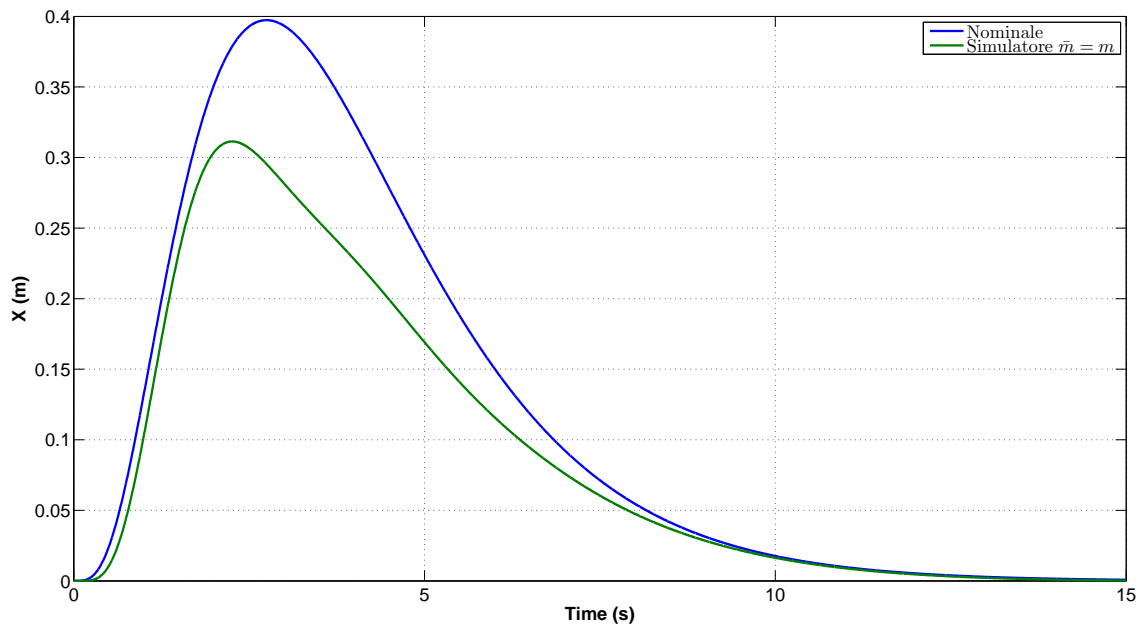


Figure 4.8: Risposte a confronto sulla coordinata X a fronte di un gradino su η_{q_I}

confrontata con la risposta del simulatore.

Nel grafico Figure 4.9 si è confrontato l'andamento della coordinata X a fronte di un gradino sulla variabile η_{q_I} di 1 metro. L'influenza di η_{q_I} sulla posizione reale, in questo caso X

$$\frac{X}{\eta_{q_I}} = \frac{((1 - Q_q)Q_a\bar{K} + Q_q\bar{m}s + Q_q\bar{K})s}{\bar{m}(s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p)} + \frac{K_v s + K_p}{s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p} \quad (4.7)$$

dove si sono separati i contributi dovuti dall'osservatore del disturbo e quelli dovuti al controllo. In blu abbiamo la risposta temporale di (Equation 4.7) mentre in verde la risposta ottenuta dal simulatore.

4.3 Coordinate Z

In questa sezione presenteremo i risultati ottenuti tramite l'uso del simulatore per la quota del quadrotor, per comodità presenteremo i risultati cambiando segno alla coordinata Z . In Figure 4.10 è confrontato l'andamento di Z a fronte di un gradino di 5 metri sul riferimento. La risposta allo scalino denominata nominale in figura è la risposta del sistema

$$\frac{Z}{Z_d} = \frac{K_p}{s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p} = \frac{2}{s^2 + 3s + 2} \quad (4.8)$$

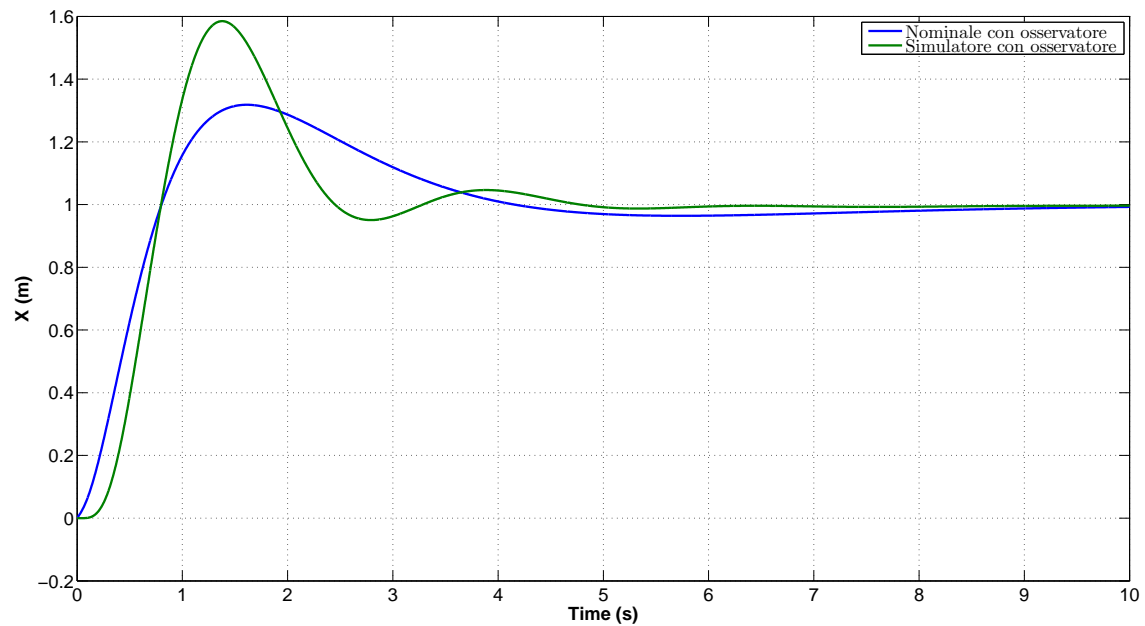


Figure 4.9: Risposte a confronto sull'angolo di roll a fronte di un gradino su η_ω

mentre le altre risposte sono ottenute dal simulatore. Il grafico in verde rappresenta la risposta ottenuta ponendo la massa nominale uguale a quella reale e in rosso abbiamo la risposta ottenuta ponendo la massa nominale del 15% più grande di quella reale. Inoltre viene riportata anche la risposta ottenuta con il solo controllore e massa nominale uguale quella reale.

Nel grafico Figure 4.11 si è confrontato l'andamento di Z a fronte di un gradino sulla variabile d_ω . Scrivendo la funzione di trasferimento

$$\frac{Z}{d_q} = \frac{(1 - Q_q)(1 - Q_a)}{\bar{m}(s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p)} = \frac{(1 - Q_q)(1 - Q_a)}{1.3(s^2 + 3s + 2)} \quad (4.9)$$

possiamo descrivere i casi sotto esame:

Blu ottenuto dalla risposta temporale di (Equation 4.9) ponendo Q_q e Q_a uguale a zero.

Verde ottenuto dal simulatore non collegando l'osservatore del disturbo.

Rosso ottenuto dalla risposta temporale di (Equation 4.9).

Ciano ottenuto dal simulatore collegando l'osservatore del disturbo.

Nel grafico Figure 4.12 si è confrontato l'andamento della coordinata Z a fronte di un gradino sulla variabile $\eta_{\dot{q}_i}$ di 1 m/s^2 . La risposta allo scalino denominata nominale in figura è la risposta temporale di

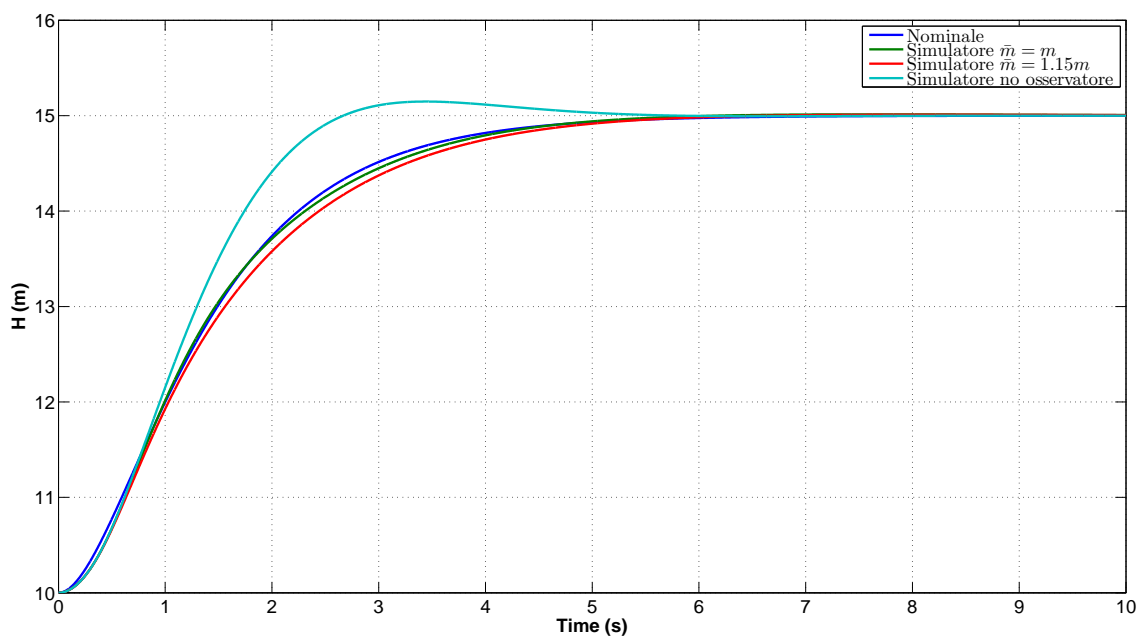


Figure 4.10: Risposte a confronto sulla quota a fronte di un gradino sul riferimento

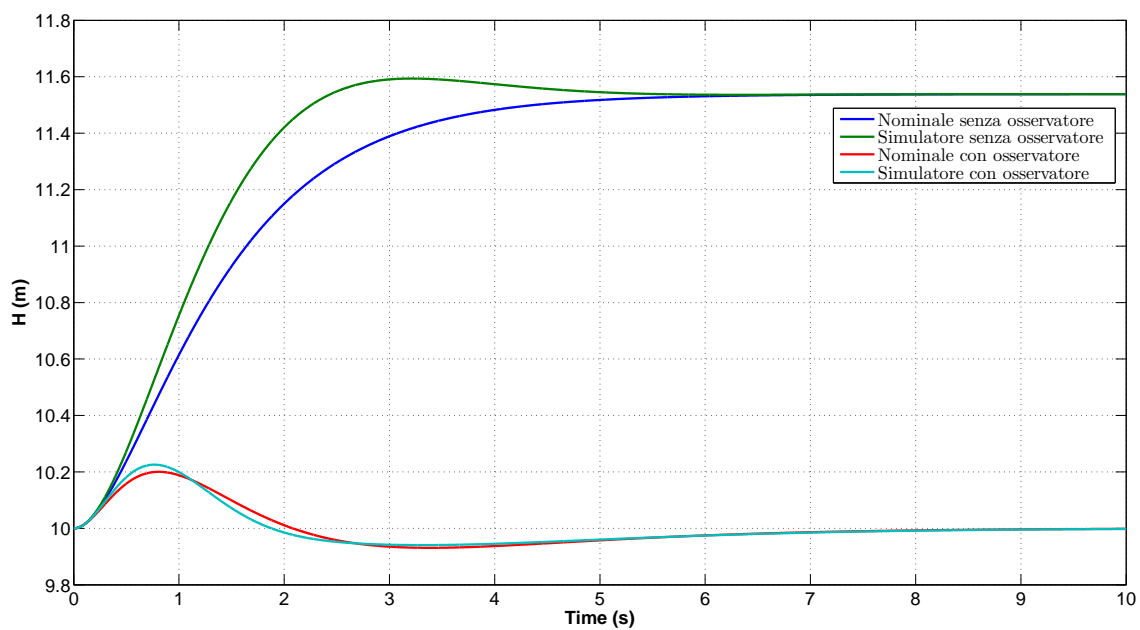


Figure 4.11: Risposte a confronto sulla quota a fronte di un gradino sul disturbo

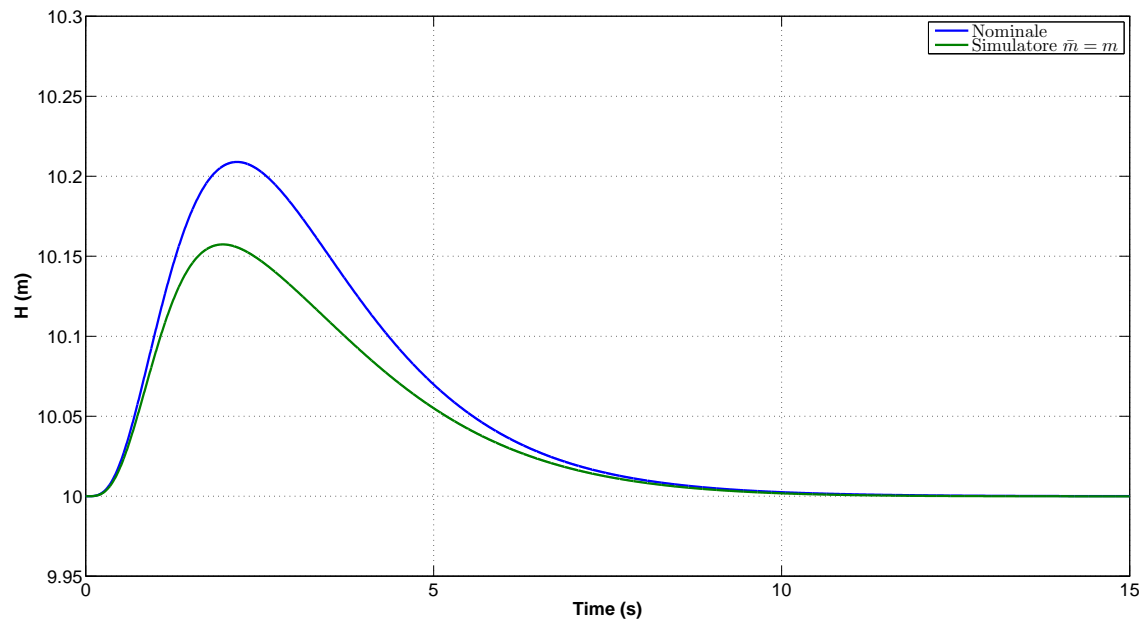


Figure 4.12: Risposte a confronto sulla quota a fronte di un gradino su η_{qI}

$$\frac{Z}{\eta_{qI}} = \frac{(1 - Q_q)Q_a}{s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p} \quad (4.10)$$

confrontata con la risposta del simulatore.

Nel grafico Figure 4.13 si è confrontato l'andamento della quota fronte di un gradino sulla variabile η_{qI} di 1 metro. L'influenza di η_{qI} sulla quota reale,

$$\frac{Z}{\eta_{qI}} = \frac{((1 - Q_q)Q_a\bar{K} + Q_q\bar{m}s + Q_q\bar{K})s}{\bar{m}(s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p)} + \frac{K_v s + K_p}{s^2 + (K_v + \bar{K}')s + K_p} \quad (4.11)$$

dove si sono separati i contributi dovuti dall'osservatore del disturbo e quelli dovuti al controllo. In blu abbiamo la risposta temporale di (Equation 4.11) mentre in verde la risposta ottenuta dal simulatore.

4.4 Simulazioni generale

Presentiamo i risultati ottenuti simulando attraverso il modello di Dryden l'azione di un vento a 9 m/s incidente a 45 gradi rispetto all'asse nord. Il modello di dryden oltre a fornire una componente continua genera anche una perturbazione funzione delle dimensioni del veicolo. La componente di disturbo dovuto al vento nelle simulazioni inizia al secondo 5. Nelle simulazioni sono presenti tutti gli errori di misura dovuti ai modelli di sensori e ai filtri di navigazione:

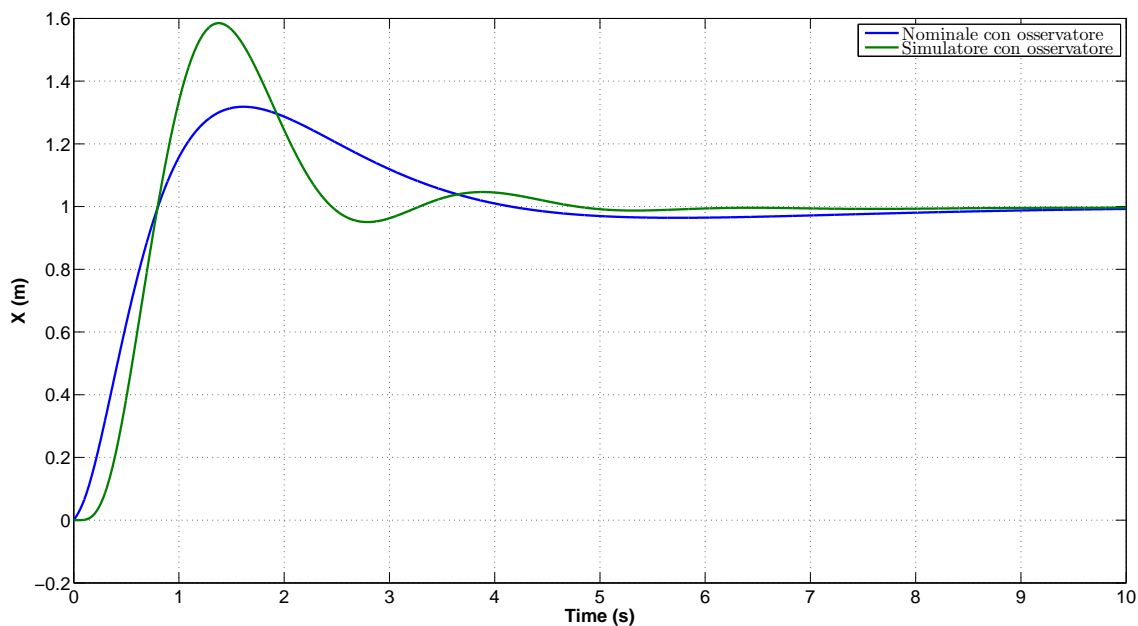


Figure 4.13: Risposte a confronto sull'angolo di roll a fronte di un gradino su η_ω

- Errore sulle misure dei giroscopi
- Errore sulle misure degli accelerometri
- Errata stima degli angoli di assetto
- Errata stima della posizione del veicolo

In prima battuta abbiamo posto le masse e le inerzie nominali identiche a quelle reali presenti nel simulatore. In Figure 4.14 e Figure 4.15 mostriamo le coordinate X e Y reali del quadrotor.

Gli angoli di roll e pitch comandati dal controllo in posizione con e senza osservatore sono riportati rispettivamente in Figure 4.16 e Figure 4.17.

Il comando al motore uno normalizzato tra meno uno e uno è riportato in Figure 4.18 nel caso sia o meno presente l'osservatore; il comando al motore due è riportato in Figure 4.19.

In seconda analisi abbiamo posto

$$\bar{m} = 1.15m \quad \bar{J} = 2J \quad (4.12)$$

simulando sempre con la presenza degli errori di misura e lasciando invariante le condizioni di vento. In Figure 4.20 e Figure 4.21 mostriamo le coordinate X e Y reali del quadrotor.

Gli angoli di roll e pitch comandati dal controllo in posizione con e senza osservatore sono riportati rispettivamente in Figure 4.22 e Figure 4.23.

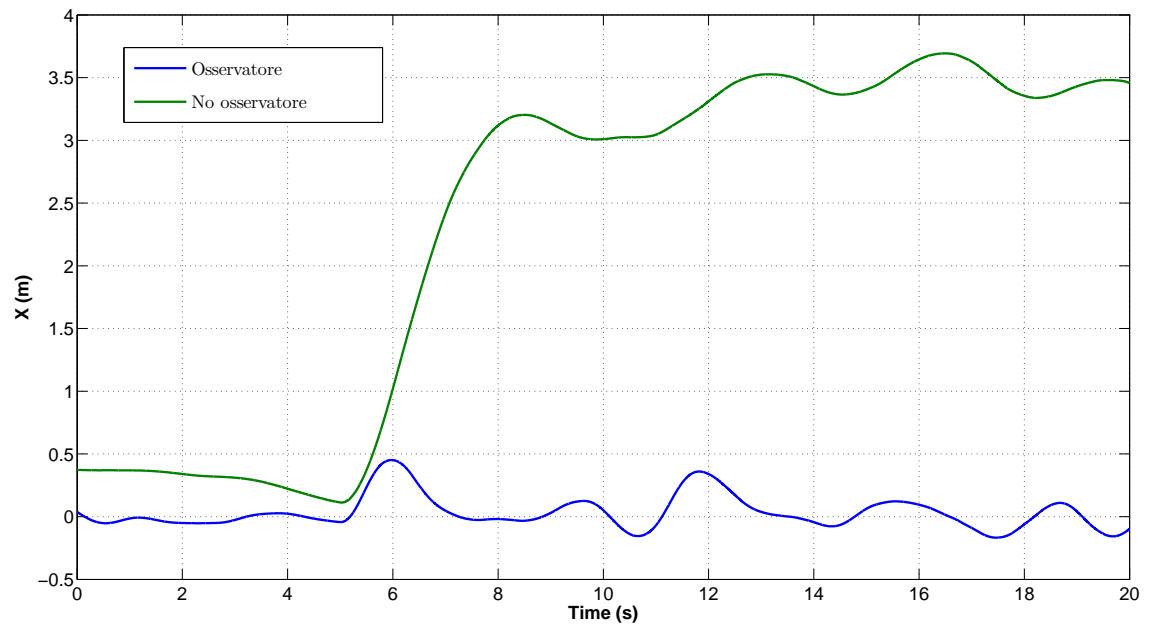


Figure 4.14: Confronto della coordinata X a fronte di un disturbo generato dal vento

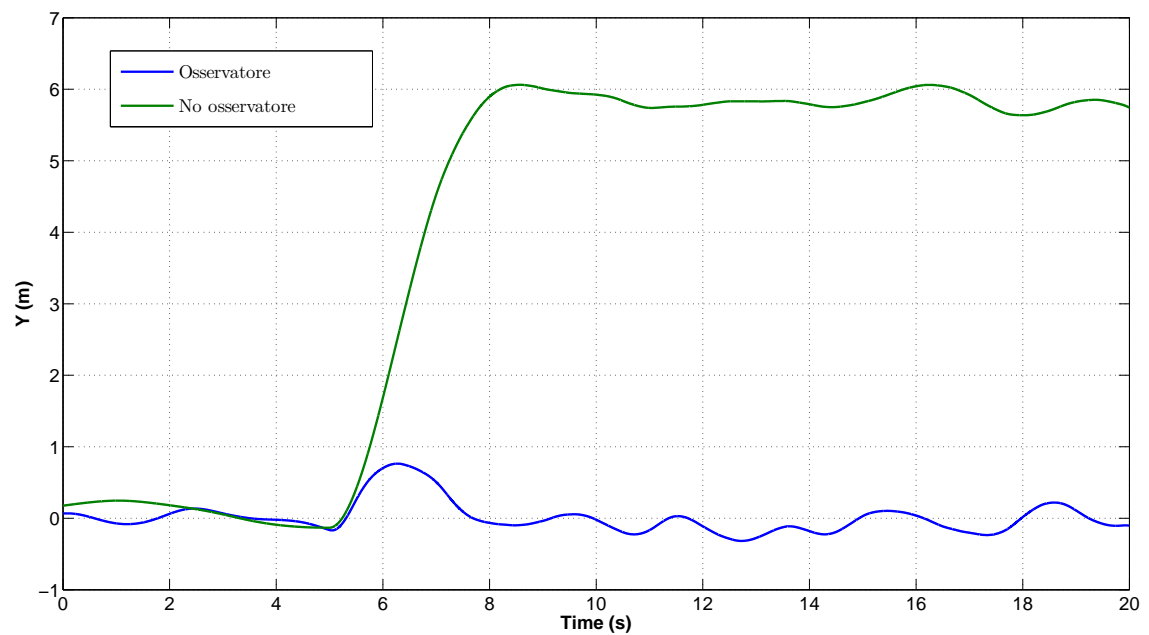


Figure 4.15: Confronto della coordinata Y a fronte di un disturbo generato dal vento

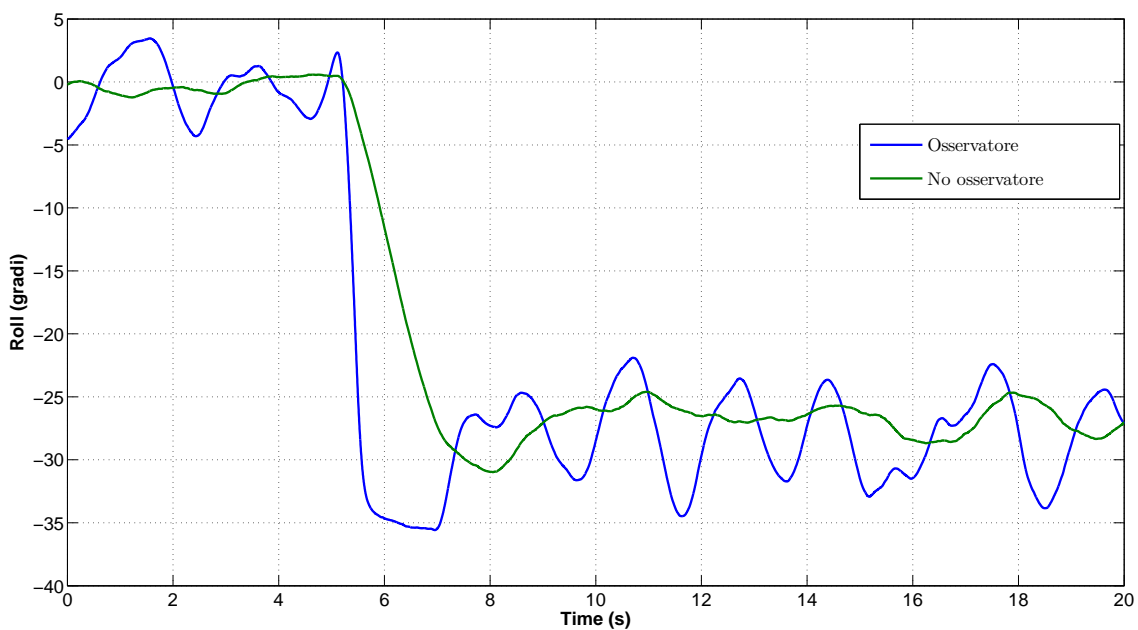


Figure 4.16: Confronto dell'angolo di roll a fronte di un disturbo generato dal vento

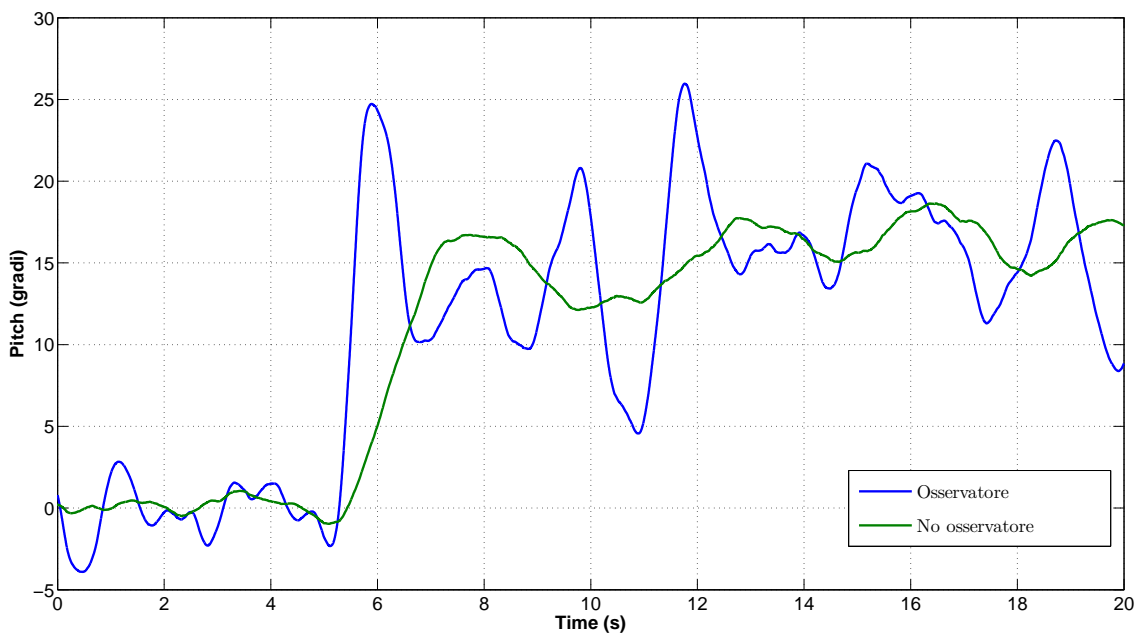


Figure 4.17: Confronto dell'angolo di pitch a fronte di un disturbo generato dal vento

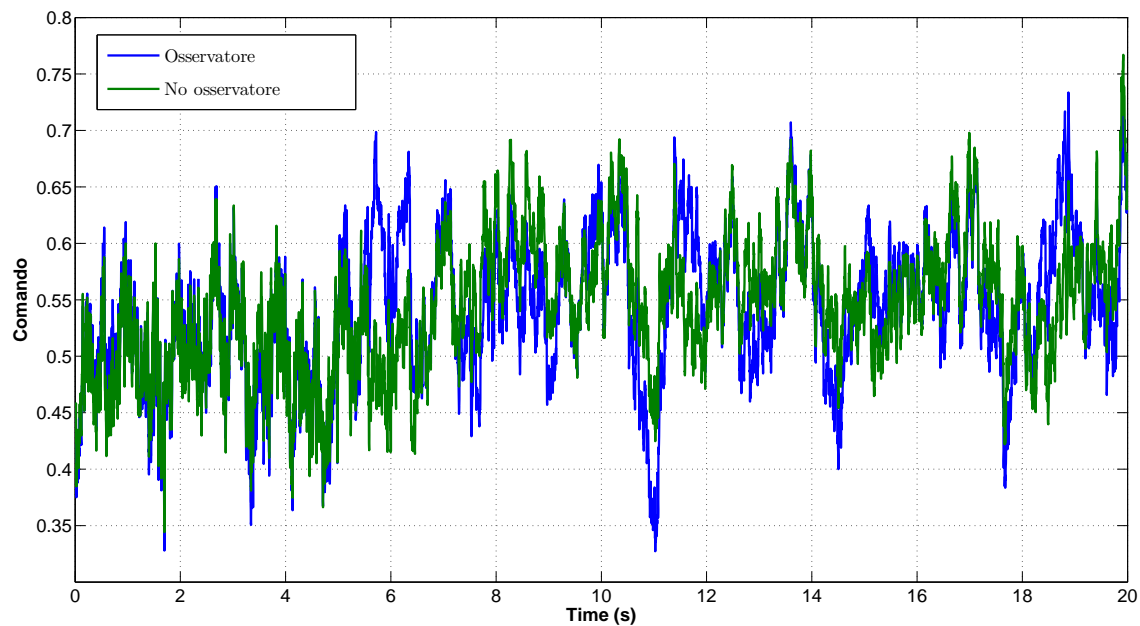


Figure 4.18: Confronto del comando generato sul motore uno a fronte di un disturbo generato dal vento

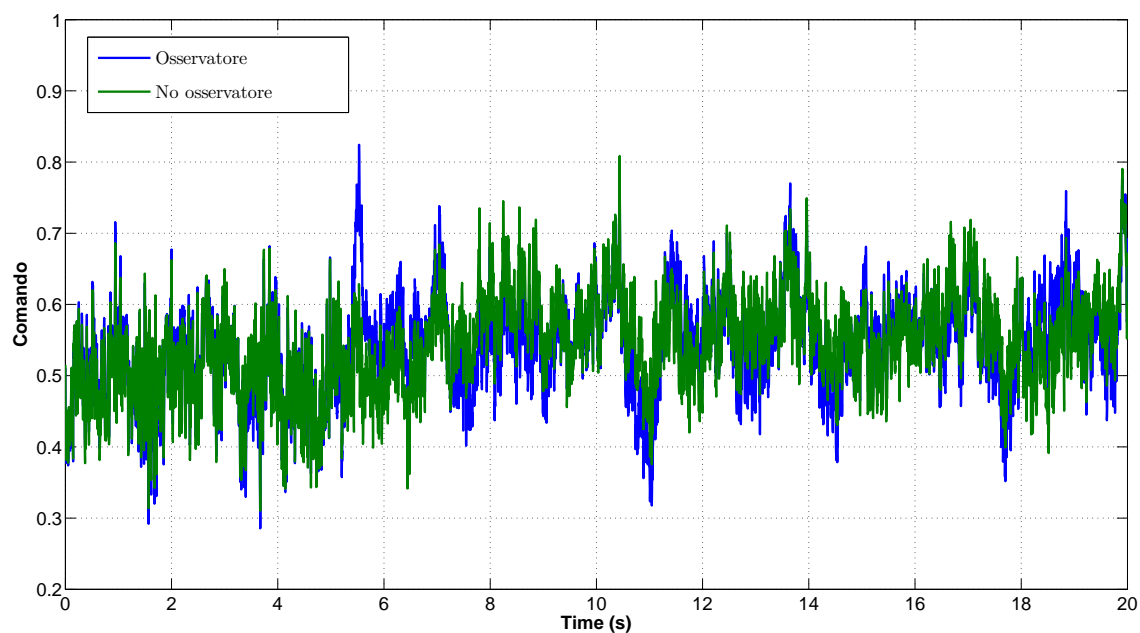


Figure 4.19: Confronto del comando generato sul motore due a fronte di un disturbo generato dal vento

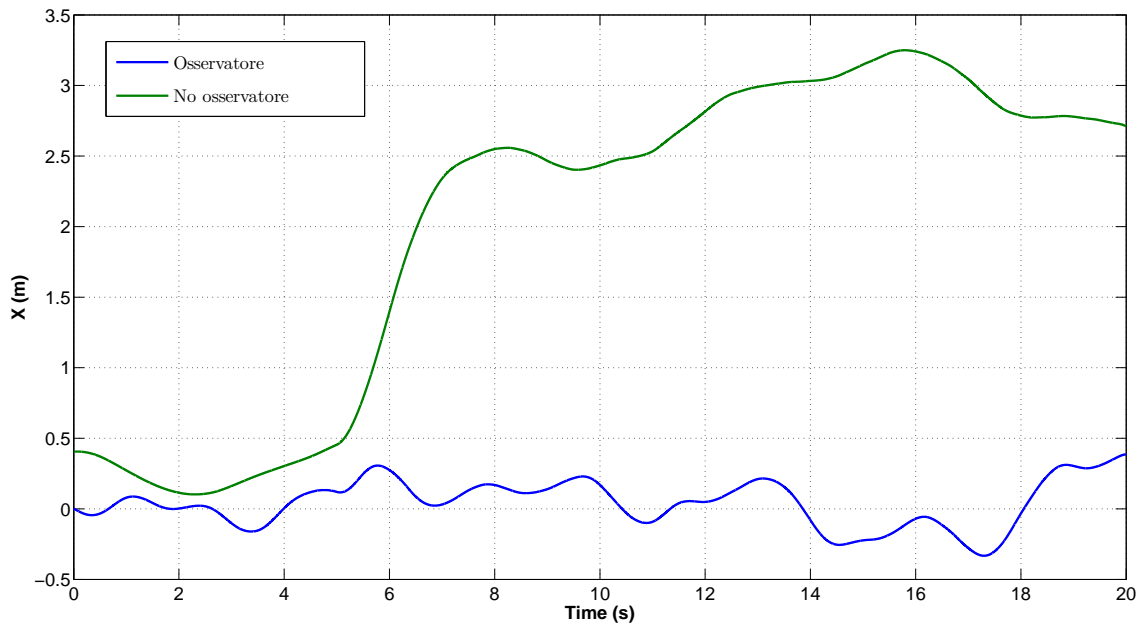


Figure 4.20: Confronto della coordinata X a fronte di un disturbo generato dal vento

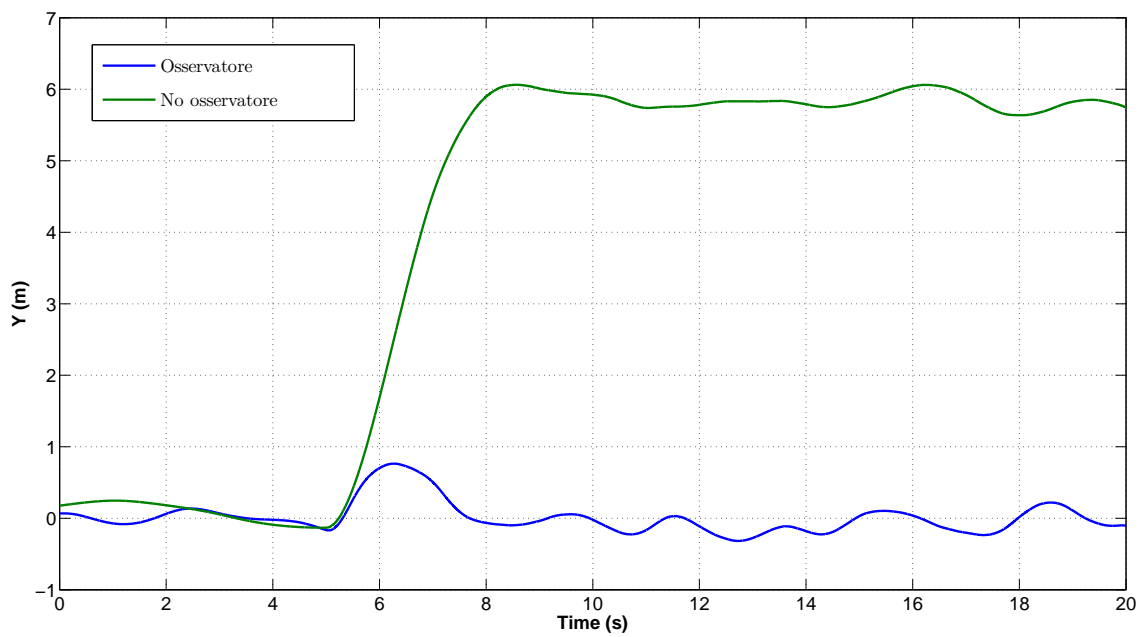


Figure 4.21: Confronto della coordinata Y a fronte di un disturbo generato dal vento

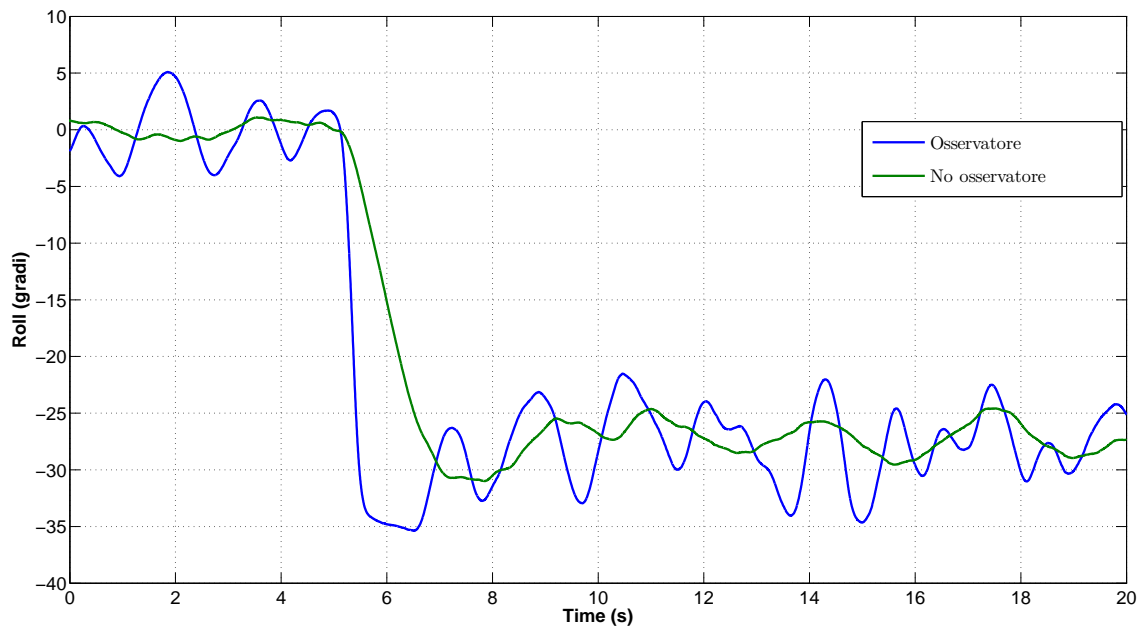


Figure 4.22: Confronto dell'angolo di roll a fronte di un disturbo generato dal vento

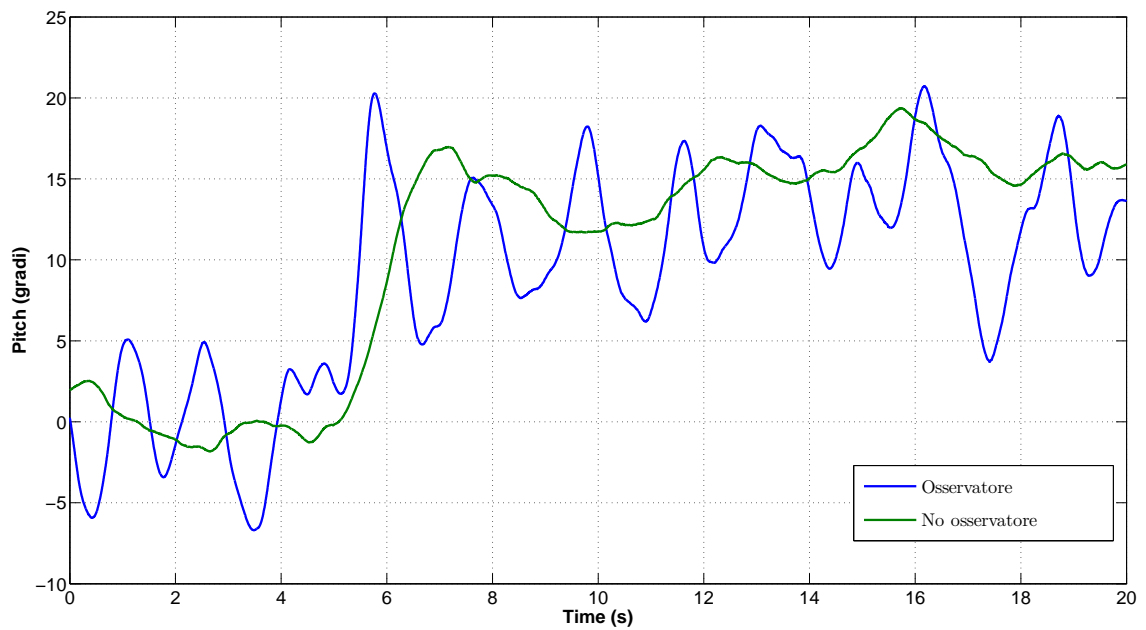


Figure 4.23: Confronto dell'angolo di pitch a fronte di un disturbo generato dal vento

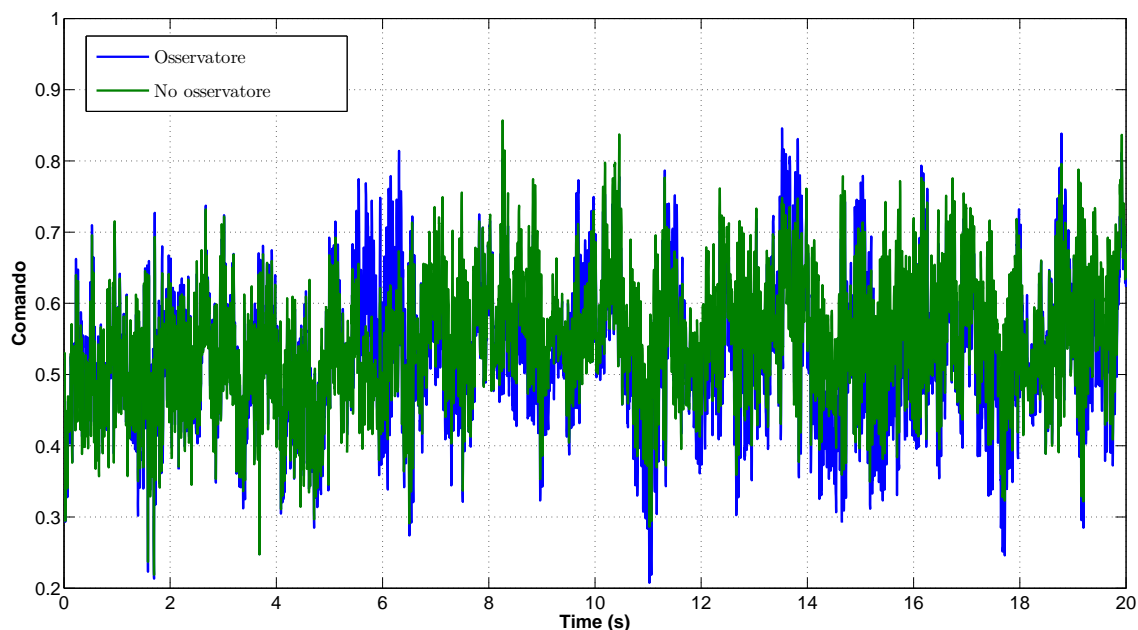


Figure 4.24: Confronto del comando generato sul motore uno a fronte di un disturbo generato dal vento

Il comando al motore uno normalizzato tra meno uno e uno è riportato in Figure 4.24 nel caso sia o meno presente l'osservatore; il comando al motore due è riportato in Figure 4.25.

In ultima analisi è stato disattivato il controllore posto a monte dell'osservatore e abbiamo simulato nelle stesse condizioni di vento, sia con i parametri nominali corretti sia con i parametri nominali non corretti. In Figure 5.4 e Figure 4.27 mostriamo le coordinate X e Y reali del quadrotor.

Il confronto con i due set di parametri degli angoli di roll e pitch comandati sono riportati rispettivamente in Figure 4.28 e Figure 4.29.

Il comando al motore uno normalizzato tra meno uno e uno è riportato in Figure 4.30, nel caso siano o meno corretti i parametri; il comando al motore è riportato in Figure 4.31.

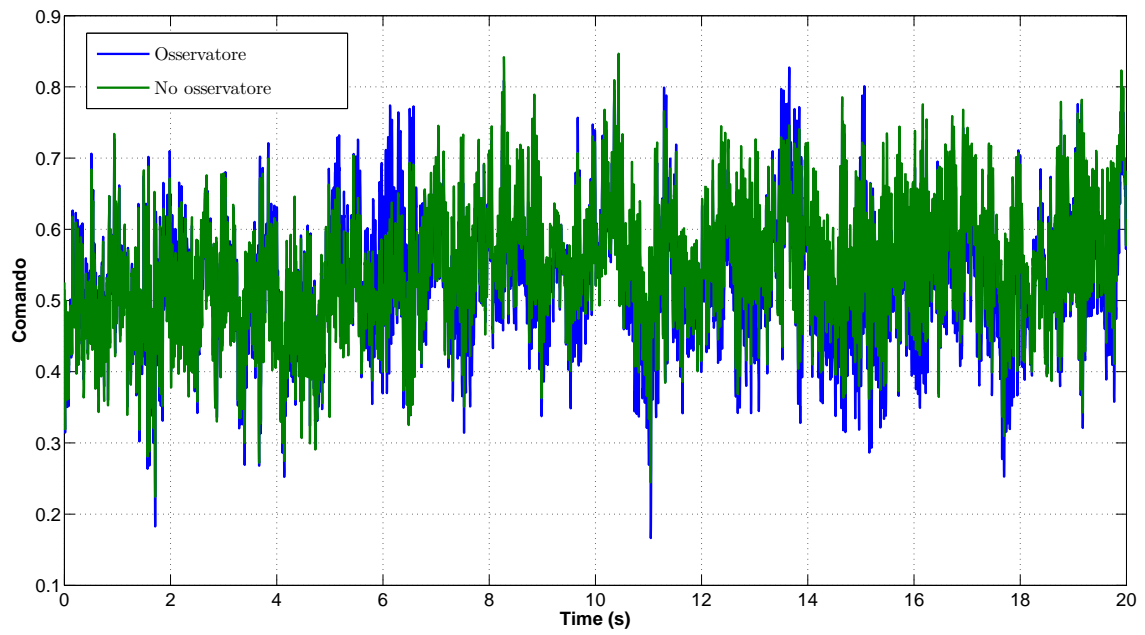


Figure 4.25: Confronto del comando generato sul motore due a fronte di un disturbo generato dal vento

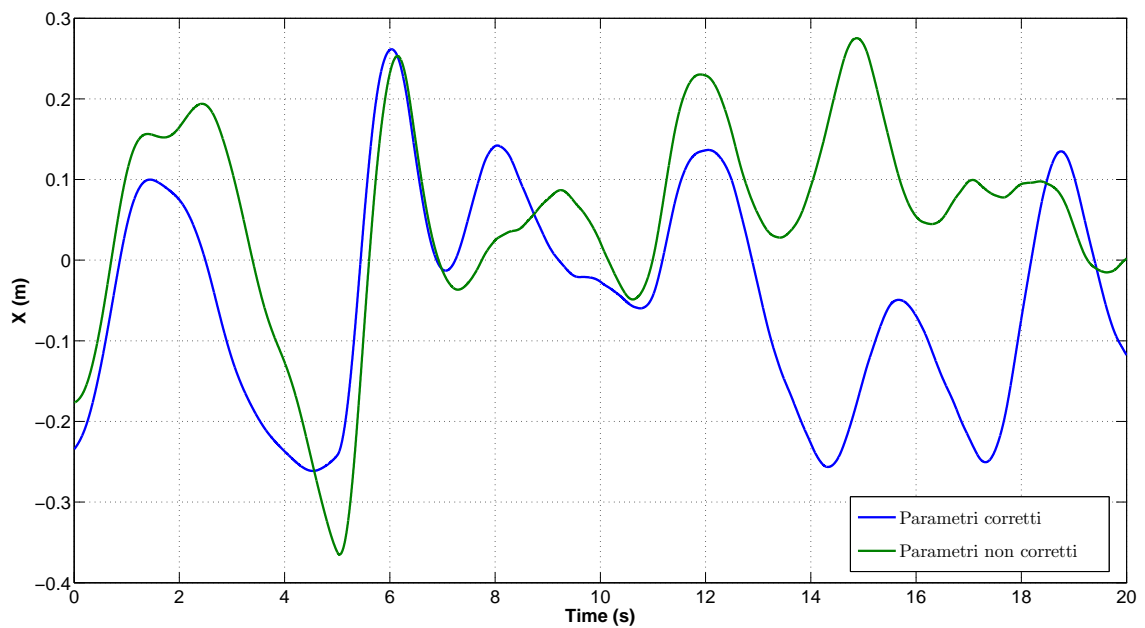


Figure 4.26: Confronto della coordinata X a fronte di un disturbo generato dal vento

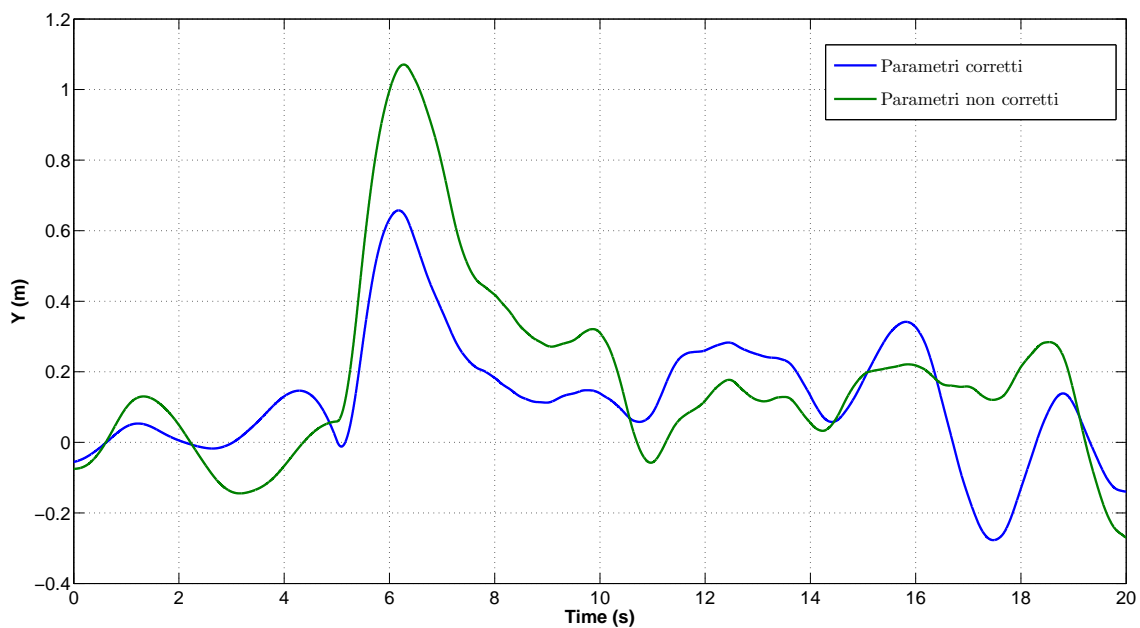


Figure 4.27: Confronto della coordinata Y a fronte di un disturbo generato dal vento

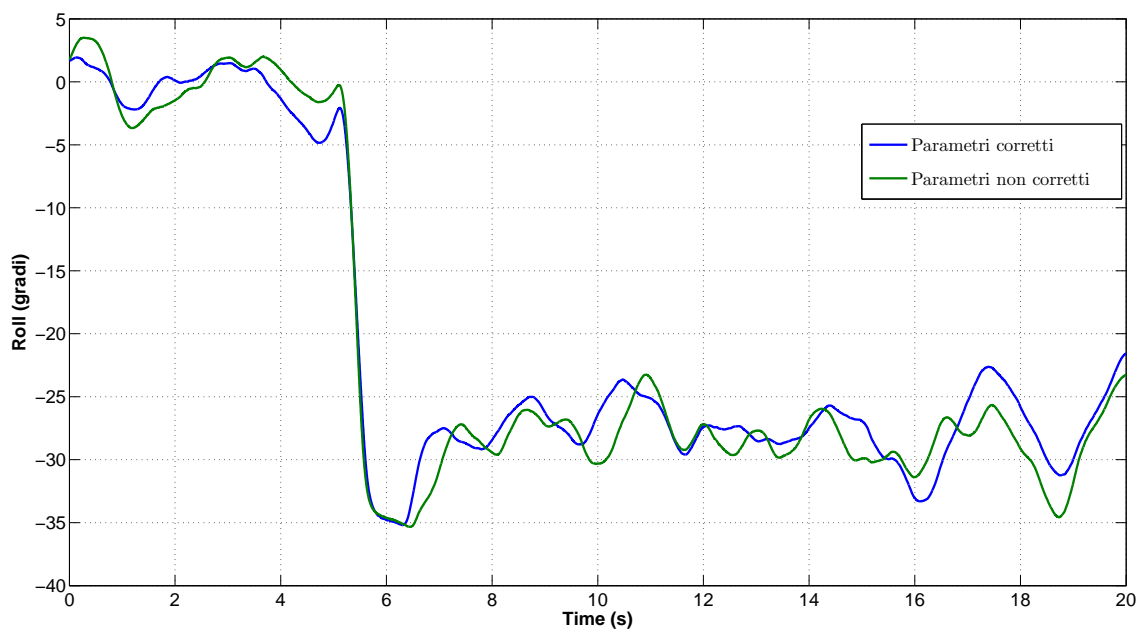


Figure 4.28: Confronto dell'angolo di roll a fronte di un disturbo generato dal vento

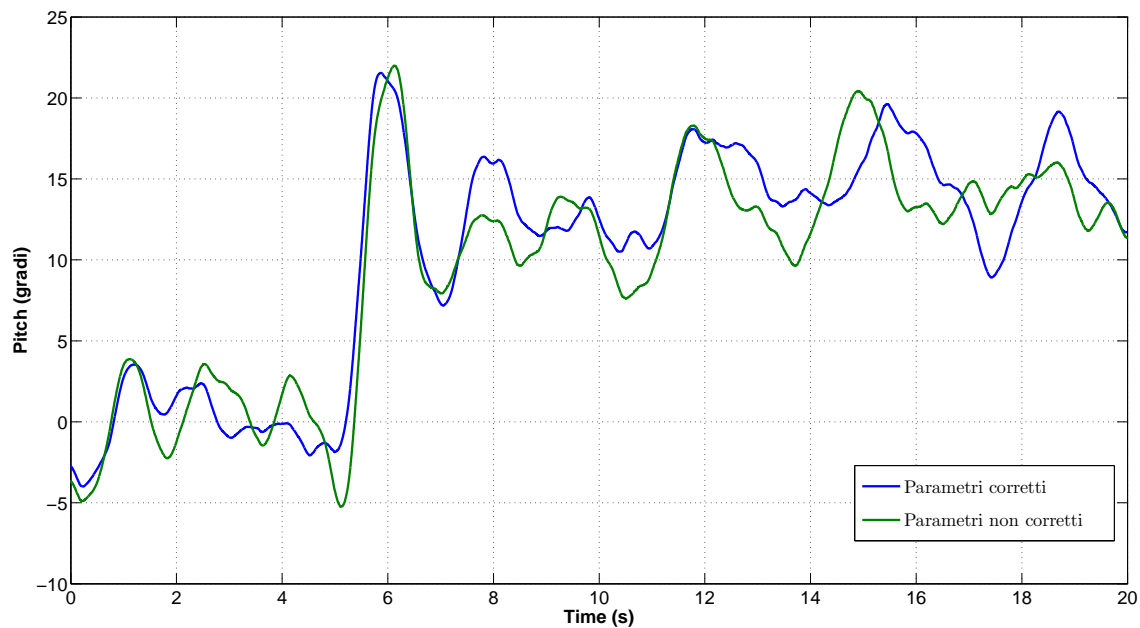


Figure 4.29: Confronto dell'angolo di pitch a fronte di un disturbo generato dal vento

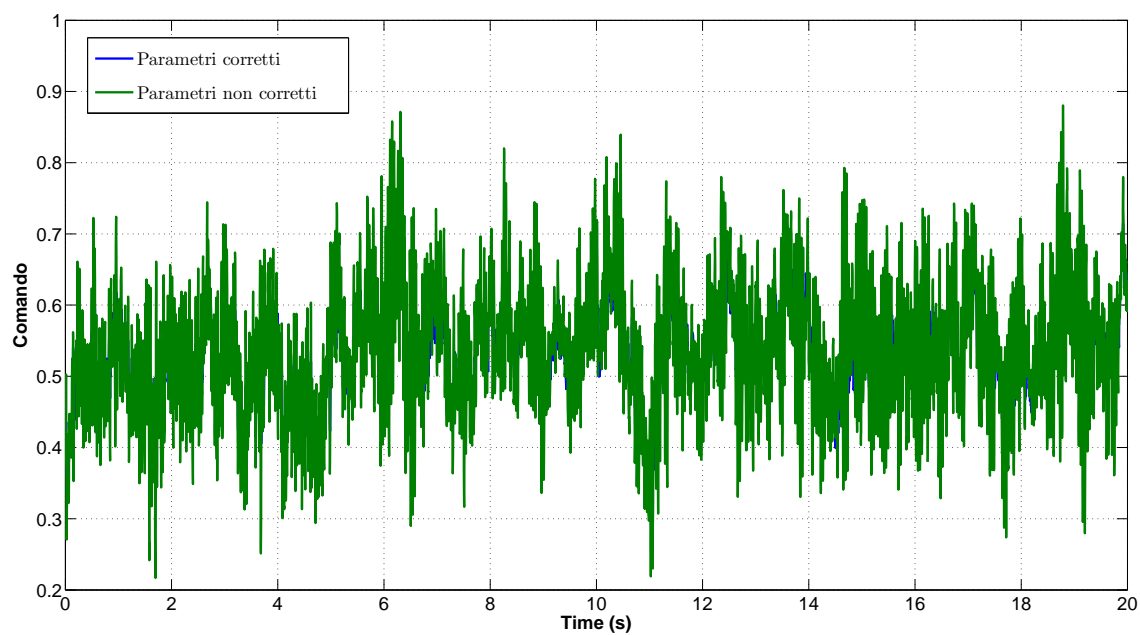


Figure 4.30: Confronto del comando generato sul motore uno a fronte di un disturbo generato dal vento

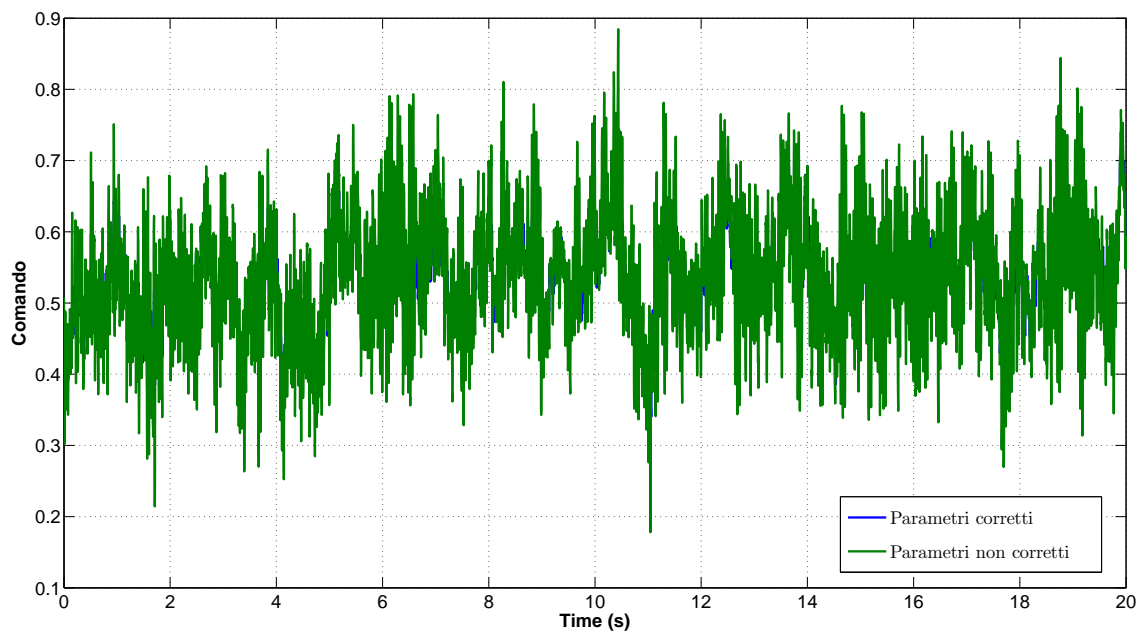


Figure 4.31: Confronto del comando generato sul motore due a fronte di un disturbo generato dal vento

5 Conclusioni

L'obiettivo della presente tesi era la realizzazione di un osservatore del disturbo da implementare su un velivolo di tipo quadrotor. La tesi prende spunto dall'articolo [5] dove viene approcciato il problema dovuto alla reiezione dei disturbi e ad incertezze di modello a livello dinamico. Le differenze rispetto all'articolo sono le seguenti:

- Aver usato misure diverse per l'osservatore del disturbo riguardante le coordinate lineari, introducendo due anelli in accelerazione e posizione inerziale invece che un solo anello in velocità
- Aver introdotto un diverso sistema nominale per le coordinate lineari
- Analisi della struttura dei filtri in funzione di specifiche sulla reiezione dei disturbi e introduzione di una procedura per la sintesi dei filtri attraverso problemi di ottimo vincolato.
- Analisi dell'influenza degli errori di misura sul sistema
- Analisi di robustezza riguardante le incertezze parametriche

Le prime due modifiche sono state ispirate dalla volontà di implementare l'osservatore su un quadrotor su un veicolo reale. La misura di velocità inerziale su un quadrotor solitamente non è presente o comunque non è molto affidabile. Per tale motivo ci siamo sulle misure di accelerazione e posizione. L'implementazione dei due anelli deriva dal fatto che il solo anello in posizione non poteva garantire la velocità richiesta nel reiettare i disturbi esterni, pertanto si è dovuto usare la misura di accelerazione che garantiva una maggiore reattività. Le misure di accelerazione sono affette da bias di misura, poichè gli errori di misura in bassa frequenza nella teoria classica di Ohnisci, entrano senza attenuazione sul sistema compromettendo le prestazioni. Tale considerazione è la giustificazione dell'aver introdotto l'anello in posizione il cui compito principale è proprio l'attenuazione dei disturbi dovuti ad errori di misura in bassa frequenza dell'anello in accelerazione.

Gli errori di misura sono un aspetto rilevante nell'implementazione su un veicolo reale di dimensione ridotte, poichè generalmente si utilizzano sensori low-cost. Per tale motivo, a differenza di quanto era presente nell'articolo, è stata svolta una analisi di tali errori sul controllo del velivolo.

- Una volta progettato l'osservatore si sono sintetizzati dei controllori PD tramite la tecnica di assegnazione poli, valutando le prestazioni del sistema in anello chiuso in presenza dell'osservatore realizzato.

L'obiettivo principale della tesi sono essenzialmente due:

- La reiezione del vento e più in generale i disturbi esterni agenti lungo le coordinate lineari.
- Rendere robusto il sistema a fronte di incertezze parametriche per le coordinate angolari.

Presentiamo i risultati ottenuti simulando attraverso il modello di Dryden l'azione di un vento a 9 m/s incidente a 45 gradi rispetto all'asse nord. Il modello di dryden oltre a fornire una componente continua genera anche delle perturbazioni in funzione delle dimensioni del velivolo. La componente di disturbo dovuta al vento nelle simulazioni inizia al secondo 5. Nelle simulazioni sono presenti tutti gli errori di misura dovuti ai modelli di sensori, quali:

- Errore sulle misure dei giroscopi
- Errore sulle misure degli accelerometri
- Errata stima degli angoli di assetto
- Errata stima della posizione del veicolo

In Figure 5.1 si mostrano l'evoluzione delle coordinate X e Y reali in presenza di vento con e senza l'osservatore del disturbo. L'uso dell'osservatore permette una reiezione veloce del disturbo dovuto al vento diversamente dal caso senza osservatore.

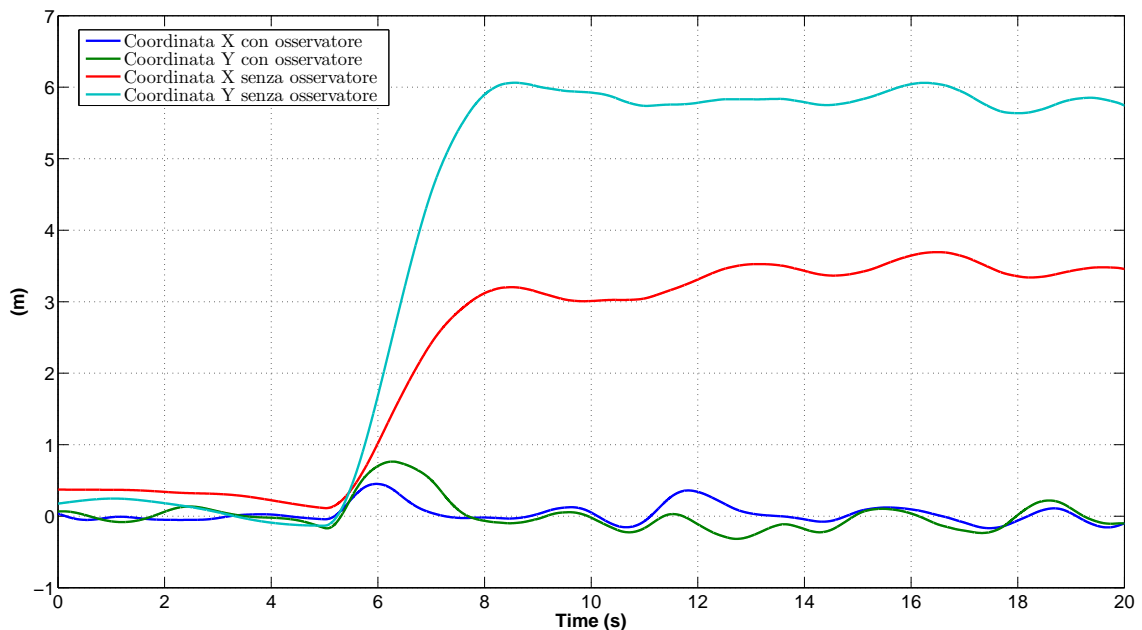


Figure 5.1: Evoluzione delle coordinate X e Y del sistema

L'esempio precedente mostrava i risultati ottenuti con la conoscenza perfetta dei parametri, mostriamo in Figure 5.2 i risultati ottenuti utilizzando nel controllo e nell'osservatore del disturbo l'insieme dei parametri non corretti. Gli angoli di

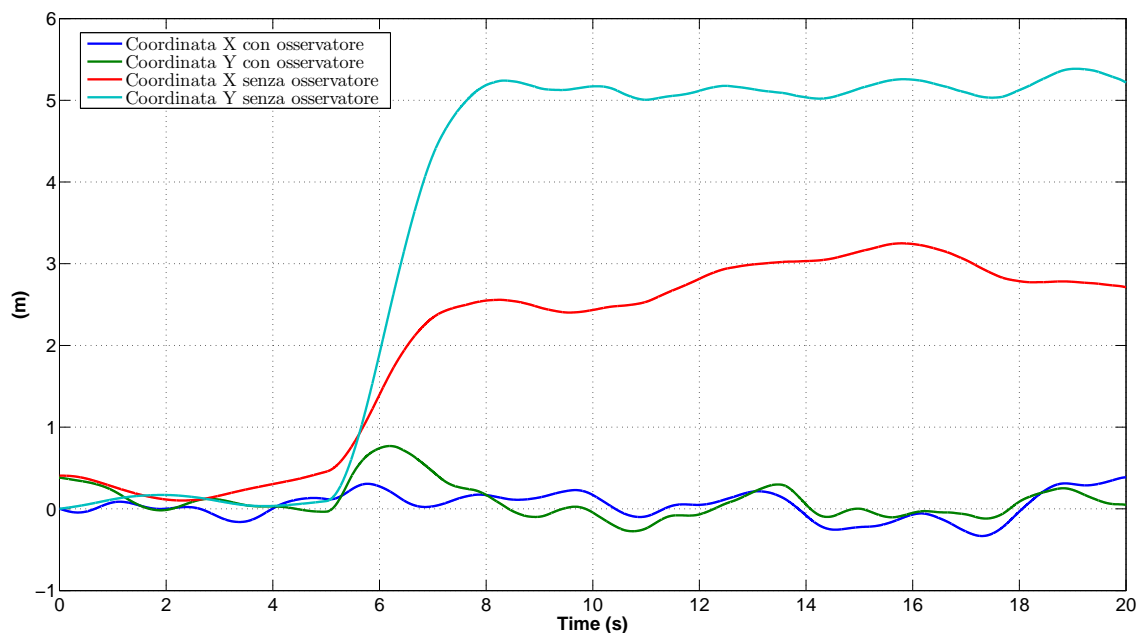


Figure 5.2: Evoluzione delle coordinate X e Y del sistema

pitch e roll comandati per generare forze nelle coordinate inerziali sono riportati in Figure 5.3.

L'uso dell'osservatore del disturbo riguardante le coordinate lineari non è vincolato dall'aver a monte un controllore ma può coadiuvare la guida un pilota. Disattivato il controllore posto a monte dell'osservatore, simulando nelle stesse condizioni di vento, sia con i parametri nominali corretti sia con i parametri nominali non corretti. In Figure 5.4 mostriamo le coordinate X e Y reali del quadrotor.

L'osservatore del disturbo è progettato per regolare la velocità a zero a fronte di un disturbo costante, pertanto se il pilota sta comandando una velocità di avanzamento e si presenta un vento laterale, l'osservatore del disturbo riesce a regolare la velocità laterale a zero senza alcun intervento esterno.

Analizziamo la robustezza a fronte di incertezze parametriche. L'uso dell'osservatore permette alla coppia generata dal controllore di vedere una inerzia in funzione della frequenza, come evidenziato da

$$\frac{\omega(s)}{\bar{\tau}_c^\omega(s)} = \frac{1}{s(\bar{J} + \tilde{J}(1 - Q_{pqr}))} \quad (5.1)$$

Il diagramma di Bode di Equation 5.1 è mostrato in (Figure 5.5) dove sono riportate le funzioni di trasferimento nel caso di inerzia nominale e reale; in questo caso l'inerzia nominale è il doppio di quella reale. Si osserva come in bassa frequenza l'inerzia vista dal controllore sia quella nominale mentre in alta frequenza tende all'inerzia reale.

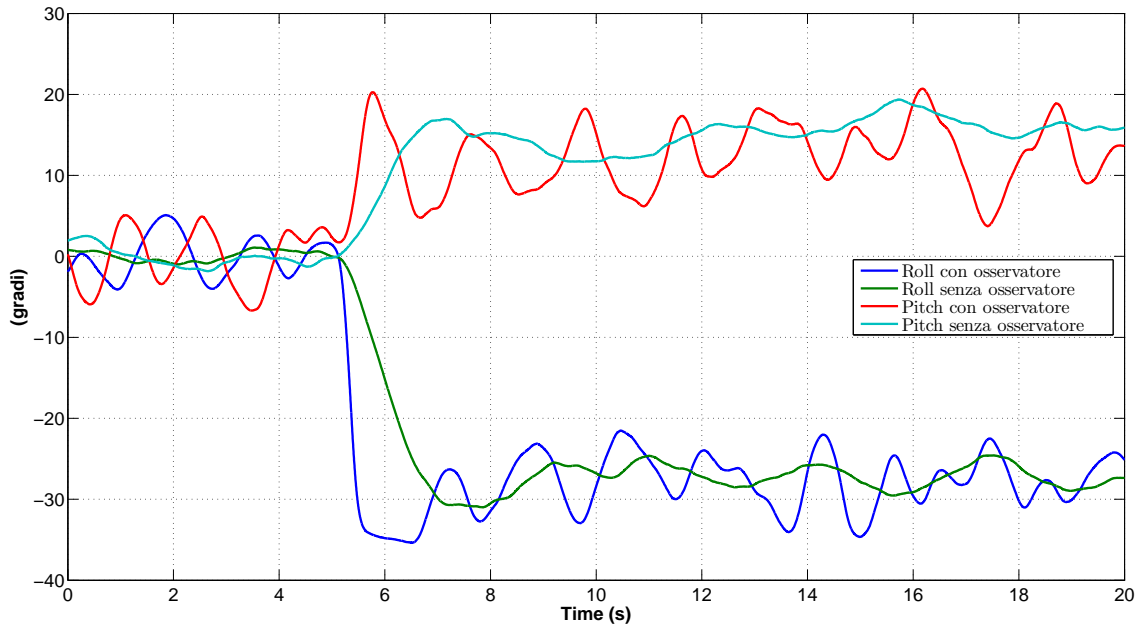


Figure 5.3: Evoluzione delle coordinate X e Y del sistema

In Figure 5.6 è rappresentato lo schema a blocchi rappresentativo del modello che descrive il sistema di controllo relativo alla posa del quadrotor.

La funzione di trasferimento in anello aperto di Figure 5.6 è

$$\frac{\Theta}{e_w} = \frac{\bar{J}K_p}{s^2(\bar{J} + \tilde{J}(1 - Q_{pqr})) + \bar{J}K_v s} = \frac{K_p}{s^2(1 + \varepsilon(1 - Q_{pqr})) + K_v s} \quad (5.2)$$

dove ε rappresenta il rapporto tra l'errore compiuto sulla stima dell'inerzia e la stima stessa.

$$J = \bar{J} + \tilde{J} = \bar{J}(1 + \varepsilon) \quad \varepsilon = \frac{\tilde{J}}{\bar{J}} \quad (5.3)$$

Fissati i guadagni dei controllori scelti in base a delle specifiche sul sistema nominale, in Figure 5.7 plottiamo i margini di fase e ampiezza in funzione di ε .

In Figure 5.8 è confrontato l'andamento di ϕ a fronte di un gradino di 30 gradi sul riferimento, tale gradino permette di sfruttare il modello non lineare dell'osservatore. La risposta allo scalino denominata nominale è quella fornita dalla teoria mentre le altre risposte sono ottenute dal simulatore con inerzie nominali diverse. Si osserva che le risposte temporali fornite dall'osservatore sono molto simili nonostante si sia usato inerzie nominali diverse.

L'utilizzo dell'osservatore del disturbo angolare introduce una robustezza a fronte di incertezze parametriche e consente di sintetizzare il controllore su un modello nominale. Nel sintetizzare i controllori rispetto ad un sistema nominale fissiamo

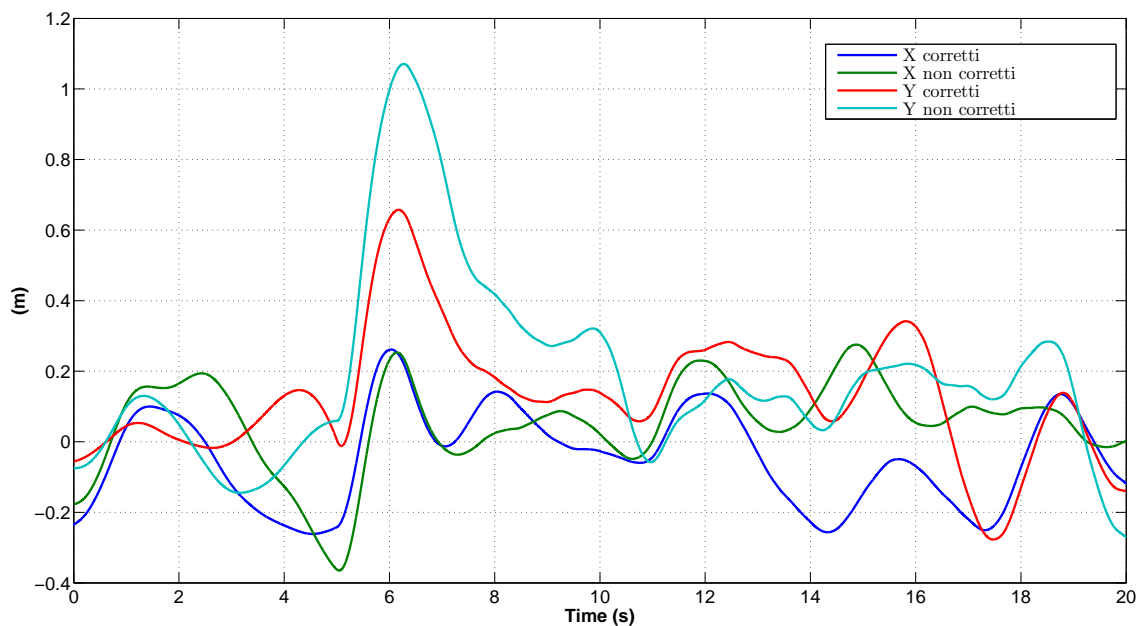


Figure 5.4: Confronto della coordinata X e Y a fronte di un disturbo generato dal vento

delle prestazioni da ottenere a fronte di ingressi, quali il riferimento. Le prestazioni predette dalla teoria sono confermate dai risultati simulativi e si osserva come l'errore sulla stima delle inerzie non influenzi in maniera rilevante le prestazioni.

L'uso dell'osservatore permette al controllista di progettare dei controlli su dei sistemi nominali lineari che possono essere, come in questo caso, disaccoppiati.

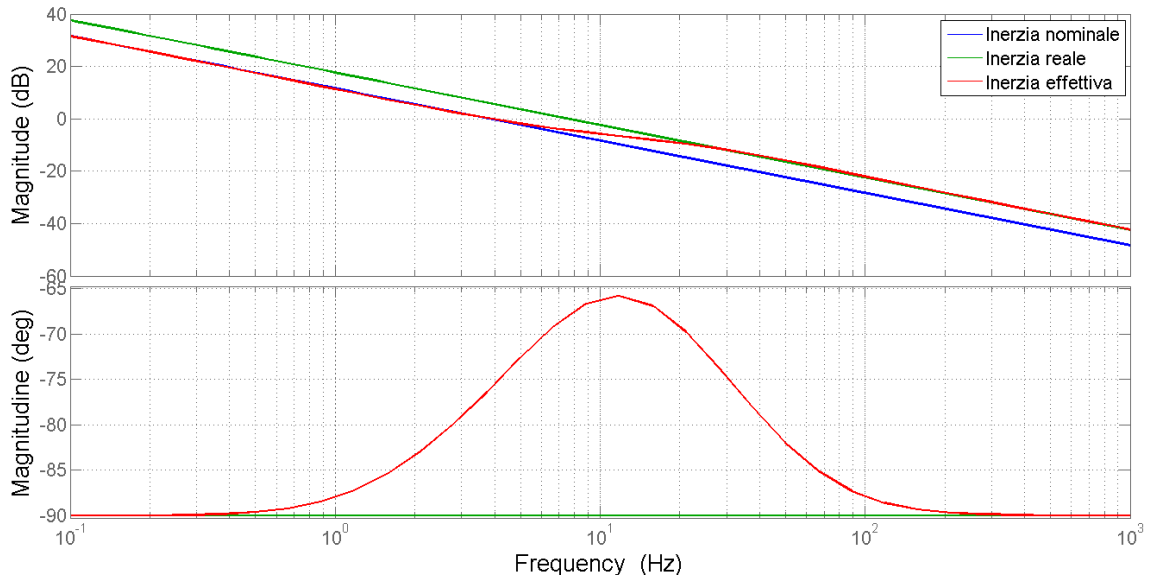


Figure 5.5: Diagramma di bode tra la velocità angolare e τ_ω rappresentativo degli errori sulla stima delle inerzie

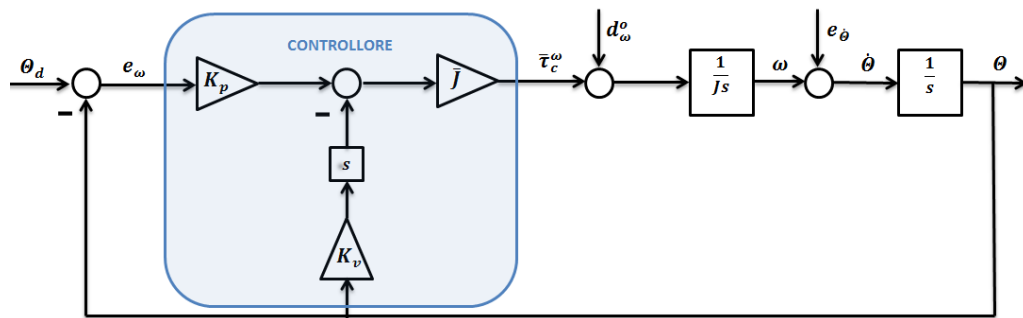


Figure 5.6: Schema a blocchi del sistema controllato relativo alla posa del quadrotor

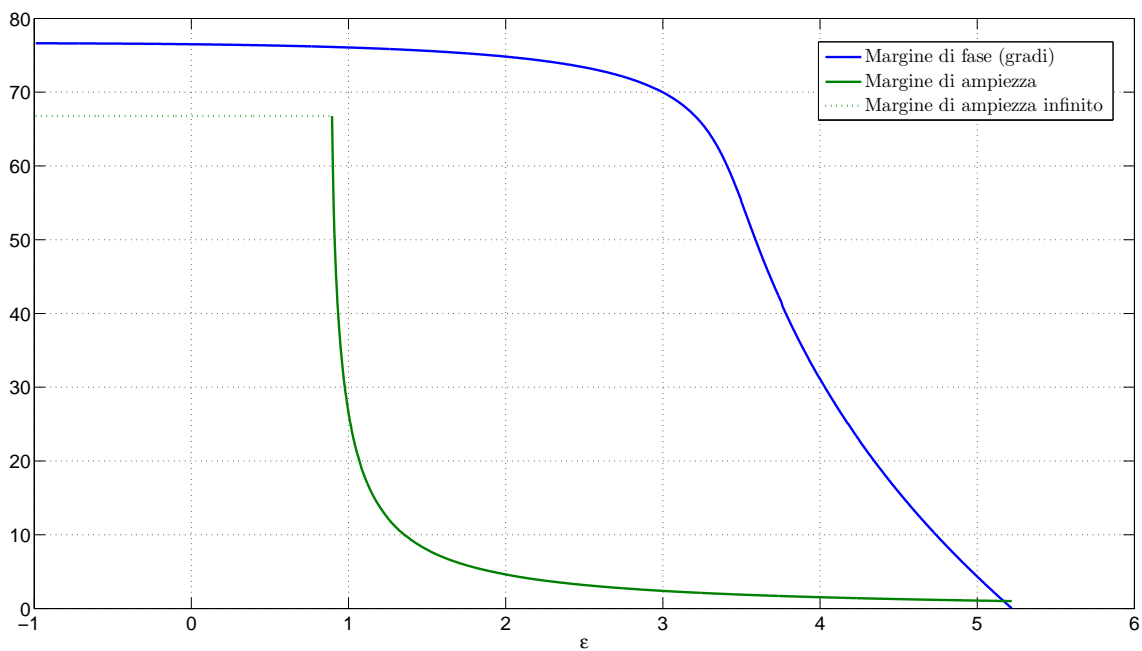


Figure 5.7: Margine di fase e ampiezza in funzione di ε

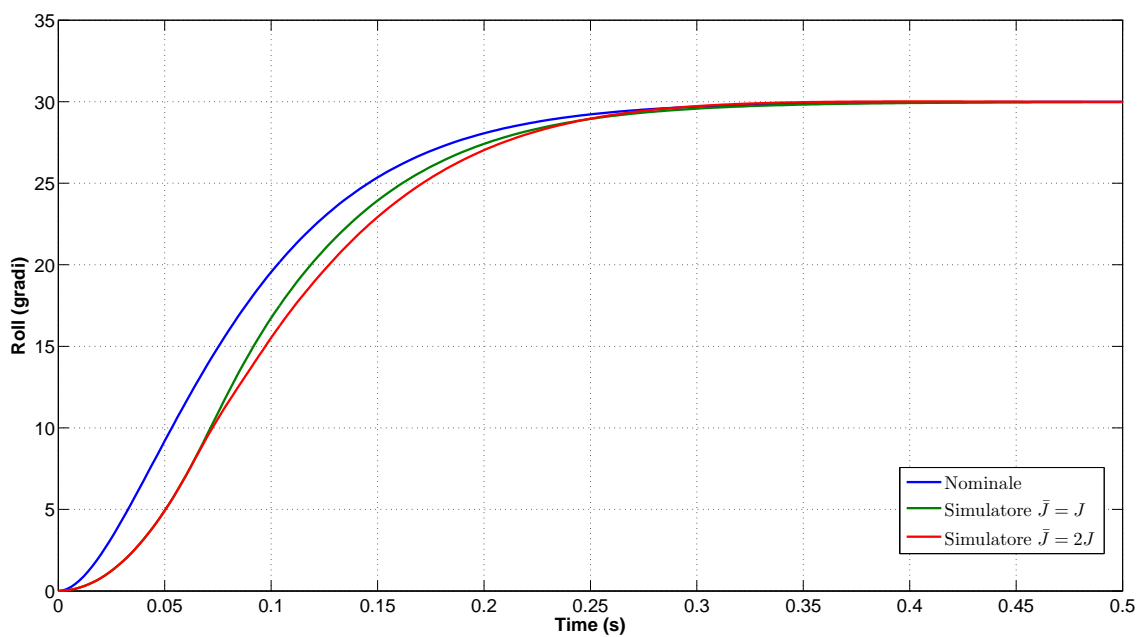


Figure 5.8: Risposte a confronto sull'angolo di roll a fronte di un gradino sul riferimento

Bibliografia

- [1] Paolo Bolzern, Riccardo Scattolini, and Nicola Schiavoni. *Fondamenti di controlli automatici*. McGraw-Hill Libri Italia, 2008.
- [2] Kenan Cole and Adam Wickenheiser. Impact of wind disturbances on vehicle station keeping and trajectory following. 2013.
- [3] Juan Escareño, Sergio Salazar, Hugo Romero, and Rogelio Lozano. Trajectory control of a quadrotor subject to 2d wind disturbances. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 70(1-4):51–63, 2013.
- [4] Massimo Guiggiani. *Dinamica del veicolo*. Città studi, 2006.
- [5] Cevdet Hancer, Kaan T Oner, Efe Sirimoglu, Ertugrul Cetinsoy, and Mustafa Unel. Robust position control of a tilt-wing quadrotor. In *Decision and Control (CDC), 2010 49th IEEE Conference on*, pages 4908–4913. IEEE, 2010.
- [6] Abdellah Mokhtari and Abdelaziz Benallegue. Dynamic feedback controller of euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle. In *Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004 IEEE International Conference on*, volume 3, pages 2359–2366. IEEE, 2004.
- [7] Robert M Rogers. *Applied mathematics in integrated navigation systems*. AIAA, 2003.
- [8] Bruno Siciliano. *Robotica: modellistica, pianificazione e controllo*. McGraw-Hill libri Italia, 2008.