

UNIVERSITA' DI PISA

Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea Specialistica in INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI

ISAR MULTICANALE PER L'IMAGING DI BERSAGLI TERRESTRI NON-COOPERANTI

Elaborato Finale di:

Samuele Gelli

Relatori:

Prof. Ing. Marco Martorella

Prof. Ing. Fabrizio Berizzi

Candidato:

Samuele Gelli

Anno Accademico 2012 / 2013

Introduzione

Il SAR (Synthetic Aperture Radar), è un sistema capace di ottenere immagini del terreno ad elevata risoluzione da range di centinaia di kilometri attraverso la sinterizzazione di un'antenna di grande dimensione.

Possibili applicazioni del SAR, come ad esempio la formazione di immagini bistatiche, l'utilizzo della tecnica interferometrica per formare mappe di elevazione 3-D e la rivelazione e compensazione di target in movimento nella scena osservata, richiedono l'utilizzo di sorgenti multiple di dati, che possono essere ottenute dall'utilizzo di differenti polarizzazioni o ad esempio dall'utilizzo di più antenne in ricezione.

In questo ultimo caso si parla più comunemente di sistema SAR multicanale (MSAR).

In questa trattazione, inizialmente si guarda al problema della rivelazione e compensazione di target in movimento all'interno dell'immagine SAR utilizzando un sistema multicanale, quindi alla realizzazione di un MTI (Moving Target Indication) in grado di eliminare il segnale re-irradiato dal terreno, che in questo caso, è visto come segnale di disturbo.

Viene inizialmente descritto il modello del segnale ricevuto per un sistema SAR multicanale e quindi introdotto un possibile algoritmo di imaging; successivamente l'attenzione è posta sul problema della rivelazione di target in movimento all'interno della scena osservata presentando una tecnica denominata STAP (Space-Time Adaptive Processing) in grado di realizzare il miglior MTI possibile per il caso SAR. Questa tecnica nella sua implementazione più comune, lo slow-time STAP, altro non è che un filtraggio nel dominio space/slow-time realizzato grazie alla combinazione del filtraggio spaziale, reso possibile dai gradi di libertà messi a disposizione dell'array in ricezione, con il dominio dello slow-time. Questa tecnica è in grado di cancellare completamente il clutter di terra consentendo quindi la rivelazione di eventuali target in movimento all'interno della scena osservata.

Tuttavia ci sono comunque dei problemi nell'applicare l'MTI al caso SAR dovuti essenzialmente al lungo tempo di integrazione richiesto dal SAR stesso per formare l'immagine che fa si che target in movimento a terra appaiano sfocati e fuori posizione all'interno della stessa immagine; infatti target con componenti di velocità nella direzione del ground range subiranno, nell'immagine SAR, uno shift lungo l'azimut mentre componenti di velocità nella direzione di azimut determineranno in generale una defocalizzazione del target stesso. La realizzazione dell'MTI, attraverso la tecnica STAP, è quindi solo un passo nel processo di rivelazione e compensazione del target in movimento; una volta rivelato il target, è necessario perciò eseguire una stima della posizione e della velocità che servirà successivamente per effettuare una compensazione del moto del target stesso all'interno dell'immagine.

Per quanto riguarda la soppressione del clutter di terra, oltre allo STAP che rappresenta il miglior MTI per il caso SAR, esistono altre tecniche che utilizzano sempre un sistema multicanale e che rappresentano un trade-off tra complessità computazionale e prestazioni; una di queste è la tecnica DPCA (Displaced Phase Center Array). La tecnica DPCA, così come lo STAP, non è in grado di fornire una stima ne della posizione ne della velocità dei target in movimento; al fine quindi di effettuare una compensazione del moto all'interno dell'immagine, sfruttando anche il fatto che il segnale DPCA si presenta come un segnale LFM, si fa ricorso all'analisi tempo-frequenza e, nel caso specifico, ad una trasformata che rappresenta non altro che una generalizzazione della nota trasformata di Fourier, ovvero la trasformata frazionaria di Fourier (FrFT).

La trasformata FrFT così come le altre trasformate tempo-frequenza, seppur con qualche differenza, è un metodo estremamente efficace per concentrare l'energia di segnali LFM, per cui si presenta come un buon metodo per rivelare target in movimento. Nel dominio frazionario non solo si riesce a concentrare meglio l'energia del segnale LFM ma si riesce anche ad effettuare una stima dei parametri di tale segnale; ovvero attraverso l'individuazione nel dominio frazionario del picco corrispondente al segnale, si riesce a stimare sia la Doppler che il rate di modulazione. Come segue dall'analisi tempo-frequenza, attraverso la conoscenza dei parametri del segnale LFM, rappresentante l'eco del target in movimento, si riesce a risalire ad una stima della posizione e della velocità del target stesso.

La possibilità offerta dall'utilizzo di un sistema multicanale di poter implementare tecniche più o meno sofisticate per la cancellazione di un forte segnale di interferenza che va a sommarsi a quello utile proveniente da un target in movimento e i vantaggi derivanti dall'analisi tempo-frequenza rispetto alla classica analisi di Fourier, hanno indotto a cercare di applicare le medesime tecniche al caso di una geometria inversa rispetto al SAR, ovvero al caso di un sistema ISAR.

Per il sistema ISAR viene inizialmente fatto notare che la classica tecnica range-Doppler implementata nel processing ISAR per ottenere l'immagine del bersaglio in movimento non riesce a fornire risultati molto accurati nel caso in cui il bersaglio sia sottoposto a movimenti di rotazione complessi (manuevering target). Con l'obbiettivo quindi di ottenere un'immagine a più elevata risoluzione, viene sostituita la trasformata di Fourier, e più in generale il processing RD, con due diverse tecniche basate su due differenti trasformate tempo-frequenza, ovvero, la trasformata frazionaria di Fourier e la distribuzione di Wigner-Ville.

E' poi considerato il problema in cui al segnale di eco proveniente dal bersaglio in movimento si sovrappone un forte segnale di clutter, il quale, degrada visibilmente l'immagine prodotta dal sistema ISAR. L'idea è quella di applicare nuovamente la DPCA per ridurre il livello del disturbo sul segnale ricevuto e quindi quella di andare necessariamente a considerare un sistema ISAR multicanale.

Il sistema ISAR multicanale si può trovare nella condizione di osservare più bersagli in movimento, ciascuno ovviamente con la propria velocità e traiettoria ed eventualmente sottoposto a distinti moti di rotazione. Su ogni canale del sistema ISAR è presente non solo il segnale proveniente dai vari bersagli in movimento ma anche un forte segnale di clutter. A seguito dell'utilizzo della tecnica DPCA, come soluzione per la cancellazione del clutter, ne il classico processing range-Doppler, ne le altre tecniche che sostituiscono alla trasformata di Fourier le diverse trasformate tempo-frequenza, sono in grado di restituire un'immagine con tutti i bersagli presenti nella scena focalizzati. La soluzione adottata per questo tipo di problema è stata la realizzazione di un filtraggio nel dominio frazionario per cercare di isolare dal segnale DPCA complessivo le varie componenti di segnale relative ai diversi bersagli sotto osservazione; su tali componenti è stato possibile applicare, una volta riportate nel dominio di partenza mediante anti-trasformata, le varie tecniche di elaborazione introdotte con l'obbiettivo di ottenere le immagini ISAR dei diversi bersagli sotto osservazione.

Indice

Capitolo 1

MODELLO DEL SEGNALE MULTICANALE

1.1	SAR	background	2
1.2	2 Modello del segnale SAR multicanale		9
	1.2.1	Risoluzione e campionamento	.12
	1.2.2	Compressione in range	.15
	1.2.3	Canali multipli	.17
1.3	MSA	R imaging	.19
	1.3.1	Spatial Matched Filter Interpolation	.23
1.4	ISAF	R background	.24

Capitolo 2

TECNICHE DI SOPPRESSIONE DEL CLUTTER

2.1	Space-Time Adaptive Processing - STAP	39
	2.1.1 Array processing	40
	2.1.2 Airborne STAP	43
2.2	STAP per SAR	48
	2.2.1 Space Time Matched Filter Interpolation Algorithm	51
	2.2.2 Optimal slow-time STAP	53

2.3	La te	cnica DPCA – Displaced Phase Center Array	54	
	2.3.1	Simulazione della tecnica DPCA nel caso MSAR	.56	

Capitolo 3 TECNICHE DI IMAGING

3.1	La trasformata frazionaria di Fourier	
	3.1.1	Implementazione della trasformata frazionaria di Fourier
	3.1.2	Simulazione della FrFT71
	3.1.3	Applicazione della FrFT al caso SAR75
3.2	Algo	ritmo DPCA - FrFT84
	3.2.1	Analisi del segnale ricevuto
	3.2.2	Stima dei parametri Doppler del segnale attraverso la FrFT
3.3	Tecn	ica RID per ISAR imaging92
	3.3.1	Modello del segnale ricevuto94
	3.3.2	Wigner-Ville Distribution
	3.3.3	Simulazione della trasformata WVD100
	3.3.4	RID data processing
3.4	Trasf	formata frazionaria di Fourier per ISAR imaging105
	3.4.1	Algoritmo GRD – generalized range Doppler

Capitolo 4

SIMULAZIONI

4.1	Simulazione della tecnica STAP112	
4.2	Simulazione dell'algoritmo DPCA - FrFT	
	4.2.1	Stima dei parametri Doppler di un target in movimento119
	4.2.2	Stima dei parametri Doppler di più target in movimento120
	4.2.3	Stima della posizione e della velocità di target in movimento124
4.3	Trasf	formate tempo-frequenza per ISAR imaging127
	4.3.1	Tecnica RD – range-Doppler
	4.3.2	Tecnica RID – range instantaneous Doppler
	4.3.3	Tecnica GRD – generalized range Doppler136
4.4	ISAF	R multicanale
	4.4.1	Simulazione ISAR multicanale142
	4.4.2	Simulazione ISAR multicanale con più bersagli149

Capitolo 5

ANALISI DI DATI REALI SAR MULTICANALE

5.1	Equalizzazione dei canali1	63
5.2	Metodo MSAR-GMTI robusto ad errori di coregistrazione1	66
5.3	Risultati1	69

Conclusioni	
-------------	--

Bibliografia	
--------------	--

Capitolo 1

Modello del segnale multicanale

Le classiche applicazioni in cui viene impiegato il SAR includono il telerilevamento (remote sensing), il monitoraggio ambientale e la rivelazione e identificazione di target in movimento a terra. La tendenza è sempre più quella di utilizzare sorgenti multiple di dati che possono, ad esempio, essere ottenute dall'uso di differenti polarizzazioni, frequenze o dall'uso di più antenne; in questo ultimo caso si parla comunemente di MSAR (Multichannel Synthetic Aperture Radar). Rispetto al sistema SAR, un sistema multicanale offre una serie di vantaggi in più come ad esempio un miglioramento del rapporto segnale-rumore (questo deriva direttamente dalla teoria sugli array) e un miglioramento della risoluzione lungo l'azimut [2] [3], inoltre un sistema multicanale consente l'utilizzo della tecnica interferometrica per formare mappe di elevazione 3D e consente di poter applicare l'MTI (Moving Target Indication) al caso SAR per eliminare il clutter di terra e conseguentemente rivelare target in movimento attraverso l'implementazione di tecniche di elaborazione STAP (Space Time Adaptive Processor). Ci sono comunque dei denominate problemi nell'applicare l'MTI al SAR, dovuti essenzialmente al lungo tempo di integrazione richiesto dal processing SAR per formare l'immagine, per cui target in movimento risulteranno sfocati e quindi sono richieste tecniche che non solo rivelino i target ma anche che compensino all'interno dell'immagine il loro stesso movimento; l'MTI, come già detto, è solo uno step nella catena di processing che porta alla rivelazione di target all'interno dell'immagine. Come si vede nella figura 1.1, il segnale SAR ricevuto viene inviato a due blocchi di elaborazione simultanei, il primo riguarda il processo di formazione dell'immagine che deve reiettare l'interferenza esterna preservando il clutter di terra, che in questo caso è il segnale utile, e il secondo implementa l'MTI cioè reietta sia l'interferenza esterna sia il clutter di terra, che in questo caso non è più il segnale utile, preservando il target in movimento nella scena. Il secondo stadio invece sfrutta le informazioni provenienti

dall'MTI per effettuare una stima della posizione e della velocità del target in movimento per poi applicare la compensazione del moto all'immagine SAR e ottenere un'immagine finale in cui si ha il target in movimento nella corretta posizione.



Fig. 1.1

Questo capitolo si concentra sulla definizione del modello di segnale per il sistema SAR multicanale. Dopo aver brevemente richiamato i concetti base del SAR, si passa quindi alla definizione del modello di segnale MSAR che sarà poi utile per illustrare le tecniche di soppressione del clutter, come ad esempio la tecnica STAP. Nell'intera trattazione ci si occupa del problema dell'imaging ad elevata risoluzione di bersagli immersi in clutter; si vanno a definire perciò sia tecniche di soppressione del clutter che tecniche di imaging che combinate tra loro riescano a focalizzare il bersaglio nonostante la presenza di forte clutter. Il problema dell'imaging di bersagli immersi in clutter viene proposto sia per un sistema SAR che per un sistema ISAR, perciò in questo capitolo vengono richiamati brevemente anche i concetti base dell' ISAR.

1.1 SAR background

Un radar di immagine è uno strumento che consente di elaborare il segnale retrodiffuso da una superficie con l'obbiettivo di misurarne la funzione di riflettività e quindi di costruire una mappa di riflettività del terreno. La funzione di riflettività è definita dal rapporto tra campo elettrico re-irradiato da un punto a terra verso il sistema e quello incidente sul punto stesso. Esistono radar di immagine cosiddetti ad apertura reale (RAR) che vengono tipicamente impiegati su piattaforme aeree, in cui la dimensione della cella spaziale dipende dalla banda trasmessa (compressione di impulso) e dall'apertura angolare dell'antenna lungo l'azimut, e radar che rientrano sotto la categoria dei sistemi ad apertura sintetica (SAR) in cui viene sintetizzata, appunto, un'antenna di grandi dimensioni con quindi una apertura angolare equivalente molto piccola che consente di ottenere una risoluzione spaziale in azimut migliore di quella che si otterrebbe con i sistemi RAR.



Fig. 1.2

Nelle figure 1.2 e 1.3, viene rispettivamente riportata la geometria nel piano di elevazione e in quello di slant-range azimut di un sistema SLAR (side looking RAR) ovvero di un RAR in cui l'antenna forma un angolo di 90° con la direzione di moto della piattaforma, [4]. Il piano del terreno x - y è detto ground-plane, mentre quello di elevazione è il piano y - z e il piano r - x' è detto slant-range plane; gli assi r e y sono detti rispettivamente asse di slant-range e asse di ground-range. L'impronta a terra dell'antenna, anche se non visibile dalla figure, è di forma trapezoidale ed ha una lunghezza ΔY (detta anche swath) lungo y e dimensione ΔX crescente con y lungo x. La dimensione della cella in distanza, proiettata nella direzione di

ground-range, è indicata con δy , mentre la risoluzione in azimut δx coincide con la larghezza dell'impronta a terra lungo l'asse x.



Fig. 1.3

Chiaramente la risoluzione in distanza δr , lungo la direzione dello slant-range, è legata alla banda trasmessa B (se si ricorre alla compressione di impulso):

$$\delta_r = c/_{2B} \tag{1.1}$$

La risoluzione in ground-range si può ricavare dalla geometria riportata in figura 1.2:

$$\delta_y = c/_{2Bsin\vartheta_o} \tag{1.2}$$

mentre invece la risoluzione in azimut per una data cella in distanza è esprimibile in funzione dell'angolo di apertura dell'antenna nel piano slant-range azimut:

$$\delta_x = R_0 tan\theta_{az} \approx R_0 \theta_{az} = R_0 \lambda / D_{az} = h\lambda / D_{az} cos \vartheta_0$$
(1.3)

In queste espressioni $R_0 \, e \, \vartheta_0$ rappresentano il range e l'anglo di elevazione per una data cella in distanza, dove il punto O riportato in figura 1.2 rappresenta il centro della cella spaziale. Quello che si nota è che le dimensioni della cella cambiano al cambiare dell'angolo ϑ_0 e in particolare all'aumentare dell'angolo, δy diminuisce (teoricamente tende a δr quando ϑ_0 tende a $\pi/2$) e δx peggiora; nel caso però in cui l'angolo di apertura nel piano di elevazione ϑ_{el} non sia eccessivamente elevato, cioè non ci sia un'elevata differenza fra la massima e la minima distanza dell'impronta a terra, si può approssimare l'angolo ϑ_0 definito per una particolare cella, con l'angolo ϑ_p , che è l'angolo di elevazione riferito al punto P detto anche centro scena (vedi figura 1.2), ottenendo le seguenti approssimazioni:

$$\delta_y \cong {}^C/_{2Bsin\vartheta_p} \tag{1.4}$$

$$\delta_x \cong \frac{h\lambda}{D_{az} \cos\vartheta_p} \tag{1.5}$$

Le espressioni (1.4)-(1.5) mostrano che è possibile approssimare l'impronta a terra con una forma rettangolare anziché trapezoidale e quindi ottenere immagini per le quali ad ogni pixel considerato corrisponde una cella spaziale delle stesse dimensioni, [4]. La ricostruzione dell'immagine avviene semplicemente campionando il segnale all'interno di ogni sweep tra R_m e R_M , ovvero tra la minima e la massima distanza dell'impronta a terra dal radar, con un periodo pari a δ_r quindi prendendo un campione per cella in distanza e ottenendo un numero N di campioni che vengono posizionati su una riga della matrice; questa operazione viene effettuata per M sweep fino ad ottenere una matrice di MxN pixel, la quale può essere presentata su display che, previa compensazione dell'attenuazione in ampiezza dovuta alla distanza, dà l'immagine del terreno. Quello che si nota è che la risoluzione in azimut all'aumentare di R_0 , cioè della distanza del centro di fase dell'antenna con il centro dalla cella spaziale, peggiora; quindi per ottenere ad esempio una risoluzione $\delta_x = 1$ m a quota 100Km considerando una portante $f_0 = 10 GHz$ bisognerebbe utilizzare un'antenna di dimensioni proibitive:

$$\begin{cases} \delta_x = 1m \\ R_0 = 100Km \\ f_0 = 10GHz \end{cases} \qquad \implies \qquad \Theta_{az} = \frac{\delta_x}{R_0} = 10^{-5} ; \quad D_{az} = \frac{\lambda}{\Theta_{az}} = 3 \ 10^3(m)$$

Se si considerasse un array delle stesse dimensioni invece di un'antenna "piena" il risultato non cambierebbe e la risoluzione che quindi si otterrebbe sarebbe la stessa. Ipotizzando però che la zona di terreno esaminata sia statica durante tutto il tempo di osservazione si può pensare di sostituire l'intero array con un suo singolo elemento che si sposta nella scena sintetizzando di fatto l'array stesso con un elemento solo; elaborando quindi in maniera opportuna il segnale ricevuto, si riesce ad ottenere virtualmente un array di grandi dimensioni con una apertura angolare equivalente molto piccola che consente di migliorare la risoluzione lungo l'azimut. Condizioni fondamentali sono che l'antenna si sposti nel tempo e che la scena osservata sia statica durante tutto il tempo di osservazione. Consideriamo inizialmente un array lineare dove tutti gli elementi trasmettono e ricevono contemporaneamente, come riportato in figura 1.4. Se la lunghezza dell'array, L = (N + 1) * d, è molto minore della distanza, $R_0(\beta)$, che separa l'elemento centrale dell'array (punto 0) da un punto generico a terra, si può supporre che i raggi riflessi dal punto a terra (punto A) verso ogni elemento dell'array siano paralleli (approssimazione a raggi paralleli) e quindi esprimere la distanza di un generico elemento dell'array dal punto A in questo modo:

$$R_i(\beta) \cong R_0(\beta) - i \, d \sin(\beta) \tag{1.6}$$

Per cui il segnale ricevuto da ogni singolo elemento dell'array può essere così espresso:

$$E_{i} = E_{T} e^{-j4\pi f_{0}R_{0}(\beta)}/c e^{j4\pi f_{0}id \sin\beta}/c$$
(1.7)

Il segnale ricevuto dall'array è dato dalla somma dei segnali E_i :

$$|E_{R}| = \left|\sum_{i=-N/2}^{N/2} E_{i}\right| = \frac{\left|\sin\left[2\pi f_{0}d\sin\beta(N+1)/c\right]\right|}{\left|\sin\left[2\pi f_{0}d\sin\beta/c\right]\right|}|E_{T}| \approx \frac{\sin\left[2\pi d(N+1)\beta/\lambda\right]}{2\pi d\beta/\lambda}|E_{T}| \quad (1.8)$$

$$|E_{R}|/|E_{T}| = (N+1)sinc\left[\frac{2L}{\lambda}\beta\right] \quad (1.9)$$

si nota che nell'intorno del punto O (centro della cella in distanza) $\beta << 1$.

Sapendo che la grandezza $|E_R^2|/|E_T^2|$ è proporzionale al diagramma di radiazione dell'antenna, si può dire che l'angolo di apertura dell'array a -3db è:

Come si vede dalla (1.10) l'angolo di apertura è la metà di quello che si avrebbe con un'identica antenna planare di larghezza L; il problema però è sempre quello di sintetizzare un array di lunghezza L, cioè quello di elaborare le eco ricevute in modo da ottenere virtualmente un'antenna fittizia di dimensione opportuna. Si considera allora solo un singolo elemento dell'array che si sposta lungo la scena e che acquisisce il segnale relativo alla i-esima cella in distanza come rappresentato meglio in figura 1.5.



Fig. 1.4



Fig. 1.5

Come si vede, la lunghezza dell'array (sintetico) è limitata dall'angolo di apertura dell'antenna in azimut; infatti le eco provenienti dal punto O possono giungere in ingresso al ricevitore solo se quel punto giace all'interno dell'area illuminata dall'antenna. Si ottiene allora che:

$$L = R_0(i)\vartheta_{az} = \frac{R_o(i)\lambda}{D_{az}}$$
(1.11)

$$\delta_x = \frac{R_o(i)\lambda}{2L} = \frac{D_{az}}{2}$$
(1.12)

dove L è chiamata appunto apertura sintetica.

Come si vede dalla (1.12) la risoluzione in azimut migliora al diminuire della dimensione dell'antenna, questo è comprensibile dato che diminuendo le dimensioni dell'antenna aumenta l'angolo di apertura nel piano di azimut e quindi è possibile ottenere un'apertura sintetica maggiore ovvero è possibile sintetizzare un array di dimensione maggiore e quindi ottenere una risoluzione migliore. I segnali che sono ricevuti dal punto O nelle varie posizioni del radar non sono in fase tra loro perché la distanza che separa il punto dall'antenna dipende dal tempo, quindi per sommare le eco in maniera coerente si introduce un fattore di compensazione che ha fase uguale e opposta alla fase del segnale ricevuto dal punto O. Questa operazione ha l'obbiettivo di riportare la fase del segnale ricevuto dal punto O ad ogni sweep allo stesso valore:

$$H(x_k, i) = e^{-j\varphi_0(x_k, i)} = e^{j4\pi/\lambda^{R_0(x_k, i)}} \qquad |x_k| \le L/2$$
(1.13)

dove $\varphi_0(x_k, i)$ rappresenta il termine di fase ricevuto dal punto O e dove $x_k = kvT_r$, con k = -N/2÷N/2, rappresenta le posizioni dell'antenna lungo l'azimut. Dalla figura 1.5 si vede che la distanza $R_0(x_k, i)$ è esprimibile come:

$$R_0(x_k, i) = \sqrt{R_0^2(i) + {x_k}^2} \cong R_0(i) + \frac{{x_k}^2}{2R_0(i)} \qquad |x_k| \le L/2$$
(1.14)

dove si è fatta l'ipotesi, sempre valida in questi casi, che $L/R_0 <<1$ e quindi si è potuto approssimare la distanza con il suo sviluppo di Taylor nell'intorno di x=0. Quindi il termine di fase $\varphi_0(x_k, i)$ diventa:

$$\varphi_0(x_k, i) = \frac{-4\pi}{\lambda} R_0(i) - \frac{2\pi x_k^2}{\lambda R_0(i)}$$
(1.15)

per cui il termine di compensazione, trascurando il primo fattore nella espressione (1.15), in quanto costante, diventa:

$$H(x_k, i) = e^{j\frac{2\pi x_k^2}{\lambda R_0(i)}} \qquad |x_k| \le L/2$$
(1.16)

La moltiplicazione del segnale ricevuto per il termine di fase (1.16) è detta compensazione del moto e il risultato è quello di focalizzare il punto O di una data cella in distanza, [4]. Ricapitolando, per isolare il contributo del punto O relativo ad una data cella in distanza si raccoglie un campione per ogni sweep per un numero di sweep pari all'apertura sintetica L, si compensa poi con il termine (1.16) e si esegue la somma. Ripetendo tutto questo per ogni cella in distanza si ottiene l'immagine di una striscia di terreno di larghezza pari a δx e ripetendo ciò per gli echi che vanno da $-N/2+1 \div N/2+1$ si ottiene l'immagine della striscia di terreno adiacente. Questo modo di ricostruzione "a strisce" viene anche denominato strip map SAR.

1.2 Modello del segnale SAR multicanale

Dopo aver richiamato brevemente i concetti base del SAR, andiamo a definire in dettaglio la geometria e il modello di segnale nel caso di un SAR multicanale; il modello introdotto in questo paragrafo verrà poi preso come riferimento quando si andrà ad esaminare la tecnica STAP per la soppressione del clutter.

La geometria MSAR è basata su un sistema 3D di coordinate sferiche in cui si considera valida l'approssimazione di superficie del terreno piatta. La piattaforma SAR viaggia ad una certa velocità v_p (m/s) lungo la direzione di azimut; il segnale trasmesso dal sistema viene riflesso dal terreno con un certo angolo, chiamato angolo di grazing, e misurato sul piano slant-range plane. Tipicamente l'immagine finale è ottenuta attraverso una proiezione sul ground-plane ma per semplificare il processing non si considera questo aspetto. Se si "schiaccia" la geometria 3D sul piano



slant-range, lo scenario per la modalità strip map SAR può essere rappresentato in figura 1.6, [1].

Fig. 1.6

Come si vede, l'area dell'immagine ha un range $x \in [X_c - X_0, X_c + X_0]$ e un azimut $y \in [-Y_0, Y_0]$, mentre la piattaforma SAR è in posizione (0,u) con u chiaramente variabile. L'apertura fisica dell'antenna lungo l'azimut, D_y , determina la larghezza del fascio a 3db, Φ_{3db} , cioè il campo di vista del radar e quindi determina la massima estensione lungo l'azimut che è rappresentata in figura con il simbolo $2Y_{W,max}$. Altro importante parametro è la lunghezza di integrazione, $2Y_L$, che è definita come la distanza percorsa dal fascio dell'antenna per coprire l'intera estensione in azimut, $2Y_0$, dell'immagine e l'angolo di integrazione del SAR, φ , riportato sempre in figura 1.6. Il segnale trasmesso viene espresso nella seguente forma:

$$p_t(\tau, x, y) = \sqrt{P_t a(x, y)} \operatorname{R} \{ p_c(\tau) \exp[j\omega_c \tau] \}$$
(1.17)

dove $p_c(-)$ e P_t indicano rispettivamente la forma d'onda e la potenza trasmessa dal SAR, mentre a(x,y) rappresenta il beampattern dell'antenna alla frequenza portante nella direzione di uno scatteratore situato appunto in posizione (x,y). Durante il suo movimento il SAR trasmette un numero totale di M impulsi con una certa PRF, che deve essere scelta accuratamente per evitare ambiguità in range e problemi di aliasing nel dominio di azimut [2] [3]; considerando l'approssimazione "stop-start" si può dire che la distanza percorsa dalla piattaforma SAR tra un impulso e l'altro è pari a $\Delta_y = v_p T_{PRI}$, questa quantità dà le relative posizioni del SAR lungo l'azimut dette anche slow-time, $u_m = m\Delta_y$, dove m è l'm-esimo impulso trasmesso. Il segnale ricevuto viene campionato fino ad ottenere L campioni t_l , dove l è l'ellesimo campione, indicato anche come fast-time. Con queste definizioni si può scrivere il segnale SAR ricevuto, dopo demodulazione, in termini di fast-time e delle posizioni assunte dal SAR lungo l'azimut:

$$x_{pre}(t_l, u_m) = \gamma_{pre}(t_l, u_m) + \nu(t_l, u_m)$$
(1.18)

dove v(-) rappresenta il rumore gaussiano del sistema mentre il ritorno proveniente da terra, γ_{pre} (-), è definito come l'integrale sull'intera immagine SAR:

$$\begin{aligned} \gamma_{pre}(t_{l}, u_{m}) &= \\ &= \iint a(x, y - u_{m}) f(x, y) p_{c} (t_{l} - \tau(x, y - u_{m})) \exp[-j\omega_{c}\tau(x, y - u_{m})] \, dx dy \\ &= \iint a(x, y - u_{m}) f(x, y) \, s_{pre}(t_{l}, u_{m}, x, y) \, dx \, dy \end{aligned}$$
(1.19)

dove f(x, y) rappresenta la RCS dello scatteratore, mentre τ rappresenta il ritardo andata-ritorno, "two-way", definito per uno scatteratore che si trova nella posizione (x,y):

$$\tau(x, y) = \frac{2R(x, y)}{c}$$
(1.20)

Per semplificare la notazione si elimineranno gli indici l ed m dalle successive espressioni.

Al fine di ottenere una buona risoluzione, nell'ordine del metro in range, bisogna applicare una compressione di impulso che consente di aumentare la banda del segnale trasmesso; ci sono modulazioni, sia lineari che non lineari, in frequenza e codifiche di fase che possono essere utilizzate. Nel caso SAR si preferisce considerare segnali linearmente modulati in frequenza, LFM, noti anche come segnali "chirp", in quanto abbastanza facili da generare; quindi la forma d'onda trasmessa dal sistema, $p_c(-)$, può essere espressa come segue:

$$p_c(t) = b\left(\frac{t}{T_p}\right) \exp\left[-jB\pi t + j\alpha t^2\right]$$
(1.21)

$$b(t) = 1 \quad 0 \le t < 1$$

dove 2α è il rate del segnale chirp la cui durata è definita da b(t). Con questa forma d'onda trasmessa, il modello del segnale ricevuto espresso nella (1.19) diventa:

$$s_{pre}(t, u, x, y) = b\left(\frac{t - \tau(x, y - u)}{T_p}\right) \exp\left[-j\omega_c \tau(x, y - u) - jB\pi(t - \tau(x, y - u)) + j\alpha(t - \tau(x, y - u))^2\right]$$
(1.22)

1.2.1 Risoluzione e campionamento

Dopo aver riportato in banda base il segnale SAR ricevuto, questo deve essere campionato ad un rate determinato dalla larghezza di banda; si nota da quanto detto in precedenza che lo slow-time riguarda campioni da impulso ad impulso mentre il fast-time riguarda campioni all'interno di ogni impulso. Quando si campiona il segnale di ritorno è importante prima di tutto conoscere quando il sistema si deve aspettare una eco proveniente dall'area osservata; questo può essere ottenuto calcolando la minima e la massima distanza radiale dall'area sotto osservazione. Dalla figura 1.6 si ottiene che:

$$R_{min} = X_c - X_0 \tag{1.23}$$

$$R_{max} = \sqrt{(X_c + X_0)^2 + {Y_{W,max}}^2}$$
(1.24)

dove $Y_{W,max}$ può essere ottenuto tramite semplici relazioni geometriche:

$$Y_{W,max} = (X_c + X_0) \tan\left[\frac{\Phi_{3db}}{2}\right]$$
(1.25)

attraverso la (1.23)-(1.24) è possibile calcolare il ritorno sia dallo scatteratore più vicino al sistema che da quello più lontano:

$$T_s = \frac{2R_{min}}{c} \tag{1.26}$$

$$T_f = \frac{2R_{max}}{c} + T_p \tag{1.27}$$

e quindi è possibile ricavare complessivamente il tempo richiesto per il campionamento fast-time, come si vede anche in figura sotto, [1]:

$$T = T_f - T_s \tag{1.28}$$



Fig. 1.7

Le risoluzioni in range e azimut si possono definire anche nel dominio delle frequenze spaziali, $k_x - k_y$, le quali sono legate al dominio delle frequenze misurate attraverso le relazioni riportate in (1.29) che tengono conto del fatto che il fronte d'onda del segnale di ritorno è curvo [5] [6] [7]:

$$\begin{cases} k_x = \sqrt{4k^2 - k_u^2} \\ k_y = k_u \end{cases}$$
(1.29)

Per quanto riguarda la risoluzione in range, essa può essere approssimata come la differenza tra il minimo e il massimo valore della frequenza spaziale nel dominio del range, settando quindi k_u =0:

$$B_x = k_{x,max} - k_{x,min} = 2\left(\frac{\omega_c + B\pi}{c} - \frac{\omega_c - B\pi}{c}\right) = \frac{4B\pi}{c} \qquad \Longrightarrow \qquad \Delta_X \approx \frac{2\pi}{B_x} = \frac{c}{2B} \quad (1.30)$$

dove con Δ_X si è indicata la risoluzione in range. Chiaramente il rate di campionamento nel range deve tener conto del criterio di Nyquist per evitare il fenomeno dell'aliasing, per cui:

$$\Delta_x \le \Delta_x = c/_{2B} \qquad \Longrightarrow \qquad \Delta_t \le 1/_B \tag{1.31}$$

nella (1.31) Δ_t corrisponde al rate di campionamento nel dominio fast-time ed è ottenuto considerando che $\Delta_t = 2\Delta_x/c$, per cui sapendo, come si vede anche dalla figura 1.7, che il segnale ricevuto deve essere campionato in un intervallo compreso tra T_s e T_f possiamo esprimere l-esimo campione come segue:

$$t_l = T_s + (l-1)\Delta_t$$
 $l = 1 \dots L$ (1.32)

dove L corrisponde al numero totale di campioni nel fast-time ed è determinato sia dal rate di campionamento nel fast-time sia dal tempo richiesto per il fast-time processing T:

$$L = 2\left[\left(\frac{T}{2\Delta_t} \right) \right] \tag{1.33}$$

Il simbolo [-] corrisponde alla funzione ceil(-), cioè viene considerato, nel caso di numero frazionario, l'intero superiore.

Per quanto riguarda lo slow-time, la risoluzione in azimut è determinata dalla larghezza di banda nel dominio k_y ; un'espressione generale per questa frequenza spaziale nel dominio di azimut può essere data in termini del limite angolare Θ_{lim} :

$$B_{y} = k_{y,max} - k_{y,min} = 4ksin\left[\frac{\theta_{lim}}{2}\right] \quad \Longrightarrow \quad \Delta_{Y} \approx \frac{2\pi}{B_{y}} = \frac{\lambda_{c}}{4\sin\left[\frac{\theta_{lim}}{2}\right]} \tag{1.34}$$

considerando la risoluzione lungo l'azimut nella (1.34) e tenendo presente il limite di Nyquist si può scrivere che il rate di campionamento nello slow-time è:

$$\Delta_{y} \le \Delta_{Y} \tag{1.35}$$

da qui il numero di impulsi M richiesto è determinato dal rate di campionamento e dalla lunghezza di integrazione del SAR, $2Y_L$:

$$M = 2\left[\begin{pmatrix} Y_L \\ \Delta_y \end{pmatrix} \right]$$
(1.36)

Chiaramente la risoluzione ideale in azimut sarebbe ottenuta tramite una apertura sintetica infinita a cui corrisponde un angolo di apertura pari a π , $\Theta_{lim} = \pi$, infatti, da quello che si è detto sul SAR sappiamo che l'apertura sintetica L è espressa come $L = R_0 tan(\Theta_{lim}/2)$; in pratica però è noto che la miglior risoluzione in azimut ottenibile per lo strip map SAR è data dall'ampiezza del fascio a 3db dell'antenna che copre l'area osservata, Φ_{3db} . E' possibile anche che l'area osservata sia sufficientemente piccola da restare interamente all'interno del fascio per tutto l'intervallo di osservazione, in questo caso la risoluzione dipenderebbe dall'angolo di integrazione del SAR $\varphi < \Phi_{3db}$. Il caso più comune però è tipicamente il secondo, in cui l'apertura sintetica, $2Y_S$, può essere determinata dalla apertura del fascio al range più vicino, $X_c - X_0$, (figura 1.6):

$$Y_{S} = Y_{W,min} = (X_{c} - X_{0})tan \left[\frac{\Phi_{3db}}{2} \right]$$
(1.37)

Per determinare la risoluzione in azimut si sostituisce nella (1.34) $\Theta_{lim} = \Phi_{3db}$:

$$\Delta_Y = \frac{\lambda_c}{4\sin\left[\frac{\Phi_{3db}}{2}\right]} = \frac{D_y}{2}$$
(1.38)

dove si vede appunto che la risoluzione è solamente determinata dalla lunghezza fisica dell'antenna lungo l'azimut.

1.2.2 Compressione in range

Dopo che il segnale SAR è stato campionato, deve essere applicata una compressione in range per rimuovere la modulazione precedentemente introdotta nella forma d'onda del SAR. Ci sono diversi approcci a questo problema; in questo caso viene utilizzato il filtro adattato (Matched Filter - MF), [1]. Il filtro viene implementato attraverso la convoluzione tra il segnale ricevuto e un segnale di riferimento, che nel caso specifico è ottenuto dalla forma d'onda trasmessa:

$$s_{MF}(t) = p_c^*(-t)$$
 (1.39)

$$s_{post}(t, u, x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} s_{pre}(t', u, x, y) p_c^{*}(t' - t) dt'$$
(1.40)

utilizzando il modello del segnale in (1.22) si ottiene:

$$s_{post}(t, u, x, y) = \exp[-j\omega_c \tau(x, y - u)] \int_{-\infty}^{\infty} p_c (t' - \tau(x, y - u)) p_c^*(t' - t) dt'$$
(1.41)

Si può valutare questa convoluzione nel dominio della frequenza utilizzando il teorema di Parseval:

$$s_{post}(t, u, x, y) = \exp[-j\omega_c \tau(x, y - u)] \int_{-\infty}^{\infty} |P_c(\widetilde{\omega})|^2 \exp[j\widetilde{\omega}(t - \tau(x, y - u))] d\widetilde{\omega}$$
(1.42)

assumendo che $|P_c(\tilde{\omega})|$ sia unitario sulla larghezza di banda $-B\pi \leq \tilde{\omega} \leq B\pi$ si ottiene:

$$s_{post}(t, u, x, y) = \exp[-j\omega_c \tau(x, y - u)] \int_{-\pi B}^{\pi B} \exp[j\widetilde{\omega}(t - \tau(x, y - u))] d\widetilde{\omega}$$
$$= \pi B \exp[-j\omega_c \tau(x, y - u)] \operatorname{sinc}[B(t - \tau(x, y - u))] \qquad (1.43)$$

Come si vede dalla (1.43) la risposta di ciascun target sarà una funzione sinc(-) modulata da un esponenziale la cui fase è collegata al ritardo di propagazione; si nota che dopo la compressione in range, il dominio fast-time risulta compresso, con un numero totale di campioni disponibili pari a n_x :

$$n_x = L - L_p + 1 \tag{1.44}$$

$$\operatorname{con} \ L_p = [T_P / \Delta_t] \tag{1.45}$$

dove gli L_p campioni sono determinati dalla lunghezza dell'impulso trasmesso.

1.2.3 Canali multipli

L'utilizzo di un array rende possibile, ad esempio, l'applicazione della tecnica interferometrica per la stima della quota dei pixel, infatti tale tecnica richiede un'elevata separazione tra i canali per poter osservare la scena da diversi angoli di vista, ma rende anche possibile la rivelazione di target in movimento. Tipicamente si utilizza un array lineare rispetto ad altre configurazioni per ottenere un lobo primario più stretto nella direzione di along-track (direzione azimutale); i vari elementi, ciascuno con una lunghezza pari a D_y , vengono distanziati di una quantità δ come si vede dalla figura 1.8, dove con $d_n = n\delta$ viene indicata la distanza tra il centro di fase dell'n-esima antenna e l'elemento centrale dell'array, con $n \in \left[-\frac{N-1}{2}, \frac{N-1}{2}\right]$ per un numero N, dispari, di canali, [1].

Quello che si può osservare è che essendo $c/B \gg N\delta$, il ritardo di propagazione sull'array può essere modellato come uno shift di fase,



Fig. 1.8

quindi, sia nel caso che tutti gli elementi trasmettano o nel caso trasmetta solo quello centrale, il segnale riflesso incidente sull'array conterrà un ritardo di fase aggiuntivo di "solo ritorno" calcolato come differenza temporale tra l'n-esimo elemento dell'array e il centro dell'array stesso:

$$\tilde{\tau}_n(x, y - u) = [R(x, y - u - d_n) - R(x, y - u)]/c$$
(1.46)

considerando poi il ritardo temporale di "andata-ritorno" nella (1.20), si può ottenere una sorta di ritardo spazio-temporale:

$$\tau_n(x, y - u) = \frac{2}{c}R(x, y - u) + \frac{1}{c}[R(x, y - u - d_n) - R(x, y - u)] =$$
$$= \frac{1}{c}[R(x, y - u - d_n) + R(x, y - u)]$$
(1.47)

per cui il modello del segnale ricevuto, dall'n-esimo canale, può essere riscritto come:

$$\gamma_{pre,n}(t,u) = \iint a(x,y-u)f_n(x,y)s_{pre,n}(t,u,x,y)dxdy$$
(1.48)

dove sia la RCS dello scatter che il segnale ricevuto prima della compressione in range sono riferiti all'n-esimo canale. Dopo la compressione in range il ritorno da terra può essere espresso in questa forma:

$$\gamma_{post,n}(t,u) = \iint a(x,y-u) f_n(x,y) s_{post,n}(t,u,x,y) dx dy$$
(1.49)

dove

$$s_{post,n}(t,u,x,y) = sinc[B(t-\tau_n(x,y-u))]\exp\left[-j\omega_c\tau_n(x,y-u)\right]$$
(1.50)

In questa espressione come nell'espressione del segnale pre-range processing si fa riferimento al ritardo spazio-temporale (1.47).

E' poi possibile definire un di vettore di puntamento, chiamato "spatial steering vector", definito come la differenza di fase tra l'n-esimo elemento dell'array e il centro di fase dell'array stesso per uno scatteratore che si trova in una generica posizione (x,y); essendo $X_c \gg X_0$ si può considerare lo scatteratore al centro dell'immagine, ovvero in posizione (X_c , 0), e scrivere il vettore di puntamento nella seguente forma:

$$s_n(u) = \exp[-jk_c (R(X_c, u + d_n) - R(X_c, u))]$$
(1.51)

dove k_c è il numero d'onda. La fase può essere rielaborata in questo modo:

$$\varphi_n(u) = -k_c \left(\sqrt{X_c^2 + (u+d_n)^2} - \sqrt{X_c^2 + u^2} \right)$$

$$\approx -k_c \left(X_c + \frac{(u+d_n)^2}{2X_c} - X_c - \frac{u^2}{2X_c} \right) \approx k_c d_n \left(\frac{-u}{X_c} \right)$$
(1.52)

dove si è assunto che $d_n^2/2X_c \approx 0$. Se osserviamo anche la figura 1.6, l'angolo di vista, detto anche "aspect angle", cioè l'angolo con cui il sistema osserva il terreno, relativo al centro dell'area dell'immagine è esprimibile nella seguente forma:

$$\theta(u) \equiv \theta_{\text{aspect}_ang}(X_c, -u) = \arctan\left(\frac{-u}{X_c}\right)$$
: (1.53)

ed essendo $u \ll X_c$, si può allora dire che sin $[\theta(u)] \approx -u/X_c$, e quindi si può riscrivere la (1.52) come:

$$\varphi_n(u) \approx k_c d_n \sin[\theta(u)] \tag{1.54}$$

ottenendo come espressione dello spatial steering vector:

$$s_n(u) = \exp\left[jk_c d_n \sin[\theta(u)]\right] \tag{1.55}$$

L'espressione (1.55) è riferita ad un singolo canale dell'array, si può definire allora il vettore di puntamento nella seguente forma:

$$s(u) = [s_{\frac{N-1}{2}}(u), \dots, s_{\frac{N-1}{2}}(u)]^T \in C^{Nx1}$$
(1.56)

ed usarlo per separare la componente spaziale da quella temporale nell'espressione (1.50) del segnale ricevuto da un singolo canale:

$$s_{post,n}(t, u, x, y) \approx s_n(u)s_{post}(t, u, x, y)$$
(1.57)

1.3 MSAR imaging

Il sistema MSAR, come già detto, è tipicamente formato da un array di fase in cui è possibile che tutti gli elementi trasmettano e ricevano contemporaneamente o che un singolo elemento trasmetta e tutti gli altri ricevano; in questa trattazione si utilizzerà la seconda configurazione [8]. In questo paragrafo si considera il modello di segnale multicanale introdotto precedentemente e si cerca di derivare un algoritmo di ricostruzione che dia l'immagine della scena osservata. In realtà esistono diversi algoritmi di ricostruzione, uno di questi, lo spatial MF interpolation, opera nel dominio delle frequenze spaziali per ridurre al minimo il tempo di calcolo a discapito

dell'accuratezza dell'immagine, un secondo algoritmo, range stacking, operante sempre nel dominio delle frequenze spaziali, costituisce una sorta di trade-off tra tempo di calcolo e accuratezza mentre un terzo algoritmo, il Time Domain Correlation-TDC, è computazionalmente più pesante degli altri ma offre migliori prestazioni. Un'alternativa a questi algoritmi che operano nel dominio delle frequenze spaziali viene da un quarto algoritmo, il backprojection algorithm, che evita il pesante processing del TDC garantendone le stesse performance, [9]. Questo paragrafo si focalizza solo sul primo algoritmo, ovvero lo spatial MF interpolation conosciuto in letteratura anche come range migration imaging algorithm [7] [8], che non ha elevati tempi di calcolo ma che però richiede un'interpolazione per passare dal dominio dei dati misurati a quello delle frequenza spaziali, e ciò crea degli artefatti nella formazione dell'immagine.

Come già mostrato in precedenza, dopo aver demodulato ed effettuato la compressione in range, il segnale ricevuto dall'n-esimo canale può essere scritto come nell'espressione sotto:

$$x_n(t,u) = \gamma_n(t,u) + \nu_n(t,u)$$
 (1.58)

dove γ_n è pari all'espressione in (1.49) in cui si considera il ritardo spazio-temporale in (1.47). L'algoritmo di imaging che viene presentato adesso, richiede l'espressione del segnale ricevuto riportata in (1.50), ovvero dopo aver effettuato la compressione in range, sia nel dominio (ω, u) che nel dominio (ω, k_u), [1]. Il modello del segnale nel dominio (ω, u) si ricava eseguendo la trasformata di Fourier del segnale postrange processing in (1.50) sul fast-time:

$$\tilde{s}_{post,n}(\omega, u, x, y) = rect\left[\frac{\omega - \omega_c}{\pi B}\right] \exp\left[-j\omega\tau_n(x, y - u)\right]$$
(1.59)

Chiaramente avendo già effettuato la compressione in range sul segnale ricevuto, si fa riferimento a n_x range bin e non a L campioni.

Per arrivare al modello del segnale nel dominio (ω, k_u) si effettua la trasformata sullo slow-time; i passaggi analitici vengono omessi:

$$S_{post,n}(\omega, k_u, x, y) = \exp\left[-j\sqrt{4k^2 - k_u^2}x - jk_u(y - 0.5d_n)\right]$$
(1.60)

L'obbiettivo come già detto più volte è quello di ricavare la funzione di riflettività a partire dal segnale ricevuto, dato dalla (1.18). Essendo il rumore additivo, i passaggi che seguono vengono semplificati considerando solo il segnale utile, ovvero il ritorno da terra $\gamma_n(-)$, e il rumore viene sommato solo alla fine; inoltre il beampattern dell'antenna, a(-), viene assunto uniforme sull'intera area osservata e settato quindi ad un valore unitario. L'espressione del segnale ricevuto dall'n-esimo canale, dopo il range processing, diventa quindi:

$$x_n(t,u) = \iint f_n(x,y) s_{post,n}(t,u,x,y) dx dy$$
(1.61)

prendendo poi la trasformata di Fourier sia sul fast-time che sullo slow-time si ottiene:

$$X_{n}(\omega, k_{u}) = \iint f_{n}(x, y) S_{post,n}(\omega, k_{u}, x, y) dx dy =$$

= $\iint f_{n}(x, y) \exp\left[-j\sqrt{4k^{2} - k_{u}^{2}}x - jk_{u}y\right] \exp[jk_{u}0.5d_{n}] dx dy$ (1.62)

Sfruttando le relazioni che legano il dominio delle frequenze spaziali a quello delle frequenze misurate, riportate in (1.29), si può riscrivere la (1.62) nella seguente forma:

$$X_n(\omega, k_u) = \left[\iint f_n(x, y) \exp\left[-jk_x x - jk_y y\right] dx dy\right] \exp\left[jk_y 0.5d_n\right] =$$
$$= F_n(k_x, k_y) \exp\left[jk_y 0.5d_n\right]$$
(1.63)

dove si nota che $F_n(k_x, k_y)$ altro non è che la trasformata bidimensionale di Fourier della funzione di riflettività $f_n(x, y)$. Da qua sono immediati i seguenti passaggi:

$$F_n(k_x, k_y) = X_n(\omega, k_u) \exp\left[-jk_y 0.5d_n\right]$$

$$f_n(x, y) = \iint F_n(k_x, k_y) \exp\left[jk_x x + jk_y y\right] dk_x dk_y =$$

$$= \iint \exp\left[jk_x x + jk_y (y - 0.5d_n)\right] X_n(\omega, k_u) dk_x dk_y$$
(1.65)

Adesso sostituendo nella (1.65) le relazioni tra frequenze spaziali e frequenze misurate, riportate sempre in (1.29), e tenendo conto del modello del segnale nel dominio (ω , k_u) in (1.60) si ottiene che:

$$f_n(x, y) = \iint S^*_{post,n}(\omega, k_u, x, y) X_n(\omega, k_u) dk_x dk_y =$$

$$\approx \iint S^*_{post,n}(\omega, k_u, x, y) X_n(\omega, k_u) d\omega dk_u$$
(1.66)

Nell'espressione sopra, essendo il segnale ricevuto rappresentato nel dominio (ω, k_u) , si effettua un cambio di variabili dal dominio (k_x, k_y) a quello (ω, k_u) e quindi nell'integrale dovrebbe comparire lo jacobiano che però presenta un valore in ampiezza tale da renderlo trascurabile, [1].

L'equazione sopra fornisce, a partire dal segnale ricevuto, la funzione di riflettività su un singolo canale, con $S^*_{post,n}(-)$ che è visto come un segnale di riferimento. Per estendere il concetto a tutti i canali dell'array e quindi ricavarsi la funzione di riflettività totale si effettua semplicemente una sommatoria; una forma conveniente che consente di rappresentare l'espressione finale in maniera più compatta consiste nell'immagazzinare sia il segnale di riferimento che quello ricevuto da ciascun canale in un vettore, come riportato sotto:

$$S_{post}(.) = \frac{1}{\sqrt{N}} \left[S_{post, -\frac{N-1}{2}}(.), \dots, S_{post, \frac{N-1}{2}}(.) \right]^{T}$$
$$X(.) = \frac{1}{\sqrt{N}} \left[X_{-\frac{N-1}{2}}(.), \dots, X_{\frac{N-1}{2}}(.) \right]^{T}$$

Per cui l'espressione finale che fornisce la funzione di riflettività diventa:

$$f(x, y) = \iint S^{H}_{post}(\omega, k_u, x, y) X(\omega, k_u) d\omega dk_u$$
(1.67)

dove chiaramente H indica l'operatore Hermitiano. Si fa presente che adesso, sempre per il fatto che il rumore è additivo, il vettore dei dati ricevuti può essere riscritto in termini del segnale riflesso dal terreno e del rumore.

Quello che si nota dai passaggi fatti fino a qua, è che esistono due differenti domini, quello dei dati misurati ovvero quello del fast-time/slow-time e poi il dominio in cui è rappresentata l'immagine ovvero range/azimut.

Come già detto, ci sono tre diverse implementazioni dell'equazione di imaging riportata in (1.67). Il primo metodo noto come spatial MF interpolation, che è quello presentato in questo paragrafo, utilizza solamente un punto su tutta l'immagine SAR per costruire il vettore di riferimento che verrà poi utilizzato nell'equazione di imaging e quindi come risultato consente di ottenere un tempo di calcolo più basso rispetto agli altri algoritmi, il secondo metodo, il range stacking, offre un trade-off tra tempo di calcolo e accuratezza calcolando il vettore di riferimento per ogni range; mentre il terzo metodo, noto come TDC, offre una migliore accuratezza valutando il vettore di riferimento per ogni range e azimut a scapito però di un elevato tempo di calcolo.

1.3.1 Spatial Matched Filter Interpolation

Questo algoritmo, come già osservato, considera un punto fisso al centro dell'immagine, quindi avente coordinate (X_c , 0), per costruire il vettore di riferimento e quindi poi per valutare l'equazione (1.67).

$$S_{ref}(\omega, k_u) = S_{post}(\omega, k_u, X_c, 0)$$
(1.68)

Da qua si ricava la trasformata di Fourier 2D della funzione di riflettività, la quale però come si vede è espressa nel dominio fast-time/slow-time e non nel dominio range/azimut:

$$\tilde{F}(\omega, k_u) = S^H_{ref}(\omega, k_u)X(\omega, k_u)$$
(1.69)

per cui è necessario fare un cambio di variabili, noto anche come interpolazione di Stolt [5] [6], sfruttando le relazioni in (1.29), per ottenere la trasformata della funzione di riflettività nel dominio delle frequenze spaziali (k_x, k_y) e poi attraverso una anti trasformata ricavarsi la funzione di riflettività nel dominio range/azimut; si nota però che l'interpolazione di Stolt causa delle degradazioni sull'immagine finale, [9].

$$\tilde{F}(\omega, k_u) \longrightarrow \hat{F}(k_x, k_y)$$
 (1.70)

$$\hat{f}(x,y) = \iint \hat{F}(k_x,k_y) \exp\left[jk_x x + jk_y y\right] dk_x dk_y$$
(1.71)



Il diagramma a blocchi che schematizza queste operazioni è riportato in figura sotto.

Fig. 1.9

1.4 ISAR background

Come già detto, il problema che viene posto è quello dell'imaging ad elevata risoluzione di bersagli immersi in un forte segnale di clutter; questo problema viene affrontato sia nel caso di una geometria SAR che nel caso inverso, ovvero quando si va a considerare un sistema ISAR. Le tecniche di soppressione del clutter e gli algoritmi di imaging adottati per cercare di ottenere l'immagine del bersaglio nonostante la presenza di un forte segnale di interferenza, vengono perciò proposti anche nel caso di un sistema ISAR multicanale; in questo paragrafo quindi viene richiamato brevemente il modello di segnale utilizzato per una geometria ISAR.

Grazie alle tecniche di compressione di impulso sappiamo che per ottenere una buona risoluzione in range, nell'ordine del metro, bisogna trasmettere segnali a banda larga; quindi si parte dal presupposto che il segnale trasmesso non sia monocromatico ma ad esempio sia un segnale LFM o un segnale Stepped-Frequency. Per quanto riguarda il segnale ricevuto, si può fare l'ipotesi che questo sia una versione attenuata e ritardata del segnale trasmesso; ciò vorrebbe dire che il modello di propagazione considerato è lineare , no multipath, e che il bersaglio è visto come un oggetto puntiforme con una certa RCS. Il bersaglio è però un corpo definito in uno spazio 3D, quindi l'ipotesi precedente vale solo per una sua infinitesima parte; in generale si può scrivere che:

$$Sr(t,f) = kA \iiint \rho(\underline{x}) exp\left(-j4\pi f \frac{R(\underline{x},t)}{c}\right) rect\left(\frac{t}{Tobb}\right) rect\left(\frac{f-f_0}{B}\right) d\underline{x}$$
(1.72)

Nell'espressione riportata sopra, viene considerato il segnale ricevuto già demodulato, quindi la fase è dipendente solo dalla distanza radar-bersaglio, la quale ovviamente dipende dal tempo in quanto il bersaglio si muove; le due rect(-) tengono conto che il bersaglio viene osservato per un certo periodo di tempo, pari a T_{obb} , e che il segnale trasmesso occupa una certa banda *B* centrata attorno ad f_0 .

Il primo passo è quello di semplificare l'espressione (1.72) passando ad un problema in 2D, ovvero considerando la proiezione del bersaglio su un piano che, come si vedrà in seguito, sarà appunto il piano dell'immagine ISAR:

$$Sr(t,f) = k'A \iint \rho'(x_1x_2)exp\left(-j4\pi f \frac{R(x_1,x_2,t)}{c}\right)rect\left(\frac{t}{Tobb}\right)rect\left(\frac{f-f_0}{B}\right)d\underline{x}$$
(1.73)

L'obbiettivo è quello di andare ad estrarre dal segnale ricevuto la funzione di riflettività e quindi ricostruirsi l'intensità dei pixel punto per punto.

Il passo successivo è quello di andare ad esprimere la distanza che separa un generico punto preso sul bersaglio dal radar, $R(x_1, x_2, t)$, utilizzando un'approssimazione detta "straight iso-range approximation" possibile solo se le dimensioni del bersaglio non sono paragonabili con la distanza di questo dal radar. Come si vede dalla figura sotto, gli assi $x_1 - x_2$, che sono incentrati su un punto detto punto di riferimento, sono solidali con il bersaglio, questo significa che, essendo questo un corpo rigido le coordinate di un punto sul target non cambiano nel tempo a prescindere da come il corpo si muova. Definiamo un altro sistema di coordinate, gli assi u - v, non solidali con il bersaglio e quindi dipendenti dal tempo; come si nota, l'asse u sta sulla congiungente radar-punto di riferimento, LOS, mentre l'asse v è ortogonale a u. Chiaramente è sempre possibile passare da un sistema di

riferimento all'altro attraverso una matrice di rotazione che dipende dall'angolo $\Theta(t)$, il quale viene a formarsi tra l'asse x_1 e l'asse u. $\Theta(t)$ è anche detto angolo di vista, in quanto rappresenta l'angolo con cui il radar osserva il bersaglio; più avanti si vedrà, che al fine di ottenere l'immagine dell'oggetto, è necessario che durante il tempo di osservazione questo angolo vari il più uniformemente possibile.



Fig. 1.10

Detto ciò, possiamo inizialmente esprimere la distanza nelle coordinate u - v:

$$R(u,v,t) = \sqrt{(R_0(t)+u)^2 + v^2} \approx R_0(t) + u = R_0(t) + \underline{X} * i_{LOS}(t)$$
(1.74)

dove $R_0(t)$ è la distanza tra il radar e il centro del sistema di coordinate $x_1 - x_2$. Tenendo conto della matrice di trasformazione che lega il sistema u - v al sistema di coordinate $x_1 - x_2$, si ottiene che:

$$R(x_1, x_2, t) = R_0(t) + x_1 \cos\Theta(t) + x_2 \sin\Theta(t)$$
(1.75)

Di fatto, come si vede anche dalla (1.74), l'approssimazione consiste nel proiettare le coordinate di un punto del bersaglio sulla LOS e quindi questo è come approssimare un arco di circonferenza qualora si considerassero più punti aventi tutti la stessa distanza radar-bersaglio, cioè tutti la stessa R(u, v, t), con una corda; chiaramente ciò è valido solo se le dimensioni del target non sono confrontabili con la R_0 . Con tale approssimazione in pratica si è scomposto il moto del target in un moto radiale del punto 0, cioè del punto di riferimento, e in una rotazione del corpo intorno allo stesso punto.
Sostituendo la (1.75) nell'espressione (1.73) si ottiene:

$$Sr(t,f) = k' \exp(-j4\pi f \frac{R_0(t)}{c}) \iint \rho'(x_1 x_2) \exp(-j2\pi (X_1 x_1 + X_2 x_2)) W(f,t) d\underline{x}$$
(1.76)

dove:

$$X_1 = \frac{2f}{c} \cos\Theta(t) \tag{1.77}$$

$$X_2 = \frac{2f}{c}\sin\Theta(t) \tag{1.78}$$

$$W(f,t) = rect\left(\frac{t}{Tobb}\right) rect\left(\frac{f-f_0}{B}\right)$$
(1.79)

La costante k' non da alcun problema; trascurando poi per un momento l'esponenziale fuori dall'integrale, si vede che quello che si ottiene è la trasformata bidimensionale della funzione di riflettività moltiplicata per la finestra tempofrequenza W(f, t). Quindi i passaggi per ottenere dal segnale ricevuto l'immagine del target, sono inizialmente una compensazione del moto radiale del bersaglio, che mira ad eliminare il termine di fase dovuto ad $R_0(t)$ e poi una trasformata di Fourier 2D inversa da applicare al segnale compensato; si può anche notare che, al fine della ricostruzione dell'immagine, l'unico termine veramente utile, come sarà più chiaro in seguito, è solo la variazione dell'angolo di vista, dato che $R_0(t)$ causa la comparsa di un termine di fase che deve essere poi compensato. Chiaramente ciò che si ottiene dalla trasformata inversa è una stima della funzione di riflettività, questo a causa della presenza della finestra tempo-frequenza.

In breve una volta applicata la procedura di compensazione del moto radiale, si può esprimere il segnale compensato, come anche la finestra tempo-frequenza, in funzione delle frequenze spaziali; questo grazie alle relazioni (1.77)(1.78) viste sopra:

$$s_{c}(X_{1}, X_{2}) = G(X_{1}, X_{2}) \ W(X_{1}, X_{2}) \Rightarrow$$

$$\widehat{\rho}'(x_{1}x_{2}) = \rho'(x_{1}x_{2}) \otimes \otimes w(x_{1}x_{2}) \qquad (1.80)$$

con:

$$G(X_1, X_2) = \iint \rho'(x_1 x_2) exp(-j2\pi(X_1 x_1 + X_2 x_2)) d\underline{x}$$
(1.81)

L'immagine quindi è il risultato di un filtraggio con un sistema che ha come risposta impulsiva l'anti-trasformata della finestra $W(X_1,X_2)$, per cui le caratteristiche del sistema in termini di risoluzione dipenderanno da come è fatta la finestra stessa. Chiaramente il sistema ricostruirebbe perfettamente la funzione di riflettività se la sua risposta impulsiva fosse una delta di Dirac, ovvero se la sua risposta in frequenza $W(X_1,X_2)$ fosse costante; questo vorrebbe dire avere una banda e un tempo di osservazione infiniti e quindi, dato che ciò non è possibile, non si può conoscere la trasformata di Fourier della funzione di riflettività su tutto il piano delle frequenze spaziali.

Se si considerasse solo un punto sul bersaglio, la funzione di riflettività di questo punto verrebbe descritta mediante una delta di diraq, per cui il risultato della convoluzione (1.80) diventerebbe pari alla funzione $w(x_1x_2)$, cioè pari alla risposta impulsiva del sistema di imaging, quindi da qua possiamo dire che più la dispersione della risposta impulsiva è pronunciata e peggio si riesce a rappresentare quel punto; in altre parole più è ristretta la finestra $W(X_1,X_2)$ ovvero minore è la conoscenza della funzione di riflettività nel dominio di Fourier e peggiore sarà la rappresentazione di quel punto. Se si considerano invece due punti sul bersaglio, questi dovranno avere una distanza minima per essere entrambi visibili in maniera chiara e distinta, ecco cosa si intende per risoluzione.

Nelle figure 1.11 e 1.12 è riportata la finestra nel piano tempo-frequenza e nel piano delle frequenze spaziali, ovviamente per ottenere la prima figura si è fatto riferimento all'espressione (1.79) mentre per la seconda figura abbiamo fatto uso delle relazioni (1.77)(1.78) per passare da un piano all'altro. Come si vede dalla figura 1.12, e come già detto in precedenza, non si conosce la funzione $W(X_1,X_2)$ su tutto il piano delle frequenze spaziali ma solo su un settore circolare di ampiezza totale pari a $\Delta\Theta$ ovvero pari alla variazione complessiva dell'angolo di vista.



Fig. 1.11

Fig. 1.12

Si può traslare il settore circolare a cavallo dell'asse X_2 come riportato in figura 1.13 e assumendo che la variazione complessiva dell'angolo di vista sia piccola, si può approssimare tale settore con un rettangolo, tratteggiato in rosso; in questo modo si può utilizzare la tecnica FFT per implementare poi la anti-trasformata di Fourier. Questa approssimazione sull'angolo di vista sembra in contraddizione con quanto detto in precedenza, infatti maggiore è la variazione dell'angolo e maggiore è la conoscenza della trasformata di Fourier della funzione di riflettività e quindi migliore sarà l'immagine ISAR che si va ad ottenere; ma, come si vedrà più avanti, bastano solo piccole variazioni dell'angolo di vista per ottenere buone risoluzioni in crossrange, per cui anche la conoscenza della trasformata della funzione di riflettività su un dominio di Fourier molto piccolo dà una grande quantità di informazione.



Fig. 1.13

Come si vede sempre dalla figura 1.13 si può scrivere che:

$$X_1 = \frac{2f}{c} \cos\Theta(t) \approx \frac{2f}{c} \Theta(t) \Rightarrow \Delta_{X1} = \frac{2f}{c} \Delta_{\Theta}$$
(1.82)

$$X_2 = \frac{2f}{c} \sin\Theta(t) \approx \frac{2f}{c} \quad \Rightarrow \quad \Delta_{X2} = \frac{2B}{c} \tag{1.83}$$

quindi l'espressione analitica della finestra può essere così scritta:

$$W(X_1, X_2) = rect\left(\frac{X_1}{\frac{2fo}{c}\Delta\Theta}\right) rect\left(\frac{X_2 - \frac{2f0}{c}}{\frac{2B}{c}}\right)$$
(1.84)

Chiaramente prendendone l'anti-trasformata, per passare a $w(x_1x_2)$, si ottiene una funzione sinc(-) bidimensionale; considerando anche il fatto che la finestra è centrata a cavallo di X_2 , per $\Theta(t) = \pi/2$ la LOS diventa perfettamente allineata con X_2 e allora la coordinata x_2 diventa il range e automaticamente la coordinata x_1 diventa il cross-range; quindi le risoluzioni in range e cross-range saranno rispettivamente:

$$\delta_{x2} = c/_{2B} \tag{1.85}$$

$$\delta_{x1} = c/2f_0 \Delta \Theta \tag{1.86}$$

Per quanto riguarda la risoluzione in range, si vede dalla (1.85) che trasmettendo un segnale di banda B = 150 MHz la risoluzione che si ottiene è di un metro, $\delta_{x2} = 1m$. Per quanto riguarda invece il cross-range, si vuole vedere quanto deve essere la variazione complessiva dell'angolo di vista $\Delta \Theta$ per ottenere una risoluzione dell'ordine del metro; supponendo $f_0 = 10GHz$ si ottiene:

$$\delta_{x1} = 1m = \lambda/2\Delta\Theta$$
 \longrightarrow $\Delta\Theta = \lambda/2 = 1.5 \ 10^{-2} \text{rad} \approx 0.9^{\circ}$ (1.87)

Come si vede bastano piccole variazione dell'angolo di vista per ottenere una risoluzione lungo il cross-range dell'ordine del metro, quindi non è necessario conoscere la trasformata della funzione di riflettività su tutto il dominio di Fourier in quanto anche la sola conoscenza su un piccolo settore circolare è più che sufficiente.

Quello che si nota è che mentre la risoluzione in range dipende dalla banda trasmessa e quindi dai parametri del sistema, quella in cross-range dipende dalla variazione complessiva dell'angolo di vista che è legata a come si muove il target durante il tempo di osservazione, quindi tale risoluzione non è del tutto prevedibile neanche dopo aver formato l'immagine. Sappiamo anche che i segnali che andiamo a trattare sono segnali campionati e che ogni punto del dominio di Fourier deve essere legato al tempo il più uniformemente possibile altrimenti si creano dei problemi nella ricostruzione dell'immagine; mentre nel SAR la geometria è perfettamente nota e l'array sintetico viene a crearsi per mezzo della spostamento della piattaforma su cui è montato il radar, in questo caso, se ad esempio venisse fissato il sistema di riferimento sul bersaglio, si sposterebbe l'antenna del radar e quindi per riempire in modo uniforme il dominio di Fourier bisognerebbe che la variazione dell'angolo di vista $\Delta\Theta$ fosse il più uniforme possibile, solo in questo caso si può formare correttamente l'array sintetico ed è possibile usare correttamente la trasformata di Fourier; ma se ad esempio il target si muove con un moto oscillatorio, e quindi anche il $\Delta\Theta$ oscilla, il dominio di Fourier non viene riempito in maniera uniforme e ciò causa problemi nella formazione dell'immagine.

Da questo discorso possiamo capire che mantenendo un tempo di osservazione basso, nell'ordine del secondo, possiamo assumere che la variazione dell'angolo di vista sia circa costante in modo da mantenere un campionamento nel dominio di Fourier il più uniforme possibile; c'è anche però da tenere in considerazione che una riduzione del tempo di osservazione causa una minore variazione del'angolo di vista $\Delta \Theta$ e questo comporta un aumento, e quindi un peggioramento, della risoluzione in cross-range.

Per concludere bisogna osservare che, se si riuscisse ad ottenere una immagine nelle coordinate $x_1 - x_2$ saremmo in grado sapere tutte le grandezze del bersaglio, cioè saremmo in grado di misurare la distanza tra due punti appartenenti al target stesso.

Relativamente alle approssimazioni viste per le frequenze spaziali, (1.82) (1.83), supponendo che $\Theta(t)$ vari linearmente nel tempo, possiamo scrivere che:

$$\Theta(t) = \Omega_{eff}t \quad \Rightarrow \quad X_1 = \frac{2f}{c} \ \Omega_{eff}t \tag{1.88}$$

dove Ω_{eff} e la componente che in pratica è responsabile della variazione dell'angolo di vista e può essere definita come quella componente del vettore totale di rotazione che è ortogonale alla LOS; infatti sappiamo che il radar è in grado di misurare solamente ritardi temporali e quindi variazioni di fase, una rotazione del target intorno alla LOS non produce alcuna variazione di distanza e quindi nemmeno di fase per cui il radar resta cieco rispetto a rotazioni di questo tipo.

Sostituendo sempre nell'espressione (1.76) del segnale ricevuto, già compensato, le espressioni delle frequenze spaziali (1.83)(1.88), si ottiene:

$$Sc(t,f) = \iint \rho'(x_1 x_2) exp(-j2\pi(\nu t + \tau f)) W(f,t) d\underline{x}$$
(1.89)

dove:

$$\nu = x_1 \frac{2f}{c} \Omega_{eff}$$
$$\tau = \frac{2x_2}{c}$$

Si vede che τ è un ritardo di andata/ritorno mentre, con la semplice osservazione che $v_r = \Omega_{eff} x_1$, si vede che v è una frequenza Doppler; quindi si può riscrivere tutto in termini di frequenza Doppler e ritardo

$$Sc(\nu,\tau) = \iint \rho'(\nu,\tau)exp(-j2\pi(\nu t + \tau f)) W(\nu,\tau) d\tau d\nu = G(\nu,\tau) W(\nu,\tau) \Rightarrow$$
$$\widehat{\rho}'(\nu,\tau) = \rho'(\nu,\tau) \otimes \otimes w(\nu,\tau)$$
(1.90)

Per portare la funzione di riflettività nel dominio range/cross-range bisogna effettuare una scalatura, ma il problema che nasce, è che, mentre la cosa è fattibile per quanto riguarda il range, come si vede invertendo la formule sopra, non si riesce a scalare la coordinate di cross-range in quanto non si conosce Ω_{eff} ; quindi si preferisce fornire un dominio ibrido range-Doppler sapendo però che senza scalare l'asse del cross-range non è possibile calcolare la distanza tra due punti del bersaglio.

Per concludere ritorniamo sul passaggio iniziale che ha schiacciato la geometria da 3D a 2D; scegliamo intanto la terna cartesiana nel seguente modo:

$$i_{x2} = i_{LOS}$$
$$i_{x3} = i_{\Omega eff}$$
$$i_{x1} = i_{x2} x i_{x3}$$



Fig. 1.14

Si sa che solo Ω_{eff} dà contributo alla fase quindi di fatto è come se la rotazione avvenisse solo per Ω_{eff} cioè attorno ad x_3 per cui, dato che vale l'approssimazione "straight iso-range" saranno solo le coordinate x_1 e x_2 a generare variazioni nella distanza, ecco perché possiamo eliminare la dipendenza da x_3 e considerare la proiezione sul piano x_1 - x_2 . Quello che però bisogna notare è che non essendo noto Ω_{eff} non è noto neanche x_3 e quindi nemmeno il piano dell'immagine, allora a seconda di come si muove il bersaglio cambia x_3 e si ottengono proiezioni diverse con grossi problemi per il riconoscimento del bersaglio.

Per completezza facciamo anche un cenno ad una tecnica di autofocalizzazione, che è stata considerata per implementare il codice MATLAB. In genere esistono due classi principali di tecniche, quelle parametriche e quelle non parametriche, l'obbiettivo rimane sempre quello di stimare il termine $R_0(t)$ per compensare il segnale ricevuto. Nelle parametriche il termine viene stimato attraverso la definizione di un modello polinomiale:

$$R_0(t) = \sum_{n=0}^N a_n t^n$$
(1.91)

dove i termini a_n sono detti parametri di focalizzazione e devono essere stimati correttamente per avere un'immagine focalizzata. Si può vedere che il parametro a_0 non causa distorsione ma solo uno shift dell'immagine lungo l'asse del range, ciò non è vero per gli altri parametri, che invece se non sono ben stimati causano una distorsione. Generalmente per un tempo di osservazione breve un modello al secondo ordine è sufficiente per ottenere una buona stima di $R_0(t)$.

$$R_0(t) \approx a_1 t + a_2 t^2 \tag{1.92}$$

con a_1 che assume il significato di velocità radiale del punto di riferimento e con a_2 accelerazione radiale sempre del punto di rifermento:

$$a_1 = \frac{d R_0(t)}{dt} \tag{1.93}$$

$$a_2 = \frac{1}{2} \frac{d^2 R_0(t)}{dt^2} \tag{1.94}$$

Per stimare allora i due parametri si prende come riferimento la funzione del contrasto, più è alto il contrasto e chiaramente migliore è la qualità dell'immagine in termini di focalizzazione per cui:

$$IC(\underline{a}) \equiv \sqrt{\frac{E\left\{\left[I^{2}(\tau,\nu,\underline{a}) - E\left\{I^{2}(\tau,\nu,\underline{a})\right\}\right]^{2}\right\}}{E\left\{I^{2}(\tau,\nu,\underline{a})\right\}}} \Rightarrow \underline{\hat{a}} = argmax_{a}[IC(\underline{a})]$$

dove:

$$I(\tau,\nu,\underline{a}) = \left| TCF^{-1} \left[s_R'(t,f) e^{j \sum_n \frac{4\pi f}{c} a_n t^n} \right] \right|$$

Il metodo con cui si procede è quello di inizializzare prima i due parametri, successivamente eseguire la compensazione del moto e formare l'immagine e poi calcolarne il contrasto; successivamente verificare se la differenza tra il nuovo contrasto e quello precedente superi o meno una soglia prefissata e in caso positivo fare una nuova iterazione del procedimento.

Per quanto riguarda l'inizializzazione del parametro a_1 , che corrisponde alla velocità radiale del punto di riferimento scelto sul target, questa può essere ottenuta attraverso una stima della velocità media del target stesso. Si considera la matrice dei profili in range ottenuta facendo una trasformata sul dato ricevuto lungo le frequenze, i profili in range traslano quando il target si muove con una certa velocità radiale , formando un certo angolo α con l'asse cross-range; da qua si può arrivare ad una stima del primo parametro:

$$\tan \alpha \approx \frac{d R_m(t)}{dt} \approx v_{rm} = \widehat{a_1}$$
(1.95)

La stima dell'angolo α viene effettuata con l'utilizzo della trasformata di radon; di fatto si può vedere che il massimo della trasformata di radon si ottiene per un angolo $\Theta \approx \alpha + \pi/2$, per cui è possibile scrivere che:

$$\hat{\alpha} = \operatorname{argmax}_{\Theta} P(r, \Theta) - \pi/2 \tag{1.96}$$

dove $P(r, \Theta)$ rappresenta appunto la trasformata di radon; in pratica, questa trasformata non è altro che la proiezione della funzione $f(x_1, x_2)$, definita sul piano $x_1 - x_2$, su una retta r formante un angolo Θ con l'asse x_1 .

Per l'inizializzazione del secondo parametro, avendo a disposizione il contrasto espresso in funzione di a_1 e a_2 , una volta fissato a_1 , si effettua una ricerca del massimo della funzione contrasto lungo a_2 .

 $\widehat{a_2} = \arg\left(\max_{a_2}[IC(\widehat{a_1}, a_2)]\right)$



Fig. 1.15

In questo modo si ottiene una stima iniziale dei parametri e si può applicare il metodo iterativo di ricerca dei parametri di focalizzazione visto precedentemente per effettuare la compensazione del moto sul dato ricevuto.

Per riassumere tutto quello che si è detto, nella figura sotto, viene illustrato il processo standard di imaging, che rientra comunemente sotto il nome di tecnica RD

(range-Doppler). In questo caso si utilizza un segnale stepped-frequency (SF) come segnale trasmesso, ma altre tipologie di segnali a banda larga come segnali LFM sarebbero comunque valide. Per i segnali SF vengono trasmessi una sequenza di N impulsi ciascuno dei quali è composto da M sotto-impulsi a banda stretta le cui frequenze centrali sono distanziate di uno step costante pari a Δf . La larghezza di banda totale dell'impulso, M Δf , determina la risoluzione in range, mentre il numero totale di impulsi trasmessi durante il tempo di osservazione determina quella in cross-range; i dati poi vengono organizzati in una matrice MxN su cui viene successivamente eseguita una compensazione del moto e una compressione in range che rimuove modulazioni di fase o di frequenza. La compressione in range è ottenuta tramite IFFT su M punti per ciascuno degli N impulsi ricevuti. Si nota che per ogni singola cella in range, gli N profili in range costituiscono una serie temporale cioè una sorta di evoluzione temporale della cella. La tecnica RD esegue la FFT su ciascuna serie temporale e genera uno spettro Doppler per ciascuno degli M punti. L'immagine ISAR quindi è raffigurata sul piano range-Doppler.



Fig. 1.16

Capitolo 2

Tecniche di soppressione del clutter

Nel capitolo precedente si sono inizialmente richiamati i concetti base del sistema SAR, per poi passare a definire in dettaglio la geometria e il modello di segnale nel caso di un SAR multicanale. Il problema che viene affrontato durante tutta questa trattazione è quello dell'imaging ad elevata risoluzione di bersagli immersi in un forte segnale di clutter; la soluzione proposta è stata quella di far seguire a tecniche di cancellazione del clutter algoritmi di imaging che, una volta soppresso il segnale di interferenza e quindi rivelati eventuali target presenti nella scena, riescano a focalizzare gli stessi target in movimento all'interno dell'immagine.

Un sistema multicanale consente di poter applicare l'MTI al caso SAR per eliminare il segnale re-irradiato da terra (clutter di terra) ed eventualmente anche interferenze provenienti dall'esterno nella stessa banda di frequenza consentendo quindi di rivelare la presenza di eventuali target in movimento; la tecnica che consente di poter realizzare il miglior MTI per il SAR è denominata STAP (Space-Time Adaptive Processing), questa altro non è che un filtraggio nel dominio space/slow-time reso possibile grazie alla combinazione dei gradi di libertà messi a disposizione dall'array in ricezione con le informazione provenienti dal dominio temporale dello slow-time. Come vedremo in questo capitolo, la possibilità di effettuare un filtraggio sull'intero dominio space/slow-time, a differenza dei filtraggi realizzati nel dominio dello spazio o del tempo, consente di ottenere un filtro con una piccola banda di reiezione centrata appunto sul clutter e di conseguenza consente di poter rivelare anche target con una frequenza Doppler bassa (slow moving target).

Esistono due diverse tipologie di STAP, lo slow-time STAP e il fast-time STAP; il discriminante tra queste diverse tipologie, che determina anche quale tra due tecniche sia opportuno utilizzare, sta nel diverso peso che hanno le varie componenti dell'interferenza esterna. Durante tutta questa trattazione, non verrà preso in esame il

caso di un segnale di interferenza esterno che si somma il segnale di clutter e che quindi contribuisce a disturbare l'azione di rivelazione di target in movimento a terra da parte del sistema MSAR, per cui verrà preso in considerazione solo lo slow-time STAP senza andare a considerare il filtraggio nel dominio space/fast-time messo in atto dal fast-time STAP.

In questo capitolo vengono innanzitutto introdotti due diversi algoritmi in grado di reiettare, seppur con differenti livelli di risoluzione, il clutter di terra. Il primo altro non è che una implementazione alternativa, nel dominio space/slow-time, dell'algoritmo di imaging MSAR presentato nel precedente capitolo; più che per l'efficienza nella reiezione del clutter, questo algoritmo è interessante in quanto costituisce le basi per il successivo algoritmo che è appunto lo slow-time STAP in grado di offrire un'ottima cancellazione del clutter.

Ci sono comunque dei problemi nell'applicare l'MTI al caso SAR, dovuti, come già detto, al lungo tempo di integrazione richiesto dallo stesso SAR per formare l'immagine che fa si che target in movimento all'interno dell'immagine appaiano sfocati e fuori posizione; componenti di velocità lungo la direzione del ground range causano uno shift del target lungo l'azimut mentre componenti di velocità lungo l'azimut determinano in generale una defocalizzazione sempre dello stesso target all'interno dell'immagine. La realizzazione dell'MTI attraverso la tecnica STAP è perciò solo un passo nel complessivo processo di rivelazione e compensazione di target in movimento; diventa quindi necessario eseguire una stima della posizione e della velocità che servirà poi per effettuare una compensazione del movimento del target stesso all'interno dell'immagine. Le tecniche di focalizzazione del bersaglio (imaging) vengono introdotte nel capitolo successivo, dove viene posta particolare attenzione alle trasformate tempo-frequenza, le quali, a differenza della trasformata di Fourier, riescono a concentrare meglio l'energia di segnali LFM e quindi riescono a mitigare l'espansione dello spettro di Fourier derivante da uno shift tempo-variante della frequenza Doppler che è causa appunto dello sfocamento. Come si vedrà dettagliatamente nel capitolo successivo, che queste trasformate consentono la stima dei parametri Doppler del segnale LFM, rappresentate l'eco del target in movimento, e di conseguenza anche la stima della posizione e della velocità dello stesso target; chiaramente è necessario prima eseguire sempre una cancellazione del

clutter in modo da sfruttare al meglio gli effetti di tali trasformate. In generale, si è preferito utilizzare altre tecniche di cancellazione del clutter che fossero meno "pesanti" computazionalmente della tecnica STAP e che comunque riuscissero ad ottenere una discreta soppressione dell'interferenza per poi far seguire algoritmi di imaging per la focalizzazione del bersaglio.

Per questo motivo oltre alla tecnica STAP, in questo capitolo viene introdotta anche la tecnica DPCA (Displaced Phase Center Array), la quale rientra sempre nella categoria delle tecniche di soppressione del clutter ma costituisce un trade-off tra prestazioni e complessità computazionale.

2.1 Space Time Adaptive Processing – STAP

Dopo aver visto come può essere definito ed elaborato il segnale ricevuto da un sistema SAR multicanale per ottenere la funzione di riflettività e quindi l'immagine dell'area osservata, ci si focalizza sul problema della rivelazione dei target in movimento a terra. L'obbiettivo dell'MTI è quello di isolare target in movimento rimuovendo sia il clutter di terra ed altre eventuali interferenze a radio frequenza nella stessa banda di frequenze. Lo sviluppo della tecnologia sugli array di fase ha migliorato l'applicazione dell'MTI al caso di radar su piattaforma aerea e soprattutto al caso SAR, [10] [11], infatti si dimostra come il clutter di terra può essere soppresso attraverso l'implementazione di un filtro bidimensionale nel dominio space/slow-time dove la dimensione spaziale è offerta appunto dai canali dell'array; questi filtri sono più comunemente noti come slow-time STAP, [8] [12]. In origine la tecnica slow-time STAP era rivolta al caso di radar su piattaforma aerea, la successiva applicazione al caso SAR, [8] [13], incontra dei problemi essenzialmente dovuti al lungo tempo di integrazione richiesto proprio dal SAR per formare l'immagine che fa si che target in movimento appaiano sfocati nella stessa immagine SAR per cui non basta rivelare i target in movimento ma servono anche delle tecniche di elaborazione che compensino il movimento del target all'interno dell'immagine SAR e quindi, come già fatto notare, l'MTI è solo uno step nel processo di compensazione del target in movimento.

2.1.1 Array processing

Nel caso di un array ad N canali, il segnale ricevuto è rappresentato come un cubo di dati, figura 2.1, in cui lo slow-time rappresenta gli M campioni da impulso ad impulso, il fast-time gli L campioni all'interno di ciascun impulso e gli N canali rappresentano appunto la dimensione spaziale, [1].



Fig. 2.1

In questo sotto-paragrafo si considera il problema della rivelazione di un target in movimento utilizzando solamente un filtraggio spaziale; questi concetti verranno poi applicati ed estesi alla tecnica STAP e modificati per applicarli al caso SAR.

Se si considera un'onda piana incidente sull'array che forma un angolo θ con la direzione di broadside, perpendicolare all'array stesso, il vettore di puntamento, ovvero lo spatial steering vector (1.55), introdotto nel precedente capitolo, assume la seguente forma:

$$s_n(\theta) = \exp[jk_c d_n \sin\theta] \tag{2.1}$$

dove $d_n = n\delta$ è lo spazio tra i vari canali. Lo spatial steering vector è usato per determinare la risposta di uscita a qualunque angolo di arrivo θ del segnale sull'array, quindi considerando il segnale ricevuto dall'm-esimo impulso trasmesso e

dall'l-esima range bin, $x_n(t_l, u_m)$, è possibile immagazzinare sia il segnale ricevuto che quello di puntamento in due vettori di dimensione Nx1, con N numero di canali:

$$x(t_l, u_m) = \frac{1}{\sqrt{N}} [x_1(t_l, u_m), \dots, x_N(t_l, u_m)]^T \ \epsilon \ C^{Nx1}$$
(2.2)

$$s(\theta) = \frac{1}{\sqrt{N}} [s_1(\theta), \dots, s_N(\theta)]^T \ \epsilon \ C^{Nx1}$$
(2.3)

per cui il segnale di uscita focalizzato si ottiene attraverso un prodotto tra i due vettori, come riportato nell'espressione (2.4) e nello schema in figura 2.2:

$$f(\theta, t_l, u_m) = s^H(\theta) x(t_l, u_m)$$
(2.4)

Una forma più generale dell'espressione (2.4) consiste nel sostituire al vettore di puntamento un vettore di pesi opportunamente scelti:

$$f(\theta, t_l, u_m) = w^H(\theta) x(t_l, u_m)$$
(2.5)

I criteri con i quali viene selezionato il vettore dei pesi sono due, il primo consiste nel massimizzare il rapporto segnale-rumore più interferenza (SINR) e il secondo consiste nel minimizzare la potenza media del rumore più interferenza; chiaramente soddisfare il secondo criterio implica soddisfare anche il primo; la differenza è che il secondo criterio ha dei vincoli aggiuntivi, come si vede meglio in seguito, [1].

Per quanto riguarda il primo criterio, si considera il segnale proveniente da un target di potenza α_T che incide sull'array e che forma un angolo θ_T con la direzione di broadside, e un'interferenza più rumore rappresentata dal vettore z:

$$x = \alpha_T s_T + z \quad \epsilon \ C^{N x 1} \tag{2.6}$$

se si utilizza l'espressione (2.5) si ottiene:

$$f = w^H(\alpha_T s_T + z) = y_s + y_z \tag{2.7}$$

quindi il rapporto segnale-rumore più interferenza è così espresso:

$$S_{INR} = \frac{|y_s|^2}{E\{|y_z|^2\}}$$
(2.8)

in cui:

$$|y_{s}|^{2} = |\alpha_{T}|^{2} |w^{H}s_{T}|^{2}$$

$$E\{|y_{z}|^{2}\} = E\{|w^{H}z|^{2}\} = w^{H}E\{zz^{H}\}w = w^{H}R_{z}w$$

dove con R_z si è indicato la matrice di covarianza del rumore più interferenza, di dimensione NxN.



Fig. 2.2

Secondo questo criterio bisogna massimizzare il rapporto espresso in (2.8), chiaramente rispetto al vettore *w*. Omettendo i passaggi analitici si ottiene che il vettore dei pesi che massimizza l'SINR è il seguente:

$$\max_{w} \left\{ \frac{\left| w^{H} s_{T} \right|^{2}}{\left| w^{H} R_{z} w \right|^{2}} \right\} \qquad \Longrightarrow \qquad w_{SINR} = \tilde{\gamma} R_{z}^{-1} s_{T} \tag{2.9}$$

in cui $\tilde{\gamma}$ è uno scalare che non ha effetto sull'SINR; chiaramente nel nostro caso la matrice di covarianza R_z sarà riferita solamente al rumore in quanto, come già detto, non vengono presi in considerazione segnali di interferenza esterni. Il secondo criterio minimizza la potenza media dell'interferenza più rumore imponendo però un set di vincoli che sono sintetizzati nell'espressione sotto:

$${}^{min}_{w}\{w^{H}R_{z}w\} \qquad , \qquad C^{H}w = d \tag{2.10}$$

dove con C si è indicato la matrice dei vincoli imposti e con d il vettore che contiene il valore attribuito a tali vincoli. Il problema viene risolto attraverso i moltiplicatori di Lagrange e, omettendo anche in questo caso il calcolo, si ottiene:

$$w_{LCMV} = R_z^{-1} C \left[C^H R_z^{-1} C \right]^{-1} d \ \epsilon \ C^{Nx1}$$
(2.11)

Uno dei vincoli più utilizzati sta nell'imporre al beampattern di essere unitario nella direzione data dal vettore di puntamento; il criterio con questo particolare vincolo prende anche il nome di Minimum Variance Distortionless Response (MVDR).

$$\begin{cases} C = s_T \\ d = 1 \end{cases} \qquad \longrightarrow \qquad w_{MVDR} = \frac{R_z^{-1} s_T}{s_H^T R_z^{-1} s_T} \in C^{N \times 1}$$
(2.12)

Questa espressione uguaglia la (2.9) ponendo $\tilde{\gamma} = 1/(s_T{}^H R_z{}^{-1} s_T)$, con questa scelta il criterio del massimo SINR è soddisfatto e il corrispondente SINR assume lo stesso valore del primo criterio.

2.1.2 Airborne STAP

La tecnica STAP non solo utilizza le informazioni provenienti dai canali dell'array, ma combina la dimensione spaziale con il dominio slow-time. Come già accennato, questa tecnica consente di rimuovere sia il clutter di terra che qualsiasi altra interferenza esterna, consentendo di rivelare il target in movimento e poi successivamente consentendone una stima della posizione, (direction of arrival – DOA), e della velocità (Doppler) [8] [13]. La relazione tra la frequenza Doppler e la

direzione di arrivo del segnale sull'array, ovvero l'angolo θ , è riportata sotto; v_p è chiaramente la velocità della piattaforma lungo la direzione di azimut:

$$f_d = \frac{2\nu_p \sin\theta}{\lambda_c}$$
(2.13)

Normalizzando rispetto al periodo di ripetizione dell'impulso T_{PRI} e allo spazio che separa i vari canali dell'array, δ , si ottiene:

$$F_d = f_d T_{PRI} = \frac{2\nu_p T_{PRI}}{\delta} \left(\frac{\delta}{\lambda_c} \sin\theta\right) = \tilde{\beta}\Theta$$
(2.14)

La figura 2.3, rappresenta lo spettro di potenza bidimensionale del segnale ricevuto in una singola range bin, [14] [15] [16], e come si vede riporta sia il clutter di terra sia lo spettro di due target, uno che si muove velocemente e l'altro lentamente, quindi con frequenze Doppler diverse. Il segnale proveniente dal clutter di terra viene determinato dalla relazione lineare in (2.14), infatti come si vede anche dalla figura 2.3, la pendenza dello spettro del clutter è determinata da $\tilde{\beta}$ che a sua volta dipende dalla separazione che intercorre tra un impulso e l'altro e dalla separazione spaziale tra i canali dell'array; mentre per quanto riguarda i target in movimento, è stato assunto che questi mantengano una DOA e una Doppler fissa durante tutto il tempo di osservazione. Sempre come di vede dalla figura, se si volesse sopprimere il clutter di terra usando solo un processing temporale bisognerebbe costruire un filtro sull'asse della frequenza normalizzata F_d con una banda di reiezione abbastanza larga per eliminare il clutter, stessa cosa se si volesse applicare solo un processing nel dominio spaziale, ovvero dovremmo costruire un filtro sull'asse Θ per eliminare il clutter ed eventuali interferenza esterne, che non sono riportate in figura; entrambi i filtri però devono avere una ampia banda di reiezione e possono quindi impedire al radar di rivelare target che si muovono lentamente, come si nota sempre dalla figura 2.3. Se si utilizzasse un filtro nel dominio space/slow-time, [16] [17], ovvero un filtraggio che opera sull'intero piano $F_d - \Theta$, sarebbe possibile ottenere una banda di reiezione molto stretta concentrata solo sull'interferenza e quindi anche target con una Doppler bassa, detti anche slow moving target, possono cadere all'interno della banda passante del filtro ed essere quindi rivelati.



Fig. 2.3

Esaminiamo più in dettaglio come può essere modellizzato lo STAP.

Per un array lineare, il vettore di puntamento, come visto nel precedente sottoparagrafo, in cui si considerava solo un processing spaziale, è dato dalla relazione (2.1), che espressa in funzione dell'angolo normalizzato Θ diventa:

$$s_n(\theta) = \exp\left[jk_c d_n \sin\theta\right] = \exp\left[j2\pi(n-1)\theta\right]$$
(2.15)

quindi da qua possiamo ottenere come al solito il vettore di puntamento:

$$s(\Theta) = \frac{1}{\sqrt{N}} [1, \exp[j2\pi\Theta], \dots, \exp[j2\pi(N-1)\Theta]]^T \quad \epsilon \ C^{Nx1}$$
(2.16)

Dalla (2.14) si è visto che esiste un legame tra l'angolo Θ e lo shift della frequenza Doppler, per cui, sugli M impulsi trasmessi si può andare a definire di nuovo un vettore di puntamento, in questo caso però nel dominio temporale:

$$g(F_d) = \frac{1}{\sqrt{M}} [1, \exp[j2\pi F_d], \dots, \exp[j2\pi (M-1)F_d]]^T \quad \epsilon \ C^{M_{x1}}$$
(2.17)

Questi due vettori possono essere combinati attraverso il prodotto di Kronecker, indicato con l'operatore \otimes , per ottenere il vettore di puntamento space/slow-time (space/slow-time steering vector)

$$\tilde{G}(\Theta, F_d) = s(\Theta) \otimes g(F_d) \quad \epsilon \ C^{MNx1}$$
(2.18)

Per poter effettuare il filtraggio nel piano $\Theta - F_d$ bisogna che anche i dati siano disposti in maniera opportuna, se si considera quindi il segnale ricevuto sui vari canali dall'l-esima range bin all'm-esimo impulso $x_n(t_l, u_m)$, si può ottenere un vettore di dimensione Nx1, come già fatto nell'espressione (2.2); se poi si considerano gli M impulsi trasmessi, ad ogni posizione assunta dal SAR, quindi ad ogni slow-time, ogni canale riceverà un segnale $x_n(t_l, u_m)$ proveniente da una particolare range bin e quindi per ogni slow-time si avrà un vettore Nx1, per cui alla fine è possibile ottenere un vettore space/slow-time di dimensione MNx1:

$$\tilde{X}_{s}(\omega_{l}) = \frac{1}{\sqrt{M}} \left[\tilde{x}^{T}(\omega_{l}, u_{1}), \dots, \tilde{x}^{T}(\omega_{l}, u_{M}) \right] \in C^{MN \times 1}$$
(2.19)

qua ω_l rappresenta l-ellesimo campione in frequenza, cioè nel dominio fast-time. Con queste definizioni si può effettuare il filtraggio nel dominio space/slow-time per una data range bin:

$$\tilde{f}(\Theta, F_d, \omega_l) = \tilde{G}^H(\Theta, F_d)\tilde{X}_s(\omega_l)$$
(2.20)

anche in questo caso il vettore di puntamento può essere sostituito da un vettore di pesi scelti con i criteri visti in precedenza, ad esempio secondo il criterio della massimizzazione del rapporto segnale-rumore più interferenza:

$$\tilde{f}_{ss}(\Theta, F_d, \omega_l) = W^H(\Theta, F_d)\tilde{X}_s(\omega_l)$$
(2.21)

$$W_{SINR}(\Theta, F_d) = \tilde{\gamma} R_{\tilde{Z}_c}^{-1} \tilde{G}(\Theta, F_d) \ \epsilon \ C^{MNx1}$$
(2.22)

dove in questo caso sia i dati che la matrice di covarianza del rumore sono espressi nel dominio space/slow-time:

$$R_{\tilde{Z}_{c}} = E\left\{\tilde{Z}_{c}(\omega_{l})\tilde{Z}_{c}^{H}(\omega_{l})\right\} \quad \epsilon \ C^{MNxNM}$$
(2.23)

Quello che si vede osservando la (2.21) è che per effettuare il filtraggio del segnale ricevuto nel dominio space/slow-time bisogna ricavarsi il vettore dei pesi ovvero la matrice di covarianza del rumore, e per fare questo bisogna ricavarsi una stima dei dati senza la presenza del target; questo vale anche nel caso che il filtraggio venga effettuato solo nello spazio come visto nel paragrafo precedente. Il metodo per ottenere i dati senza la presenza del target è un problema di stima chiamato "training" e il metodo utilizzato per ottenere i dati di training è detto strategia di training. Dopo aver effettuato il filtraggio può essere applicato un meccanismo a soglia che separi il segnale del target dal rumore di fondo come riportato in figura 2.4.



Fig. 2.4

Il SAR è un sistema di imaging ad elevata risoluzione concentrato solamente su un piccolo patch di terreno differentemente dai sistemi montati su piattaforma aerea che scansionano un'ampia regione di terreno e che si trovano a range inferiori rispetto al caso SAR; la differenza tra il SAR e l'MTI sta nelle risoluzioni richieste che a loro volta sono collegate al tempo di integrazione necessario per ottenere una accurata risoluzione in azimut e alla larghezza di banda richiesta per la risoluzione in range. Un elevato tempo di integrazione determinerà sia per il segnale proveniente dal target che per quello proveniente dal clutter di terra un cambiamento sia nella DOA che nella frequenza Doppler, per cui la rappresentazione di figura 2.3, nel piano

DOA/Doppler non è molto accurata e una più esatta rappresentazione dei vettori di puntamento nel dominio space/slow-time è necessaria. Avere inoltre un'elevata risoluzione in range può portare ad un riduzione delle performance dello STAP a causa della migrazione in range che coinvolge le range bin adiacenti. Si fa notare infine che tra le tecniche che consentono la realizzazione dell'MTI sul SAR, lo STAP è quella che consente di ottenere i migliori risultati e quindi costituisce un punto di riferimento nello schema di un MTI, tuttavia esistono altre tecniche come ad esempio la tecnica ATI (Along Track Interferometry) o la tecnica DPCA (Displaced Phase Centre Array) che verrà trattata meglio successivamente.

2.2 STAP per SAR

Nel precedente paragrafo si è introdotto la tecnica STAP per piattaforme aeree [8] [13], tale tecnica combinava le informazioni spaziali provenienti dall'array con il dominio temporale dello slow-time e consentiva di cancellare il clutter di terra permettendo in generale la rivelazione del target in movimento. La relazione tra la frequenza Doppler normalizzata e la DOA è già stata riportata nell'espressione (2.14), inoltre, la figura 2.3 andava a rappresentare lo spettro di potenza bidimensionale del segnale ricevuto in una singola range bin e mostrava l'andamento sia del clutter di terra, determinato appunto dalla relazione (2.14), che del segnale relativo ai target in movimento, considerati fissi sia in DOA che in Doppler per tutto l'intervallo di osservazione [15]. Da qua si riusciva a capire l'importanza e il vantaggio della tecnica STAP, in quanto avere un filtro che opera nel dominio space/slow-time, ovvero su tutto il piano $\Theta - F_d$ consente di avere una piccola banda di reiezione lungo la traiettoria dell'interferenza e quindi consente di rivelare anche target con frequenza Doppler bassa (slow moving target). Qual'ora si utilizzasse solo un processing temporale, costruendo un filtro lungo l'asse F_d , o solo un processing spaziale, costruendo un filtro lungo l'asse Θ , si otterrebbe una elevata banda di reiezione che può oscurare target con frequenza Doppler bassa. Come già visto sempre nel paragrafo precedente, il vettore di pilotaggio nel dominio space/slow-time è ottenuto attraverso il prodotto di Kronecker tra il vettore di pilotaggio spaziale e quello temporale:

$$\tilde{G}(\Theta, F_d) = s(\Theta) \otimes g(F_d) \quad \epsilon \ C^{MNx1}$$
(2.24)

per cui organizzando in maniera opportuna anche il vettore dei dati è possibile effettuare il filtraggio per una data range bin:

Più in generale è possibile sostituire il vettore di pilotaggio con un vettore di pesi scelto secondo opportuni criteri, già descritti, come ad esempio la massimizzazione del rapporto segnale/interferenza-rumore:

$$W_{SINR}(\Theta, F_d) = \tilde{\gamma} R_{\tilde{Z}_c}^{-1} \tilde{G}(\Theta, F_d) \quad \epsilon \ C^{MNx1}$$
(2.26)

con:

$$R_{\tilde{Z}_c} = E\left\{\tilde{Z}_c(\omega_l)\tilde{Z}_c^{\ H}(\omega_l)\right\}$$
(2.27)

dove chiaramente nella (2.26) la matrice $R_{\tilde{Z}_c}$ rappresenta la matrice di covarianza nel dominio space/slow-time del clutter non essendo stata presa in considerazione, durante tutta la trattazione, la presenza di interferenza esterna .

Supponiamo che vi sia un target nella direzione di broadside, il segnale proveniente dal target avrà quindi un angolo normalizzato $\Theta_T = 0^\circ$ e una frequenza Doppler normalizzata di $F_{d,T} = 0.3$. Il clutter di terra viene modellato come un segnale proveniente da diverse direzioni e quindi formate angoli diversi con l'array a cui corrisponde una Doppler normalizzata data dalla relazione (2.14); per cui il segnale complessivo sull'n-esimo canale è dato da:

$$x_n(t,u) = g(t,u)s_n(t,u) + z_{c,n}(t,u)$$
(2.28)

con:

$$z_{c,n}(t,u) = \gamma(t,u) \sum_{k=1}^{M_f} s_n(\theta_k) + \nu(t,u)$$
(2.29)

dove con ν si è indicato il rumore termico in ricezione e dove si può inoltre notare il fatto che il clutter di terra proviene da diversi angoli. A questo punto per effettuare il

filtraggio è necessario ricavarsi il vettore dei pesi espresso nella (2.26) e quindi ricavarsi la matrice di covarianza del rumore nel dominio space/slow-time; tenendo in considerazione che i cross-termini sono nulli in quanto le due componenti di "rumore" sono incorrelate, si ottiene quindi:

$$R_{\tilde{Z}_{c}} = E\left\{\tilde{Z}_{c}(\omega_{l})\tilde{Z}_{c}^{H}(\omega_{l})\right\}$$
$$= E\left\{|\Gamma(\omega_{l})|^{2}\sum_{k=1}^{M_{f}}\tilde{G}(\Theta_{k},F_{d,k})\right\} + E\{|\Xi(\omega_{l})|^{2}I_{MN}\}$$
$$= \sigma_{\Gamma}^{2}\sum_{k=1}^{M_{f}}\tilde{G}(\Theta_{k},F_{d,k}) + \sigma_{\nu}^{2}I_{MN} \quad \epsilon \ C^{MN\times MN}$$
(2.30)

dove per quanto riguarda il primo termine, relativo al clutter di terra, una volta fissato l'angolo Θ_k , con $k = 1 \div M_f$, e quindi nota la frequenza Doppler, il vettore $\tilde{G}(-)$ è ottenuto attraverso le relazioni descritte nel paragrafo precedente. Una volta ricavata la matrice è possibile costruirsi il vettore dei pesi:

$$W_{SINR} = R_{\tilde{Z}_c}^{-1} \tilde{G}_T \quad \epsilon \ C^{MN \times 1} \tag{2.31}$$

in cui il vettore di pilotaggio nel dominio space/slow-time, \tilde{G}_T , è ottenuto dalla conoscenza dell'angolo di incidenza del segnale proveniente dal target e della relativa frequenza Doppler:

$$\tilde{G}_T = \tilde{G}(\Theta_T, F_{d,T}) \tag{2.32}$$

Il beampattern, cioè la funzione che esprima la potenza ricevuta in funzione dell'angolo di arrivo del segnale, è ottenuto misurando quanta potenza proveniente dal segnale $\tilde{G}(\Theta, F_d)$, con $-0.5 \le \Theta, F_d \le 0.5$, giunge all'interno del fascio:

$$y_b(\theta, F_d) = W^H \tilde{G}(\theta, F_d)$$
(2.33)

Chiaramente utilizzando il vettore dei pesi in (2.31) anziché solo il vettore di pilotaggio \tilde{G}_T si ottiene una migliore soppressione del clutter di terra, [1].

Come già visto nel paragrafo 2.1, per ottenere il vettore dei pesi è necessario ricavare la matrice di covarianza del clutter più rumore; il metodo per ottenere il vettore dei dati senza la presenza del target è un problema di stima chiamato training e il metodo per ottenere i dati di training è detto strategia di training. Precedentemente è stato

assunto che i dati di rumore fossero disponibili separatamente dal segnale totale ricevuto (vedi $(2.28) \div (2.30)$), questo non corrisponde sempre alla realtà e quindi differenti metodi di training sono stati elaborati per separare le due componenti di segnale. Si possono individuare tre casi differenti che corrispondono a tre diversi livelli di realismo. Il primo caso, quello ideale, è quando il ricevitore ha esatta conoscenza dei dati di interferenza più rumore, questo è il caso che si utilizzerà successivamente per presentare i diversi algoritmi (ottimi) di soppressione del clutter. Il secondo caso è il caso in cui è possibile individuare una regione di training separata dai dati ricevuti, tipicamente questa può essere al di fuori della larghezza di banda del ricevitore o alla fine dell'impulso e in fine un terzo caso, quello più verosimile, in cui non c'è una regione separata di training e i dati devono essere estratti dal segnale totale ricevuto; detto ciò si passa ad introdurre i due principali algoritmi di cancellazione del segnale di clutter, si fa notare che l'aggettivo "optimal" fa riferimento ad una formulazione che nell'algoritmo di slow-time STAP utilizza tutti gli M impulsi trasmessi, inoltre per semplificare l'analisi si assume che il segnale di interferenza sia noto e quindi, come già fatto notare in precedenza, si considera il caso di training ideale.

2.2.1 Space Time Matched Filter Interpolation Algorithm

Questo algoritmo opera nel dominio space/slow-time e si affida ad un elevato numero di impulsi per "tagliare" il segnale di interferenza; esso non è altro che un'implementazione alternativa, nel dominio space/slow-time appunto. dell'algoritmo di ricostruzione dell'immagine presentato nel sottoparagrafo 1.3.1 e costituisce le basi per il successivo algoritmo slow-time STAP. L'algoritmo di ricostruzione spatial MF interpolation, di cui si è già parlato, faceva utilizzo di un singolo vettore di riferimento sull'intera area osservata per calcolare l'equazione di imaging, riportata in (1.67), garantendo un tempo minimo di calcolo a scapito del dover poi eseguire una interpolazione di Stolt; questo algoritmo richiede anch'esso un segnale di riferimento sempre definito nel punto centrale dell'area osservata, ovvero in $(X_c, 0)$:

$$\tilde{s}_{ref,n}(\omega, u) = \tilde{s}_{post,n}(\omega, u, X_c, 0)$$
(2.34)

Come si vede questo algoritmo è formato nel dominio (ω, u), con $\tilde{s}_{post,n}$ definito nell'espressione (1.59). Sia il segnale di riferimento che quello ricevuto devono essere prima organizzati in vettori spaziali, tenendo conto degli N canali dell'array, per cui si ottiene:

$$\tilde{s}_{ref}(\omega, u) = \frac{1}{\sqrt{N}} [\tilde{s}_{ref, -\frac{N-1}{2}}(\omega, u), \dots, \tilde{s}_{ref, \frac{N-1}{2}}(\omega, u)]^T \quad \epsilon \ C^{Nx1}$$
(2.35)

$$\tilde{x}(\omega, u) = \frac{1}{\sqrt{N}} [\tilde{x}_{-\frac{N-1}{2}}(\omega, u), \dots, \tilde{x}_{\frac{N-1}{2}}(\omega, u)]^T \quad \epsilon \ C^{Nx1}$$
(2.36)

successivamente si tiene conto degli M impulsi trasmessi e quindi si vanno a formare i due vettori nel dominio space/slow-time:

$$\tilde{G}(\omega, u) = \frac{1}{\sqrt{M}} [\tilde{s}_{ref}^{H}(\omega, u - u_1), \dots, \tilde{s}_{ref}^{H}(\omega, u - u_M)]^T \quad \epsilon \ C^{MNx1}$$
(2.37)

$$\tilde{X}_{s}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{M}} [x^{H}(\omega, u_{1}), \dots, \tilde{x}^{H}(\omega, u_{M})]^{T} \in C^{MN \times 1}$$
(2.38)

quindi la funzione di riflettività è ottenuta attraverso un semplice prodotto:

$$\tilde{f}(\omega, u) = \tilde{G}^{H}(\omega, u)\tilde{X}_{s}(\omega)$$
(2.39)

Per formare l'immagine finale, il risultato appena ottenuto deve essere portato nel dominio (ω, k_u) quindi va applicata una trasformata di Fourier nel dominio slow-time e, dopo ciò, si applica l'interpolazione di Stolt per passare nel dominio delle frequenze spaziali (k_x, k_y) per poi infine, attraverso una trasformata inversa, passare nel dominio range/azimut cioè nelle coordinate dell'immagine. Lo schema sotto riporta brevemente tutte queste operazioni, [1].



Fig. 2.5

2.2.2 Optimal slow-time STAP

Come già detto in precedenza, l'aggettivo "ottimo" comporta non solo il considerare una situazione ideale di training ma anche sostituire al vettore di pilotaggio nel dominio space/slow-time il vettore dei pesi ottimi, per ciascuna frequenza, che massimizza l'SINR:

$$\tilde{f}_{ss}(\omega, u) = W^H(\omega, u)\tilde{X}_s(\omega)$$
(2.40)

con:

$$W(\omega, u) = \tilde{\gamma} R_{\tilde{Z}_c}^{-1} \tilde{G}(\omega, u) \quad \epsilon \ C^{MN \times 1}$$
(2.41)

in cui compare la matrice di covarianza del rumore valutata alla frequenza portante. Il fattore di scala $\tilde{\gamma}$ non ha alcun effetto sull'SINR e quindi viene tranquillamente settato ad uno mentre la matrice di covarianza, ideale, viene sostituita da una sua stima ottenuta mediando sulle n_x range bin e sommando una matrice diagonale:

$$\hat{R}_{\tilde{Z}_{S}} = \frac{1}{n_{x}} \sum_{l=1}^{n_{x}} \tilde{Z}_{S}(\omega_{l}) \tilde{Z}_{S}^{H}(\omega_{l}) + \eta I_{MN} \ \epsilon \ C^{MN \times MN}$$

$$(2.42)$$

La matrice diagonale ha lo scopo principale di rendere la matrice di covarianza invertibile. I passi finali per formare l'immagine SAR sono una trasformata di Fourier nel dominio di slow-time con una successiva interpolazione di Stolt, per passare nel dominio delle frequenze spaziali (k_x, k_y) , seguita in fine da una anti-trasformata di Fourier come riportato in figura 2.6 sottostante.



Fig. 2.6

2.3 La tecnica DPCA - Displaced Phase Center Array

Come già detto, il SAR sfrutta il movimento relativo tra la piattaforma su cui è montato e il terreno per produrre mappe ad elevata risoluzione della riflettività del terreno stesso; chiaramente la geometria è completamente nota se si suppone che nella scena osservata tutto rimanga statico, invece, nel caso in cui nella scena siano presenti target in movimento, la loro posizione rispetto alla piattaforma è tipicamente non nota e ciò comporta dei problemi nella formazione dell'immagine, per cui tali oggetti appariranno defocalizzati e fuori corretta posizione all'interno dell'immagine SAR stessa. Come si vedrà anche dalle simulazioni riportate nei capitoli successivi, target con componenti di velocità lungo la direzione del range subiranno uno

spostamento nell'immagine SAR lungo la direzione di azimut e target con componenti di velocità lungo la direzione di azimut verranno in generale defocalizzati [18] [20]; quindi al fine di ottenere un'immagine con target ben focalizzati e nella corretta posizione occorre andare a stimare i due parametri chiave del segnale, proveniente dal target stesso, ovvero frequenza Doppler e rate di modulazione. Dimostreremo infatti che il segnale che verrà elaborato è un segnale linearmente modulato in frequenza, LMF o anche detto chirp, i cui parametri a loro volta consentiranno di stimare posizione e velocità del target stesso, [18] [19]. La prima cosa da prendere in considerazione, è il fatto che il segnale proveniente dal target è immerso in un forte eco di clutter e ciò rende difficile sia la rivelazione del target stesso che la determinazione poi dei suoi parametri; bisogna perciò eseguire una cancellazione preventiva del clutter prima di andare a eseguire la stima dei parametri del segnale proveniente dal target stesso. Per quanto riguarda l'aspetto della cancellazione del clutter, nei paragrafi precedenti, è stata esaminata in dettaglio la tecnica STAP che è in grado di fornire un'ottima soppressione a scapito però di un processing pesante, ed è per questo che tra le varie tecniche che realizzano l'MTI è stata preferita la tecnica DPCA, displaced phase center antenna, [21] [22], che costituisce una specie di trade-off tra tempo computazionale e prestazioni. La tecnica DPCA può solo realizzare la cancellazione del clutter ma non la stima dei parametri del segnale; per quanto riguarda questo aspetto è stata successivamente considerata l'analisi tempo-frequenza, [18] [19] [20]. Una delle distribuzioni tempo-frequenza più utilizzate, anche fuori dal campo del signal processing, è la distribuzione di Wigner-Ville, (WVD distribution), meglio esaminata nel capitolo successivo che è molto efficace nella rivelazione di un segnale LFM ad una singola componente, ovvero nel caso in cui si abbia a che fare con un singolo target in movimento nella scena osservata, ma che in presenza di un segnale LFM a più componenti, cioè nella situazione in cui vi siano più target in movimento nella scena osservata, presenta dei termini di cross-prodotto che ne degradano fortemente le performance di rivelazione; infatti per la trasformata WVD come per le atre trasformate bilineari, in presenza di un segnale costituito da più componenti non vale la regola che la trasformata del segnale è costituita solamente dalla somma delle trasformate delle varie componenti ma in più bisogna tenere conto dei termini di cross-prodotto che andranno a determinare dei problemi nella rivelazione delle varie componenti del segnale.

Sebbene esistano delle trasformate alternative alla WVD che tendono a ridurre i termini di cross-prodotto a scapito di un aumento della complessità della trasformata stessa, si è preferito scegliere un'altra tipologia di trasformata nota come trasformata FrFT, fractional Fourier transform, che essendo, come si vedrà poi, una trasformata lineare non risente del problema presente nella WVD e consente comunque la stima dei parametri del segnale in esame, [18]. L'algoritmo DPCA-FrFT che quindi viene utilizzato nel capitolo successivo, cerca da un lato di rivelare target in movimento eliminando il clutter di terra, avendo sempre a disposizione un sistema SAR multicanale, e dall'altro di realizzare la stima della posizione e della velocità sia nella direzione di range che di azimut per effettuare la compensazione del moto dei target stessi all'interno dell'immagine, [18] [19] [20] [23].

2.3.1 Simulazione della tecnica DPCA nel caso MSAR

Come già detto in precedenza, il segnale proveniente dal target in movimento, immerso nel clutter di terra, risulta essere molto debole e ciò non consente ne la rivelazione del target stesso ne tanto meno la stima dei parametri del segnale per una eventuale compensazione del movimento all'interno dell'immagine; per cui è necessario eseguire prima della stima dei parametri un'operazione che tenda ad isolare dal clutter di terra il segnale proveniente dal target, tale operazione viene eseguita attraverso la tecnica DPCA, [21] [22]. La tecnica DPCA è stata una delle prime tecniche che ha consentito l'implementazione dell'MTI sul SAR; questa tecnica fa uso di due canali montati sulla piattaforma radar che si sposta lungo la direzione di azimut, e si basa sul fatto che i due canali osservano la medesima scena in istanti temporali diversi. Considerando il fatto che il segnale ricevuto dal clutter di terra presente sui due canali è stazionario mentre il segnale proveniente dal target in movimento cambia, in quanto i due canali osservano la medesima scena ma in istanti temporali differenti, è possibile pensare ad una cancellazione del clutter dal segnale ricevuto attraverso la differenza dei segnali presenti sui due canali, come rappresentato meglio in figura 2.7.



Fig. 2.7

Da quello che si è detto si capisce che una efficace soppressione del clutter si avrà se il secondo canale, ad un particolare impulso, occuperà esattamente la posizione del primo canale all'impulso precedente; questo determina anche la distanza che deve intercorrere tra i due canali, infatti nota la velocità v_p della piattaforma e noto il periodo di ripetizione degli impulsi, T_{PRI} , se vogliamo far si che all'impulso successivo il secondo canale occupi la posizione del primo canale all'impulso precedente è chiaro che la distanza tra di essi dovrà essere pari a:

$$d = v_p T_{PRI} \tag{2.43}$$

Ricordiamo che mentre la tecnica DPCA sfrutta la differenza di ampiezza tra i segnali SAR ricevuti dai due canali, esistono anche altre tecniche, come la tecnica ATI (Along-Track Interferometry) che fa uso ad esempio delle differenza di fase, [22].

Per vedere l'efficacia, o meno, della tecnica DPCA, è stato realizzato un codice in ambiente MATLAB. Il codice simula il segnale ricevuto da un sistema SAR multicanale, dove nel caso specifico i canali considerati sono due, proveniente da un singolo target in movimento a terra sotto l'ipotesi di target puntiforme. Al segnale proveniente dal target viene chiaramente sommato il segnale che rappresenta il forte clutter re-irradiato dal terreno per ottenere il cubo di dati rappresentante complessivamente il segnale SAR ricevuto; sull'intero segnale viene quindi applicata la tecnica DPCA descritta precedentemente.

Nelle figure sotto vengono riportate le immagini ottenute.

Viene prima di tutto rappresentato il segnale DPCA in presenza e in assenza del segnale di clutter, ovvero considerando in quest'ultimo caso solo la presenza del target in movimento ed escludendo tutto il segnale re-irradiato dal terreno; poi successivamente viene confrontato il segnale DPCA con i segnali presenti sui due canali del sistema SAR per vedere se c'è stata o meno una riduzione del livello di clutter.

Come si nota dalle figura 2.9, in assenza del segnale di clutter è molto facile riconoscere la range bin in cui è presente il target mentre in presenza del clutter la cosa ovviamente è meno immediata, come si vede dalla figura 2.8; dalle figure $2.10 \div 2.12$ è possibile inoltre notare, confrontando il segnale DPCA con i segnali presenti sui due canali, che c'è stata una buona riduzione del livello di clutter presente nel segnale ricevuto. Come si vedrà dalle simulazioni riportate nei capitoli successivi, con la tecnica STAP si riesce ad ottenere una soppressione del clutter senza dubbio migliore di quella ottenuta con la DPCA a scapito però di un processing notevolmente più "pesante"; per questo motivo si è preferito utilizzare la DPCA, che come detto rappresenta un trade-off tra complessità computazionale e prestazioni, nell'algoritmo, presentato nel capitolo successivo, che ha come obbiettivo non solo quello di rivelare target in movimento a terra attraverso la soppressione del clutter ma anche quello di stimare posizione e velocità di tali target.







Fig. 2.9



Segnale DPCA con clutter

Fig. 2.10



Fig. 2.11



Fig. 2.12



Fig. 2.13

Capitolo 3 Tecniche di imaging

Come già detto nell'introduzione iniziale, il problema posto in questa trattazione è quello dell'imaging ad elevata risoluzione di bersagli immersi in un forte eco di clutter; nei precedenti due capitoli si è andati a considerare il caso di un SAR che si trova ad osservare una scena in cui sono presenti uno o più target in movimento e si è potuto vedere che attraverso l'utilizzo di un sistema multicanale è possibile implementare tecniche, come ad esempio lo STAP o più semplicemente la DPCA, per rimuovere, con differenti livelli di accuratezza, il forte eco di clutter in cui è immerso il segnale proveniente dai target, consentendo di conseguenza la rivelazione degli stessi target all'interno dell'immagine.

Come si vedrà dalle simulazioni presentate successivamente, la tecnica STAP consente di ottenere un'ottima soppressione del clutter di terra e quindi permette di visualizzare in maniere chiara eventuali target presenti all'interno dell'immagine SAR; tuttavia, a causa del lungo tempo di integrazione richiesto dal SAR per formare l'immagine, target in movimento appariranno defocalizzati e non in corretta posizione. Benché quindi lo STAP riesca a realizzare il miglior MTI per il caso SAR, ciò è solo un passo nel processo di rivelazione e compensazione di target in movimento a terra, è infatti necessario, una volta rivelato il target, eseguire una stima della posizione e della velocità del target stesso; è per questo motivo che nel capitolo precedente è stata presa in considerazione come tecnica di soppressione del clutter anche la DPCA, la quale non consente di ottenere gli stessi livelli di accuratezza dello STAP ma ha il vantaggio di essere più facilmente implementabile.

Dopo aver quindi ridotto il livello di clutter nel segnale ricevuto, si fa ricorso all'analisi tempo-frequenza.

L'analisi tempo-frequenza, come verrà dettagliatamente illustrato in questo capitolo, riesce a concentrare in modo più efficace, rispetto alla classica analisi di Fourier,
l'energia di segnali linearmente modulati in frequenza (LFM) e di conseguenza può essere utilizzata per cercare di mitigare l'espansione dello spettro di Fourier derivante da uno shift della frequenza Doppler tempo-variante che determina appunto la defocalizzazione di bersagli all'interno dell'immagine. Questo concetto può essere preso in considerazione non solo per sistemi SAR, ma come si vedrà sia in questo capitolo che nelle simulazioni successive, anche per sistemi ISAR.

Le trasformate tempo-frequenza sono state perciò sostituite alla classica analisi di Fourier come soluzione al problema della focalizzazione di bersagli all'interno dell'immagine.

Esistono diverse tipologie di trasformate tempo-frequenza, sicuramente una delle più utilizzate è la distribuzione di Wigner-Ville (WVD) che è molto efficace nella rivelazione dei segnali LFM ad una singola componente, ovvero, tale trasformata si rivela utile nel caso in cui nel segnale ricevuto vi sia la presenza di al più un target in movimento; infatti per la WVD, come per le altre trasformate bilineari, in presenza di segnali a più componenti non vale la regola che la trasformata della somma è la somma delle trasformate, ma chiaramente nel computo bisogna tener conto dei termini di cross-prodotto che rifletteranno la correlazione che c'è tra le varie componenti all'interno del segnale e che causeranno inevitabilmente dei problemi nella rivelazione dei target in movimento. Ci sono poi anche trasformate tempofrequenza lineari, come ad esempio la trasformata frazionaria di Fourier (FrFT), che non risentono di questo problema e che quindi sono da preferirsi quando si va a trattare con segnali LFM multicomponente.

Per quanto riguarda la stima della pozione e della velocità di target in movimento a terra osservati da un sistema SAR multicanale, alla tecnica DPCA viene quindi fatta seguire la FrFT; la combinazione di queste due tecniche prende anche il nome di algoritmo DPCA-FrFT. Grazie alla FrFT si riesce non solo a rivelare, nel dominio frazionario, la presenza di eventuali target in movimento ma, come verrà illustrato in questo capitolo, si riesce anche a stimarne i parametri Doppler; grazie quindi alla conoscenza del rate di modulazione e della frequenza Doppler è possibile risalire poi ad una stima della posizione della velocità dei target stessi.

In generale le tecniche di cancellazione del clutter, che implicano l'utilizzo di un sistema multicanale, e le trasformate tempo-frequenza per la focalizzazione dei bersagli in movimento all'interno dell'immagine, come soluzioni adottate al problema dell'imaging ad elevata risoluzione di bersagli immersi in un forte eco di clutter vengono applicate anche al caso di un sistema ISAR, dove la geometria è inversa rispetto al SAR e dove il target non può essere approssimato come puntiforme ma deve essere considerato come un corpo esteso definito in uno spazio 3-D e in grado di effettuare movimenti di rotazione anche complessi.

Nelle simulazioni riportate nel capitolo successivo, come prima cosa viene fatto notare che il classico processing che porta alla formazione dell'immagine ISAR del bersaglio e che sfrutta la trasformata di Fourier non è in grado di produrre un'immagine accurata qual'ora il bersaglio sia sottoposto a movimenti di rotazione complessi (maneuvering target) in quanto, a causa di tali movimenti, lo shift della frequenza Doppler diventa tempo variante e ciò determina inevitabilmente una defocalizzazione del bersaglio stesso. Come soluzione a tale problema, si è chiaramente fatto ricorso alle trasformate tempo-frequenza; in questo caso non trattandosi di segnali LFM a più componenti, è stata considerata anche la WVD come possibile soluzione alla focalizzazione del bersaglio.

Sono state quindi considerate, in sostituzione del classico processing range-Doppler, due tecniche basate su due diverse trasformate tempo-frequenza, la FrFT e la WVD; tali tecniche prendono il nome rispettivamente di tecnica RID (range istantaneous Doppler) e tecnica GRD (generalized range-Doppler).

Nel capitolo successivo, dove vengono riportati i risultati delle simulazioni implementate in ambiente MATLAB, viene considerato, anche per il sistema ISAR, il caso in cui il segnale proveniente dal bersaglio in movimento è corrotto da un forte segnale di clutter che degrada pesantemente l'immagine prodotta dalla classica tecnica RD. Per cui come già fatto per il caso SAR, si va ad applicare la tecnica DPCA per cercare di ridurre il livello di rumore nel segnale ricevuto, e quindi si va a considerare un sistema ISAR multicanale. Viene anche considerato il caso in cui il sistema ISAR multicanale si trovi ad osservare più bersagli in movimento, ciascuno con la propria velocità, traiettoria ed eventualmente sottoposto a distinti moti di

rotazione; quello che viene fatto notare nelle simulazioni è che ne il classico processing RD, ne alcuna delle tecniche che fanno uso delle trasformate tempofrequenza riescono a focalizzare i vari bersagli presenti nella scena. La soluzione adottata in questo caso opera sempre nel dominio frazionario, ed in questo dominio cerca di isolare dal segnale DPCA complessivo, attraverso un filtraggio, le diverse componenti di segnale corrispondenti ai vari bersagli in movimento per poi riportarsi tramite una anti-trasformata nel dominio del tempo e applicare le varie tecniche RD, RID e GRD.

3.1 La trasformata frazionaria di Fourier

Dopo aver visto la tecnica DPCA per la riduzione del clutter, esaminiamo più in dettaglio la trasformata frazionaria di Fourier per l'analisi del segnale nel piano tempo-frequenza. L'analisi di Fourier è una delle principali tecniche usate nel signal processing, accanto ad essa si affiancano altre trasformate tempo-frequenza come la WVD, la STFT (short-time Fourier transform) e la FrFT, la quale viene interpretata come una rotazione del segnale nel piano tempo-frequenza, rappresentato in figura (3.1) sotto.

Se si considera il segnale x(t), rappresentato lungo l'asse dei tempi, e la sua trasformata di Fourier $X(\omega)$, rappresentata lungo l'asse della frequenza; è possibile interpretare l'operatore di Fourier, F, espresso nella (3.1), come un cambiamento nella rappresentazione del segnale corrispondente ad una rotazione in verso antiorario nel piano tempo-frequenza di $\pi/2$ radianti, [24] [25].

$$Fx(t) = X(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt$$
(3.1)



Fig. 3.1

Questa interpretazione dell'operatore di Fourier è consistente con il fatto che applicando nuovamente la trasformata al segnale $X(\omega)$ si ottiene il seguente risultato:

$$FFx(t) = x(-t) \tag{3.2}$$

infatti due rotazioni successive di $\pi/2$ radianti portano il segnale x(t) nuovamente lungo l'asse del tempo ma in direzione opposta. In questa ottica ci si potrebbe domandare a quale operatore lineare corrisponda una rotazione di un generico angolo α che non sia multiplo di $\pi/2$, o in maniera equivalente, quale sarebbe la rappresentazione del segnale x(t) lungo un asse generico u, formante un angolo α con l'asse del tempo. Supponiamo per un momento che questo operatore esista e rappresentiamolo con R^{α} ; per quello che si è detto in precedenza devono valere le seguenti proprietà, [24]:

1) Rotazione nulla	$R^0 = I$	(3.3)
--------------------	-----------	-------

- 2) Consistenza con la Trasf. di Fourier $R^{\pi/2} = F$ (3.4)
- 3) Additività della rotazione $R^{\alpha}R^{\beta} = R^{\alpha+\beta}$ (3.5)
- 4) Rotazione di 2π $R^{2\pi} = I$ (3.6)

La proprietà 4) è una conseguenza diretta delle proprietà 2) e 3), infatti basta pensare che:

$$R^{2\pi} = R^{4(\pi/2)} = F^4 = I$$

mentre le prime tre proprietà sono di facile intuizione.

Detto ciò passiamo a definire la trasformata frazionaria di Fourier vera e propria:

$$R^{\alpha}x = X_{\alpha} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)K_{\alpha}(t,u)dt =$$

$$= \begin{cases} \sqrt{1 - jcot\alpha} e^{j\pi u^{2}cot\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{j\pi t^{2}cot\alpha} e^{-j2\pi ut csc\alpha} dt \\ x(t) \\ x(-t) \end{cases}$$
(3.7)

dove la prima espressione è da considerarsi valida per un angolo α non multiplo di π , la seconda espressione vale invece nel caso in cui α sia multiplo di 2π mentre la terza espressione va considerata nel caso in cui $\alpha + \pi$ sia multiplo di 2π . Il kernel della trasformazione come si nota dalla (3.7) è definito dall'espressione riportata sotto:

$$K_{\alpha}(t, u) = \begin{cases} \sqrt{1 - jcot\alpha} e^{j\pi(t^{2} + u^{2})cot\alpha - j2\pi ut csc\alpha} \\ \delta(t - u) \\ \delta(t + u) \end{cases}$$
(3.8)

le tre espressioni vanno scelte a seconda dei casi citati in precedenza; riportiamo anche per completezza, senza soffermarci nelle dimostrazioni, alcune proprietà del kernel della trasformata:

$$K_{\alpha}(t,u) = K_{\alpha}(u,t) \tag{3.9}$$

$$K_{-\alpha}(t,u) = K^*_{\alpha}(t,u) \tag{3.10}$$

$$K_{\alpha}(-t,u) = K_{\alpha}(t,-u) \tag{3.11}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} K_{\alpha}(t,u) K_{\beta}(u,z) du = K_{\alpha+\beta}(t,u)$$
(3.12)

$$\int_{-\infty}^{\infty} K_{\alpha}(t,u) K^{*}{}_{\alpha}(t,u') dt = \delta(u-u')$$
(3.13)

Come si nota dall'ultima proprietà, il kernel preso come funzione di *t* con parametro *u* forma un set di funzioni ortonormali, guardando anche la proprietà (3.9), la stessa cosa può essere detta se si prende *u* come variabile e *t* come parametro; inoltre si nota anche che per $\alpha = \pi/2$ il kernel della FrFT coincide con quello della trasformata di Fourier. Per quanto riguarda l'implementazione pratica della FrFT, che verrà trattata meglio in seguito, si osserva dalla (3.7), che per angoli che non sono multipli di π , il calcolo può essere schematizzato attraverso i seguenti passi:

- 1) Prodotto tra il segnale x(t) e un segnale chirp
- 2) Trasformata di Fourier (con argomento scalato di un fattore $\csc(\alpha)$)
- 3) Successivo prodotto con un segnale chirp
- 4) Prodotto con un fattore di ampiezza complessa

Altra proprietà utile anche al fine della realizzazione dei codici in MATLAB, è la trasformata inversa della FrFT con angolo α , che, grazie alle proprietà esposte in precedenza, è possibile dimostrare essere la stessa trasformata FrFT ma con angolo $-\alpha$, [24]:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X_{\alpha}(u) K_{-\alpha}(u, t) du$$
(3.14)

Dalla (3.14) notiamo anche che attraverso la trasformata frazionaria è possibile esprimere il segnale x(t) su una base formata da un set di funzioni, $K_{-\alpha}(u, t)$, che secondo la proprietà (3.13) è ortonormale; tali funzioni sono segnali chirp, ovvero segnali linearmente modulati in frequenza.

Riportiamo in fine la relazione di Parseval, valida anche in questo caso:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) y^*(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} X_{\alpha}(u) Y^*_{\alpha}(u) du$$
(3.15)

la relazione è facilmente derivabile esprimendo il segnale x(t) come trasformata inversa di $X_{\alpha}(u)$ e utilizzando la relazione (3.10); come semplice conseguenza dell'uguaglianza di Parseval abbiamo la proprietà di conservazione dell'energia della trasformata FrFT:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X_u(u)|^2 du$$
(3.16)

il modulo quadro della trasformata di Fourier del segnale, $|X(\omega)|^2$, è spesso chiamato spettro di energia ed è quindi interpretato come la distribuzione di energia del segnale su differenti frequenze; alla stessa maniera si chiamerà $|X_u(u)|^2$ lo spettro di energia frazionario del segnale x(t) con angolo α .

3.1.1 Implementazione della trasformata frazionaria di Fourier

Dopo aver interpretato la trasformata frazionaria come una rotazione del segnale nel piano tempo-frequenza e averne visto alcune sue proprietà, viene descritto più in dettaglio come poter implementare questa trasformata. Prima di tutto facciamo una distinzione tra angolo di rotazione e ordine della trasformata; l'angolo di rotazione è stato introdotto precedentemente con la lettera α , mentre l'ordine della trasformata verrà utilizzato poi nel codice MATLAB che implementa la FrFT ed è legato ad α dalla seguente relazione, [25]:

$$\alpha = a \frac{\pi}{2} \tag{3.17}$$

Interpretando la FrFT come una rotazione nel piano tempo-frequenza di un certo angolo α , è chiaro allora che l'ordine della trasformata varierà su un intervallo del tipo $a \in [-2 \div 2]$, chiaramente la definizione della FrFT è facilmente estendibile al di fuori di tale intervallo grazie alle proprietà viste precedentemente, in particolare alla (3.5) e ricordando il fatto che:

$$R^{k(2\pi)} = I \tag{3.18}$$

dove k è un intero.

Prima di vedere in dettaglio le operazioni per implementare in maniera rapida la FrFT, definiamo "compatta" una funzione che assume valori diversi da zero su un certo intervallo finito; è noto allora che una funzione e la sua trasformata di Fourier non potranno essere entrambe compatte (a meno che non siano entrambe nulle), in pratica però si lavora sempre su intervalli temporali finiti e su finite larghezze di banda, questa discrepanza non è un problema nel caso in cui si tratti con segnali dove si ha un elevato prodotto tempo-larghezza di banda, definito appunto come il prodotto dell'estensione temporale del segnale e della sua larghezza di banda. Se si

assume che la rappresentazione nel dominio del tempo del segnale sia confinata nell'intervallo $[-\Delta t/2, \Delta t/2]$ e la sua rappresentazione nel dominio della frequenza confinata in $[-\Delta f/2, \Delta f/2]$, si può quindi dire che una sufficiente percentuale di energia del segnale è confinata in questi intervalli se vengono scelti Δt e Δf sufficientemente grandi. Definendo il prodotto tempo-larghezza di banda come $N = \Delta t \Delta f$, si può introdurre un fattore di scala *s* in modo da considerare le coordinate del tempo e della frequenza come:

$$\begin{cases} x = t/s \\ v = fs \end{cases}$$

con queste nuove coordinate, la rappresentazione nel dominio del tempo e della frequenza sarà confinata in intervalli di lunghezza $\Delta t/s$ e Δfs . Scegliendo $s = \sqrt{\Delta t/\Delta f}$ la lunghezza di entrambi gli intervalli diventa uguale alla quantità $\Delta x = \sqrt{\Delta f\Delta t}$, con queste nuove coordinate il segnale può essere rappresentato in entrambi i domini con $N = \Delta x^2$ campioni spaziati di appunto $\Delta x^{-1} = 1/\sqrt{N}$.

L'integrale definito nella (3.7) è chiaramente difficile da calcolare analiticamente e per ciò si ricorre ad integrazioni numeriche che nel caso specifico richiedono un numero elevato di campioni a causa delle rapide oscillazioni del kernel, tale problema è più pronunciato quando l'ordine della trasformata è vicino a 0 o a ± 2 ; queste difficoltà possono essere aggirate considerando $a \in [0.5, 1.5]$, in questo intervallo si può valutare l'integrale direttamente, mentre per l'altra parte di intervallo si ricorre alle proprietà della trasformata, in particolare alla (3.5), [25]. Come già visto precedentemente, esaminando la (3.7), la trasformata FrFT può essere spezzata in una serie di semplici operazioni; tralasciando i passaggi analitici si può manipolare l'espressione della FrFT e riscriverla come riportato sotto, dove l'integrale che esprime la trasformata viene decomposto appunto in una serie di passaggi facilmente implementabili, [25]:

$$f_a(x) = \exp\left[-j\pi x^2 \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right] g'(x)$$
(3.19)

$$g'(x) = A_{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[j\pi\beta(x - x')^2] g(x') dx'$$
(3.20)

$$g(x) = \exp\left[-j\pi x^2 \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right] f(x)$$
(3.21)

con:

$$A_{\alpha} = \frac{\exp\left(-\frac{j\pi sgn(sin\alpha)}{4} + \frac{j\alpha}{2}\right)}{|sin\alpha|^2}$$

$$\beta = csc\alpha$$

Nel primo step, (3.21), si moltiplica la funzione f(x) per un segnale chirp; è possibile vedere che la larghezza di banda e quindi anche il prodotto tempolarghezza di banda risultante è il doppio rispetto a quello della funzione di partenza, ciò impone di campionare g(x) ad intervalli di $1/2\Delta x$, quindi se sei considera che i campioni della funzione di partenza f(x) siano presi con rate $1/\Delta x$ è necessario eseguire prima una interpolazione e solo dopo moltiplicare per i campioni della funzione tra g(x) e una funzione chirp, tale convoluzione può essere calcolata attraverso una FFT (fast Fourier transform); quindi dopo aver eseguito anche l'ultimo step, (3.19), è possibile ottenere i campioni della trasformata del segnale con angolo α sempre presi ad intervallo $1/2\Delta x$. Per concludere, è necessario ridurre questi campioni di un fattore 2 per ottenere i campioni di $f_a(x)$ anch'essi spaziati di un fattore $1/\Delta x$ in modo che così l'algoritmo inizi con N campioni spaziati di $1/\Delta x$ e restituisca la trasformata frazionaria con lo stesso numero di campioni.

3.1.2 Simulazione della FrFT

Osservando quello che si è detto in precedenza, è stato realizzato un codice in ambiente MATLAB che implementa la trasformata FrFT. Come già detto, la FrFT corrisponde ad una rotazione di un certo angolo α del segnale nel piano tempo-frequenza, chiaramente l'angolo deve variare nell'intervallo $\alpha \in [0 \div 2\pi]$, per ottenere ciò l'ordine della trasformata deve essere fatto variare ad esempio su un intervallo del tipo $a \in [0 \div 4]$ oppure si può far variare su un intervallo $a \in [-2 \div 2]$ e così via; quindi per ricondurci ad un intervallo fisso di variazione dell'ordine della

trasformata, nel caso specifico del codice è stato considerato l'intervallo $a \in [0 \div 4]$, a prescindere da quale sia l'intervallo di variazione di partenza che avrebbe anche potuto essere l'intervallo $a \in [4 \div 8]$, è stato utilizzato il comando "mod(a, 4)". Altra osservazione da fare in merito al codice, è che per ricondurci al caso in cui $a \in [0.5 \div 1.5]$, dove si calcola direttamente la trasformata attraverso i passaggi visti in precedenza, si sono considerati prima i seguenti casi:

$$se \ a > 2 \longrightarrow R^{\alpha} = R^{\alpha - \pi} R^{\pi} \qquad con \ R^{\pi} x(t) = x(-t)$$

$$se \ a > 1.5 \longrightarrow R^{\alpha} = R^{\alpha - \pi/2} R^{\pi/2} \qquad con \ R^{\pi/2} = F$$

$$se \ a < 0.5 \longrightarrow R^{\alpha} = R^{\alpha + \pi/2} R^{-\pi/2} \qquad con \ R^{-\pi/2} = F^{-1}$$

come si vede si è fatto uso della proprietà (3.5), inoltre avendo presente la relazione tra angolo di rotazione e ordine della trasformata, possiamo scrivere le seguenti uguaglianze:

$$R^{\alpha-\pi} = R^{a-2}$$
$$R^{\alpha-\pi/2} = R^{a-1}$$

$$R^{\alpha+\pi/2} = R^{a+1}$$

Considerando il primo caso, a > 2, questo significa che l'ordine potrà variare in un intervallo del tipo $a \in [2 \div 4]$, una volta applicata la "decomposizione" illustrata sopra, otteniamo che a - 2 varierà in un intervallo $a - 2 \in [0 \div 2]$; escludendo la parte di intervallo che va da $0.5 \div 1.5$ in quanto, su questo intervallo come già detto la trasformata viene calcolata direttamente, rimangono due casi:

1)
$$a - 2 \epsilon [1.5 \div 2]$$
 2) $a - 2 \epsilon [0 \div 0.5]$

La prima possibilità altro non è che il secondo caso visto precedentemente, ovvero quello in cui a > 1.5 e quindi effettuando nuovamente la decomposizione riportata sopra otteniamo che $a - 1 \epsilon [0.5 \div 1]$, questa variazione rientra nell'intervallo $0.5 \div 1.5$ in cui la trasformata è calcolata direttamente. La seconda possibilità, $a \epsilon [0 \div 0.5]$, è il terzo caso considerato, cioè quello in cui a < 0.5, per cui applicando la proprietà (3.5) come riportato sopra otteniamo che $a + 1 \epsilon [1 \div 1.5]$

che anche in questo caso è compreso nell'intervallo $0.5 \div 1.5$, intervallo in cui la trasformata è calcolata con i passaggi illustrati nel sottoparagrafo precedente.

Per verificare il codice MATLAB, si è generato un segnale di prova di tipo rettangolare e su questo segnale si è applicato il codice della FrFT per diversi valori dell'angolo di rotazione, riportati sotto:

$$\begin{aligned} x(t) &= rect({}^{t}/_{T}) \\ \alpha \in \left[0, 0.05 \, {}^{\pi}/_{2}, 0.2 \, {}^{\pi}/_{2}, 0.4 \, {}^{\pi}/_{2}, 0.8 \, {}^{\pi}/_{2}, {}^{\pi}/_{2}\right] \end{aligned}$$

Per un angolo di rotazione nullo, sapendo che la FrFT altro non è che l'operatore identità, cioè $R^0 = I$, ci si aspetta di ottenere come trasformata ancora il segnale di partenza; mentre per un angolo di rotazione pari a $\pi/2$ radianti, sapendo che vale la relazione $R^{\pi/2} = F$, ci si aspetta di ottenere la trasformata di Fourier del segnale di prova:

 $X_{\alpha} = X(\omega) = Tsinc(fT)$

Per gli altri angoli intermedi a questi due valori, ci si aspetta di ottenere un passaggio graduale da un segnale di tipo rect(-) ad un segnale di tipo sinc(-).

Di seguito vengono riportati i risultati ottenuti.



3.1.3 Applicazione della FrFT al caso SAR

Fino ad adesso abbiamo descritto la trasformata frazionaria con alcune sue proprietà e si è successivamente realizzato un codice in MATLAB per la sua effettiva implementazione. Adesso andiamo a vedere più in dettaglio come questa trasformata può essere utilizzata nel caso della rivelazione di target in movimento in un sistema SAR. Dimostreremo in seguito che nel caso SAR l'eco di un target in movimento a terra, anche dopo aver applicato la tecnica DPCA, può essere approssimativamente visto come un segnale chirp. La trasformata FrFT costituisce una tecnica molto efficace per concentrare l'energia di questi segnali e quindi si presenta come un buon metodo per la rivelazione dei target in movimento; già con il processing DPCA si otteneva una migliore rivelazione dei target andando ad ridurre fortemente il livello del clutter di terra, con la FrFT non solo si riesce a concentrare in maniera migliore, rispetto alla trasformata di Fourier, l'energia del segnale di eco ma come vedremo adesso e più dettagliatamente in seguito, anche a stimare i parametri del segnale chirp del target che consentiranno poi a loro volta di arrivare a determinare posizione e velocità del target stesso. Inoltre, come si fa notare in [26], può anche capitare il caso che il segnale di eco di alcuni target vada a mascherare l'eco, più debole, di altri target in movimento; grazie alla FrFT è possibile effettuare un filtraggio nel dominio frazionario e rivelare in maniera iterativa sia l'eco dei target "forti" che quello dei target più "deboli".

Come sappiamo, un segnale chirp è un segnale non stazionario, la cui frequenza istantanea cresce linearmente nel tempo, questo può essere facilmente visto considerando come esempio il segnale riportato sotto:

$$x(t) = \exp(j2\pi f_d t) \exp(j\pi K t^2)$$
(3.22)

$$\phi(t) = \pi t (2f_d + Kt) \tag{3.23}$$

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d\,\phi(t)}{dt} = f_d + \frac{K}{2}t \tag{3.24}$$

dove f_d e K sono rispettivamente la frequenza Doppler e il rate di modulazione del segnale mentre con $\emptyset(t)$ e f_i si è indicato la fase del segnale e la frequenza istantanea, che come si vede è una retta con intercetta pari a f_d e coefficiente

angolare K. Quindi nel piano tempo-frequenza, il segnale chirp si distribuirà appunto lungo una retta, e per quello che si è detto in precedenza, la trasformata di Fourier di questo segnale può essere vista come la proiezione della sua distribuzione nel piano tempo-frequenza sull'asse della frequenza ω , come mostrato in figura (3.8). Come si vede però, sempre dalla figura (3.8), lo spettro del segnale chirp nel dominio di Fourier viene espanso; se si considera il fatto che il segnale chirp è distribuito lungo una retta con una certa pendenza, per quello che è stato detto sulla FrFT, applicando questa trasformata al segnale, e quindi proiettando la sua distribuzione sull'asse ruotato di frequenza v con un opportuno angolo α , è possibile far si che la sua distribuzione sia più concentrata rispetto al caso precedente, come si vede in figura (3.9), [26]. Chiaramente l'angolo di rotazione, che costituisce una variabile molto importante, andrà scelto in maniera tale da fare in modo che la distribuzione del segnale sia la più concentrata possibile e, come si vedrà in seguito, la determinazione dei parametri del segnale di eco è legata ad una stima molto accurata proprio di tale angolo.



Fig. 3.8



Fig. 3.9

In pratica l'angolo ottimo di rotazione non è noto a priori e quindi è necessaria una ricerca per trovare il valore di α , ottimo appunto, grazie al quale lo spettro del segnale chirp nel dominio frazionario si concentra meglio rispetto alla trasformata di Fourier. Determinare il valore di α ottimo, non solo consente di ottenere una migliore concentrazione della distribuzione del segnale nel piano tempo-frequenza e quindi consente di rivelare ancora meglio i target in movimento a terra, ma permette inoltre di stimare i parametri del segnale di eco che, dopo il processing DPCA, si dimostrerà essere un segnale chirp; quindi consente di stimare sia il rate di modulazione K che la frequenza Doppler f_D , i quali a loro volta consentiranno di determinare la posizione e la velocità del target stesso. Sotto vengono riportate le espressioni sia del rate di modulazione che della frequenza Doppler con le relative stime; i passaggi che portano a questi risultati verranno esposti nel paragrafo seguente:

$$K = -\frac{2[(V - v_x)^2 + v_y^2]}{\lambda R_0}$$
(3.25)

$$f_d = -\frac{2[Yv_y - (X - d/4)(V - v_x)]}{\lambda R_0}$$
(3.26)

$$\widehat{K} = -\cot\alpha \tag{3.27}$$

$$\hat{f}_d = u' \csc \alpha \tag{3.28}$$

I parametri v_x , v_y , $X \in Y$ fanno riferimento alla velocità e alla posizione del target mentre con V si indica la velocità del sensore e con d la distanza tra i due canali che compongono il sistema. Come si vede, una stima, molto accurata, dell'angolo ottimo di rotazione consente una immediata conoscenza del rate di modulazione del segnale, mentre per ottenere la Doppler è necessario anche calcolare la posizione del picco, u', del segnale nel dominio frazionario con angolo α ottimo; inoltre si nota anche che dalla conoscenza dei parametri del segnale è possibile realizzare la compensazione del moto del target all'interno dell'immagine SAR.

Come messo in evidenza in [26], per un singolo target in movimento, attraverso la FrFT va implementata una procedura di ricerca dell'angolo ottimo di rotazione; nel caso della rivelazione di più target in movimento, il segnale chirp può essere visto come un segnale a più componenti, e se l'intensità dello scattering dei vari target è approssimativamente equivalente (come nel nostro caso), in altre parole se l'SNR è circa lo stesso, la procedura di ricerca dell'angolo ottimo per differenti angoli di rotazione è efficace. Nel caso contrario, può capitare che la distribuzione nel dominio frazionario di alcuni target sia oscurata dall'eco di target con un più alto SNR; quindi nel dominio frazionario con un opportuno angolo di rotazione, lo spettro dei target ad SNR più elevato sarà concentrato mentre quello degli altri target rimarrà ancora espanso. L'idea è quella di costruire un filtro a banda stretta nel dominio frazionario la cui frequenza centrale coincida con il centro dello spettro, a banda stretta, dei target ad SNR più elevato in modo da filtrare queste componenti dal segnale di partenza. Con una nuova ricerca dell'angolo di rotazione e iterando la stessa procedura, è possibile rivelare tutti i target anche con diverso SNR. Tutto quello che si è detto può essere riassunto in pochi passi:

- 1) Trovare l'angolo di rotazione ottimo e applicare la FrFT; lo spettro del target ad SNR più elevato sarà quindi concentrato su un impulso stretto
- 2) Nel dominio frazionario, costruire un filtro a banda stretta che elimini lo spettro di tale componente di segnale; effettuare poi la FrFT inversa per tornare nel dominio del tempo

- 3) Effettuare la FrFT e rivelare un altro target; usando lo stesso filtro eliminare l'ulteriore componente di segnale nel dominio frazionario
- 4) Ripetere le operazioni 2) e 3) fino a filtrare tutti i target ad SNR elevato
- Effettuare una ulteriore ricerca dell'angolo ottimo di rotazione e calcolare la FrFt del segnale risultante dopo il filtraggio
- 6) Ripetere la procedura fino a che tutti i target non siano stati rivelati

Nel nostro caso, qual'ora si consideri più di un target in movimento, l'SNR è comunque lo stesso per tutti i target; inoltre anche il vettore di velocità considerato è lo stesso per tutti e come si vede dall'espressione (3.25) quello che si ottiene è che il rate di modulazione del segnale chirp a più componenti assume lo stesso valore per tutti i target. Osservando la (3.27) quello che ci si aspetta di ottenere è quindi che l'angolo di rotazione ottimo sia lo stesso per tutti i target, ovvero che ci sia un solo angolo di rotazione tale da concentrare in impulsi molto stretti il segnale proveniente dai vari target in movimento; trascurando allora il fatto che il rapporto segnalerumore sia uguale per tutti e applicando i passi riportati sopra, ovvero andando ogni volta a ricercare l'angolo ottimo di rotazione per poi successivamente eliminare la componente di segnale del target attraverso un filtraggio, quello che ci si aspetta di ottenere è comunque lo stesso angolo di rotazione per tutti i target. Chiaramente le frequenze Doppler dei vari target saranno diverse, come si vede anche dalla (3.26) e (3.28); andando a rappresentare allora la trasformata frazionaria su un grafico 3D dove sulle ascisse si riporta l'angolo di rotazione o il rate di modulazione, basta guardare la (3.25) per vedere che la cosa è del tutto equivalente, e sull'asse delle ordinate la frequenza Doppler o, in maniera equivalente l'asse u del dominio frazionario, si ottiene un grafico come riportato in figura (3.10). Nel nostro caso quello che ci si aspetta, dovendo ottenere un angolo di rotazione e quindi un rate di modulazione uguale per tutti i target, è di visualizzare i picchi corrispondenti ai vari target "in fila" ovvero con frequenza Doppler diversa ma angolo di rotazione uguale per tutti.



Fig. 3.10

Dopo aver detto ciò, si è implementato un ulteriore codice MATLAB, in cui si generava il segnale proveniente da tre target in movimento e ad esso si sommava il clutter di terra; come sempre vale l'ipotesi di target puntiforme. Trascurando, come già detto, il fatto che l'SNR è lo stesso su tutti i target, si applica la procedura illustrata sopra ovvero, dopo aver applicato la tecnica DPCA per ridurre il livello di clutter, si va a cercare l'angolo di rotazione ottimo e successivamente dopo aver applicato la FrFT si crea un filtro che annulla nel dominio frazionario la componente di segnale relativa al primo target; una volta fatto ciò, si riporta il segnale filtrato nel dominio del tempo attraverso una trasformata inversa e con un *ciclo for* si reitera la stessa procedura per tutti i target rimanenti.

I risultati ottenuti sono riportati sotto:

 Si calcola l'angolo ottimo di rotazione per poi effettuare la trasformata del segnale; dopo aver ottenuto il valore in cui si ha il picco della trasformata si effettua un filtraggio nel dominio frazionario e si riporta il segnale (filtrato) nel dominio del tempo.

$$a_{ottimo,1} = 0.97772 \qquad \longrightarrow \qquad \alpha_{ottimo,1} = a_{ottimo,1} \pi/2$$

 $u_1 = 122237$



Fig. 3.11



2) Si implementa un ciclo for sui rimanenti target in cui, sul segnale filtrato, si va a ricercare nuovamente l'angolo di rotazione ottimo e, dopo aver eseguito l'FrFT si individua la posizione del picco nel dominio frazionario relativo al target. In seguito si effettua un nuovo filtraggio per eliminare la nuova componente dal segnale e attraverso una FrFt inversa si ritorna nel dominio del tempo.

$$a_{ottimo,2} = 0.97772 \longrightarrow \alpha_{ottimo,2} = a_{ottimo,2} \pi/2$$

 $u_2 = 90231$



Fig. 3.14



3) Andando a considerare il segnale filtrato nel dominio del tempo si reitera la procedura fino a che tutti i target non sono stati rivelati

 $a_{ottimo,3} = 0.97772$ \longrightarrow $\alpha_{ottimo,3} = a_{ottimo,3} \pi/2$

 $u_3 = 8408$



Fig. 3.17



Come si vede quindi l'angolo di rotazione ottimo non cambia, quello che cambia è chiaramente la frequenza Doppler.

3.2 Algoritmo DPCA – FrFT

Per riassumere quello che è stato detto in precedenza, il SAR come noto, pur essendo un sistema di imaging ad elevata risoluzione, non è in grado di rivelare target in movimento all'interno dell'area osservata; per cui tali target compariranno defocalizzati nell'immagine SAR, [20] [27]. Come già detto, la tecnica STAP offre il miglior MTI per il caso SAR ed è quindi in grado di eliminare completamente il clutter di terra rivelando target in movimento nella scena osservata; la rivelazione dei target è però, come già detto, solo uno step nel complessivo processo di rivelazione e compensazione di oggetti in movimento, infatti sono necessarie delle tecniche che non solo rivelino i target ma anche che compensino l'effetto del loro movimento all'interno dell'immagine. Per quanto riguarda l'aspetto della cancellazione del clutter, sebbene esista la tecnica STAP che offre ottimi risultati, la sua realizzazione, come già visto, è molto complessa e quindi si preferisce ricorrere alla nota tecnica DPCA che rappresenta una sorta di trade-off tra tempo computazionale e prestazioni. Per un sistema a due canali, la DPCA non è in grado di stimare le componenti di velocità, sia in range che in azimut, di eventuali target presenti nella scena e quindi è necessario cercare un algoritmo che oltre a ridurre il clutter di terra, permettendo la rivelazione di oggetti in movimento, consenta anche di stimare i parametri del segnale ricevuto con l'obbiettivo poi di arrivare a determinare posizione e velocità dei target presenti nell'ottica di effettuare una compensazione del movimento di essi all'interno dell'immagine, [27]. Per la stima dei parametri del segnale, si ricorre alle trasformazioni tempo-frequenza come la WVD o la FrFT; la WVD, come verrà chiarito in seguito, essendo una trasformata non lineare presenta dei termini di crossprodotto nel caso in cui si abbia a che fare con più target in movimento, ovvero nel caso in cui il segnale chirp ricevuto abbia più di una componente; questo vorrebbe dire che la trasformata di tale segnale non è pari alla somma delle trasformate delle singole sue componenti ma nel computo bisogna tener conto anche dei termini di prodotto incrociato che ostacolano la rivelazione nel piano tempo-frequenza delle componenti relative ai vari target, e di conseguenza anche la stima dei parametri delle varie componenti di segnale. Per questo è stata preferita la trasformata FrFT che è una trasformata lineare, e quindi non soffre dei problemi della WVD, e inoltre, come già visto, si presenta molto efficace nella rivelazione di segnali linearmente modulati in frequenza; per questo è stata scelta come trasformata per andare ad analizzare nel piano tempo-frequenza il segnale ricevuto con l'obbiettivo di rivelare eventuali target in movimento e stimarne i parametri, [19] [20] [27].

3.2.1 Analisi del segnale ricevuto

Nella figura 3.20 vengono rappresentate in maniera schematica le relazioni geometriche tra la piattaforma SAR e il target in movimento; il canale *A* trasmette il segnale chirp con periodo di ripetizione *PRT*, mentre l'eco è ricevuto da entrambi i canali. In figura viene poi indicato con *V* e *H* rispettivamente la velocità e l'altezza della piattaforma, mentre con (X, Y) e con (v_x, v_y) la posizione iniziale e le componenti di velocità lungo la direzione dell'azimut e del range del target, rispettivamente; infine con *d* ci si riferisce alla distanza tra i due canali, che grazie a quello che si è detto sulla tecnica DPCA, deve essere settata a:

$$d = n PRT V \tag{3.29}$$

con n intero.

Osservando la figura possiamo ricavare la distanza radiale tra il centro dell'array e il target al tempo iniziale:

$$R_0 = \sqrt{X^2 + Y^2 + H^2} \tag{3.30}$$

quindi la distanza radiale tra target in movimento e il canale *A* al variare del tempo può essere espressa come riportato sotto:

$$R_{A}(t) = \sqrt{\left[\frac{d}{2} - X + (V - v_{x})t\right]^{2} + (Y + v_{y}t)^{2} + H^{2}} \approx \\ \approx R_{0} + \frac{(V - v_{x})^{2} + v_{y}^{2}}{2R_{0}}t^{2} + \frac{Yv_{y} + (d/_{2} - X)(V - v_{x})}{R_{0}}t$$
(3.31)



Fig. 3.20

Come già visto nel Cap.1, il segnale ricevuto dal canale A dopo aver applicato la compressione in range per rimuovere dalla forma d'onda del segnale SAR la

modulazione lineare di frequenza, che realizza la compressione di impulso, può essere espresso in questa forma:

$$SR_{A}(t,\tau) = \sigma T_{r} exp\left[-j\frac{4\pi}{\lambda}R_{A}(t)\right] rect\left(\frac{t}{\tau}\right) sinc\left[\pi|K_{r}|T_{r}\left(\tau-\frac{2R_{A}(t)}{c}\right)\right]$$
(3.32)

dove *T* indica l'apertura sintetica e dove T_r , $K_r e \sigma$ rappresentano rispettivamente la larghezza dell'impulso, il rate di modulazione del segnale chirp trasmesso dal sistema e il coefficiente di riflessione del target; mentre, come sempre, (t, τ) rappresentano lo slow-time e il fast-time, [18].

Nello stesso modo possiamo ricavare la distanza radiale che separa il canale B dal target e quindi scrivere anche l'espressione del segnale ricevuto sempre dopo aver effettuato la compressione in range:

$$R_{B}(t) \approx R_{0} + \frac{(V - v_{x})^{2} + v_{y}^{2}}{2R_{0}} t^{2} + \frac{Y v_{y} - (d/_{2} - X)(V - v_{x})}{R_{0}} t$$

$$SR_{B}(t, \tau) = \sigma T_{r} exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda} [R_{A}(t) + R_{B}(t)] \right\} rect \left(\frac{t}{T}\right)$$

$$sinc \left[\pi |K_{r}| T_{r} \left(\tau - \frac{2R_{A}(t) + R_{B}(t)}{C} \right) \right]$$
(3.34)

Dalle espressioni (3.32) e (3.34) si può vedere che dopo la compressione in range se si sceglie un fast-time $\hat{\tau} = 2R_A(t)/C$, si ottiene il massimo del segnale ricevuto dal canale *A* e, in maniera approssimata, anche dal canale *B*; quindi è possibile, per un particolare slow-time, individuare la range bin in cui è presente un eventuale target in movimento andando a cercare il massimo del segnale ricevuto, [18] [27]. Una volta ottenuta l'espressione del segnale ricevuto sui due canali, è possibile applicare la tecnica DPCA per cercare di ridurre il livello del clutter di terra; trascurando i passaggi analitici si ottiene il seguente risultato:

$$S_{dpca}(t,\tau) = SR_{A}(t-nPRT,\tau) - SR_{B}(t+nPRT,\tau) =$$

$$= 2\sigma T_{r}sin\left\{\frac{2\pi}{\lambda}\left[\frac{(V-v_{x})^{2}+v_{y}^{2}}{R_{0}}(2tnPRT) - \frac{d(V-v_{x})}{2R_{0}}t + \frac{2[Yv_{y}-(X-d/_{4})(V-v_{x})]}{R_{0}}nPRT\right]\right\}$$

$$\exp(j\pi K_{a}t^{2} + j2\pi ft + j\phi_{0})sinc\left[\pi|K_{r}|T_{r}(\tau - \frac{2R_{A}(t)}{C})\right]$$
(3.35)

L'espressione (3.35) può essere semplificata applicando le seguenti approssimazioni:

 $v_x, v_y \ll V$ $d, X \ll R_0$ $V - v_x \approx V$ $\frac{X - d/4}{R_0} \approx 0$

fino ad ottenere una nuova espressione del segnale DPCA riportata sotto:

$$S_{dpca}(t,\tau) =$$

$$= 2\sigma T_r sin\left(\frac{\pi Yd}{\lambda R_0 V}v_y\right) \exp(j\pi K_a t^2 + 2j\pi f t + j\phi_0) sinc\left[\pi |K_r| T_r(\tau - \frac{2R_A(t)}{C})\right]$$
(3.36)

con:

$$K_a = -\frac{2[(V - v_x)^2 + v_y^2]}{\lambda R_0}$$
(3.37)

$$f = -\frac{2\left[Yv_{y} - \left(X - \frac{d}{4}\right)(V - v_{\chi})\right]}{\lambda R_{0}}$$
(3.38)

$$\phi_0 = -\pi K_a n^2 P R T^2 + \frac{\pi d (V - v_x) n P R T}{\lambda R_0} - \frac{4\pi R_0}{\lambda} + \frac{\pi}{2}$$
(3.39)

che rappresentano rispettivamente il rate di modulazione, la frequenza Doppler e la fase del segnale DPCA.

Come si vede dall'espressione riportata sopra, nel caso di oggetti statici ($v_y = 0$) il segnale DPCA è nullo, $S_{dpca}(t,\tau) = 0$; ciò mostra che è possibile eliminare la componente di segnale relativa a target statici e preservare solo quella proveniente da target in movimento ($v_y \neq 0$). Sempre osservando l'espressione si può notare che attraverso la ricerca, per un particolare slow-time, del picco del segnale DPCA, che si ottiene imponendo il fast-time $\tau = 2R_A(t)/C$, è possibile individuare la range bin dove è posizionato il target; per cui considerando solamente tale range bin, al variare dello slow-time, è possibile passare dall'espressione (3.36) alla (3.40) in cui appunto la *sinc*(-) viene tralasciata:

$$S_{dpca}(t) = 2\sigma T_r sin\left(\frac{\pi Y d}{\lambda R_0 V} v_y\right) \exp(j\pi K_a t^2 + 2j\pi f t + j\phi_0) rect\left(\frac{t}{T}\right)$$
(3.40)

La (2.40) mostra chiaramente che anche il segnale DPCA è un segnale chirp, [18] [27].

3.2.2 Stima dei parametri Doppler del segnale attraverso la FrFT

Per riassumere, abbiamo ricavato l'espressione del segnale ricevuto sui due canali, cosa che era già stata illustrata nel Cap.1, e abbiamo successivamente applicato il processing DPCA per ridurre il clutter di terra e quindi rivelare eventuali target in movimento, osservando che il segnale ottenuto conservava effettivamente soltanto l'eco proveniente da oggetti in movimento; fatto ciò, considerato anche che il segnale risultante è un segnale chirp, si applica la trasformata frazionaria, molto efficace nell'analisi di tali segnali, per ottenere una stima dei parametri del segnale DPCA nell'ottica di andare poi a stimare posizione e velocità degli eventuali target in movimento.

Raccogliendo in un unico fattore l'ampiezza del segnale DPCA, possiamo andare ad applicare la trasformata frazionaria con un angolo generico di rotazione α , che ovviamente è visto come una variabile, [18] [19] [27]:

$$A = 2\sigma T_r \sin\left(\frac{\pi Y d}{\lambda R_0 V} v_y\right) \tag{3.41}$$

$$F^{\alpha}S_{dpca}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{dpca}(t)K_{\alpha}(t,u)dt =$$

= $A\sqrt{1-jcot\alpha} \exp(j\pi u^{2}cot\alpha + j\emptyset_{0})$
 $\int_{-T/2}^{T/2} exp[j\pi(K_{a}+cot\alpha)t^{2}+2j\pi(f-ucsc\alpha)t]dt$ (3.42)

Al fine di rendere l'espressione della trasformata frazionaria uguale ad una funzione di tipo sinc(-), il termine che va moltiplicare il t^2 nell'esponenziale all'interno dell'integrale va settato a zero, ciò porta ad imporre:

$$K_a = -cot\alpha \tag{3.43}$$

da questo si ottiene:

$$\int_{-T/2}^{T/2} exp[2j\pi(f - ucsc\alpha)t]dt = Tsinc[\pi T(f - ucsc\alpha)]$$
(3.44)

Se poi si impone:

$$f = u \, csc\alpha \tag{3.45}$$

si ottiene il massimo della trasformata frazionaria del segnale DPCA, il cui modulo è riportato nell'espressione sotto:

$$|F|_{max} = \left| A \sqrt{1 - jcot\alpha} \exp(j\pi u^2 cot\alpha + j\phi_0) T \right| = |A|T \sqrt{|csc\alpha|}$$
(3.46)

Dai passaggi che si sono appena illustrati, si vede che l'idea che sta dietro alla rivelazione e alla stima dei parametri del segnale chirp, che rappresenta l'eco del target in movimento, è quella di utilizzare la FrFT per trasformare il segnale osservato nel dominio frazionario di Fourier con un certo angolo α che è visto come una variabile; quindi al variare dell'angolo di rotazione α è possibile ottenere la distribuzione bidimensionale dell'energia del segnale nel piano (α, u), dove u rappresenta i campioni della trasformata del segnale ovvero il dominio FrFT determinato dallo specifico angolo di rotazione scelto. Nel dominio frazionario ci si aspetta che per un certo angolo di rotazione, che sarà poi quello ottimo, la distribuzione di energia del segnale chirp si concentri attorno ad una banda molto stretta; questo chiaramente in presenza di un target in movimento, qual'ora vi fossero più target quello che ci si aspetta è di visualizzare nel piano (α, u) più di un picco. Quindi per un certo angolo $\hat{\alpha}$ tutta l'energia del segnale si concentrerà, nel dominio FrFT, attorno ad una banda molto stretta centrata su \hat{u} , per cui attraverso una ricerca bidimensionale del picco è possibile stimare nel dominio trasformato i parametri $(\hat{\alpha}, \hat{u})$ e ovviamente anche il valore di ampiezza del picco stesso che corrisponde al valore massimo della FrFT, \hat{F} . Una volta ottenuto ciò, come si vede anche dalle relazioni (3.43), (3.45) e (3.46), la stima dei parametri del segnale DPCA ovvero la stima della frequenza Doppler e del rate di modulazione K_a , può essere facilmente ottenuta, [18] [27]:

$$\widehat{K}_a = -\frac{PRF^2}{N} \cot\hat{\alpha} \tag{3.47}$$

$$\hat{f} = \frac{PRF}{N} \,\hat{u} \, csc\hat{\alpha} \tag{3.48}$$

$$\left|\hat{A}\right| = \frac{\hat{F}}{N\sqrt{|csc\hat{\alpha}|}} \sqrt{\frac{N}{|csc\hat{\alpha}|}} \frac{N}{N_0} = \left|\frac{\hat{F}\sqrt{N}}{N_0 csc\hat{\alpha}}\right|$$
(3.49)

dove nella (3.49) con N si è indicato la lunghezza del segnale DPCA, mentre con N_0 si è indicato la lunghezza sempre del segnale DPCA la cui ampiezza supera però il 45% del valore massimo; inoltre i fattori PRF^2/N e PRF/N servono per convertire

le unità tempo/frequenza nei campioni tempo/frequenza mentre il fattore $\sqrt{\frac{N}{|csc\hat{\alpha}|}} \frac{N}{N_0}$ è un coefficiente di carico. Altra cosa che si può notare dalle relazioni precedenti, è che se si va a considerare l'espressione del segnale su un singolo canale, (3.32), concentrandosi solo sulla singola range bin in cui è presente il target, che si ottiene per un fast-time pari ad $\hat{\tau} = 2R_A(t)/C$, si può vedere che il modulo del segnale rimane costante durante tutto il tempo di osservazione:

$$|SR_A(t,\hat{t})| = \sigma T_r \qquad |t| \le \frac{T}{2}$$
(3.50)

In realtà il modulo non è proprio costante ma varia attorno al valore vero a causa del rumore di sistema, per cui l'ampiezza media del segnale $SR_A(t, \hat{t})$ al variare dello slow-time, fissato il fast-time ovvero la range bin in cui è presente il target, durante tutto il tempo di osservazione può essere presa come stima del modulo riportato nella (3.50), $|SR_A(t, \hat{t})|$. Se si indica con \widehat{SR} la stima del modulo, allora da essa è possibile ricavare il coefficiente di riflessione del target in movimento:

$$\hat{\sigma} = \frac{\widehat{SR}}{T_r}$$
(3.51)

Secondo quanto detto fino ad adesso, grazie alla stima dei parametri del segnale DPCA \hat{K}_a , \hat{f} , \hat{A} , ottenuti attraverso la trasformata FrFT, è possibile, nota la componente della velocità lungo il range, ricavarsi automaticamente una stima della posizione e della componente della velocità lungo l'azimut del target in movimento, come si vede anche dalle relazioni (3.37) (3.38) (3.41):

$$\hat{Y} = \frac{\lambda R_0 V}{\pi dv_y} asin\left(\frac{\hat{A}}{2\hat{\sigma}T_r}\right)$$
(3.52)

$$\hat{v}_x = V - \sqrt{-\frac{\lambda R_0 \hat{K}_a}{2} - {v_y}^2}$$
(3.53)

$$\hat{X} = \left(\frac{\lambda R_0 \hat{f}}{2} + \hat{Y} v_y\right) \frac{1}{(V - \hat{v}_x)} + \frac{d}{4}$$
(3.54)

3.3 Tecnica RID per ISAR imaging

Dopo aver introdotto l'analisi tempo-frequenza e aver visto una possibile applicazione della FrfT al caso di un sistema SAR multicanale, per la rivelazione di target in movimento con conseguente stima sia dei parametri Doppler che della posizione e velocità del target stesso, si vanno ad esaminare possibili applicazioni dell'analisi tempo-frequenza al cosa di sistemi ISAR. Le simulazioni delle varie tecniche di imaging illustrate durante tutto questo capitolo verranno poi presentate nel capitolo successivo.

Come già detto nel paragrafo 1.4, in cui si andava a richiamare in breve i concetti base del sistema ISAR, la distribuzione spaziale della funzione di riflettività del bersaglio viene indicata come immagine, ed è tipicamente mappata, nel caso dell'ISAR, sul piano range-Doppler. La risoluzione in cross-range è legata all'ampiezza del fascio dell'antenna, la quale è inversamente proporzionale alla dimensione dell'antenna stessa sul piano di azimut; quindi per raggiungere accettabili risoluzioni lungo il cross-range (dello stesso ordine di quelle raggiunte in range) evitando di utilizzare antenne di dimensioni proibitive, si ricorre al concetto di array sintetico. Con tale metodo, si riesce a sintetizzare appunto un'antenna di grande dimensione, combinando in maniera coerente i segnali ottenuti osservando l'oggetto in esame da angoli di vista diversi. Tale processing riguarda sia il SAR, dove l'antenna è montata su una piattaforma mobile e osserva la scena, che viene ipotizzata stazionaria, sia l'ISAR, dove la geometria è appunto inversa rispetto al SAR.

Il movimento relativo tra radar e bersaglio è la chiave per creare l'array sintetico e quindi ottenere l'immagine del bersaglio stesso, chiaramente, come già detto, il

movimento del target nel secondo caso è sconosciuto e quindi la variazione dell'angolo di vista rimane incognita con tutti i problemi che ne conseguono, [29].

Per ricostruire l'immagine dal segnale ricevuto, i convenzionali metodi di imaging, come la tecnica RD (range-Doppler), fanno uso della trasformata di Fourier.

La tecnica RD è basata sull'assunzione che, durante il tempo di osservazione, ciascun scatteratore rimanga nella propria cella in range e che la relativa frequenza Doppler sia costante. Questa ipotesi rimane valida per risoluzioni spaziali "standard" (nell'ordine del metro); infatti, come già visto, il tempo di osservazione richiesto per ottenere una risoluzione in cross-range di un metro è dell'ordine del secondo, tale intervallo temporale consente di assumere che il vettore di rotazione effettivo sia costante e quindi che l'angolo di vista vari linearmente nel tempo garantendo così un campionamento uniforme del dominio di Fourier ed evitando quindi problemi nella ricostruzione dell'immagine ISAR, [28][29].

Quando sono richieste elevate risoluzioni spaziali, nell'ordine della decina di centimetri, è necessario un tempo di osservazione maggiore e quindi la frequenza Doppler associata a ciascun scatteratore diventa tempo variante; la situazione è ancora più critica quando il target è sottoposto a movimenti angolari, indotti anche per effetto di forze esterne. In questi casi il vettore di rotazione non è più uniforme e quindi la tecnica RD fallisce a causa dell'effetto di spreading dovuto ad una frequenza Doppler tempo-variante, [28].

Per risolvere questo problema è stata proposta una nuova tecnica di elaborazione, denominata range istantaneous Doppler (RID), che di fatto sostituisce alla classica trasformata di Fourier una trasformata tempo-frequenza.

Ricapitolando, al fine di utilizzare la trasformata di Fourier correttamente devono essere prese in considerazione alcune limitazioni come ad esempio il fatto che durante il tempo di osservazione gli scatteratori devono rimanere nella propria cella in range e la relativa frequenza Doppler deve essere costante. Se alcuni scatteratori escono dalla propria cella in range, o se, lo shift della frequenza Doppler è tempo variante, lo spettro ottenuto tramite trasformata di Fourier risulta "espanso" e quindi l'immagine stessa risulterà sfocata. Come già visto, per focalizzare l'immagine esistono degli algoritmi di compensazione del moto. Un primo step (Range Tracking), di cui si è parlato precedentemente nel paragrafo 1.4, riporta gli scatteratori nella propria cella in range, anche se comunque lo shift della frequenza Doppler può ancora essere tempo variante e quindi un secondo step, (Doppler Tracking), in questo caso è necessario per rendere tale frequenza costante.

Nel caso in cui il target si muova lungo una traiettoria rettilinea o non sia sottoposto a movimenti di rotazione, gli algoritmi standard per la compensazione del moto, sono sufficienti per generare una buona immagine del bersaglio attraverso l'utilizzo della trasformata di Fourier, ma quando il target esegue movimenti angolari (roll, yaw, picth) significativi tali algoritmi seguiti dall'utilizzo della trasformata di Fourier non sono più sufficienti e quindi in questo caso più sofisticate procedure di compensazione per singoli scatteratori devono essere prese in esame con l'obbiettivo sempre di mantenere questi all'interno della cella in range e lo shift della frequenza Doppler costante; solo in questo caso la trasformata di Fourier può essere applicata correttamente per ricostruire l'immagine, [28][29].

I limiti della trasformata di Fourier possono essere superati se si va a considerare una trasformazione tempo-frequenza; applicando una tale trasformata ad elevata risoluzione si cerca di mitigare l'espansione dello spettro di Fourier e quindi lo sfocamento dell'immagine derivante da uno shift tempo-variante della Doppler evitando di applicare sofisticati metodi di compensazione del moto per singoli scatteratori seguiti da una trasformata di Fourier.

3.3.1 Modello del segnale ricevuto

Abbiamo visto dall'introduzione sull'ISAR che grazie all'approssimazione "straight iso-range" è possibile esprimere la distanza che separa un punto preso sul bersaglio dal radar nella seguente forma:

$$R(x_1, x_2, t) = R_0(t) + x_1 \cos\theta(t) + x_2 \sin\theta(t)$$
(3.55)

sostituendo poi questa espressione in quella del segnale ricevuto si otteneva la (1.76).

Per un bersaglio che effettua dei movimenti di traslazione, con una certa velocità radiale v_r , e movimenti di rotazione; sia la distanza $R_0(t)$ tra il radar e il punto di riferimento preso sul bersaglio come origine del sistema di coordinate $x_1 - x_2$ solidali con esso e del sistema di coordinate u - v, che l'angolo di rotazione $\Theta(t)$ possono essere espressi mediante i seguenti sviluppi, [29][30]:

$$R_0(t) = R_0 + v_r t + \frac{1}{2}a_r t^2 + \cdots$$
(3.56)

$$\Theta(t) = \Theta_0 + \Omega t + \frac{1}{2}\alpha t^2 + \cdots$$
(3.57)

dove R_0 è la distanza radar-punto di riferimento al tempo iniziale, Θ_0 è l'angolo di rotazione iniziale, Ω è la velocità angolare e a_r e α sono rispettivamente le accelerazioni radiali e angolari. La (3.56) corrisponde al modello polinomiale visto nelle tecniche parametriche per la compensazione del moto radiale del bersaglio, quindi stimando v_r e a_r si può effettuare la compensazione del segnale ricevuto espresso nelle (1.76) moltiplicando per il temine $\exp(+j4\pi f R_0(t)/c)$ e dopo tale operazione si può ottenere la funzione di riflettività utilizzando la trasformata di Fourier sul segnale compensato. Il procedimento di stima di v_r e a_r e di successiva rimozione del termine di fase è chiamato anche range tracking, ed è uno step fondamentale nel processing ISAR. Successivamente si può utilizzare la trasformata inversa per ricostruirsi la funzione di riflettività del target; chiaramente, come già detto, al fine di utilizzare la trasformata correttamente, la frequenza Doppler degli scatteratori deve rimanere costante, tuttavia dopo la compensazione radiale del moto la frequenza Doppler può essere tempo variante e quindi un ulteriore step di compensazione che renda la Doppler costante deve essere considerato. Come già osservato, qualora il target sia sottoposto a movimenti angolari significativi o quando siano richieste elevate risoluzioni spaziali, anche questo ulteriore step di compensazione non è sufficiente a generare un'immagine accettabile del target per cui la tecnica RD fallisce e quindi per evitare l'utilizzo di sofisticati metodi di compensazione per singoli scatteratori si ricorre all'uso delle trasformate tempofrequenza. Vediamo quindi meglio il legame che c'è tra i movimenti di rotazione e traslazione del target e la variabilità dello spettro prima di introdurre le trasformate tempo-frequenza, [29][31].

Abbiamo visto che la fase del segnale di ritorno è la seguente:

$$\Phi(t) = 4\pi \, \frac{f \, R(x_1, x_2, t)}{c} = \frac{4\pi f [R_0(t) + x_1 \cos \Theta(t) + x_2 \sin \Theta(t)]}{c} \tag{3.58}$$

dal momento che la derivata temporale della fase dà la frequenza istantanea, sostituendo per semplicità i termini fino al primo ordine in $R_0(t)$ e $\Theta(t)$, si può andare a scrivere:

$$f_D = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi(t)}{dt} = f_{Dtrasl} + f_{Drot}$$
(3.59)

dove

$$f_{Dtrasl} = \frac{2f}{c} v_r \tag{3.60}$$

$$f_{Drot} = \frac{2f}{c} \left[x_1 (-\Omega \sin \Theta_0 - \Omega^2 t \cos \Theta_0) + x_2 (\Omega \cos \Theta_0 - \Omega^2 t \sin \Theta_0) \right]$$
(3.61)

come si vede dalle espressioni sopra, anche considerando un vettore di rotazione Ω costante, lo shift della frequenza Doppler indotto dai movimenti di rotazione è tempo variante, a prova del fatto che quando si considerano movimenti angolari significativi la tecnica RD fallisce.

Dalla (3.58) si vede che la fase è molto sensibile alle variazione della distanza, ad esempio, se si considera una frequenza di 9 GHz (banda X) solo una variazione della distanza di 2cm provocherebbe una variazione della fase di 432 gradi e quindi uno shift della frequenza Doppler di 1.2Hz che a sua volta causerebbe uno sfocamento dell'immagine.

$$\begin{cases} f = 9GHz \\ \Delta r = 2cm \end{cases} \Rightarrow \Delta \Phi = 4\pi f \frac{\Delta r}{c} = 432^{\circ} \Rightarrow \Delta f_D = 1.2 Hz \end{cases}$$

La trasformata di Fourier indica solamente quali componenti di frequenza sono contenute nel segnale ma non indica come queste componenti cambino nel tempo. Quando si ha a disposizione il segnale ricevuto organizzato in una matrice MxN, cioè N (slow-time) profili in range ciascuno contenenti M (fast-time) celle in range, se si considera una singola cella in range, gli N profili in range rappresentano una specie di evoluzione temporale della cella; prendendo questa successione nel tempo e

andandone a rappresentare lo spettro tempo variante con la trasformata di Fourier si nota che esso risulta espanso, come è riportato anche in figura 3.21 in cui viene considerata la trasformata di Fourier (a) e la trasformata tempo-frequenza (b) della serie temporale.

Quindi il passo successivo è quello di sostituire la trasformata di Fourier con una trasformata tempo-frequenza per cercare di risolvere il problema dello sfocamento dell'immagine causato da una frequenza Doppler tempo variante senza applicare sofisticati algoritmi di compensazione del moto, [29]; si nota inoltre che se si calcola l'integrale nel tempo della trasformata tempo-frequenza del segnale, questo è pari alla trasformata di Fourier del segnale stesso:

$$\int P(t,\omega)dt = |S(\omega)|^2 \tag{3.62}$$

$$\int P(t,\omega)d\omega = |s(t)|^2 \tag{3.63}$$

dove con $P(t, \omega)$ si è indicato la trasformata-tempo frequenza.



Serie temporale della range bin

3.3.2 Wigner – Ville Distribution

Le trasformate tempo-frequenza sono già state introdotte nel precedente paragrafo con l'utilizzo della trasformata frazionaria di Fourier applicata al caso della rivelazione e compensazione di target in movimento all'interno dell'immagine SAR. Come già visto, target in movimento all'interno di una scena osservata da un sistema SAR vengono defocalizzati proprio a causa dello stesso processing SAR; la componente lungo il range della velocità relativa tra radar e target produce uno shift lungo l'azimut che causa un mal posizionamento del target stesso nell'immagine e la componente lungo il cross-range della stessa velocità determina un effetto di blurring. La FrFT era utilizzata non solo per rivelare la presenza di target in movimento nella scena osservata ma anche per determinare i parametri del segnale LFM ricevuto dal sistema SAR, ovvero la frequenza Doppler media e la variazione della Doppler nel tempo (rate di modulazione) indispensabili per effettuare una stima della posizione e velocità del target e quindi una compensazione del moto all'interno dell'immagine, [32][33]. In questo caso la trasformata tempo-frequenza viene ancora utilizzata a causa del comportamento tempo-variante della frequenza Doppler di ciascun scatteratore, che determina il fallimento la tecnica RD.

Le trasformazioni tempo-frequenza includono trasformazioni lineari come la STFT (short-time Fourier transform) e bilineari come ad esempio la WVD (Wigner-Ville distribution).

La trasformata STFT è una delle più semplici trasformazioni tempo-frequenza ed è definita nella seguente forma:

$$STFT(t,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)w(\tau-t) \exp(-j\omega\tau) d\tau$$
(3.64)

dove w(t) è una finestra temporale. Chiaramente la risoluzione di questa trasformata è determinata dalla larghezza della finestra, più larga è la finestra maggiore è la risoluzione in frequenza ma minore è quella nel tempo; c'è quindi un trade-off tra la risoluzione in frequenza e risoluzione nel tempo. Il modulo quadro della STFT è detto spettrogramma e rappresenta quindi la distribuzione dell'energia nel piano tempo-frequenza, [29].
In linea di principio qualsiasi trasformata tempo-frequenza può essere usata in sostituzione della trasformata di Fourier, chiaramente è desiderabile che questa abbia una elevata risoluzione sia nel tempo che nella frequenza; la STFT pur avendo il vantaggio di essere molto semplice come trasformata, ha basse risoluzioni che dipendono anche dalla grandezza della finestra perciò si preferisce passare ad altre trasformate con risoluzioni più elevate.

Secondo il teorema di Wiener-khinchin, lo spettro di potenza $P(\omega)$ del segnale s(t) è la trasformata di Fourier della funzione di autocorrelazione $R(\tau)$, la quale chiaramente non dipende dal tempo.

$$P(\omega) = |S(\omega)^2| = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau$$
(3.65)

con

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) s^*(t-\tau) dt$$
(3.66)

Lo spettro di potenza indica solo le componenti di frequenza contenute sull'intera durata temporale del segnale senza mostrare come queste componenti siano distribuite nel tempo. Per ottenere una concentrazione di energia sia nel dominio del tempo che della frequenza si può rendere la funzione di autocorrelazione dipendente dal tempo. La trasformata di Fourier della funzione di autocorrelazione tempo-dipendente $R(t,\tau)$ dà uno spettro di potenza che è anch'esso tempo-dipendente:

$$P(t,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(t,\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau$$
(3.67)

la scelta di $R(t,\tau)$ non è arbitraria dato che lo spettro di potenza tempo-dipendente deve soddisfare le relazioni (3.62)(3.63). Quando la funzione di autocorrelazione viene indicata come nell'espressione riportata sotto, lo spettro di potenza, cioè la sua trasformata, viene anche indicata come trasformata di Wigner-Ville (WVD), [29][30].

$$R(t,\tau) = s(t+\tau/2)s^*(t-\tau/2)$$
(3.68)

$$WVD(t,\omega) = \int s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \exp(-j\omega\tau) d\tau$$
(3.69)

A differenza della STFT, in cui la risoluzione tempo-frequenza è determinata dalla selezione della finestra temporale, qua non c'è da selezionare alcuna finestra.

La WVD ha quindi una risoluzione in frequenza simile alla trasformata di Fourier e ha anche una buona risoluzione nel tempo, per cui è impiegata come trasformata tempo-frequenza nel radar imaging; l'unico problema è dato dalla presenza dei termini di interferenza che si vengono a creare quando il segnale contiene più di una componente, in questo caso le componenti sarebbero date dal segnale utile proveniente dal target e dal clutter. I termini di interferenza che nascono dal crossprodotto possiedono un' energia che riflette la correlazione che c'è tra le due componenti del segnale. Quindi la WVD della somma di due segnali non è la somma delle rispettive trasformate, [30] [33]; ad esempio se $s = s_1 + s_2$ si può vedere che:

$$WVD_{s}(t,\omega) = WVD_{s1}(t,\omega) + WVD_{s2}(t,\omega) + 2Re[WVD_{s1s2}(t,\omega)]$$

con

$$Re[WVD_{s_{1}s_{2}}(t,\omega)] = \int s_{1}\left(t+\frac{\tau}{2}\right)s_{2}^{*}\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\exp(-j\omega\tau)\,d\tau$$

Per cui se il segnale è composto dalla somma di due contributi, la trasformata risultante è composta non solo dalla somma delle singole trasformate ma anche dal termine di cross-prodotto; questo significa che, a meno che la componente di segnale utile non abbia molta più energia rispetto al clutter, la trasformata WVD dell'intero segnale potrebbe non mostrare le caratteristiche del segnale utile, che ad esempio ne consentono la stima dei parametri, ma più in generale potrebbe non essere una trasformata adatta a sostituire la trasformata di Fourier nel processing ISAR. Quindi in presenza di clutter può essere utilizzata di nuovo la tecnica DPCA per cercare di ridurne il livello e quindi cercare di mitigare l'effetto di disturbo del termine di cross-prodotto.

3.3.3 Simulazione della trasformata WVD

Per prima cosa si è realizzato, come fatto per la FrFT, un codice sempre in ambiente MATLAB, che implementa la trasformata WVD, tale codice è stato poi impiegato nei vari algoritmi di imaging che cercano di focalizzare il bersaglio in movimento osservato dal sistema ISAR; i diversi casi che si sono esaminati sono riportati nelle simulazioni illustrate nel capitolo successivo. Con tale codice si sono fatti degli esempi per visualizzare l'effettiva distribuzione del segnale nel piano tempofrequenza e per rappresentare il termine di interferenza che nasce dal cross-prodotto delle componenti che compongono il segnale preso in considerazione.

Esempio 1

Si è generato un segnale della durata complessiva di 1 secondo costituito da due componenti sinusoidali della durata di 0.25 secondi ciascuna anticipata e preceduta da un'assenza di segnale di durata 0.25 secondi ciascuna. Le due componenti hanno rispettivamente una frequenza di 10 e 40 Hz.

Come si vede dalla figura 3.23, si ha una buona definizione sia nel dominio della frequenza che del tempo, rimane il problema di un evidente di interferenza data cross-prodotto delle due componenti (picco centrale).



Fig. 3.22



Fig. 3.23

Esempio 2

La WVD è particolarmente efficace per rivelare segnali che cambiano la loro frequenza nel tempo, come i segnali chirp appunto. In questo esempio si visualizza la WVD di un segnale chirp che varia la sua frequenza tra 20Hz e 200Hz in un tempo di 1 secondo. Come si vede dalla figura 3.25, anche in questo caso il segnale è ben definito sia nel tempo che nella frequenza.



Fig. 3.24



3.3.4 RID data processing

Abbiamo visto nel Cap.1 la tecnica range-Doppler (RD) basata sulla trasformata di Fourier; la figura sotto illustra i passaggi da compiere qual ora si sostituisca alla trasformata di Fourier una trasformata tempo-frequenza come la WVD.

Come si vede è comunque necessario applicare un algoritmo standard di compensazione del moto.

Le tecniche basate sulla trasformata di Fourier generano solamente un'immagine organizzata in un array 2D MxN che contiene le successioni temporali delle M celle in range; questa tecnica basata sulla trasformata tempo-frequenza applica la trasformata a ciascuna successione e genera, per ogni successione, una distribuzione tempo-Doppler organizzata in una matrice di dimensione NxN. Combinando le M distribuzioni ottenute, relative alle M celle in range, si ottiene il cubo di dati NxMxN (tempo-range-Doppler) mostrato sempre in figura. Ad un particolare istante di tempo, quindi sezionando il cubo, si estrae un'immagine range-Doppler che può essere visualizzata; per cui sostituendo la trasformata di Fourier con una trasformata tempo-frequenza si passa da una singola immagine nel piano range-Doppler ad un cubo composto da N immagini a particolari istanti di tempo, [28][29][31].



Fig. 3.26

3.4 Trasformata frazionaria di Fourier per ISAR imaging

Come già osservato in precedenza, nel caso in cui lo shift della frequenza Doppler sia costante e il tempo di osservazione del target non sia sufficientemente elevato, l'algoritmo RD (range-Doppler), che fa uso della trasformata di Fourier, produce un'immagine ISAR ben focalizzata; generalmente però il target effettua moti "complessi" che coinvolgono movimenti di traslazione e di rotazione e in questo caso l'immagine ISAR prodotta dalla tecnica RD risulta defocalizzata a causa della comparsa di termini di ordine superiore al primo nella fase del segnale ricevuto relativamente a ciascun scatteratore. Per ovviare a questo inconveniente e ottenere un'immagine focalizzata, come già detto, sono state sviluppate più sofisticate tecniche di compensazione del moto con l'inconveniente però di appesantire notevolmente il processing, ed è per questo che si è fatto ricorso alle trasformate tempo-frequenza come la WVD (Wigner-Ville Distribution). Di seguito viene presa in esame una nuova procedura denominata GRD (generalized range-Doppler imaging technique) che fa uso della trasformata frazionaria di Fourier sempre con l'obbiettivo di raggiungere un'immagine ISAR focalizzata evitando di ricorrere ad algoritmi complessi di compensazione del moto, [34][35]. Quindi si utilizza la FRFT invece della classica trasformata di Fourier come mezzo di ricostruzione dell'immagine, cercando di ottenere una procedura sia efficiente dal punto di vista computazionale sia robusta anche per segnali corrotti da rumore.

3.4.1 Algoritmo GRD – generalized range Doppler

Facciamo un breve richiamo alla trasformata frazionaria di Fourier.

Come sappiamo la trasformata frazionaria di ordine a del segnale x(t) è data da:

$$R^{\alpha}[x(t)](u) = \int K_{\alpha}(u,t)x(t)dt \qquad a \in R, \ 0 < |a| < 2$$
(3.70)

dove $K_{\alpha}(t, u)$ è il kernel della trasformazione e u è il dominio frazionale di Fourier. L'esecuzione di tale trasformazione corrisponde a ruotare il piano tempo-frequenza attorno all'origine in verso anti-orario di un angolo α , con $\alpha = \alpha \pi/2$, [34][35]. Come è rappresentato nella dalla figura in basso, se si considera un segnale linearmente modulato in frequenza (LFM) e si determina la sua frequenza istantanea, si vede che la rappresentazione nel dominio tempo-frequenza di tale segnale è una linea retta l con coefficiente angolare pari al rate di modulazione e intercetta pari alla frequenza Doppler.

$$x(t) = e^{j[\omega_0 t + \frac{\pi}{2}kt^2]}$$
$$f_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \varphi(t) = f_0 + \frac{1}{2}kt$$

Chiaramente selezionando un opportuno angolo di rotazione $\alpha_0 = a_0 \pi/2$, e quindi considerando la trasformata di ordine a_0 , si può far si che l'asse u sia perpendicolare alla linea l; in questo caso si otterrebbe una maggiore concentrazione di energia del segnale LMF che verrà visualizzata con un picco nel dominio frazionario.



Fig. 3.27

Si nota inoltre che il rumore gaussiano non cambia nel diversi domini frazionari, cambia solo la concentrazione di energia del segnale, per cui con una opportuna scelta dell'ordine della trasformata si possono ottenere migliori livelli di SNR e quindi migliorare la rivelazione del segnale LMF.

Dalla figura 3.27 si può anche osservare che l'integrale su l della distribuzione tempo-frequenza del segnale equivale al modulo quadro della trasformata frazionaria di ordine a_0 , [36]:

$$\int TF_{x}(t,\omega)dv|_{l} = |F_{x}^{\alpha_{0}}(u)|^{2}$$
(3.71)

Per completezza, in fine, si ricorda anche che la FRFT a differenza della WVD non ha termini di interferenza, che nascono dal cross-prodotto, dovuti alla presenza di più componenti nel segnale ricevuto e quindi sotto questo aspetto è da preferirsi.

Supponendo che il target sia composto da K scatteratori ed essendo valida sempre l'approssimazione (3.55), che permette di decomporre il moto del target in un moto radiale lungo la LOS e in un moto di rotazione perpendicolare alla stessa LOS, possiamo riscrivere l'espressione del segnale ricevuto in questa forma:

$$s(t) = \sum_{k=1}^{K} A_k \exp\left\{-j 4\pi \frac{f_t}{c} [R_0(t) + x_k \cos\vartheta_t + y_k \sin\vartheta_t]\right\}$$
(3.72)

La distanza radar-punto di riferimento e l'angolo di rotazione possono essere sviluppati in serie di taylor come già visto nelle espressioni (3.56)-(3.57), quindi considerando i termini fino al secondo ordine e sostituendo nella (3.72) otteniamo:

$$s(t) = \sum_{k=1}^{K} A_k \exp\left\{-j 4\pi \frac{f_t}{c} \left[R_k + (v + y_k \Omega)t + \frac{1}{2}(a_r + y_k \alpha)t^2 + \cdots\right]\right\}$$
(3.73)

dove $R_k = R_0 + x_k$.

Come già visto, il termine di primo grado nell'equazione (3.73) produce uno shift dell'intera immagine ISAR lungo la direzione del cross-range, mentre il termine quadratico è la ragione principale dello sfocamento dell'immagine in quanto questo termine rende la frequenza Doppler tempo variante, [34][36].

Il dato è organizzato come sempre in una matrice NxM.

Durante il fast-time, quindi scorrendo la matrice per riga, la variazione dell'angolo di rotazione può essere trascurata ovvero posta a zero; se si considera, ad esempio, come segnale trasmesso un segnale step-frequency composto da N impulsi ciascuno dei quali al suo interno è suddiviso in M sotto-bande con un periodo di ripetizione

pari a T_r , la frequenza portante può essere espressa come $f = f_0 + m\Delta f$, dove Δf è lo step frequenziale, e il segnale di ritorno, campionato a $t = mT_r$, per ciascun impulso trasmesso è espresso come:

$$s(m) = \sum_{k=1}^{K} A_k \exp\left\{-j\frac{4\pi}{c} \left[R_k f_0 + (\Delta f R_k + f_0 v T_r)m + \left(\frac{1}{2} f_0 a_r T_r^2 + \Delta f v T r m 2 + 12 \Delta f a r T r 2 m 3\right]\right\}$$
(3.74)

Assumendo che a_r sia piccolo come fattore, il termine $\Delta f a_r T_r^2 m^3$ può essere ignorato e anche il termine di fase $f_0 a_r T_r^2$ confrontato con il termine $\Delta f v T_r$, può essere tralasciato; quindi il segnale è visto come un segnale LFM, ovvero la sua distribuzione nel piano tempo-frequenza, con un opportuna scelta dell'angolo di rotazione cioè dell'ordine della FRFT, può essere perpendicolare all'asse u del dominio frazionario. Quindi si utilizza la FRFT di ordine a_0 per realizzare la compressione in range, invece della classica trasformata di Fourier (avremmo dovuto prendere la IFT per ciascuna riga della matrice del dato); e dopo aver eseguito una procedura per l'allineamento in range, che ha l'obbiettivo di collocare tutti gli scatteratori nelle rispettive celle in range, " l'effetto " del termine di velocità radiale v è rimosso completamente, per cui dall'espressione (3.73) il profilo in cross-range di una particolare cella in range, campionando a t = nMT_r, diventa:

$$s(n) = \sum_{k=1}^{K} A_k \exp\left\{-j 4\pi \frac{f_t}{c} \left[R_k + y_k \Omega n M T_r + \frac{1}{2} (a_r + y_k \alpha) (M T_r)^2 n^2\right]\right\}$$
(3.75)

Come si vede s(n) è un segnale LFM, allora usando la trasformata di Fourier lo spettro Doppler dei profili in cross-range risulterebbe espanso e di conseguenza l'immagine ISAR sfocata; ma una buona focalizzazione dello spettro Doppler può essere raggiunta considerando l'integrale lungo la distribuzione tempo-frequenza del segnale LMF e quindi, per la (3.71), prendendo in considerazione la FRFT di ordine a_0 , [36].

Ricapitolando si organizza il segnale ricevuto in una matrice NxM e si esegue una trasformata FRFT di ordine a_0 sulle M celle in range, quindi riga per riga, per ottenere la compressione in range; poi si esegue una procedura di allineamento in range e infine si applica la FRFT, sempre di ordine a_0 , sugli N profili in range, cioè

colonna per colonna, per ottenere lo spettro Doppler che altrimenti con la trasformata di Fourier verrebbe defocalizzato.

Capitolo 4 Simulazioni

In questo capitolo vengono riportate le simulazioni e i risultati ottenuti relativi alle tecniche, descritte nei precedenti capitoli, che sono state proposte come soluzioni ai problemi della cancellazione del clutter, da un lato, e della focalizzazione di bersagli, dall'altro.

Come già detto più volte, il problema che è stato complessivamente affrontato in questa trattazione è quello relativo all'imaging ad elevata risoluzione di bersagli immersi in un forte eco di clutter; come prima cosa quindi sono state esaminate tecniche per la soppressione del clutter, in particolare nel Cap.2 si è illustrato dettagliatamente la tecnica STAP e la tecnica DPCA, che implicano entrambe l'uso di un sistema multicanale. Nel Cap.3 l'attenzione è stata posta sull'imaging dei bersagli in movimento, ovvero sono state descritte tecniche per la focalizzazione di uno o più bersagli all'interno dell'immagine.

Nella prima parte di questo capitolo vengono riportate le simulazioni relative al caso di un sistema SAR che si trova ad osservare una scena in cui sono presenti uno o più target in movimento; chiaramente il segnale ricevuto da tali oggetti in movimento è immerso nell'eco re-irradiato dal terreno, che quindi nel caso esaminato non rappresenta più il segnale utile ma diventa appunto un segnale di interferenza (ground clutter). Viene perciò implementata in ambiente MATLAB la tecnica STAP per la soppressione del forte eco di clutter e l'immagine prodotta viene messa a confronto con quella ottenuta semplicemente dall'implementazione, nel dominio space/slow-time, dell'algoritmo di imaging MSAR illustrato nel paragrafo 1.3; quello che si ottiene è che nel secondo caso non si riesce ovviamente a visualizzare in maniera chiara i vari target in movimento all'interno della scena a causa della mancata soppressione appunto del forte eco di clutter, mentre osservando l'immagine prodotta dalla tecnica STAP si nota che i target sono ben visibili all'interno

dell'immagine come conseguenza dell'ottima soppressione del segnale di rumore messa in atto dallo STAP.

Dal confronto con l'immagine di partenza si osserva che nonostante l'ottima cancellazione del clutter ottenuta grazie allo STAP, i target appaiono defocalizzati e fuori corretta posizione; infatti, come già detto, la realizzazione dell'MTI per il caso SAR attraverso la tecnica STAP, ad esempio, è solo un passo nel processo di rivelazione e compensazione dei target in movimento a terra, è necessario perciò eseguire una stima della posizione e della velocità di tali target che servirà poi per effettuare una compensazione del moto all'interno dell'immagine. Come già illustrato nel paragrafo 3.2, grazie alla combinazione di una tecnica di soppressione del clutter più "snella" rispetto allo STAP, come ad esempio la DPCA, con l'analisi tempo-frequenza e in particolare con la trasformata FrFT; si è in grado di ottenere un algoritmo capace di stimare sia i parametri Doppler del segnale LFM proveniente da uno o più target in movimento sia la posizione e la velocità di tali target. Vengono quindi riportate in primo luogo le stime dei parametri Doppler di più target in movimento e successivamente viene effettuata la stima della posizione e velocità di tali target; queste stime sono confrontate con i valori reali di tali parametri.

Il problema dell'imaging di bersagli immersi in un forte segnale di interferenza e le soluzioni proposte per la cancellazione del clutter e per la focalizzazione dei bersagli in movimento presenti nella scena osservata, viene esaminato anche per il caso di sistemi ISAR, dove, come già detto, la geometria è inversa rispetto al SAR e dove non è possibile fare l'ipotesi di bersaglio puntiforme, come fatto invece per il caso SAR.

Come già spiegato nel paragrafo 3.3, la classica tecnica RD utilizzata per il processing ISAR, che fa uso della trasformata di Fourier, fallisce nel caso in cui il bersaglio sia sottoposto a movimenti di rotazione complessi a causa dell'effetto di spreading dello spettro dovuto ad una Doppler tempo-variante; per ottenere una migliore focalizzazione del bersaglio in movimento vengono presentate due tecniche, la tecnica RID e la tecnica GRD, che fanno uso di due diverse trasformate tempo-frequenza. In questo capitolo vengono confrontate le immagini prodotte dalle tre tecniche, RD, RID e GRD, nel caso in cui il bersaglio sia o meno sottoposto a

movimenti di rotazione complessi; ovvero vengono variate l'ampiezza, il periodo e la fase delle oscillazioni del bersaglio e vengono quindi confrontati i risultati prodotti dalle varie tecniche.

Successivamente, viene considerato il caso di segnale provenite da un bersaglio in movimento corrotto da un forte segnale di interferenza che degrada visibilmente l'immagine ISAR. Viene quindi implementata la tecnica DPCA per la riduzione del clutter, per cui viene simulato, come sempre in ambiente MATLAB, un sistema ISAR multicanale; sul segnale DPCA viene poi applicata per ottenere l'immagine ISAR del bersaglio, sia la classica tecnica RD che la tecnica GRD, la quale sfrutta la trasformata frazionaria di Fourier, e vengono quindi confrontate le due immagini prodotte dalle rispettive tecniche. Viene in fine esaminato anche il caso in cui il sistema ISAR multicanale si trovi ad osservare più bersagli in movimento; come si vede dalle simulazioni, per ciascun bersaglio si imposta una velocità e una traiettoria propria e si fa in modo che ogni bersaglio sia sottoposto a moti di rotazioni diversi. Vengono confrontate come sempre le immagini prodotte dalla tecnica RD e dalla tecnica GRD, ma in questo caso, come si vedrà successivamente, nessuna delle due tecniche riesce a dare un'immagine in cui i vari target presenti nella scena siano ben focalizzati; per cui viene implementato e simulato un nuovo codice, sempre in ambiente MATLAB, descritto in dettaglio in questo capitolo che consente di ottenere le immagini ben focalizzate dei singoli target.

4.1 Simulazione della tecnica STAP

In questo paragrafo vengono simulate sia la tecnica STAP che l'algoritmo space/time MF interpolation, entrambi introdotti nel Cap.2. Nella simulazione sono stati definiti un certo numero di target, facendo riferimento all'ipotesi target puntiforme e, al segnale prodotto da essi si è sommato poi il clutter di terra. Confrontando i risultati prodotti dai due algoritmi implementati si è potuto notare che, per quanto riguarda l'algoritmo di space/time MF interpolation, questo non riesce bene ad annullare il segnale re-irradiato dal terreno che, nel nostro caso, non costituisce più il segnale utile; va anche ricordato che questo algoritmo altro non è

che un'implementazione alternativa, nel dominio space/slow-time, dell'algoritmo di ricostruzione dell'immagine presentato nel paragrafo 1.3. Per quanto riguarda lo STAP, questo invece riesce ad annullare in maniera efficace il clutter di terra consentendo di individuare i vari target. Quello che si nota però è che in entrambi i casi non si riesce a focalizzare bene i target in movimento, in quanto target con componenti di velocità nella direzione del ground range subiranno, nell'immagine SAR, uno shift lungo l'azimut mentre componenti di velocità nella direzione di azimut determineranno in generale una defocalizzazione del target, [18]. Il codice MATLAB che implementa i due algoritmi citati precedentemente è stato "suddiviso" in sei parti; nella prima parte sono stati definiti i parametri di sistema, riportati anche nella tabella sotto, mentre nella seconda parte è stata definita la geometria del sistema, ovvero sono state definite le coordinate dell'array e dei target al variare dello slow-time e tramite esse è stato poi calcolato il ritardo di propagazione che ha consentito a sua volta di ottenere il modello del segnale ricevuto riportato nella terza parte del codice assieme alla generazione del clutter. E' stato poi generato il segnale di riferimento e la matrice di covarianza del rumore, che sono serviti per implementare poi gli algoritmi di STAP e di space/time MF interpolation, e infine, nella quinta parte sono stati eseguiti i filtraggi sul segnale ricevuto dalla piattaforma SAR. Come già detto nel paragrafo 2.2, una volta eseguito il filtraggio sul segnale dei dati, sia per quanto riguarda lo STAP che l'algoritmo di space/time MF interpolation, è necessario riportarsi nel dominio delle frequenze spaziali (k_x, k_y) attraverso l'interpolazione di Stolt, che viene quindi eseguita nell'ultima parte del codice; per realizzare tale interpolazione, e quindi passare dal dominio (ω, k_u) al dominio (k_x, k_y) , è stato fatto riferimento ad un esempio di codice MATLAB riportato nel libro, [39]:

"Spotlight Synthetic Aperture: Signal Processing Algorithms" di

Carrara-W.G., Goodman-R.S. e Majewski-R.S. consultabile al link:

http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/29688-range-migrationalgorithm/content/carrara_RMA_example.m

Di seguito riportiamo la tabella con i parametri del sistema utilizzati nella simulazione e le immagini prodotte dal codice.

Nella figura 4.1 sono riportati gli scatteratori prima della simulazione mentre nelle figure 4.3 4.4 sono riportate le immagini prodotte rispettivamente dagli algoritmi di space/time MF interpolation e slow-time STAP; come già detto il primo algoritmo non riesce bene ad eliminare la componente di clutter, che permane, mentre il secondo consente di visualizzare in maniera migliore gli scatteratori, infatti come detto nel paragrafo 2.1, la tecnica STAP rispetto ad altre soluzioni come la DPCA, è la migliore tecnica che consente di implementare l'MTI sul SAR. Nella figura 4.5 si è riportato il risultato ottenuto con l'algoritmo di space/time MF interpolation in assenza di clutter di terra sul segnale ricevuto, dato che tale algoritmo non è altro che una versione alternativa dell'algoritmo di imaging, presentato nel paragrafo 1.3, vengono visualizzati in maniera chiara gli scatteratori anche se non focalizzati in quanto questi hanno componenti di velocità sia in range che in azimut.

Parametro	Simbolo	Valore
Portante	f_0	10 GHz
Banda	В	300 MHz
Range Bin	L	256
Tempo di osservazione	T _{obb}	1 sec
Pulse Repetition Time	PRT	2 msec
Numero di canali	NCh	2
Velocità piattaforma	v_p	200 m/s

immagine prima della simulazione



Fig. 4.1





Fig. 4.2

space/time MF interpolation



Fig. 4.3

slow-time STAP



Fig. 4.4





Fig. 4.5

4.2 Simulazione dell'algoritmo DPCA-FrFT

In questo paragrafo si riportano le simulazioni relative all'algoritmo DPCA-FrFT per la stima dei parametri Doppler del segnale d'eco proveniente dal target e successivamente per la stima della posizione e della velocità del target stesso.

Di seguito vengono illustrate tre diverse simulazioni.

Nella prima simulazione, viene utilizzato l'algoritmo DPCA-FrFT per ricavarsi una stima dei parametri Doppler del segnale generato da un singolo target in movimento. Viene quindi generato il segnale prodotto dal target, sempre sotto l'ipotesi di target puntiforme, e poi viene applicata la tecnica DPCA per ridurre il clutter di terra; successivamente viene selezionata la singola range bin in cui è presente il target in movimento e attraverso la FrFT vengono stimati i parametri Doppler del segnale. Nella simulazione viene generato il vettore di rotazione e per ogni valore di α

presente nel vettore viene calcolata la trasformata del segnale ottenendo quindi una matrice che contiene al variare dell'angolo di rotazione le rispettive trasformate; andando a rappresentare questa matrice nel piano (α , u) ci si aspetta di visualizzare un solo picco, dato che è presente solo un target in movimento, e da questo è possibile ricavare sia l'angolo di rotazione ottimo $\hat{\alpha}$ sia il valore \hat{u} a cui corrisponde il picco della trasformata e successivamente effettuare la stima dei parametri Doppler.

Nella seconda simulazione, viene utilizzato l'algoritmo DPCA-FrFT sempre per ricavarsi i parametri Doppler ma in questo caso del segnale di eco proveniente da più target in movimento; nella simulazione ne sono stati considerati due. Il vettore velocità è lo stesso per tutti i target, per cui, come si nota dalla (3.37), anche il rate di modulazione è uguale per tutti e quindi ci si aspetta, come già fatto vedere precedentemente, che l'angolo di rotazione ottimo sia lo stesso per tutti i target, come si nota anche dalla (3.47). Se si va a rappresentare la matrice che contiene le trasformate del segnale al variare dell'angolo di rotazione ci si aspetta di trovare, nel piano (α, u) , un numero di picchi pari al numero di target in movimento disposti in serie, ovvero con lo stesso angolo di rotazione ottimo, e ovviamente con valori corrispondenti al picco diversi, cioè con frequenze Doppler differenti come si nota anche dalla (3.38) e (3.48). Da qua poi si ricavano le informazioni sia sull'angolo ottimo $\hat{\alpha}$ che sui diversi valori a cui corrispondono i picchi \hat{u}_n della trasformata e quindi è possibile ricavarsi i parametri Doppler relativi ai segnali dei target in movimento. Si nota anche che il fatto di visualizzare nel dominio frazionario (α, u) un numero di picchi pari al numero di target in movimento è dovuto alla linearità della FrFT che la distingue dalla WVD; per quest'ultima trasformata infatti avremmo dovuto tenere in considerazione anche i termini di cross-prodotto.

Nell'ultima simulazione presentata in questo paragrafo, si utilizza l'algoritmo DPCA-FrFT sia per stimarsi parametri Doppler del segnale proveniente da più target in movimento, in questo caso per semplicità sono stati presi in esame solo due target, sia per ricavarsi una stima della loro posizione e velocità. Sempre considerando il dominio frazionario, si selezionano le range bin in cui sono presenti i target e si va a ricavare sia l'angolo ottimo di rotazione, che deve essere lo stesso per tutti i target, sia i valori \hat{u}_n a cui corrisponde il picco della trasformata con i rispettivi valori di

ampiezza; una volta fatto ciò è possibile ottenere una stima del rate di modulazione e delle frequenze Doppler. Considerando poi il segnale risultante dal processing DPCA si va a ricavare il parametro N_0 , che rappresenta la lunghezza del segnale DPCA la cui ampiezza supera in un certa percentuale, (45%), il valore di ampiezza massimo, il quale consente di ricavarsi una stima del parametro \hat{A} , come riportato nella (3.49); in fine considerando di nuovo le range bin in cui sono presenti i target, si va a stimare il coefficiente di riflessione $\hat{\sigma}$. Con questi parametri a disposizione è stato possibile ricavare una stima della posizione e velocità dei target in movimento, come illustrato anche nelle espressioni (3.47) ÷ (3.54).

4.2.1 Stima dei parametri Doppler di un target in movimento

Sotto vengono riportati i risultati relativi alla prima simulazione.

Nella tabella 4.2 vengono riportate le coordinate del target con il relativo vettore velocità e l'angolo ottimo di rotazione stimato con il valore in cui si registra il picco della trasformata.

La figura (4.6) invece rappresenta il dominio frazionario (α , u) dove, come da aspettativa, si visualizza in maniera chiara il picco corrispondente al target in movimento e infine nella tabella 4.3 vengono riportate le stime dei parametri Doppler del segnale e confrontate con i valori reali.

Target (m)	Velocità (m/s)	α (rad)	û	
15, Y ₀ +15, 0	-15, -4.5	0.99772	251	

Tab. 4.2



Fig. 4.6

-545.00 -544.29 0.1	.3
	-545.00 -544.29 0.1

Tab.	4.3
------	-----

Come si vede le variazioni tra le grandezze reali e quelle stimate sono molto contenute, la stessa simulazione è stata effettuata variando il vettore velocità e le coordinate iniziali del target ottenendo risultati, per quanto riguarda l'accuratezza delle misure, abbastanza simili.

4.2.2 Stima dei parametri Doppler di più target in movimento

Nella tabella 4.4 vengono di nuovo riportate le coordinate dei target con il vettore velocità, che nel nostro caso è unico per tutti; poi viene riportato l'angolo di

rotazione ottimo stimato, che per quello che si è detto in precedenza deve essere lo stesso per tutti i target e infine i valori in cui si registrano i picchi della trasformata.

Target (m)	Velocità (m/s)	$\widehat{\alpha}$ (rad)	û
15, <i>Y</i> ₀ , 0 15, <i>Y</i> ₀ +10, 0	-8, -9	0.99772	122325 115307





Fig.	4.	7
	•••	•

Nella figura (4.7) sopra è rappresentato il dominio frazionario (α , u); in questo caso ci si aspetta di trovare due picchi relativi ai due target in movimento e come correttamente si nota i picchi sono in corrispondenza dello stesso valore di α .

Come si può vedere anche dal codice MATLAB, per ricavarsi i valori \hat{u}_n , che consentono di stimare le varie frequenze Doppler, viene effettuato un filtraggio nel dominio frazionario ovvero, come già illustrato in precedenza, viene prima calcolato

il valore \hat{u}_n dove si registra il massimo della trasformata e successivamente viene creato un filtro a banda stretta centrato proprio su \hat{u}_n per eliminare la componente di segnale; in seguito reiterando la procedura si vanno a stimare i successivi valori in cui si registra il picco. Nelle immagini sotto si riportano i passaggi di stima del valore \hat{u}_n e successivo filtraggio della componente di segnale relativa al target.







In fine vengono riportate nella tabella 4.5 le stime dei parametri Doppler ottenute; come si vede anche in questo caso possiamo dire che lo scostamento tra la stima e il valore reale rimane abbastanza contenuto.

f(Hz)	<i>f</i> (Hz)	Var (%)	$K(H_z^2)$	$\widehat{K}(H_z^2)$	Var (%)
460.78 461.84	476.88 449.52	3.49 2.66	-510.82	-539.52	5.61

Tab. 4.5

Successivamente sono state eseguite altre simulazioni in cui si sono variate le coordinate iniziali dei due target; come si vede dalla (3.37) (3.38) e poi dalla (3.47) e (3.48), il rate di modulazione K non deve variare e di conseguenza neanche l'angolo ottimo di rotazione α , quello che invece deve variare sono le frequenze Doppler dei due target e quindi anche il valore in cui si ha il picco della trasformata u_n . I risultati sono riportati in tabella 4.6 e 4.7.

Target (m)	Velocità (m/s)	$\hat{\alpha}$ (rad)	û
5, Y ₀ +5, 0 5, Y ₀ -5, 0	-8, -9	0.99772	112749 105734
	Tab. 4.6		

<i>f</i> (Hz)	<i>Î</i> (Hz)	Var (%)	$K(H_z^2)$	$\widehat{K}(H_z^2)$	Var (%)
436.80	439.54	0.62	-510.82	-539.52	5.61
435.74	412.20	5.40			

Tab.	4.7
------	-----

Per concludere abbiamo variato anche il vettore velocità; quello che ci si deve aspettare, osservando le formule citate prima, è che non siano solo le frequenze Doppler a cambiare ma anche il rate di modulazione K.

Target (m)	Velocità (m/s)	$\hat{\alpha}$ (rad)	û
10, <i>Y</i> ₀ , 0 10, <i>Y</i> ₀ -5, 0	-11, -8	0.99772	114859 105779

Tab.	4.8
------	-----

f(Hz)	<i>Î</i> (Hz)	Var (%)	$K(H_z^2)$	$\widehat{K}(H_z^2)$	Var (%)
401.74 401.27	447.77 412.37	11.45 2.76	-525.43	-539.52	2.68

Tab.	4.9
------	-----

4.2.3 Stima della posizione e della velocità di target in movimento

In questa ultima simulazione si va nuovamente a stimare i parametri Doppler del segnale proveniente dai target in movimento, inoltre viene anche stimata la posizione dei target e la componente di velocità lungo l'azimut supponendo nota la componente lungo il range, come già fatto vedere nelle espressioni $(3.52) \div (3.54)$.

Nella tabella 4.10 vengono riportate le coordinate dei target in movimento e il vettore velocità considerato con la stima dell'angolo ottimo di rotazione e delle frequenze Doppler.

Target	Velocità(m/s)	α (rad)	<i>f</i> (Hz)	<i>f</i> (Hz)	Var(%)
0, Y ₀ ,0 15,Y ₀ +15, 0	-9,-9	0.99772	424.01 462.55	425.93 466.79	0.45 0.91

Tab. 4.10

Nella figura 4.11 viene rappresentato il piano (α , u) in cui vengono riportati i due picchi relativi ai target in movimento. Per stimare i valori \hat{u}_n , che determinano le

frequenze Doppler riportate nella tabella sopra, si è di nuovo effettuato un filtraggio nel dominio frazionario, come si può vedere anche dalle figure sotto, ovvero si è considerato la trasformata del segnale con l'angolo di rotazione ottimo stimato, che nel piano (α , u) equivale a considerare tutti i campioni della FrFT per un particolare valore di alfa, quello appunto in cui si collocano i picchi del segnale; si è poi determinato il valore \hat{u}_n dove si registra il massimo della trasformata creando successivamente un filtro per eliminare tale componente di segnale. Reiterando questa procedura si sono determinati tutti i valori \hat{u}_n .











Fig. 4.14

In fine nella tabella 4.11 e 4.12 vengono riportate le stime della posizione e della velocità dei target.

Α	Â	Var (%)	v_x (m/s)	\widehat{v}_x (m/s)
-7.70	-7.74	0.51	-9	-13
-7.71	-7.65	0.77		

Tab. 4.11

X (m)	X (m)	Y (m)	Ŷ(m)	
0	1	4000	4060	
15	18	4015	3912	











Fig. 4.16

4.3 Trasformate tempo-frequenza per ISAR imaging

In questo capitolo vengono riportate le simulazioni relative alla tecnica range-Doppler che, come visto nel Cap.1, utilizza la trasformata di Fourier come strumento di radar imaging, e le simulazioni relative alla tecnica RID e GRD. Queste due tecniche sono state introdotte nel Cap.3 come "alternativa" alla classica analisi range-Doppler per ottenere immagini ISAR del bersaglio con più elevata risoluzione nel caso in cui il bersaglio sia sottoposto a movimenti di rotazione complessi (maneuvering target). Le due tecniche, come già detto, sfruttano due diverse trasformate tempo-frequenza con l'obbiettivo di mitigare l'espansione dello spettro di Fourier causato da una Doppler tempo-variante, che si avrebbe qualora si utilizzasse la trasformata di Fourier senza aver prima implementato complessi algoritmi di compensazione del moto per singoli scatteratori. Di seguito quindi si confrontano le immagini prodotte dalle varie tecniche di imaging nel caso in cui il bersaglio sia sottoposto o meno a movimenti complessi di rotazione.

4.3.1 Tecnica RD - range-Doppler

Il codice che implementa la tecnica RD è stato, come sempre, realizzato in ambiente MATLAB.

Solo per completezza si fa notare che una convenzione per la rappresentazione dell'orientamento di un oggetto, particolarmente utilizzata in campo aereonautico, è la convenzione RPY (Roll, Pitch, Yaw) ovvero rollio, beccheggio e imbardata. Secondo tale convenzione gli angoli di rollio φ , beccheggio v e imbardata μ vengono definiti eseguendo tre rotazioni successive intorno agli assi di riferimento del sistema cartesiano come riportato in figura sotto. Queste rotazioni costituiscono le principali sorgenti del vettore effettivo di rotazione e quindi giocano un ruolo importante nell'imaging ISAR; infatti, come si vede dalle prove riportate sotto, se il valore delle ampiezze e dei periodi di tali movimenti angolari è elevato e quindi se il target viene sottoposto a movimenti angolari significativi, la tecnica RD peggiora notevolmente e diventa perciò necessario ricorrere ad altri metodi.



Fig. 4.17

I parametri che sono stati fatti variare nelle tre simulazioni sono riportati di seguito:

Prova 1

Parametri del Target		Parametri del Radar	
Orientazione Target - deg	[φ, ν, μ] = [0, 0, 0]	Portante - GHz	$f_0 = 9$
Velocità del Target - m/s	v = 50	Banda – MHz	B = 400
Ampiezza oscillazioni – deg	[R, P, Y] = [5, 3, 2]	Tempo osservazione - s	T = 0.5
Periodo oscillazioni – sec	[R, P, Y] = [8, 8, 5]	PRI - msec	Tr = 0.97

Tab. 4.13

Prova 2

Parametri del Target		Parametri del Radar	
Orientazione Target - deg	[φ, ν, μ] = [0, 0, 0]	Portante - GHz	$f_0 = 9$
Velocità del Target - m/s	<i>v</i> = 50	Banda – MHz	B = 400
Ampiezza oscillazioni – deg	[R, P, Y] = [8, 5, 7]	Tempo osservazione - s	T = 0.5
Periodo oscillazioni – sec	[R,P,Y]=[27,27,27]	PRI - msec	Tr = 0.97

Tab.	4.	14
------	----	----

Prova 3

Parametri del Target		Parametri del Radar	
Orientazione Target - deg	$[\phi, \nu, \mu] = [0, 0, 0]$	Portante - GHz	<i>f</i> ₀ = 9
Velocità del Target - m/s	v = 50	Banda – MHz	B = 400
Ampiezza oscillazioni – deg	[R, P, Y] = [5, 3, 2]	Tempo osservazione - s	T = 1.3
Periodo oscillazioni – sec	[R,P,Y]=[50,50,50]	PRI - msec	Tr = 2.54
Velocità del Target - m/s Ampiezza oscillazioni – deg Periodo oscillazioni – sec	v = 50 [R, P, Y] = [5, 3, 2] [R,P,Y]=[50,50,50]	Banda – MHz Tempo osservazione - s PRI - msec	B = 400 T = 1.3 Tr = 2.54

Tab. 4.15

Nella prima prova abbiamo impostato tempo di osservazione, ampiezze e periodi delle oscillazioni a valori "standard", e, come si vede dalla figura 4.19, applicando la tecnica RD il target viene focalizzato. Nella seconda prova è stata aumentata l'entità delle oscillazioni, quindi il target è stato sottoposto a movimenti angolari più intensi; in questo caso, come fa notare anche la figura 4.20, la tecnica RD peggiora notevolmente. Infine nella terza prova è stato considerato un tempo di osservazione maggiore, che dovrebbe consentire di ottenere una risoluzione lungo il cross-range migliore; anche in questo caso la tecnica RD fallisce in quanto la variazione del vettore di rotazione non può più essere considerata uniforme nel tempo e quindi si generano degli effetti di spreading dovuti ad una frequenza Doppler relativa a ciascun scatter tempo variante. Quindi è necessario trovare nuovi metodi alternativi alla classica tecnica RD, per riuscire a focalizzare il bersaglio nei casi in cui il tempo di osservazione sia elevato o il bersaglio effettui movimenti di rotazione significativi.



Fig. 4.18

PROVA 1



Fig. 4.19

PROVA 2





PROVA 3



Fig. 4.21

4.3.2 Tecnica RID – range instantaneous Doppler

Sulla base delle operazioni schematizzate in figura 3.26, si è implementato un codice MATLAB, che sostituisce alla trasformata di Fourier la trasformata tempo-frequenza WVD e si sono ripetute le simulazioni con gli stessi parametri operativi utilizzati in precedenza con la tecnica RD.

Nella prima prova di nuovo si sono utilizzati parametri standard, sia per quanto riguarda i movimenti angolari che il tempo di osservazione e, anche in questo caso, si è ottenuto una immagine focalizzata del target. Nella seconda prova si è considerato il caso di target sottoposto a movimenti angolari significativi; in questo caso, rispetto alla tecnica RD, si riesce ad ottenere un'immagine con una risoluzione migliore. Infine nella terza prova, in cui si aumentava il tempo di osservazione, tramite l'impiego della tecnica RID si riesce ad ottenere un risultato comunque migliore di quello ottenuto con la tecnica RD.

Prova 1

Parametri del Target		Parametri del Radar	
Orientazione Target - deg	[φ, ν, μ] = [0, 0, 0]	Portante - GHz	$f_0 = 9$
Velocità del Target - m/s	v = 50	Banda – MHz	B = 400
Ampiezza oscillazioni – deg	[R, P, Y] = [5, 3, 2]	Tempo osservazione - s	T = 0.5
Periodo oscillazioni – sec	[R, P, Y] = [8, 8, 5]	PRI - msec	Tr = 0.97

Tab. 4.16

Prova 2

Parametri del Target		Parametri del Radar	
Orientazione Target - deg	[φ, ν, μ] = [0, 0, 0]	Portante - GHz	$f_0 = 9$
Velocità del Target - m/s	<i>v</i> = 50	Banda – MHz	B = 400
Ampiezza oscillazioni – deg	[R, P, Y] = [8, 5, 7]	Tempo osservazione - s	T = 0.5
Periodo oscillazioni – sec	[R,P,Y]=[27,27,27]	PRI - msec	Tr = 0.97

Tab.	4.17
------	------

Prova 3

	Parametri del Radar	
[φ, ν, μ] = [0, 0, 0]	Portante - GHz	<i>f</i> ₀ = 9
v = 50	Banda – MHz	B = 400
[R, P, Y] = [5, 3, 2]	Tempo osservazione - s	<i>T</i> = 1.3
[R,P,Y]=[50,50,50]	PRI - msec	Tr = 2.54
	$[\varphi, \nu, \mu] = [0, 0, 0]$ $\nu = 50$ [R, P, Y] = [5, 3, 2] [R,P,Y]=[50,50,50]	Parametri del Radar [φ, ν, μ] = [0, 0, 0] Portante - GHz ν = 50 Banda - MHz [R, P, Y] = [5, 3, 2] Tempo osservazione - s [R,P,Y]=[50,50,50] PRI - msec

Tab. 4.18



Fig. 4.22

PROVA 1

RID ISAR image



Fig. 4.23
PROVA 2



Fig. 4.24







4.3.3 Tecnica GRD – generalized range Doppler

Sulla base di ciò che abbiamo detto nel paragrafo 3.4, si è creato un nuovo codice MATLAB che implementa la tecnica GRD. Le simulazioni, come nei casi precedenti, sono state eseguite inizialmente considerando parametri "standard", sia per quanto riguarda i movimenti angolari compiuti dal target che per il tempo di osservazione e, anche in questo caso si è ottenuto un'immagine focalizzata del target. Successivamente si è considerato il caso di target sottoposto a movimenti angolari maggiori, che come già visto, faceva fallire la classica tecnica RD per i motivi già illustrati precedentemente; quello che si nota è che con l'utilizzo della trasformata frazionaria si riesce ad ottenere di nuovo un'immagine migliore del target come accadeva nella tecnica RID. Nella terza prova viene considerato un tempo di osservazione del target maggiore, questo come già detto precedentemente per ottenere risoluzioni migliori lungo il cross-range; quello che si nota osservando la figura 4.29, è che grazie all'utilizzo della FrFT si riesce ad ottenere un risultato comunque migliore rispetto alla tecnica RD. Chiaramente un tempo di osservazione maggiore fa si che non si possa più considerare l'angolo di vista linearmente variabile nel tempo, e quindi non si possa più considerare costante la componente del vettore di rotazione, ortogonale alla LOS, che effettivamente viene percepita dal radar; questo fa si che il dominio di Fourier venga campionato non uniformemente e ciò genera dei problemi nella ricostruzione dell'immagine che sono parzialmente attenuati dall'uso della FrFT così come dalla tecnica RID.

Prova 1

Parametri del Target		Parametri del Radar	
Orientazione Target - deg	$[\phi, \nu, \mu] = [0, 0, 0]$	Portante - GHz	<i>f</i> ₀ = 9
Velocità del Target - m/s	v = 50	Banda – MHz	B = 400
Ampiezza oscillazioni – deg	[R, P, Y] = [5, 3, 2]	Tempo osservazione - s	T = 0.5
Periodo oscillazioni – sec	[R, P, Y] = [8, 8, 5]	PRI - msec	Tr = 0.97

Tab. 4	4.19
--------	------

Prova 2

Parametri del Target		Parametri del Radar	
Orientazione Target - deg	$[\phi, \nu, \mu] = [0, 0, 0]$	Portante - GHz	<i>f</i> ₀ = 9
Velocità del Target - m/s	v = 50	Banda – MHz	B = 400
Ampiezza oscillazioni – deg	[R, P, Y] = [8, 5, 7]	Tempo osservazione - s	T = 0.5
Periodo oscillazioni – sec	[R,P,Y]=[27,27,27]	PRI - msec	Tr = 0.97

Tab. 4.20

Prova 3

Parametri del Target		Parametri del Radar	
Orientazione Target - deg	$[\phi, \nu, \mu] = [0, 0, 0]$	Portante - GHz	<i>f</i> ₀ = 9
Velocità del Target - m/s	v = 50	Banda – MHz	B = 400
Ampiezza oscillazioni – deg	[R, P, Y] = [5, 3, 2]	Tempo osservazione - s	T = 1.3
Periodo oscillazioni – sec	[R,P,Y]=[10,10,8]	PRI - msec	Tr = 2.54





Fig. 4.26

PROVA 1



Fig. 4.27

PROVA 2



Fig. 4.28

PROVA 3



Fig. 4.29

4.4 ISAR multicanale

Nei capitoli precedenti si sono considerate tecniche, come ad esempio la tecnica STAP o la tecnica DPCA, che cercavano di annullare o quanto meno di ridurre un segnale di disturbo che si sommava al segnale utile ricevuto. Come si è visto, precedentemente il problema era quello della rivelazione e poi successivamente della compensazione del moto di target in movimento osservati da un sistema SAR; in questo caso il segnale che veniva riflesso dalla scena fissa verso il SAR, che normalmente costituisce il segnale utile, rappresentava il segnale di disturbo che si sommava al segnale, invece utile, proveniente dai target in movimento. Sia la tecnica STAP che la DPCA richiedevano l'utilizzo di due o più canali e quindi per poter essere implementate era necessario far riferimento ad un sistema MSAR.

Successivamente, si andava a considerare due diverse tecniche che sfruttavano due diverse trasformate tempo-frequenza, la WVD e la FrFT, per cercare di ottenere

immagini ISAR del target migliori rispetto alla classica procedura di elaborazione del segnale, questo nel caso di target sottoposto a movimenti di rotazione complessi. In questo paragrafo si è considerato il caso della presenza di un segnale di disturbo sovrapposto al segnale utile proveniente dal bersaglio; in questo caso, come si vedrà dalle simulazioni successive, il disturbo degrada fortemente l'immagine ISAR per cui è necessario applicare di nuovo la tecnica DPCA sul segnale ricevuto per ridurne il livello di rumore e quindi è necessario andare a considerare un sistema ISAR multicanale.

Il passo successivo, è stato quindi quello di considerare un sistema ISAR a due canali che osserva un bersaglio esteso sottoposto anche a movimenti di rotazione complessi; grazie all'utilizzo di più canali è stato possibile implementare la tecnica DPCA, già descritta in precedenza, e ridurre il livello di rumore presente sui segnali ricevuti dai canali del sistema ISAR. Una volta ridotto il livello di rumore presente sul segnale utile è stato possibile implementare la classica tecnica RD per ottenere l'immagine ISAR del bersaglio in movimento, a tale tecnica si è contrapposta la tecnica GRD che fa uso della trasformata frazionaria di Fourier e che è in grado, come visto in precedenza, di produrre immagini ISAR più accurate nel caso in cui il target sia sottoposto movimenti di rotazione complessi.

Nella figura 4.30 sotto viene riportato in breve uno schema di quello che è stato fatto.

Il sistema ISAR chiaramente si può trovare ad osservare anche più di un bersaglio in movimento, come ad esempio una schiera di aerei in volo; questi bersagli, che rientrano tutti nello stesso fascio d'antenna, hanno differenti traiettorie, differenti velocità e possono effettuare anche differenti movimenti di rotazione. Applicando le convenzionali tecniche di radar imaging, come il processing range-Doppler o anche le altre tecniche che sfruttano le diverse trasformate tempo-frequenza, si nota che queste riescono a lavorare bene solo con un singolo bersaglio in movimento; ovvero, come si vede dalle simulazioni riportate in seguito, queste tecniche riescono a focalizzare solamente un target in movimento.



Fig. 4.30

Quello che si può osservare, anche sulla base di ciò che si è dimostrato in precedenza, è che target che si muovono con differenti velocità, che hanno traiettorie diverse e che effettuano durante il moto movimenti di rotazione diversi tra di loro, producono sicuramente frequenze Doppler differenti; quindi il segnale ricevuto dal sistema sarà un segnale LMF a più componenti, ciascuna delle quali corrisponde ad un diverso target. Sia nel caso SAR che nel caso ISAR, si è utilizzato la trasformata frazionaria di Fourier, sostituendola alla classica trasformata di Fourier, in quanto si è dimostrato che questo tipo di trasformata non solo riusciva a rivelare segnali chirp ma consentiva anche di stimarne i parametri, ovvero frequenza Doppler e rate di modulazione; l'idea è stata quindi quella di creare un nuovo algoritmo che sfruttasse sempre le proprietà della FrFT per rivelare e isolare le componenti del segnale chirp ricevuto corrispondenti ai diversi target. Una volta separate le componenti del segnale ricevuto si può pensare di applicare a ciascuna componente una delle tecniche di elaborazione viste in precedenza per ottenere l'immagine ISAR e quindi

per ottenere complessivamente le immagini di tutti i target in movimento presenti nella scena.

4.4.1 Simulazione ISAR multicanale

In questa prima parte di simulazioni viene affrontato il problema di un segnale di disturbo che si va a sommare al segnale proveniente dal bersaglio in movimento. Come già detto sopra, per ridurre il livello di rumore viene implementata la tecnica DPCA e quindi si va a considerare un sistema ISAR a due canali.

Nella figura 4.31 sotto viene riportata in maniera molto schematica la geometria del sistema considerato.

Come già visto nel Cap.1, viene considerato un sistema di riferimento solidale con il bersaglio di coordinate x - y centrate nel punto P_0 , detto anche punto di riferimento, di coordinate $x_0 - y_0$. Per poter applicare l'approssimazione di "straight iso-range", si considerava un nuovo sistema di coordinate u - v sempre centrato nel punto $x_0 - y_0$ non solidale con il bersaglio, dove l'asse u, dipendente dal tempo, è ottenuto dal proseguimento della LOS; in questo caso, essendo presente un nuovo canale, si definisce un ulteriore sistema di coordinate $u_2 - v_2$ dove l'asse u_2 è ottenuto dal proseguimento della congiungente canale2 - punto di riferimento, ovvero dalla LOS 2.

L'approssimazione "straight iso-range" riguardava l'espressione della distanza R(x, y, t) ovvero della distanza tra radar e un punto preso sul bersaglio, di fatto tale approssimazione consisteva nel proiettare gli scatteratori facenti parte bersaglio lungo la LOS; in questo caso avendo considerato un sistema a due canali si ottengono due proiezioni diverse lungo le rispettive LOS ovvero due misure di distanza tra i vari scatteratori del bersaglio e i canali del sistema al variare dello slow-time differenti e quindi dei ritardi, sempre tra i vari scatteratori e i canali dell'ISAR, al variare dello slow-time diversi che portano appunto alla formazione dei due segnali ricevuti. Sui segnali ricevuti si somma il clutter e si applica inizialmente la tecnica DPCA per vedere se si ottiene o meno una riduzione del rumore.



Fig. 4.31

Riassumendo, si è simulato un sistema ISAR multicanale e si è inizialmente rappresentato il segnale ricevuto sui due canali in assenza di clutter; successivamente si è sommato il disturbo e si sono rappresentate nuovamente le immagini del target su entrambi i canali. Come si vede il clutter rende completamente non visibile il bersaglio all'interno dell'immagine per cui si va ad applicare la tecnica DPCA e in seguito, sul segnale ottenuto, si applica la classica tecnica RD. Il risultato che si ottiene, come mostrato anche dalla figura 4.37, è di una buona riduzione del clutter che consente nuovamente di rendere visibile il bersaglio all'interno dell'immagine.

Simulazione 1

Parametri del Target		Parametri del Radar	
Orientazione Target - deg	$[\phi, \nu, \mu] = [0, 0, 0]$	Portante - GHz	<i>f</i> ₀ = 9
Velocità del Target - m/s	v = 50	Banda – MHz	B = 400
Ampiezza oscillazioni – deg	[R, P, Y] = [5, 3, 2]	Tempo osservazione - s	T = 0.5
Periodo oscillazioni – sec	[R, P, Y] = [8, 8, 5]	PRI - msec	Tr = 0.97

Tab. 4.22



Fig. 4.32



Fig. 4.33





Fig. 4.34



Fig. 4.35









Fig. 4.37

Come già riportato nello schema di figura 4.30, dopo aver applicato al segnale DPCA la classica tecnica RD, questa viene confrontata con un processing che sfrutta la trasformata frazionaria in sostituzione della classica trasformata di Fourier.

Viene quindi considerato sempre un sistema ISAR multicanale, viene simulato su entrambi i canali il segnale ricevuto da un bersaglio in movimento e viene poi sommato il clutter. Dopo aver ricavato il segnale DPCA, viene effettuata una ricerca dell'angolo ottimo di rotazione e successivamente impiegata la trasformata frazionaria per ottenere l'immagine ISAR del bersaglio.

Simulazione 2

Parametri del Target		Parametri del Radar	
Orientazione Target - deg	$[\phi, \nu, \mu] = [0, 0, 0]$	Portante - GHz	<i>f</i> ₀ = 9
Velocità del Target - m/s	v = 50	Banda – MHz	B = 400
Ampiezza oscillazioni – deg	[R, P, Y] = [5, 3, 2]	Tempo osservazione - s	T = 0.5
Periodo oscillazioni – sec	[R, P, Y] = [8, 8, 5]	PRI - msec	Tr = 0.97

Tab. 4.23



GRD ISAR image

Fig. 4.38

Come si vede dalla figura 4.38 anche in questo caso grazie all'elaborazione DPCA, che riduce notevolmente il clutter presente su entrambi i canali, si riesce ad ottenere un'immagine visibile del bersaglio; l'immagine ottenuta applicando la FrFT è migliore di quella che si è ottenuto applicando al segnale DPCA la tecnica RD.

4.4.2 Simulazioni ISAR multicanale con più bersagli

In quest'ultima parte si affronta il caso della presenza di più target in movimento. Ogni target si muove con una certa velocità ed ha una orientazione iniziale ed una traiettoria propria, inoltre durante il tempo di osservazione il target effettua movimenti di rotazione ovviamente differenti dagli altri target. Come fatto in precedenza si va a sommare al senale ricevuto dai vari target un segnale di disturbo, quindi per poter applicare la tecnica DPCA si considera nuovamente un ISAR multicanale, dove su ogni canale sarà in questo caso presente la somma dei segnali provenienti dai vari target.

Nella prima simulazione viene creato un codice, dove appunto viene simulato un sistema ISAR multicanale che osserva due target in movimento, ciascuno dei quali si muove con una certa velocità seguendo la propria traiettoria. Sui due canali, oltre ad essere presente il segnale ricevuto da entrambi i target, viene sommato il clutter che, come già visto dalle precedenti simulazioni, degrada fortemente l'immagine ISAR, per cui viene nuovamente applicata la tecnica DPCA seguita dalla tecnica RD.

Quello che si nota è che mentre la tecnica DPCA seguita dalla classica tecnica RD dà buoni risultati nel caso di un singolo target in movimento, quando il sistema si trova ad osservare più target in movimento questo processing non è in grado di focalizzare entrambi i bersagli e quindi, come si vede anche dall'immagine 4.50, un bersaglio viene defocalizzato.

Simulazione 1

	Parametri Target 1	Parametri Target 2
Orientazione Target (deg)	[φ, ν, μ] = [0°, 0°, 0°]	[φ, ν, μ] = [4°, 3°, 2°]
Velocità Target (m/s)	v = 70	v = 50
Ampiezza oscillazioni (deg)	[R, P, Y] = [5°, 3°, 2°]	[R, P, Y] = [5°, 5°, 4°]
Periodo oscillazioni (sec)	[R, P, Y] = [8, 8, 5]	[R, P, Y] = [8, 8, 5]

Tab. 4.24



Fig. 4.39





Fig. 4.40

Come già fatto nei precedenti casi, in sostituzione della trasformata di Fourier si prova a utilizzare la trasformata frazionaria per cercare di migliorare il risultato ottenuto; quindi nella seconda simulazione riportata sotto, come fatto per il caso di un solo bersaglio in movimento, viene considerato un altro codice, che utilizza la trasformata FrFT anziché basarsi sulla classica tecnica RD.

Come sempre viene simulato un sistema ISAR a due canali che osserva due target in movimento, al segnale ricevuto viene sommato il clutter e applicata la DPCA per ridurne l'intensità; successivamente sul segnale ottenuto si applica la procedura di ricerca dell'angolo ottimo di rotazione e una volta ricavato tale angolo si utilizza la FrFT per ricostruirsi l'immagine ISAR. Quello che si ottiene però non è un miglioramento dell'immagine rispetto al precedente codice, come accadeva nelle simulazioni passate, ovvero anche in questo caso un target viene defocalizzato, il che significa che anche questa tecnica da buoni risultati ma solo in presenza di un singolo target in movimento.

Simulazione 2

	Parametri Target 1	Parametri Target 2
Orientazione Target (deg)	$[\phi, \nu, \mu] = [0^{\circ}, 0^{\circ}, 0^{\circ}]$	$[\phi, \nu, \mu] = [4^{\circ}, 3^{\circ}, 2^{\circ}]$
Velocità Target (m/s)	v = 70	v = 50
Ampiezza oscillazioni (deg)	$[R, P, Y] = [5^{\circ}, 3^{\circ}, 2^{\circ}]$	$[R, P, Y] = [5^{\circ}, 5^{\circ}, 4^{\circ}]$
Periodo oscillazioni (sec)	[R, P, Y] = [8, 8, 5]	[R, P, Y] = [8, 8, 5]

Tab. 4.25



Fig. 4.41

Quello che ci si aspetta di ottenere simulando target con velocità diverse che effettuano movimenti di rotazione differenti l'uno dall'altro, è che i segnali prodotti sui due canali in ricezione siano a frequenza Doppler differente. Quindi andando a considerare la matrice che raccoglie al variare dell'angolo di rotazione le trasformate frazionarie del segnale DPCA, come viene fatto nel caso della ricerca dell'angolo ottimo di rotazione, ci si aspetta di ottenere per lo stesso valore di α , o per differenti valori di α nel caso in cui il rate di modulazione del segnale chirp multicomponente sia diverso da componente a componente, più picchi corrispondenti ai diversi target che vengono osservati. Si è quindi creato un nuovo codice, che una volta ottenuto il segnale DPCA, sempre attraverso l'uso della trasformata FrFT riesce ad individuare ed isolare nel dominio trasformato le componenti di segnale relative ai singoli target e successivamente, una volta isolate e riportate nel dominio del tempo, applica la tecnica GRD su ogni singola componente per ottenere l'immagine ISAR relativa ciascun target in movimento.

Simulazione 3

	Parametri Target 1	Parametri Target 2
Orientazione Target (deg)	$[\phi, \nu, \mu] = [0^{\circ}, 0^{\circ}, 0^{\circ}]$	$[\varphi, \nu, \mu] = [4^{\circ}, 3^{\circ}, 2^{\circ}]$
Velocità Target (m/s)	v = 70	v = 50
Ampiezza oscillazioni (deg)	$[R, P, Y] = [5^{\circ}, 3^{\circ}, 2^{\circ}]$	$[R, P, Y] = [5^{\circ}, 5^{\circ}, 4^{\circ}]$
Periodo oscillazioni (sec)	[R, P, Y] = [8, 8, 5]	[R, P, Y] = [8, 8, 5]

Tab. 4.26



GRD ISAR image - Target n1

Fig. 4.42



Fig. 4.43

Come si osserva dalle immagini di figura 4.42 e 4.43, in questo caso riuscendo ad isolare, attraverso un filtraggio nel dominio frazionario, le singole componenti relative ai vari target in movimento, si riesce ad ottenere delle immagini migliori rispetto alle precedenti simulazioni.

Lo stesso procedimento di filtraggio, nel dominio frazionario, delle componenti relative ad ogni bersaglio e di successiva applicazione della tecnica GRD per ricostruirsi l'immagine ISAR relativa a ciascuna componente, è stato applicato anche nel caso in cui il sistema ISAR multicanale si trovi ad osservare tre bersagli in movimento, ciascuno sempre con i propri parametri di moto e considerando sempre un segnale di rumore presente su entrambi i canali. Sotto vengono riportati i parametri relativi ai tre bersagli in movimento e la corrispondente immagine ISAR ottenuta.

Simulazione 4

	Target 1	Target 2	Target 3
Orientazione Target (deg), [φ,ν,μ]	[2°, 2.5°, 0.2°]	[0.5°, 0.5°, 0.4°]	[0°, 0°, 0°]
Velocità Target (m/s)	v = 70	v = 60	v = 50
Ampiezza oscillazioni (deg), [R, P, Y]	[5°, 3°, 2°]	[5°, 5°, 4°]	[5°, 4°, 2°]
Periodo oscillazioni (sec), [R, P, Y]	[8, 8, 5]	[8, 8, 5]	[8, 8, 5]

Tab. 4.27



Fig. 4.44



Fig. 4.45

GRD ISAR image

Capitolo 5 Analisi di dati reali SAR multicanale

La rivelazione di target in movimento a terra, spesso indicata con l'acronimo GMTI - Ground Moving Target Indication, è una delle principali applicazioni rese possibili dall'impiego di un sistema SAR multicanale su piattaforme aeree o satellitari; come già dettagliatamente discusso, grazie all'utilizzo di tecniche di elaborazione del segnale, come lo STAP, rese possibili dall'impiego di più canali in ricezione, è possibile sopprimere il segnale re-irradiato dal terreno e quindi rivelare eventuali target in movimento andando successivamente a stimarne la posizione e la velocità. La rivelazione di target in movimento a terra rimane un argomento di complessa trattazione specie quando i target sono immersi in un forte clutter di terra; come visto però nelle simulazioni riportate nel precedente capitolo, grazie alla tecnica STAP è possibile ottenere ottimi risultati nella soppressione appunto del clutter. Oltre allo STAP, sempre per quanto riguarda la reiezione del clutter, è stata considerata la tecnica DPCA resa possibile anche essa grazie all'impiego di un sistema multicanale; questa tecnica ha come vantaggio quello di evitare il pesante processing richiesto dallo STAP a scapito però di una peggiore performance nella soppressione del clutter e quindi nella rivelazione di target in movimento. Come già fatto notare tale tecnica consiste nel far osservare ai canali del sistema SAR, separati da una distanza opportunamente scelta, la medesima scena, in modo tale che nei segnali ricevuti l'unica variazione sia attribuibile all'eco proveniente da eventuali target in movimento mentre il clutter di terra, che rimane stazionario, può essere soppresso semplicemente attraverso la differenza dei segnali ricevuti.

Si può allora intuire la necessità che le immagini SAR complesse siano coregistrate con elevata precisione, infatti se così non fosse non è più possibile attribuire ad eventuali target in movimento variazioni che si riscontrano nelle due immagini; ciò determina una parziale perdita di informazione che porta inevitabilmente ad una elevata degradazione delle performance di rivelazione della tecnica DPCA [38] [43].

La coregistrazione delle immagini in generale è quindi un passo assai importante non solo nella rivelazione di target in movimento, mediante tecnica DPCA o STAP, ma ad esempio anche nell'interferometria SAR (InSAR). Trovare il modello di trasformazione ottimo che allinea spazialmente l'immagine SAR presa come riferimento, detta anche master image, con l'altra immagine SAR, detta slave image, ovvero far coincidere i pixel dell'immagine master con gli stessi pixel dell'immagine slave, migliora la coerenza dell'interferogramma e di conseguenza porta alla formazione di DEM (Digital Elevation Model) più accurati [38] [39].

L'idea, come si vede meglio anche in figura 5.1, potrebbe essere quindi quella calcolare "l'offset", sia in range che in azimut, che separa l'immagine master dall'immagine slave ed utilizzarlo per effettuare una traslazione di un'immagine sull'altra; l'offset può essere stimato andando di volta in volta a calcolarsi il coefficiente di correlazione, riportato in (5.1), su una finestra mobile di NxN pixel che scorre sulle due immagini, [39].

$$\gamma = \frac{|\sum_{c} \sum_{l} u1(c,l)u2^{*}(c,l)|}{\sqrt{\sum_{c} \sum_{l} |u1(c,l)|^{2} \sum_{c} \sum_{l} |u2(c,l)|^{2}}}$$
(5.1)

dove con u1 e u2 abbiamo rispettivamente indicato i dati delle due immagini complesse master e slave.



Fig. 5.1

Abbiamo quindi visto che in un sistema SAR multicanale i dati che vengono acquisiti mediante l'utilizzo di un array posizionato lungo la direzione di volo della piattaforma, sia nel caso in cui vadano a formare le immagini SAR utilizzate poi per ricavarsi l'interferogramma e successivamente quindi per arrivare alla formazione di un DEM dell'area osservata, o nel caso in cui vengano usati per implementare tecniche di elaborazione come lo STAP o la DPCA per la rivelazione di target in movimento, sono altamente influenzati dal disadattamento che può esserci tra i vari canali del sistema; infatti tale disadattamento peggiora la correlazione tra gli stessi canali e quindi automaticamente peggiora le performance della tecnica utilizzata.

Ciascun canale in ricezione è composto chiaramente dagli stessi dispositivi elettronici quali amplificatori a RF, mixer, amplificatori a frequenza intermedia (IF) ecc; il cambiamento, inevitabile, nelle caratteristiche di questi circuiti causerà in generale un cambiamento nella risposta in frequenza dei ricevitori stessi. La differenza tra le risposte in frequenza dei canali in ricezione è indicata appunto come disadattamento e, così come la differenza, sia in fase che in ampiezza, tra i diversi pattern d'antenna porta, come già detto, ad un peggioramento delle tecniche di soppressione del clutter; chiaramente il disadattamento tra i vari canali cambierà nel tempo [38] [41] [43]. L'equalizzazione può essere un altro metodo per cercare di compensare il disadattamento e quindi migliorare la correlazione tra i vari canali in ricezione; tipicamente l'equalizzatore viene realizzato mediante un filtro FIR, i cui coefficienti vengono calcolati con opportuni metodi, e inserito dietro a ciascun canale [40] [41].

Questo ultimo capitolo considera il problema del disadattamento che può verificarsi tra i vari canali in ricezione che determina un peggioramento delle tecniche soppressione del clutter per la rivelazione di target in movimento a terra, e introduce, seppur sommariamente senza entrare troppo nello specifico, alcune tecniche che mirano a ridurre tale disadattamento come ad esempio l'equalizzazione implementata mediante un filtro FIR, la coregistrazione delle immagini e una ulteriore tecnica di imaging, che verrà descritta in seguito, sempre per ottenere una soppressione del clutter robusta appunto al disadattamento dei canali [38].

Si mette subito in evidenza il fatto che a queste tecniche viene fatta seguire la tecnica DPCA per la soppressione del clutter di terra e la rivelazione di target in movimento; tale tecnica come già messo in evidenza nei capitoli precedenti non è in grado di raggiungere le stesse prestazioni dello STAP nemmeno considerando una situazione "ideale", ovvero non considerando i problemi di disadattamento tra i canali che appunto ne riducono ancora di più le prestazioni.

Le simulazioni sono state eseguite utilizzando dei dati reali ottenuti da una campagna di misura che ha avuto luogo nel mese di Giungo dell'anno 2013 vicino all'aeroporto di Teuge situato nella provincia di Gelderland, Paesi Bassi. Per acquisire i dati è stata utilizzata come antenna in trasmissione un'antenna ad horn mentre per le due antenne in ricezione sono stati utilizzati dei patch a microstriscia; sia l'antenna in trasmissione che l'array in ricezione sono stati montati su una piattaforma aerea, nel caso specifico su un Cessna 208B Grand Caravan PH-SWP, riportato in figura 5.2, proveniente da centro di paracadutismo sempre dell'aeroporto di Teuge.

L'acquisizione dei dati è stata ottenuta volando sopra una autostrada che si trova appunto in prossimità dell'aeroporto; l'autostrada rimane perpendicolare alla traiettoria di volo della piattaforma aerea, come è possibile anche vedere dalle figura 5.4 e 5.5 dove è riportata appunto la vista dell'autostrada durante l'acquisizione.

I parametri di sistema sono infine riportati nella tabella 5.1.



Fig. 5.2



Fig. 5.3



Fig. 5.4



Fig. 5.5

Parametri di sistema

Parametro	Valore
Altezza di volo	1200 m
Velocità piattaforma	180 km/h
Swath	1 <i>km</i>
Frequenza centrale	9.6 <i>GHz</i>
Larghezza di Banda	120 <i>MHz</i>
PRF	5KHz

Tab.	5.	1
------	----	---

5.1 Equalizzazione dei canali

Come già detto precedentemente, l'equalizzazione può essere una possibile soluzione per migliorare la correlazione tra i canali del sistema e quindi attenuare il degrado delle prestazioni della tecnica DPCA o STAP; essa viene realizzata mediante un filtro FIR di un certo ordine [40] [41] [42].

Se si indica rispettivamente con $R_i(j\omega)$ e con $E_i(j\omega)$ la risposta in frequenza del canale i-esimo e dell'equalizzatore relativo a quel canale, la risposta in frequenza complessiva relativa sempre al canale i-esimo dopo l'equalizzazione diventa:

$$H_i(j\omega) = R_i(j\omega) * E_i(j\omega) \qquad i = 1, \dots, L \qquad (5.2)$$

dove L è il numero complessivo dei canali.

Se tutte le risposte in frequenza $H_i(j\omega)$ fossero uguali tra di loro e fossero quindi uguali alla risposta in frequenza di un canale preso come riferimento, allora l'equalizzazione sarebbe completa e quindi di conseguenza non ci sarebbe più disadattamento:

$$H_1(j\omega) = H_2(j\omega) = \dots = H_{ref}(j\omega)$$
(5.3)

Dalla (5.3) è possibile quindi ricavarsi la risposta in frequenza ideale dell'equalizzatore:

$$E_i(j\omega) = H_{ref}(j\omega)/R_i(j\omega) \qquad i = 1, \dots, L \qquad (5.4)$$

La risposta in frequenza del canale di riferimento potrebbe essere relativa ad un canale ideale o più semplicemente quella relativa ad un canale del sistema preso appunto come riferimento.

Nella figura sotto viene riportato un semplice schema a blocchi dell'equalizzatore.





Come si vede, nello schema a blocchi riportato sopra è stato scelto come canale di riferimento il canale L-esimo, mentre con $R_i(m)$ si è fatto riferimento al valore discreto della risposta in frequenza $R_i(j\omega)$ relativa al canale i-esimo.

Come già detto, la risposta in frequenza ideale dell'equalizzatore $E_i(j\omega)$ viene approssimata da un filtro FIR di generico ordine k; per cui il problema principale diventa quello di andare a determinare i coefficienti che compongono tale filtro. Andando quindi a considerare un sistema a due canali, come nel caso reale, in cui uno viene scelto come riferimento, è possibile scrivere:

$$E(j\omega) = \frac{H_{ref}(j\omega)}{R(j\omega)} = \sum_{n=0}^{k-1} h_n e^{-j\omega n} =$$
$$= [h_0 h_1 \dots h_{k-1}] \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\omega} \\ \vdots \\ e^{-j\omega(k-1)} \end{bmatrix} = h d^t(\omega)$$
(5.5)

Se il filtro viene sostituito con un filtro discreto allora possiamo ottenere:

$$E(m) = \frac{H_{ref}(m)}{R(m)} = \sum_{n=0}^{k-1} h_n e^{-jmn/M} =$$

= $[h_0 h_1 \dots h_{k-1}] \begin{bmatrix} e^{-j2\pi m/M} \\ \vdots \\ e^{-jm(k-1)/M} \end{bmatrix} = h d^t(m)$ (5.6)

Nella (5.6) m = 0, 1, ..., M - 1 rappresenta la variazione discreta di ω , per cui è possibile riscrivere l'espressione sopra nella seguente forma:

$$E = h \left[d^{-t}(0) d^{-t}(1) \dots d^{-t}(M-1) \right] =$$

$$= \left[h_0 h_1 \dots h_{k-1} \right] \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & e^{\frac{-j2\pi}{M}} & \cdots & e^{\frac{-j2\pi(M-1)}{M}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{\frac{-j2\pi(k-1)}{M}} & \cdots & e^{\frac{-j2\pi(M-1)(k-1)}{M}} \end{bmatrix} = h D$$
(5.7)

dove m = 0, 1, ..., M - 1 e n = 0, 1, ..., k - 1.

Come già detto il problema ruoto attorno alla determinazione dei coefficienti del filtro FIR; esistono almeno due diversi metodi per ricavarsi tali coefficienti, ovvero il metodo noto come IFT (Inverse Fourier Transform) e il metodo WLS (Weighted Least Squares); evitando di soffermarci sulle differenze che contraddistinguono i due algoritmi, si considera il secondo metodo che consente di ricavarsi i coefficienti imponendo il vincolo riportato nell'espressione sottostante, [42]:

$$MIN|h \ \left(\sum_{m=0}^{M-1} |E(m) - h \ d^t(m)|^2\right) = MIN|h = \left(||\boldsymbol{E} - \boldsymbol{h} \ \boldsymbol{D}||^2\right)$$
(5.8)

Da qua si possono dedurre le relazioni riportate di seguito:

$$\boldsymbol{h} = (\boldsymbol{Q}^{-1} \boldsymbol{b})^T$$
 con

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^H$$
, $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{E}^H$

E' infine possibile andare a definire il disadattamento dell'i-esimo canale come il rapporto tra la sua risposta in frequenza e quella relativa al canale scelto come riferimento:

$$D_i(j\omega) = \frac{R_i(j\omega)}{H_{ref}(j\omega)} = d_i(\omega)e^{j\varphi_i(\omega)}$$
(5.9)

dove con $d_i(\omega)$ e con $\varphi_i(\omega)$ si è indicato rispettivamente l'ampiezza e la fase del disadattamento. A seguito dell'equalizzazione la risposta in frequenza del canale iesimo è indicata con $H_i(j\omega)$, per cui il disadattamento residuo sempre relativo al canale i-esimo, dovuto ad una non perfetta equalizzazione, può essere definito quindi come il rapporto tra la risposta in frequenza del canale equalizzato e quella del canale di riferimento:

$$G_i(j\omega) = \frac{H_i(j\omega)}{H_{ref}(j\omega)} = g_i(\omega)e^{j\vartheta_i(\omega)}$$
(5.10)

dove con $g_i(\omega)$ e con $\vartheta_i(\omega)$ rispettivamente si è indicato modulo e fase del disadattamento residuo. Chiaramente se l'equalizzazione è completa, il valor medio di $g_i(\omega)$ deve aggirarsi attorno all'unità mentre il valor medio della fase $\vartheta_i(\omega)$ deve essere all'incirca zero.

5.2 Metodo MSAR-GMTI robusto ad errori di coregistrazione

Abbiamo detto che effettuare una buona coregistrazione delle immagini è essenziale per la soppressione del clutter e quindi la rivelazione di target in movimento a terra (GMTI); infatti gli errori di coregistrazione tra le immagini SAR causano una parziale perdita di informazione che porta inevitabilmente ad un degrado di qualsiasi tecnica usata per sopprimere il clutter di terra.

In questo paragrafo viene introdotto un metodo per il SAR-GMTI che sfrutta i vantaggi della decomposizione in autovalori e in autovettori della matrice di covarianza del rumore per cercare di sopprimere al meglio il clutter di terra nonostante la presenza, nelle immagini SAR, di errori di coregistrazione, [38].

In pratica tale metodo va a considerare all'interno dell'immagine SAR set di pixel adiacenti; questi pixel vengono utilizzati per costruire il vettore clutter più rumore e successivamente la matrice di covarianza, detta anche joint covariance matrix. La matrice di covarianza viene decomposta in autovalori e autovettori per ottenere il sottospazio del rumore su cui verrà proiettato il vettore osservato per ottenere la cancellazione dell'interferenza stessa, [38].

Consideriamo un pixel i-esimo generico in tutte le immagini SAR a disposizione, nel nostro caso solo due, e costruiamo un vettore x(i) di dimensione Mx1 con M pari al numero di immagini SAR. Da qui si possono quindi formulare due ipotesi:

$$H_0: \boldsymbol{x}_0(\boldsymbol{i}) = \boldsymbol{c}(\boldsymbol{i}) + \boldsymbol{n}(\boldsymbol{i})$$

$$H_1: x_1(i) = c(i) + s(i) + n(i)$$

dove c(i) è il vettore complesso che rappresenta il clutter di terra mentre s(i)rappresenta il vettore complesso relativo all'eventuale target in movimento e infine n(i) rappresenta come al solito il rumore termico. L'ipotesi H_0 assume che non vi sia presenza di target in movimento nel vettore ottenuto considerando il pixel i-esimo nelle singole immagini SAR mentre al contrario l'ipotesi H_1 assume la presenza del target attraverso il vettore s(i). Da qua è possibile ricavarsi la matrice di covarianza del clutter più rumore, $R_0(i)$, relativa sempre al pixel i-esimo:

$$\boldsymbol{R}_{0}(i) = E\{\boldsymbol{x}_{0}(i)\boldsymbol{x}_{0}^{H}(i)\}$$
(5.11)

dove H indica l'operatore Hermitiano. La matrice di correlazione può essere decomposta in autovalori e autovettori come riportato in (5.12):

$$\boldsymbol{R}_{0}(i) = \sum_{m=1}^{K} \lambda_{m} \beta_{m} \beta_{m}^{H} + \sum_{m=K+1}^{M} \lambda_{m} \beta_{m} \beta_{m}^{H}$$
(5.12)

dove $\lambda_m e \beta_m$, con m = 1, 2, ..., M, sono gli autovalori e i corrispondenti autovettori relativi alla matrice di covarianza; mentre K invece corrisponde al numero degli autovalori più grandi (nel nostro caso K = 1). Gli autovettori, $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_K$, che corrispondono agli autovalori più elevati formano un sottospazio che è denominato sottospazio del clutter:

$$\boldsymbol{C}(i) = span\left\{\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \dots, \boldsymbol{\beta}_K\right\}$$

mentre di conseguenza gli autovettori rimanenti, che corrispondono agli autovalori più piccoli, formano un sottospazio denominato sottospazio del rumore:

$$N(i) = span \{\beta_{K+1}, \beta_{K+2}, \dots, \beta_M\}$$

chiaramente tale sottospazio è ortogonale a quello del clutter. Il vettore complesso del clutter c(i), relativo sempre al pixel i-esimo preso dalle M immagini SAR, può essere espresso attraverso una combinazione lineare delle basi del sottospazio C(i), che altro non sono che gli autovettori corrispondenti ai più alti autovalori della matrice $R_0(i)$:

$$\boldsymbol{c}(i) = \sum_{m=1}^{K} a c_m \beta_m \tag{5.13}$$

Alla stessa maniera possiamo esprimere il vettore rappresentante il target in movimento, nel pixel i-esimo, come una combinazione lineare di tutti gli *M* autovettori:

$$\boldsymbol{s}(i) = \sum_{m=1}^{M} a \boldsymbol{s}_m \boldsymbol{\beta}_m \tag{5.14}$$

L'idea di base della rivelazione dei target in movimento, è chiaramente quella di sopprimere il più possibile il clutter di terra mantenendo un guadagno costante sul segnale proveniente da eventuali target; per cui osservando la (5.13), se il vettore rappresentante il segnale del clutter fosse proiettato su un sottospazio ortogonale a C(i), come ad esempio il sottospazio del rumore N(i), si otterrebbe una cancellazione del clutter stesso:

$$proj \{ \boldsymbol{c}(i), \boldsymbol{N}(i) \} = \sqrt{\sum_{m=K+1}^{M} (\boldsymbol{c}^{H}(i)\beta_{m})^{2}} = 0$$
(5.15)

chiaramente se invece si andasse a proiettare il vettore rappresentante il segnale relativo al target in movimento, per la (5.14), otterremo:

$$proj \{ \mathbf{s}(i), \mathbf{N}(i) \} = \sqrt{\sum_{m=K+1}^{M} (\mathbf{s}^{H}(i)\beta_{m})^{2}} = \sqrt{\sum_{m=K+1}^{M} a s_{m}^{2}}$$
(5.16)

Quindi per sopprimere il clutter mantenendo intatto il segnale relativo ad eventuali target in movimento, basta proiettare il vettore relativo al pixel i-esimo x(i) sul sottospazio del rumore N(i):

$$proj \{ \mathbf{x}(i), \mathbf{N}(i) \} = \sqrt{\sum_{m=K+1}^{M} (a s_m^2 + \lambda_m)}$$
(5.17)

dove con λ_m è stata indicata la potenza del rumore relativa agli autovettori β_m .

5.3 Risultati

Di seguito vengono presentati i risultati ottenuti applicando i metodi esposti precedentemente per cercare di ridurre il disadattamento tra i canali in ricezione ed evitare una forte degradazione delle prestazioni offerte dalla tecnica DPCA che, come già noto, sono di per se inferiori rispetto alla tecnica STAP.

Nel primo codice, realizzato sempre in ambiente MATLAB, viene eseguita una sorta di normalizzazione sulle due immagini SAR a disposizione, ovvero viene sottratto il valor medio dalle due immagini, questo per cercare di mitigare il contributo continuo nell'origine; successivamente viene eseguita una "correzione" della fase prima di applicare la tecnica DPCA. Nelle figure 5.7 e 5.8 sono riportate le immagini dell'area osservata rispettivamente su ogni canale; come si vede c'è un forte segnale di ritorno da terra che maschera completamente i target in movimento, nella figura 5.9 invece viene riportata l'immagine ottenuta applicando la tecnica DPCA senza alcuna normalizzazione e nella figura 5.10 l'immagine DPCA dopo la normalizzazione, come si nota c'è un miglioramento.



Unfocussed SAR Image ch1

Fig. 5.7





Fig. 5.8


DPCA SAR Image before normalisation

Fig. 5.9





Fig. 5.10

Nel secondo codice considerato, si cerca di effettuare una coregistrazione delle due immagini secondo quando riportato in figura 5.1, ovvero si cerca di allineare spazialmente l'immagine presa come riferimento (master image) all'altra immagine a disposizione (slave image); l'idea, come già detto, è quella di calcolarsi "l'offset" sia in range che in azimut che separa l'immagine master dall'immagine slave ed utilizzarlo per effettuare una traslazione di un'immagine sull'altra. L'offset viene stimato andando di volta in volta a calcolarsi il coefficiente di correlazione su una finestra mobile di 4x4 pixel che scorre sulle due immagini. Come si vede dalla figura 5.11, che riporta l'immagine ottenuta dalla DPCA dopo aver applicato la coregistrazione, il risultato non è molto miglio di quello ottenuto precedentemente.



DPCA SAR Image after coregistration

Fig. 5.11

Viene poi implementata la tecnica dell'equalizzazione descritta nel paragrafo 5.1; inizialmente viene eseguita una equalizzazione ideale e successivamente viene realizzato un equalizzatore mediante filtro FIR per poi andare ad applicare ancora un volta la tecnica DPCA. Come si vede i risultati ottenuti sono migliori rispetto ai precedenti.

Nel codice, viene anche fatto un confronto tra ampiezza e fase del disadattamento del canale prima e dopo aver effettuato l'equalizzazione; come detto se l'equalizzazione è completa l'ampiezza media del disadattamento residuo deve tendere ad uno mentre la fase media a zero.



DPCA SAR Image after ideal equalization

Fig. 5.12



Fig. 5.13



amplitude comparison

Fig. 5.14



Fig. 5.15

Nell'ultimo scrip considerato, viene implementata la tecnica illustrata nel paragrafo 5.2 per ottenere comunque una soppressione del clutter anche in presenza di errori di coregistrazione; come si vede chiaramente dalla figura 5.16, anche in questo caso il risultato ottenuto è migliore rispetto a quello riportato nelle immagini 5.9, 5.10 e 5.11. Successivamente viene selezionato un dettaglio all'interno dell'intera immagine (probabilmente un insieme di target in movimento) e viene nuovamente applicata la tecnica esposta precedentemente, l'immagine risultante di tale dettaglio viene confrontata con quella ottenuta applicando semplicemente la tecnica DPCA senza aver effettuato alcuna precedente correzione; il risultato ottenuto dall'applicazione della tecnica, come si nota anche dalle figure 5.17 e 5.18, fornisce un'immagine migliore.



SAR Image after processing

Fig. 5.16



DPCA SAR Image before processing

Fig. 5.17



Fig. 5.18

Infine per ricollegarci in parte anche agli altri argomenti esposti durante tutta questa trattazione, in un nuovo script, sempre realizzato in ambiente MATLAB, viene fatto un confronto tra la tecnica RD e la tecnica RID applicate ad un dettaglio (probabilmente un target in movimento) dell'immagine DPCA ottenuta. Viene innanzitutto effettuata una equalizzazione (ideale) del canale per ridurre il disadattamento; nelle immagini 5.19 e 5.20 viene messo a confronto di nuovo il dettaglio dell'immagine DPCA senza aver applicato nessuna compensazione con quello ottenuto a seguito dell'equalizzazione. Successivamente su tale dettaglio viene applicata la classica tecnica RD per cercare di focalizzarlo e l'immagine ottenuta viene confrontata con la tecnica RID, che sostituisce alla trasformata di Fourier la trasformata WVD. Le immagini ottenute sono riportate nelle figure 5.21 e 5.22.

SAR Image after processing

Detailed SAR image 0 -10 50 -20 -30 100 -40 150 -50 -60 200 -70 250 -80 10 15 20 25 30 35 5

Fig. 5.19



Fig. 5.20







Conclusioni

Nella prima parte di questa trattazione, siamo andati ad descrivere dettagliatamente una delle possibili applicazioni, sicuramente tra le più significative, derivanti dall'impiego di un sistema multicanale applicato al caso SAR, ovvero la tecnica STAP.

La possibilità di combinare le informazioni provenienti dai canali dell'array con il dominio dello slow-time e quindi la capacità di realizzare un filtro nel dominio space/slow-time, previa una opportuna operazione di stacking del vettore contenente il segnale ricevuto e del vettore dei pesi, ha consentito di eliminare in maniera efficace il clutter di terra permettendo quindi la rivelazione di target in movimento a terra.

La realizzazione dell'MTI per il caso SAR, quindi il cercare di isolare la componente di segnale proveniente da target in movimento eliminando il segnale re-irradiato da terra, ha portato alla descrizione della tecnica STAP e alla successiva realizzazione di un codice per l'implementazione e il test dello STAP stesso.

Il lungo tempo di integrazione richiesto dal SAR per formare l'immagine causa una defocalizzazione e un mal posizionamento dei target all'interno dell'immagine stessa; infatti componenti di velocità lungo il range causano uno shift lungo la direzione di azimut all'interno dell'immagine SAR mentre componenti di velocità lungo l'azimut causano in generale una defocalizzazione del target stesso.

All'interno di questa trattazione quindi, viene posta l'attenzione sul fatto che l'MTI, realizzato tramite la tecnica STAP, è solo uno passo nel processo di rivelazione e compensazione di target in movimento. L'obbiettivo che viene posto è stato quindi quello di cercare di realizzare una stima della posizione e della velocità dei target stessi per effettuare una compensazione del moto all'interno dell'immagine SAR.

Il problema è duplice; da un lato bisogna eliminare la componente di clutter che non rende altrimenti possibile la rivelazione di target in movimento a terra e dall'altro è necessario ricavarsi una stima di posizione e velocità del target stesso. Per risolvere tale problema si è andati a considerare l'unione della tecnica DPCA con l'analisi tempo-frequenza del segnale, per creare una elaborazione che nel suo complesso è stata chiamata algoritmo DPCA-FrFT.

La DPCA è stata una delle prime tecniche utilizzate per implementare un MTI per il caso SAR; come già detto costituisce un trade-off tra complessità computazionale e prestazioni, ovvero, rispetto alla tecnica STAP è di più facile realizzazione ma chiaramente non è in grado di raggiungere le stesse prestazioni per quanto riguarda la cancellazione del clutter di terra. Per quanto riguarda l'analisi tempo-frequenza, attraverso l'implementazione di trasformate come la FrFT e la WVD, si è in grado di concentrare in maniera più efficace, rispetto a Fourier, l'energia di segnali LFM riuscendo non solo di rivelare la presenza di target in movimento ma ottenendo, nel dominio frazionario, anche una stima dei parametri Doppler. Attraverso poi la conoscenza di questi parametri si è arrivati a determinare la stima della posizione e delle componenti di velocità dei target sotto osservazione.

Nelle simulazioni riguardanti l'algoritmo DPCA-FrFT si è andati quindi stimare il valore dei parametri Doppler, della posizione e velocità di target in movimento e si è fatto poi un confronto con i valori reali assunti da tali grandezze.

I vantaggi offerti dall'utilizzo di un sistema multicanale per implementare tecniche di significativa riduzione di un segnale di rumore che si somma al segnale utile proveniente da un bersaglio in movimento e la capacità delle trasformate tempo-frequenza di concentrare in maniera più efficiente lo spettro di un segnale LFM, evitando quindi l'effetto di spreading che si otterrebbe a seguito dell'applicazione della trasformata di Fourier, hanno portato all'idea di applicare la tecnica DPCA-FRFT anche al caso ISAR, dove la geometria è appunto inversa rispetto al SAR.

Come prima cosa si andava ad osservare che nel caso di bersaglio sottoposto a movimenti di rotazione complessi (maneuvering target) non era più possibile considerare costante il vettore effettivo di rotazione e quindi non era nemmeno più possibile considerare valida l'ipotesi di angolo di vista linearmente variabile nel tempo; la frequenza Doppler di ciascun scatteratore che compone il bersaglio infatti diventa tempo-variante, questo determina quindi un effetto di spreading dello spettro del segnale che causa una defocalizzazione dell'immagine ISAR del bersaglio determinando un evidente peggioramento della tecnica RD che fa uso della trasformata di Fourier. Per ricollegarsi a ciò che è stato fatto precedentemente, è stata sostituita alla trasformata di Fourier l'analisi tempo-frequenza, in quanto questa, concentrando in maniera più efficiente l'energia di segnale LFM, è in grado di mitigare l'espansione dello spettro dovuto ad una Doppler tempo-variante.

Quindi in prima battuta è stato fatto un confronto tra la tecnica RD e altre due tecniche, la RID e la GRD, che sfruttavano due diverse trasformate tempo-frequenza, la WVD e la FrFT rispettivamente. Si nota che a differenza del caso SAR, in questo caso si è potuto utilizzare tranquillamente anche la WVD in quanto il segnale LFM era ad una singola componente; infatti si è consideto solo un bersaglio in movimento e al segnale proveniente da esso non è stato sommato nessun segnale di rumore.

Successivamente è stato considerato il caso di un segnale di disturbo che si sommava al segnale proveniente dal bersaglio in movimento e quindi è stato realizzato un sistema ISAR multicanale che ha consentito di impiegare la tecnica DPCA per la riduzione del disturbo stesso, il quale, se non attenuato è in grado di degradare fortemente l'immagine ISAR.

Il sistema ISAR multicanale si può trovare anche ad osservare più di un bersaglio in movimento, ciascuno con la propria velocità e con la propria traiettoria ed eventualmente sottoposto a differenti movimenti di rotazione. Considerando su ciascun canale del sistema oltre che alla somma dei segnali provenienti dai bersagli anche un segnale di rumore e applicando la tecnica DPCA seguita poi, da un lato dal classico processing RD, e dall'altro dalla tecnica GRD, che sfrutta l'analisi tempo-frequenza, si andava a notare che in nessuno dei due casi era possibile ottenere un'immagine con tutti i target focalizzati; le varie tecniche esaminate infatti erano in grado di focalizzarne solo uno e quindi si presentavano efficaci esclusivamente nel caso in cui all'interno del fascio d'antenna fosse presente solo un bersaglio.

L'osservazione fatta è che target che si muovono con differenti velocità, che hanno traiettorie diverse e che effettuano durante il moto movimenti di rotazione diversi tra di loro, producono sicuramente frequenze Doppler differenti; quindi il segnale ricevuto dal sistema sarà un segnale LMF a più componenti, ciascuna delle quali corrisponde ad un diverso target. Sia nel caso SAR che nel caso ISAR, si è utilizzato la trasformata frazionaria di Fourier, sostituendola alla classica trasformata di Fourier, in quanto si è dimostrato che questo tipo di trasformata non solo riusciva a rivelare segnali chirp ma consentiva anche di stimarne i parametri, ovvero frequenza Doppler e rate di modulazione; l'idea è stata quindi quella di creare un nuovo algoritmo che sfruttasse sempre le proprietà della FrFT per rivelare e isolare le componenti del segnale chirp ricevuto corrispondenti ai diversi target. Una volta separate le componenti del segnale ricevuto si può pensare di applicare a ciascuna componente una delle tecniche di elaborazione viste in precedenza per ottenere l'immagine ISAR e quindi per ottenere complessivamente le immagini di tutti i target in movimento presenti nella scena.

Bibliografia

- [1] ROSENBERG -L. (2007). Multichannel Synthetic Aperture Radar, *Thesis* submitted for the degree of Doctor of Philosophy The University of Adelaide.
- [2] YOUNIS M, FISHER C and WIESBECK W. (2002). An Evaluation of Performance Parameters of Reconfigurable SAR Systems, *IEEE International Conference on Geoscience and Remote Sensing Symposium.*
- [3] YOUNIS-M, FISHER-C and WIESBECK-W.(2003). Digital Beamforming in SAR Systems, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing Symposium*.
- [4] BERIZZI-F. I Sistemi di Telerilevamento Radar, Apogeo Milano.
- [5] CAFFORIA-C, PRATI-C and ROCCA-F. (1991). SAR Data Focusing Using Seismic Migration Techniques, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*.
- [6] MILMAN- A. S. (2006). The Hyperbolic Geometry of SAR Imaging, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*.
- [7] ROCCA-F, CAFFORIA-C and PRATI-C. (1989). Synthetic Aperture Radar: A New Application for wave equation techniques, *Geophysical Prospecting*.
- [8] ENDER- J.H.G. (1998). Space Time Adaptive Processing for Synthetic Aperture Radar *IEEE Colloquium on Space-Time Adaptive Processing*.
- [9] YEGULAP-A.F. (1999). Fast backprojection algorithm for Synthetic Aperture Radar, *IEEE Radar Conference*.

- [10] BRENNAN- L.E and REED- I.S. (1973). Theory of Adaptive Radar, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*.
- [11] KLEMM R. (1983). Adaptive clutter suppression for airborne phased array radars, *IEEE Proceedings on Microwaves, Optics and Antennas.*
- [12] WARD-J.(1995).Space Time Adaptive Processing for Airborne Radar, Lincoln Labs MIT.
- [13] ENDER- J.H.G. (1999). Space Time Processing for Multichannel Synthetic Aperture Radar, *Electronics and Communication Engineering Journal*.
- [14] KLEMM-R. (1996). Real-Time Adaptive Airborne MTI, Part 1: Space-Time Processing, CIE International Radar Conference.
- [15] KLEMM -R and ENDER- J. (1990). New Aspects of Airborne MTI, *IEEE* International Radar Conference.
- [16] ENDER-J.H.G. (1999). Subspace transformation techniques applied to multi-Channel SAR / MTI, IEEE Conference on Geoscience and Remote Sensing Symposium.
- [17] ENDER-J and KLEMM-R. (1989). Airborne MTI via digital filtering, *IEEE* Proceedings in Communications, Radar and Signal Processing.
- [18] SUN-H, SU F, GAO J and CAO X. (2007). Parameter Estimations of SAR Moving Target Based on DPCA - FrFT Algorithm, *IEEE Conference of Industrial Electronic and Applications*.

- [19] SUN-H, SU-F, WANG-W and TANG-S. Parameter Estimation of Moving Targets in Airborne SAR Based on Fractional Fourier Transform, *Harbin Institute* of Technology - China.
- [20] LIU- H. and ZHU- H. (2003) .Applying Fractional Fourier Transform to Radar of Moving Targets, IEEE Conference on Geoscience and Remote Sensing Symposium.
- [21] NG- W.E, ZHANG -C.B, LU- Y.H. and YEO- T.S. (1999). Simulated DPCA Performance for Dual - Channel SAR Processing, *IEEE Conference on Geoscience and Remote Sensing Symposium*.
- [22] QIN-F., ZHANG-X. and DONG-M. (2006). A Method of Hybrid ATI and DPCA Technique to Detect Moving Terget, *International Conference of Radar*.
- [23] PENG-S, MA-D and LIN-J. (2008). Fractional Fourier Transform for Moving Target Detection and Location in Spaceborne SAR, *IEEE International Conference on Information and Automation.*
- [24] ALMEIDA-L.B. (1994). The Fractional Fourier Transform and Time-Frequency Representations, *IEEE Transactions on Signal Processing*.
- [25] OZAKTAS-H.M., ARIKAN-O., KUTAY-A. and BOZDAGI-G. (1996). Digital Computation of the Fractional Fourier Transform, *IEEE Transactions on Signal Processing*.
- [26] CHORNOBOY-E.S. (2002). Application of the Fractional Fourier Transform to Moving Target Detection in Airborne SAR, *IEEE Transactions on Aerospace* and Electronic Systems.

- [27] LIU-A., CHEN-L., ZHAO-F. and KUANG-G. (2010). A Novel Multi channel SAR – GMTI Algorithm Based On Raw Data, *IEEE International Congress on Image and Signal Processing – CISP2010*.
- [28] BERIZZI-F., DALLE MESE-E., DIANI-M. and MARTORELLA- M. (2001).
 High-Resolution ISAR Imaging of Maneuvering Targets by Means of the Range
 Instantaneous Doppler Technique: Modeling and Performance Analysis, *IEEE Transactions on Image Processing*.
- [29] CHEN-V. and QIAN-S. (1998). Joint Time Frequency Transform for Radar Range - Doppler Imaging, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems.
- [30] CHEN-H., WU-Y., YIN-C. and LI-Y. (2010). Inverse Synthetic Aperture Ladar Imaging with the Range Instantaneous Doppler Algorithm, *IEEE International Conference on Signal Processing – ICPS2010.*
- [31] CHEN-V.C. (2004). Time Frequency Based Radar Image Formation, *IEEE* International Conference on Image Processing – ICIP2004.
- [32] BARBAROSSA-S. and FARINA-A. (1990). A Novel Procedure for Detecting and Focusing Moving Objects with SAR Based on the Wigner - Ville Distribution, *IEEE International Radar Conference*.
- [33] BARBAROSSA- F and FARINA- A. (1992). Detection and Imaging of Moving Objects with Synthetic Aperture Radar. Part2: Joint Time - Frequency Analysis by Wigner-Ville Distribution, *IEEE Proceedings-F*.

- [34] JIANJIA-H.,QIN-Y., REN-H and HAO-W. (2010). Range Instantaneous Doppler ISAR Imaging Based on FrFT, IEEE Proceedings of Internationals Symposium on Signals, Systems and Electronics – ISSSE2010.
- [35] MINGJING-L., MEIGUO-G. and TUO-F. (2007). Real Time ISAR Imaging Algorithm of Maneuvering Targets Based on the Fractional Fourier Transform, *IEEE Asian and Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar –APSAR2007*.
- [36] DU-L. and SU-G. (2005). Adaptive Inverse Synthetic Aperture Radar Imaging for Non-uniformly Moving T argets, *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*.
- [37] CARRARA-W. G., GOODMAN-R. S. and MAJEWSKY-R. M. (1995). Spotlight Synthetic Aperture Radar – Signal Processing Algorithms, *Artech House*.

http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/29688-range-migrationalgorithm/content/carrara RMA example.m

- [38] SOU-Z., LI-Z. and BAO-Z. (2010). Multi-Channel SAR-GMTI Method Robust to Coregistration Error of SAR Images, *IEEE Transactions On Aerospace and Electronics Systems*.
- [39] TIAN-X., WANG-Y., HUANG- Y and YANG-C. (2007). Highly Accurate SLC Image Coregistration in InSAR Processing Technique, *The Second European Conference on Antennas and Propagation, EUCAP 2007.*
- [40] RAN-Y., WANG-X. and ZOU-L. (2009). Performance of the Improved Channel Equalization Method for Wideband Digital Array Radar, *IEEE International Conference on Communications, Circuits and Systems, ICCCAS 2009.*

- [41] WU-S.and LI-Y.(1995). Adaptive Channel Equalization for Space-Time Adaptive Processing, *IEEE International Radar Conference*.
- [42] XU-M. and LIU-Z. (2009). A New Channel Equalization Method Adapted Low Signal-Noise Ratio, *Asian-Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar*.
- [43] LEI-Y., TONG-W., MENGDAO-X. and ZHENG-B. (2007). A New Channel Equalization Method for Airborne Multi-channel SAR-GMTI System, *Asian* -*Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar*.