

**BEBERAPA MASALAH ALIRAN LAPISAN SEMPADAN OLAKAN DENGAN
KESAN GELINCIRAN DAN TANPA GELINCIRAN PADA PERMUKAAN**

FAZLINA BINTI AMAN

**TESIS YANG DIKEMUKAKAN UNTUK MEMPEROLEH IJAZAH
DOKTOR FALSAFAH**

**FAKULTI SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI KEBANGSAAN MALAYSIA
BANGI**

2013

ABSTRAK

Fenomenon kesan gelinciran pada permukaan boleh berlaku pada permukaan bendalir-pepejal dan pada permukaan lapisan bendalir-bendalir, terutama bagi sesetengah bendalir berskala kecil dalam mikroaliran. Dalam kebanyakan kajian aliran lapisan sempadan yang telah dilakukan oleh para penyelidik, didapati kesan gelinciran adalah baik bagi meningkatkan kadar pemindahan haba pada permukaan yang diperlukan dalam suatu proses penyejukan. Bagi aliran tanpa gelinciran, ciri-ciri pemindahan haba bergantung pada masalah aliran yang dikaji. Dalam tesis ini, model matematik dibina untuk mengkaji ciri-ciri aliran dan pemindahan haba bagi lima masalah aliran lapisan sempadan yang dihadkan kepada aliran mantap dua matra dalam bendalir likat tak mampat. Masalah pertama dan kedua masing-masing mempertimbangkan aliran berdekatan titik genangan dan aliran hidromagnet, kedua-duanya pada helaian tegak meregang. Masalah ketiga dan keempat mempertimbangkan syarat sempadan gelinciran, masing-masing bagi aliran terhadap titik genangan pada permukaan tegak dan aliran terhadap helaian telap mengecut. Sementara itu, masalah kelima melibatkan aliran pada permukaan meregang/mengecut di bawah aliran ricih luar dengan syarat sempadan permukaan olakan. Formulasi model matematik diperoleh dengan menurunkan persamaan pembezaan separa tak linear kepada persamaan pembezaan biasa menggunakan penjelmaan keserupaan. Analisis kepada sistem persamaan yang terhasil dimulakan dengan menyelesaikan masalah secara berangka menggunakan kaedah kotak Keller atau kaedah tembakan. Kaedah kotak Keller diatur cara menggunakan perisian MATLAB 7, manakala kaedah tembakan menggunakan atur cara "bina dalam" dalam perisian Maple 12. Seterusnya, nilai-nilai berangka bagi pekali geseran kulit dan nombor Nusselt setempat serta profil-profil halaju dan suhu diperoleh untuk pelbagai nilai parameter menakluk seperti parameter nisbah halaju, parameter keapungan, parameter magnet, parameter gelinciran halaju dan terma, nombor Prandtl, parameter olakan, parameter sedutan/semburan dan parameter regangan/kecutan. Keputusan berangka yang diperoleh dipersembahkan dalam bentuk jadual dan graf. Didapati gelinciran halaju mengurangkan pekali geseran kulit tetapi meningkatkan kadar pemindahan haba pada permukaan, manakala kesan gelinciran terma adalah sebaliknya. Suhu permukaan pula didapati bertambah dengan kehadiran medan magnet dan dengan syarat sempadan permukaan olakan. Selain itu, parameter-parameter menakluk yang lain turut mempengaruhi pekali geseran kulit dan nombor Nusselt setempat, di samping kewujudan penyelesaian dual atau unik, bagi masalah-masalah yang dikaji.

SEVERAL CONVECTION BOUNDARY LAYER FLOW PROBLEMS WITH SLIP AND WITHOUT SLIP EFFECTS ON THE SURFACE

ABSTRACT

The phenomenon of slip effects on a surface can occur at a fluid-solid interface and at a fluid-fluid interface, especially for some small-scale fluid in microflows. In many boundary layer flow studies that have been done by researchers, it is found that the slip effects are good to enhance the heat transfer rate at the surface that is needed in a cooling process. For flow without slip, the heat transfer characteristics depend on the flow problem being studied. In this thesis, a mathematical model is developed to study the characteristics of flow and heat transfer of five boundary layer flow problems that are limited to two-dimensional steady flow of incompressible viscous fluid. The first and second problems considered the flow near the stagnation point and the hydromagnetic flow, respectively, both on a vertical stretching sheet. The third and fourth problems considered the slip boundary conditions for the flow towards a stagnation point on a vertical surface and the flow on a permeable shrinking sheet, respectively. Meanwhile, the fifth problem is on the flow at the stretching/shrinking surface beneath an external shear flow with a convective surface boundary condition. The mathematical model formulation is obtained by reducing the non-linear partial differential equations to ordinary differential equations using a similarity transformation. Analysis of the resulting system of equations begins by solving the problem numerically using the Keller box method or shooting method. The Keller box method is programmed using MATLAB 7, while the shooting method uses the "build in" program in Maple 12 software. Then, the numerical values of the skin friction coefficient and the local Nusselt number as well as the velocity and temperature profiles are obtained for various values of the governing parameters such as velocity ratio parameter, buoyancy parameter, magnetic parameter, velocity slip and thermal slip parameters, Prandtl number, convective parameter, suction/injection parameter and stretching/shrinking parameter. The numerical results obtained are presented in tables and graphs. It is found that the velocity slip reduces the skin friction coefficient but increases the heat transfer rate at the surface, whereas the effect of thermal slip is vice versa. Moreover, the surface temperature is found to increase in the presence of magnetic field and the convective surface boundary condition. In addition, the other governing parameters also influence the skin friction coefficient and the local Nusselt number, beside the existence of dual or unique solution, to the problems studied.

KANDUNGAN

		Halaman
PENGAKUAN		ii
PENGHARGAAN		iii
ABSTRAK		iv
ABSTRACT		v
KANDUNGAN		vi
SENARAI JADUAL		xi
SENARAI ILUSTRASI		xii
SENARAI SIMBOL		xvi
BAB I	PENDAHULUAN	
1.1	Pengenalan	1
1.2	Proses Pemindahan Haba Olakan	2
1.3	Gelinciran pada Permukaan dan Aplikasi	4
1.4	Bendalir Likat dan Aplikasi	7
1.5	Teori Lapisan Sempadan	8
1.6	Jenis-jenis Lapisan Sempadan	10
	1.6.1 Lapisan sempadan halaju	10
	1.6.2 Lapisan sempadan terma	12
1.7	Pemisahan Lapisan Sempadan	13
1.8	Parameter-parameter Tanpa Matra	15
	1.8.1 Nombor Prandtl, Pr	15
	1.8.2 Nombor Nusselt, Nu	16
	1.8.3 Nombor Reynolds, Re	16
	1.8.4 Nombor Grashof, Gr	17

1.9	Permasalahan dan Sumbangan Kajian	18
1.10	Objektif dan Skop Kajian	19
1.11	Rangka Kajian	20
BAB II	ULASAN KEPUSTAKAAN	
2.1	Pengenalan	23
2.2	Aliran Olakan berdekatan Titik Genangan	23
2.3	Olakan Campuran terhadap Plat Tegak	29
2.4	Aliran Olakan terhadap Plat Meregang/Mengecut	31
2.5	Aliran dengan Kesan Gelinciran pada Permukaan	35
2.6	Aliran Magnetohidrodinamik	38
BAB III	PERSAMAAN MENAKLUK DAN KAEDAH BERANGKA	
3.1	Pengenalan	41
3.2	Persamaan Menakluk	42
3.2.1	Persamaan-persamaan asas, penghampiran lapisan sempadan dan penghampiran Boussinesq	42
3.2.2	Penjelmaan keserupaan	50
3.3	Kaedah Berangka: Kaedah Kotak Keller	57
3.3.1	Kaedah beza terhingga	58
3.3.2	Kaedah Newton	62
3.3.3	Kaedah penghapusan blok	66
3.3.4	Syarat awal	74
3.3.5	Pembangunan atur cara kaedah kotak Keller	76
BAB IV	ALIRAN OLAKAN CAMPURAN TERHADAP TITIK GENANGAN PADA HELAIAN TEGAK MEREKANG DENGAN FLUKS HABA PERMUKAAN DITETAPKAN	
4.1	Pengenalan	78

4.2	Formulasi Masalah	79
4.3	Penyelesaian Masalah	80
4.4	Kaedah Berangka: Kaedah Kotak Keller	81
4.5	Keputusan dan Perbincangan	81
4.6	Kesimpulan	87
BAB V	ALIRAN OLAKAN CAMPURAN HIDROMAGNET BERDEKATAN PERMUKAAN TEGAK MEREKANG DENGAN FLUKS HABA PERMUKAAN DITETAPKAN	
5.1	Pengenalan	94
5.2	Formulasi Masalah	96
5.3	Penyelesaian Masalah	99
5.4	Kaedah Berangka: Kaedah Kotak Keller	103
5.5	Keputusan dan Perbincangan	103
5.6	Kesimpulan	107
BAB VI	ALIRAN OLAKAN CAMPURAN BERDEKATAN TITIK GENANGAN PADA PERMUKAAN TEGAK DENGAN GELINCIRAN DAN SUHU PERMUKAAN DITETAPKAN	
6.1	Pengenalan	113
6.2	Formulasi Masalah	114
6.3	Penyelesaian Masalah	116
6.4	Kaedah Berangka: Kaedah Tembakan	117
6.5	Keputusan dan Perbincangan	119
6.6	Kesimpulan	124

BAB VII	ALIRAN OLAKAN PAKSA TERHADAP HELAIAN TELAP MENGEKUT DENGAN GELINCIRAN DAN SUHU PERMUKAAN DITETAPKAN	
7.1	Pengenalan	130
7.2	Formulasi Masalah	131
7.3	Penyelesaian Masalah	132
7.4	Kaedah Berangka: Kaedah Tembakan	134
7.5	Keputusan dan Perbincangan	135
7.6	Kesimpulan	139
BAB VIII	ALIRAN OLAKAN PAKSA PADA PERMUKAAN MEREKANG / MENGEKUT DI BAWAH ALIRAN RICIH LUAR SERAGAM DENGAN SYARAT SEMPADAN PERMUKAAN OLAKAN	
8.1	Pengenalan	147
8.2	Formulasi Masalah	150
8.3	Penyelesaian Masalah	151
8.4	Kaedah Berangka: Kaedah Tembakan	153
8.5	Keputusan dan Perbincangan	154
8.6	Kesimpulan	158
BAB IX	PENUTUP	
9.1	Ringkasan dan Kesimpulan	163
9.2	Kajian Lanjutan	168
RUJUKAN		169
LAMPIRAN		
A	Penjelmaan Keserupaan bagi Aliran Lapisan Sempadan Olakan Campuran terhadap Titik Genangan pada	191

	Helaian Tegak Meregang dengan Fluks Haba Permukaan Ditetapkan (Bab IV)	
B	Senarai Simbol dalam Atur Cara MATLAB 7	197
C	Atur Cara MATLAB 7 bagi Aliran Lapisan Sempadan Olakan Campuran terhadap Titik Genangan pada Helaian Tegak Meregang dengan Fluks Haba Permukaan Ditetapkan (Bab IV)	198
D	Atur Cara MATLAB 7 bagi Aliran Lapisan Sempadan Olakan Campuran Hidromagnet berdekatan Permukaan Tegak Meregang dengan Fluks Haba Permukaan Ditetapkan (Bab V)	203
E	Atur Cara Maple 12 bagi Aliran Lapisan Sempadan Olakan Campuran berdekatan Titik Genangan pada Permukaan Tegak dengan Gelinciran dan Suhu Permukaan Ditetapkan (Bab VI)	208
F	Senarai Penerbitan	213

SENARAI JADUAL

No. Jadual		Halaman
3.1	Analisis peringkat magnitud bagi persamaan momentum arah- x	46
3.2	Analisis peringkat magnitud bagi persamaan momentum arah- y	47
3.3	Analisis peringkat magnitud bagi persamaan tenaga	49
4.1	Nilai $Nu_x / Re_x^{1/2} = 1 / \theta(0)$ bagi beberapa nilai ε^* , λ , m dan Pr	83
4.2	Nilai $C_f Re_x^{1/2}$ bagi beberapa nilai Pr apabila $m = 1$ dan $\varepsilon^* = 1$	84
4.3	Nilai $Nu_x / Re_x^{1/2}$ bagi beberapa nilai Pr apabila $m = 1$ dan $\varepsilon^* = 1$	84
4.4	Nilai $\theta(0)$ bagi beberapa nilai Pr apabila $m = 1$ dan $\varepsilon^* = 1$	84
5.1	Nilai suhu permukaan $\theta(0)$ bagi beberapa nilai λ , m , Pr dan M	105
5.2	Nilai $C_f Re_x^{1/2}$ dan $Nu_x / Re_x^{1/2}$ bagi beberapa nilai Pr apabila $m = n = M = \lambda = 1$	105
5.3	Nilai $C_f Re_x^{1/2}$, $Nu_x / Re_x^{1/2}$ dan $\theta(0)$ bagi beberapa nilai M apabila $m = n = Pr = \lambda = 1$	106
6.1	Nilai $f''(0)$ bagi beberapa nilai Pr apabila $\lambda = 1, \phi = 0$ dan $\gamma = 0$	120
6.2	Nilai $-\theta'(0)$ bagi beberapa nilai Pr apabila $\lambda = 1, \phi = 0$ dan $\gamma = 0$	120
6.3	Nilai $C_f Re_x^{1/2}$ bagi beberapa nilai Pr apabila $\phi = 1$ dan $\gamma = 1$	121
6.4	Nilai $Nu_x / Re_x^{1/2}$ bagi beberapa nilai Pr apabila $\phi = 1$ dan $\gamma = 1$	122
7.1	Nilai $C_f Re_x^{1/2}$ dan $Nu_x / Re_x^{1/2}$ bagi beberapa nilai ϕ apabila Pr = 1, $s = 3$ dan $\gamma = 1$	135
7.2	Nilai $Nu_x / Re_x^{1/2}$ bagi beberapa nilai γ apabila Pr = 1, $s = 3$ dan $\phi = 1$	136

7.3	Nilai $Nu_x / Re_x^{1/2}$ bagi beberapa nilai Pr apabila $s = 3$, $\phi = 1$ dan $\gamma = 1$	137
8.1	Nilai-nilai $-\theta'(0)$ bagi beberapa nilai parameter regangan/kecutan ε dan nombor Prandtl Pr apabila parameter olakan $\zeta = 1$	155
8.2	Nilai-nilai $-\theta'(0)$ bagi beberapa nilai parameter regangan/kecutan ε dan parameter olakan ζ apabila $Pr = 1$	156

SENARAI ILUSTRASI

No. Rajah	Halaman
1.1 Halaju bendalir pada permukaan jasad (a) tanpa gelinciran dan (b) dengan gelinciran pada permukaan	5
1.2 Lapisan sempadan halaju di atas plat rata	11
1.3 Lapisan sempadan terma di atas plat rata isoterma	12
1.4 Pemisahan lapisan sempadan	14
2.1 Aliran titik genangan pada plat mengufuk	24
3.1 Model fizikal dan sistem koordinat bagi aliran olakan campuran pada titik genangan	44
3.2 Garis untuk anggaran beza	59
3.3 Carta alir untuk kaedah kotak Keller	77
4.1 Pekali geseran kulit $C_f Re_x^{1/2}$ sebagai fungsi λ bagi beberapa nilai ε^* apabila $Pr = 1$ dan $m = 1$	89
4.2 Nombor Nusselt setempat $Nu_x/Re_x^{1/2}$ sebagai fungsi λ bagi beberapa nilai ε^* apabila $Pr = 1$ dan $m = 1$	89
4.3 Pekali geseran kulit $C_f Re_x^{1/2}$ sebagai fungsi λ bagi beberapa nilai m apabila $Pr = 1$ dan $\varepsilon^* = 1.5$	90
4.4 Nombor Nusselt setempat $Nu_x/Re_x^{1/2}$ sebagai fungsi λ bagi beberapa nilai m apabila $Pr = 1$ dan $\varepsilon^* = 1.5$	90
4.5 Suhu permukaan $\theta(0)$ sebagai fungsi λ bagi beberapa nilai m apabila $Pr = 1$ dan $\varepsilon^* = 1.5$	91
4.6 Profil halaju $f'(\eta)$ bagi beberapa nilai ε^* apabila $Pr = 1$, $m = 1$ dan $\lambda = -4$	91
4.7 Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi beberapa nilai ε^* apabila $Pr = 1$, $m = 1$ dan $\lambda = -4$	92

4.8	Profil halaju $f'(\eta)$ bagi beberapa nilai Pr apabila $m=1$ dan $\varepsilon^*=1$ untuk aliran membantu ($\lambda=1$) dan aliran menentang ($\lambda=-1$)	92
4.9	Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi beberapa nilai Pr apabila $m=1$ dan $\varepsilon^*=1$ untuk aliran membantu ($\lambda=1$) dan aliran menentang ($\lambda=-1$)	93
5.1	Model fizikal dan sistem koordinat bagi aliran olakan campuran MHD pada permukaan meregang	96
5.2	Pekali geseran kulit $C_f Re_x^{1/2}$ sebagai fungsi λ bagi beberapa nilai M apabila $m=1$, $n=1$ dan $Pr=1$	108
5.3	Nombor Nusselt setempat $Nu_x/Re_x^{1/2}$ sebagai fungsi λ bagi beberapa nilai M apabila $m=1$, $n=1$ dan $Pr=1$	109
5.4	Pekali geseran kulit $C_f Re_x^{1/2}$ sebagai fungsi λ bagi beberapa nilai m (dan n) apabila $Pr=1$ dan $M=1$	109
5.5	Nombor Nusselt setempat $Nu_x/Re_x^{1/2}$ sebagai fungsi λ bagi beberapa nilai m (dan n) apabila $Pr=1$ dan $M=1$	110
5.6	Profil halaju $f'(\eta)$ bagi beberapa nilai M apabila $Pr=1$, $m=1$, $n=1$ dan $\lambda=1$	110
5.7	Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi beberapa nilai M apabila $Pr=1$, $m=1$, $n=1$ dan $\lambda=1$	111
5.8	Profil halaju $f'(\eta)$ bagi beberapa nilai m (dan n) apabila $Pr=1$, $M=1$ dan $\lambda=1$	111
5.9	Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi beberapa nilai m (dan n) apabila $Pr=1$, $M=1$ dan $\lambda=1$	112
6.1	Model fizikal dan sistem koordinat bagi aliran olakan campuran pada titik genangan	115
6.2	Pekali geseran kulit $f''(0)$ sebagai fungsi λ bagi beberapa nilai ϕ apabila $Pr=0.7$ dan $\gamma=1$	126
6.3	Nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ sebagai fungsi λ bagi beberapa nilai ϕ apabila $Pr=0.7$ dan $\gamma=1$	126
6.4	Pekali geseran kulit $f''(0)$ sebagai fungsi λ bagi beberapa nilai γ apabila $Pr=0.7$ dan $\phi=1$	127

6.5	Nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ sebagai fungsi λ bagi beberapa nilai γ apabila $Pr = 0.7$ dan $\phi = 1$	127
6.6	Profil halaju $f'(\eta)$ bagi beberapa nilai ϕ apabila $Pr = 0.7$, $\gamma = 1$ dan $\lambda = -2.0$	128
6.7	Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi beberapa nilai ϕ apabila $Pr = 0.7$, $\gamma = 1$ dan $\lambda = -2.0$	128
6.8	Profil halaju $f'(\eta)$ bagi beberapa nilai γ apabila $Pr = 0.7$, $\phi = 1$ dan $\lambda = -2.0$	129
6.9	Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi beberapa nilai γ apabila $Pr = 0.7$, $\phi = 1$ dan $\lambda = -2.0$	129
7.1	Model fizikal dan sistem koordinat bagi aliran lapisan sempadan Pada helaian telap yang mengecut	132
7.2	Pekali geseran kulit $C_f Re_x^{1/2}$ sebagai fungsi s bagi beberapa nilai ϕ apabila $Pr = 1$ dan $\gamma = 1$	141
7.3	Nombor Nusselt setempat $Nu_x / Re_x^{1/2}$ sebagai fungsi s bagi beberapa nilai ϕ apabila $Pr = 1$ dan $\gamma = 1$	141
7.4	Pekali geseran kulit $C_f Re_x^{1/2}$ sebagai fungsi s bagi sebarang nilai γ apabila $Pr = 1$ dan $\phi = 1$	142
7.5	Nombor Nusselt setempat $Nu_x / Re_x^{1/2}$ sebagai fungsi s bagi beberapa nilai γ apabila $Pr = 1$ dan $\phi = 1$	142
7.6	Profil halaju $f'(\eta)$ bagi beberapa nilai ϕ apabila $s = 3$, $\gamma = 1$ dan $Pr = 1$ untuk (a) penyelesaian cabang atas (b) penyelesaian cabang bawah	143
7.7	Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi beberapa nilai ϕ apabila $s = 3$, $\gamma = 1$ dan $Pr = 1$ untuk (a) penyelesaian cabang atas (b) penyelesaian cabang bawah	144
7.8	Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi beberapa nilai γ apabila $s = 2$, $\phi = 1$ dan $Pr = 1$ untuk (a) penyelesaian cabang atas (b) penyelesaian cabang bawah	145
7.9	Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi beberapa nilai Pr apabila $s = 2.5$, $\phi = 1$ dan $\gamma = 1$ untuk (a) penyelesaian cabang atas	146

	(b) penyelesaian cabang bawah	
8.1	Model fizikal dan sistem koordinat bagi aliran ricih lapisan sempadan pada helaian yang mengecut/meregang	151
8.2	Geseran kulit pada permukaan $f''(0)$ sebagai fungsi ε bagi sebarang nilai Pr apabila $\zeta = 1$	159
8.3	Kadar pemindahan haba pada permukaan $-\theta'(0)$ sebagai fungsi ε bagi beberapa nilai Pr apabila $\zeta = 1$	160
8.4	Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi beberapa nilai Pr apabila $\varepsilon = -0.2$ dan $\zeta = 1$	160
8.5	Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi beberapa nilai $\varepsilon (> 0)$ apabila Pr = 1 dan $\zeta = 1$	161
8.6	Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi beberapa nilai $\varepsilon (< 0)$ apabila Pr = 1 dan $\zeta = 1$	161
8.7	Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi beberapa nilai ζ apabila Pr = 1 dan $\varepsilon = 1$	162

SENARAI SIMBOL

A, a	pemalar
B	vektor medan magnet
B	pemalar; medan magnet
B_0	medan magnet seragam
b	pemalar; medan magnet teraruh
c	pemalar
c_p	haba tentu
C_f	pekali geseran kulit
f	fungsi arus tanpa matra
E	vektor medan elektrik
F	vektor daya jasad
F	fungsi hipergeometri konfluen
F_x	daya jasad seunit isipadu dalam arah x
F_y	daya jasad seunit isipadu dalam arah y
g	pecutan graviti
Gr	nombor Grashof
Gr_x	nombor Grashof setempat
h	pekali pemindahan haba
h_f	pekali pemindahan haba olakan
J	vektor ketumpatan arus elektrik
k	kekonduksian terma
k_B	pemalar Boltzmann
l	panjang gelinciran
L	panjang cirian jasad; panjang rujukan
m	pemalar; eksponen; parameter eksponen halaju
M	parameter magnet
m_i	jisim ion
n	pemalar; eksponen; parameter eksponen suhu

Nu	nombor Nusselt
Nu_x	nombor Nusselt setempat
p	tekanan
Pr	nombor Prandtl
q_w	fluks haba permukaan
Re	nombor Reynolds
Re_x	nombor Reynolds setempat
s	parameter sedutan/semburan
S	pemalar perkadaran
t	masa
T	suhu bendalir
T_f	suhu bendalir olakan
T_w	suhu pada permukaan jasad
T_∞	suhu persekitaran
U, U_∞	halaju aliran bebas
u_w, U_w	halaju regangan/kecutan
u, v	komponen halaju masing-masing dalam arah x, y
\mathbf{V}	vektor halaju bendalir
V_w	halaju pemindahan jisim pada permukaan
x, y	koordinat-koordinat Cartesian

Simbol Greek

α	pekali resapan terma
β	pekali kembangan terma
γ	parameter gelinciran terma
δ	ketebalan lapisan sempadan
δ_h	ketebalan lapisan sempadan halaju
δ_t	ketebalan lapisan sempadan terma
ε	parameter regangan/kecutan

ε^*	parameter nisbah halaju
ζ	parameter olakan
η	pemboleh ubah keserupaan tak bersandar
θ	suhu tanpa matra
κ	pemalar
λ	parameter keapungan atau parameter olakan campuran
μ	kelikatan dinamik
μ_0	keliangan vakum
ν	kelikatan kinematik
ρ	ketumpatan bendalir
ρ_∞	ketumpatan bendalir pada aliran bebas
σ	kekonduksian elektrik
τ	tegasan ricih
τ_w	tegasan ricih pada permukaan
ν	kadar tegangan malar
Φ	fungsi lesapan likat
ϕ	parameter gelinciran halaju
ψ	fungsi arus

Subskrip

c	keadaan kritikal
w	syarat pada permukaan
∞	syarat di luar lapisan sempadan

Superskrip

'	pembezaan terhadap η
---	---------------------------

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 PENGENALAN

Kebanyakan aktiviti dalam bidang kejuruteraan melibatkan pengawalan terhadap tenaga yang dihasilkan oleh pembakaran bahan api atau nuklear, dan juga memastikan bahawa ia boleh diperolehi bila sahaja diperlukan. Dalam aktiviti ini, proses pemindahan haba sangat penting. Pemindahan haba merupakan proses pemindahan tenaga daripada suatu jasad ke jasad yang lain akibat daripada perubahan suhu yang wujud di antara kedua-dua jasad tersebut (Simonson 1991). Penjana kuasa daripada perubahan tenaga bahan kimia dan tindak balas nuklear melibatkan pemindahan tenaga haba yang besar. Selain itu, tindak balas kimia semasa proses pembakaran menghasilkan suhu yang tinggi yang boleh melebihi titik lebur bahan binaan peralatan. Oleh itu perlindungan yang secukupnya terhadap peralatan amat diperlukan dengan menggunakan kaedah pemindahan haba. Pengetahuan tentang pemindahan haba membolehkan suhu dikawal pada aras yang selamat. Selanjutnya, bagi suatu loji kuasa stim, pemindahan tenaga haba daripada gas panas yang dihasilkan oleh pembakaran bahan bakar kepada air di dalam tiub dandang merupakan suatu proses yang penting. Kadar pemindahan haba sebenar untuk menghasilkan kadar aliran stim diperlukan. Tetapi penentuan saiz dan keluasan permukaan tiub yang diperlukan tidak mungkin dilakukan tanpa pengetahuan dalam pemindahan haba dan sifat berkenaan bahan-bahan kejuruteraan yang digunakan (Simonson 1991). Walaupun pemindahan haba sangat berkait rapat dengan penggunaan dalam kejuruteraan mekanikal, namun begitu penggunaannya semakin meluas hingga ke bidang kejuruteraan elektrik, kimia, nuklear dan pelogaman.

Tiga mekanisme pemindahan haba ialah konduksi, olakan dan sinaran. Mekanisme ini boleh berlaku secara berasingan atau serentak. Pada asasnya, mekanisme pemindahan haba secara konduksi dan sinaran berlaku dalam pepejal dan bendalir (cecair dan gas). Pemindahan haba oleh konduksi dan juga sinaran daripada permukaan pepejal ke bendalir merupakan suatu proses pemindahan haba olakan. Kajian yang dibincangkan dalam tesis ini melibatkan proses pemindahan haba secara olakan sahaja. Dalam bab ini, proses pemindahan haba olakan, gelinciran pada permukaan dan bendalir likat, masing-masing diterangkan dalam seksyen 1.2-1.4. Manakala seksyen 1.5-1.8, masing-masing mengandungi penerangan berkenaan teori lapisan sempadan, jenis-jenis lapisan sempadan, pemisahan lapisan sempadan dan parameter-parameter tanpa matra yang digunakan dalam kajian. Sementara itu, permasalahan dan sumbangan kajian, objektif dan skop kajian serta rangka kajian, masing-masing dinyatakan dalam seksyen 1.9-1.11.

1.2 PROSES PEMINDAHAN HABA OLAKAN

Olakan adalah satu daripada tiga mekanisme pemindahan haba selain konduksi dan sinaran. Apabila wujud perbezaan suhu di antara dua kawasan, maka pemindahan haba berlaku dari kawasan yang bersuhu tinggi ke kawasan yang bersuhu rendah dan ia mengubah tenaga dalaman bagi sistem yang terlibat berpandukan Hukum Termodinamik Pertama (Wikipedia 2013). Pemindahan haba olakan merupakan proses yang melibatkan tenaga haba dipindahkan dari suatu permukaan jasad ke bendalir yang bergerak disebabkan oleh perbezaan suhu yang wujud antara permukaan dan bendalir tersebut. Olakan adalah lebih dominan dalam cecair dan gas. Semasa pemanasan, molekul-molekul dalam bendalir (cecair atau gas) akan bergerak dari kawasan yang kurang tumpat (panas) ke kawasan yang tumpat (sejuk) sehingga keseimbangan terma dicapai. Semakin cepat pergerakan bendalir, maka semakin besar pemindahan haba olakan berlaku. Pemindahan haba olakan berlaku secara meluas secara praktik. Sebagai contoh dalam proses penyejukan peralatan memotong semasa operasi pemesinan, pemanasan dan penyejukan bangunan, penjanaan dan pemeluwapan wap dalam loji janakuasa haba dan penyejukan komponen elektronik dalam komputer (Oosthuizen & Naylor 1999).

Pemindahan haba olakan berlaku dalam dua bentuk berbeza iaitu olakan bebas dan olakan paksa (Arpaci et al. 2000). Dalam olakan bebas, pergerakan bendalir didorong oleh perbezaan ketumpatan akibat daripada perubahan suhu yang disebabkan oleh pemanasan atau penyejukan. Dengan kata lain, aliran bendalir didorong oleh daya keapungan yang mana bendalir berolak kerana terdapat kecerunan tekanan yang dikenakan pada keseluruhan bendalir yang berpunca terutamanya oleh daya graviti. Radiator panas yang digunakan untuk memanaskan bilik adalah satu daripada contoh peranti praktikal yang memindahkan haba secara olakan bebas. Sementara itu, dalam olakan paksa, bendalir dipaksa untuk mengalir ke atas permukaan oleh agen-agen luar seperti kipas, pam dan angin persekitaran, dengan tujuan untuk meningkatkan kadar perubahan haba. Alat pendingin hawa untuk menyejukan bilik, ketuhar olakan yang mempercepatkan masakan makanan dan pemanasan/penyejukan anggota badan oleh peredaran darah dalam badan merupakan contoh-contoh yang melibatkan olakan paksa.

Gabungan kedua-dua olakan bebas dan paksa akan menghasilkan olakan campuran yang kesannya jelas apabila halaju aliran paksa adalah rendah sementara perbezaan ketumpatan/suhu adalah tinggi (Oosthuizen & Naylor 1999). Olakan ini boleh berlaku dalam beberapa situasi seperti dalam penyejukan alat elektronik dan dalam alat penukar haba. Aliran ditentukan secara serentak oleh kedua-dua sistem paksaan luar dan daya jisim dalaman oleh taburan ketumpatan yang tidak seragam bagi medium bendalir dalam medan graviti. Parameter daya keapungan ($\lambda = Gr / Re^n$) menjadi ukuran perbandingan kepada pengaruh olakan bebas dengan olakan paksa dalam aliran, dengan Gr , Re dan $n (> 0)$ masing-masing adalah nombor Grashof, nombor Reynolds dan pemalar. Olakan paksa menjadi dominan apabila $\lambda \rightarrow 0$, manakala olakan bebas adalah dominan apabila $\lambda \rightarrow \infty$ (Pop & Ingham 2001).

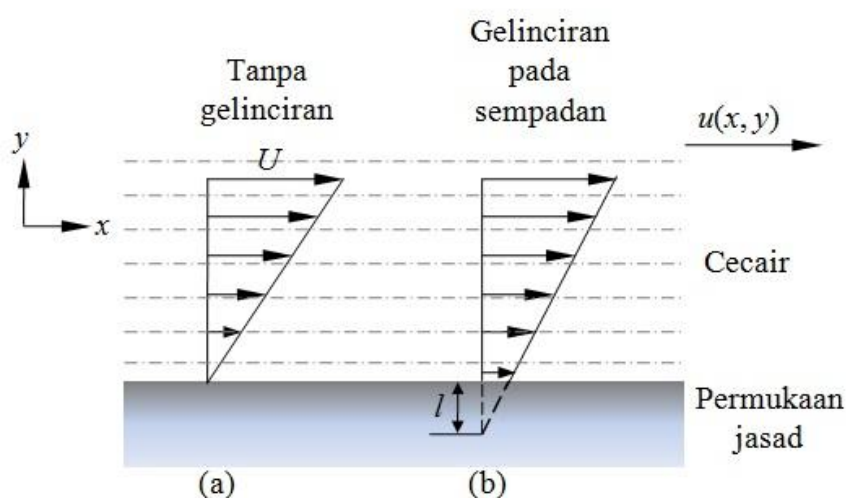
1.3 GELINCIRAN PADA PERMUKAAN DAN APLIKASI

Syarat sempadan pada permukaan bergantung pada sama ada bendalir adalah dalam bentuk cecair atau gas. Bagi aliran makro, dimensi sistem adalah besar, maka zarah-zarah bagi kedua-dua cecair dan gas yang bersentuhan dengan suatu permukaan jasad mestilah dalam keadaan yang seimbang dengan zarah-zarah jasad tersebut (White 2006). Secara amnya, syarat sempadan tak gelincir dikenakan pada permukaan pepejal dengan bendalir. Kebanyakan persamaan lapisan sempadan diterbitkan dengan mengambil kira andaian bahawa medan aliran mematuhi syarat tak gelincir pada permukaan, iaitu halaju bendalir $u(x, y)$ pada permukaan jasad diandaikan sama dengan halaju jasad seperti ditunjukkan dalam Rajah 1.1 (a). Walau bagaimanapun, pada keadaan tertentu, andaian syarat tak gelincir ini tidak boleh digunakan dan perlu digantikan dengan syarat sempadan separa gelinciran. Menurut Gad-el-Hak (1999), hal ini terjadi kerana apabila aliran melencong jauh daripada had keselantaran, syarat sempadan tak gelincir gagal untuk memodelkan secara tepat interaksi permukaan antara bendalir dan sempadan permukaan jasad disebabkan oleh frekuensi perlanggaran antara molekul-molekul bendalir dan permukaan jasad tersebut adalah rendah. Oleh itu, model gelinciran telah dicadangkan untuk memperbaiki jangkaan fenomena aliran tak-selanjat berdekatan sempadan permukaan, yang diandaikan masih dalam rangka aliran selanjat. Gelinciran permukaan boleh berlaku pada permukaan bendalir-pepejal, dan antara permukaan lapisan bendalir-bendalir. Sesetengah gabungan cecair/pepejal dikenal pasti akan mengalami gelinciran di bawah keadaan aliran mikro yang berskala kecil. Perkara ini dikatakan agak kontroversi dan telah dikaji semula oleh Gad-el-Hak (2001). Hasilnya, sesetengah cecair berskala kecil dalam aliran mikro didapati menunjukkan gelinciran manakala sesetengahnya tidak mempamerkan gelinciran.

Satu daripada cara untuk mencirikan gelinciran dalam cecair adalah panjang gelinciran l yang menghubungkan gelinciran halaju dengan kecerunan halaju setempat (atau kadar ricih) pada sempadan seperti berikut (Andersson 2002; White 2006):

$$u(x, y) = l \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (1.1)$$

dengan u adalah komponen halaju, y mewakili koordinat yang seranjang dengan permukaan dan $\partial u / \partial y$ adalah kadar ricih pada sempadan seperti ditunjukkan dalam Rajah 1.1 (b). Syarat aliran dengan gelinciran ini diperkenalkan buat pertama kali oleh Navier hampir dua abad yang lalu (Labropulu & Li 2008). Panjang gelinciran bergantung pada cecair, bentuk geometri aliran dan kadar ricih (White 2006). Menurut Sajid et al. (2012), panjang gelinciran adalah malar apabila syarat sempadan gelinciran Navier digunakan. Tretheway dan Meinhart (2002) menguji air yang mengalir dalam saluran mikro dengan kelebaran $30 \mu\text{m}$, yang disaluti dengan octadecyltrichlorosilane hidrofobik (OTS). Mereka mengukur $l \approx 1 \mu\text{m}$ dan mendapati gelinciran halaju bersamaan dengan 10 peratus daripada halaju garis tengah. Choi et al. (2003) pula mengkaji hidrofilik dan hidrofobik yang bersalut dalam saluran mikro



Rajah 1.1 Halaju bendalir pada permukaan jasad (a) tanpa gelinciran dan (b) dengan gelinciran pada sempadan

dengan lebar $1\text{-}2 \mu\text{m}$, dan melaporkan $l \approx 5\text{-}35 \text{ nm}$, meningkat dengan kadar ricih. Menurut White (2006), belum ada lagi teori asas yang boleh meramalkan gelinciran bagi aliran cecair melalui permukaan pepejal.

Dengan perkembangan pesat sains dan teknologi dalam bidang yang berkaitan dengan teknologi mikro dan nano, didapati terdapat banyak perbezaan yang ketara di antara aliran bendalir pada skala makro dengan aliran bendalir pada skala mikro/nano, maka berlaku fenomenon gelinciran permukaan. Kesan keadaan gelincir sangat penting bagi sesetengah bendalir yang mempamerkan gelinciran pada permukaan. Bendalir-bendalir tersebut penting dalam aplikasi teknologi seperti mengilap injap jantung tiruan dan rongga-rongga dalaman (Zhu et al. 2010). Terbaru, kesan gelinciran menerima banyak perhatian dalam sistem mikro-elektromekanikal (MEMS) dalam dinamik bendalir berskala mikro (Bhattacharyya et al. 2013). Disebabkan oleh dimensi berskala mikro, telatah aliran bendalir yang mempunyai kawasan gelinciran berbeza daripada telatah aliran yang biasa (Fang et al. 2009a). Pergerakan aliran dalam kawasan gelinciran masih memenuhi persamaan Navier-Stokes, tetapi dengan syarat sempadan yang melibatkan gelinciran halaju atau gelinciran terma. Aliran gas kurang tumpat dengan gelinciran sering berlaku dalam peranti berskala mikro dan situasi bertekanan rendah (Shidlovskiy 1967; Gal-el-Hak 1999). Aliran lapisan sempadan pada sempadan rata yang meregang disebabkan oleh separa gelinciran didapati berguna dalam masalah yang melibatkan regangan dan penyemperitan (Wang 2002). Masalah aliran titik genangan dengan gelinciran pula boleh digunakan dalam beberapa aplikasi yang melibatkan jalur atau filamen nipis bagi suatu minyak ringan yang melekat pada suatu plat atau apabila plat tersebut disaluti dengan penyalut khas seperti lapisan mono tebal octadecyltrichlorosilane hidrofobik (Derek et al. 2002). Begitu juga, gelinciran permukaan boleh berlaku jika bendalir yang terlibat mengandungi penggantungan yang pekat (Soltani & Yilmazer 1998). Selain itu, peleburan polimer sering mempamerkan gelinciran permukaan makroskopik, yang kebiasaannya dikawal oleh hubungan tak linear antara gelinciran halaju dan daya cengkaman (Abbas et al. 2009). Bagi sesetengah permukaan bersalut seperti Teflon yang menolak perlekatan, syarat tak gelincir digantikan dengan syarat separa gelincir Navier yang gelinciran halaju berkadaran dengan tegasan ricih setempat (Mukhopadhyay 2012). Walau bagaimanapun, eksperimen mencadangkan bahawa gelinciran halaju turut bergantung pada tegasan normal. Kesan medan magnet dengan gelinciran diperhatikan dalam kajian aliran tak mantap bagi darah melalui medium berliang dalam arteri dengan mempertimbangkan darah sebagai bendalir tak mampat berkonduksi elektrik (Eldesoky 2012). Kajian ini berguna dalam menilai peranan

keliangan dan syarat gelinciran apabila suatu jasad tertakluk kepada pengimejan resonans magnetik (MRI).

1.4 BENDALIR LIKAT DAN APLIKASI

Secara ringkasnya, sebarang bahan yang boleh mengalir di bawah tekanan dikenali sebagai bendalir. Bendalir terdiri daripada cecair dan gas yang tidak berupaya mengekalkan sifat-sifat seperti yang ada pada suatu jasad pejal apabila dikenakan daya. Bendalir juga boleh ditakrifkan sebagai suatu bahan yang sentiasa berubah bentuk, struktur dan saiz di bawah tindakan daya ricih yang dikenakan apabila ia mengalir dan akan menyerupai bentuk tertentu suatu jasad pejal apabila ia bersentuhan dengan jasad tersebut. Secara umumnya, terdapat dua cara untuk mengelaskan bendalir. Pertama, dari segi kemampatan iaitu bendalir mampat atau bendalir tak mampat. Kedua, adalah dari segi kelikatan bendalir tersebut. Sifat bagi bendalir dikatakan mampat atau tak mampat bergantung pada telatah bendalir semasa dikenakan tekanan. Bendalir tak mampat merupakan bendalir yang isipadunya tidak akan terjejas oleh perubahan suhu dan tekanan yang berlaku pada bendalir tersebut. Namun begitu, tiada bendalir sebenar yang tak mampat sepenuhnya. Walau bagaimanapun, cecair dianggap sebagai bendalir tak mampat kerana ia mampu mengekalkan perubahan yang berlaku pada suhu dan tekanan berbanding dengan gas. Sementara itu, isi padu bagi bendalir mampat dikatakan berubah dengan perubahan suhu atau tekanan yang berlaku pada bendalir. Gas seperti udara boleh dikategorikan sebagai bendalir mampat atau bendalir tak mampat. Walau bagaimanapun, bagi tujuan kajian secara teori dan eksperimen, gas diandaikan tak mampat apabila ia bergerak pada kelajuan yang rendah.

Bendalir juga boleh diklasifikasikan berdasarkan perubahan kelikatan iaitu kesan yang terhasil pada bendalir apabila dikenakan tegasan ricih. Dua kelas bendalir yang utama ialah bendalir likat dan bendalir tak likat. Bendalir likat terdiri daripada bendalir Newtonan dan bendalir tak Newtonan. Sementara bendalir tak likat merupakan kelas bendalir unggul yang tegasan ricihnya adalah sifar (Hauke 2008). Namun demikian, bendalir dengan kelikatan sifar sebenarnya tidak wujud. Bendalir

Newtonan atau bendalir likat seperti air dan logam cecair merupakan bendalir yang memenuhi hukum Newton bagi kelikatan yang mana tegasan ricihnya berkadar secara linear dengan kecerunan halaju iaitu

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (1.2)$$

dengan μ adalah pekali kelikatan dinamik dan $\partial u / \partial y$ adalah kecerunan halaju (Holman 2010). Manakala bendalir yang tidak memenuhi persamaan (2.1) atau hubungan antara tegasan ricih dengan kecerunan halaju adalah secara tak linear, seperti polimer, sel darah dan cat dikenali sebagai bendalir tak Newtonan.

Kajian mengenai bendalir likat sangat penting dalam bidang aerodinamik, hidrodinamik dan industri pelinciran. Kelikatan bagi suatu bendalir dapat menentukan sama ada bendalir tersebut sesuai untuk digunakan pada suhu tertentu bagi suatu pengoperasian yang dilakukan. Contohnya dalam penapisan hidrolik, bendalir yang terlibat mestilah sangat nipis supaya bendalir tersebut dapat mengalir dengan bebas dan cukup berat bagi mengelakkan kehausan dan kebocoran (Anon. 2012). Ketebalan bendalir hidrolik akan bertambah (tebal) apabila ia disejukkan dan berkurang (nipis) apabila ia dipanaskan. Oleh kerana sesetengah sistem hidrolik berfungsi di bawah suhu yang keterlaluan, maka kelikatan adalah suatu faktor yang sangat penting. Contohnya, semakin tinggi indeks kelikatan (kadar perubahan kelikatan dengan suhu), maka semakin stabil kelikatan suatu bendalir pada suhu yang berbeza-beza. Dalam industri pelinciran pula, kelikatan bagi bendalir pelincir amat penting untuk kegunaan dalam pelinciran enjin dan kompresor kenderaan.

1.5 TEORI LAPISAN SEMPADAN

Teori lapisan sempadan dibina untuk mengganggu aliran bendalir dan pemindahan haba dalam suatu lapisan nipis bersebelahan dengan permukaan jasad. Ludwig Prandtl (1875-1953), seorang saintis Jerman merupakan perintis kepada teori tersebut yang diperkenalkan pada Ogos 1904. Matlamat utama Prandtl adalah untuk memisahkan aliran kepada dua bahagian. Bahagian pertama (bahagian yang besar) ialah bahagian

aliran bebas yang jauh dari permukaan jasad dan dinamakan sebagai aliran tak likat. Manakala bahagian kedua (bahagian yang lebih kecil) pula ialah suatu lapisan nipis dikenali sebagai lapisan sempadan yang bersentuhan dengan permukaan jasad tempat berlakunya kesan kelikatan (Acheson 1990). Pada bahagian kedua ini daya geseran perlu dipertimbangkan, manakala pada bahagian pertama iaitu di luar lapisan sempadan, daya geseran amat kecil dan boleh diabaikan (Schlichting 1979).

Daripada eksperimen-eksperimen yang dijalankan, Prandtl mendapati bahawa kecerunan halaju yang tinggi dan normal terhadap garis arus berlaku pada kawasan yang berhampiran dengan permukaan. Selain itu, beliau membuat kesimpulan bahawa analisis medan aliran adalah mencukupi dengan hanya mempertimbangkan pengaruh kelikatan terhadap lapisan sempadan, sementara aliran yang jauh dari lapisan sempadan dianggap sebagai bendalir tak likat. Seterusnya, Prandtl memudahkan persamaan-persamaan keabadian dan hasilnya beliau berjaya menerbitkan suatu persamaan lapisan sempadan (Eckert & Drake 1972).

Persamaan lapisan sempadan dapat diterbitkan dengan mengambil kira andaian-andaian berikut (Schlichting 1979; Anuar 2008):

1. Semua kesan kelikatan medan aliran dibataskan kepada lapisan sempadan, bersebelahan dengan permukaan. Di sebelah luar lapisan sempadan, kesan kelikatan tidak penting, maka aliran boleh ditentukan oleh penyelesaian tak likat seperti aliran potensi atau persamaan Euler.
2. Lapisan adalah nipis jika dibandingkan dengan panjang cirian jasad. Jika δ adalah ketebalan lapisan dan L adalah panjang cirian jasad, maka $\delta/L \ll 1$. Juga $x = O(L)$ dan $y = O(\delta)$.
3. Bendalir memenuhi syarat tak gelincir pada permukaan jasad dan keadaan aliran bebas di luar lapisan sempadan, iaitu

$$u(x, 0) = 0, \quad v(x, 0) = 0, \quad u(x, \infty) = U_\infty, \quad v(x, \infty) = 0,$$

dengan u dan v masing-masing adalah komponen halaju dalam arah x dan y , manakala U_∞ adalah halaju aliran bebas.

4. Dalam lapisan sempadan, $u = O(U_\infty)$.

Teori lapisan sempadan sering digunakan untuk menyelesaikan masalah aliran bendalir dan pemindahan haba (Bejan 2004). Ini kerana persamaan lapisan sempadan yang terhasil adalah dalam bentuk parabolik yang lebih mudah untuk diselesaikan berbanding dalam bentuk eliptik. Walau bagaimanapun, persamaan tersebut sah hingga ke titik pemisahan sahaja. Persamaan lapisan sempadan akan dibincangkan dengan lebih lanjut dalam Bab III.

1.6 JENIS-JENIS LAPISAN SEMPADAN

Lapisan sempadan terbahagi kepada dua, iaitu lapisan sempadan halaju dan lapisan sempadan terma (Özişik 1985). Bagi menerangkan konsep lapisan sempadan, pertimbangkan aliran pada plat rata seperti ditunjukkan dalam Rajah 1.2 dan 1.3.

1.6.1 Lapisan Sempadan Halaju

Halaju aliran diandaikan sifar apabila unsur-unsur bendalir bersentuhan dengan permukaan plat. Unsur-unsur bendalir ini kemudian bertindak melambatkan pergerakan unsur-unsur bendalir dalam lapisan bersebelahannya. Proses ini berterusan sehingga ke jarak $y = \delta_h$ dari permukaan plat (lihat Rajah 1.2). Kesan ini boleh diabaikan apabila halaju unsur-unsur bendalir menghampiri halaju aliran bebas U_∞ . Pembantutan pergerakan bendalir dalam lapisan sempadan ini disebabkan oleh wujudnya tegasan ricih τ yang bertindak selari dengan halaju bendalir pada permukaan plat. Kuantiti δ_h dinamakan ketebalan lapisan sempadan halaju yang biasanya ditakrifkan sebagai nilai y dengan $u = 0.99U_\infty$. Profil halaju lapisan sempadan pula merujuk kepada gaya u berubah dengan y dalam lapisan sempadan (Incropera & DeWitt 2002; Long & Sayma 2009).

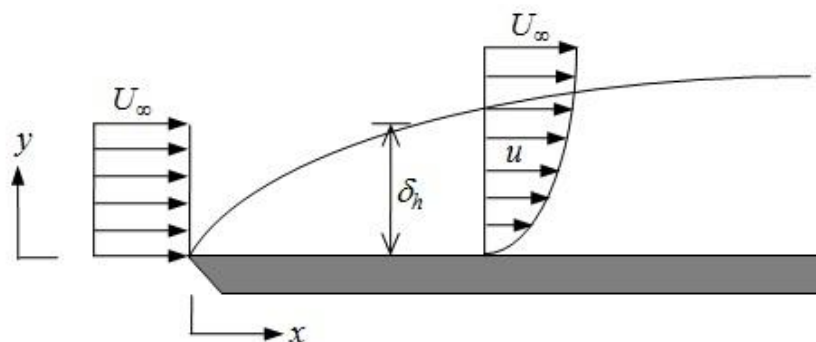
Aliran bendalir dicirikan oleh dua rantau berbeza, iaitu lapisan nipis bendalir (lapisan sempadan) yang kecerunan halaju dan tegasan ricih adalah besar, dan rantau di luar lapisan sempadan yang kecerunan halaju dan tegasan ricih boleh diabaikan. Dengan pertambahan jarak dari hujung hadapan plat, kesan kelikatan berterusan hingga ke aliran bebas dan lapisan sempadan bertambah dengan pertambahan nilai x . Oleh kerana ia berkait rapat dengan halaju bendalir, maka lapisan sempadan tersebut dirujuk sebagai lapisan sempadan halaju. Ia terbentuk apabila terdapat aliran bendalir pada permukaan plat, dan sangat penting dalam masalah melibatkan olakan kerana hubungannya dengan tegasan ricih permukaan τ_w yang dapat menentukan kesan geseran pada permukaan. Bagi aliran luaran, ia menyediakan asas dalam menentukan pekali geseran kulit (Incropera & DeWitt 2002)

$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho U_\infty^2 / 2}, \quad (1.3)$$

iaitu parameter tanpa matra yang menentukan daya geseran permukaan. Dengan mempertimbangkan bendalir Newtonan, tegasan ricih permukaan boleh dinilai daripada kecerunan halaju pada permukaan iaitu

$$\tau_w = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (1.4)$$

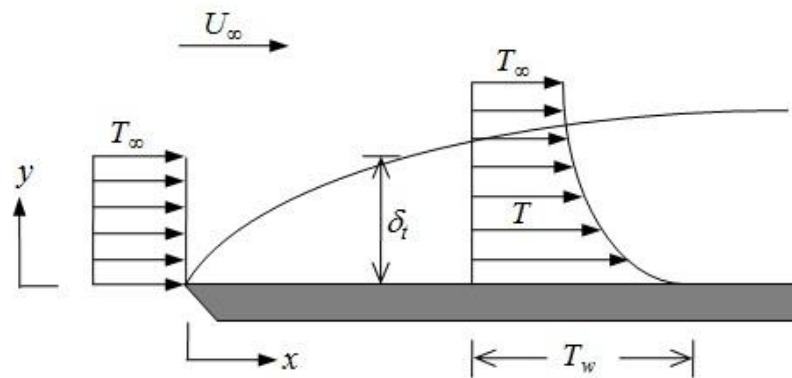
dengan μ adalah ciri bendalir dikenali sebagai kelikatan dinamik (Incropera & Dewitt 2002).



Rajah 1.2 Lapisan sempadan halaju di atas plat rata

1.6.2 Lapisan Sempadan Terma

Lapisan sempadan terma terbentuk apabila suhu aliran bebas bendalir berbeza dengan suhu pada permukaan plat. Pertimbangkan aliran terhadap plat rata isoterma seperti ditunjukkan dalam Rajah 1.3. Pada hujung hadapan plat, profil suhu adalah seragam, dengan $T = T_\infty$. Walau bagaimanapun, unsur-unsur bendalir yang bersentuhan dengan permukaan plat mencapai keseimbangan terma dengan plat dan berlaku pemindahan haba di antara kedua-duanya, lalu menghasilkan kecerunan suhu dalam bendalir tersebut. Kawasan dalam bendalir yang mengandungi kecerunan suhu ini dinamakan lapisan sempadan terma, dan ketebalannya δ_t ditakrifkan sebagai nilai y yang mana nisbah $(T_w - T) / (T_w - T_\infty) = 0.99$ (Incropera & DeWitt 2002). Pertambahan jarak dari hujung hadapan plat telah menyebabkan kesan pemindahan haba semakin ketara hingga ke aliran bebas dan lapisan sempadan terma bertambah dengan pertambahan nilai x .



Rajah 1.3 Lapisan sempadan terma di atas plat rata isoterma

Pada sebarang jarak x dari hujung hadapan plat, fluks haba setempat boleh diperoleh dengan menggunakan hukum Fourier bagi bendalir pada $y = 0$, iaitu

$$q_w = -k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}, \quad (1.5)$$

dengan k adalah kekonduksian terma. Ungkapan ini sesuai kerana tiada pergerakan bendalir dan pemindahan tenaga yang berlaku di permukaan plat, yang ada hanyalah konduksi. Oleh itu, keadaan dalam lapisan sempadan terma yang mempengaruhi kecerunan suhu permukaan $\partial T / \partial y \big|_{y=0}$ menentukan kadar pemindahan haba merentasi lapisan sempadan.

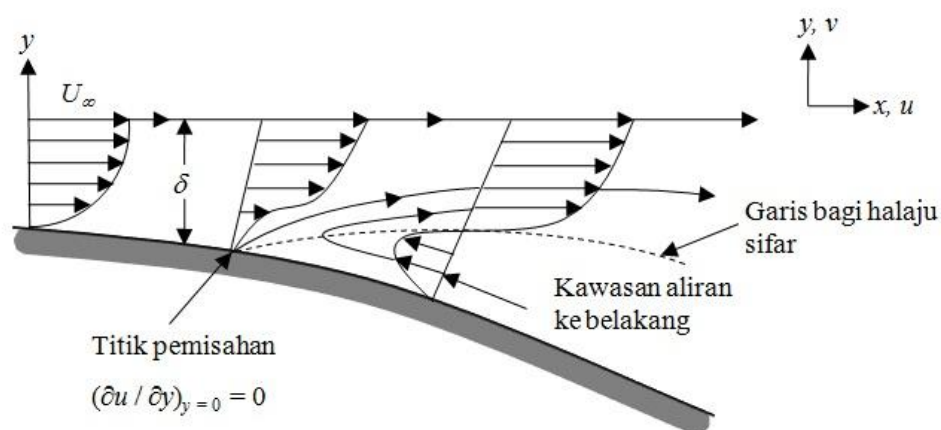
1.7 PEMISAHAN LAPISAN SEMPADAN

Kajian pemisahan aliran daripada permukaan jasad dan penentuan perubahan secara global dalam medan aliran akibat daripada pemisahan adalah masalah yang paling asas dan sukar dalam dinamik bendalir. Memang telah diketahui bahawa kebanyakan aliran dalam bentuk cecair atau gas yang diperhatikan pada alam semulajadi dan yang ditemui dalam aplikasi kejuruteraan melibatkan pemisahan. Pemisahan lapisan sempadan yang diterangkan dalam tesis ini adalah perubahan lapisan sempadan lamina kepada lapisan sempadan gelora (Clancy 1993). Peralihan daripada keadaan lamina kepada gelora bergantung pada beberapa faktor, seperti aliran nombor Reynolds, kekasaran permukaan jasad, kecerunan tekanan dan kegeloraan dalam aliran bebas itu sendiri (Long 1999). Jika nombor Reynolds adalah kecil, aliran likat dalam lapisan sempadan bersifat lamina dan berubah secara seragam apabila bergerak menjauhi permukaan. Manakala nombor Reynolds yang besar menyebabkan aliran likat dalam lapisan sempadan bergelora dengan kehadiran aliran pusaran tak mantap (berubah dengan masa) (Özişik 1977).

Aliran lapisan sempadan lamina mempunyai garis arus yang licin dan gerakan bertertib, sementara aliran lapisan sempadan gelora mempunyai halaju yang berubah-ubah dengan gerakan tak bertertib. Sebenarnya peralihan aliran lamina kepada aliran gelora tidak berlaku secara tiba-tiba tetapi wujud suatu rantau yang alirannya berubah-ubah antara aliran lamina dan aliran gelora yang dinamakan rantau peralihan sebelum aliran gelora terbentuk sepenuhnya (Çengel 2003). Titik peralihan antara aliran lapisan sempadan lamina dengan aliran lapisan sempadan gelora dinamakan titik pemisahan lapisan sempadan. Pemisahan lapisan sempadan berlaku apabila lapisan

sempadan tidak lagi melekat pada permukaan jasad. Walau bagaimanapun, kriterium sebenar bagi pemisahan ini berlaku tidak diketahui. Apa yang boleh dibuat adalah menghitung penyelesaian persamaan-persamaan lapisan sempadan sehingga ke titik singular iaitu pada titik pemisahan lapisan sempadan berlaku. Penyelesaian tidak lagi wujud apabila nilai yang digunakan melebihi titik singular ini (Sears & Telionis 1975; Nor Azizah 2012).

Pembentukan aliran dalam lapisan sempadan bergantung pada taburan tekanan di sepanjang permukaan jasad. Jika kecerunan tekanan berkurang dalam arah aliran ($dp/dx < 0$), maka lapisan sempadan kekal melekat pada permukaan jasad. Sebaliknya, dengan kecerunan tekanan menentang ($dp/dx > 0$), iaitu apabila tekanan mula meningkat dalam arah aliran, lapisan sempadan cenderung untuk terpisah dari permukaan jasad. Sebab berlakunya pemisahan ini diterangkan oleh Prandtl seperti berikut: Oleh kerana halaju dalam lapisan sempadan menurun ke arah permukaan jasad, tenaga kinetik bagi unsur-unsur bendalir dalam lapisan sempadan berkurangan jika dibandingkan dengan yang berada di luar lapisan tersebut. Semakin dekat unsur-unsur bendalir dengan permukaan jasad, semakin kecil tenaga kinetik yang ada. Ini bermakna, apabila tekanan di lapisan luar bertambah, unsur-unsur bendalir dalam lapisan sempadan mungkin tidak dapat mengatasinya, sehinggakan pertambahan kecil dalam tekanan boleh mengakibatkan unsur-unsur bendalir berdekatan dengan permukaan jasad berhenti dan berpatah semula ke belakang untuk membentuk rantau aliran putaran yang merupakan satu ciri bagi pemisahan (Schlichting 1979).



Rajah 1.4 Pemisahan lapisan sempadan

Takrifan klasik menyatakan bahawa pemisahan lapisan sempadan berlaku pada titik yang tegasan ricih permukaan adalah sifar ($\partial u / \partial y = 0$ pada $y = 0$). Selepas titik ini, wujud aliran ke belakang yang menandakan pemisahan telah berlaku dan pada ketika ini penghampiran lapisan sempadan tidak lagi boleh digunakan (Anuar 2008). Namun begitu, Rott (1956) mendapati nilai sifar bagi tegasan ricih permukaan dan aliran ke belakang berdekatan jasad secara amnya tidak menandakan pemisahan. Pemisahan juga berkemungkinan berlaku selepas aliran berpatah balik ke belakang iaitu pada tegasan ricih permukaan bukan sifar seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 1.4. Penemuan ini disahkan dengan kajian-kajian yang dilakukan oleh Schneider (1979), Wilks dan Bramley (1981), Schneider dan Wasel (1985), Merrill et al. (2006) dan ramai lagi.

1.8 PARAMETER-PARAMETER TANPA MATRA

Parameter tanpa matra adalah parameter yang nilainya tiada unit. Ia digunakan untuk menggambarkan pemindahan haba secara olakan. Oleh kerana ia tidak memerlukan penukaran unit, maka proses mendapatkan penyelesaian lebih mudah dilakukan, cepat dan lebih efisien. Parameter-parameter tanpa matra yang digunakan dalam kajian ini adalah nombor Prandtl, nombor Nusselt, nombor Reynolds dan nombor Grashof.

1.8.1 Nombor Prandtl, Pr

Nombor Prandtl adalah nisbah antara resapan momentum dengan resapan terma yang boleh ditakrifkan seperti berikut:

$$\text{Pr} = \frac{\mu c_p}{k} = \frac{\mu \rho}{k \rho / c_p} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\text{resapan momentum}}{\text{resapan terma}},$$

dengan μ , c_p , k , ρ , ν dan α masing-masing adalah kelikatan dinamik, haba tentu, kekonduksian terma, ketumpatan bendalir, kelikatan kinematik dan pekali resapan terma. Nombor tanpa matra ini menjadi pengukur ketebalan relatif bagi lapisan sempadan halaju dan lapisan sempadan terma. Resapan terma berlaku dengan cepat

dalam logam cecair ($Pr \ll 1$) tetapi ia berlaku sangat perlahan dalam minyak ($Pr \gg 1$), berbanding dengan resapan momentum. Oleh itu, lapisan sempadan terma adalah lebih tebal bagi logam cecair dan lebih nipis bagi minyak jika dibandingkan secara relatif dengan lapisan sempadan halaju. Apabila $Pr \approx 1$ (gas), pemindahan momentum dan tenaga melalui proses resapan adalah setanding. Sementara itu, nombor Prandtl yang bernilai besar menunjukkan bahawa aliran haba secara olakan adalah lebih efektif berbanding secara konduksi tulen, manakala perihal yang sebaliknya berlaku apabila nilai Pr adalah kecil. Nilai Pr yang besar juga menggambarkan bahawa bendalir tersebut adalah likat dan sebaliknya (Sherman 1990).

1.8.2 Nombor Nusselt, Nu

Nombor Nusselt ditakrifkan sebagai

$$Nu = \frac{hL}{k} = \frac{h\Delta T}{k\Delta T/L} = \frac{\text{pekali pemindahan haba olakan}}{\text{pekali pemindahan haba konduksi}},$$

dengan h , k , L dan ΔT masing-masing adalah pekali pemindahan haba, kekonduksian terma, panjang cirian dan perbezaan suhu rujukan di antara permukaan jasad dengan suhu bendalir. Oleh itu, nombor tanpa matra ini mewakili peningkatan pemindahan haba melalui lapisan bendalir sebagai hasil daripada hubungan relatif antara olakan kepada konduksi di sepanjang lapisan bendalir tersebut. Semakin besar nilai nombor Nusselt, semakin efektif pemindahan haba secara olakan. Nilai $Nu = 1$ bagi lapisan bendalir pula membawa maksud bahawa haba dipindahkan merentasi lapisan secara konduksi tulen (Çengel 2003).

1.8.3 Nombor Reynolds, Re

Nombor Reynolds diberi oleh

$$Re = \frac{U_{\infty}L}{\nu} = \frac{U_{\infty}^2L}{\nu U_{\infty}/L^2} = \frac{\text{daya inersia}}{\text{daya kelikatan}},$$

dengan U_∞ , L dan ν masing-masing adalah halaju aliran bebas, panjang cirian jasad dan kelikatan kinematik. Nombor tanpa matra ini digunakan sebagai kriterium yang menentukan perubahan aliran bendalir daripada mantap (aliran lamina) atau tak mantap (aliran gelora). Bagi nombor Reynolds besar, daya inersia adalah dominan, sementara daya kelikatan adalah dominan bagi nombor Reynolds kecil. Biasanya, apabila nombor Reynolds kurang daripada 2×10^3 , aliran dalam suatu paip adalah aliran lamina, manakala nombor Reynolds yang lebih besar daripada nilai tersebut menunjukkan aliran adalah gelora. Peralihan daripada aliran lamina kepada aliran gelora sebenarnya tidak berlaku pada nilai tertentu Re , tetapi dalam julat nilai 10^3 hingga 2×10^3 dan dilanjutkan ke 3×10^3 hingga 5×10^3 . Nombor Reynolds yang mana aliran bertukar kepada gelora dinamakan sebagai nombor Reynolds kritikal. Nilai kritikal ini berbeza untuk geometri yang berlainan. Bagi aliran terhadap plat rata, nombor Reynolds kritikal yang diterima umum adalah $Re_c = 5 \times 10^5$, bergantung pada peringkat kegeloraan dalam aliran bebas (Çengel 2003).

1.8.4 Nombor Grashof, Gr

Aliran dalam olakan bebas dikawal oleh nombor Grashof yang mewakili nisbah daya keapungan terhadap daya kelikatan yang bertindak ke atas bendalir. Nombor tanpa matra ini ditakrifkan sebagai

$$Gr = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)L^3}{\nu^2} = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2} = \frac{\text{daya keapungan}}{\text{daya kelikatan}},$$

dengan g , L , ν , T_w , T_∞ dan β masing-masing adalah pecutan graviti, panjang permukaan jasad, kelikatan kinematik bendalir, suhu permukaan jasad, suhu bendalir pada jarak jauh dari permukaan jasad dan pekali kembangan terma. Seperti nombor Reynolds yang berperanan dalam olakan paksa, nombor Grashof merupakan kriterium utama yang menentukan aliran bendalir adalah lamina atau gelora dalam olakan bebas. Menurut Çengel (2003), bagi plat yang menegak, nombor Grashof kritikal adalah lebih kurang 10^9 . Oleh itu, aliran pada plat tersebut bertukar menjadi gelora pada $Gr_c > 10^9$.

1.9 PERMASALAHAN DAN SUMBANGAN KAJIAN

Dalam mengkaji suatu aliran lapisan sempadan, banyak faktor yang perlu dipertimbangkan. Pertama adalah keadaan permukaan jasad sama ada meregang/mengecut, tegak/mengufuk, pegun/bergerak, condong, telap dan sebagainya. Kedua, jenis bendalir yang terlibat iaitu bendalir Newtonan atau bendalir bukan Newtonan. Ketiga adalah bentuk aliran sama ada aliran mantap atau tak mantap, dua matra atau tiga matra, atau aliran pada titik genangan. Selain itu, syarat-syarat sempadan yang dikenakan, ciri-ciri halaju dan suhu pada permukaan jasad, aspek fizikal lain seperti kesan medan magnet, sinaran atau sedutan/semburan dan sebagainya, turut diambil kira. Oleh itu, walaupun banyak kajian telah dilakukan terhadap aliran olakan dan pemindahan haba pada bendalir likat, sebenarnya masih banyak lagi penyelidikan yang boleh dilakukan, supaya hasil kajian dapat digunakan sebagai perbandingan, penambahbaikan, suatu ilmu baru atau boleh diaplikasikan dalam bidang sains dan teknologi serta kejuruteraan. Justeru itu, beberapa permasalahan kajian telah dikenal pasti, di antaranya adalah seperti berikut:

1. Bagaimana model matematik bagi masalah yang dikaji diperoleh dan apakah kaedah yang digunakan untuk menyelesaikannya?
2. Bagaimana keadaan fizikal permukaan bagi aliran olakan dalam bendalir likat mempengaruhi ciri-ciri aliran dan pemindahan haba?
3. Apakah kesan gelinciran dan tanpa gelinciran terhadap ciri-ciri aliran dan pemindahan haba?
4. Apakah kesan parameter-parameter menakluk ke atas pekali geseran kulit (tegasan ricih pada permukaan), nombor Nusselt setempat (kadar pemindahan haba pada permukaan) dan profil-profil halaju dan suhu?

Sumbangan utama kajian dalam tesis ini adalah kesan gelinciran terhadap geseran permukaan dan kadar pemindahan haba pada permukaan yang boleh dijadikan rujukan dan digunakan bagi masalah atau aplikasi yang melibatkan proses penyejukan terutama dalam aliran mikro. Gelinciran dapat mempercepatkan haba dipindahkan

daripada permukaan dan mengurangkan geseran antara bendalir dengan permukaan. Oleh itu, ia membantu dalam proses penyejukan suatu bahan. Kesan lain gelinciran ialah ia dapat menipiskan lapisan sempadan yang bertindak menstabilkan profil halaju, maka bendalir dapat mengalir dengan bebas.

1.10 OBJEKTIF DAN SKOP KAJIAN

Objektif kajian ini adalah mengkaji ciri-ciri aliran dan pemindahan haba dengan membina model matematik, melakukan formulasi dan analisis terhadap model matematik tersebut dan membina atur cara komputer berdasarkan kaedah berangka bagi lima masalah berikut:

1. Aliran lapisan sempadan olakan campuran terhadap titik genangan pada helaian tegak meregang dengan fluks haba permukaan ditetapkan.
2. Aliran lapisan sempadan olakan campuran hidromagnet berdekatan permukaan tegak meregang dengan fluks haba permukaan ditetapkan.
3. Aliran lapisan sempadan olakan campuran berdekatan titik genangan pada permukaan tegak dengan gelinciran dan suhu permukaan ditetapkan.
4. Aliran lapisan sempadan olakan paksa terhadap helaian telap mengecut dengan gelinciran dan suhu permukaan ditetapkan.
5. Aliran lapisan sempadan olakan paksa dan pemindahan haba pada permukaan meregang/mengecut di bawah aliran ricih luar seragam dengan syarat sempadan permukaan olakan.

Skop kajian ini terhad kepada masalah aliran lapisan sempadan olakan mantap berlamina, dua matra terhadap permukaan tegak meregang, helaian telap mengecut dan permukaan meregang/mengecut dengan mempertimbangkan syarat sempadan gelinciran, syarat sempadan permukaan olakan, suhu permukaan ditetapkan atau fluks haba permukaan ditetapkan, dalam bendalir likat yang tak mampat. Penjelmaan keserupaan digunakan bagi menjelmakan persamaan-persamaan menakluk untuk

kelima-lima masalah kepada persamaan pembezaan biasa, sebelum diselesaikan secara berangka menggunakan kaedah kotak Keller atau kaedah tembakan.

1.11 RANGKA KAJIAN

Tesis ini terbahagi kepada sembilan bab. Bab I mengandungi pengenalan, diikuti oleh huraian kepada proses pemindahan haba olakan, gelinciran pada permukaan dan aplikasi, penerangan ringkas mengenai bendalir likat dan aplikasi, teori lapisan sempadan, jenis-jenis lapisan sempadan, pemisahan lapisan sempadan dan parameter-parameter tanpa matra yang digunakan dalam kajian. Turut dimuatkan adalah permasalahan dan sumbangan kajian, objektif dan skop kajian serta rangka kajian. Ulasan kepustakaan bagi aliran olakan berdekatan titik genangan, olakan campuran terhadap plat tegak, aliran olakan pada plat yang meregang/mengecut, aliran dengan kesan gelinciran pada permukaan dan aliran magnetohidrodinamik, dinyatakan dalam Bab II.

Dalam Bab III, dibincangkan formulasi model matematik untuk menyelesaikan masalah terutama dalam Bab IV, bermula dengan persamaan-persamaan menakluk yang terlibat bagi aliran, penggunaan penghampiran lapisan sempadan, penghampiran Boussinesq, dan kemudian mendapatkan persamaan pembezaan biasa yang lebih mudah untuk diselesaikan dengan menggunakan penjelmaan keserupaan. Perincian penjelmaan keserupaan bagi masalah aliran likat yang dikaji diberikan dalam Lampiran A. Seterusnya, kaedah berangka yang digunakan iaitu kaedah kotak Keller dihuraikan secara terperinci dalam seksyen 3.3. Senarai simbol yang digunakan dalam atur cara MATLAB 7 pula dinyatakan dalam Lampiran B, manakala Lampiran C dan D masing-masing mengandungi atur cara komputer menggunakan perisian MATLAB 7 bagi mengatur cara kaedah kotak Keller dalam Bab IV dan V. Sementara itu, Lampiran E mengandungi atur cara komputer bagi kaedah tembakan menggunakan perisian Maple 12 untuk Bab VI.

Dalam Bab IV dan V, dibincangkan masalah aliran tanpa gelinciran pada permukaan yang melibatkan olakan campuran. Aliran tanpa gelinciran pada permukaan turut dibincangkan dalam Bab VIII tetapi bagi olakan paksa. Sementara dalam Bab VI dan VII, dibincangkan masalah aliran lapisan sempadan dengan gelinciran masing-masing bagi olakan campuran dan olakan paksa. Kedua-dua kaedah berangka iaitu kaedah kotak Keller dan kaedah tembakan boleh digunakan untuk menyelesaikan masalah dalam Bab IV dan V. Manakala bagi parameter dan syarat sempadan tertentu dalam masalah Bab VI hingga VIII hanya boleh diselesaikan menggunakan kaedah tembakan. Permasalahan dimulakan dengan sorotan kajian yang lebih khusus bagi aliran lapisan sempadan yang dikaji. Diikuti formulasi dan penyelesaian masalah, kaedah berangka yang digunakan, analisis daripada keputusan yang diperoleh dan terakhir adalah kesimpulan. Hasil penyelesaian dipersembahkan dalam bentuk graf bagi dua kuantiti fizikal iaitu pekali geseran kulit dan nombor Nusselt setempat, serta profil-profil halaju dan suhu. Selain itu, bagi mengesahkan keputusan yang diperoleh, perbandingan keputusan berangka kajian ini dengan hasil kajian terdahulu dipaparkan dalam bentuk jadual. Penyelesaian dual atau unik wujud bagi masalah-masalah yang dikaji.

Dalam Bab IV, aliran olakan campuran berdekatan titik genangan pada helaian tegak meregang dengan fluks haba permukaan ditetapkan dibincangkan. Kesan parameter-parameter menakluk seperti parameter nisbah halaju, parameter eksponen halaju, parameter keapungan dan nombor Prandtl terhadap halaju dan suhu bendalir, pekali geseran kulit dan nombor Nusselt setempat dihuraikan berpandukan graf-graf keputusan berangka yang diperoleh. Masalah aliran hidromagnet terhadap permukaan tegak meregang dengan fluks haba permukaan ditetapkan dibincangkan dalam Bab V. Selain daripada parameter eksponen halaju dan suhu, parameter keapungan dan nombor Prandtl, parameter magnet turut mempengaruhi aliran yang dikaji dalam bab ini. Kedua-dua masalah dalam Bab IV dan V diselesaikan menggunakan kaedah kotak Keller.

Seterusnya, dalam Bab VI dan VII dipertimbangkan suhu permukaan ditetapkan dengan kesan gelinciran masing-masing bagi aliran lapisan sempadan

berdekatan titik genangan pada permukaan tegak dan terhadap helaian telap yang mengecut. Dalam Bab VIII pula dibincangkan masalah aliran lapisan sempadan pada permukaan meregang/mengecut di bawah aliran ricih luar yang seragam dengan syarat sempadan permukaan olakan. Kesan parameter gelinciran, parameter sedutan/semburan, parameter olakan dan parameter regangan/kecutan serta nombor Prandtl terhadap kuantiti-kuantiti fizikal yang dinyatakan sebelum ini diberi dalam seksyen Keputusan dan Perbincangan. Masalah dalam Bab VI hingga VIII ini diselesaikan menggunakan kaedah tembakan. Didapati semua masalah yang dikaji menghasilkan penyelesaian dual dan unik, kecuali masalah dalam Bab V yang hanya memberikan penyelesaian unik. Akhir sekali, kesimpulan bagi semua hasil kajian dan kajian lanjutan yang boleh dilakukan dinyatakan dalam Bab IX.

BAB II

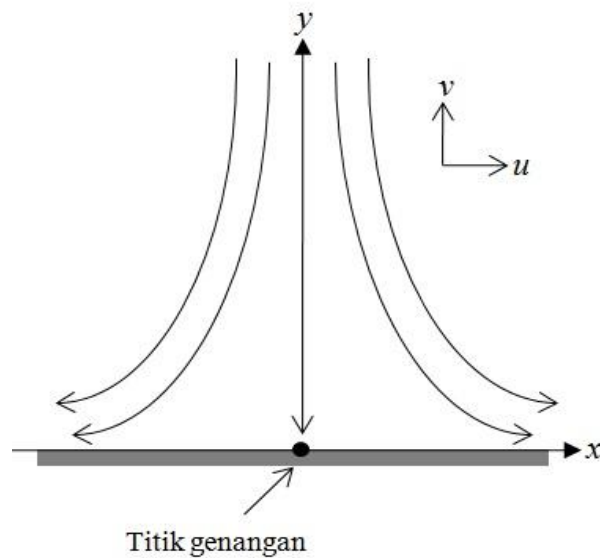
ULASAN KEPUSTAKAAN

2.1 PENGENALAN

Bab ini mengandungi ulasan kepustakaan iaitu perbincangan mengenai kajian yang telah dilakukan oleh penyelidik-penyelidik terdahulu terhadap aliran lapisan sempadan yang berkaitan dengan masalah-masalah yang dikaji. Ulasan kepustakaan bagi aliran olakan berdekatan titik genangan dan aliran olakan campuran terhadap plat tegak masing-masing dibincangkan dalam seksyen 2.2 dan 2.3. Kajian mengenai aliran olakan terhadap plat meregang/mengecut dan aliran dengan kesan gelinciran pada permukaan masing-masing dibincangkan dalam seksyen 2.4 dan 2.5. Manakala, ulasan kepustakaan bagi aliran magnetohidrodinamik dinyatakan dalam seksyen 2.6.

2.2 ALIRAN OLAKAN BERDEKATAN TITIK GENANGAN

Titik genangan adalah titik dalam medan aliran bagi suatu jasad yang mana zarah bendalir mempunyai halaju sifar terhadap jasad. Aliran berdekatan titik genangan mempunyai halaju aliran bebas dalam bentuk $U = ax$ dengan a adalah pemalar dan x adalah jarak dari titik genangan. Aliran menuju ke arah permukaan plat dan bercabang kepada dua arah untuk melepasi permukaan plat tersebut seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 2.1. Halaju pada titik tengah di permukaan plat berada dalam keadaan rehat sepenuhnya iaitu halaju dalam arah x dan y adalah sifar. Titik inilah yang dinamakan titik genangan dengan nilai tekanan pada titik tersebut berada pada tahap paling maksimum (Patel & Timol 2011). Dalam bidang dinamik bendalir, kajian



Rajah 2.1 Aliran titik genangan pada plat mengufuk

terhadap aliran titik genangan adalah sangat penting terutama dalam masalah yang berkaitan dengan aerodinamik (Ariel 2010). Selain itu, aplikasi aliran titik genangan juga penting dalam bidang kejuruteraan dan industri seperti proses penyejukan peralatan elektronik menggunakan kipas, penyejukan reaktor nuklear dan dalam kebanyakan proses hidrodinamik. Pada tahun 1911, seorang daripada pelajar kepada Ludwig Prandtl iaitu Hiemenz telah melaporkan bahawa aliran titik genangan boleh dianalisis secara tepat daripada persamaan Navier-Stokes. Beliau menurunkan persamaan Navier-Stokes kepada persamaan pembezaan biasa menggunakan penjelmaan keserupaan, sebelum menyelesaikannya secara berangka dan mendapatkan taburan halaju bagi aliran genangan pada satah (Schlichting 1979). Seterusnya, Goldstein (1938) mempertimbangkan persamaan tenaga dan memperoleh taburan suhu bagi kes yang sama yang dikaji oleh Hiemenz (White 2006). Homann pula memperluaskan kajian tersebut kepada masalah aliran genangan simetri sepaksi (Schlichting 1979).

Kajian aliran olakan pada titik genangan telah diperluaskan oleh ramai penyelidik dalam pelbagai aspek seperti jenis bendalir yang dikaji, ciri-ciri aliran bendalir, keadaan permukaan jasad, kesan-kesan fizikal yang dipertimbangkan dengan menggunakan pelbagai kaedah penyelesaian. Aliran titik genangan terhadap

RUJUKAN

- Abbas, Z., Wang, Y., Hayat, T. & Oberlack, M. 2009. Slip effects and heat transfer analysis in a viscous fluid over an oscillatory stretching surface. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 59: 443-458.
- Abbasbandy, S. & Roohani Ghehsareh, H. 2013. Solutions for MHD viscous flow due to a shrinking sheet by Hankel-Padé method. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow* 23: 388-400.
- Abbott, D.E. & Kline, S.J. 1960. *Simple Methods for Construction of Similarity Solutions of Partial Differential Equations*. Department of Mechanical Engineering, Stanford University: AFOSR TN 60-1163 Report MD-6.
- Abel, M.S., Datti, P.S. & Mahesha, N. 2009. Flow and heat transfer in a power-law fluid over a stretching sheet with variable thermal conductivity and non-uniform heat source. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52: 2902-2913.
- Abo-Eldahab, E.M. 2005. Hydromagnetic three-dimensional flow over a stretching surface with heat and mass transfer. *Heat Mass Transfer* 41: 734-743.
- Abramowitz, M. & Stegun, I.A. 1965. *Handbook of Mathematical Functions*. Dover: New York.
- Acheson, D.J. 1990. *Elementary Fluid Dynamics*. New York: Oxford University Press Inc.
- Akyildiz, F.T. & Siginer, D.A. 2010. Existence results and numerical simulation of magnetohydrodynamic viscous flow over a shrinking sheet with suction. *Mathematical and Computer Modelling* 52: 346-354.
- Ali, M.E. 1995. On thermal boundary layer on a power-law stretched surface with suction or injection. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 16: 280-290.
- Ali, M.E. 2004. The buoyancy effects on the boundary layers induced by continuous surface stretched with rapidly decreasing velocities. *Heat Mass Transfer* 40: 285-291.

- Ali, M. & Al-Yousef, F. 1998. Laminar mixed convection from a continuously moving vertical surface with suction or injection. *Heat Mass Transfer* 33: 301-306.
- Ali, M. & Al-Yousef, F. 1998. Laminar mixed convection from a continuously moving vertical surface with suction or injection. *Heat Mass Transfer* 33: 301-306.
- Ames, W.F. 1965. *Nonlinear Partial Differential Equations in Engineering*. New York: Academic Press Inc.
- Andersson, H.I. 1995. An exact solution of the Navier-Stokes equations for magnetohydrodynamic flow. *Acta Mechanica* 113: 241-244.
- Andersson, H.I. 2002. Slip flow past a stretching surface. *Acta Mechanica* 158: 121-125.
- Andersson, H.I. & Rousselet, M. 2006. Slip flow over a lubricated rotating disk. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 27: 329-335.
- Anjali Devi, S.P. & Thiyagarajan, M. 2006. Steady nonlinear hydromagnetic flow and heat transfer over a stretching surface of variable temperature. *Heat Mass Transfer* 42: 671-677.
- Anon. *Hydraulic Filtration Technical Reference*. Donaldson. Filtration Solutions. 330-352
<http://www.donaldson.com/en/ih/support/000721.pdf> [5 September 2012].
- Anuar Mohd Ishak. 2008. Penyelesaian keserupaan bagi aliran lapisan sempadan olakan terhadap permukaan dalam bendalir likat. Tesis Dr. Fal. Pusat Pengajian Sains Matematik, Universiti Kebangsaan Malaysia.
- Anuar Ishak. 2010a. Boundary layer flow adjacent to a vertical plate with constant surface temperature. *Sains Malaysiana* 39: 1035-1039.
- Anuar Ishak. 2010b. Similarity solutions for flow and heat transfer over a permeable surface with convective boundary condition. *Applied Mathematics and Computation* 217: 837-842.

- Anuar Ishak, Roslinda Nazar, Norihan Md. Arifin & Pop, I. 2007a. Mixed convection of the stagnation-point flow towards a stretching vertical permeable sheet. *Malaysian Journal of Mathematical Sciences* 1: 217-226.
- Anuar Ishak, Roslinda Nazar & Pop, I. 2007b. Mixed convection on the stagnation point flow toward a vertical, continuously stretching sheet. *ASME Journal of Heat Transfer* 129: 1087-1090.
- Anuar Ishak, Roslinda Nazar, Norihan Md. Arifin & Pop, I. 2008a. Dual solutions in mixed convection flow near a stagnation-point on a vertical porous plate. *International Journal of Thermal Sciences* 47: 417-422.
- Anuar Ishak, Roslinda Nazar & Pop, I. 2008b. Heat transfer over unsteady stretching surface with prescribed heat flux. *Canadian Journal of Physics* 86: 853-855.
- Anuar Ishak, Roslinda Nazar, & Pop, I. 2008c. Hydromagnetic flow and heat transfer adjacent to a stretching vertical sheet. *Heat Mass Transfer* 44: 921-927.
- Anuar Ishak, Roslinda Nazar & Pop, I. 2008d. Stagnation flow of a micropolar fluid towards a vertical permeable surface. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 35: 276-281.
- Anuar Ishak, Khamisah Jafar, Roslinda Nazar & Pop, I. 2009a. MHD stagnation point flow towards a stretching sheet. *Physica A* 388: 3377-3383.
- Anuar Ishak, Roslinda Nazar & Pop, I. 2009b. Heat transfer over an unsteady stretching permeable surface with prescribed wall temperature. *Nonlinear Analysis: Real World Applications* 10: 2909-2913.
- Anuar Ishak, Roslinda Nazar & Pop, I. 2009c. MHD convective flow adjacent to a vertical surface with prescribed wall heat flux. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 36: 554-557.
- Anuar Ishak, Roslinda Nazar & Pop, I. 2009d. MHD flow towards a permeable surface with prescribed wall heat flux. *Chinese Physics Letters* 26: 014702.
- Anuar Ishak, Lok, Y.Y. & Pop, I. 2010a. Stagnation-point flow over a shrinking sheet in a micropolar fluid. *Chemical Engineering Communications* 197: 1417-1427.

- Anuar Ishak, Roslinda Nazar & Pop, I. 2010b. MHD mixed convection boundary layer flow towards a stretching vertical surface with constant wall temperature. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 53: 5330-5334.
- Ariel, P.D. 2008. Two dimensional stagnation-point flow of an elastic-viscous fluid with partial slip. *Applied Mathematics and Mechanics (ZAMM)* 88: 320-324.
- Ariel, P.D. 2010. Homotopy perturbation method and the stagnation point flow. *Applications and Applied Mathematics* 1: 154-166.
- Ariel, P.D., Hayat, T. & Asghar, S. 2006. The flow of an elastico-viscous fluid past a stretching sheet with partial slip. *Acta Mechanica* 187: 29-35.
- Arpaci, V.S., Selamat, A. & Kao, S.H. 2000. *Introduction to Heat Transfer*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Aziz, A. 2009. A similarity solution for laminar thermal boundary layer over a flat plate with a convective surface boundary condition. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 14: 1064-1068.
- Aziz, A. 2010. Hydrodynamic and thermal slip flow boundary layers over a flat plate with constant heat flux boundary condition. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 15: 573-580.
- Battaller, R.C. 2008. Radiation effects for the Blasius and Sakiadis flows with a convective surface boundary condition. *Applied Mathematics and Computation* 206: 834-840.
- Beavers, G.S. & Joseph, D.D. 1967. Boundary conditions at a naturally permeable wall. *Journal of Fluid Mechanics* 30: 197-207.
- Bejan, A. 2004. *Convection Heat Transfer*. Edisi ke-3. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Bhattacharyya, K. 2012. Slip effects on boundary layer flow and mass transfer with chemical reaction over a permeable flat plate in a porous medium. *Frontiers in Heat and Mass Transfer* 3: 043006.
- Bhattacharyya, K. 2013. Heat transfer in boundary layer stagnation-point flow towards a shrinking sheet with non-uniform heat flux. *Chinese Physics B* 22: 074705.

- Bhattacharyya, K. & Layek, G.C. 2011. Effects of suction/blowing on steady boundary layer stagnation-point flow and heat transfer towards a shrinking sheet with thermal radiation. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 54: 302-307.
- Bhattacharyya, K., Mukhopadhyay, S. & Layek, G.C. 2011a. MHD boundary layer slip flow and heat transfer over a flat plate. *Chinese Physics Letters* 28: 024701.
- Bhattacharyya, K., Mukhopadhyay, S. & Layek, G.C. 2011b. Slip effects on boundary layer stagnation-point flow and heat transfer towards a shrinking sheet. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 54: 308-313.
- Bhattacharyya, K., Mukhopadhyay, S. & Layek, G.C. 2011c. Slip effects on unsteady boundary layer stagnation-point flow and heat transfer towards a stretching sheet. *Chinese Physics Letters* 28: 094702.
- Bhattacharyya, K., Mukhopadhyay, S. & Layek, G.C. 2012. Reactive solute transfer in magnetohydrodynamic boundary layer stagnation-point flow over a stretching sheet with suction/blowing. *Chemical Engineering Communications* 199: 368-383.
- Bhattacharyya, K., Mukhopadhyay, S. & Layek, G.C. 2013. Similarity solution of mixed convective boundary layer slip flow over a vertical plate. *Ain Shams Engineering Journal* 4: 299-305.
- Birkhoff, G. 1950. *Hydrodynamics*. New Jersey: Princeton University Press.
- Burmeister, L.C. 1983. *Convective Heat Transfer*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Cao, K & Baker, J. 2009. Slip effects on mixed convection flow and heat transfer from a vertical plate. *International Journal of Heat Mass Transfer* 52: 3829-3841.
- Cebeci, T. & Bradshaw, P. 1977. *Momentum Transfer in Boundary Layers*. New York: Hemisphere Publishing Corporation.
- Cebeci, T. & Bradshaw, P. 1988. *Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer*. New York: Springer-Verlag.

- Cebeci, T. & Smith, A.M.O. 1974. *Analysis of Turbulent Boundary Layers*. New York: Academic Press.
- Çengel, Y.A. 2003. *Heat Transfer: A Practical Approach*. Edisi ke-2. Boston: McGraw-Hill.
- Chamkha, A.J. 1997. Similarity solution for thermal boundary layer on a stretched surface of a non-Newtonian fluid. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 24: 643-652.
- Chamkha, A.J. 1998a. Hydromagnetic mixed convection stagnation flow with suction and blowing. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 25: 417-426.
- Chamkha, A.J. 1998b. Unsteady hydromagnetic flow and heat transfer from a non-isothermal stretching sheet immersed in a porous medium. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 25: 899-906.
- Chamkha, A.J. 2004. Unsteady MHD convective heat and mass transfer past a semi-infinite vertical permeable moving plate with heat absorption. *International Journal of Engineering Science* 42: 217-230.
- Chamkha, A.J. & Issa, C. 1999. Mixed convection effects on unsteady flow and heat transfer over a stretched surface. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 26: 717-727.
- Char, M.I. 1994. Heat transfer in hydromagnetic flow over a stretching sheet. *Heat Mass Transfer* 29: 495-500.
- Chakrabarti, A. & Gupta, A.S. 1979. Hydromagnetic flow and heat transfer over a stretching sheet. *Quarterly of Applied Mathematics* 37: 73-78.
- Chaudhary, R.C. & Jha, A.K. 2008. Effects of chemical reactions on MHD micropolar fluid flow past a vertical plate in slip-flow regime. *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)* 29: 1179-1194.
- Chen, C.H. 1998. Laminar mixed convection adjacent to vertical, continuously stretching sheets. *Heat and Mass Transfer* 33: 471-476.
- Chen, T.S. 1988. Parabolic systems: Local nonsimilarity method. In. Minkowycz, W.J. ed. *Handbook of Numerical Heat Transfer*. Canada: John Wiley.

- Chen, C.H. 2000. Mixed convection cooling of a heated continuously stretching surface. *Heat and Mass Transfer* 36: 79-86.
- Chen, C.H. 2008. Effects of magnetic field and suction/injection on convection heat transfer of non-Newtonian power-law fluids past a power-law stretched sheet with surface heat flux. *International Journal of Thermal Sciences* 47: 954-961.
- Chiam, T.C. 1994. Stagnation-point flow towards a stretching plate. *Journal of the Physical Society of Japan* 63: 2443-2444.
- Chiam, T.C. 1995. Hydromagnetic flow over a surface stretching with a power-law velocity. *International Journal of Engineering Science* 33: 429-435.
- Chiam, T.C. 1996. Heat transfer with variable conductivity in a stagnation-point flow towards a stretching sheet. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 23: 239-248.
- Chiam, T.C. 1997. Magnetohydrodynamic heat transfer over non-isothermal stretching sheet. *Acta Mechanica* 122: 169-179.
- Chiam, T.C. 1998. Heat transfer in a fluid with variable thermal conductivity over a linearly stretching sheet. *Acta Mechanica* 129: 63-72.
- Choi, C.H., Westin, K.J.A. & Breuer, K.S. 2003. Apparent slip flows in hydrophilic and hydrophobic microchannel. *Physics of Fluids* 15: 2897-2902.
- Clancy, L.J. 1993. *Aerodynamics*. Massachusetts: Pitman Publishing Inc.
- Cortell, R. 2005. A note on magnetohydrodynamic flow of a power-law fluid over a stretching sheet. *Applied Mathematics and Computation* 168: 557-566.
- Cossali, G.E. 2006. Similarity solutions of energy and momentum boundary layer equations for a power-law shear driven flow over a semi-infinite flat plate. *European Journal of Mechanics – B/Fluids* 25: 18-32.
- Crane, L.J. 1970. Flow past a stretching plate. *Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP)* 21: 645-647.
- Davidson, P.A. 2001. *An Introduction to Magnetohydrodynamics*. New York: Cambridge University Press.

- Derek, C., Tretheway, D.C. & Meinhart, C.D. 2002. Apparent fluid slip at hydrophobic microchannel walls. *Physics of Fluids* 14: L9.
- Devi, C.D.S., Takhar, H.S. & Nath, G. 1991. Unsteady mixed convection flow in stagnation region adjacent to a vertical surface. *Heat and Mass Transfer* 26: 71-79.
- Dorch, S.B.F. 2007. *Magnetohydrodynamics*. Scholarpedia. 2(4): 2295 <http://www.scholarpedia.org/article/Magnetohydrodynamics> [5 September 2012].
- Douglas, B.M., Bala, S.H. & Ralph, E.W. 1996. The shooting technique for the solution of two-point boundary value problems. *Maple Tech* 3: 85-93.
- Dutta, B.K. & Roy, P. 1985. Temperature field in flow over a stretching sheet with uniform heat flux. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 12: 89-94.
- Eckert, E.R.G. & Drake, Jr. R.M. 1972. *Analysis of Heat and Mass Transfer*. New York: McGraw-Hill.
- Elbashbeshy, E.M.A. 1998. Heat transfer over a stretching surface with variable surface heat flux. *Journal of Physics D: Applied Physics* 31: 1951-1954.
- Elbashbeshy, E.M.A. & Bazid, M.A.A. 2000. The effect of temperature-dependent viscosity on heat transfer over a continuous moving surface. *Journal of Physics D: Applied Physics* 33: 2716–2721.
- Eldesoky, I.M. 2012. Slip effects on the unsteady MHD pulsatile blood flow through porous medium in an artery under the effect of body acceleration. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences* 2012: 860239.
- Fang, T. 2008. Boundary layer flow over a shrinking sheet with power-law velocity. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 51: 5838-5843.
- Fang, T., Liang, W. & Lee, F.C. 2008. A new solution branch for the Blasius equation – A shrinking sheet problem. *Computers and Mathematics with Applications* 56: 3088-3095.

- Fang T. & Zhang, J. 2009. Closed-form exact solutions of MHD viscous flow over a shrinking sheet. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 14: 2853-2857.
- Fang, T., Zhang, J. & Yao, S. 2009a. Slip MHD viscous flow over a stretching sheet – an exact solution. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 14: 3731-3737.
- Fang, T., Zhang, J. & Yao, S.-S. 2009b. Viscous flow over an unsteady shrinking sheet with mass transfer. *Chinese Physics Letters* 26: 014703-1–014703-4.
- Fang, T. & Zhang, J. 2010. Thermal boundary layers over a shrinking sheet: an analytical solution. *Acta Mechanica* 209: 325-343.
- Fang, T. & Zhong, Y. 2010. Viscous flow over a shrinking sheet with an arbitrary surface velocity. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 15: 3768-3776.
- Fang, T., Yao, S., Zhang, J. & Aziz, A. 2010. Viscous flow over a shrinking sheet with a second order slip flow model. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 15: 1831-1842.
- Faraz, N., Khan Y. & Yildirim, A. 2011. Analytical approach to two-dimensional viscous flow with a shrinking sheet via variational iteration algorithm-II. *Journal of King Saud University - Science* 23: 77–81.
- Ferdows, M., Nag, P., Postelnicu, A. & Vajravelu, K. 2013. Hydro-Magnetic convection heat transfer in a micropolar fluid over a vertical plate. *Journal of Applied Fluid Mechanics* 6: 285-299.
- Gal-el-Hak, M. 1999. The fluid mechanics of micro-devices – the Freeman scholar lecture. *ASME Journal of Fluids Engineering* 121: 5-33.
- Gal-el-Hak, M. 2001. *The MEMS Handbook (Mechanical Engineering)*. Boca Raton, Fla: CRC Press.
- Goldstein, S. 1938. *Modern Developments in Fluid Dynamics*. Jilid 1-2. London: Oxford Univ. Press.
- Gorla, R.S.R. 1983. Micropolar boundary layer flow at a stagnation point on a moving wall. *International Journal of Engineering Science* 21: 25-33.

- Grubka, L.J. & Bobba, K.M. 1985. Heat transfer characteristics of a continuous, stretching surface with variable temperature. *ASME Journal of Heat Transfer* 107: 248-250.
- Gupta, P.S. & Gupta, A.S. 1977. Heat and mass transfer on a stretching sheet with suction or blowing. *The Canadian Journal of Chemical Engineering* 55: 744-746.
- Guram, G.S. & Smith, A.C. 1980. Stagnation flows of micropolar fluids with strong and weak interactions. *Computers & Mathematics with Applications* 6: 213-233.
- Haliza Rosali, Anuar Ishak & Pop, I. 2012. Micropolar fluid flow towards a stretching/shrinking sheet in a porous medium with suction. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 39: 826-829.
- Haliza Rosali & Anuar Ishak. 2013. Stagnation-point flow towards a vertical plate embedded in a porous medium. *AIP Conference Proceedings*, 1522 hlm. 205-210.
- Hansen, A.G. 1964. *Similarity Analyses of Boundary Value Problems in Engineering*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Harris, S.D., Ingham, D.B. & Pop, I. 2009. Mixed convection boundary-layer flow near the stagnation point on a vertical surface in a porous medium: Brinkman model with slip. *Transport in Porous Media* 77: 267-285.
- Hassanien, I.A. & Gorla, R.S.R. 1990. Combined forced and free convection in stagnation flows of micropolar fluids over vertical non-isothermal surfaces. *International Journal of Engineering Science* 28: 783-792.
- Hauke, G. 2008. *An Introduction to Fluid Mechanics and Transport Phenomena*. Berlin: Springer.
- Hayat, T., Javed, T. & Sajid, M. 2008. Analytic solution for MHD rotating flow of a second grade fluid over a shrinking surface. *Physics Letters A* 372: 3264-3273.
- Hayat, T., Qasim, M. & Mesloub, S. 2011. MHD flow and heat transfer over permeable stretching sheet with slip conditions. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 66: 963-975.

- Holman, J.P. 2010. *Heat Transfer*. Edisi ke-10. Boston: McGraw-Hill.
- Hossain, M.A. & Gorla, R.S.R. 2009. Natural convection flow of non-Newtonian power-law fluid from a slotted vertical isothermal surface. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow* 19(7): 835–846.
- Incropera, F.P. & DeWitt, D.P. 2002. *Introduction to Heat Transfer*. Edisi ke-4. New York: John Wiley & Sons.
- Jackson, J. D. 1999. *Classical Electrodynamics*. New York: Wiley.
- Jat, R.N. & Chaudhary, S. 2010. Radiation effects on the MHD flow near the stagnation point of a stretching sheet. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik (ZAMP)* 61: 1151-1154.
- Kakaç, S. & Yener, Y. 1995. *Convective Heat Transfer*. Edisi ke-2. London: CRC Press Inc.
- Kartini Ahmad, Anuar Ishak & Roslinda Nazar. 2013. Micropolar fluid flow and heat transfer over a nonlinearly stretching plate with viscous dissipation. *Mathematical Problems in Engineering* 2013: Article ID 257161.
- Kays, W.M., Crawford, M.E. & Weigand, B. 2005. *Convective Heat and Mass Transfer*. Edisi ke-4. New Jersey: McGraw-Hill.
- Keller, H.B. 1970. A new difference scheme for parabolic problems. Dalam: *Numerical solutions of partial differential equations, Vol 2 (J. Bramble et al. eds.)*. New York: Academic Press.
- Keller, H.B. & Cebeci, T. 1971. Accurate numerical methods for boundary layer flows, I: Two-dimensional laminar flows. *Proceedings of the 2nd International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*. New York: Springer-Verlag.
- Keller, H.B. & Cebeci, T. 1972. Accurate numerical methods for boundary layer flows, II: Two-dimensional turbulent flows. *AIAA Journal* 10: 1193–1199.
- Khaled, A.R.A. & Vafai, K. 2004. The effect of the slip condition on Stokes and Couette flows due to an oscillating wall: exact solutions. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 39: 795–809.

- Kumaran, V., Tamizharasi, R. & Vajravelu, K. 2009. Approximate analytic solutions of stagnation point flow in a porous medium. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 14: 2677-2688.
- Kumari, M. & Nath, G. 1984. Unsteady incompressible boundary layer flow of a micropolar fluid at a stagnation point. *International Journal of Engineering Science* 22: 755-768.
- Kumari, M., Pop, I. & Nath, G. 1990. Nonsimilar boundary layers for non-Darcy mixed convection flow about a horizontal surface in a saturated porous medium. *International Journal of Engineering Science* 28: 253–263.
- Kumari, M. & Nath, G. 2002. Unsteady flow and heat transfer of a viscous fluid in the stagnation region of a three-dimensional body with a magnetic field. *International Journal of Engineering Science* 40: 411–432.
- Labropulu, F. & Li, D. 2008. Stagnation-point flow of a second-grade fluid with slip. *International Journal of Non-linear Mechanics* 43: 941-947.
- Laplace, P. & Arquis, I. 1998. Boundary layer over a slotted plate. *European Journal of Mechanics – B/Fluids* 17: 331-355.
- Layek, G.C., Mukhopadhyay, S. & Samad, Sk. A. 2007. Heat and mass transfer analysis for boundary layer stagnation point flow towards a heated porous stretching sheet with heat absorption/ generation and suction/blowing. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 34: 347-356.
- Lin, H.T. & Chen, C.C. 1988. Mixed convection on vertical plate for fluids of any Prandtl number. *Heat and Mass Transfer* 22: 159-168.
- Lin, C.R. & Chen, C.K. 1998. Exact solution of heat transfer from a stretching surface with variable heat flux. *Heat and Mass Transfer* 33: 477-480.
- Lin, H.T. & Hoh, H.L. 1997. Mixed convection from an isothermal vertical flat plate moving in parallel or reversely to a free stream. *Heat and Mass Transfer* 32: 441-445.
- Lin, H.T., Yu, W.S. & Chen, C.C. 1990. Comprehensive correlations for laminar mixed convection on vertical and horizontal flat plates. *Heat and Mass Transfer* 25: 353-359.

- Liu, I.C. 2004. Flow and heat transfer of an electrically conducting fluid of second grade over a stretching sheet subject to a transverse magnetic field. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47: 4427-4437.
- Liu, I.C. 2005. A note on heat and mass transfer for a hydromagnetic flow over a stretching sheet. *International Communication in Heat and Mass Transfer* 32: 1075-1084.
- Lok, Y.Y., Norsarahaida Amin, Campean, D. & Pop, I. 2005. Steady mixed convection flow of a micropolar fluid near the stagnation point on a vertical surface. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow* 15: 654-670.
- Lok, Y.Y., Norsarahaida Amin & Pop, I. 2006. Unsteady mixed convection flow of a micropolar fluid near the stagnation-point on a vertical surface. *International Journal of Thermal Science* 45: 1149-1157.
- Lok, Y.Y., Anuar Ishak & Pop, I. 2011. MHD stagnation-point flow towards a shrinking sheet. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow* 2: 61-72.
- Long, C.A. 1999. *Essential Heat Transfer*. Harlow, Essex: Longman.
- Long, C. & Sayma, N. 2009. *Heat Transfer*. Ventus Publishing ApS.
- Lorrain, P., Lorrain, F. & Houle, S. 2006. *Magneto-fluid dynamics*. New York: Springer.
- Magyari, E. 2008. Cases of mutual compensation of the magnetic and buoyancy forces in mixed convection past a moving vertical surface. *Heat and Mass Transfer* 45: 127-129.
- Magyari, E. 2011. Comment on "A similarity solution for laminar thermal boundary layer over a flat plate with a convective surface boundary condition" by A. Aziz, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 2009; 14: 1064-1068. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 16: 599-601.
- Magyari, E., Ali, M.E. & Keller, B. 2001. Heat and mass transfer characteristics of the self-similar boundary layer flows induced by continuous surfaces stretched with rapidly decreasing velocities. *Heat and Mass Transfer* 38: 65-74.

- Magyari, E., Keller, B. & Pop, I. 2003. Boundary –layer similarity flows driven by a power law shear over a permeable plane surface. *Acta Mechanica* 163: 139-146.
- Magyari, E., Keller, B. & Pop, I. 2004. Heat transfer characteristics of a boundary-layer flow driven by a power-law shear over a semi-infinite flat plate. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47: 31-34.
- Magyari, E. & Weidman, P.D. 2006. Heat transfer on a plate beneath an external uniform shear flow. *International Journal of Thermal Sciences* 45: 110-115.
- Mahapatra, T.R. & Gupta, A.S. 2001. Magnetohydrodynamics stagnation-point flow towards a stretching sheet. *Acta Mechanica* 152: 191-196.
- Mahapatra, T.R. & Gupta, A.S. 2003. Stagnation-point flow towards a stretching surface. *The Canadian Journal of Chemical Engineering* 81: 258-263.
- Mahapatra, T.R. & Nandy, S.K. 2011. Unsteady stagnation-point flow and heat transfer over an unsteady shrinking sheet. *International Journal of Applied Mathematics and Mechanics* 7: 11-26.
- Mahapatra, T.R. & Nandy, S.K. 2013. Stability of dual solutions in stagnation-point flow and heat transfer over a porous shrinking sheet with thermal radiation. *Meccanica* 48: 23-32.
- Makinde, O.D. & Aziz, A. 2010. MHD mixed convection from a vertical plate embedded in a porous medium with a convective boundary condition. *International Journal of Thermal Sciences* 49: 1813-1820.
- Martin, M.J. & Boyd, I.D. 2006. Momentum and heat transfer in laminar boundary layer with slip flow. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 20: 710-719.
- McCarty, K.F., Meeks, E., Kee, R.J. & Lutz, A.E. 1993. Scaleable stagnation-flow reactors for uniform materials deposition: Application to combustion synthesis of diamond. *Applied Physics Letters* 63: 1498.
- Merkin, J.H. 1980. Mixed convection boundary layer flow on a vertical surface in a saturated porous medium. *Journal of Engineering Mathematics* 14: 301-313.

- Merkin, J.H. 1985. On dual solutions occurring in mixed convection in a porous medium. *Journal of Engineering Mathematics* 20: 171-179.
- Merkin, J.H. & Pop, I. 2002. Mixed convection along a vertical surface. *Fluid Dynamics Research* 30: 233-250.
- Merkin, J.H., Bachok, N., Jaradat, M.A. & Pop, I. 2013a. A similarity solution for the flow and heat transfer over a moving permeable flat plate in an external free stream: Case of strong injection. *Meccanica* 48: 297-306.
- Merkin, J.H., Lok, Y.Y. & Pop, I. 2013b. Mixed Convection Boundary-Layer Flow on a Vertical Surface in a Porous Medium with a Constant Convective Boundary Condition. *Transport in Porous Media* 99: 413-425.
- Merrill, K., Beauchesne, M., Previte, J. & Weidman, P. 2006. Final steady flow near a stagnation point on a vertical surface in a porous medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49: 4681-4686.
- Miklavčič, M. & Wang, C.Y. 2006. Viscous flow due to a shrinking sheet. *Quarterly of Applied Mathematics* 64: 283-290.
- Miksis, M.J. & Davis, S.H. 1994. Slip over rough and coated surfaces. *Journal of Fluid Mechanics* 273: 125-139.
- Morgan, A.J.A. 1952. Reduction by one of the number of independent variables in some systems of partial differential equations. *Quarterly of Applied Mathematics* 2: 250.
- Mucoglu, A. & Chen, T.S. 1978. Mixed convection about a sphere with uniform surface heat flux. *ASME Journal of Heat Transfer* 100: 542-544.
- Mukhopadhyay, S. 2011. Effects of slip on unsteady mixed convective flow and heat transfer past a porous stretching surface. *Nuclear Engineering and Design* 241: 2660-2665.
- Mukhopadhyay, S. 2012. Slip effects on MHD boundary layer flow over an exponentially stretching sheet with suction/blowing and thermal radiation. *Ain Shams Engineering Journal* <http://dx.doi.org/10.1016/j.asej.2012.10.007>.
- Mustafaa, M., Hayat, T. & Obaidat, S. 2013. Boundary layer flow of a nanofluid over an exponentially stretching sheet with convective boundary conditions.

International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow 23: 945-959.

Na, T.Y. 1979. *Computational Methods in Engineering Boundary Value Problem*. New York: Academic Press.

Na, T.Y. & Pop, I. 1997. Boundary-layer flow of a micropolar fluid due to a stretching wall. *Archive of Applied Mechanics* 67: 229–236.

Nadeem, S., Hussain, A. & Khan, M. 2010. HAM solutions for boundary layer flow in the region of stagnation point towards a stretching sheet. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 15: 475-481.

Nandeppanavar, M.M., Vajravelu, K., Subhas Abel, M. & Siddalingappa, M.N. 2013. MHD flow and heat transfer over a stretching surface with variable thermal conductivity and partial slip. *Meccanica* 48: 1451-1464.

Nandy, S.K. & Mahapatra, T.R. 2013. Effects of slip and heat generation/absorption on MHD stagnation flow of nanofluid past a stretching/shrinking surface with convective boundary conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 64: 1091-1100.

Noor Fadiya Mohd Noor & Ishak Hashim. 2009. MHD flow and heat transfer adjacent to a permeable shrinking sheet embedded in a porous medium. *Sains Malaysiana* 38(4): 559-565.

Noor Fadiya Mohd Noor, Seripah Awang Kechil & Ishak Hashim. 2010. Simple non-perturbative solution for MHD viscous flow due to a shrinking sheet. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 15: 144-148.

Nor Azizah M. Yacob. 2012. Aliran lapisan sempadan olakan terhadap pelbagai permukaan dalam bendalir mikrokutub dan nanobendalir. Tesis Dr. Fal. Pusat Pengajian Sains Matematik, Universiti Kebangsaan Malaysia.

Nor Azizah M. Yacob, Anuar Ishak, Pop, I. & Vajravelu, K. 2011. Boundary layer flow past a stretching/shrinking surface beneath an external uniform shear flow with a convective surface boundary condition in a nanofluid. *Nanoscale Research Letters* 6: X1-7.

Norfifah Bachok, Anuar Ishak & Pop, I. 2010. Unsteady three-dimensional boundary layer flow due to a permeable shrinking sheet. *Applied Mathematics and Mechanics – English Edition* 31: 1421-1428.

- Norfifah Bachok, Anuar Ishak & Pop, I. 2011. Flow and heat transfer over a rotating porous disk in a nanofluid. *Physica B* 406: 1767–1772.
- Oosthuizen, P.H. & Naylor, D. 1999. *An Introduction to Convective Heat Transfer Analysis*. New York: McGraw-Hill.
- Özişik, M.N. 1977. *Basic Heat Transfer*. Tokyo: McGraw-Hill Inc.
- Özişik, M.N. 1985. *Heat Transfer*. New York: McGraw-Hill Inc.
- Pal, D. 2009. Heat and mass transfer in stagnation-point flow towards a stretching surface in the presence of buoyancy force and thermal radiation. *Meccanica* 44: 145-158.
- Pantokratoras, A. 2009. A common error made in investigation of boundary layer flows. *Applied Mathematical Modeling* 3: 413-422.
- Partha, M.K., Murthy, P.V.S.N. & Rajasekhar, G.P. 2005. Effect of viscous dissipation on the mixed convection heat transfer from an exponentially stretching surface. *Heat and Mass Transfer* 41: 360-366.
- Patel, M. & Timol, M. 2011. Magnetohydrodynamic ortogonal stagnation point flow of a power-law fluid toward a stretching surface. *American Journal of Computational Mathematics* 1: 129-133.
- Patel, V.N. 2012. On the generalization of similarity analyses of partial differential equations. Disertasi Ph.D. Veer Narmad South Gujarat University India.
- Pavlov, K.V. 1974. Magnetohydrodynamic flow of an incompressible viscous fluid caused by the deformation of a plane surface. *Magnitnaya Gidrodinamika* 4: 146-147.
- Pop, I. & Ingham, D.B. 2001. *Convective Heat Transfer: Mathematical and Computational Modelling of Viscous Fluids and Porous Medium*. Oxford: Pergamon.
- Pop, I., Kumari, M. & Nath, G. 1995. Free convection past a uniform flux surface inclined at a small angle to the horizontal. *Fluid Dynamics Research* 15: 57–67.

- Pop, S.R., Grosan, T. & Pop, I. 2004. Radiation effects on the flow near the stagnation point of a stretching sheet. *Technische Mechanik* 25: 100-106.
- Prasad, K.V., Pal, D. & Datti, P.S. 2009. MHD power-law fluid and heat transfer over a non-isothermal stretching sheet. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 14: 2178-2189.
- Prasad, K.V., & Vajravelu, K. 2009. Heat transfer in the MHD flow of a power law fluid over a non-isothermal stretching sheet. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52: 4956-4965.
- Raju, M.S., Liu, X.Q. & Law, C.K. 1984. A formulation of combined forced and free convection past horizontal and vertical surfaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 27: 2215-2224.
- Ramachandran, N., Chen, T.S. & Armaly, B.F. 1988. Mixed convection in stagnation flows adjacent to vertical surfaces. *ASME Journal of Heat Transfer* 110: 373-377.
- Rao, I.J. & Rajagopal, K.R. 1999. The effect of the slip boundary condition on the flow of fluids in a channel. *Acta Mechanica* 135: 113-126.
- Rohni, A.M., Ahmad, S., Pop, I. & Merkin, J.H. 2012. Unsteady mixed convection boundary-layer flow with suction and temperature slip effects near the stagnation point on a vertical permeable surface embedded in a porous medium. *Transport in Porous Media* 92: 1-14.
- Rees, D.A.S. & Bassom, A.P. 1996. The Blasius boundary-layer flow of a micropolar fluid. *International Journal of Engineering Science* 34: 113-124.
- Roşca, N.C. & Pop, I. 2013. Mixed convection stagnation point flow past a vertical flat plate with a second order slip: Heat flux case. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 65: 102-109.
- Rosenau, P. & Schwarzmeier, J.L. 1979. *Similarity Solutions of Systems of Partial Differential Equations Using MACSYMA*. New York: Courant Institute of Mathematical Sciences, New York University.
- Roslinda Nazar, Norsarahaida Amin, Filip, D. & Pop, I. 2004a. Stagnation-point flow of a micropolar fluid towards a stretching sheet. *International Journal of Non-linear Mechanics* 39: 1227-1235.

- Roslinda Nazar, Norsarahaida Amin, Filip, D. & Pop, I. 2004b. Unsteady boundary layer flow in the region of the stagnation point on a stretching sheet. *International Journal of Engineering Science* 42: 1241–1253.
- Roslinda Nazar, Norsarahaida Amin & Pop, I. 2004c. Unsteady mixed convection boundary layer flow near the stagnation point on a vertical surface in a porous medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47: 2681-2688.
- Rott, N. 1956. Unsteady viscous flow in the vicinity of a stagnation point. *Quarterly of Applied Mathematics* 13: 444–451.
- Sajid, M., Hayat, T. & Javed, T. 2008. MHD rotating flow of a viscous fluid over a shrinking surface. *Nonlinear Dynamics* 51: 259-265.
- Sajid, M. & Hayat, T. 2009. The application of homotopy analysis method for MHD viscous flow due to a shrinking sheet. *Chaos, Solitons and Fractals* 39: 1317-1323.
- Sajid, M., Mahmood, K. & Abbas, Z. 2012. Axisymmetric stagnation-point flow with a general slip boundary condition over a lubricated surface. *Chinese Physics Letters* 29: 024702.
- Schlichting, H. 1968. *Boundary-Layer Theory*. Edisi ke-6. New York: McGraw-Hill Inc.
- Schlichting, H. 1979. *Boundary-Layer Theory*. Edisi ke-7. New York: McGraw-Hill Inc.
- Schlichting, H. & Gersten, K. 2000. *Boundary-Layer Theory*. Edisi ke-8. Berlin: Springer.
- Schnack, D.D. 2009. *Lectures in Magnetohydrodynamics: With an Appendix on Extended MHD*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- Schneider, W. 1979. A similarity solution for combined forced and free convection flow over a horizontal plate. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 22: 1401-1406.
- Schneider, W. & Wasel, M.G. 1985. Breakdown of the boundary-layer approximation for mixed convection above a horizontal plate. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 28: 2307-2313.

- Sears, W.R. & Telionis, D.P. 1975. Boundary-layer separation in unsteady flow. *SIAM Journal of Applied Mathematics* 28: 215-235.
- Seini, W.I. & Makinde, O.D. 2013. MHD boundary layer flow due to exponential stretching surface with radiation and chemical reaction. *Mathematical Problem in Engineering* 2013: 163614.
- Sharma, P.R. & Singh, G. 2008. Effects of variable thermal conductivity and heat source/ sink on MHD flow near a stagnation point on a linearly stretching sheet. *Journal of Applied Fluid Mechanics* 2: 13-21.
- Shercliff, J.A. 1965. *A Text Book of Magnetohydrodynamics*. Oxford: Pergamon Press.
- Sherman, F.S. 1990. *Viscous Flow*. New York: McGraw-Hill Inc.
- Shidlovskiy, V.P. 1967. *Introduction to the Dynamics of Rarefied Gases*. New York: American Elsevier Publishing Company Inc.
- Simonson, J.R. 1991. *Pemindahan Haba Kejuruteraan*. Edisi ke-2. Terj. Mohammad Zainal Md. Yusof. Skudai: Unit Penerbitan Akademik, UTM.
- Sin Wei Wong, M.A. Omar Awang & Anuar Ishak. 2013. Stagnation-point flow toward a vertical, nonlinearly stretching sheet with prescribed surface heat flux. *Journal of Applied Mathematics* 2013: Article ID 528717.
- Soltani, F. & Yilmazer, U. 1998. Slip velocity and slip layer thickness in flow of concentrated suspensions. *Journal of Applied Polymer Science* 70: 515-522.
- Tamim, H., Dinarvand, S., Hosseini, R., Khalili, S. & Khalili, A. 2013. Mixed convection boundary-layer flow of a nanofluid near stagnation-point on a vertical plate with effects of buoyancy assisting and opposing flows. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology* 6: 1785-1793.
- Tannehill, J.C., Anderson, D.A. & Pletcher, R.H. 1997. *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*. Edisi ke-2. Philadelphia: Hemisphere Publishing Corporation.
- Tretheway, D.C. & Meinhart, C.D. 2002. Apparent fluid slip at hydrophobic microchannel walls. *Physics of Fluids* 14: L9-L12.

- Tsai, R., Huang, K.H. & Huang, J.S. 2008. Flow and heat transfer over an unsteady stretching surface with non-uniform heat source. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 35: 1340-1343.
- Turkyilmazoglu, M. 2011. Multiple solutions of heat and mass transfer of MHD slip flow for the viscoelastic fluid over a stretching sheet. *International Journal of Thermal Sciences* 50: 2264–2276.
- Vajravelu, K. & Hadjinicolaou, A. 1997. Convective heat transfer in an electrically conducting fluid at a stretching surface with uniform free stream. *International Journal of Engineering Science* 35:1237–1244.
- Wang, C.Y. 2002. Flow due to a stretching boundary with partial slip – an exact solution of the Navier-Stokes equations. *Chemical Engineering Science* 57: 3745-3747.
- Wang, C.Y. 2003. Stagnation flows with slip: exact solutions of the Navier-Stokes equations. *Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP)* 54: 184-189.
- Wang, C.Y. 2006. Stagnation slip flow and heat transfer on a moving plate. *Chemical Engineering Science* 61: 7668-7672.
- Wang, C.Y. 2008. Stagnation flow towards a shrinking sheet. *International Journal of Non-linear Mechanics* 43: 377-382.
- Watanabe, T. 1991. Forced and free mixed convection boundary layer flow with uniform suction and injection on a vertical flat plat. *Acta Mechanica* 89: 123-132.
- Weidman, P.D., Kubitschek, D.G. & Brown, S.N. 1997. Boundary layer similarity flow driven by power-law shear. *Acta Mechanica* 120: 199-215.
- White, F.M. 2006. *Viscous Fluid Flow*. Edisi ke-3. Boston: McGraw-Hill.
- Wikipedia, the free encyclopedia. 2013. First law of thermodynamics. http://en.wikipedia.org/wiki/First_law_of_thermodynamics [15 Julai 2013].
- Wilks, G. & Bramley, J.S. 1981. Dual solutions in mixed convection. *Proceedings Royal Society of Edinburgh* 87A: 349-358.

- Wong, S.W., Awang, M.A.O. & Ishak, A. 2013. Stagnation-point flow toward a vertical, nonlinearly stretching sheet with prescribed surface heat flux. *Journal of Applied Mathematics* 2013: art. no. 528717.
- Wu, L. 2008. A slip model for rarefied gas flows at arbitrary Knudsen number. *Applied Physics Letters* 93: 253103.
- Wu, Q., Weinbaum, S. & Andreopoulos, Y. 2005. Stagnation-point flows in a porous medium. *Chemical Engineering Science* 60: 123-134.
- Xu, H. & Liao, S.J. 2009. Laminar flow and heat transfer in the boundary-layer of non-Newtonian fluids over a stretching flat sheet. *Computers and Mathematics with Applications* 57: 1425–1431.
- Yao, B. & Chen, J. 2009. A new analytical solution branch for the Blasius equation with a shrinking sheet. *Applied Mathematics and Computation* 215: 1146-1153.
- Yao, S., Fang, T. & Zhong, Y. 2011. Heat transfer of a generalized stretching/shrinking wall problem with convective boundary conditions. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 16: 752-760.
- Zhu, J., Zheng, L.C. & Zhang, Z.G. 2010. The effect of the slip condition on the MHD stagnation-point over a power-law stretching sheet. *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)* 31: 439-448.