

## Generalización de patrones: una reflexión didáctica sobre medios semióticos de objetivación en grado octavo

*Diana Patricia Gómez Higuera\**

*María Fernanda Díaz\*\**

*Rodolfo Vergel Causado\*\*\**

### RESUMEN

Este reporte hace parte de un trabajo de grado desarrollado en el marco de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, en el que se expone la presencia de algunas formas de razonamiento gestual y visual (medios semióticos de objetivación) en situaciones que tienen que ver con generalización de patrones. Se estudian y muestran los resultados partiendo de la investigación cualitativa enmarcada en la etnografía, de las diferentes

acciones de un grupo de estudiantes de grado octavo de jornada nocturna en un colegio del centro de la ciudad de Bogotá (Colombia), en su mayoría adultos cuyas edades oscilan entre los 17 y 67 años, al enfrentarse a situaciones de generalización de patrones. Dicho estudio es conducido desde la teoría cultural de la objetivación desarrollada por Luis Radford.

**Palabras clave:** álgebra, generalización de patrones, medios semióticos de objetivación, contracción semiótica, estratos de generalidad.

---

\* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Dirección electrónica: pattygomezgig@gmail.com

\*\* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Dirección electrónica: maferdiaz67@hotmail.com

\*\*\* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Dirección electrónica: rodolfovergel@gmail.com

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Hace algún tiempo en la comunidad de investigación se ha despertado cierto interés por el uso de nociones semióticas en el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Dicho interés es consecuencia natural del papel esencial que desempeñan los medios de expresión en los procesos de pensamiento. En este sentido, se entiende que el lenguaje algebraico es el que da voz al pensamiento algebraico y, por lo tanto, no puede haber generalización algebraica sin emplear símbolos alfanuméricos, hecho que es discutido por Agudelo, C. y Vergel R, (2007), Arzaquiel (1993), Godino J., Castro, W., Aké, L y Wilhelmi, M. (en prensa), Godino, J., Font, (2003) y Radford (2002a, 2002b, 2003a, 2003b, 2005a, 2005b, 2006a, 2006b, 2006c, 2007, 2009a, 2009b, 2009c, 2010) quienes afirman la posibilidad de expresar el pensamiento algebraico mediante el uso de otros sistemas de representación como el lenguaje verbal, lenguaje no verbal, gráficos, tablas, entre otros, a los que Radford denomina MSO. De ahí que en los procesos comunicativos que tienen lugar en la educación matemática, no solo hay que interpretar las entidades conceptuales, sino también las situaciones problemáticas y los propios medios expresivos y argumentativos. De ahí que emerja la siguiente pregunta para el estudio:

¿Cuáles son los medios semióticos emergentes en estudiantes que inician el estudio del álgebra escolar cuando son enfrentados a tareas de generalización de patrones?

## LINEAMIENTOS TEÓRICOS

*Objetivar es un proceso en el que se hace evidente la relación entre lo subjetivo y lo establecido culturalmente.  
"Hacer visible algo" (RADFORD 2006a, 2006c)*

Radford (2006 a) sugiere que el pensamiento es dependiente de los recursos culturales, dado que este es considerado como aquello que relaciona el ser con el mundo, además de concebirse como una reflexión mediatizada del contexto de acuerdo con la forma de actividad de los individuos. Por otra parte, este autor define el aprendizaje como la adquisición comunitaria que se relaciona con la situación histórico-cultural del sujeto, lo cual sugiere concebir el pensamiento no limitado al plano mental.

Los medios semióticos de objetivación (MSO) son todos aquellos recursos que movilizan los estudiantes para objetivar; entre ellos están, gestos, signos, artefactos; puede afirmarse que cada uno de ellos constituye o caracteriza

cada estrato de generalidad entre los cuales encontramos; el estrato fáctico o de hecho, el contextual y el simbólico. El estrato fáctico, pese a su carácter concreto, no es una manera simple de significar los objetos; estos procesos permanecen anclados a las acciones corpóreas y a los sentidos. Por su parte, en el estrato contextual el estudiante debe empezar a pensar en lo general, es decir, aparece como la abstracción de las acciones concretas en forma de un esquema operativo, el ritmo y los gestos desaparecen y se empiezan a utilizar términos y adjetivos que describen de manera precisa el espacio que ocupan los elementos; un ejemplo, es el uso de palabras arriba, abajo, etc. Finalmente, en el estrato simbólico los estudiantes acuden a los signos alfanuméricos del álgebra para objetivar el conocimiento (Radford, 2002, 2003 2006, 2007, 2010).

## **METODOLOGÍA Y ANÁLISIS**

Este trabajo se inscribe en un enfoque cualitativo de investigación enmarcado en el terreno de lo etnográfico. Se plantean tres tareas referidas a la generalización de patrones, posteriormente se realiza un pilotaje y, por último, la prueba se aplica en un grado octavo en el colegio Camilo Torres de la ciudad de Bogotá (Colombia), en jornada nocturna a estudiantes cuyas edades oscilan entre los 17 y 67 años. Durante el desarrollo de la prueba los estudiantes se organizan en grupos de, máximo, cuatro personas. La recolección de la información se realizó a través de grabación en audio y vídeo, notas de los estudiantes, hojas de trabajo o guías, entrevistas y diarios de campo, los cuales fueron utilizados para el posterior análisis con el propósito de identificar, describir y analizar los MSO emergentes en el proceso de generalización con estudiantes de grado octavo.

Entre las categorías de análisis se enuncian atendiendo a los criterios de la clasificación de los estratos de generalidad: fáctica o de hecho, contextual y simbólica, cada una caracterizado por determinados MSO; por ejemplo: el estrato de generalidad fáctica se compone de MSO como dibujos, gestos deícticos, kinetográficos y uso de lenguaje coloquial; estrato de generalidad contextual: se compone de procesos de objetivación como ritmicidad, elementos como operaciones, gestos simbólicos e icónicos; estrato de generalidad simbólica, se compone de procesos de objetivación denominada contracción y uso de lenguaje alfanumérico.

### ***Sobre las tareas***

En una primera fase los estudiantes se enfrentan a preguntas como: ¿Cuántos palillos, cuadrados o circunferencias forman la figura que se encuentra en las

posiciones 5, 10, 20?; a partir de la cantidad de circunferencias, cuadrados o palillos encontrar la posición correspondiente, y completar la tabla. En la segunda fase de la actividad se les solicita encontrar una forma de expresar la secuencia para el término  $Y$  por último se les invita a describir la manera en que procedieron para encontrar la expresión, de acuerdo con la secuencia que se les muestra según sea el caso.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Exposición de E7:

1. *Primero tenemos una figura triangular, en la segunda tenemos [dibuja la figura], en la tercera [dibuja la figura], en la cuarta [dibuja la figura]...*
2. *Vemos que la primera figura ocupa tres palillitos, la segunda cinco palillitos, la tercera siete palillitos y la cuarta ocupa nueve palillitos,....*
3. *Entonces tenemos que de 3 a 5, de 5 a 7 y de 7 a 9, tenemos de a dos, que se aumentan de a dos palillitos por figura,... bueno y aquí [señala la figura 3] si le agregamos dos palillitos sería la posición cuarta y serían 11 palillitos...*
4. *Bueno, entonces lo que yo hice es que tenemos la secuencia del 2 acá sí [haciendo referencia al número de palillos por cada posición], entonces lo que yo hice fue multiplicar el número de palillitos [posición] por dos y le agregué 1 aumentando. [Escribe la expresión en el tablero]*
5. *¿Sí?, entonces por ejemplo, la posición uno queda 2, que es el número de palillitos que va aumentando, por 1 más 1 que es una posición y eso es tres palillitos [mientras lo escribe en el tablero]. Eso es lo que yo hice, es lo que yo pienso, no sé si está bien o mal.*
6. *Entonces aquí por ejemplo posición 20, vamos a tomar 20 que es la posición que es esta [señala la que había escrito en el tablero], para mi concepto, por 2, igual 40,*
7. *Más 1 que es la posición que me va aumentando de uno en uno, que es esta [señala el número 20], me da 41. La posición 100, es 100 por 2 que es los palitos que aumenta, más uno me da 201.*
8. *Entonces de aquí podríamos decir, que esta, ¿cómo una fórmula no? Como una forma que podría ser... eemm... 2 por , no mentiras [mientras borra la  $n$ ], sería  $n$  por 2 y le sumamos 1 al resultado que me dé. Sería la posición por 2 que es el número que agregó y más 1.*

Comenzado con la interpretación del discurso abordado por E7 (líneas 1 y 3), este estudiante utiliza el dibujo de la secuencia para inferir una característica perceptual; las figuras representadas como herramienta para expresar la forma de las figuras consecutivas, los gestos deícticos y kinetográficos han sido dejados de lado. Aparecen frases como, “entonces lo que yo hice fue multiplicar el número de palillitos (posición) por dos y le agregué 1 aumentando”. En términos de Radford (2008, 2010), E7 estaría desarrollando una generalización de tipo contextual, pues el medio semiótico de objetivación movilizado es el término o frase clave, que objetiva lingüísticamente la generalidad. Por otra parte, en la línea 6 cuando señala “... 20 que es la posición que es esta” vemos que refiere al sentido metafórico; en esta ocasión E7 asume el término “n” como una letra que puede surtirse por cualquier número, hay plena conciencia de que no se trata de despejar una incógnita cuyo valor es desconocido (Radford, 2002). Posteriormente ejemplifica lo dicho para concluir con la expresión alfanumérica (línea 8) para encontrar la cantidad de palillos de cualquier posición  $n \times 2 + 1$

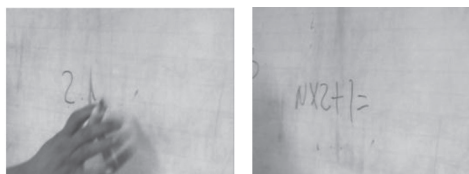


Fig. 19: Expresión para el caso de la posición

Al prestar atención a (líneas 5, 6 y 7) puede afirmarse que la expresión tiene una forma híbrida. Por una parte aparece como procedimientos (ver Fig. 19); ejemplos claros se notan en oraciones como, “tomo lo multiplico por 2 sumo uno”, espera obtener un resultado al operar (signo igual “=” es asumido como un operador)<sup>1</sup>; por otra parte toma forma de narrativa, es decir, en el sentido en que relata con símbolos alfanumérico la característica objetivada, la “fórmula” cuenta lo encontrado en el proceso de observación y objetivación (Radford, 2002, 2010), lo cual sugiere que E7 podría estar desarrollando un tipo de generalización simbólica. Esto puede considerarse como un hallazgo del estudio, pues en un mismo segmento de clase, un estudiante transita desde el estrato de generalidad contextual hacia un estrato de generalidad simbólica (“multiplicar el número de palillitos por dos y le agregué 1 aumentando” hacia  $n \times 2 + 1$ ).

<sup>1</sup> Rojas, P., Rodríguez, J., Romero, J., Castillo, E. y Mora O. (2002). La transición de la aritmética la Álgebra. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá.

## CONCLUSIONES

Se puede afirmar que cuando los estudiantes se enfrentan a tareas sobre generalización de patrones acuden a ciertos recursos semióticos tales como gestos, palabras, expresiones alfanuméricas, movimientos y ritmicidad que emergen como MSO. Este resultado coincide con resultados de otros estudios llevados a cabo en el contexto internacional por Luis Radford. La tabulación de datos se constituye en uno de los medios emergentes en el estrato de generalidad contextual, es considerado como un recurso movilizad por los estudiantes para validar sus respuestas. Afirmamos que se ubica en este estrato de generalidad dado que el estudiante considera la relación entre las diferentes posiciones y dado el esquema operativo utilizado para su realización.

El análisis de los datos sugiere que los estudiantes comienzan haciendo señalamientos y gestos, unido con actividad perceptual, los cuales se constituyen en medios semióticos de objetivación insoslayables cuando enfrentan las tareas sobre generalización de patrones. En el transcurrir de las sesiones de clase se observa en algunos estudiantes una reducción de recursos semióticos, lo cual los obliga a concentrar el significado en un número menor de palabras y símbolos. Esta idea, que ha sido teorizada por Luis Radford como contracción semiótica, parece ser un proceso de objetivación ineludible en las actuaciones de los estudiantes cuando enfrentan las tareas sobre generalización de patrones.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Godino, J., Castro, W., Aké, L. y Wilhelmi, M. (en prensa). Naturaleza del razonamiento algebraico elemental. Recuperado de [http://www.ugr.es/~jgodino/eos/naturaleza\\_RAE.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/naturaleza_RAE.pdf)
- Godino, J. y Font, V. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros.
- Radford, L. (2002a). On heroes and the collapse of narratives. A contribution to the study of symbolic thinking. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME 26* (Vol. 4, pp. 81-88). University of East Anglia.
- Radford, L. (2002b). *The seen, the spoken and written: a semiotic approach to problem of mathematical knowledge*. Ontario, Canada.
- Radford, L. (2000a). Gestures, speech and the sprouting of signs. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37-70.
- Radford, L. (2005a). Why do gestures matter? Gestures as semiotic means of objectification. In H. Chick & J. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th conference of*

the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 143-145). Melbourne, Australia: University of Melbourne. Radford, L. (2006a). Elements of a cultural theory of objectification. *Revisit Latino Americana of Investigation en Mathematic Educative*, Special issue on semiotics, culture and mathematical thinking, 103–129. Recuperado de: <http://www.laurentian.ca/educ/lradford/>.

Radford, L. (2006b). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. In S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Sáiz, & A. Méndez (Eds.), *Proceedings of the 28<sup>th</sup> conference*.

Radford, L. (2006c). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In J. L. C. S. Alatorre, M. Saíz, of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, North American

Radford, L. (2009c). Signs, gestures, meanings :algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. University Laurentienne, Ontario, Canadá.

Rojas, P., Rodríguez, J., Romero, J., Castillo, E. & Mora O. (2002). *La transición de la aritmética al Álgebra*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá.