# Cabri e infinito potencial, un ejemplo de argumentación situada en una clase de geometría de grado octavo

*Diego Martínez González*[*]
*Jorge Buitrago Londoño*[**]
*Leonor Camargo Uribe*[***]

RESUMEN

En nuestra ponencia mostramos que es factible crear un ambiente propicio en las clases de geometría, para que estudiantes de grado octavo se aproximen a una argumentación matemática acerca del infinito, aprovechando herramientas que provee el programa de geometría dinámica Cabri. Se ilustra este hecho con la argumentación situada que un estudiante hace de la afirmación "en una circunferencia se pueden trazar infinitos radios". Reconocemos el potencial que tiene dicha argumentación en el desarrollo de posteriores procesos de argumentación matemática y justificación deductiva.

**Palabras-clave:** Cabri, procesos de justificación, razonamiento.

[*] Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: digomatema@gmail.com
[**] Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: jebuitragol@yahoo.com
[***] Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: leonor.camargo@gmail.com

## PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

En esta ponencia presentamos un hallazgo no previsto del proyecto de investigación que adelantamos en la Maestría en Docencia de la Matemática, de la Universidad Pedagógica Nacional, programa que busca consolidar comunidades y redes de educadores matemáticos comprometidos con la innovación y la investigación en el campo profesional de la educación matemática.

El proyecto del que se surge esta ponencia atiende a dos problemas: uno, la manera en que tradicionalmente se han desarrollado las clases de matemáticas en el Instituto de Promoción Social, de Villeta, Cundinamarca, manera que incide en el escaso compromiso con el que los estudiantes se responsabilizan de las respuestas que dan a cuestiones matemáticas que se les plantean; usualmente, no argumentan sino que recurren a una figura de autoridad (generalmente el docente) para justificar; dos, la poca relevancia que se le da al estudio de la geometría en la institución; esta situación se explicitó en el Plan de Mejoramiento Institucional en el que los docentes del área de Matemáticas reconocimos que el estudio del pensamiento geométrico está relegado a un segundo plano y, por lo tanto, no se aprovecha para introducir a los estudiantes en una actividad matemática genuina que dé lugar a prácticas argumentativas matemáticas.

## MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL

Teniendo en cuenta los problemas identificados, nos vinculamos a la línea de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría de la Universidad Pedagógica Nacional, cuyas investigaciones están enmarcadas en la “actividad demostrativa”. Por tal razón, los trabajos realizados por los principales exponentes de esta línea de investigación (Perry, Camargo y Samper, 2005) representan la primera fuente de referencia conceptual para nuestro trabajo. Además, tenemos en cuenta los constructos teóricos de unidad cognitiva (Garuti, Boero y Lemut, 1998) y de dominio de abstracción (MEN, 2004).

Desde el punto de vista de Perry, Camargo, Samper y Rojas (2005), aprender a demostrar es un proceso que implica conjeturar y justificar. Estas acciones no se consideran separadas, sino que se vinculan mediante la argumentación, inicialmente de la plausibilidad de la generalización que da lugar a la conjetura y luego de la validez de esta. Esta perspectiva está en consonancia con la visión acerca de los procesos de aprender a demostrar de Garuti, et al. (1998), quienes señalan que cuando los estudiantes logran vincular de manera articulada los procesos de argumentar propios de la conjeturación y la justificación, se hace evidente una unidad cognitiva útil para el aprendizaje de teoremas. Para determinar analíticamente si se logra unidad cognitiva, investigadores como Pedemonte (2006) sugieren emplear el modelo de argumentación de Toulmin. Según este modelo, la estructura de toda argumentación se compone de tres elementos básicos: una afirmación, algunos datos que justifican la afirmación y una regla de inferencia (llamada garantía) que permite vincular los datos a la afirmación; además, es posible encontrar algunos elementos auxiliares: cualificadores, refutaciones y soportes.

Algunos ambientes de aprendizaje son más propicios para favorecer la unidad cognitiva que otros. En nuestra investigación nos apoyamos en el software de geometría dinámica Cabri. Según Moreno (citado en MEN, 2004), este escenario representa un *dominio de abstracción* ya que genera ideas iniciales, vinculadas a Cabri, que funcionan como soporte argumental para la producción de ideas más generales y abstractas. Los recursos que el medio pone a disposición de los estudiantes estimulan la construcción de significados, y el medio funciona como un soporte para el establecimiento de conexiones entre fragmentos de conocimiento y da pie a la generación de argumentos para defender una conjetura o para justificarla. Desde esta perspectiva, se trata entonces de sacar provecho al hecho de que las semillas de lo abstracto se generan en las interacciones con lo concreto.

## METODOLOGÍA

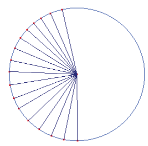
La investigación de la cual se deriva la presente ponencia se enmarca en una perspectiva sociocultural del aprendizaje, a partir de la cual se fomentan ambientes de aprendizaje, en los que estudiantes y profesor conforman una comunidad, con la intención de desarrollar de manera colectiva actividades matemáticas, promoviendo la participación autónoma de los estudiantes; en nuestro caso, esta actividad se refiere a la producción de una porción de sistema teórico de geometría euclidiana plana, construida a partir de conjeturas que los estudiantes formulan y justifican.

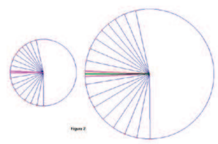
Los datos de este estudio se tomaron durante el segundo semestre del año 2011 con la participación de 35 estudiantes de Educación Básica Secundaria del grado octavo en el Instituto Nacional de Promoción Social (Villeta, Cundinamarca). Durante el desarrollo del experimento de enseñanza que permitió recoger la información, los estudiantes utilizaron por primera vez el software Cabri como herramienta de mediación. Uno de los autores de esta ponencia era el profesor titular, lo que favoreció construir estrategias de trabajo que promovieran la actividad demostrativa. Se utilizaron videograbaciones para recoger información del trabajo de los estudiantes, y posteriormente realizamos una transcripción de la totalidad de los vídeos, que se convirtieron en los datos para comenzar el proceso de análisis.

Al realizar los primeros ejercicios analíticos en los que buscamos caracterizar la actividad demostrativa en la que participan los estudiantes e identificar la presencia de unidad cognitiva en sus argumentos, hallamos, de manera inesperada, una situación que nos parece interesante para comunicar, relacionada con el concepto de infinito. Esta situación surgió durante la resolución de un problema en el que se esperaba que los estudiantes descubrieran la propiedad *todos los radios de una circunferencia son congruentes*. En el momento en el que los estudiantes estaban resolviendo el problema surgió una conversación entre ellos, que dio pie a discutir acerca del número de radios de una circunferencia. El ambiente de aprendizaje participativo y el apoyo de Cabri, sirvieron de escenario para que los estudiantes argumentaran que el número de radios de una circunferencia era infinito.

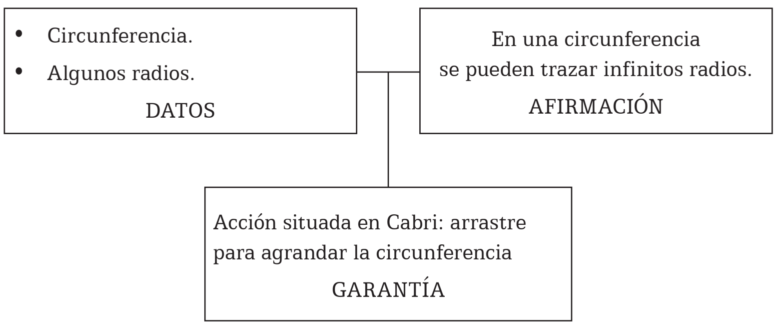
## ANÁLISIS DE DATOS

Más que un ejemplo del análisis de los datos principales de la investigación, reportamos la discusión que hicimos a la controversia que se generó entre los estudiantes de un grupo de trabajo alrededor de la afirmación que uno de ellos hizo, con relación al número de radios que tiene una circunferencia. Gracias a Cabri, el estudiante realizó una argumentación que llevo a dirimir el conflicto. Desde nuestro punto de vista, el estudiante se aproximó a una argumentación matemática acerca del infinito, situada en el ambiente Cabri. A continuación reproducimos un fragmento de la conversación entre los estudiantes, en la que intervino el profesor, y luego presentamos nuestro punto de vista.

| | *Interventor* | *Intervención* |
|---|---|---|
| 1 | Luis | [Construye una circunferencia y traza varios radios de ella] Una circunferencia tiene infinitos radios.  |

| | *Interventor* | *Intervención* |
|---|---|---|
| 2 | Laura | [Señalando la figura]. No. Infinitos tampoco, no señor, porque se van a acabar. |
| 3 | Luis | Pero usted pudo haber hecho otro radio entre estos dos [señala dos de los radios construidos en la circunferencia] y otro, entre estos dos [señalando otros dos radios]. |
| 4 | Laura | No… no… porque… cuando se acaben, ya no serán infinitos. |
| | | [Los estudiantes permanecen en silencio por unos minutos] |
| 5 | Profesor | Laura, tú mostrabas algo en la figura y le preguntabas a él [se refiere a Luis] ¿Qué le decías? |
| 6 | Laura | Pues que se puede acabar el espacio para construir los radios [señala la figura] |
| 7 | Profesor | Pero entonces, ¿cuántos radios serían? |
| 8 | Laura | Pues serían muchísimos, pero no infinitos. |
| 9 | Profesor | Tú [refiriéndose a Luis], ¿qué decías? |
| 10 | Luis | Son infinitos, porque cada vez puedo hacer más y más. Si hago el círculo más grande, le caben más y más [amplía la circunferencia utilizando el arrastre], miren, acá ya se ve que se pueden hacer más radios, si yo hago un radio acá [traza un radio cercano a uno de los radios construido], aún puedo ampliar la circunferencia y hacer otro radio entre estos dos.  |

El argumento de Luis se puede representar utilizando el esquema de Toulmin. Los datos que utiliza son la circunferencia y algunos radios de esta; la afirmación o conclusión es que en una circunferencia se pueden trazar infinitos radios; la garantía que permite relacionar los datos con la conclusión no es una propiedad matemática sino una acción situada en Cabri, relacionada con la posibilidad que ofrece el programa para ampliar una figura mediante la opción de arrastre.




Laura admitió la argumentación de Luis, después de que el estudiante repitió la acción de agrandar la circunferencia y colocar un radio entre dos ya construidos. Decimos que Cabri se constituye en un dominio de abstracción que le permitió concretar una idea abstracta sobre el número infinito de radios. Si bien este no es un ejemplo de unidad cognitiva porque los estudiantes no tienen los elementos algebraicos para relacionar la acción situada en Cabri con, por ejemplo, la correspondencia puntos de una circunferencia-números reales y la densidad de los reales, vemos en la argumentación de Luis el germen de un elemento de significado para tratar este asunto en otro momento. La discusión surgió, de manera espontánea, ligada a la solución del problema en Cabri y a la actividad demostrativa de los estudiantes. Si el profesor retoma esta argumentación posteriormente y la aprovecha, podrá guiar a los estudiantes hacia conceptos complejos de las matemáticas, significativamente.

## CONCLUSIONES

Aunque la discusión sobre el infinito no tiene que ver estrictamente con el foco de nuestro trabajo de investigación, quisimos comunicarlo porque vemos que es posible crear ambientes de aprendizaje en los cuales los estudiantes construyen ideas iniciales que no corresponden a la presentación formal de las matemáticas. En este caso, la acción situada favorecida por Cabri les permite a los estudiantes acercarse a ideas relacionadas con el infinito, que posteriormente se pueden relacionar con ideas más formales de la matemática, como densidad, cardinalidad, infinito potencial, entre otras.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Garuti, R., Boero, P., & Lemut, E. (1998). Cognitive unity of theorems and difficulty of proof. *Proceedings of the 22th PME Conference* 2, 345-352.

MEN. (2006). *Tecnología Informática: Innnovación en el currículo de a educación básica secundaria y media.* Ministerio de Educación, Bogota: Enlace Editores.

Pedemonte, B. (2006). Quelques outils pour l'analyse cognitive du rapport entre argumentation et démostration. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* vol. 25(3), 313 – 348.

Perry, P., Camargo, L., Samper, C., & Rojas, C. (2006) *Actividad demostrativa en la formación inicial del profesor de matemáticas.* Bogotá: Editorial de Universidad Pedagógica Nacional.