GÖTEBORGS UNIVERSITET

Kommunikation i matematikklassrummet

En observationsstudie av lärares frågor under matematiklektioner på lågstadiet i New York

Emma Skiöld

Självständigt arbete L3XA1A

Examinator: Hoda Ashjari

Rapportnummer: HT18-2930-041-L3XA1A

Sammanfattning

Titel:	Kommunikation i matematikklassrummet - En observationsstudie av lärares frågor under matematiklektioner på lågstadiet i New York
Engelsk titel:	Communication in the Mathematics Classroom – An Observational study about teachers´ questions during mathematical lessons in the lower primary school
Författare:	Emma Skiöld
Typ av arbete:	Examensarbete på avancerad nivå (15 hp)
Examinator:	Hoda Ashjari
Rapportnummer:	HT18-2930-041-L3XA1A
Nyckelord:	Frågor, Kommunikation, Matematiska samtal, sociokulturellt perspektiv, Socialkonstruktivism

Syftet med studien är att identifiera och beskriva vilka sorts frågor lärare ställer till eleverna under matematematiklektioner, hur eleverna besvarar dem och hur frågorna möjliggör elevernas lärande i matematik. Studien kombinerar det sociokulturella och det socialkonstruktivistiska perspektivet på lärande för att med dessa som utgångspunkt rama in begrepp som kommunikation och reflektion samt dess betydelse i matematikundervisningen. För att analysera frågorna har ett analysverktyg (Cunningham, 1987) använts för att kategorisera frågor utifrån vilken kognitiv nivå de möjliggör. För att möta syftet och eftersom det är kommunikation mellan lärare och elever som analyseras har videoinspelade observationer använts som datainsamlingsmetod. Material från två lärares matematiklektioner har transkriberats, kodats och analyserats utifrån analysverktyget. De två lektionernas innehåll baseras på arbetssättet *Context for Learning Mathematics* (Fosnot & Dolk, 2001) men med olika innehåll i de två klasserna som motsvarar årskurs 1 och 3 i Sverige.

Huvudresultatet av studien visar att faktafrågor och konceptuella låg-konvergenta frågor är de som dominerar i båda lärarnas matematikundervisning. Elevernas besvarande av dessa frågor var korta i form av ja, nej eller något av de alternativ som lärarna frågade efter. Däremot visade resultatet att de lägre kognitiva frågorna ligger till grund för att läraren ska kunna ställa de högre kognitiva frågorna. Med de förstnämnda frågorna fick lärarna reda på elevernas svar av summan/produkten av två tal, elevernas tänkande eller tillvägagångssätt, vilket verkade avgörande för att efterhand kunna komplettera med de högre kognitiva frågorna där elevernas svar blev längre och innehöll bland annat förklaringar, analys och reflektion.

Innehållsförteckning

1. Inledning

> By thinking about the questions I ask students, by being aware of themes, powers, heuristics and processes, and drawing upon these as appropriate, I can create an atmosphere supportive of mathematical thinking. In particular, by asking students questions in the way that a mathematician asks questions, I can support students in experiencing mathematics, and perhaps even becoming, mathematicians (Mason, 2000, s. 109)

Av erfarenhet, både ur ett elevperspektiv och som blivande lärare, känner jag inte igen den atmosfären Mason (2000) beskriver i citatet ovan. Istället tycks genomgång och enskilt arbete ha varit det primära i den matematikundervisningen jag har erfarit. Lärare som jag har haft inledde lektionen med en genomgång av de sidor som eleverna ska arbeta med i matematikboken som de därefter arbetar i var för sig. De tydligaste minnena från min egen matematikundervisning i skolan är inte de tillfällena som bestod av enskilt arbete i matematikboken, utan de tillfällen när vi arbetade tillsammans för att lösa problem där praktiska inslag och verklighetsanknytning fanns. Det är från de situationerna jag kommer ihåg att jag lärt mig matematik och det är de situationerna jag tänker tillbaka till när jag ska använda matematiken i idag.

För att få erfara en annan typ av undervisning genomförde jag hösten 2017 min praktik på en skola i New York som undervisar i matematik utifrån läromedlet *Context for Learning Mathematics* där rik kommunikation i klassrummen används, genom strukturerade samtal i helklass, i par, i grupp eller mellan lärare-elev, för att eleverna ska lära sig matematik (Fosnot & Dolk, 2001). Läromedlet skapades av matematikutvecklaren Christine Fosnot med kollegor på *Mathematics in the city*, som är ett professionellt utvecklingsprogram sponsrat av The City College of New York, i ett samarbete med forskare på Freudenthalinstitutet. Läromedlet grundar sin matematikundervisning på matematikdidaktikern Hans Freudenthal (1905-1990). Arbete grundade ett institut som ägnade sig åt matematikdidaktik och efter hans död blev uppkallat efter honom, Freudenthalinstitutet. Utifrån forskning vid institutet har idén om realistisk matematikundervisning (RME) utvecklats. Freudenthal menar att skolmatematiken inte bör bygga på att komma fram till slutpunkten i en matematisk process utan tvärtom, börja vid slutpunkten och låt eleverna vara med i den matematiska processen och låt matematiken vara en levande och verklig aktivitet (Skott et al., 2010).

Undervisningen enligt arbetssättet *Context for Learning Mathematics* är omfattande men fokus ligger på levande matematik där problemfrågan presenteras utifrån en för eleverna känd kontext och det läggs mycket tid på att tillsammans komma fram till lösningar som presenteras i helklassamtal. Kommunikationen är med andra ord en stor del av undervisningen och det är från praktiken i New York mitt intresse för kommunikation i form av lärares frågor har väckts. I jämförelse med den undervisning jag sett under den verksamhetsförlagda utbildningen i Sverige har matematikboken och enskilt arbete varit i fokus och eftersom kommunikationen har varit knapp var det svårt att förstå hur eleverna resonerade och tänkte, fokus låg nästan bara på det korrekta svaret. När läraren i de amerikanska skolorna jag besökte bedrev sin undervisning synliggjordes elevernas tankar och strategier. Det var som det vi lärt oss och läst om inom matematikkurser och lärandeteorier på lärarutbildningen blev synligt i undervisningspraktiken.

”Eleverna ska kunna kommunicera om och med matematik” (Skolverket, 2018, s. 54) står det i syftesdelen i kursplanen för matematikämnet. I kommentarmaterialet för ämnet beskrivs vidare ”att kommunicera innebär i sammanhanget att utbyta information med andra om matematiska idéer och tankegångar, muntligt, skriftligt och med hjälp av olika uttrycksformer” (Skolverket, 2017, s. 9). Frågan är hur det kan bli möjligt för eleverna att uppnå de kommunikativa förmågorna om läraren inte använder kommunikation som undervisningsmetod för elevernas kunskapsutveckling i matematik. Min upplevelse är att många lärare förlitar sig på matematikboken och bedriver en kommunikationsfattig matematikundervisning, vilket jag vill komma ifrån i min egen undervisning som kommande lärare. Därför tog jag tillfället i akt när jag fick möjligheten att åka tillbaka till New York för att genomföra datainsamlingen för det här examensarbetet. Mot bakgrund av den mestadels kommunikationslösa matematikundervisningen jag har erfarit i Sverige vill jag undersöka hur lärare gör undervisningen levande genom frågor som de ställer under matematiklektioner.

I en nyligen genomförd studie av frågors karaktär i matematikklassrummet (Skodras, 2017) visades att de frågor som ställdes främst var av den lägre kognitiva nivån, det vill säga stängda frågor där syftet är att eleverna ska återge fakta eller besvara ja- och nejfrågor. Dessa frågor visade sig ändå spela en roll i undervisningen, trots att de inte krävde något högre matematiserande av eleverna, på grund av att de fungerade som utgångspunkter för att kunna ställa de högre kognitiva frågorna.

1.2 Arbetets disposition

Arbetet inleds med en teoretisk anknytning där de sociokulturella och socialkonstruktivistiska perspektiven på lärande beskrivs, då kommunikation i form av frågor kopplat till elevers möjlighet till matematiserande är i fokus i denna studie. Avsnittet avlutas med en beskrivning av det valda analysverktyget som är Cunninghams (1987) kategorisering av frågor.

Därefter följer en bakgrund som innehåller en beskrivning av hur matematikklassrum ser ut idag och där tidigare forskning presenteras för att beskriva framgångsrik matematikundervisning i termer av kommunikation och frågor och hur elevers matematiska förmåga kan gynnas av en sådan undervisning. Det leder fram till studiens syfte och frågeställningar som följs av metodavsnittet, där val av metod, genomgång, urval och metodanalys utgör avsnittet.

Därefter skrivs resultatet fram och analysen görs utifrån kategoriseringen av frågor vilket avsnittet är tematiserat utifrån. Därefter kommer en diskussion där resultatet diskuteras kopplat till litteraturen som följs av en metoddiskussion. Arbetet avslutas med ett avsnitt där didaktiska implikationer och fortsatt forsknings diskuteras.

2. Teoretisk anknytning

Avsnittet börjar med en beskrivning av syn om lärande för att rama in begreppet kommunikation i relation till matematik och undervisning med hjälp av teoretiska termer som ligger till grund för denna studie. Utgångspunkterna är valda dels från ett sociokulturellt perspektiv på lärande, men också från en socialkonstruktivistisk syn på lärande. Den första för att kommunikation är i fokus i studien och som beskrivs nedan är kommunikation en grundpelare i det sociokulturella perspektivet. Det andra perspektivet har valts då det ger en syn på matematiklärande och undervisning som anses passande för att besvara studiens frågor.

2.1 Det sociokulturella perspektivet

För att förklara synen på lärande utifrån ett sociokulturellt perspektiv menar Säljö (2000) att vi å ena sidan behöver beakta att vi är biologiska varelser och försöka förstå kognitiva betingelser, men att vi å andra sidan inte kan blunda för att vi lever i en kulturell värld där samspel mellan människor sker i sociala sammanhang och vardagliga aktiviteter. Kommunikativa processer är helt avgörande utifrån ett sociokulturellt perspektiv på mänskligt lärande och utveckling då vårt sätt att kommunicera, tänka och leva beror på de sociala och kulturella erfarenheter vi fått av omvärlden som delas med andra i sociala sammanhang genom kommunikation. Lärandet kan inte i hög utsträckning förklaras av insikter eller genetiska beteenden. Inte heller som att människan skaffar sig kunskaper och information genom transfer från någon annan individs kunskaper, så kallat överföringsmetaforen som lärande ofta beskrivs som. Utan kunskaper ur ett sociokulturellt perspektiv anses vara när man kan använda dem i vardagen för att kommunicera, handla och lösa situationer. Kunskaper är när problem eller företeelser känns bekanta via tidigare erfarenheter och de fungerar som en resurs att se och agera med i specifika sammanhang.

2.1.1 Medierande redskap och tänkande

I jämförelse med en positivistisk syn på lärande som ser kropp och sinne som åtskilda och där människan står i en omedelbar kontakt med omvärlden, menar Säljö (2000) att den sociokulturella teorin pekar på motsatsen. Vi hanterar omvärlden med hjälp av de kulturella redskap som skapar oss erfarenheter med vilka vi kan lösa problem och förstå sociala praktiker. Redskapen medierar kunskap, därav kallas de för medierande redskap. En människas kommunikation är förankrat i dess tänkande kopplat till omvärlden, men det går inte att borste från redskapen vilka vi agerar i sociala praktiker med eftersom dessa är inbäddade i vårt tänkande. De kulturella redskap, fysiska som språkliga, hjälper människan att utvecklas och förstå omvärlden. Det är människan som genom historien har skapat redskapen och våra kognitiva resurser finns givetvis i artefakterna, men det finns en dynamik mellan det intellektuella tänkandet och de manuella, alltså de fysiska redskapen. När vi möter problem med de fysiska redskapen skapas det begrepp för att beskriva problemen och i takt med vår kunskapsutveckling får de historiska fysiska redskapen en mer begreppslig beskrivning som ter sig allt mer abstrakt. Det leder till att vi måste sättas in i kommunikativa sammanhang för att förstå det abstrakta. Mediering är inte endast något som sker av tekniska artefakter utan de mest betydelsefulla medierande redskapen är de som finns i vårt språk. Språket är ett kollektivt, interaktivt och individuellt sociokulturellt redskap och för samman kultur, interaktion och individens tänkande.

Inom de kognitivistiska traditionerna, beskriver Säljö (2000) att språket ses som ett system som används för att förklara verkligheten och som människan tar till sig. Men ur ett sociokulturellt perspektiv är det ett begränsat tänkande och istället för att se språk som ett system, ses kommunikation som en process där språk är en betydande komponent. Språket fungerar som en länk mellan den yttre kommunikationen och det inre tänkandet. Via kommunikation kan människan ta till sig nya sätt att tänka, handla och resonera. Däremot är det viktigt att inte betrakta tänkande och kommunikation som jämställda eller identiska med varandra. Det en individ säger är alltid kontextuellt bestämt och behöver inte nödvändigtvis spegla det hen tänker. Vi kan studera en individs kommunikation och görande, men inte utifrån det helt och hållet förstå individens inre tankar. Det är det som gör undervisning så komplext. Ytterligare ett skäl till att skilja på tanke och kommunikation är att man tror sig förstå innebörden av ett begrepp eller innehåll i sin tanke, men när det kommuniceras märks det att kunskap saknas och det blir svårt att förklara. Därför är kommunikationen betydande då den kan synliggöra för eleven hur fenomen och matematiska begrepp hänger ihop. De kommunikativa praktiker som erbjuds i skolan och då särskilt i matematikklassrummet är avgörande för elevernas kognitiva och sociala utveckling då det är där de kulturella redskap görs tillgängliga för dem och där den enskilda eleven är med som deltagare av sin egen utveckling inom de möjligheter som erbjuds.

2.1.2 Den proximala utvecklingszonen

Utifrån det sociokulturella perspektivet beskriver Säljö (2000) att individer befinner sig i ständig utveckling och förändring. Människan lär sig nya saker med utgångspunkt från befintliga erfarenheter och tidigare kunskaper. Vi har möjlighet att appropriera kunskap från medmänniskor som besitter mer kunskap än oss själva i samspel med dem. Kunskaper utvecklas i vad Vygotsky (1978) benämner som elevens proximala utvecklingszon, vilken är det stadie eleven inte har tillräckliga kunskaper för att klara av något på egen hand. Eleven behöver stöd av en mer erfaren, i detta fall läraren eller en annan elev, för att komma vidare. Den erfarne måste besitta mer kunskaper i ämnet än eleven, möta eleven på dess befintliga nivå och vara medveten om hens förförståelse och tidigare erfarenheter för att kunna anpassa sina uttryck därefter. En tid med vägledning och handledning från lärarens sida kommer sedan till stadiet där eleven på egen hand kan bli förtrogen med innehållet och gå vidare i kunskapsutvecklingen. Avståndet mellan vad eleven är förtrogen med och ännu inte kan klara av på egen hand flyttas på så sätt framåt hela tiden.

2.1.3 Scaffolding

För att förklara det stöd eleven får i den proximala utvecklingszonen förklarar Mason (2000) det med begreppet *scaffolding*, eller den svenska översättningen *stöttning*. Han förklarar det med en byggnadsställning som metafor. Enligt Säljö (2000) måste läraren i detta stadie vara en mer aktiv deltagare för att möta elevens tankar och föreställningar, vilket i praktiken betyder att läraren kan bryta ner uppgifter i mindre delar och tydliggöra mål. I denna situation fungerar den erfarne som stöttorna i byggnadsställningen och kommunikationen är det verktyg som används för att lärare och elev ska integrera med varandra och som gör att läraren kan förstå och möta elevens handlande och tänkande. När läraren efter en tid märker att eleven kan klara sig mer och mer på egen hand kan stöttorna tas bort, vilket (Mason, 2000) beskriver med termen *fading*, eller med svensk översättning som *mattning* eller *borttoning* (Emanuelsson, 2001). Processen med både stöttning och mattning som aktivt integrerar både lärare och elev är enligt Säljö (2000) en effektiv lärandesituation som kräver elevens kommunikativa och kognitiva koordination i hög grad.

Sammanfattningsvis handlar det sociokulturella perspektivet av lärande i matematikklassrummet om att kunna använda kulturella redskap i form av språk och att de görs tillgängliga för eleven på ett tänkbart sätt och där de används i undervisningen. Eleverna socialiseras in i en matematikundervisningskontexten och det som håller ihop kommunikationen är att deltagarna ger och tar mening utifrån samma spelregler (Säljö, 2000).

2.2 Det socialkonstruktivistiska perspektivet

De senaste decennierna har synen på matematikundervisningen förändrats. Lärande kan ses som att tillägna sig kunskap eller att lära sig genom att delta där Sfard (1998) problematiserade de två metaforerna och menade att en metafor inte är tillräcklig för att beskriva lärande. Det tillägnande perspektivet präglas av en konstruktivistisk syn på lärande vilken utgår från att individen lär sig matematik med en individuell förståelse. Lärande sker när eleven i en aktiv process tar in verkligheten och knyter den samman utifrån egna erfarenheter. På så sätt tas kunskaper emot och uppfattas olika för varje elev (Cobb, 1994). Forskning gick från det tillägnande perspektivet, där meningsskapande studerades som ett mentalt fenomen, till det deltagande perspektivet vilket innebär att se meningsskapande som en konstruktion som påverkas av den sociala omgivningen vilket är synen på lärande utifrån det sociokulturella perspektivet (Säljö, 2000). När Cobb och Yackel (1996) granskade sina erfarenheter i klassrummet var det uppenbart att de behövde bredda sin tolkningssituation från att studera fenomen utifrån en konstruktivistisk syn till att utveckla ett socialt perspektiv på matematisk aktivitet. I likhet med det sociokulturella perspektivet menar författarna att ett grundläggande antagande för interaktionen i matematikundervisningen är att kulturella och sociala processer är integrerade. Förståelsen om hur vi lär i matematikundervisningen ses utifrån att vi deltar i en kultur snarare än att vi deltar i en undervisning där kunskaper transformeras. När man deltar i matematikundervisningens processer deltar man i en kultur att använda matematik, likt hur Säljö (2000) beskriver att eleverna ingår i en gemensam kultur där de lär sig spelreglerna för undervisningen. Utvecklingen av individens resonerande och klargörande menar Cobb (1994) inte går att separera från den sociala kontexten. Att lära sig matematik å ena sidan ses som en process av aktiva individuella konstruktioner och som en process som kultiverar eleven in i matematiska praktiker genom kommunikation å andra sidan. Båda perspektiven belyser viktiga aspekter, de kan komplettera varandra (Cobb, 1994; Sfard, 1998).

Utifrån det socialkonstruktivistiska perspektivet har också Hiebert et al., (1997) influerat forskningen om hur elever lär och förstår matematik. Reflektion är central för kognitivt tänkande och kommunikation är centralt för sociala interaktionerna. Reflektion sker när eleven medvetet tänker på sina erfarenheter, tänker över matematiska begrepp, ser något från olika perspektiv, går tillbaka och kollar på procedurer igen, helt enkelt inta ett metakognitivt perspektiv. Alla dessa aktiviteter har en god förmåga att bygga relationer mellan idéer, fakta eller tillvägagångssätt. Kommunikation involverar prata, lyssna, skriva, demonstrera och titta. Eleverna deltar i sociala interaktioner där de delar tankar med varandra och lyssnar till andras tankar. Kombinationen reflektion och kommunikation kan producera nya matematiska kopplingar och relationer. Elever som reflekterar över vad de gör och sedan kommunicerar med andra om det befinner sig i en god position för att bygga användbara kopplingar i matematik och utveckla deras förståelse.

2.3 Cunninghams kategorisering av frågor

Ett centralt sätt att kommunicera i undervisningen är genom att ställa frågor. Frågor som kräver besvarande av djupare resonemang kräver enligt Cunningham (1987) lärare som i förväg planerar frågor, det är också de lärare som är mer trygga i samtalen med eleverna. Läraren kan på så sätt planera frågor utifrån sina elevers behov och tidigare kunskaper. Han beskriver att både lärarens frågor och elevens svar måste beaktas när frågorna ska kategoriseras. Frågorna kategoriseras utifrån en kognitiv domän och beskriver hur frågorna påverkar elevernas nivå av tänkande. Kategorierna är hierarkiska och är utformade i tre nivåer; Fakta-, konceptuella- och evaluerande frågor. Kategorierna beskrivs enligt följande;

Faktafrågor: Dessa är så kallade stängda frågor och är den lägsta nivån och innehåller frågor som är lätta att identifiera. De kräver respons av eleverna som ofta innefattar ett svar och syftar till att de ska ha memorerat något eller identifiera något. Ja- och nejfrågor kan tillhöra denna kategori. Frågorna brukar identifieras med; *Vad är?* Exempel på fråga; *Vad är 10+10?*

Konceptuella nivån: Nivån delas in i konvergenta och divergenta frågor och ytterligare av låg respektive hög nivå.

- **Låg-konvergenta frågor**: Frågorna är stängda men mer utmanande än faktafrågor. Frågorna används när läraren främst vill beröra det ”rätta” svaret och används för att överföra information i en förutsägbar mening. Dessa frågor kräver att eleverna förstår och kan koppla samman olika fakta för att med egna ord kunna förklara sitt tänkande genom att bland annat kunna jämföra, återberätta, motsäga och generalisera. Frågorna kräver inte något högre tänkande och att endast använda dessa frågor hämmar elevernas utveckling. Exempel på fråga; *Du har fått lyssna till två olika tillvägagångssätt för att lösa problemet, hur liknar dessa tillvägagångssätt varandra?*

- **Hög-konvergenta frågor:** Dessa frågor uppmuntrar eleverna att resonera, vilket är viktigt för att eleverna ska bli kritiska tänkare. För att svara på dessa frågor behöver eleverna söka efter bevis, ge skäl för beteenden och dra slutsatser. De kan bryta ner sitt resonemang i flera delar och förklara hur de är ihopkopplade och tillsammans skapa resonemanget. När de gör detta kan eleverna skilja mellan slutsatser, tolkningar och generaliseringar. Frågorna används för att eleverna ska kunna utveckla sitt tänkande genom att förklara sina påståenden. Exempel på en högkonvergent fråga är: *Varför tror du att denna strategi är den som använts mest?*

- **Låg-divergenta frågor:** Dessa är öppna frågor som ger eleverna möjlighet att tänka på olika sätt och ger en variation i svaren. Det kan ses som den första delen i problemlösningsarbete där eleverna ges chansen att vara idésprutor och komma med idéer på möjliga lösningar. Om eleverna inte klarar av att svara så kan de smalare frågorna förbättras så att eleven kan få verktyg för att svara. Exempel på fråga är: *Är det någon som har en annan ide på hur vi kan lösa problemet?*

- **Hög-divergenta frågor:** Dessa frågor är också öppna och uppmuntrar eleverna att tänka kreativt. De kan motivera eleverna till en högre nivå av tänkande. Frågorna får studenterna att generalisera och ge olika, gamla eller nya svar. Detta kräver att lärarna tänker att innehållet kan presenteras och läras på olika sätt eller att de skapar olika kontexter för lärande som inte endast är det sättet som karaktäriseras det mest traditionella. För att svara på hög-divergenta frågor ska eleverna kunna; göra öppna förutsägelser, påpeka konsekvenser, tänka ut och göra olika kopplingar. Förmågan att kunna svara på dessa frågor kan ta tid att utveckla. Exempel på en fråga kan vara: *Vilken typ av plan kan tänkas tillträdas för att räkna ut hur många kuber tornet består av?*

Evaluerande frågor: En sådan fråga är en komplex fråga och är en mix av alla andra nivåer på frågor. Det som gör dessa frågor till en hög nivå är att eleverna måsta kunna stödja sitt svar. När elever svarar på dessa frågor kan de uttrycka åsikter, bedöma giltigheten av lösningar, bedöma kvaliteten av en produkt eller ta en självvald position av ett problem. Frågorna är ofta av sorten; enligt din åsikt, är det lämpligt att? Håller du med? Skulle det bli bättre? Vilken skulle du föredra? En flytande kategori som likväl kan vara en faktafråga. Exempel på en fråga kan vara: *Skulle det bli bättre om vi använder denna strategi?*

2.4 Sammanfattning

Beskrivningen av det sociokulturella och socialkonstruktivistiska perspektivet har gjorts för att sätta den här studien i ett vidare sammanhang. De blev valda dels för att frågor i matematikklassummet å ena sidan ger möjlighet att lära sig genom kommunikation, å andra sidan för att de kan få eleverna att utmana sitt kognitiva tänkande genom reflektion. För att eleverna ska skapa förståelse i matematik är det viktigt att kommunikation och reflektion erbjuds i undervisningen, därav används Cunninghams (1987) kategorisering av frågor för att identifiera vad för sorts frågor som ställs under matematiklektioner.

3. Bakgrund

Det matematiska resonemanget och kommunikation har tidigare, redan i Lgr 80, funnits med i kursplanen för matematik, men har med åren fått allt större plats och betydelse. Kursplanen i matematik har ett stort fokus på innehållsorienterade mål och matematiska kunskapsområden, men i takt med ett mer vidgat synsätt på matematik har tonvikten i läroplanen ökat när det kommer till kommunikation och vardagliga och praktiska anknytningar (Skolverket, 2004). I dagens läroplan ser vi att kommunikation har fått allt större utrymme vilket visar sig i matematikämnets kursplans syftesdel och förmågor genom meningar som ”Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar förmågan att argumentera logiskt och föra matematiska resonemang. Eleverna ska genom undervisningen också ges möjlighet att utveckla en förtrogenhet med matematikens uttrycksformer och hur dessa kan användas för att kommunicera om matematik i vardagliga och matematiska sammanhang” (Skolverket, 2018, s. 54) och även att ”använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser*”* (Skolverket, 2018, s. 55).

Trots mer tonvikt på kommunikation sedan 80-talet visade Skolverket (2004) i sin utvärderande rapport om grundskolan att undervisningen i matematik har blivit mer individualiserad där eleverna arbetar avskilt från läraren och de andra eleverna. De vanligaste mönstren för undervisningen är att eleverna arbetar med läroböcker av olika svårighetsgrad där läraren hjälper eleverna var för sig. Det är också något Löwing (2004) såg i sin studie där hon undersökte sju lärares kommunikation med elever i matematikklassrummet. Hon kunde se ett mönster i de olika lärares undervisning, att läroboken var utgångspunkten och att eleverna fortsatte arbeta i boken där de avslutade den senaste lektionen. Hon kunde även se att undervisningen inte i hög utsträckning bjöd in till dialog mellan lärare-elev eller elever emellan, utan att den kommunikation som ägde rum var av den typ hon kallar för lotsning, där läraren lotsar eleven fram till det korrekta svaret. Det visade sig att eleverna hade svårigheter att lösa nästa uppgift på egen hand.

Mycket undervisning vilar på en traditionell syn på lärande, där kunskap ses som överföringsbar och fokuserar på att eleverna ska ge det korrekta svaret (Säljö, 2000: Davis, 1997, Hogden och Marshall, 2005). Det beskriver även Hiebert et al. (1997) om den då rådande synen på matematik i amerikanska klassrum som innefattar regler, memorering, procedurer och övning där exakta svar förväntas genom en exakthet i proceduren. Om matematiken anses vara isolerade fakta och kompetenser så menar författarna att det inte kommer uppmuntra förståelse i någon hög grad. NCM (Nationellt Centrum för Matematikutbildning) visade genom sin rapport att svenska klassrum utgår från arbetsböcker och att den främsta kommunikationen mellan lärare och elever infinner sig när eleverna behöver hjälp med en uppgift i arbetsboken (NCM, 2010).

Arbetsboken kan i dessa sammanhang ses som ett medierande redskap som Säljö (2000) å ena sidan beskriver kan förmedla kunskap, men å andra sidan te sig för abstrakt, varav kommunikationen är betydande. Den vanligaste kommunikationen i klassrummet är enligt Emanuelsson (2001) att läraren ställer frågor till eleverna. I en studie med över 800 metaanalyser kom Hattie (2012) fram till att läraren står för 70–80 procent av kommunikationen i klassrummet och att den mesta av kommunikationen var frågor av det så kallade IRE-mönstret som på svenska har översatts till initiering-respons-evaluering (Skott et al., 2010). Det menas att läraren initierar en fråga där eleven ger respons och som läraren därefter bedömer med att bekräfta om svaret är korrekt, om inte så ställs en ny fråga och mönstret fortsätter. Detta mönster öppnar enligt Hattie (2012) inte upp för den kommunikation som Säljö (2000) menar är gynnsamt för elevernas lärande. Frågor kan enligt Sullivan och Lilburn (2002) delas in i stängda respektive öppna frågor där de stängda frågorna är vanligast i matematikundervisningen och innebär frågor där läraren redan innan vet det korrekta svaret och som oftast kräver ett svar, såsom IRE-frågor. Dessa begränsar enligt Cunningham (1987) elevernas möjligheter att göra något med informationen. Eleverna kommer inte att bli självständiga när de blir styrda i sitt tänkande, vilket försämrar deras möjligheter att bli kritiska och kritiska tänkare. De slags frågor som är mest manipulativa är ja- och nejfrågor vilka är frågor som börjar på exempelvis *kan, borde, gör, är* och *var*.

Lärare och elever pratar ofta förbi varandra, vilket Löwing (2004) upptäckte genom sina klassrumsobservationer. Hon menar att det berodde på att lärarna inte var tillräckligt medvetna om elevernas förkunskaper. Bentley (2012) beskriver att matematikundervisningen i svensk skola är mer av procedurell karaktär där eleverna har övat in och memorerat beräkningsprocedurer men har bristfälliga kunskaper när det kommer till förståelsen för olika strategier vid beräkningar. Med det ovan beskrivna kan vi se att matematikundervisningen i stor utsträckning består av enskilt arbete och lärarens ensidiga kommunikation som en slags överföring av kunskap, däremot vet vi att relationen mellan undervisning och lärande är mer komplex än så (Davis, 1997). I kursplanen för matematik finner vi aktiva verb som formulera, reflektera, tolka, beskriva, argumentera analysera och värdera (Skolverket, 2018). Eftersom synen på matematik i läroplanen har förändrats genom åren från fokus på att elever ska lära sig produkten till att fokus har förflyttats till den matematiska processen (Skott et al., 2010) har matematikdidaktiken förändrats. Interaktionen mellan lärare och elev behöver skifta ändamål från att kommunicera lärares matematik till att utveckla elevers matematik (Lobato et al. 2005).

Matematikundervisningen blir, som beskrivs ovan, inte framgångsrik bara för att kommunikation används. Svensk forskning inom matematikdidaktik har sammanställts i Skolverket (2012) för att beskriva vad en framgångsrik matematikundervisning innebär. Det beskrivs att undervisningen bör vara varierad med olika arbetssätt, metoder, arbetsinnehåll och samtal som är anpassade till både individen och gruppen. Det kräver att lärarna besitter en god kompetens, både inom ämnet och dess didaktik vilket ger dem kunskaper om att kunna vara kritisk mot läromedel och annat material. Bentley (2012) beskriver att om undervisningen är konceptuell istället för procedurell betyder det att elevernas förståelse för begrepp och strategier är i fokus vilket leder till att eleverna ges möjligheter att lättare kunna generalisera kunskaper och veta när de kan använda dem i skilda syften. Kommunikation för förståelse ses som en betydande faktor för att möjliggöra en framgångsrik matematikundervisning där den kan frambringa förståelse och god utveckling av elevens kunskaper. Samtalet ses som en väg att utvecklas mot förmågorna inom ämnet där både lärare och elever är delaktiga och där en medvetenhet om frågor och elevers svar bör finnas för att möjliggöra både för läraren och eleven att synliggöra förståelsen. Det liknar vad Löwing (2004) menar med att kommunikation som går på djupet och synliggör förståelse är den kommunikation som eftersträvas och för att det ska kunna ske krävs att läraren har kännedom om elevernas förförståelse. Kommunikation som gynnar en framgångsrik matematikundervisning genom frågor, är enligt Cunningham (1987) de frågor som kräver djupare resonemang. Dessa frågor kräver lärare som i förväg planerar dem, det är också de lärare som är mer trygga i samtalen med eleverna. Läraren kan på så sätt planera frågor utifrån sina elevers behov och tidigare kunskaper. Både lärare och elevers lärande menar Emanuelsson (2001) måste vara i fokus och att deras lärande är sammanflätat genom att en öppen fråga ökar lärandet för båda medan en stängd fråga hämmar lärandet för båda. Samtalet i matematikundervisningen ses enligt Hogden & Marshall (2005) som en slags formativ bedömning för att veta var eleven befinner sig i sin utveckling. De anser att det är viktigt att matematikundervisningen möjliggör för eleverna att diskutera, uttrycka sina tankar och argumentera.

De öppna frågorna uppmuntrar mer än att återberätta något man memorerat vilket ger möjlighet att stimulera tänkande och resonerande (Sullivan och Lilburn, 2002). För att skapa en variation av matematiska färdigheter och förmågor bör lärare använda sig av de öppna frågor som får eleverna att utveckla en högre nivå av tänkande. Däremot menar Hodgen & Wiliam (2013) att användningen av slutna frågor inte nödvändigtvis behöver vara negativt. Om läraren använder de slutna frågorna för att stämma av om eleverna har förstått något eller inte hjälper det läraren att kunna gå vidare i undervisningen. Det blir som en bedömning av både elevens och lärarens kunskaper. Om några elever i klassen inte har förstått kan läraren inleda en diskussion om ämnet. Mason (2000) har studerat lärares formativa frågor i klassrummet och kom fram till att hur lärare ställer frågor påverkar elevers syn och förståelse av matematik. Författaren menar att frågor bör stimulerar eleverna att själva ta över ansvaret och kunna ställa relevanta frågor till sig själva, vilket kan göras möjligt med de ovan beskrivna begreppen *stöttning* och *mattning*. Författaren kom fram till tre olika motiv varför lärare ställer frågor; ”(1) för att fokusera elevernas uppmärksamhet, (2) för att testa elevernas kunnande och (3) för att få svar på en genuint undersökande fråga där läraren ej vet svaret” (Mason, 2000, s. 21). Han framhåller den senaste på grund av att dessa frågor har bäst förutsättningar att kommunicera sådana frågor som matematiker ställer sig och arbetar med. Frågor kan som ovan beskrivits kategoriseras utifrån öppna respektive stängda frågor (Emanuelsson, 2001; Sullivan och Lilburn, 2002) eller utifrån hur frågorna möjliggör kognitivt tänkande genom en hierarkisk kategorisering av låga respektive höga frågor (Cunningham, 1987), där forskarna visar på att de öppna frågorna och de kognitiva högre frågorna gynnar elevernas matematiska förmåga i högre utsträckning. Detta visade även en studie av lärares frågor i årskurs 1 av 311 klassrumsobservationer i USA, Taiwan och Japan som genomfördes av Perry et al. (1993) som visade att de kognitiva processer som eleverna involveras i kan vara en möjlig förklaring till varför de asiatiska eleverna besitter en högre matematisk förmåga i jämförelse med de amerikanska eleverna. Frågorna som ställdes sorterades utifrån sex kategorier, också i en hierarkisk ordning, där det visade sig att de asiatiska lärarna frågade avsevärt fler frågor inom de två kognitiva högre frågorna, som var problemlösningsfrågor och konceptuella kunskapsfrågor, än lärarna i USA. Ytterligare resultat från studien visade att lärarna i Asien, främst i Japan hade en förväntning på sina elever att de skulle ta sig an komplexa kognitiva frågor medan lärarna i USA inte hade det. De asiatiska lärarna förväntade sig inte endast att eleverna skulle delta i en dialog där de förklarade sina tillvägagångssätt för att lösa en uppgift utan att de också skulle jämföra lösningar från olika problem och förklara skillnader mellan procedurer. Det liknar de förmågor som Cunningham (1987) beskriver krävs av eleverna för att kunna besvara konceptuella hög-divergenta frågor och evaluerande frågor.

Det gemensamma matematiska språket är enligt Löwing (2004) viktigt och eleverna bör ges chansen att kommunicera matematik med andra. Det matematiska innehållet måste argumenteras och diskuteras så att eleverna ges möjlighet till reflektion. För att läraren ska bedriva undervisning som syftar till att eleverna ska lära för förståelse kräver det enligt Skott et al. (2010) att läraren vet mer än om eleverna har svarat korrekt eller inte, det kräver att läraren vet hur eleven har gått tillväga. För att lyckas med det behöver det finnas rikligt med utrymme för kommunikation. Kommunikationen är inte endast viktig för att den fungerar som ett medel för inlärning, utan det är även idag enligt Skolverket (2018) ett mål med matematikundervisningen. Eleverna ska kunna kommunicera matematiskt.

3.1 Sammanfattning

Sammanfattningsvis finns en tydlig diskrepans mellan den rådande matematikundervisningen och den undervisning som forskning beskriver som framgångsrik. Rapporter och forskning skildrar att mycket av den matematikundervisning som sker idag består av enskilt arbete och att den kommunikation som sker karaktäriseras av IRE-mönster eller att lärare och elever pratar förbi varandra. Detta gynnar inte elevernas matematiska utveckling och de matematiska krav som eleverna ska uppnå i dagens skola. Däremot visar forskning att den kommunikation som innehåller frågor i matematikklassrummet som möjliggör för eleverna att synliggöra sitt tänkande, diskutera, argumentera, reflektera och analysera är de frågor som kan leda eleverna till ett djupare matematiskt tänkande. Frågor som möjliggör detta lärande är frågor av öppen karaktär och av högre kognitiv nivå.

4. Syfte och frågeställning

Syftet med studien är att identifiera och beskriva det kommunicerande matematikklassrummet med fokus på hur lärare ställer frågor till eleverna och hur frågorna möjliggör elevernas lärande i matematik. För att uppfylla syftet ställs följande forskningsfrågor:

- Vilka typer av frågor ställer läraren till eleverna under matematiklektioner och vilken typ av frågor dominerar?
- Hur besvarar eleverna de olika frågetyperna?

5. Metod
I kommande avsnitt redogörs för val av metoder som använts i undersökningen och analysen av den insamlade empirin. En presentation av urvalet och etiska överväganden görs samt att studiens reliabilitet, validitet och generaliserbarhet diskuteras. Analysmetoden presenteras och tillvägagångssätt för att kunna genomföra analysen likaså.

5.1 Val av metod
Eftersom syftet med studien är att undersöka det kommunicerande matematikklassrummet och vilka sorts frågor läraren ställer tycktes en metod som på bästa sätt kan synliggöra kommunikationen mest lämplig. Därför valdes observationer som metod för att samla in empirin då observation enligt Bryman (2011) är en lämplig metod för att studera beteenden och det som sker i klassrummet. Det finns en mängd olika typer av observationer som oftast kategoriseras utifrån de två forskningsgrupperna kvantitativ och kvalitativ forskning. Inom den förstnämnda brukar strukturerade observationer användas där observationen utgår från ett genomtänkt och strukturerat observationsschema för att kunna kategorisera beteenden som sedan sammanställs och kvantifieras, vilket inte är av intresse för denna studie. Författaren beskriver att kritik av metoden är att den inte får med individers olika tolkningar av verkligheten vilket jag vill få syn på för att analysera resultatet. Inom kvalitativ forskning är det deltagande observation eller etnografi som är det vanligaste. Här används inget observationsschema utan forskaren deltar mer aktivt i en social miljö under en längre tid och försöker skaffa sig en bild av individers beteenden i förhållande till miljön. Fältanteckningar används för att komma ihåg sina intryck. Metoden har fått kritik för att vara för subjektiv då forskaren själv kan styra och ta beslut som oftast påverkas av hens uppfattningar och egna intressen, viket enligt författaren kan leda till att data blir missvisande och resultatet mindre pålitligt. I denna studie undgås denna risk då jag inte deltar aktivt eller kommunicerar under observationen.

För denna studie användes en blandning mellan vad Bryman (2011) kallar för ostrukturerad, icke-deltagande observation. Under den icke-deltagande observationen iakttar endast observatören det som sker i den sociala miljön och deltar inte på något sätt i undervisningen, medan i den ostrukturerade observationen används inget strukturerat schema utan forskaren försöker notera beteenden så detaljerat som möjligt. Istället för att föra detaljerade anteckningar har observationerna för denna studie valts att videoinspelats. Dels för att insamlingen av data görs i ett engelskspråkigt klassrum och eftersom engelska inte är mitt modersmål kan det bli problematiskt att både hinna förstå och föra anteckningar samtidigt. Ytterligare skäl för videoinspelning är för att lättare kunna analysera empirin och inte gå miste om frågornas riktning samt att observationerna kan studeras upprepade gånger. Det underlättar också då både ljudet och det visuella fångas upp, därav det visuella kan vara till hjälp för att se vem lärares frågor riktar sig till och underlätta för mig att se vem som svarar på vilken fråga om det kan ha betydelse i analysen.

Under observationerna valdes att föra observationsanteckningar som ett komplement till metoden. Vanligtvis används observationsanteckningar inom kvalitativa och kvantitativa observationsstudier som ett komplement till någon annan metod, vilket är fallet i denna studie (Bryman, 2011). Fokus i undersökningen är inte på anteckningarna utan på de videoinspelade observationerna, anteckningarna kommer att användas som ett förtydligande av inspelningarna och underlätta vid beskrivning och analys av data.

5.2 Förberedelse och genomförande av observationerna
Innan observationerna genomfördes hade varje elev och elevers vårdnadshavare fått fylla i en samtyckesblankett där beskrivning av studien fanns, hur observationen skulle genomföras och

vad informationen skulle användas till. De två lärare vars klasser jag observerade hade jag kontakt med sedan praktiken 2017. Innan själva observationerna ägde rum hade tid spenderats i klasserna, dels så att eleverna kände sig bekanta med situationen att ha ytterligare en utomstående vuxen i klassrummet och dels för att jag skulle kunna förbereda inför observationerna. Jag introducerade mig för eleverna och förklarade vad jag skulle göra och att de inte skulle prata med mig under lektionen, utan arbeta på som vanligt. En kamera användes och när jag filmade under helklassamtalen stod jag mest still men såg till att både läraren, eleverna och det som skrevs på tavlan filmades. Kameran stängdes av mellan helklassamtalen och jag började åter igen filma så fort läraren integrerade med en elev. På grund av att jag höll i videokameran var det svårt att föra anteckningar undertiden, däremot fördes anteckningar när det fanns möjlighet under lektionerna och även i direkt anslutning vid lektionernas slut. Jag tog även del av material som lektionsplaneringar och elevers arbeten.

5.3 Urval

För att bestämma urval för studien har ett bekvämlighetsurval gjorts inom begreppet icke-sannolikhetsurval (Bryman, 2011). Fallet för denna studie är som nämnts ovan att jag tidigare genomfört praktik på en skola i New York där jag för detta arbete har återvänt för att samla in data. Tidigare kontakter gjorde att en av lärarna kontaktades via mail då det var med hen min praktik genomfördes. Via samtyckesblanketterna fick jag godkännande och kunde genomföra en observation där. Under första besöket på skolan gick jag runt och frågade lärare om de kunde tänka sig att delta. Många lärare var positiva men hade elever i klassen som inte fick vara med på film vilket försvårade situationen. Av de klasserna jag besökte var det en av dem där alla elever och deras vårdnadshavare godkände och ytterligare en observation kunde genomföras. Tiden blev knapp för fler observationer och jag fick nöja mig med två observationer i två olika klasser. De krav jag hade på urvalet av klasser var att de skulle vara årskurs K-J4, vilket motsvarar förskoleklass till årskurs 3 i Sverige. På grund av att urvalet inte är slumpmässigt menar Bryman (2011) att det leder till att studiens resultat inte går att generalisera, vilket är en kritisk aspekt som kommer att diskuteras i kommande avsnitt.

5.4 Etiska överväganden

När arbetet har genomförts har det av etiska skäl tagits hänsyn till individskyddskravet vilket är till för att skydda medverkande individer. Kravet innehåller fyra forskningsetiska principer vilka är informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet och nyttjandekravet. För detta arbete har alla fyra kraven förmedlats till deltagarna via en samtyckesblankett som alla medverkande har fått ta del av och signera. Informationskravet innebär att deltagarna ska informeras om syftet med arbetet och varför det genomförs. Vad som krävs av deltagarna och hur information om arbetet presenteras framgår också. Det andra kravet är samtyckeskravet som syftar till att deltagarna, och i detta fall även deras vårdnadshavare, själva får bestämma om de vill delta eller inte. Det tredje kravet som tagits hänsyn till är konfidentialitetskravet vilket innebär att alla personuppgifter behandlas med möjligaste säkerhet. I detta arbete har alla namn kodats och videoinspelningarna är det endast jag som har tillgång till. Det sista kravet som har beaktats är nyttjandekravet vilket betyder att den information som deltagarna har delat med sig av i arbetet inte kommer att användas i något annat avseende än för detta arbete (Vetenskapsrådet, 2002).

5.5 Analysmetod

I detta avsnitt beskrivs hur transkriberingen gick till och hur analysverktyget användes för att komma fram till resultatet. Studiens reliabilitet, validitet och generaliserbarhet diskuteras även i detta avsnitt.

5.5.1 Transkribering

De videoinspelade observationerna transkriberades på engelska, vilket är originalspråket. När lärares frågor och elevers svar togs med som citat i resultatet översattes dessa till svenska med en så korrekt översättning som möjligt då översättningen kontrollerades upprepade gånger. Vissa begrepp har jag inte översatt då jag anser att det inte finns någon tydlig översättning på svenska. Läraren förkortades med L och eleverna med E, när det under samma serie av frågor har deltagit fler elever i konversationen har eleverna benämnts med E1 och E2. Varje elev har inte blivit tilldelade en och samma siffra under hela transkriberingen utan endast under samma serie av frågor, det är alltså inte samma elev som är E1 under alla citat som visas. När det är endast en elev under hela serien av frågor förkortas det endast med ett E. När fler elever eller hela klassen svarar förkortas det med AE. I transkriberingen skrev jag även med det som skrevs på tavlan så att både jag och läsaren enklare kan följa resultatet. Vissa, enligt mig, betydelsefulla kommentarer från lärarna och eleverna, eller när dem visar något som inte framgår av ljudet på videon har det skrivits inom hakparametrar för att underlätta läsningen.

5.1.2 Analysprocess

Den struktur som varit vägledande för analysen av materialet är Cunninghams (1987) kategorisering av frågor. Under transkriberingen färgkodades alla frågor med blått och varje sekvens i lektionerna döptes och färgkodades. De två klasserna och sekvenserna i varje lektion kommer i resultatet att presenteras sammanflätat men benämnas olika. Helklassamtal i klass J2 kodades som (J2-HKS). När det endast är lärare och en elev som interagerar kommer det benämnas (J2-LE). Eftersom det var fler helklassamtal och elevsamtal kommer de benämnas med siffrorna 1, 2, 3,… Samma benämning används för klass J4, men då med J4 innan. Efter att frågorna i samma sekvens av lektionerna fått samma färg sorterades alla frågor in en tabell utifrån kategorierna från analysverktyget. Varje fråga sorterades inom kategorierna som fortsättningsvis kommer att skrivas med dess förkortning faktafrågor (F), konceptuella låg-konvergenta frågor (KLK), konceptuella hög-konvergenta frågor (KHK), konceptuella låg-divergenta frågor (KLD), konceptuella hög-divergenta frågor (KLD) och evaluerande frågor (E). Kategoriseringen gjordes ifrån nyckelord som signalerade vilken typ av fråga det kan röra sig om. Exempelvis är nyckelord för F-frågor; *vad*, *är*, *borde*, *gör*, medan det för KLK-frågor är; *kan*, *hur*, *beskriv*, *förklara*, för KHK-frågor är det; *varför, vilka bevis, av vilken orsak*, medan det för KLD-frågor är; *vad är*, *olika lösningar*, för KHD-frågor är det; *anta att*, *spekulera*, *hur skulle, vilken sort*, *förutspå*, och för E-frågor är det; *med din åsikt, håller du med, vad är mest lämpligt, skulle det vara bättre, vilken skulle du föredra*. Kategoriseringen av frågor resulterade i att inga KHD-frågor ställdes under någon av lektionerna, därav kommer inte denna kategori kunna presenteras i resultatet, däremot diskuteras möjliga orsaker till varför frågetypen inte ställdes i diskussionsavsnittet.

Frågor som är formulerade på samma sätt kan tillhöra olika kategorier på grund av att Cunningham (1987) menar att både lärarens frågor och elevernas svar måste tas i beaktning för att avgöra vilken kategori frågan tillhör. Frågorna och elevernas besvarande i resultatet presenteras utifrån varje kategori för sig. Däremot, för att få fram en så tydlig bild av de frågor och svar som kommunicerades, presenteras utvalda serier av frågor som kan innehålla en blandning av frågor på grund av att exempelvis F-frågor och KLK-frågor kan leda fram till att en KHK-fråga ställs, därför står det i parantes bakom varje fråga vilken kategori den tillhör för att tydliggöra för läsaren. Alla serier med frågor och svar är i resultatet inom samma grå ruta medan enskilda frågor inte har en gråmarkerad bakgrund. Undertiden tabellen skapades utmärkte sig olika syften för när de olika frågorna ställdes. Dessa syften fick bli utgångspunkten för att strukturera presentationen av varje kategori av frågor. Båda lektionernas planeringar hade jag tillgång till innan de videoinspelade observationerna genomfördes, vilket underlättade vid analysen av data för att få en tydligare bild av i vilket syfte läraren frågade eleverna.

De båda lärarna har arbetat inom yrket under lång tid och är väl insatta i arbetsmaterialet *Context for Learning Mathematics* som bygger på realistisk matematik från Freudenthalsinstitutet, vilket var medvetet och eftersom intresset för denna studie var att undersöka erfarna lärares frågor i klassrummet. Li och Ni (2009) beskriver att erfarna lärare i högre utsträckning ställer frågor som kräver en högre kognitiv karaktär av svar i jämförelse med oerfarna lärare som till största del ställer faktafrågor.

5.1.3 Arbetets reliabilitet och validitet

Begreppen reliabilitet och validitet ställer enligt Bryman (2011) krav på en undersöknings insamling av data och att dess analys har skett på ett trovärdigt sätt. Vikten av en tydlig beskrivning i analysmetoden är då betydelsefull så att läsaren kan förstå och få inblick i hur datainsamlingen och dess analys har gått till. I detta fall har transkribering och sortering av frågor gjorts med stor noggrannhet och har analyserats och kontrollerats ett flertal gånger för att säkerställa att frågorna kategoriserats korrekt.

Reliabilitet syftar till om en studie är tillförlitlig och pålitlig i avsikt att dess resultat går att förlita sig på. Undersökningarnas mätinstrument måste vara så exakta som möjligt för att dess resultat inte ska bli missvisande. Detta spelar en stor roll inom kvantitativa studier där syftet är att mätinstrumentet ska kunna generaliseras. I kvalitativa studier blir det svårare om ens möjligt, att generalisera ett resultat då undersökningen oftast är djupare än bredare, då urvalet är mindre. För detta arbete kan man inte generalisera resultatet eftersom urvalet endast är två klasser där hänsyn också måste beaktas till den sociala kontexten. Intresset med arbetet är inte heller att kunna generalisera utan att söka exempel på hur erfarna lärare arbetar med frågor som verktyg i matematikundervisningen. Trots att det inte går att generalisera resultatet menar Bryman (2011) att det kan ske måttlig generalisering då resultatet kan jämföras med andra liknande arbeten som gjorts på jämförbara grupper.

I detta fall stärks reliabiliteteten, trots att studien inte går att generalisera, då datainsamlingen skedde via videoinspelningar vilket fångar upp exakt det läraren och eleverna säger och möjliggör att titta tillbaka på materialet. En felkälla skulle däremot kunna infinna sig då läraren och eleverna kan känna sig obekväma med en utomstående vuxen i klassrummet som filmar dem. Det kan hända att läraren ändrar beteende och faller in i vad Bryman (2011) kallar för reaktiva effekter, då läraren kan vilja göra ett gott intryck och ändrar då sina beteenden eller att eleverna inte beter sig som vanligt på grund av att de filmas. I detta fall är en sådan felkälla troligtvis relativt låg då lärarna har arbetat med arbetssättet under en lång tid och där de även utgår från en detaljerad lektionsplanering. Författaren menar också att deltagarna vid en observation, efter en tid har gått, tycks glömma av att de observeras. Däremot måste hänsyn också tas till de få observationer som denna undersökning bygger på och att lärares frågor kan se olika ut beroende på vart i lektionsplaneringen de befinner sig. För båda dessa lektioner var de i uppstarten av ett nytt tema vilket kan påverka vilka frågor läraren ställer.

En studies validitet ställer, enligt Bryman (2011), frågan om undersökningens mått verkligen har mätt det som var avsett att mäta. I detta fall kopplas resultatet till befintlig forskning om hur olika frågor möjliggör kognitivt tänkande i olika grad (Cunningham, 1987) som sedan diskuteras i förhållande till den litteratur som använts som beskriver forskning inom kommunikation och frågor i matematikklassrummet. Däremot finns det enligt Bryman (2011) risk för felkälla då frågor kan tolkas olika beroende på vem det är som utför arbetet då faktorer som ålder, personlighet och intressen kan påverka tolkningen. För detta arbete är det jag som tolkat datainsamlingen och eftersom jag som lärarstudent inte i stor utsträckning har mycket erfarenhet av frågor i matematikklassrummet behöver risken för felskrivningar och felaktiga slutsatser beaktas.

6. Resultat

I kommande avsnitt kommer resultatet presenteras och analyseras. Det har framkommit att de typer av frågor som utgör den största delen av de ställda frågorna i matematiklektionerna är från den kognitiva lägre nivån av frågor, alltså F-frågor och KLK-frågor. Det visade sig att frågor på den lägre nivån ofta följs av eller ligger till grund för frågor på den högre nivån och bidrar till rikare matematiskt innehåll i elevernas svar.

Under J2:s lektion var det matematiska syftet att upptäcka olika strategier för addition i talområdet 0–100. Lektionen inleddes med ett matematiskt samtal i helklass där läraren började med att berätta en historia för att sätta in eleverna i en kontext och fortsatte med en diskussion om olika strategier. Därefter fick eleverna ett arbetsblad med frågor och en tallinje för varje fråga där de arbetade enskilt, med stöd av läraren, för att testa de nyfunna strategierna.

Under J4:s lektion var det matematiska syftet att visa på kopplingen mellan multiplikation och division. Lektionen bestod även den av olika sekvenser som inleddes med helklassamtal där kontexten beskrevs och problemfrågan ställdes. Eleverna arbetade sedan enskilt för att komma fram till en lösning, med stöd av läraren. Därefter var det återigen ett helklassamtal med en diskussion om elevernas lösningar. En sammanlänkad fråga till problemet ställdes och samma procedur upprepades igen.

6.1 Resultatanalys

I tabell 1 nedan redovisas alla de frågor som båda lärarna ställt under matematiklektionerna och hur de har kategoriserats utifrån analysverktyget. Som framgår av tabellen blir det synligt att F-frågor är den frågetyp som dominerar i nästan alla sekvenser under lektionerna, följt av KLK-frågor. I klass J2 ställs de frågor av den högre kognitiva nivån under helklassamtalet och i lärar- och elevinteraktioner medan de i J4:s klass dyker upp senare i lektionen endast under helklass-samtal, en öppen fråga i form av en KLD-fråga ställs under en lärar- och elevinteraktion.

Tabell 1: Visar alla frågor som ställts under både J2:s och J4:s matematiklektioner och hur de har kategoriserats.

Sekvens	J2	Sekvens	J4
HKS1	F=56, KLK=15, KHK=1 KLD=1, E=2	HKS1	F=5
LE1	F=25, KLK=4, KHK=3	LE1	F=15, KLD=2
LE2	F=6, KLK=1, KHK=1, E=1	LE2	KLK=2
		LE3	F=1, KLK=3
		LE4	F=1
		HKS2	F=38, KLK=6, KHK=4, E=1
		HKS3	F=10, KLK=5, KHK=1, E=2

6.1.1 Faktafrågor (F)

Faktafrågor som syftar till att eleverna ska ha memorerat kunskap som de förväntas kunna besvara har i denna studie förekommit frekvent. Frågor som sorterats till denna kategori har varit de där läraren är ute efter ett exakt svar, de som eleverna endast kunnat svara ja och nej till, frågor som syftar till att besvara summan eller produkten av två tal, men även de frågor där läraren i frågan ger ett fåtal alternativa svar. Som visas i tabell 1 är det F-frågor som dominerar i båda lektionerna under nästan alla sekvenser i undervisningen. Transkribering och kategorisering av frågorna visar att faktafrågorna ställs under liknande sekvenser. Dels under den inledande delen av undervisningen, efter läraren har satt in eleverna i en kontext, utmärker sig problemlösningsfrågorna som kan ses i citattabell 2 i form av exempelvis *”om en av Jacks bönplantor var 60 fot lång och en annan bönplanta var 20 fot lång, hur långa skulle de bli tillsammans?”* (J2HKS1). Denna fråga ställs under helklassamtal och syftet med frågan är inte att endast komma fram till rätt svar snabbt, utan läraren ber eleverna, som kan läsas i tabellen nedan, att fundera på frågan trots att en elev ropar att hen vet. Ytterligare ett exempel på en F-fråga i citattabellen är från den andra problemlösningsfrågan som läraren i J4 ställer till eleverna *”är detta rättvist?* (J4HKS2) som också har som syfte att eleverna ska fundera genom dokumentation för att komma fram till svaret. Utifrån elevernas besvarande i citattabellen kan vi se att det är korta svar i form av summan av två tal, ja, nej eller ett av alternativen läraren har frågat efter.

Citattabell 2: Visar F-frågor där problemlösningsfrågor ställs under helklassamtal.

J2	J4
HKS1 L: Om en av Jacks bönplantor var 60 fot lång och en annan bönplanta var 20 fot lång, hur långa skulle de bli tillsammans? (F) E1: Jag vet! L: Bara fundera på det en stund. Fundera på det, fundera på det. Om en bönplanta var 60 fot lång och den andra var 20 fot lång, han binder ihop plantorna, hur långa blir de tillsammans? Jag ser så många av er som funderar på detta. E2 hur långa blir plantorna tillsammans? (F) E2: 80 L: Vem håller med E2? (F) AE: Jag! HKS1 L: Vad är additionsstrategier? Vi har pratat om lässtrategier men vi har inte pratat om additionsstrategier, C? (F)	HKS1 L: Okej, så 100 elever ska grupperas med en vuxen, så det menas att det kommer att vara 13 grupper, en vuxen och elever. Så därav blir den naturliga frågan; hur många elever kommer varje ledare att ha? (F) [läraren ställde problemlösningsfrågan efter att ha satt in eleverna i en kontext som handlade om barn som skulle gå till en nöjespark] HKS2 L: De vuxna i grupperna med 8 elever kommer att få 336 biljetter att ge till eleverna och dessa ledare, i grupperna med 7 elever, tror ni att de kommer att få 336 biljetter också? (F) AE: Nej L: Okej, hur många biljetter tror ni att de kommer att få? Fler eller färre? Eller samma? (F) AE: färre L: Varför säger du att de ska få färre biljetter än grupperna med 8 elever? Du säger att grupperna med 7 elever ska få färre biljetter, varför E1? (KHK) E1: För att det är ett färre barn i de grupperna. L: Okej, så lederna i dessa grupper kommer att få 294 biljetter. Är detta rättvist? Ta ett nytt papper och dokumentera (F)

Faktafrågorna är utmärkande när läraren bryter ner problemet i mindre delar och där läraren frågar hur eleverna tänkt genom alternativ eller ja- och nejfrågor. I sekvenser från både J2 och J4 märks att läraren ställer frågorna i syfte att leda eleverna mot det rätta svaret, men också för att synliggöra och ta reda på hur eleverna går tillväga för att lösa problemet så att de kan möta eleverna på den nivå där de befinner sig. Det visas tydligt i citattabell 3 när läraren i helklass-samtalet använder faktafrågorna för att visa på tallinjen hur eleven har kommit fram till svaret genom att fråga *”vad kommer jag att landa på?” ”70, och ett tio-hopp till?”* (J2HKS1). Elevernas svar är korta i form av summan av de tal läraren frågar efter. Läraren i J4 försöker genom många faktafrågor på ett mer ifrågasättande vis få eleven att gruppera barnen som ska till nöjesparken i ett diagram. Läraren har upptäckt att eleven använder ”grupper av” på fel sätt och får genom faktafrågorna eleven att upptäcka vad hen gjort. Eleven ger något längre svar, däremot har läraren i frågorna gett alternativen innan, vilket leder till att elevens svar är en upprepning av lärarens fråga men svaret kräver mer av eleven än att ha memorerat kunskap. Att läraren inte endast är ute efter det korrekta svaret visas i exemplet J2LE1, där läraren berättar för eleven att hen genom konversationen fått reda på elevens tänkande. Genom att läraren i J4 ställer frågan ”*Och är det så rättvist som möjligt?*” försöker hen få eleverna att upptäcka att det finns ett ”bättre” svar.

Citattabell 3: Visar hur lärarna försöker leda fram eleverna till rätt svar och synliggöra hur eleverna tänker.

J2	J4
HKS1 L: Kan jag bara dela upp detta för de eleverna som måste se 10-hoppen? Så om jag är på 60 och gör ett tio-hopp, vad kommer jag då landa på? (F) AE: 70 L: 70, och ett tio-hopp till? (F) E: 80 L: Vad är svaret? (F) E: 80 L: Så denna strategi involverar, använda våra “friendly number” som hjälp, hoppa från 58 till nästa ”friendly number” och sedan addera resten. Så vad vet vi? Hur många hopp gjorde vi här? (F) AE: 2	LE1 L: Okej, 13 grupper av två, så menas det 2, 2, 2, 13 grupper eller menas det 13 och 13, två grupper? (F) E: 13 och 13, två grupper L: Okej, så är det en tvågruppssituation nu? (F) E: Nej det är en trettongruppssituation L: Så det betyder att du måste ändra diagrammet. Denna situation matchar inte grupperna som ska gå till nöjesparken, så du måste försäkra att det går ihop med diagrammet. Så vad står denna ekvation för? Är det 13 fem gånger eller är det 5 tretton gånger? (F) E: Tretton fem gånger L: Tretton fem gånger, så du menar 13, 13, 13...? (F) E: Nej, jag menar fem tretton gånger. L: Fem stycken tretton, fem grupper av tretton? (F) E: Det är tretton grupper av dem
LE1 Men du, kanske behöver vi arbeta med detta lite mer? Vi hämtar en “math rack”, jag tror att du behöver se det. För att jag vill att du ska kunna se 1:an och 9:an och 31:an till 40:an. Så vi fortsätter inte med denna uppgift, denna var svår, men det är bra för mig att höra ditt tänkande, det är väldigt, väldigt viktigt så att jag vet hur ditt tänkande är. Väldigt bra jobbat!	HKS2 L: Så är det 100 elever som är sorterade? (F) AE: Ja L: Är det 13 grupper? (F) AE: Ja L: 100 elever är sorterade, är det så rättvist som möjligt? (F)

F-frågorna var också utmärkande av båda lärarna med en återgivande karaktär där deras syfte var att upprepa för att förtydliga vad som var viktigt för eleverna och för att återberätta något en elev har sagt och som de stämmer av med ja- och nejfrågor eller att eleverna besvarar med det korrekta svaret. Elevernas svar blir då, som visas i citattabell 4, korta i form av ja eller tal.

Citattabell 4: Visar återgivande och förklarande F-frågor.

J2	J4
HKS1 L: Okej låt mig påminna er om något innan ni börjar. Det är viktigt att kolla på talen som är involverade, för när man kollar på talen som de ber er att addera kan hjälpa er att bestämma vilken av dessa tre strategier som funkar bäst för de talen, vilken som är den snabbaste, mest effektiva att använda. Förstår ni vad jag menar? AE: Ja!	HKS2 L: Okej, grupp 3, grupp 4, grupp 5, grupp 6 och så vidare, kan ni se det? AE: Ja!
HKS1 L: Ja den är ganska lätt. Men ni måste visa hur ni löser problemet, även om ni vet att 10+20=30 i era huvuden och tänker att ”jag måste inte visa Ms M” så måste ni ändå göra det. Visa hur ni tänkt, det är viktigt, visa hur ni tänkt. Hur långa tillsammans, hur lång är tallinjen, skriv ert svar där. Så för varje fråga de frågar er vad ni ska addera så kolla på talen innan ni börjar hoppa på tallinjen för att lösa frågan, kolla på talen och vad? Bestämma vad? EI: Bestämma vilken väg du ska…dina siffor L: Vilken väg som är mest logisk för att komma till svaret så fort som möjligt. Förstår ni? AE: Ja	HKS2 L: Och sedan denna grupp, det är som alla ni elever. Alla ni elever med en vuxen i en nöjespark. Okej, och så kolla på denna ledaren, denna ledare har 5, 5, 5, 5, så vad jag sa till E är att ”herregud, jag vill inte vara den vuxna med hur många barn? AE: 16

Faktafrågorna användes också för att ”stämma av” att eleverna har förstått i form av *”vem förstår? Ge mig tummen upp om ni förstår vad hen sa*” (J2HKS1), men också för att fråga om de håller med eller inte håller med någon annans svar som *”håller ni med hen? Vem håller med och vem håller inte med?”* (J2HKS1). Elevernas besvarande bestod av ja, nej eller nickningar.

6.1.2 Konceptuella låg-konvergenta frågor (KLK)

Båda lärarna i studien ställer konceptuella låg-konvergenta frågor och som kan tydas i tabell 1 är det dessa frågor som ställs mest efter faktafrågor. Frågor ställs av lärarna främst när de vill att eleverna ska förklara hur de tänkt, som visas tydligt i J2:s helklassamtal i citattabell 5. Med frågor som *”Ok, hur vill du att jag ska göra?”* där eleven förklarar sitt tillvägagångssätt genom svaret *”Starta med 58 och addera 2 vilket är lika med 60, sedan adderar du 20”*. Här märks det att elevernas svar blir längre då de behöver förklara sitt tänkande. Frågorna ställdes av lärarna vid både helklassamtal för att få reda på hur eleverna gått tillväga, men även i syfte att låta eleverna själva få kommunicera sitt tänkande med andra och då kunna ta del av varandras strategier. Frågorna ställdes även vid lärar- och elevinteraktion där läraren försökte förstå hur eleven tänkte som exempelvis i J4LE3 *”Okej, så vad betyder det? Vad betyder ekvationen där?”*. Där eleven svarar *”Det betyder att det inte är ett jämt tal”* vilket är en förklaring på hens ekvation. Som kan utläsas i citattabell 5 i sekvensen J4HKS2 ser vi att läraren ställer en fråga men inte lämnar utrymme för eleverna att besvara dem, vilket skedde ett flertal gånger under lektionen i J4.

Citattabell 5: Visar frågor som ställs i syfte att låta eleverna förklara sina tillvägagångssätt.

J2	J4
HKS1 L: Är några av dessa tal "friendly number"? (KLK) E: Nej men… L: Nej men… E kan du ta oss dit? (KLK) E: "Friendly number" till 58 är 60 L: Så vad vill du att jag ska göra? (KLK) E: Du adderar bara 2 L: Ok, hur vill du att jag ska göra? (KLK) E: Starta med 58 och addera 2 vilket är lika med 60, sedan adderar du 20 L: Vill du att jag ska ta ett stort hopp med 20 eller vill du att jag ska ta två hopp med 10? (KLK) E: Ta ett hopp med 20 L: Ett hopp med 20, visst E: Och då har du 90 E: Det är 80	LE3 L: Okej, ekvationer, diagram. Jag ser inget diagram ännu men jag ser ekvationer. E: Jag har fastnat för att… L: Okej, så vad betyder det? Vad betyder ekvationen där? [pekar på elevens papper] (KLK) E: Det betyder att det inte är ett jämt tal L: Okej, så vad betyder det, 13 gånger menas att det är vad? (KLK) E: Det menas att det är 13 ledare som ska gå med 8 elever i varje grupp. L: Okej, så E: Så det betyder att en grupp med 4 får gå L: Okej, så det menas åtta tretton gånger, 8, 8, 8 tretton gånger. Så fallet nu är att du har 104 elever som går, men du ska endast ha 100 elever som ska gå. Så vad för justeringar måste du göra för att 100 elever ska gå? (KLK) HKS2 L: Okej men finns det ett samband? E1:s ekvation är 8 grupper av 42 elever är 336 och E2 har 336 dividerat med 8 är lika med 42. Finns det ett samband? Hur läser vi detta? 8 grupper av 42 betyder att det är 336 [pekar på ekvationen] Hur läser vi detta? [pekar på divisionen] (KLK)

De konceptuella låg-konvergenta frågorna används ofta inom samma frågeserie som faktafrågor. Ett mönster kan urskiljas i båda lektionerna, både i helklassamtal och i lärar- och elevinteraktion. Efter att eleverna har fått jobba med problemet eller fått en fråga ställd till sig och har fått tid att fundera har en F-fråga oftast ställs först för att läraren vill tydliggöra vad eleven har sagt för att därefter komplettera med en KLK-fråga för att låta eleven förklara sitt tillvägagångssätt. Citatet i tabell 6 nedan visar inledningen av helklassamtalet (J4HKS2) när eleverna precis har arbetat enskilt med problemlösningsfrågan. Läraren inleder samtalet med F-frågan *"så vi har grupp ett ända till grupp vadå?"* som sedan följs av KLK-frågan *"Vad tror ni att han menar med det?"*. Här ses ett växelspel mellan F-frågor och KLK-frågor för att först tydliggöra, därefter få en förklaring, för att sedan stämma av elevernas förståelse med faktafrågor. Elevernas besvarande följer som tidigare svar av F-frågor och KLK-frågor, alltså korta samt förklarande svar.

Citattabell 6: Visar J4:s andra helklassamtal där elevlösningar på första problemlösningsfrågan förs.

J4HKS2
L: Så vi har grupp ett ända till grupp vadå? (F) AE: 13 L: Okej, här, under grupp 1 har E skrivit en 8, under grupp 2 har han skrivit 16, under grupp 3 har han skrivit 24. Vad tror ni att han menar med det? När han har 8, 16, 24, vad betyder det? Okej, prata med er matematikpartner vad ni tror att det betyder (KLK) AE: [Eleverna pratar med varandra] L: Okej nu, låt oss pausa. Okej, så vad menar E med att skriva en 8 under grupp 1, 16 under grupp 2 och 24 under grupp 3? Vad menar han med det? (KLK) E: Han räknar i sexans gångertabell L: I sexans gångertabell? (F) E: Nej åttans L: Så det menas att en grupp av 8 är? (F) E: 8 L: Två grupper av 8 är? (F) E: 16 L: Tre grupper av 8 är? (F) E: 24

6.1.3 Konceptuella hög-konvergenta frågor (KHK)

Dessa frågor, som kan avläsas i tabell 1, är lite mer sällsynta men ställs av båda lärarna under lektionerna. Läraren i J2 ställer dessa frågor i både helklassamtal och under lärar- och elevinteraktion, medan läraren i J4 ställer frågorna under helklassamtal. Frågorna utmärker sig i sekvenser i undervisningen när eleverna har fått problemfrågan och arbetat med den ett tag och när läraren vill lyfta upp varför eleven tänker på ett visst sätt. Som syns i citattabell 7 innebär elevens svar på frågan, *”Så om jag tar tvåan från 42 och adderar den först, E hjälp mig att ta mig genom detta, varför tror du att det skulle vara bra?*” (J2HKS1) att hen ger en förklaring till strategin och hur den fungerar. Eleven ger en anledning till varför strategin skulle vara effektiv. Det märks att läraren ställer dessa frågor för att synliggöra elevens tänkande och få dem att reflektera som visas i J2LE1 genom frågan *”Kan jag se, du startade på 31 och valde att hoppa ett hopp av 5, varför? Varför valde du att hoppa ett hopp av 5?”*. Där eleven svarar *”För att det är snabbare”*. Som visas i citattabellen fortsätter läraren fråga KHK-frågor för att eleven ska reflektera kring varför, men märker att eleven har svårt att uttrycka sig då hen inte kan svara på hur det är enklare och snabbare. Läraren ställer då en smalare fråga. F-frågan som visas i citattabell 3 *”Okej 100 elever är sorterade, är det så rättvist som möjligt?”* visas i citattabell 7 nedan (J4HKS2) då den ligger till grund för läraren att ställa en KHK-fråga. Eleven svarar nej på F-frågan, varav läraren ställer *”Varför säger du nej för E?”* där eleven måste argumentera för att stödja sitt påstående.

Citattabell 7: Visar helklassdiskussion hur eleverna får resonera och ta ställning till lösningar.

J2	J4
[HKS1 - Talet är 38+42] L: Så om jag tar tvåan från 42 och adderar den först, E hjälp mig att ta mig genom detta, varför tror du att det skulle vara bra? (KHK) E: Okej, för att, så vi kommer till 40, så ta antingen en-hopp eller ett större två-hopp L: Aha E: Och därefter landar vi på 40 och när vi är på 40 kan vi bara addera våra fyra tior. Så antingen kan du ta ett stort hopp av 40 eller 10, 10, 10, 10 L: Fyra tio-hopp? (F) E: Ja	[HKS2 – diskuterar problem 1, hur många elever i varje grupp] L: Okej 100 elever är sorterade. Är det så rättvist som möjligt? (F) E: Nej L: Varför säger du nej för E? (KHK) E: För att vi kan ha det mer rättvist om det är nio åttor och fyra sjuor. För att då är talen mer lika, för att 8 och 4 skiljer det 8 [tidigare exempel] och i detta exempel skiljer det sig endast med 1. L: Mhm, så denna ledare, vem det än är kommer att ha ett lätt jobb, fyra barn, lätt som en plätt. Okej, så är detta så rättvist som möjligt? (F) E: Aha L: Okej, vad var det E sa? Kolla på hennes poster. Hon har 7 i 4 grupper och 8 i 9 grupper. Okej, så vad är den ekvationen? Vi har 4 grupper av 7, okej, vilket betyder att hur många elever är sorterade? Fyra grupper av 7. 7, 7, 7, 7 (F)
[LE1 - talet är 31+9, öppen tallinje som hjälp] L: Kan jag se, du startade på 31 och valde att hoppa ett hopp av 5, varför? Varför valde du att hoppa ett hopp av 5? (KHK) E: För att det är enklare L: Varför är det enklare? Kan du förklara för mig varför du valde att hoppa ett fem-hopp? (KHK) E: För att det är snabbare L: Vad är snabbare? (KLK) E: Att komma till… L: Att komma till vilket tal? [väntar en stund] väljer du att dela upp nian i två mindre delar? Är det vad du försöker göra? (F) E: Ja L: Okej, gör ett försök, jag sitter kvar. [Konversationen fortsätter under en lång tid med F-frågor och KLK- frågor. Till slut kommer eleven fram till svaret 40]	

6.1.4 Konceptuella låg-divergenta frågor (KLD)

Dessa frågor är också, som kan utläsas av tabell 1, mer sällsynta men ställs av båda lärarna. Läraren i J2 ställer dem under helklassamtal och läraren i J4 ställer dem under interaktion med en elev. Frågor som har sorterats till denna kategori är de frågor om ställs så att eleverna kan se att det finns alternativa sätt att lösa uppgiften på vilket läraren i J4 (LE1) visar genom att fråga *”så vilken strategi borde du byta till?”* där eleven svarar ”*ekvation”*. Eller som läraren i J2 enligt citattabell 8 nedan ställer frågan *”är det någon annan som har en annan strategi? E?”* varav eleven svarar: ”*friendly number”*. Elevernas svar kan alltså vara korta men de måste själva tänka efter vad som passar för själva matematikfrågan. I J2HKS1 visas att elevens svar är längre då hen inte benämner strategin utan förklarar den som en lösning på problemet, vilket var detsamma i J4HKS3 där alla elever berättade sina strategier för hur de löste problemet.

Citattabell 8: Visar frågor både i helklassamtal och lärar- och elevinteraktion som låter eleverna komma med alternativa lösningar.

J2	J4
HKS1 L: Vad skulle vara en strategi som skulle vara den mest effektiva, den snabbaste, den enklaste den simplaste vägen att addera 25+20? E1? (KLD) E1: Strunta i femman, så 20. Så som att 2+2=4 och sen tvåan och tvåan är båda tiotal så det är lika med 40. Från två tiotal till två tiotal är 40, plus 5 är 45 L: Så vad du säger är att dela upp denna (pekar på 25) och sedan ta 20+20 och sen 5? (F) E1: Ja L: Okej, kan du komma ihåg det, det är en strategi som du kan använda. Finns det en snabbare väg? En mer effektiv väg vi kan lösa detta? E2? (KLD) E2: Börja på 25 och hoppa därefter ett hopp av 20 L: Eller vi kan göra vad? (KLK) E2: Två tio-hopp och vi landar på 45 L: Två tio-hopp och vi landar på 45 (F)	LE1 L: Så vilken strategi borde du byta till? (KLD) E: [Tänker en stund] ekvation
HKS1 L: Okej bra, okej nu, innan vi delar något. Kan ni kolla på dessa två nummer [58+22] ok berätta en strategi som kan vara till hjälp att addera 58+22, och jag ger er en liten ledtråd, ledtråden är att ni kan fundera på vad vi arbetade med igår. E1 vad tänker du? (KLD) E1: Jag tänker att en strategi är 50+20=80, och sen 8+2=10, så 80+10=90 L: Okej, ha kvar den strategin i ditt huvud. Är det någon annan som har en annan strategi? E2? (KLD) E2: ”Friendly number”	HKS3 L: Kan du berätta din strategi till någon bredvid dig. Hur löste du problemet? Okej, sätt igång allihop, berätta din strategi (KLD) [Här diskuterade eleverna sina strategier med varandra två och två, men då alla pratade samtidigt var det omöjligt att transkribera]

6.1.5 Evaluerande frågor (E)

Enligt tabell 1 kan vi se att de evaluerande frågorna även de är färre än F-frågor och KLK-frågor. Exempelvis ser vi i citattabell 9 att läraren frågar eleven *”Hur hjälpte det dig att veta att svaret var 20?”* (J2LE2) som är en evaluerande fråga då eleven behöver ta ställning till hur hens tillvägagångsätt var till hjälp. Att evaluerande frågor är en mix av fler kategorier framkommer i sekvensen J4HKS2 genom frågan *”Okej, likheter, mycket likheter. Vad ni kan notera är en skillnad mellan E1:s arbete och E2:s arbete, vad är skillnaden? Okej, vad är skillnaden som ni noterat? Mhm, E3?”* och frågan efter den *”Hur är ekvationerna olika om vi jämför E1:s arbete med E2:s arbete?”* där eleverna måste koppla samman olika fakta för att kunna förklara skillnaden och resonera varför två strategier kan ge samma svar. I den evaluerande frågan i sekvensen J4HKS2 måste eleven visa på skillnader mellan två svar. Elevernas besvarande av de evaluerande frågorna kan både vara korta och långa.

Citattabell 9: Visar evaluerande frågor och eleverna besvarande från både helklassamtal och lärar- och elevinteraktion.

J2	J4
LE2 L: Ah, jag förstår. Du gjorde det precis. Hur visste du att svaret var 20? Låt oss kolla på det. Du markerade 40, du hoppade två tio-hopp och du landade på 60. Hur hjälpte det dig att veta att svaret var 20? (E) E: För att jag löste, han hade två tiotal som jag hoppade, och två tiotal är 20 L: Två tiotal är 20, eller hur, så du hoppade mellan 40 och 60 och hur många hopp var det? (F) E: Två **J4** HKS2 L: Och är det så rättvist som möjligt? (F) AE: Ja L: Okej, hur kommer det sig att denna [pekar på ekvationen 7x4 & 8x9] är mer rättvis än denna? [pekar på ekvationen 12x8 & 1x4] Okej, berätta för någon bredvid dig. (E) Eleverna diskuterar med varandra L: Okej E1 vad säger du? (KLK) E1: För att i den [eleven pekar på 12x8 & 1x4] så har 12 ledare åtta elever och en ledare har 4 färre elever, så för den ledaren är det mycket enklare än för resten av ledarna.	HKS2 L: [Läraren läser från en elevs poster] ”ah, vuxen med 7 elever fick 294 biljetter och en vuxen med 8 elever fick 336 biljetter. Jag tycker det är rättvist för att varje elev får 42 biljetter vardera. Varje elev får 42 biljetter oavsett om de är i grupperna med 8 eller 7”. Okej, likheter, mycket likheter. Vad ni kan notera är en skillnad mellan E1:s arbete och E2:s arbete, vad är skillnaden? Okej, vad är skillnaden som ni noterat? Mhm, E3? (E) E3: Det är olika ekvationer L: Olika ekvationer. Håller ni andra med om att det är olika ekvationer? (F) AE: Ja L: Hur är ekvationerna olika om vi jämför E1:s arbete med E2:s arbete? (E) E4: E1:s är multiplikation och E2:s är division L: Okej men finns det ett samband? E1:s ekvation är 8 grupper av 42 elever är 336 och E2 har 336 dividerat med 8 är lika med 42. Finns det ett samband? Hur läser vi detta? 8 grupper av 42 betyder att det är 336 [pekar på ekvationen] Hur läser vi detta? [pekar på divisionen] (KLK) AE: [336/8=336] 336 i 8 grupper betyder att det är 42 i varje grupp. L: Olika ekvationer men är det verkligen en skillnad? (F) AE: Nej

6.2 Sammanfattning

Sammanfattningsvis visar resultatet att båda lärarna ställer frågor inom alla frågekategorier förutom KHD-frågor. Faktafrågorna var de som dominerade följt av KLK-frågor varav KLD-frågor, KHK-frågor och E-frågor utgjorde en mindre del av de ställda frågorna. Resultatet visar att lärarna inte endast ställer slutna faktafrågor för att se om eleverna har memorerat kunskap utan även för att kunna gå vidare eller för att synliggöra elevernas egna tänkande. Det tolkas att dessa frågor ligger till grund för att kunna ställa frågor som kräver högre kognitivt tänkande då de stängda frågorna oftast ställs i den inledande fasen av lektionen och de öppna frågorna framträdde senare in på lektionerna. Elevernas besvarande visar att de genom de lägre frågorna kan få syn på sitt eget tänkande och förklara det, men att det är de kognitiva högre frågorna som möjliggör djupare matematiskt tänkande för eleverna.

7. Diskussion

Syftet med studien var att undersöka det kommunicerande matematikklassrummet med fokus på vilka sorts frågor som dominerar bland de lärarna ställer, samt hur eleverna besvarar dem och hur frågorna kan möjliggöra matematisk utveckling. Resultatet grundar sig på observationer av två klasser där erfarna lärare arbetar utifrån *Context for Learning Mathematics*. Frågorna som lärarna ställer och svar som eleverna ger har analyserats utifrån ett ramverk av frågor som möjliggör olika nivåer av kognitivt tänkande (Cunningham, 1987). Det har visat sig att de lägre kognitiva frågorna, faktafrågor och konceptuella låg-konvergenta frågor, dominerar i båda klassrummen och de mer högre kognitiva frågorna ställs i mindre utsträckning vilket är i linje med tidigare resultat från Skodras (2017) där hon analyserade frågor utifrån Cunninghams (1987) kategorisering av frågor. Resultatet visar även att de lägre frågorna tycks spela en betydande roll i undervisningen trots att de kanske inte för eleverna vid dess besvarande sker något utförligt resonerande eller reflektion då svaren bestod av ja, nej och korta förklaring på deras lösningar. Elevernas besvarande på de högre kognitiva frågorna innehöll förklaring av orsaker, likheter och skillnader, bevis, argumentationer och kopplingar.

I kommande avsnitt diskuteras resultatet utifrån tidigare forskning, litteratur och de teoretiska anknytningarna som följs av en metoddiskussion där kritiska aspekter kring datainsamlingen och dess analys diskuteras.

7.1 Resultatdiskussion

7.1.1 Faktafrågor

Huvudresultatet i studien är att det är faktafrågor som dominerar i undervisningen, som oftast besvaras i form av ja, nej eller med faktaåtergivning, men att de anses ha en betydande roll för undervisningen. Som kan avläsas i citattabellerna inom kategorin faktafrågor är besvarandet av dessa frågor då eleverna kommunicerar minst i form av ja, nej, summan eller produkten av två tal, återgivande svar eller ett av alternativen läraren frågat efter. Å ena sidan stämmer det överens med vad forskningen säger om de stängda frågorna att det enligt Cunningham (1987) inte kräver något högre tänkande av eleverna då det oftast bara finns ett korrekt svar eller, som vad Säljö (2000) beskriver överföringsmetaforen som, att läraren ställer frågor om något eleverna förväntas ha memorerat. Å andra sidan visar resultatet att frågorna inte endast hade i syfte att komma fram till korrekt svar och sen nöja sig, utan när eleverna besvarar den typen av frågor blir problemlösningsförmågan synlig. Dessa frågor, speciellt problemlösningsfrågorna i J4, var lite svårkategoriserade på grund av att frågan är ställd på ett sätt som ger möjligheten för alternativa svar. Frågan är ställd på ett sådant sätt där eleverna blir delaktiga i den matematiska processen som Skott et al (2010) beskriver är en grundläggande tanke i den realistiska matematiken. Men då läraren under de matematiska samtalen genom frågor som *”Och är det så rättvist som möjligt?”* märks det att läraren är ute efter ett korrekt svar, därav sorterades den som en faktafråga. Denna fråga är ett exempel på hur en faktafråga kan ligga till grund för en högre kognitiv fråga, då läraren kompletterade med att fråga varför när en elev svarade nej. Vilket ledde till att eleven i sitt svar förklarade varför genom att argumentera för att bevisa att det fanns en mer rättvis situation.

Faktafrågorna utmärkte sig också då läraren bröt ner problemet och ställde smalare frågor i syfte att förstå vad eleven redan vet och hur eleven tänker för att kunna hjälpa hen. Denna situation kan kopplas till begreppet *stöttning* (Mason, 2000). I detta fall ställs faktafrågorna inte i samma syfte som IRE-frågorna, som Hattie (2012) beskriver är frågor på exempelvis lärarens genomgång. Utan som kan avläsas i citattabell 3 sekvens J4LE1 ställdes endast ifrågasättande faktafrågor, men trots detta pågick det en dialog där läraren ställde fler frågor och mellan varje fråga lyssnade läraren in elevens svar där hen svarade ja, nej eller något av lärarens alternativ så att läraren kunde ställa nästa fråga för att på så sätt föra vidare eleven i utvecklingen. I dessa situationer kan uppfattas att både lärare och elever lär sig av kommunikationen (Säljö, 2000) på så sätt som Hodgen och Wiliam (2013) beskriver att faktafrågor kan vara givande som en slags bedömning för att kunna gå vidare i undervisningen. Vilket inte stämmer överens med vad Emanuelsson (2001) beskriver då han förklarar att stängda frågor hämmar lärares och elevers kunnande medan öppna frågor öppnar upp för deras kunnande. I detta fall tolkar jag inte lärarnas faktafrågor som att de nöjer sig med ett svar utan på grund av att de ställer fler frågor om samma innehåll verkar läraren genuint intresserad av elevens kunnande. De traditionella stängda frågorna är vanligtvis sådana där eleven ska ha memorerat fakta, men frågorna i studien hade i likhet med Hodgen och Wiliams (2013) förklaring av användande av faktafrågor, vilket kan vara en möjlig orsak till varför just det resultatet inte stämmer överens med Emanuelssons (2001) tidigare forskning.

7.1.2 Konceptuella konvergenta frågor

Konceptuella låg-konvergenta frågor är den sorts frågor som båda lärarna prioriterar näst efter faktafrågor i syfte att låta eleverna förklara sitt tänkande så att läraren och andra elever förstår. Dessa frågor leder fram till att eleverna genom kommunikation får syn på sitt eget tänkande, hur de förstår saker och hur delar hänger ihop, som Säljö (2000) beskriver är en väg till lärande. Elevsvaren på dessa frågor skiljer sig från besvarandet av faktafrågor då svaren på de låg-konvergenta frågorna innehöll mer kommunikation då eleverna förklarade sitt tänkande, medan det vid faktafrågor ofta var läraren som förklarade i frågan och eleverna svarade ja eller nej. När läraren ställde frågor som syftade till att eleverna skulle få syn på olika strategier eller alternativa sätt att lösa uppgiften på har dessa enligt Cunningham (1987) kategoriserats som låg-divergenta frågor. Däremot, eftersom båda lärarna ställde många låg-konvergenta frågor under helklassamtalen ledde de till att eleverna fick ta del av varandras tillvägagångsätt utan att en låg-divergent fråga ställdes. Detta gjordes i samband med att lärarna, samtidigt som eleven förklarade, använde tavlan eller tallinjen för att visa elevens sätt att lösa en uppgift på. Skillnaden var dock att eleverna vid låg-konvergenta frågor redan hade kommit fram till en lösning, medan de vid en låg-divergent fråga behövde komma på alternativa sätt att lösa uppgiften på vilket bland annat visade sig när en elev svarade ”friendly number” som förslag på en möjlig strategi.

Konceptuella hög-konvergenta frågor förekom sällan. Som kan ses i exemplet från helklassamtalet i J2 när läraren frågar en elev *”Så om jag tar tvåan från 42 och adderar den först, E hjälp mig att ta mig genom detta, varför tror du att det skulle vara bra?”* så ger eleven en förklaring på sin strategi genom svaret *”Okej, för att, så vi kommer till 40, så ta antingen en-hopp eller ett större två-hopp. Och därefter landar vi på 40 och när vi är på 40 kan vi bara addera våra fyra tior. Så antingen kan du ta ett stort hopp av 40 eller 10, 10, 10, 10”*. Här hade det enligt Cunningham (1987) varit lämpligt att ställa frågan igen *”så varför är detta bra?”* för att förklara varför det var ett bra tillvägagångssätt och då förklara innebörden och användbarheten med strategin, att det är enklare att räkna med 10-tal. Denna fråga var svårkategoriserad, då eleven mer förklarar hur strategin fungerar än resonerar kring varför den är användbar. Jag kategoriserade ändå frågan som en hög-konvergent fråga då jag anser att eleven i svaret får fram att det är 10-talen som gör strategin användbar.

Cunningham (1987) beskriver också att när en högre fråga ställs och eleven inte förstår kan de smalare frågorna förbättras för att ta eleven vidare. Detta observerades vid sekvensen J2LE1 där läraren ställde den hög-konvergenta frågan *”Varför är det enklare? Kan du förklara för mig varför du valde att hoppa ett fem-hopp?”* varav eleven svarade *”för att det är snabbare”*. Här märktes det genom elevens svar att hen inte förstod eller kunde uttrycka sig varför hen hade hoppat ett fem-hopp, därav läraren ställer en faktafråga istället för att försöka förstå och synliggöra elevens tänkande. Detta kan återigen kan kopplas till begreppet *stöttning* där läraren möter elevens nuvarande kunskaper, däremot märktes det att eleven ännu inte var redo för att klara uppgiften på egen hand, det skedde alltså ingen *mattning* som Mason (2000) förklarar är det som händer efter *stöttning* när eleven kan klara av något på egen hand. Däremot märks lärarens genuina vilja att få eleven att klara av det då hon i exemplet under kategorin faktafrågor i sekvensen J2LE1 berättar för eleven att de fortsätter att arbeta med strategin för addition genom att ta till ett material och att konversationen var viktig för läraren, och då indirekt för eleven, då den synliggjorde elevens tänkande.

7.1.3 De öppna frågorna

De konceptuella låg-divergenta frågorna utmärkte sig när lärarna frågade eleverna om alternativa sätt att lösa uppgiften på. Skillnaden från de frågor som synliggjorde tillvägagångsätt med hjälp av låg-konvergenta frågor är att eleverna behövde tänka ut ytterligare sätt som de inte löst uppgiften på istället för att endast kommunicera sitt eget förklarande eller lyssna till andras. Dessa frågor kräver mer tänkande av eleverna då det inte endast finns ett rätt svar (Cunningham, 1987). Lärarna lät eleverna också flera gånger fundera en stund eller diskutera med sin matematikpartner som gav tid till reflektion vilket Hiebert et al. (1997) beskriver är betydande för elevernas matematiska utveckling.

Genom att lärarna ställde de öppna frågorna blev eleverna mer aktiva och kommunicerade mer, svaren blev längre. Frågorna möjliggjorde för eleverna att reflektera och då inta ett, som Hiebert et al. (1997) beskriver, metakognitivt perspektiv där eleven medvetet tänker på sina erfarenheter, tänker över saker, ser något från olika perspektiv, går tillbaka och kollar på saker igen. Som resultatet visar kommunicerar eleverna mest vid alla frågor utom faktafrågor vilket är i enlighet med Cunninghams (1987) kategorisering av frågor, att ju högre nivå av fråga desto mer krävs av eleverna för att kunna besvara dem. Detta resultat kan diskuteras utifrån de förmågor och kunskapskrav som beskrivs i Skolverket (2018) för matematikämnet, att *”Eleverna ska kunna kommunicera om och med matematik”* (ibid, s. 54). Genom elevernas svar på de högre kognitiva frågorna kan vi se att de behöver sätta ord på sitt eget tänkande för att kunna förklara, ta ställning till, argumentera för att bevisa sina påståenden samt koppla samman olika kunskaper. De kommunicerar matematik. Under några tillfällen sågs möjlighet för båda lärarna att ställa en högre nivå av fråga eller komplettera med en varför-fråga, på så sätt kan det ha blivit fler frågor av den kognitiva högre nivån och då fler djupare matematiska utmaningar för eleverna. I de klassrum där många kognitiva högre frågor ställs är också elevernas matematiska förmåga högre än i de klassrum där de ställs färre sådana frågor (Perry et al., 1993).

En anledning till varför de konceptuella hög-divergenta frågorna inte ställdes kan å ena sidan bero på att det enligt Cunningham (1987) kan ta lång tid att utveckla förmågan att besvara dessa frågor. Å andra sidan kan antas att aspekter som vilket innehåll som presenteras, vilket det matematiska syftet är och även vilken ålder eleverna har, vara bidragande faktorer. Eftersom arbetssättet som båda lärarna arbetar efter följer en tydlig planering kan det vara så att dessa frågor kommer senare i arbetet.

Trots att de lägra kognitiva frågorna var fler än de högre kognitiva frågorna så visade resultatet att via lärarnas frågor gavs eleverna möjlighet att kommunicera sina svar i samspel med andra samtidigt som frågorna kan utmana elevers individuella utveckling. En tolkning är att på grund av att eleverna på egen hand, med stöd av läraren eller andra elever, fick sitta själva och komma på lösningar för att sedan få diskutera dem i grupp eller vice versa underlättar för det lärande i matematik som Cobb (1994) förklarar med det socialkonstruktivistiska perspektivet. Han beskriver att matematiskt lärande bör ses som både en process av aktiva individuella konstruktioner och som en process där de kultiveras in i matematiska praktiker i sociala sammanhang. De kulturella redskap som Säljö (2000) menar är betydande för elevernas lärande kan i detta fall ses som de gemensamma språk de båda klasserna har. I och med att eleverna får kommunicera sina svar med andra ger det dem möjlighet att upptäcka om kunskap saknas om det blir svårt att förklara vilket kan synliggöra för eleverna hur fenomen och matematiska begrepp hänger ihop. Den kommunikation som observerades under matematiklektionerna kan ses som en kommunikation som har bidragit till ett utbyte av tänkande och individers tidigare erfarenheter och som gemensamt skapat en klassrumskultur där kunskaper används för att kommunicera, handla och lösa situationer (Säljö, 2000). En undervisning där lärare och elever tillsammans analyserar och reflekterar matematik.

7.2 Metoddiskussion

Två lärares undervisningstillfällen utifrån arbetssättet *Context for Learning Mathematics* har observerats med videoinspelning och analyserats. Eftersom datamaterialet endast är insamlat från dessa två lektioner går inte resultatet att generalisera. De etiska aspekter som tagits hänsyn till i detta arbete kan ha påverkat varför de blev just dess två lärare. Eftersom en samtyckesblankett krävdes att ha signerats av alla deltagande elever innan observationen ledde det till att alla de klasser som försöktes samla in data ifrån inte godkände. Det resulterade i endast två klassrumsobservationer och om fler klassrum hade observerats hade också studiens tillförlitlighet höjts. Om andra lärare och elever hade observerats med andra erfarenheter och ålder hade datainsamlingen också kunnat se annorlunda ut. Läraren hade kanske ställt andra sorters frågor och fler frågor av högre nivå, exempelvis konceptuella hög-divergenta frågor, om observationerna hade genomförts vid en annan tidpunkt, exempelvis vid lektioner i slutet av arbetsområdet. Det kan vara viktigt att ha i åtanke att beroende på innehållet och arbetssättet för just de lektioner som observerades kan erbjuda olika mängd kommunikation. Hur länge dessa lärare har arbetat med lärarhandledningsmaterialet kan också ha påverkat hur de ställer frågor. Därför hade det varit intressant att följa upp lärares undervisning med intervjuer, där lärare exempelvis kunde kommentera sin egen undervisning som de fick se uppspelad.

Analysverktyget utifrån Cunninghams (1987) kategorisering av frågor har givetvis påverkat hur analysen av datainsamlingen har gått till och eftersom det bygger på forskning så tillför det en styrka till hur frågorna har kategoriserats. Däremot finns det risk för felkälla då vissa frågor var svårkategoriserade och kan ha kategoriserats annorlunda om en mer erfaren person skulle genomfört analysen. När svårigheter med kategoriseringen inträffade var elevernas svar till hjälp, däremot måste det beaktas, som Säljö (2000) beskriver, att oavsett vad en elev kommunicerar kan vi inte var säkra på hur en elev tänker. Eleven kan ha svårigheter att uttrycka sitt tänkande genom kommunikation. I vilken grad eleverna resonerade och när de skedde en matematisk utveckling är också svårt att avgöra genom att endast analysera elevsvaren. Kanske hade resultatet gynnats av att en kompletterande metod hade använts, exempelvis intervjuer med lärarna om vad de ställer för sorts frågor och i vilket syfte. Då hade elevsvaren kunnat kopplas till elevernas matematiska utveckling och varit tydligare att få fram. Metoden som användes för arbetet med hjälp av analysverktyget kunde få fram hur frågorna som ställdes möjliggjorde för eleverna att utveckla matematiska förmågor men för att, som ovan beskrivit, verkligen veta om frågorna utvecklade elevernas kunskaper i matematik behövs det genomföras olika bedömningar och studera korrelationen mellan frågor och elevernas kunskaper. Vilket också kan vara svårt då det är en mängd olika faktorer som påverkar elevernas kunskaper i matematik.

Eftersom syftet med studien var att undersöka vilka sorts frågor läraren ställer och intresset var att göra det utifrån erfarna lärare och arbetssättet *Context for Learning Mathematics* bygger därmed datainsamlingen på ett arbetssätt som stöds av forskning inom matematikdidaktik, vilket ses som en styrka för den insamlade empirin. Det behövs däremot beaktas att lärares tolkning av materialet kan se olika ut.

8. Didaktiska implikationer och fortsatt forskning

Resultat för detta arbete indikerar att faktafrågor och låg-konvergenta frågor, alltså frågor på den låga kognitiva nivån, är de som dominerar båda lärarnas matematiklektioner. Däremot hämmar de inte elevernas matematiska utveckling utan de tillför undervisningen genom att de bidrar till uppstart av arbetet, diskussioner, att ställa problemlösningsfrågor och synliggöra elevers tänkande vilket dock bör läggas till att det sker i helklassamtal eller vid lärar-elevinteraktion. Frågorna ligger till grund för att kunna ställa de högre kognitiva frågorna. Resultatet visar att om endast de frågor av låg kognitiv nivå hade ställts hade det inte möjliggjort för eleverna att resonera och kunna utveckla sin matematik i takt med de kunskaper som Skolverket (2018) ställer som krav på eleverna. De krav att ”Eleverna ska kunna kommunicera om och med matematik” (Skolverket, 2018, s. 54) med en förklaring ”att kommunicera innebär i sammanhanget att utbyta information med andra om matematiska idéer och tankegångar, muntligt, skriftligt och med hjälp av olika uttrycksformer” (Skolverket, 2017, s. 9). Däremot om undervisningen också består av frågor av högre kognitiv nivå och öppna frågor kan eleverna erbjudas en undervisning där de bland annat måste formulera, reflektera, tolka, beskriva, argumentera analysera och värdera vilka samtliga verb finns med i kursplanen för matematikämnet (Skolverket, 2018). Varför de lägre kognitiva frågorna dominerar i denna studie kan bero på faktorer som vilket innehåll som undervisas, vilket det matematiska syftet är och vart i arbetsområdet de befinner sig. Andra faktorer som kan inverka är lärarnas egna skolgång eller hur de har blivit skolade på universiteten och i de klassrum de har erfarit.

Arbetsprocessen av detta examensarbete har givit mig en djupare förståelse vilken betydande roll kommunikation i matematikklassrummet har för både lärare och elever. Som blivande lärare och som därmed kommer verka för att elever ska lära sig matematik anses det betydande att leda en undervisning som involverar frågor. Frågor som möjliggör för eleverna att kommunicera sitt tänkande i samspel med andra människor och frågor som ger dem tid för reflektion. Detta arbetets resultat har givit mig didaktiska kompetenser och en förståelse för hur jag, och andra lärare, kan använda frågor som verktyg i undervisningen. Av egna erfarenheter från svenska klassrum och nu efter den här studien av särskilt utvalda klassrum i New York tycks tiden vara något som ofta står i vägen för att avsluta lektioner på ett gynnande sätt. Det blir ofta att arbetet måste avslutas mitt i för att det är rast eller en annan lektion börjar. Som studien visar är det viktigt att eleverna ges tid för reflektion genom de matematiska samtalen i helklass som ett sätt att knyta ihop säcken, vilket de i dem flesta fall inte hinner med. Det är därför något jag kommer att ha i åtanke vid planering av kommande matematikundervisning. Det är också något som hade varit av intresse att studera vidare kring hur mycket tid eleverna ges till reflektion i undervisningen. Arbetsprocessen har också väckt andra frågor som kan vara av intresse att studera vidare. Dels om mängden av olika typer av frågor påverkar elevernas djupare matematiska resonemang. Men också för hur de matematiska innehållet påverkar vilka frågor som är möjliga att ställa.

Som blivande lärare tar jag med mig vikten av kommunikation med eleverna. Utifrån alla de år som student vid universitetet har kommunikation och diskussion med en lärare (förebild) varit betydande för att skapa utrymme för kritisk granskning. Kommunikationen har synliggjort studenters syn på lärande och vad vi har med i bagaget som kan styra vårt lärande. På samma sätt vill jag i mötet med framtida elever skapa en miljö där dialog och kommunikation ges utrymme.

Referenser

Bentley, P-O. (2012). Framgångsrik undervisning med fokus på det matematiska innehållet. (Bilaga 1). I Skolverket: *Utökad undervisningstid i matematik. Hur en ökning av undervisningstiden kan användas för att stärka elevernas matematikkunskaper* (Rapport 378) (s.27-66). Stockholm: Skolverket.

Bryman, A. (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder*. (2., [rev.] uppl.) Malmö: Liber.

Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational Researcher*, *23*(7), 13-20.

Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist, 31*(3-4), 175-190.

Cunningham, R. T. (1987). What kind of question is that? I W. Wilen (Red.), *Questions, questioning techniques, and effective teaching* (a. 67-94). Washington DC: National Education Association.

Davis, B. (1997). Listening for Differences: An evolving conception of mathematics teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(3), 355-76.

Emanuelsson, J. (2001). *En fråga om frågor: hur lärares frågor i klassrummet gör det möjligt att få reda på elevernas sätt att förstå det som undervisningen behandlar i matematik och naturvetenskap*. (Doktorsavhandling, Göteborg studies in educational sciences, 168). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis. Hämtad 2018-11-19 från https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/8448/1/gupea_2077_8448_1.pdf

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work. Constructing multiplication and division*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Hattie, J. (2012). *Synligt lärande för lärare*. Stockholm: Natur & kultur

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., … Human, P. (1997). *Making sense teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth: Heinemann

Hodgen, J., & Marshall, B. (2005). Assessment for learning in English and mathematics: A comparison. *Curriculum Journal*, *16*(2), 153-176.

Hodgen, J. & Wiliam, D. (2013). *Mathematics inside the black box: Bedömning för lärande i matematikklassrummet*. (2. uppl.) Stockholm: Liber.

Li, Q., & Ni, Y. (2009). Dialogue in the elementary school mathematics classroom: A comparative study between expert and novice teachers. *Frontiers of Education in China*, *4*(4), 526-540.

Lobato, J., Clarke, D., & Ellis, A. B. (2005). Initiating and eliciting in teaching: A reformulation of telling. *Journal for Research in Mathematics Education*, 101-136. Retrieved from: http://www.jstor.org/stable/30034827

Löwing, M. (2004). Matematikundervisningens konkreta gestaltning: en studie av kommunikationen lärare - elev och matematiklektionens didaktiska ramar. (Doktorsavhandling, Gothenburg studies in educational sciences, 208). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis. Hämtad 2018-12-15 från https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/16143/3/gupea_2077_16143_3.pdf

Mason, J. (2000). Asking mathematical questions mathematically. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 31*(1), 97-111.

Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM) Umeå forskningscentrum för matematikdidaktik (UFM) (2010). *Matematikutbildningens mål och undervisningens ändamålsenlighet: grundskolan våren 2009*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet

Perry, M., VanderStoep, S., Yu, S., & Levin, Joel R. (1993). Asking questions in first-grade mathematics classes: Potential influences on mathematical thought. *Journal of Educational Psychology*, *85*(1), 31-40.

Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational Researcher*, *27*(2), 4-13.

Skodras, C. (2017). *Lärares frågor i matematikklassrummet* (Magisteruppsats). Göteborg: Institutionen för didaktik och pedagogisk forskning, Göteborgs universitet. Hämtad 2018-11-7 från https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/53775/1/gupea_2077_53775_1.pdf

Skolverket. (2004). *Nationella utvärderingen av grundskolan 2003. Sammanfattande huvudrapport* (Rapport 250). Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2012). *Utökad undervisningstid i matematik: Hur en ökning av undervisningstiden kan användas för att stärka elevernas matematikkunskaper*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2017). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2018). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: reviderad 2018*. Stockholm: Skolverket.

Skott, J., Jess, K., Hansen, H.C. & Lundin, S. (2010). *Matematik för lärare Delta Didaktik*. Malmö: Gleerups Utbildning

Sullivan, PP., Lilburn, P. (2002). *Good questions for math teaching: why ask them and what to ask grades K-6*. Australia: Oxford University Press

Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken: ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Prisma.

Vetenskapsrådet (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet.

Vygotskij, L.S. (1978). *Mind in society: the development of higher psychological processes*. Cambridge, Mass.: Harvard U.P.

Bilagor

Sample Consent Form for Videotaped Observations

Please consider this information carefully before deciding whether to participate in this research.

General information: My name is Emma Skiöld and I am studying the Teacher Program on the University of Gothenburg in Sweden. I am now working on my thesis for the final examination. Last year I visited UNIS for an internship and get interested in the concept *Context for Learning Mathematics.* I got the opportunity to come back and I gladly took the chance to get data from teaching situations at UNIS for my study.

Purpose of the research: To investigate the communication between teachers and students during mathematical lessons.

What you will do in this research: If you decide to volunteer, you will be asked to participate in one videotaped observation during a regular math lesson. I will video tape the observations to get a more truthful data, so I don't have to make so many notes and to easier analyze the data.

Confidentiality: Your responses and comments in the observations will be kept confidential. At no time will your actual identity be revealed. You will be assigned a random numerical code. Anyone who helps me transcribe responses will only know you by this code. The videotape will be erased as soon as my final paper has been graded and it is only me, and perhaps my supervisor for this work, that is going to look at it.

The data you give me will be used for my final examination that I am currently writing, and it will be published for public. I won't use your name or information that would identify you in any publications or presentations.

Participation and withdrawal: Your participation in this study is completely voluntary, and you may refuse to participate or withdraw from the study. You may withdraw by informing the experimenter that you no longer wish to participate (no questions will be asked).

To Contact the Researcher: If you have questions or concerns about this research, please contact:
Name: Emma Skiöld
Phone number: +46730911409
Email address: gusskiem@student.gu.se
You may also contact the faculty member supervising this work:
Name: Rimma Nyman
Title: PhD, Senior Lector in Mathematics Didactics
Phone number: +46 31 786 21 23
Email address: idpp@gu.se

Agreement:
I agree that my child can participate in this study if he/she wants to. I and my child understand that he/she is free to withdraw at any time.

Student´s signature: ____

Student´s name (print): ____

Guardian´s signature: ____

Guardian´s name (print): ____

Date: ___________________