

A articulação entre combinatória e probabilidade nos anos finais do ensino fundamental: Um olhar para o currículo prescrito no Brasil

Articulation between combinatorics and probability in middle school: Looking at Brazilian prescribed curriculums

Ewellen Lima e Rute Borba

Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, Brasil

Resumo

O presente trabalho apresenta um recorte de um estudo de doutorado, em andamento, que tem por objetivo analisar a articulação entre combinatória e probabilidade nas diferentes instâncias do currículo dos anos finais do ensino fundamental no Brasil. No texto aqui apresentado são discutidos os primeiros resultados referentes ao *currículo prescrito*. Foram analisados dois documentos curriculares nacionais e um estadual à luz dos aportes teóricos adotados, visando levantar orientações ao ensino no que diz respeito à combinatória e à probabilidade. Além disso, buscou-se explicitar nesses documentos evidências da possibilidade e importância do desenvolvimento de um ensino articulado entre essas duas áreas da matemática, tendo em vista o desenvolvimento dos raciocínios combinatório e probabilístico.

Palavras-chave: Combinatória, probabilidade, raciocínio combinatório, raciocínio probabilístico, currículo prescrito.

Abstract

This paper presents part of an ongoing doctoral study that aims to analyse the articulation between combinatorics and probability in different instances of the curriculum of middle school in Brazil. In the text presented here we discuss the first results regarding the *prescribed curriculum*. Two national and one state curricular materials were analysed in light of theoretical contributions adopted, aiming to raise teaching guidelines regarding combinatorics and probability. In addition, we sought to make explicit in these documents evidences of the possibility and importance of developing an articulated teaching between these two areas of mathematics, in order to develop combinatorial reasoning and probabilistic reasoning.

Keywords: Combinatorics, probability, combinatorial reasoning, probabilistic reasoning, prescribed curriculum.

1. Introdução

A combinatória e a probabilidade são áreas da matemática que têm o não determinístico como seu objeto de estudo. Dessa maneira, o entendimento e o levantamento de possibilidades em contextos diversos possuem papel central na resolução de problemas de natureza combinatória e probabilística.

O raciocínio combinatório e o probabilístico são modos de pensar relativos ao raciocínio lógico-matemático. O desenvolvimento de ambos provém ferramentas de pensamento que permitem que situações de caráter aleatório sejam entendidas, que se pense sobre proporções, que se levante possibilidades e que se analise e se estime probabilidades.

Autores como Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996), Godino, Batanero e Cañizares (1991) e Piaget e Inhelder (1951), apontam evidências de uma origem comum entre tais áreas da Matemática (origem relacionada aos jogos de azar), bem como da

importância da aplicação de procedimentos de natureza combinatória à compreensão e resolução de problemas em Probabilidade.

Destacamos, ainda, que essas duas áreas da matemática estão inseridas em um mesmo campo conceitual: o campo das estruturas multiplicativas. Tal campo conceitual é composto pelo “conjunto de situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações” (Vergnaud, 1996, p. 167). Assim, dado que, segundo o autor, um campo conceitual consiste em um conjunto heterogêneo de problemas, situações e conceitos interconectados ente si, consideramos a exploração das relações existentes entre a combinatória e a probabilidade de grande importância.

Considerando o posto até aqui, surgiu o interesse em investigar como as relações entre combinatória e probabilidade podem emergir em estudantes da educação básica e como um trabalho que explore a articulação entre essas duas áreas da matemática pode contribuir para o desenvolvimento dos raciocínios a elas associadas. Levamos em consideração, também, a defesa da importância do ensino formal específico de conceitos combinatórios e probabilísticos ao amplo desenvolvimento de tais raciocínios (Borba, 2016; Campos e Carvalho, 2016; Fischbein, 1975).

Nesse sentido, foi desenvolvido um estudo de mestrado (Lima, 2018) de natureza exploratória, que buscou observar as relações que se estabelecem entre essas áreas da Matemática a partir da resolução de problemas combinatórios e probabilísticos relacionados entre si. Participaram desse estudo 24 estudantes da educação de jovens e adultos, em contexto de entrevistas clínicas individuais como estratégia para coleta de dados. Os resultados de tal estudo indicaram as potencialidades de se relacionar combinatória e probabilidade para desenvolver os raciocínios combinatório e probabilístico de estudantes. As relações entre essas duas áreas da matemática se mostraram mais explícitas no que diz respeito à construção de espaços amostrais (elemento probabilístico muito importante ao cálculo de probabilidades e resolução de problemas em geral quando se trata de probabilidade). No entanto, articular combinatória e probabilidade se mostrou rico em discussões também no que diz respeito a outros conceitos e ideias, como o de entendimento de aleatoriedade, quantificação e comparação de probabilidades e entendimento de correlações.

A partir da construção do estudo de dissertação acima citado surgiram outros questionamentos, que levaram ao surgimento do desejo de investigar as relações entre combinatória e probabilidade com outros públicos alvos, em diferentes instâncias do currículo e a partir de diferentes formas de articulação. Visa-se, também, construir propostas interventivas (de ensino) que tenham como objetivo o desenvolvimento dos raciocínios de estudantes da educação básica.

Nesse contexto foi construída a proposta de estudo de doutorado, que tem como foco os anos finais do ensino fundamental. No presente texto, são apresentadas as discussões e principais resultados referentes à primeira etapa desse estudo, etapa que tem como foco o *currículo prescrito*, uma das instâncias do currículo conforme Sacristán (2000).

2. Aportes teóricos

2.1. O currículo prescrito

A noção de currículo é aqui discutida conforme aporte teórico adotado: Sacristán (2000; 2013). Esse autor entende o currículo como uma construção cultural e, mais que isso,

como um objeto que se encontra em constante transformação. Para Sacristán (2000), o currículo se forma e ganha significado ao passo em que sofre uma série de transformações, isto é, o currículo se constitui como “um objeto que se constrói no processo de configuração, implantação, concretização e expressão de determinadas práticas pedagógicas e em sua própria avaliação, como resultado das diversas intervenções que nele se operam” (p. 101).

Não se defende, assim, uma concepção estática e centralizada de currículo. Pelo contrário, entende-se que o currículo abrange diferentes instâncias referentes ao ensino, desde orientações oficiais até o que efetivamente é aprendido pelos alunos: “existe uma cultura que propõe conteúdos para os currículos; há outra cultura mediadora, dos professores; propõe-se um conhecimento peculiar expresso nos materiais didáticos; e, fruto das interações entre tudo isso, surge o conhecimento escolar que é transferido aos alunos” (Sacristán, 2013, p. 22).

Nesse sentido, Sacristán (2000) propõe um modelo de interpretação do currículo, indicando diferentes instâncias do significado do mesmo, sendo elas: *currículo prescrito*, *currículo apresentado aos professores*, *currículo moldado pelos professores*, *currículo em ação*, *currículo realizado* e *currículo avaliado*.

No presente texto, temos como foco o *currículo prescrito*. Essa instância do currículo se refere aos tipos de prescrições e orientações existentes em cada sistema educativo, que dizem respeito, principalmente, à escolaridade obrigatória. De acordo com Sacristán (2000), o *currículo prescrito* atua como referência na ordenação do sistema curricular e na elaboração de materiais – como livros didáticos, por exemplo.

O autor aponta, ainda, a importância e a influência que o *currículo prescrito* exerce:

essa política que prescreve certos mínimos e orientações curriculares tem uma importância decisiva, não para compreender o estabelecimento de formas de exercer a hegemonia cultural de um Estado organizado política e administrativamente num momento determinado, mas sim como meio de conhecer, desde uma perspectiva pedagógica, o que ocorre na realidade escolar, à medida que, neste nível de determinações, se tomam decisões e se operam mecanismos que têm consequências em outros níveis de desenvolvimento do currículo (Sacristán, 2000, p. 107-108).

É válido destacar, no entanto, que o que está posto no *currículo prescrito* está sujeito a transformações por parte dos outros agentes modeladores do currículo, visto que existe um grau de flexibilidade intrínseco às orientações presentes nesse tipo de currículo.

Dado o posto, o *currículo prescrito* será aqui analisado tendo-se em vista os diferentes papéis que essa instância do currículo assume, dentre eles o de via de controle sobre práticas de ensino, de organização do saber dentro da escolaridade, de percussor de cultura comum e de igualdade de oportunidades (Sacristán, 2000), bem como dada a importância do mesmo para todo o processo de entendimento do que está posto sobre a combinatória, a probabilidade as relações entre ambas nas diferentes instâncias do currículo.

Na seção a seguir são apresentados os referenciais teóricos adotados no que diz respeito, especificamente, à combinatória e à probabilidade.

2.2 Situações combinatórias e probabilísticas

Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996) apontam que a combinatória estuda conjuntos discretos e as configurações que podem ser obtidas a partir de certas transformações em seus elementos. O estudo dessa área da Matemática “nos ensina a

enumerar todos os modos possíveis em que um dado número de objetos pode ser combinado de forma que estejamos seguros de que nenhuma possibilidade foi omitida” (p. 17, tradução nossa).

Morgado, Pitombeira de Carvalho, Pinto de Carvalho e Fernandez (1991), destacam que “a solução de um problema combinatório exige quase sempre engenhosidade e a compreensão plena da situação descrita pelo problema” (p. 2). Nesse sentido, destacamos a importância de se compreender, claramente, as características de um problema combinatório a fim de buscar resolvê-lo de maneira adequada.

Borba (2010) organiza a classificação dos problemas combinatórios em quatro tipos, em função da ordem e da escolha dos mesmos: *produto cartesiano*, *arranjo*, *combinação* e *permutação*.

Nos problemas chamados de *produto cartesiano* existem dois ou mais conjuntos de elementos. A escolha consiste em um elemento de cada um desses conjuntos e a ordem desses elementos não constitui possibilidades distintas. Nos demais tipos de problemas, um conjunto único é abordado. Nos problemas de *arranjo* a escolha consiste em alguns dos elementos desse conjunto e a ordem desses elementos é determinante de possibilidades diferentes. Por sua vez, ao resolver problemas de *combinação*, escolhemos alguns elementos de um dado conjunto e a ordem de organização dos mesmos não determina novas possibilidades. Por fim, nos problemas de *permutação* todos os elementos são utilizados e as diferentes possibilidades referentes aos mesmos são construídas a partir da mudança de ordem entre seus elementos.

Essa classificação de problemas combinatórios foi a adotada e será utilizada em todas as etapas da pesquisa de doutoramento, inclusive nas análises a serem apresentadas no presente texto.

Já no que diz respeito à probabilidade, Morgado *et. al.* (1991) aponta que a mesma “cria, desenvolve e em geral pesquisa modelos que podem ser utilizados para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios” (p. 119). Bryant e Nunes (2012) defendem que a probabilidade é um conceito complexo e que existem quatro demandas cognitivas à sua ampla compreensão, relacionadas à compreensão da aleatoriedade, à determinação de espaços amostrais, à comparação e quantificação de probabilidades e ao entendimento de correlações.

A compreensão da aleatoriedade, apontada pelos autores como primeira demanda cognitiva, é essencial ao entendimento da natureza de fenômenos e experimentos aleatórios, bastante presentes em nosso cotidiano. A aleatoriedade está presente em situações que são objeto de estudo da probabilidade e é, portanto, muito importante ao estudo de conceitos como o de chance, de evento aleatório e de equiprobabilidade – sendo este último conceito relacionado à ideia de justiça.

A segunda demanda cognitiva, referente à determinação de espaços amostrais, constitui um importante passo ao cálculo de probabilidades, bem como ao amplo entendimento de experimentos aleatórios, visto que este é o conjunto formado por todos os possíveis resultados de um dado experimento. Bryant e Nunes (2012) destacam, ainda, que “problemas em probabilidade são sempre sobre um conjunto de resultados possíveis, mas incertos, que ocorrem aleatoriamente. [...] nós precisamos saber precisamente quais são todos os eventos possíveis” (p. 29, tradução nossa). Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996) afirmam que uma das relações entre o raciocínio combinatório e probabilístico se evidencia a partir do fato de que os sujeitos que não conseguem utilizar

um raciocínio de natureza combinatória, não conseguem resolver problemas probabilísticos (dada a concepção clássica ou laplaciana) nos quais não é possível enumerar diretamente todas as possibilidades que compõem o espaço amostral, isto é, a combinatória provém ferramentas necessárias à quantificação dos elementos que compõem o espaço amostral quando este possui um alto número de possibilidades.

A terceira demanda cognitiva apontada por Bryant e Nunes (2012) está relacionada à comparação e à quantificação de probabilidades. As ações de comparar e quantificar probabilidades exigem o entendimento tanto da aleatoriedade quanto de espaço amostral, visto que “o cálculo de probabilidade de um evento ou de uma classe de eventos deve ser baseada na quantidade de elementos de todo o espaço amostral e não apenas do evento que se quer prever” (p. 46, tradução nossa).

Por fim, quando Bryant e Nunes (2012) falam do entendimento de correlações, isto é, de relações ou associações entre eventos, destacam que “o objetivo de se analisar a correlação entre dois eventos é estabelecer quando estes co-ocorrem mais frequentemente do que se esperaria que isso ocorresse ao acaso” (p. 67, tradução nossa). Em outras palavras, entender correlações está relacionado a identificar se existe uma relação genuína de causa-efeito entre dois eventos. Os autores chamam a atenção para a presença de informações sobre correlações na mídia e em publicações científicas, bem como da importância de se entender as demandas anteriormente citadas para avaliar correlações de maneira adequada.

A diversidade de situações combinatórias e probabilísticas, com base nos aportes teóricos apresentados na presente seção, será levada em consideração ao longo da construção das diferentes etapas da pesquisa a qual o recorte aqui apresentado se refere.

A seguir o método utilizado para o levantamento e análise de dados referentes ao *currículo prescrito* é descrito.

3. Método

Com o objetivo de investigar se e como estão postas relações entre conhecimentos de combinatória e probabilidade em materiais curriculares referentes ao *currículo prescrito* voltados para os anos finais do ensino fundamental¹ no Brasil – recorte apresentado no presente artigo – foram analisados três documentos: os parâmetros curriculares nacionais (Ministério da Educação, 1998), os parâmetros para a educação básica do estado de Pernambuco (Pernambuco, 2012) e a Base Nacional Comum Curricular (Ministério da Educação, 2017).

As análises conduzidas, que geraram os resultados que serão apresentados a seguir, foram realizadas à luz dos aportes teóricos adotados no que diz respeito à combinatória e à probabilidade (Borba, 2010; Bryant e Nunes, 2012). Inicialmente foi feito um levantamento das expectativas de aprendizagem e orientações ao ensino tanto da combinatória quanto da probabilidade. Além disso, buscou-se identificar indícios de possibilidades de articulações entre tais áreas da matemática, tendo em vista o desenvolvimento de ambos os raciocínios.

¹ Etapa escolar que tem duração de nove anos no Brasil. A matrícula é obrigatória para todas as pessoas com idade entre 6 e 14 anos. Os anos finais correspondem aos quatro últimos anos do ensino fundamental.

Os resultados são apresentados na seção a seguir.

4. Primeiros resultados

4.1. A combinatória no currículo prescrito para os anos finais

Na Tabela 1 uma sistematização das orientações referentes ao que se espera que seja trabalhado de combinatória nos anos finais do ensino fundamental, conforme os documentos analisados, é apresentada:

Tabela 1. Combinatória nos currículos prescritos

	PCN	PCPE	BNCC
6º ano	Representação e contagem dos casos possíveis em <i>situações combinatórias</i> .	Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações.	Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos [...] com números naturais, por meio de estratégias variadas.
7º ano		--X--	--X--
8º ano	--X--	Resolver e elaborar <i>problemas de contagem</i> que envolvam o princípio multiplicativo, por meio de registros variados [...] sem o uso de fórmulas.	Resolver e elaborar <i>problemas de contagem</i> cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.
9º ano		--X--	--X--

É possível perceber que os parâmetros curriculares nacionais (Ministério da Educação, 1998) já defendiam o trabalho com situações combinatórias nos 6º e 7º anos do ensino fundamental. Entretanto, não aparecem explicitamente orientações quanto ao trabalho com problemas dessa natureza nos dois anos que encerram essa etapa de ensino.

Por outro lado, os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (Pernambuco, 2012) e a base nacional comum curricular (Ministério da Educação, 2017), no que diz respeito ao trabalho com problemas de contagem (isto é, combinatórios), não apontam a necessidade do trabalho com a combinatória nos 6º ou 7º anos do ensino fundamental. No entanto, ambos os documentos defendem a exploração de problemas com números naturais envolvendo diferentes significados das operações e estratégias variadas. Problemas que exploram as operações de multiplicação e divisão podem apresentar natureza combinatória. Em função disso, as passagens destacadas com asterisco foram incluídas na Tabela 1.

Já no que se refere às orientações aos 8º e 9º anos nesses dois documentos, os problemas de contagem, bem como a exploração de diferentes estratégias de resolução (registros variados, princípio multiplicativo) aparecem explicitamente como expectativa de aprendizagem/habilidade a ser desenvolvida nessa etapa da escolarização.

Dado o posto, é válido destacar a importância de que os diferentes tipos de problemas combinatórios sejam trabalhados em sala de aula, explorando-se as ideias de *produto cartesiano*, *arranjo*, *combinação* e *permutação* (Borba, 2010). Dadas as relações e propriedades desses problemas é imprescindível que elas sejam trabalhadas para que

haja uma compreensão das características de cada um e se possa explorar, também, diferentes formas de representá-los e resolvê-los.

Destacamos, assim, que as orientações presentes nos documentos analisados indicam o trabalho com a combinatória. Contudo, seria importante incluir esses problemas explicitamente em todos os anos dessa etapa da escolarização, pois a cada ano o conhecimento acerca da combinatória poderia ser aprofundado e, conseqüentemente, desenvolvido o raciocínio combinatório de modo mais amplo. Também seria adequado citar os tipos de problemas combinatórios a serem trabalhados, bem como especificar mais as possíveis representações simbólicas utilizadas na resolução desses problemas.

4.2. A probabilidade no currículo prescrito para os anos finais

O levantamento referente às orientações presentes no *currículo prescrito* no que diz respeito ao trabalho com a probabilidade em cada um dos anos que compõem a etapa de escolarização foco do estudo é apresentada na Tabela 2.

Tabela 2. Probabilidade nos currículos prescritos

	PCN	PCPE	BNCC
6º ano	<i>Construção do espaço amostral² e indicação da possibilidade de sucesso de um evento³ pelo uso de uma razão.</i>	<i>Identificar situações do cotidiano [...] nas quais se emprega a probabilidade¹; Discutir intuitivamente probabilidade.</i>	<i>Calcular a probabilidade³ de um evento aleatório [...].</i>
7º ano			<i>Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades³ [...].</i>
8º ano	<i>Construção do espaço amostral² [...] e a indicação da probabilidade de um evento³ [...]; Elaboração de experimentos e simulações para estimar probabilidades³.</i>	<i>Usar diferentes técnicas de contagem [...] para determinar o número de resultados possíveis de um experimento²; Representar a probabilidade de ocorrência³ de um evento;</i>	<i>Calcular a probabilidade de eventos³, com base na construção do espaço amostral², utilizando o princípio multiplicativo [...].</i>
9º ano			--X--

1. Relativo ao trabalho com a aleatoriedade; 2. Relativo ao trabalho com o espaço amostral; 3. Relativo ao trabalho com a comparação e quantificação de probabilidades.

Nos documentos analisados foi possível identificar menções ao trabalho com três das quatro demandas cognitivas apontadas por Bryant e Nunes (2012): *aleatoriedade*, *espaço amostral* e *comparação e quantificação de probabilidades*. Nesse sentido, destacamos que mesmo que a *aleatoriedade* esteja explicitamente identificada apenas no que se refere aos parâmetros para a educação básica de Pernambuco (Pernambuco, 2012), o trabalho com tal demanda cognitiva é essencial e intrínseco à construção de espaços amostrais, bem como à comparação e ao cálculo de probabilidades.

Percebe-se que as orientações ao trabalho com a probabilidade, no que diz respeito às expectativas de aprendizagem/habilidades a serem desenvolvidas que se encontram explicitadas nesses documentos, apresentam-se mais evidentes do que as referentes à combinatória (Tabela 1). Tal afirmação se baseia no maior detalhamento no que se refere aos conceitos e métodos, presente nas orientações organizadas na Tabela 2.

Mais do que levantar o que se tem posto sobre o trabalho com a combinatória e a Probabilidade, o foco do estudo aqui apresentado se refere às relações entre essas áreas da Matemática. Os resultados obtidos nesse sentido são apresentados e discutidos a seguir.

4.3. Articulando combinatória e probabilidade: algumas possibilidades

As passagens apresentadas e discutidas a seguir retomam e aprofundam o que se espera que seja trabalhado sobre combinatória e probabilidade nos anos finais do ensino fundamental – de acordo com o *currículo prescrito* –, bem como evidenciam possibilidades de articular essas duas áreas da Matemática.

Os parâmetros curriculares nacionais (Ministério da Educação, 1998) apontam que,

com relação à Probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno *compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. [...] Relativamente aos problemas de contagem, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações que envolvam diferentes tipos de agrupamentos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo para sua aplicação no cálculo de probabilidades* (p. 52, destaques nossos).

Os destaques na passagem acima reforçam a orientação ao trabalho com diferentes demandas cognitivas ao entendimento da probabilidade (*aleatoriedade, espaço amostral e comparação e quantificação de probabilidades*) e evidenciam a importância de que os problemas de contagem sejam de tipos variados.

Além disso, chamamos a atenção para a afirmação de que conhecimentos combinatórios e representações, como o princípio multiplicativo, são importantes também dadas suas aplicações ao cálculo de probabilidades. Essas aplicações são reforçadas em outras passagens do documento em questão, que evidenciam relações entre a combinatória e a Probabilidade, como ao se afirmar que ao desenvolver o raciocínio combinatório o estudante dos Anos Finais “poderá desenvolver maior segurança e criatividade para enfrentar situações-problema de caráter aleatório, que dependem de uma contagem sistematizada, e dispor de uma ferramenta útil e motivadora para a aprendizagem da probabilidade e da estatística” (Ministério da Educação, 1998, p. 136) e que “é fundamental que os alunos compreendam o significado de espaço amostral e sua construção pela contagem dos casos possíveis, utilizando-se do princípio multiplicativo e de representações como uma tabela de dupla entrada ou um diagrama de árvore” (Ministério da Educação, 1998, p. 138).

No que diz respeito aos parâmetros para a educação básica de Pernambuco (Pernambuco, 2012), o mesmo aponta que “atividades que explorem a representação e a contagem, em uma situação de combinatória devem levar o estudante à construção do conceito de princípio multiplicativo como recurso fundamental, mas não único, na resolução de diversos problemas” (Pernambuco, 2012, p. 112). Esse princípio, e outras representações de natureza combinatória, são amplamente utilizados ao se explorar

espaços amostrais, que são essenciais ao entendimento de situações probabilísticas e à comparação e quantificação de probabilidades.

Por fim, com relação à base nacional comum curricular (Ministério da Educação 2017), destacamos que a mesma defende que as relações entre conceitos e procedimentos de diferentes campos da matemática sejam exploradas em sala de aula, além de que aponta a importância da exploração de diferentes estratégias, registros e linguagens. No que diz respeito à articulação entre combinatória e Probabilidade, destacamos a seguinte passagem: “a progressão dos conhecimentos [em probabilidade] se faz pelo aprimoramento da capacidade de enumeração dos elementos do espaço amostral, que está associada, também, aos problemas de contagem” (p. 272).

Com base no apresentado no presente texto, podemos afirmar que os documentos analisados apontam, em diferentes graus, o trabalho com a combinatória e com a probabilidade, bem como trazem falas que evidenciam algumas relações entre essas áreas da matemática – por vezes essas relações ficam mais explícitas, em outros momentos podem ser subentendidas.

Além disso, é válido destacar que esses documentos se apoiam, principalmente, nas estratégias e representações comuns para relacionar essas áreas da matemática. Esse resultado chama a atenção e servirá de referência para as próximas etapas do estudo em andamento, no que diz respeito aos *currículos apresentados* em livros didáticos, *moldados* nos planejamentos docentes, *em ação* (vivenciados na prática), *avaliados e realizados* (junto aos estudantes).

5. Considerações finais

O presente texto apresentou um recorte de um estudo de doutoramento que tem por objetivo investigar como a articulação entre combinatória e probabilidade está posta nas diferentes instâncias do currículo voltado para os anos finais do ensino fundamental no Brasil. O recorte em questão teve como foco o *currículo prescrito*, tendo sido analisados três documentos: Parâmetros curriculares nacionais (Ministério da Educação, 1998), parâmetros para a educação básica de Pernambuco (Pernambuco, 2012) e a base nacional comum curricular (Ministério da Educação, 2017).

Inicialmente, foram levantadas as expectativas de aprendizagem/habilidades a serem desenvolvidas referentes a cada ano da etapa de ensino foco do estudo – no que se refere à combinatória e à Probabilidade. A partir disso, foi possível perceber que tais documentos apresentam menções ao trabalho com diferentes problemas combinatórios e com diferentes demandas cognitivas da probabilidade (Borba, 2010; Bryant e Nunes, 2012). Essa exploração de diferentes tipos de problemas combinatórios e probabilísticos é de suma importância para o desenvolvimento dos raciocínios correspondentes (Borba, 2016; Campos e Carvalho, 2016; Fischbein, 1975).

Além disso, buscou-se identificar evidências da importância da articulação entre combinatória e Probabilidade, tendo-se em vista o desenvolvimento dos raciocínios combinatório e probabilístico nos Anos Finais. Foi possível identificar que tais documentos evidenciam a existência dessas relações, destacando a importância de conhecimentos e procedimentos de natureza combinatória à resolução de problemas probabilísticos.

É válido destacar que concluímos que as menções a tal articulação estão relacionadas, principalmente, às estratégias e representações comuns a essas duas áreas da

Matemática, que lidam com o levantamento de possibilidades em situações aleatórias. Para mencionar algumas estratégias e representações destacamos: listagem, diagrama de árvore e o princípio fundamental da contagem.

Os resultados e considerações aqui apresentados constituem a primeira etapa do estudo de doutoramento no qual as demais instâncias do currículo serão analisadas, tendo-se em vista a ampla compreensão das relações e possibilidades de articulação entre a combinatória e a probabilidade nos Anos Finais.

Referências

- Batanero, C., Godino, J. e Navarro-Pelayo, V. (1996). *Razonamiento combinatorio*. Madrid: Síntesis.
- Borba, R. (2010). O raciocínio combinatório na Educação Básica. Salvador: *Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – X ENEM*.
- Borba, R. (2016). Antes cedo do que tarde: o aprendizado da combinatória no início da escolarização. Recife: *Anais do Encontro de Combinatória, Estatística e probabilidade dos Anos Iniciais– Encepai*.
- Bryant, P. e Nunes, T. (2012). *Children’s understanding of probability: a literature review*. Nuffield Foundation. Disponível em: http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield_CuP_FULL_REPORTEv_FINAL.pdf.
- Campos, T.e Carvalho, J. I. (2016). Probabilidade nos anos iniciais da educação básica: contribuições de um programa de ensino. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana– Em Teia*, 7(1).
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Springer.
- Godino, J. D., Batanero, C. e Cañizares, M. J. (1991). *Azar y probabilidad*. Madrid: Síntesis.
- Lima, E. (2018). *Raciocínios combinatório e probabilístico na EJA: investigando relações*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife.
- Ministério da Educação (1998). *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*. 3º e 4º ciclos. Brasília: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2017). *Base nacional comum curricular – BNCC*. Brasília: Ministério da Educação.
- Morgado, A., Pitombeira de Carvalho, J. B., Pinto de Carvalho, P. e Fernandez, P. (1991). *Análise combinatória e probabilidade*. Rio de Janeiro: Graftex.
- Pernambuco (2012). *Parâmetros para a educação básica do estado de Pernambuco – Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio*.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La gènesese de l’idée de hazard chez l’enfant*. Paris: Press Universitaires de France.
- Sacristán, J. G. (2000). *O currículo: uma reflexão sobre a prática*. Porto Alegre: Artmed.
- Sacristán, J. G. (2013). *Saberes e incertezas sobre o currículo*. Porto Alegre: Penso.
- Vergnaud, G. (1996). A teoria dos campos conceptuais. Em J. Brum (org.) *Didáctica das Matemáticas* (155-191). Lisboa: Horizontes Pedagógicos.