

# Kent Academic Repository

## Full text document (pdf)

### Citation for published version

Yan, Xinggang (1999)

, 171 pp.

### DOI

### Link to record in KAR

<https://kar.kent.ac.uk/69517/>

### Document Version

Other

#### Copyright & reuse

Content in the Kent Academic Repository is made available for research purposes. Unless otherwise stated all content is protected by copyright and in the absence of an open licence (eg Creative Commons), permissions for further reuse of content should be sought from the publisher, author or other copyright holder.

#### Versions of research

The version in the Kent Academic Repository may differ from the final published version.

Users are advised to check <http://kar.kent.ac.uk> for the status of the paper. **Users should always cite the published version of record.**

#### Enquiries

For any further enquiries regarding the licence status of this document, please contact:

[researchsupport@kent.ac.uk](mailto:researchsupport@kent.ac.uk)

If you believe this document infringes copyright then please contact the KAR admin team with the take-down information provided at <http://kar.kent.ac.uk/contact.html>

# 目 录

<b>第一章 绪论</b> .....	1
1.1 复杂控制系统概述 .....	1
1.2 复杂非线性组合系统的相似结构 .....	3
1.3 鲁棒控制及其发展.....	10
1.4 结构全息控制器及其背景.....	12
1.5 现代微分几何基础.....	13
1.6 本书的特色及主要学术贡献.....	19
<b>第二章 非线性相似组合大系统的结构全息状态         反馈集中控制</b> .....	22
2.1 时变非线性相似组合系统的全息稳定化.....	23
2.2 一类结构不确定相似大系统的鲁棒镇定设计.....	28
2.3 参数不确定非线性相似大系统的鲁棒控制.....	39
<b>第三章 非匹配不确定非线性相似组合大系统的分散         控制</b> .....	47
3.1 引言.....	47
3.2 一般非匹配条件下的分散控制.....	48
3.3 广义匹配条件下的结构全息分散鲁棒控制.....	57
3.4 例证.....	66
<b>第四章 非线性相似组合大系统的观测器设计</b> .....	70
4.1 概述.....	70

4.2	非线性控制系统研究·····	71
4.3	一类相似组合系统的变结构鲁棒观测器设计·····	74
4.4	一般非线性相似组合大系统的渐近观测器·····	81
<b>第五章</b>	<b>基于状态观测器的非线性相似组合大系统的 镇定设计及应用</b> ·····	<b>90</b>
5.1	问题的研究背景·····	90
5.2	系统描述及预备知识·····	91
5.3	基于观测器的相似系统镇定设计·····	93
5.4	轴盘传动系统的镇定研究·····	101
<b>第六章</b>	<b>非线性相似组合系统的全息分散输出反馈 鲁棒控制</b> ·····	<b>106</b>
6.1	输出反馈镇定的研究现状·····	107
6.2	非匹配不确定大系统的大增益分散控制·····	109
6.3	完全时变非线性组合大系统的分散控制·····	118
6.4	数例仿真·····	126
<b>第七章</b>	<b>非线性相似组合系统的迭代学习控制</b> ·····	<b>132</b>
7.1	迭代学习控制概述·····	133
7.2	基于相关度的非线性相似系统的迭代学习控制···	136
7.3	互联结构未知的相似组合系统的迭代学习控制···	146
<b>第八章</b>	<b>复杂相似系统的研究展望</b> ·····	<b>159</b>
	<b>参考文献</b> ·····	<b>164</b>

# 第一章 绪 论

## 1.1 复杂控制系统概述

当代科学技术的几项重大变革,如航天技术革命,信息技术革命,制造工业革命等,都要求控制理论能够处理更为复杂的控制系统和提供更为有效的控制策略,于是,复杂控制系统的研究逐渐引起了控制理论界的高度重视<sup>[1~4]</sup>。

近年来,非线性分析、非线性泛函、物理学中的非线性动力学等学科的迅速发展及现代微分几何方法、微分代数方法在非线性和控制理论上的成功应用,引起了人们对非线性控制系统研究的高度重视。更多的控制学专家开始转入对非线性系统的研究,更多的工程师力图用非线性系统理论设计控制工程系统,从而促进了非线性控制理论的发展与深入。特别是高新技术的发展,生产系统的规模越来越大,形成了复杂大系统。复杂非线性控制大系统的研究向人们提出了严峻的挑战。同时,非线性系统理论的发展及计算机仿真技术的提高为研究复杂非线性大系统提供了可能性,复杂系统的研究已成为控制理论界的一个重要研究课题。

复杂控制系统问题包含被控对象、环境条件和控制手段三方面的复杂性,也有不确定性导致的复杂性,同时还有系统多模式集成和控制策略方面的复杂性。这类系统的典型实际背景有复杂大工业生产过程、计算机集成制造系统、空间飞行器中的各种复杂设施、柔性机器人系统、电力系统、化工系统、军事指挥系统以及一些自然发展形成的系统(如生物、社会等系统)。对这类系统的研究,

涉及非线性问题、鲁棒性问题、具有柔性结构的系统及离散事件动态系统等。分析表明复杂控制系统主要有以下几个基本特征：

(1) 系统构成上常具有多模式子系统集成的特点。如多机械手的协调控制(分为两层,上层是 Petri 网,下层是多关节机械手),具有太阳能帆板的卫星控制(卫星姿态系统是刚性的,而帆板是柔性的)。

(2) 系统的不同模式之间的复杂关联特性。如非线性关联,模糊关联以及随机关联等。

(3) 系统面临复杂的工作环境和强鲁棒性的要求。

(4) 系统一般需要采取复杂的控制策略。

针对复杂控制系统的上述特点,文献[2]指出,数学工具和计算机仿真的高层次结合将是复杂控制系统理论研究的重要手段。

复杂系统的控制方法,一方面要利用现有的控制理论思想对具体的子系统进行控制,利用大系统理论等对系统进行分解,用奇异摄动法考虑快慢系统的层次性问题;另一方面,对于非线性建模、子系统联结与协调、人的因素的参与等等,都必须依靠计算机科学、智能控制、神经网络和传统的控制思想相结合,以坚实的数学理论为基础,才有可能产生一整套的适用于复杂系统的新的控制理论和方法。但是,由于一般复杂控制系统所容纳的许多复杂性,诸如受控对象模型的不确定性、高度非线性特性、子系统之间的复杂关联特性、分布式传感器和执行器、系统的动态突变、多时间标度、复杂的信息模式以及庞大的数据量等,很难找到一条处理一般复杂系统的较为有效的途径。于是,从复杂控制系统的结构出发,利用系统自身的结构属性,首先研究一些具有特殊结构的复杂系统,如具有级联结构的级联系统<sup>[3,6]</sup>、具有对称结构的对称系统<sup>[3,7,8]</sup>以及具有相似性结构的相似系统<sup>[3,9]</sup>等,进而研究一般的复杂系统可能是处理复杂控制系统的一条极为有效的途径。本书将主要讨论具有相似结构的复杂非线性组合大系统的控制问题。

## 1.2 复杂非线性组合系统的相似结构

非线性相似组合大系统是具有特定结构——相似结构——的复杂控制系统之一。许多自然发展形成的系统,如生物系统、社会系统等,这类系统为了适应其外部环境,力求以最佳状态运行,故应是“自寻最优地”逐渐演化而形成其结构<sup>[3]</sup>——相似结构。例如,由原始社会低级的部落演化而来的今天的高级社会系统——国家,便是一个具有相似结构的系统。事实上,一个国家的中央、省、市、县等组织机构是相似的,例如,中央设有财政部、组织部、公安部、教育部等部门,而各省、市、县也设有相类似的组织部门,它们不但组织机构相似,而且其相应机构的运行机制也是相似的。再比如,同一层次不同类型的星系、恒星系、行星系统之间都存在系统结构的相似性及运行形式的相似性。相似结构不仅存在于自然形成的系统中,而且存在于许多人为设计的系统中,如电力系统、多臂机器人系统、互联双摆系统及倒立双摆系统等。

### 1.2.1 复杂系统的相似结构

考虑如下两个非线性系统

$$\begin{aligned} \Sigma_1: & \begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \\ \Sigma_2: & \begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \tilde{f}(\tilde{x}, v) \\ y = \tilde{h}(\tilde{x}) \end{cases} \end{aligned}$$

其中  $x, \tilde{x} \in \mathbb{R}^n, u, v, y \in \mathbb{R}^m$  分别是系统  $\Sigma_1$  和  $\Sigma_2$  的状态,输入和输出  $f(x), \tilde{f}(\tilde{x})$  分别是其定义域上的光滑向量场,  $h = (h_1, h_2, \dots, h_m)^T, \tilde{h} = (\tilde{h}_1, \tilde{h}_2, \dots, \tilde{h}_m)^T, h_i, \tilde{h}_i (i = 1, 2, \dots, m)$  是  $C^\infty$  函数。

**定义 1.1** 如果存在微分同胚  $D: x \rightarrow \tilde{x}$  和  $\alpha(x) \in C^\infty(\Omega), \beta(x) \in Gl(m, C^\infty(\Omega))$  使得系统  $\Sigma_1$  与反馈

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (1.1)$$

构成的闭环系统在  $\bar{x}$  坐标下, 具有  $\sum_2$  的形式, 则称系统  $\sum_1$  和系统  $\sum_2$  相似, 并称  $(D, \alpha, \beta)$  为系统  $\sum_1$  到系统  $\sum_2$  的相似参量。

**注 1.1** 若  $\alpha(x) = 0, \beta(x) = I$ , 则上述非线性相似系统的定义是线性等价系统概念的进一步推广。若  $D$  是恒等变换, 则上述相似系统即为反馈等价系统。由  $\beta(x)$  的非奇异性易知, 这种相似关系是一种等价关系, 它满足自反性、对称性和传递性。

考虑如下的非线性组合大系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x_i) + \Delta f_i(x_i) + G_i(x_i)(u_i + \Delta g_i(x_i)) + \\ &\quad \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N (H_{ij}(x_j) + \Delta H_{ij}(x_j)) \\ y_i &= h_i(x_i), \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

其中  $x_i \in \Omega_i \subset R^n, u_i, y_i \in R^m$  分别是第  $i$  个子系统的状态, 输入和输出,  $x = \text{col}(x_1, x_2, \dots, x_N) \in \Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots \times \Omega_N, G_i(x_i) =$

$(g_{1i}(x_i) \ g_{2i}(x_i) \ \dots \ g_{mi}(x_i)), f_i(x_i), g_{li}(x_i) \in V_n^m(\Omega_i), \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N H_{ij}(x_j)$

是确定的互联项,  $\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \Delta H_{ij}(x_j)$  是不确定互联项,  $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots$

$\times \Omega_N$  是  $x_0 \in R^{N \times n}$  的某邻域,  $h_i = (h_{i1}(x_i) \ h_{i2}(x_i) \ \dots \ h_{im}(x_i))^T, h_{lj}(x_i) \in C^\infty(\Omega_i) (i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, m)$ 。

**定义 1.2** 称系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x_i) + \Delta f_i(x_i) + G_i(x_i)(u_i + \Delta g_i(x_i)) \\ y_i &= h_i(x_i) \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

为系统(1.2)的孤立子系统, 系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x_i) + G_i(x_i)u_i \\ y_i &= h_i(x_i) \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

为系统(1.2)的名义子系统。

**定义 1.3** 如果非线性组合大系统(1.2)的  $N$  个名义子系统在其研究区域上是彼此相似的,即存在微分同胚  $T_i: x_i \rightarrow z_i$  及  $\alpha_i(x_i) \in C_m^{\infty}(\Omega_i), \beta_i(x_i) \in Gl(m, C^{\infty}(\Omega_i))$  使得由反馈

$$u_i = \alpha_i(x_i) + \beta_i(x_i)v_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1.5)$$

与系统(1.4)构成的闭环系统在  $z = \text{col}(z_1, z_2, \dots, z_N)$  坐标下具有如下的结构形式:

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_i &= f(z_i) + G(z_i)v_i \\ y_i &= h(z_i) \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

则称系统(1.2)为非线性相似组合大系统,并称  $(T_i, \alpha_i, \beta_i)$  为系统(1.2)的第  $i$  个子系统的相似参量。

**注 1.2** 上述相似组合大系统的概念完全可以平行地推广到时变非线性组合大系统的情形,此时,相似参量  $(T_i, \alpha_i, \beta_i)$  中的  $\alpha_i, \beta_i$  一般是时变的。

非线性相似组合大系统是复杂系统之一,其复杂性主要表现在:(1)系统的非线性特性;(2)系统的不确定性;(3)系统的高维性;(4)子系统之间的互联特性。正是这些特征使得非线性相似组合大系统的研究非常困难,因而这方面的结果甚少。本书将对这类系统的有关控制问题进行较系统的研究。

### 1.2.2 实例

由定义 1.3 知,非线性相似组合大系统实质上是由相似的名义子系统互联而成的组合大系统,正如文献[3]所指出的,这种由行动特性相同或相似的子系统互联而成的组合大系统在许多其它领域都出现过,如将相同机床组合,大规模生产同类小部件;大规模并行计算;人工神经网络等<sup>[3]</sup>。这类系统有着广泛的实际背景。

**例 1.1** 倒立双摆系统模型<sup>[6]</sup>:考虑两个由弹簧联结的置于小车上的倒立摆,其中弹簧可沿着摆滑动(如图 1.1)。



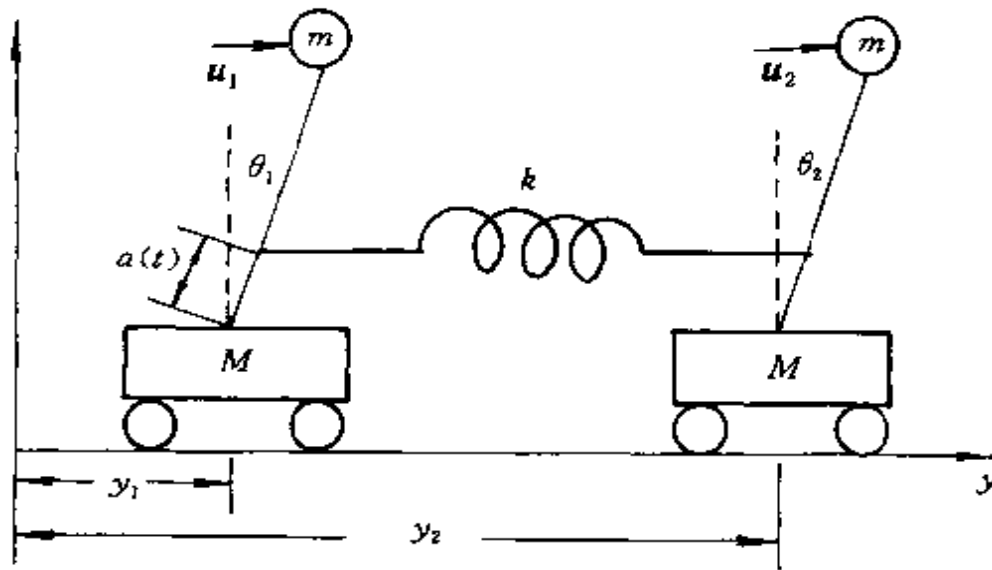


图 1.1 小车上的倒立双摆系统

令  $x_1 = (\theta_1, \dot{\theta}_1)^T$ ,  $x_2 = (\theta_2, \dot{\theta}_2)^T$ , 则小车上的倒立双摆系统的动态方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{cl} - \frac{ka(t)(a(t) - cl)}{cml^2} & 0 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{cml^2} \end{bmatrix} u_1 + \\ & k \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{ka(t)(a(t) - cl)}{cml^2} & 0 \end{bmatrix} x_2 - \\ & \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{m}{M} \sin(\theta_1) \dot{\theta}_1^2 + \frac{ka(t)(a(t) - cl)}{cml^2} (y_1 - y_2) \end{bmatrix} \\ \dot{x}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{cl} - \frac{ka(t)(a(t) - cl)}{cml^2} & 0 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{cml^2} \end{bmatrix} u_2 + \\ & k \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{ka(t)(a(t) - cl)}{cml^2} & 0 \end{bmatrix} x_1 - \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{m}{M} \sin(\theta_2) \ddot{\theta}_2 + \frac{ka(t)(a(t) - ct)}{cm\dot{l}^2} (y_2 - y_1) \end{bmatrix}$$

$$Y_1 = (1 \ 0)x_1, \quad Y_2 = (1 \ 0)x_2$$

其中  $c = M/(M + m)$ ,  $k$  和  $g$  分别是弹簧系数和重力常数。考察其结构易知, 此系统是由结构相同的子系统以相似的方式互联而成的, 显然, 它是一相似组合大系统。

**例 1.2** 双机械臂协调控制系统<sup>[11]</sup>: 考虑两个二连杆机械臂合作搬运一物体。两个平面机械臂的动力学方程分别为

$$\begin{aligned} D_1(\theta^1) \ddot{\theta}^1 + E_1(\theta^1, \dot{\theta}^1) + J_1^T(\theta^1) F &= T^1 \\ D_2(\theta^2) \ddot{\theta}^2 + E_2(\theta^2, \dot{\theta}^2) + J_2^T(\theta^2) F &= T^2 \end{aligned} \quad (1.7)$$

其中  $\theta^1 = \text{col}(\theta_1^1, \theta_2^1)$ ,  $\theta^2 = \text{col}(\theta_1^2, \theta_2^2)$ ,  $T^1 = \text{col}(T_1^1, T_2^1)$ ,  $T^2 = \text{col}(T_1^2, T_2^2)$ 。这里  $D_i, \theta^i, E_i, J_i, T^i$  ( $i = 1, 2$ ) 分别是两机械臂的惯量矩阵、关节角矢量、离心力、哥氏力、重力矢量和关节力矩矢量。

由文献[11]知道, 在两机械臂的加速度约束下,  $F$  为  $\theta^1, \dot{\theta}^1, \theta^2, \dot{\theta}^2$  的函数, 记  $F = K(\theta^1, \dot{\theta}^1, \theta^2, \dot{\theta}^2)$ ,  $x_i^1 = \text{col}(\theta_1^1, \dot{\theta}_1^1)$ ,  $x_i^2 = \text{col}(\theta_1^2, \dot{\theta}_1^2)$ ,  $x_i = \text{col}(x_i^1, x_i^2)$ ,  $x = \text{col}(x_1, x_2)$ ,  $u_i = T^i$ , 则双机械臂的动力学方程可描述为

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) + g_i(x_i)u_i + H(x) \quad i = 1, 2 \quad (1.8)$$

其中

$$\begin{aligned} f_i(x_i) &= \begin{bmatrix} x_i^2 \\ -D_i^{-1}E_i \end{bmatrix} & g_i(x_i) &= \begin{bmatrix} 0 \\ D_i^{-1} \end{bmatrix} \\ H_i(x) &= \begin{bmatrix} 0 \\ (-1)^{i-1} J_i^T D_i^{-1} K(x) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad i = 1, 2$$

选择机械臂终端执行器为系统的输出, 即

$$y_i = \begin{bmatrix} h_{i1} \\ h_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l \cos \theta_1^i + l \cos(\theta_1^i + \theta_2^i) \\ l \sin \theta_1^i + l \sin(\theta_1^i + \theta_2^i) \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2$$

其中  $l = l_1 = l_2$  为机械臂的杆长。

记  $x_i^1 = (x_{i1} \ x_{i2})^T$ ,  $x_i^2 = (x_{i3} \ x_{i4})^T$ , 选取

$$T_{i2} \begin{cases} z_{i1} = l \cos x_{i1} + l \cos(x_{i1} + x_{i2}) \\ z_{i2} = -l(\sin x_{i1} + \sin(x_{i1} + x_{i2})) - l \sin(x_{i1} + x_{i2}) x_{i4} \\ z_{i3} = l \sin x_{i1} + l \sin(x_{i1} + x_{i2}) \\ z_{i4} = -l[\cos x_{i1} + \cos(x_{i1} + x_{i2})] x_{i3} + l \cos(x_{i1} + x_{i2}) x_{i4} \end{cases}$$

$$\alpha_i = -D_i J_i^{-1} \left( \frac{\partial J_i}{\partial x_{i3}} x_{i3} - \frac{\partial J_i}{\partial x_{i2}} x_{i4} \right) \begin{bmatrix} x_{i3} \\ x_{i4} \end{bmatrix} -$$

$$E_i(x_i) + (-1)^i J_i^T K(x)$$

$$\beta_i = D_i(x_i) J_i^{-1}(x_i)$$

容易验证上述系统是相似组合系统。

**例 1.3** 互联双摆系统<sup>[12]</sup>: 考虑含有不确定参数的耦合双摆系统, 如图 1.2, 其动力学方程为

$$\ddot{\theta}_1 = -\sin \theta_1 + u_1 - \zeta_1 \cos \theta_1 - 0.1 \dot{\theta}_2$$

$$\ddot{\theta}_2 = -\sin \theta_2 + u_2 - \zeta_2 \cos \theta_2 - 0.1 \dot{\theta}_1$$

其中  $\theta_i, u_i (i = 1, 2)$  分别为双摆系统的摆角和控制输入,  $\zeta_i \in [-l, l]$  ( $i = 1, 2$ ) 为不确定参数。

令

$$x_1 = \text{col}(x_1^1, x_1^2) = \text{col}(\theta_1, \dot{\theta}_1)$$

$$x_2 = \text{col}(x_2^1, x_2^2) = \text{col}(\theta_2, \dot{\theta}_2), \quad x = \text{col}(x_1, x_2)$$

则互联双摆系统的动力学方程可表达为下述形式:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x_i) + \Delta f_i(x_i) + g_i(x_i) u_i + H(x) \\ y_i &= h_i(x_i) = x_i^1 \quad i = 1, 2 \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

其中

$$f_i(x_i) = \begin{bmatrix} x_i^2 \\ -\sin x_i^1 \end{bmatrix} \quad g_i(x_i) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

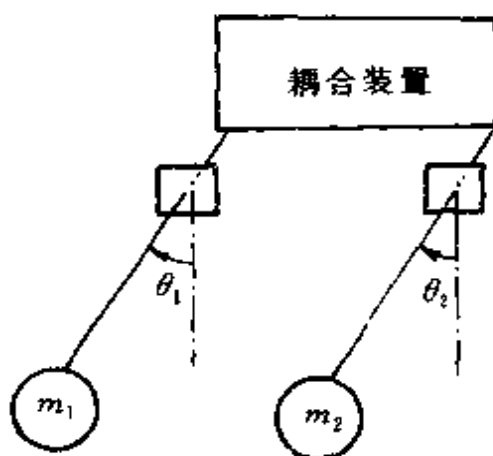


图 1.2 互联双摆系统

$$\begin{aligned} \Delta f_1(x_1) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\zeta_1 \cos x_1 \end{bmatrix} & H_1(x) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1x_2^2 \end{bmatrix} \\ f_2(x_2) &= \begin{bmatrix} x_2^2 \\ -\sin x_2 \end{bmatrix} & g_2(x_2) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \\ \Delta f_2(x_2) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\zeta_2 \cos x_2 \end{bmatrix} & H_2(x) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1x_1^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

显然,系统(1.9)是一相似组合大系统。

**例 1.4** 考虑由  $N$  个电机组成的多级电力系统,其动态系统模型为<sup>[13]</sup>

$$M_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + D_i \frac{d \delta_i}{dt} = P_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N b_{ij} \sin \delta_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1.10)$$

其中  $M_i$  为惯量常数,  $D_i$  为阻尼系数,  $\delta_i$  为第  $i$  个电机轴的转子相对于系统同步速度运转轴的夹角,  $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$ ,  $P_i$  为有效输入功率,

$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N b_{ij} \sin \delta_{ij}$  为第  $i$  个电机与其它电机之间的关联作用。

选取

$$\begin{aligned} x_{i1} &= \delta_i & x_{i2} &= \dot{\delta}_i & \mathbf{x}_i &= \text{col}(x_{i1}, x_{i2}) \\ u_i &= P_i & H_{ij}(\mathbf{x}) &= -b_{ij} \sin \delta_{ij} \end{aligned}$$

如果  $N$  个电机相同,则令  $M_i = M, D_i = D$ ,选取  $\delta_i$  为第  $i$  个子系统的输出,则多级电力系统模型可表示为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D}{M} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_i + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} u_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N H_{ij}(\mathbf{x}) \\ y_i &= (0 \ 1) \mathbf{x}_i \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

显然它也是一非线性相似组合大系统。

### 1.3 鲁棒控制及其发展

系统鲁棒性的研究,最早可追溯到上个世纪许多学者在微分方程解对参数的连续依赖性方面的工作。但直到 70 年代初期,反馈系统的设计还主要是基于 Niquist 判据,且局限于单输入单输出(SISO)系统。1972 年,“鲁棒控制”一词首次出现,人们开始处理多输入多输出(MIMO)系统的控制器综合问题,由此开创了现代鲁棒控制的新时期。特别是由于控制理论界的推动,形成了从 80 年代至今不衰的鲁棒分析与鲁棒控制研究热。这一方面是由于实际工程问题的需要,另一方面,相关科学理论特别是非线性科学的发展也为非线性鲁棒控制的研究提供了有效的研究手段和途径。

我们知道,实际系统总是不可避免地受到这样或那样一些不确定因素的影响,如系统内部的不确定参数、不确定结构等。另外,系统在运行过程中,由于工作环境的变化、位置的变迁、元件的老化,还有建模过程中的降阶近似及量测噪声等,这些因素对系统的性能都有着不同程度的影响。为了提高系统的性能,在控制器的设计中必须考虑这些不确定因素。如果把所有的不确定因素视为扰动,所谓的鲁棒性就是系统的某一品质或者说某种性能在受有扰动后仍然能保持不变的性质,而鲁棒控制就是设计一个控制器使得系统具有鲁棒性。前者是分析,后者是综合,但通常人们笼统地把二者都称为鲁棒控制,如某一稳定的系统在受有扰动后仍然是稳定的,我们便称其具有鲁棒稳定性。由此可见,鲁棒控制是一项非常有实际意义的研究课题。

目前线性系统鲁棒控制的研究已取得了许多成果,非线性系统的鲁棒控制正在稳步发展,其核心问题是什么类型的不确定系统能够实现鲁棒控制,鲁棒控制器如何设计。这方面取得成果最多的是系统的鲁棒稳定化即鲁棒镇定问题。第一类系统便是满足匹

配条件的不确定系统,这种不确定性和系统的输入以相同的通道进入系统,对这类系统可运用 Min-Max 控制方法设计相应的鲁棒控制器;另一类则是非匹配不确定系统,对这类系统,传统的方法是根据系统的已知动态特征设计控制器,然后希望这种控制器能够提供足够的稳定系数(稳定裕度)以补偿非匹配不确定因素的影响,显然这种处理方法保守性较大。90 年代初期提出的广义匹配条件为研究一类特殊的非匹配不确定系统提供了保守性较低的鲁棒控制设计方案。

近 20 年来,随着控制理论的深入发展,许多控制方法诸如微分几何方法、 $H^\infty$  控制、变结构控制、自适应控制、奇异摄动理论、迭代学习控制等在鲁棒控制的研究中得到了较为成功的应用,特别是近年来出现的“Backstepping”方法和“Recursive Interlacing”方法<sup>[14]</sup>,既不要求系统是最小相位系统,也不要求系统具有相关度,且对降低非线性鲁棒控制结论的保守性有着重要的意义。尽管目前已形成了许多方法,然而,Lyapunov 直接方法无疑是研究非线性鲁棒控制的最基本且最有效的方法之一。目前鲁棒控制已形成了一个方法多样、成果丰硕、内容广泛的格局,许多成果已在实际中得到了广泛应用。然而,对于非线性系统,由于问题本身的复杂性,其研究还只能算是初步的,大量的问题还有待进一步深入探讨。充分利用各种方法的特点,有机地结合其中的几种方法较之于孤立地研究某一种方法要有效得多,几种方法的结合可能会为非线性鲁棒控制的研究开辟新的方向。本书的部分内容,就是利用现代微分几何方法和 Lyapunov 分析法相结合,给出其相应的结构全息鲁棒控制方案。

总之,鲁棒控制的研究趋势就是寻找保守性小,且易于验证的判据,探求易于实现,便于设计的鲁棒控制方案。由于鲁棒控制在实际系统中的广泛实用性,其研究不但具有重要的理论价值,而且具有非常重要的工程意义。

## 1.4 结构全息控制器及其背景

相似现象是现实世界中广泛存在的一种现象,近年来,其研究受到了许多学者的普遍关注。文献[15]分析了自然界大量的相似现象,提出了一门新兴的边缘学科——相似学,文献[16]讨论了多级系统的层次结构,从系统学的角度提出了 $n$ 级相似的概念,文献[17]研究了生长系统,从中可看出相似系统的演化过程,文献[18,19]也研究了有关相似系统的问题。但是,通过分析自然现象及生物系统,特别是受我国针灸学的启发分析相似控制系统,并通过控制系统的中间层次来控制整个系统的全息控制思想则是文献[3,9]首先提出的,这种独特的研究方法国内外似乎未曾见到。这一深刻的思想为建立控制理论的一个全新的研究领域开辟了广阔的前景。近期的研究表明这将是一条极为有效的研究途径。

文献[20]指出,生物个体是一个大系统,它由许多相对独立的小系统组成,在大系统与小系统之间存在着全息对应关系。生物全息律揭示了生物全息元上的各部位,相对于该全息元的其它部位,总是和整体或其它全息元上其所对应部位生物特性相似程度较大。全息元在不同程度上成为整体的缩影,且各全息元之间在不同程度上是相似的。文献[21]从全息的角度说明了针灸学等医学观点,受这些全息现象及文献[3,9]思想的启发,本书提出了一种结构全息控制器。

**定义 1.4** 考虑系统(1.2),设  $x_0 \in \Omega \subset R^{nN}$  ( $\Omega$  是  $x_0$  的某邻域),系统(1.2)是区域  $\Omega$  上的相似组合大系统,且它的第  $i$  个子系统的相似参量为  $(T_i, \alpha_i, \beta_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ )。如果存在函数

$$u = u(x, T, \alpha, \beta) \quad (1.12)$$

使得由反馈

$$u_i = u(x, T_i(x_i), \alpha_i(x_i), \beta_i(x_i)), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1.13)$$

与系统(1.2)构成的闭环系统在 $\Omega$ 上渐近稳定,则称系统(1.2)可结构全息镇定,并称(1.13)为系统(1.2)的结构全息控制器。

之所以称式(1.13)为系统(1.2)的结构全息控制器,主要是因为控制器(1.13)具有如下特征:整个大系统的控制器是由 $N$ 个控制器 $u_1, u_2, \dots, u_N$ 构成的,从式(1.13)可以看出,这 $N$ 个控制器的任一个子控制器的结构都具有其它子控制器的全部结构信息,于是,从任一子控制器的结构信息,借助于相应子系统的相似参量,就可以获得其它子控制器的全部信息,进而获得整个大系统控制器的全部结构信息,所以,称这种控制器为结构全息控制器。

从工程角度分析,结构全息控制器能够简化组合大系统的工程设计。事实上,由控制器(1.13)的结构全息特性知道,在工程实际中,可先设计 $N$ 个结构相同的控制器(1.12),然后适当调试相似参量(函数发生器),即可得到满足要求的结构全息控制器(1.13),特别当子系统的个数 $N$ 较大时,其优越性则更为明显。另外,当结构全息控制器中的某个控制器被损坏或者被完全烧毁,亦可根据其它控制器的结构确定出该控制器的结构,并借助于(或求出)相应子系统的相似参量设计出一个满足要求的控制器。所以,研究结构全息控制器不但具有重要的理论意义,而且具有重要的实用价值。

## 1.5 现代微分几何基础

70年代发展起来的微分几何方法为非线性控制系统的研究找到了新的突破口,并为之提供了一种有效的研究工具,大大促进了非线性系统控制理论的发展。经过十余年的努力,到了80年代末90年代初,微分几何方法在非线性和控制系统中的研究达到了高潮,取得了大量的研究成果,并在实际中得到了广泛的应用,它不但在理论上已形成了较为完整的体系,而且正越来越多地被应用



于尖端工程技术中。因此,从某种意义上讲,微分几何方法的引入,标志着控制理论发展的一个新阶段。

这一节将给出微分几何的部分基本概念以及本书后面各章节要涉及的基础结论。一方面是为了使本书系统化及以后的叙述方便,另一方面是为了使那些已具有现代微分几何基础的读者不必再翻阅其它相关微分几何书籍即可阅读此书,详细的内容可参见文献[22~24]。

### 1.5.1 李导数,李括号

设  $X, Y \in V(M), \omega \in V^*(M)$  分别是微分流形  $M$  上的光滑向量场和微分一型,  $\phi(x)$  是  $C^\infty$  函数。向量场  $Y$ , 微分一型  $\omega$  及函数  $\phi(x)$  沿向量场  $X$  方向的“变化率”即为李导数。设  $X, \omega$  的局部坐标分别为  $X = (a_1(x) \ a_2(x) \ \dots \ a_n(x))^T, \omega = (b_1(x) \ b_2(x) \ \dots \ b_n(x))$ , 则其相应的李导数可定义如下:

1.  $C^\infty$  函数  $\phi(x)$  对向量场  $X$  的李导数  $L_X(\phi(x))$  定义为

$$L_X(\phi(x)) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} (\phi(\Phi_t^X(x)) - \phi(x))$$

它仍然是一  $C^\infty$  函数, 在局部坐标下

$$L_X(\phi(x)) = \sum_{i=1}^n a_i(x) \frac{\partial \phi}{\partial x_i}$$

2. 向量场  $Y$  对向量场  $X$  的李导数  $ad_X Y$  定义为

$$ad_X Y = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} (\Phi_{-t}^X)_* Y(\Phi_t^X(x)) - Y(x)$$

它是  $V(M)$  上的向量场, 在局部坐标下

$$ad_X Y = \frac{\partial Y}{\partial x} X - \frac{\partial X}{\partial x} Y$$

其中  $\frac{\partial Y}{\partial x}$  和  $\frac{\partial X}{\partial x}$  分别为向量场  $X$  和  $Y$  的 Jacobi 矩阵。

向量场  $Y$  对向量场  $X$  的李导数  $ad_X Y$  也可记作  $[X, Y]$ , 并称其

为向量场  $X$  与  $Y$  的李括号。李括号具有三条最基本的性质：(1) 对  $R^1$  的线性性，(2) 反对称性，(3) Jacobi 等式成立。

3. 微分一型  $\omega$  对向量场  $X$  的李导数  $L_X(\omega)$  定义为

$$L_X(\omega) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \{ (\Phi_t^X)_* \omega(\Phi_t^X(x)) - \omega(x) \}$$

在局部坐标下

$$L_X(\omega) = \left\{ \frac{\partial \omega^i}{\partial x^j} X^j \right\}^i - \omega^i \frac{\partial X^i}{\partial x^j}$$

注 1.3 用递推的办法可以定义高阶李导数，如  $L_X^k(\phi(x)) = L_X(L_X^{k-1}(\phi(x)))$ 。为方便起见，通常记  $L_X^k(\phi(x)) = \phi(x)$ 。其它形式的高阶李导数可以此类推。

### 1.5.2 分布及其基本概念

微分流形  $M$  的分布是一个映射  $\Delta: M \rightarrow TM$ ，且满足  $\Delta_p \subset T_p M$ ，即在每一点  $p \in M$ ， $\Delta_p$  都是  $M$  在  $p$  点的切空间的子空间，其维数称为分布  $\Delta_p$  的维数。

一个分布  $\Delta$  在各点的维数并不一定相等，如果对  $M$  上的每一点  $p$ ， $\Delta_p$  的维数都相等，则称  $\Delta$  为非奇异分布，其维数记为  $\dim(\Delta)$ 。

设  $X$  和  $\Delta_p$  分别是流形  $M$  上的向量场和分布，如果对每一点  $p \in M$  均有  $X_p \in \Delta_p$ ，则称向量场  $X$  属于分布  $\Delta$ ，记为  $X \in \Delta$ 。如果一个分布  $\Delta$  对于任何属于它的向量场  $X$  和  $Y$  均有  $[X, Y] \in \Delta$ ，即  $\Delta$  上的向量场对李括号运算封闭，则称  $\Delta$  为对合分布。

如果一个分布  $\Delta$  既是对合的，又是非奇异的，则称  $\Delta$  为非奇异对合分布。

### 1.5.3 几个主要结论

考虑仿射非线性系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i \\ y_j &= h_j(x) \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

其中  $x \in \mathbb{R}^n, u, y \in \mathbb{R}^m$  分别是系统的状态、输入和输出。

这一节将给出本书中所涉及的有关微分几何方法的几个主要结论,在给出有关结论之前,先给出仿射系统相关度的定义。

**定义 1.5** 设系统(1.14)满足

(1) 存在  $x_0$  某领域,在该领域内

$$L_{g_i} L_f^k h_j(x) = 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, r_i - 1$$

(2)  $m \times m$  阶矩阵

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & L_{g_2} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f^{r_2-1} h_2(x) & L_{g_2} L_f^{r_2-1} h_2(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{r_2-1} h_2(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & L_{g_2} L_f^{r_m-1} h_m(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

在  $x_0$  非奇异,则称系统(1.14)在  $x_0$  点具有相关度  $r = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ 。如果系统(1.14)在某区域内每一点均具有相同的相关度  $r = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ ,则称系统(1.14)在该区域具有一致相关度  $r = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ ,简称系统(1.14)在该区域具有相关度  $r = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ 。

### 1. 部分线性化

**定理 1.1** 设系统(1.14)在  $x_0$  点具有相关度  $r = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ ,  $G = \text{Span}\{g_1, g_2, \dots, g_m\}$  是一对合分布,则存在局部非奇异坐标变换  $z = \text{col}(\xi, \eta)$ , 其中  $\xi = \text{col}(z_1^1, z_2^1, \dots, z_1^m, \dots, z_1^m, z_2^m, \dots, z_m^m)$ ,  $\eta \in \mathbb{R}^{n - \sum_{i=1}^m r_i}$ ,使得系统(1.14)在  $z$  坐标下具有如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1^i &= z_2^i \\ \dot{z}_2^i &= z_3^i \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\dot{z}_{i-1}^i = z_i^i$$

$$\dot{z}_i^i = b_i(\xi, \eta) + \sum_{j=1}^m a_{ij}(\xi, \eta) u_j \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\dot{\eta} = q(\xi, \eta)$$

其中

$$z_1^i(\mathbf{x}) = h_i(\mathbf{x})$$

$$z_2^i(\mathbf{x}) = L_f h_i(\mathbf{x})$$

$$\vdots$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

$$z_{r_i}^i = L_f^{r_i-1} h_i(\mathbf{x})$$

$n - \sum_{i=1}^m r_i$  维向量  $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{n - \sum_{i=1}^m r_i})$  可由式

$$L_{g_j} \eta_i(\mathbf{x}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n - \sum_{i=1}^m r_i$$

确定

## 2. 完全线性化

### (1) 反馈完全线性化

**定理 1.2** 设定理 1.1 中,  $\sum_{i=1}^m r_i = n$ , 则存在反馈

$$\mathbf{u} = \alpha(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})\mathbf{v}$$

其中  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$ ,  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_m)^T$ ,  $\alpha(\mathbf{x}) = -\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{b}(\mathbf{x})$ ,  $\beta(\mathbf{x}) = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{A}(\mathbf{x})$  由式(1.15) 确定

$$\mathbf{b}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(\mathbf{x}) \\ L_f^{r_2} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

使得系统(1.14) 在  $\mathbf{z}$  坐标下具有如下形式:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}\mathbf{v}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{z}$$

其中  $A = \text{diag}\{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ ,  $B = \text{diag}\{B_1, B_2, \dots, B_m\}$ ,  $C = \text{diag}\{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ ,  $(A_i, B_i, C_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 是 Brunovsky 标准型。

### (2) 无反馈完全线性化

**定理 1.3** 设  $x_0$  为系统 (1.14) 的平衡点, 如果

- ①  $\dim(\text{Span}\{ad^k_j g_i(x_0) | 1 \leq i \leq m, 0 \leq k \leq n-1\}) = n$ ;
- ②  $\dim(\text{Span}\{dL^k_j h_j(x_0) | 1 \leq j \leq m, 0 \leq k \leq n-1\}) = n$ ;
- ③ 存在  $x_0$  的某领域  $U$ , 使得在  $U$  上,  $L_{g_i} L_j L_{g_i} L_j h(x) = 0$  ( $1 \leq i, j \leq m, s, l \geq 0$ ), 则存在微分同胚  $z = T(x)$ , 使得系统 (1.14) 在  $z$  坐标下具有如下的形式:

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + Bu \\ y = Cz \end{cases}$$

其中  $(A, B, C)$  是能控能观的。

**注 1.4** 在分布  $\text{Span}\{ad^k_j g_i(x_0) | 1 \leq i \leq m, 0 \leq k \leq n-1\}$  中选取  $n$  个线性无关的向量场  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , 并求得微分同胚  $\hat{T}(z_1, z_2, \dots, z_n) = \Phi_{z_1}^{X_1} \circ \Phi_{z_2}^{X_2} \circ \dots \circ \Phi_{z_n}^{X_n}(x_0)$ , 则定理 1.3 中的微分同胚  $T$  可选为  $\hat{T}^{-1}$ 。

### 3. 无反馈解耦线性化

**定理 1.4** 设  $x_0 \in M$ , 则解析系统 (1.14) 在  $x_0$  点可局部解耦线性化的充要条件是存在  $x_0$  某领域  $U$  及其上  $n-m$  个解析向量场, 使之与  $g_i(x)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 构成  $n$  个向量场

$$g_1, X_2^1, X_3^1, \dots, X_{s_1}^1, g_2, X_2^2, X_3^2, \dots, X_{s_2}^2, \dots, g_m, X_2^m, X_3^m, \dots, X_{s_m}^m \quad (1.16)$$

(其中  $\sum_{i=1}^m s_i = n$  ( $s_i > 0$ )), 记 (1.16) 依次为  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , 它满足

- (1)  $X_1, X_2, \dots, X_n$  在  $x_0$  线性无关, 且  $[X_i, X_j] = 0$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ );
- (2) 设  $T(z_1, z_2, \dots, z_n) = \Phi_{z_1}^{X_1} \circ \Phi_{z_2}^{X_2} \circ \dots \circ \Phi_{z_n}^{X_n}(x_0)$ , 则

$$T: (f) = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{bmatrix} z + C$$

其中  $A_i$  为  $s_i$  阶常值矩阵 ( $i = 1, 2, \dots, m$ ),  $C$  为  $n$  维常值向量。

注 1.5 上述结论对于双线性系统具有更简洁形式<sup>[25]</sup>, 后来, 这一结论也被推广到奇异非线性系统<sup>[26]</sup>。

## 1.6 本书的特色及主要学术贡献

本书主要研究具有相似结构的复杂非线性组合大系统(1.2), 这类系统具有高度的非线性特性, 不但孤立子系统是非线性的, 而且互联项也是非线性的。而非线性系统的基础是李亚普诺夫(Lyapunov)理论, 所以, 本书主要运用 Lyapunov 方法, 结合其它方法, 研究了这类复杂非线性相似组合大系统的系列控制问题。

本书首先描述了一类具有广泛代表性和广泛实际背景的相似组合大系统的模型。既然相似系统具有较好的结构特征, 自然希望能设计出结构良好的控制器。本书结合系统相似结构的特征, 首次提出了结构全息控制器的概念, 并给出了用结构全息控制器对相似组合大系统进行稳定化的鲁棒控制方案。与传统大系统的非线性控制方案不同的是结构全息特性使得大系统控制器的设计得以大大简化, 给工程设计带来极大方便, 特别当大系统的子系统个数较多时, 其优越性更为明显。

众所周知, 大系统互联项的处理是大系统理论研究中一个重要环节, 也是一个难点。对于线性相似组合大系统和线性对称组合大系统, 文献[7, 9, 27]给出了处理互联项的非常好的方法, 使得大系统的互联项能够得以充分利用。然而, 对于非线性相似组合大系统, 问题则要复杂得多。文献[28]通过一个例子说明, 对于非线

性系统,即使含有一个以指数衰减的因子的项,也会对系统性能产生很大影响,文献[14]充分强调了互联项的作用,它指出,对于一种特殊的非线性互联系统,互联项直接确定着系统可否稳定化。所以对于非线性相似组合大系统,不可能像线性相似组合大系统那样充分利用系统之间的互联作用。于是,寻求一种处理互联项的方法,以求最大限度地降低所得结论的保守性是研究复杂非线性组合大系统必须考虑的一个重要问题之一。本书提出了对大系统确定互联项的一种分解方法,特别对于互联项的确定部分和不确定部分可分离成两项和的情形,本书则采用分别处理的办法,从而在一定程度上降低了所得结论的保守性,提高了系统的鲁棒性能。

在鲁棒控制的研究中,大部分关于非线性组合大系统的控制方案都是线性的,这主要在于其研究方法基本上是基于线性系统理论。虽然线性控制器便于工程设计,但它对系统及不确定项特别是互联项均有较强的限制(如要求互联项以状态的范数或者状态范数的多项式为其界函数),且由于用线性控制方案对非线性系统实施控制,一般所得结论保守性大。本文则基于非线性理论,给出了非线性鲁棒控制器的设计方案,避免了现有结论的缺陷,这主要得益于非线性理论的成功应用。

如1.3节所述,传统鲁棒控制对于非匹配不确定系统的设计方法是仅依据系统的已知动态部分设计鲁棒控制器,然后希望所设计的控制器能够补偿非匹配不确定因素产生的影响,显然这样的处理方法带有较大的保守性。本文在设计控制器时,将匹配部分和非匹配部分结合考虑,不但充分利用系统的已知动态部分,而且利用了不确定部分的特征(不确定项的界函数),这样处理降低了所得结论的保守性,提高了系统的鲁棒性能。

复杂非线性相似组合大系统的特点之一是维数高,规模大,因而导致计算量大,信息交流困难以及庞大的数据处理及误差累计给实际系统分析和设计带来极大困难。如果操作不当,会造成巨大