

**MESTRADO**  
**MATEMÁTICA FINANCEIRA**

**TRABALHO FINAL DE MESTRADO**  
**TRABALHO DE PROJETO**

**RISCO DE CRÉDITO**

**ANA PAULA GONÇALVES COUTO RELVAS**

**SETEMBRO – 2018**

**MESTRADO EM**  
**MATEMÁTICA FINANCEIRA**

**TRABALHO FINAL DE MESTRADO**  
TRABALHO DE PROJETO

RISCO DE CRÉDITO

ANA PAULA GONÇALVES COUTO RELVAS

**ORIENTAÇÃO:**

TIAGO GONÇALVES

SETEMBRO - 2018

# Resumo

Em resposta à crise da década de 70, os países do G10 criaram o Comité de Basileia, que fornece a regulamentação referente ao capital mínimo para os riscos incorridos.

Este projeto resulta de um estágio no Banco Carregosa cujos objetivos são: validar o modelo económico de risco de crédito e verificar se reúne as condições para ser considerado um modelo multi-factor Vasicek; testar a adaptação ao modelo de Pedersen & Krogsgaard (2008); e analisar a rapidez e precisão do novo modelo.

Estas propostas surgem da postura de melhoria contínua da instituição, em concreto, para uma gestão de riscos mais resiliente e realista.

Procurou-se analisar, exaustivamente, o modelo utilizado e as possíveis adaptações pela integração do modelo estocástico de taxas de juro, da média reversível de índices de alavancagem dinâmicos, da antecipação de incumprimento e de saltos ao risco.

Da análise feita ao modelo utilizado e às suas adaptações, assinala-se que os resultados gerados pelo modelo utilizado são sólidos e robustos. No entanto os resultados gerados pelas suas adaptações são demasiado fracos e muito sensíveis ao valor dos parâmetros adotados.

Este estudo entende-se, também, pertinente, no contexto da crescente regulamentação e importância da análise do risco, num enquadramento de reduzido conhecimento disponível e de histórico comparável.

**Palavras-Chave:** Basileia III, Regulamentação para o Capital de Requisitos, modelo Multi-factor Vasicek, risco de crédito, modelo *Jump-diffusion*

# Abstract

In response to the 70's crisis, G10's countries formed the Basel's Committee that provides regulation about minimum capital to the risk incurred.

This project is the outcome of an internship at Carregosa Bank (Banco Carregosa), and it has multiple purposes. Firstly, it is aimed to validate the economic model of credit risk and to verify if it satisfies the conditions to qualify as a multi-factor Vasicek model. It intends to test the adaptation of Pedersen & Krogsgaard (2008) model, and lastly to analyse the speed and accuracy of the new model.

These proposals arise from an approach of continuous improvement of the institution, specifically for management of more resilient and realistic risks.

There was an extensive analysis of the used model and the possible adaptations by the incorporation of the stochastic model of interest rates, mean reverting leverage ratios, early default and jump risks.

Analysing the used model and its possible adaptations, it can be pointed out that the obtained results by the used model are strong and sound. Although, the obtained results by its adaptations are too weak and highly sensitive to the values of the adopted parameters.

The study is also relevant in the context of increasing regulation and the importance of risk analysis in a framework of reduced knowledge available and comparable history.

**Keywords:** Basel III, CRR (Capital Requirements Regulation), Vasicek Multi-factor Model, Credit Risk, Jump-diffusion Model

# Agradecimentos

Ao meu orientador Doutor Tiago Gonçalves, pelo grande apoio, incentivo e disponibilidade ao longo deste processo. Obrigada por acreditar em mim e no meu trabalho, mesmo quando, por vezes, tinha as minhas dúvidas.

Ao Doutor Karim Osman, então diretor do departamento de risco do Banco Carregosa, pelo grande apoio, incentivo e disponibilidade enquanto estagiei no banco.

À minha irmã e à Paulinha por nunca terem duvidado de mim e por constantemente me terem feito ver de que era capaz.

Ao Bruno, por estar sempre disposto a me ouvir, a me ajudar e a me fazer ver que às vezes só precisamos de um bocadinho de “calma”.

Às minhas amigas Fabiana, Elisa e Marta por estarem lá nos momentos em que precisava de desabafar e de uma boa gargalhada.

À Hosana e à Elsa por me terem apoiado ao longo de todo o mestrado e por terem sempre acreditado e me encorajado a terminar o mestrado.

Por fim, dedico este trabalho final de mestrado à minha mãe que me ensinou de pequenina que a educação é a maior riqueza que uma pessoa pode ter. Obrigada por teres sido a melhor mãe do mundo e nunca teres duvidado ou desistido de acreditar em mim.

# Índice

<b>Resumo</b> .....	<b>i</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>ii</b>
<b>Agradecimentos</b> .....	<b>iii</b>
<b>Índice</b> .....	<b>iv</b>
<b>Índice de Figuras</b> .....	<b>vi</b>
<b>Índice de Tabelas</b> .....	<b>vii</b>
<b>Índice de Siglas</b> .....	<b>viii</b>
<b>1. Introdução</b> .....	<b>1</b>
1.1. Motivação e Ideia .....	1
1.2. Contribuições .....	2
1.3. Estrutura.....	2
<b>2. Revisão de Literatura</b> .....	<b>2</b>
2.1. Acordos de Basileia.....	3
2.2. Metodologias do risco de crédito.....	5
2.3. Portfólio de Crédito.....	6
2.3.1. Perda.....	6
2.3.2. Evento de inadimplência.....	6
2.3.3. Método do padrão.....	7
2.3.3.1. Modelos de inadimplência.....	8
2.3.3.2. Modelo de difusão e jump-diffusion.....	9
2.4. Modelo Proposto .....	9
2.5. Metodologia.....	11
<b>3. Estágio</b> .....	<b>11</b>
3.1. Descrição da empresa e das atividades realizadas .....	11
<b>4. Modelos de Risco de Crédito</b> .....	<b>15</b>

4.1.	Modelo do Banco Carregosa.....	15
4.1.1.	Apresentação do Modelo.....	15
4.1.2.	Demonstração .....	16
4.1.3.	Abordagem Esquemática .....	20
4.2.	Modelo Proposto .....	20
4.2.1.	Pressupostos do Modelo .....	20
<b>5.</b>	<b>Apresentação dos dados .....</b>	<b>25</b>
5.1.	Estrutura dos dados .....	25
<b>6.</b>	<b>Resultados das Simulações .....</b>	<b>27</b>
6.1.	Modelo do Banco .....	27
6.2.	Modelo Proposto .....	31
<b>7.</b>	<b>Robustez.....</b>	<b>32</b>
7.1.	Modelo do banco e o proposto.....	32
7.1.1.	Modelo do Banco Carregosa .....	33
7.1.2.	Modelo Proposto.....	35
7.2.	Estatísticas do Modelo Proposto .....	36
<b>8.</b>	<b>Conclusão .....</b>	<b>41</b>
<b>9.</b>	<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>43</b>
<b>10.</b>	<b>Anexos.....</b>	<b>46</b>
10.1.	Anexos 1 .....	46
10.2.	Anexos 2 .....	47
10.3.	Anexo 3.....	47
10.3.1.	Função b .....	47
10.3.2.	Função c.....	47
10.3.3.	Função d .....	48
10.3.4.	Função f .....	48
10.3.5.	Função g .....	49

# Índice de Figuras

<b>Figura 1</b> – Perda Esperada dos dados referentes a 31-12-2013.....	28
<b>Figura 2</b> – A distribuição do número de incumprimentos observados .....	28
<b>Figura 3</b> – Resultados da perda esperada referentes aos dados de 31-12-2014 .....	29
<b>Figura 4</b> – Distribuição do número de incumprimentos dos dados de 31-12-2014 .....	29
<b>Figura 5</b> – Perdas esperadas referente aos dados 30-06-2015 .....	30
<b>Figura 6</b> – Distribuição do número de incumprimento dos dados 30-06-2015	30
<b>Figura 7</b> – Resultados da perda esperada para Pesos 1 e Pesos 2 em comparação com perda esperada sem alteração dos pesos .....	33
<b>Figura 8</b> – O número de incumprimentos registados com o grupo de pesos 1 e 2 em comparação com simulação sem alteração de pesos.....	34
<b>Figura 9</b> - Teste de vários valores para o lambda .....	37
<b>Figura 10</b> – Variação do valor do ativo dado o divisor de salto .....	38
<b>Figura 11</b> – Variação do valor em dívida dado o divisor de salto .....	38
<b>Figura 12</b> - A probabilidade de incumprimento dado a média e variância dos saltos.....	39



# Índice de Tabelas

<b>Tabela I</b> .....	26
<b>Tabela II</b> .....	31
<b>Tabela III</b> .....	33
<b>Tabela IV</b> .....	35
<b>Tabela V</b> .....	35
<b>Tabela VI</b> .....	35
<b>Tabela VII</b> .....	40
<b>Tabela VIII</b> .....	40

# Índice de Siglas

<b>COREP</b>	Common Reporting
<b>DM</b>	Default Mode
<b>E</b>	Evento do incumprimento
<b>EAD</b>	Exposição ao Incumprimento
<b>FINREP</b>	Financial Reporting
<b>ISIN</b>	International Securities Identification Number
<b>L</b>	Perda
<b>LCR</b>	<i>Liquidity Coverage Ratio</i>
<b>MTM</b>	Mark-to-Market
<b>NSFR</b>	<i>Net Stable Funding Ratio</i>
<b>PD</b>	Probabilidade de Incumprimento

## 1. Introdução

Com a evolução da regulação e com a crescente popularização do mercado dos derivados de crédito, houve a necessidade de estudar e analisar a relação empírica entre taxas de juro e risco de inadimplência, i.e. e a modelação do risco de crédito.

### 1.1. *Motivação e Ideia*

Num contexto económico conturbado e de transformação na regulamentação, existe a necessidade da procura incessante do equilíbrio entre a qualidade de crédito e o crescimento da carteira bancária. Por isso, a previsão de risco de crédito é de grande interesse para profissionais, reguladores e académicos. Ser capaz de prever o incumprimento e a perda dado o incumprimento, é essencial para investimentos, boa gestão de risco e avaliação regulamentar dos bancos e outras instituições financeiras. Técnicas e modelos modernos foram desenvolvidos para ajudar a dominar estes problemas. Estes modelos complexos oferecem as ferramentas para ajudar os intermediários financeiros, empresas e investidores em geral no cálculo adequado do preço e na gestão da exposição ao risco de crédito que enfrentam nos complexos mercados financeiros, que estão sempre em constante crescimento.

A análise contemporânea sugere que é muito difícil especificar um modelo teórico que descreva totalmente a taxa de juro e os processos de incumprimento, por comparação com um único parâmetro de correlação. Se conseguir gerar o termo de incumprimento com base em observações empíricas e na teoria económica, então ter-se-á uma excelente estrutura para a avaliação e determinação do preço dos títulos vinculados ao crédito.

Este projeto consiste na análise de um modelo que o banco criou para o cálculo interno das necessidades de capital de risco de crédito. Este modelo foi adaptado ao modelo proposto por Pedersen & Krogsgaard (2008) para realçar os principais elementos, inter-relações económicas e empíricas.

### **1.2. Contribuições**

As principais contribuições deste trabalho é a apresentação e análise de dois modelos bastante distintos sendo um simulado em Excel e outro em Matlab. O modelo do banco é um modelo robusto, mas que não reflete devidamente a influência dos riscos sistémicos, além da sua simulação ser extremamente morosa.

O modelo proposto é bastante sensível aos parâmetros usados para sua simulação, fica bastante claro principalmente no valor das perdas esperadas observadas. No entanto, o facto de ter sido programado em Matlab, facilita o teste de valores alternativos dos parâmetros de entrada.

Embora os modelos sejam ambos modelos estruturais de risco, a forma de determinar o evento de incumprimento é bastante distinto. O modelo proposto tem em consideração o nível de endividamento da empresa e a possível antecipação do incumprimento, enquanto que o modelo utilizado pelo banco apenas considera a influência dos riscos sistémicos.

### **1.3. Estrutura**

O presente documento encontra-se estruturado conforme se descreve a seguir. A revisão de literatura é apresentada no capítulo seguinte, capítulo 2; no capítulo 3 é descrito o estágio curricular realizado no Banco Carregosa; no capítulo 4 são apresentados e descritos o modelo do banco e o modelo proposto; no capítulo 5 são apresentados os dados a ser usados para a simulação; no capítulo 6 são apresentados e analisados os resultados observados; no capítulo 7 estuda-se a robustez dos modelos apresentados e apresentam-se estatísticas relativas ao modelo proposto, e por fim o capítulo 8 está reservado às considerações finais que incluem a análise e crítica do trabalho, assim como as suas limitações e sugestões para estudos futuros.

## **2. Revisão de Literatura**

Neste capítulo é apresentada a revisão de literatura sobre o risco de crédito. Esta encontra-se contextualizada em termos da evolução da regulamentação

bancária e dos modelos e métodos utilizados para o cálculo da perda esperada dos portfólios de crédito.

### **2.1. Acordos de Basileia**

A globalização da economia, após a segunda guerra mundial, é uma das principais razões para a fundação do comité de supervisão bancária de Basileia (Goodhart, 2011; Kapstein, 1991).

O Comité de Basileia foi criado em 1974, com o propósito de preencher as lacunas da supervisão internacional para que: i) nenhuma instituição financeira fique sem supervisão; ii) haja a garantia que a supervisão será adequada e concisa entre os membros da mesma jurisdição (Bank for International Settlement, 2016).

Em 1975 foi publicado um documento, o “Concordat”, que dá especial atenção à supervisão prudencial dos bancos internacionais.

O Basileia I, publicado em 1988, surge como resposta à recessão económica de 1981/82 (Cooke, 2001). Neste documento é proposto um sistema de mensuração de fundos próprios (Goodhart, 2011).

Em janeiro 1996 é acrescentada uma adenda ao Basileia I, concebida para incorporar no Acordo requisitos de fundos próprios para risco de mercado (Cooke, 2001; Goodhart, 2011).

Em resposta às crises bancárias de 1990, e à desaprovação geral do Basileia I (Balin, 2008), o comité publica, em Junho de 2004, o Basileia II (Cooke, 2001). Esta proposta está dividida em três pilares.

O Pilar I tem como objetivo desenvolver e ampliar as normas do capital regulamentar mínimo requerido no Acordo de 1988 (Balin, 2008; Bank for International Settlement, 2016). Este pilar está dividido por três riscos: risco de crédito, risco operacional e risco de mercado. Uma das inovações deste pilar é o risco operacional, que até à data não era mensurado. Os métodos para os cálculos das reservas necessárias do risco de crédito e mercado foram completamente reestruturados, de forma a incluir as avaliações das agências de classificação de crédito de mercado (Atkinson & Blundell-Wignall, 2010).

O Pilar II especifica quais as obrigações e direitos dos supervisores (Balin, 2008). No entanto é concedida flexibilidade suficiente para que os reguladores possam

adaptar o capital regulamentar exigido às necessidades e circunstâncias específicas de uma instituição financeira, assim como é encorajada uma cooperação mais próxima entre supervisor e banco (Daníelsson et al., 2001).

O Pilar III tem como objetivo aumentar a disciplina de mercado, isto é, as instituições financeiras têm que divulgar publicamente, com uma regularidade trimestral, o capital regulamentar do banco e as posições de risco tomadas (Balin, 2008; Bank for International Settlement, 2016).

O Basileia III foi desenvolvido no contexto da crise financeira de 2007/2008 (Atik, 2011; Gatzert & Wesker, 2012), em que o sector financeiro entrou em colapso por excessiva alavancagem e reservas de liquidez inadequadas (Bank for International Settlement, 2016).

Este acordo é considerado uma extensão do Basileia II (Gatzert & Wesker, 2012), onde se revê e se fortalece os três pilares estabelecidos pelo acordo anterior. As principais inovações deste quadro regulamentar são (Bank for International Settlement, 2016):

- Aumento dos requisitos em relação à qualidade e quantidade de fundos próprios disponíveis e extinção dos fundos próprios de nível 3 (Atkinson & Blundell-Wignall, 2010);
- É introduzido um buffer de conservação de fundos próprios para minorar os efeitos pró-cíclicos da regulamentação (Gatzert & Wesker, 2012);
- É estabelecido um rácio de alavancagem;
- São introduzidos dois requisitos de liquidez: *Liquidity Coverage Ratio* (LCR) ou rácio de liquidez e *Net Stable Funding Ratio* (NSFR) ou rácio de liquidez a longo prazo (Bank for International Settlement, 2016).

As revisões das reformas regulamentares do Basileia III publicadas a 7 de dezembro de 2017 pelo Comité são tão significativas que estão a ser referidas pela indústria como Basileia IV (PricewaterhouseCoopers, 2017; Young, 2017). A principal alteração proposta é sobre o cálculo dos ativos ponderados pelo risco para todos os tipos de risco do Pilar I (PricewaterhouseCoopers, 2017).

Os ativos ponderados para risco são tratados de acordo com o quadro regulamentar em vigor, i.e. Basileia III, onde estão estabelecidas quais as

metodologias que as instituições financeiras podem adotar para o cálculo de requisitos de fundos próprios para o risco de crédito.

## **2.2. Metodologias do risco de crédito**

O risco de crédito consiste na probabilidade de ocorrência de impactos negativos nos resultados ou no capital, devido à incapacidade de uma contraparte cumprir os seus compromissos financeiros perante a instituição, incluindo possíveis restrições à transferência de pagamentos do exterior (Jobst & Zenios, 2001). O capital regulamentar para o risco de crédito pode ser aferido através de três metodologias: o método padrão; o método interno simples (Foundation IRB); e o método interno avançado (Advanced IRB).

O método padrão, amplia a abordagem dos ativos ponderados pelo risco usada no Basileia I de forma a incluir as avaliações das agências de classificação de crédito do mercado (Atik, 2011; Balin, 2008; Daníelsson et al., 2001).

Com o método interno simples, as instituições bancárias têm que desenvolver modelos de PD (probabilidade e incumprimento) de forma a criar as ponderações de risco que têm de atribuir ao seu portfólio de crédito. Estes modelos têm que ser previamente avaliados e aprovados pelos reguladores, que fornecem os pressupostos necessários para estimação da PD e EAD (exposição ao incumprimento) para cada tipo de ativo, e o risco de maturidade associado a cada tipo de ativo (Balin, 2008).

O método interno avançado é muito semelhante ao método apresentado anteriormente, exceto por uma diferença importante: são as instituições financeiras – em vez dos reguladores – que determinam os pressupostos para os modelos de inadimplência.

Neste projeto o método aplicado será o método padrão.

Este é o método escolhido, pois foi o método adotado pela instituição aonde estagiei. Devido à dimensão da entidade bancária e à falta de histórico comparável, não era elegível para os outros métodos alternativos.

Torna-se importante, então, esclarecer e explicar a perda, o evento de inadimplência e a metodologia, que são aspetos de referência para avaliação de um portfólio de crédito.

### **2.3. Portfólio de Crédito**

#### **2.3.1. Perda**

Existem duas definições de perda de crédito: *default model* (DM) e *mark-to-market* (MTM) que podem ser adotadas pelas instituições financeiras (Basle Committee on Banking Supervision, 1999). Os modelos DM avaliam os ativos sensíveis ao risco de crédito de uma carteira bancária, apenas devido a perdas por incumprimento ao longo de um período de tempo (Allen, 2002; Jobst & Zenios, 2001). O horizonte de tempo típico para este tipo de modelos é um ano. Nos modelos MTM qualquer mudança na qualidade de crédito de um ativo é considerado um evento de incumprimento (Gordy, 2003; Hirtle, Levonian, Saidenberg, Walter, & Wright, 2001).

Neste projeto serão apenas considerados modelos *default mode* de risco de crédito.

Para ocorrer uma perda num portfólio de crédito tem que haver um evento de incumprimento.

#### **2.3.2. Evento de inadimplência**

De acordo com o quadro regulamentar em vigor, um evento de incumprimento ocorre quando qualquer uma das seguintes condições é atendida:

- Uma operação creditícia é adicionada ao crédito vincendo de cobrança duvidosa;
- Parte de uma operação que não tenha sido liquidada pelo devedor;
- O devedor não líquida o seu crédito há mais de 90 dias;
- O devedor entrou em processo de insolvência.

Como foi anteriormente referido, a metodologia a ser adotada de acordo com o quadro regulamentar em vigor, será o método do padrão.



### 2.3.3. Método do padrão

O método do padrão é baseado em três parâmetros-chave usados para estimar os riscos de crédito:

1.  $PD_i$  – Probabilidade de incumprimento ( $0 \leq PD_i \leq 1$ ) ao longo de um horizonte temporal específico, que é aferido pelo rating atribuído à posição  $i$ ;
2.  $LGD_i$  – Perda, dado o incumprimento que é atribuído a cada posição segundo a regulamentação da União Europeia relativo aos requisitos prudenciais para as empresas de investimento e para as instituições de crédito;
3.  $EAD_i$  – A exposição ao incumprimento sobre a posição  $i$  é definida como:  $EAD_i = CCF_i \cdot COMM_i$ . Onde *commitment* ( $COMM_i \geq 0$ ), é o saldo disponível, *i.e.* o valor máximo que pode ser levantado pela posição  $i$ . O fator de conversão de crédito ( $0 \leq CCF_i \leq 1$ ) é atribuído tendo em conta a regulamentação da União Europeia L176/295.

Estes parâmetros são usados para estimar o montante total das  $n$  posições em risco ( $L$ ), o qual é definido como:  $L = \sum_{i=1}^n L_i$  e em que  $L_i$  é a perda sobre a posição  $i$  ( $L_i \geq 0$ ) para um horizonte de temporal específico. Pode ser também definido como o montante em dívida que não poderá ser recuperado devido à inadimplência que decorreu no período de tempo considerado.

Assume-se que o modelo analítico utilizado para calcular a perda na posição  $i$  é:

$$(1) \quad L_i = EAD_i \cdot LGD_i \cdot E_i$$

Onde:

$E_i$  – Variável de incumprimento ( $E_i$ ) para um horizonte temporal específico, é uma variável que modela o evento de inadimplência. É natural que  $E_i$  tenha a distribuição de Bernoulli, em que  $E_i$  assume o valor 1 quando a posição  $i$  entra

em incumprimento no período de tempo considerado. Neste caso, a distribuição de  $E_i$  é

$$(2) \quad E_i = \begin{cases} 0, & \text{com a probabilidade de } 1 - PD_i \\ 1, & \text{com probabilidade de } PD_i \end{cases}$$

Foi previamente estabelecido a perda e o evento de incumprimento, mas é essencial estudar e analisar como modelar o incumprimento.

### **2.3.3.1. Modelos de inadimplência**

As principais formas de modelar o incumprimento numa carteira de crédito são: estrutural, reduzida.

Os modelos estruturais são baseados nos modelos *asset value model* originalmente propostos por Merton (1974) e Black & Scholes (1973). Neste modelo o evento de incumprimento é um processo endógeno que está relacionado com a estrutura de capital da empresa (Crouhy, Galai, & Mark, 2000; Jarrow & Protter, 2004). O evento de crédito ocorre quando os valores dos ativos da empresa caem abaixo da barreira de incumprimento (Crouhy et al., 2000), o que significa que o modelador tem o conjunto de informações gerado pelas observações contínuas dos valores dos ativos da empresa e da barreira de incumprimento (Cam, Yann Le; Jeanblanc, 2008; Jarrow & Protter, 2004). Este conjunto de informações geralmente implicam que o momento do incumprimento é previsível, o que pode não ser necessariamente o caso (Cam, Yann Le; Jeanblanc, 2008; Jarrow & Protter, 2004).

Uma alternativa aos modelos estruturais é a abordagem de forma reduzida. Nos modelos de forma reduzida o evento de incumprimento é um processo exógeno e é simulado pela intensidade do incumprimento ou *compound process* (Arora, Bohn, & Zhua, 2005; Benos & Papanastasopoulos, 2007; Cam, Yann Le; Jeanblanc, 2008). Isto significa que o modelador tem acesso ao mesmo conjunto de informações que o mercado – um conhecimento incompleto sobre condição dos ativos da empresa (Jarrow & Protter, 2004), o que faz com que o momento de incumprimento seja muito difícil de prever (Arora et al., 2005; Cam, Yann Le; Jeanblanc, 2008; Jarrow & Protter, 2004). Portanto, o incumprimento é modelado

com pouca informação sobre a estrutura de capital do emissor e sem especificar o processo de incumprimento exato (Arora et al., 2005).

Neste projeto só serão considerados modelos estruturais. Serão adotados dois modelos estruturais: modelo de difusão e modelos de *jump-diffusion*.

### **2.3.3.2. Modelo de difusão e *jump-diffusion***

Black & Scholes (1973) e Merton (1974) criaram modelos estruturais de risco de crédito baseando-se em processos de difusão, ou estocásticos, para modelar a evolução do valor da empresa (Aït-Sahalia, 2004; Andersen & Andreasen, 2000; Zhou, 2001). Embora em termos analíticos a abordagem da difusão seja muito conveniente, produz resultados muito decepcionantes pois a queda súbita do valor da empresa é impossível, i.e. as empresas não podem entrar subitamente em incumprimento (Aït-Sahalia, 2004; Andersen & Andreasen, 2000; Jones, Mason, & Rosenfeld, 1984; Zhou, 1997). Esta abordagem é fortemente rejeitada por vários autores (Andersen & Andreasen, 2000; Jones et al., 1984; Zhou, 1997).

Desde o trabalho pioneiro de Merton (1976), os processos de *jump-diffusion* tornaram-se numa ferramenta comum nos mercados de ações, câmbio, renda fixa, *commodities* e modelos de risco de crédito (Feng & Linetsky, 2008). Estes modelos ampliam a estrutura clássica dos processos de difusão adicionando saltos à dinâmica de difusão da variável de estado, i.e. uma empresa pode entrar em incumprimento instantaneamente por causa de uma queda repentina no seu valor (Aït-Sahalia, 2004; Andersen & Andreasen, 2000; Feng & Linetsky, 2008; Zhou, 1997).

Os modelos supracitados serão aplicados para o cálculo de requisitos de fundos próprios de capital para o risco de crédito.

## **2.4. Modelo Proposto**

O modelo construído tem como referência o modelo que o banco criou para o cálculo interno das necessidades de capital. Este modelo é constituído pela

soma de quatro modelos estruturais diferentes baseado no modelo de Merton (1974):

- Black e Cox (1976) introduziram cláusulas de segurança e permite a antecipação de incumprimento;
- Briys e Varenne (1997) sugerem um modelo estocástico para as taxas de juro;
- Collin-Dufresne e Goldstein (2001) introduziram os índices de alavancagem dinâmicos e relacionam o nível de endividamento da empresa com o seu valor patrimonial. Isto permitiu gerar termos estruturais de incumprimento cuja inclinação se torna muito positiva;
- Zhou (2001) introduziu saltos ao risco para o processo de avaliação do valor da empresa subjacente.

Como resultado, mesmo as empresas de baixo risco podem incumprir imediatamente e podemos, assim, gerar probabilidades de incumprimentos positivos de curto prazo.

No entanto, todos os modelos concentram-se em propriedades específicas relacionadas com o risco de crédito e, ainda assim, quando vistos como modelos individuais, têm defeitos. Para obter uma nova adesão Pedersen & Krogsgaard (2008) combinaram os modelos supracitados, com enfoque sobre os modelos de Zhou (2001) e Collin-Dufresne & Goldstein (2001), com a vista a obter uma maior adesão à realidade. Os autores reuniram o que consideraram ser as melhores propriedades de vários modelos estruturais existentes, num novo modelo estrutural proposto que seja capaz de superar as deficiências dos modelos tradicionais.

Pedersen & Krogsgaard (2008) montaram as peças de construção acima referidos e desenvolveram um modelo estrutural contínuo de risco de crédito que incorpora a antecipação do incumprimento, as taxas de juros estocásticas, a média reversível de índices de alavancagem e os saltos ao risco. Pedersen &

Krogsgaard (2008) propõem um modelo constituído pela soma de quatro modelos estruturais diferentes baseados no modelo de Merton (1974). Este modelo vai ser adaptado para que realce os principais elementos, inter-relações económicas e empíricas e para que possa ser utilizado para o cálculo do capital económico.

Para avaliar a precisão e exatidão dos modelos já mencionados, é necessário estudar a performance e os erros associados.

### **2.5. Metodologia**

As principais abordagens que visam fornecer uma ideia do desempenho dos modelos anteriormente mencionados são: os métodos analíticos e a simulação de Monte Carlo.

Os métodos analíticos permitem, através de uma formulação matemática, obter uma solução exata e fechada, que pode ser derivada e gerar resultados de desempenho de várias condições (Chemouil, 2015; Zekry, 2015). A simulação de Monte Carlo é usada quando uma formulação analítica não pode ser derivada ou fechada. Então são considerados certos pressupostos sobre o comportamento do processo e a solução encontrada só é válida para um caso em específico (Chemouil, 2015).

Neste projeto são usadas as duas abordagens: a analítica para montar o modelo em que é baseado e a simulação de Monte Carlo para testar e validar os pressupostos e o modelo.

## **3. Estágio**

Neste capítulo é apresentada a instituição aonde estagiei e descritas as tarefas executadas.

### **3.1. Descrição da empresa e das atividades realizadas**

Este projeto foi desenvolvido ao longo de cinco meses, num estágio curricular realizado no Banco Carregosa, no departamento de risco desta entidade, o qual teve início a 1 de maio de 2014 e terminou a 31 de outubro de 2014.

Com quase dois séculos de existência a sociedade do Banco Carregosa evoluiu da intermediação financeira para a atividade bancária em 2008. Com a

passagem a banco, a sociedade alargou o negócio: a área de crédito a clientes e gestão da carteira própria de títulos. Esta instituição financeira dedica-se a duas linhas principais de negócios: corretagem online com a marca GoBulling.com e *private banking*, centrada na assessoria de clientes e preservação de riqueza.

Neste estágio, desenvolvido ao longo de cinco meses no departamento de risco do banco Carregosa foi proposto:

- Validar o modelo utilizado pelo banco para risco de crédito e verificar se este reúne todas as condições para ser considerado um modelo multi-factor Vasicek (modelo estático estrutural);
- Testar a adaptação do modelo usado no banco ao modelo utilizado na tese do texto (Pedersen & Krogsgaard, 2008);
- Analisar a precisão e rapidez do novo modelo proposto.

Estas propostas surgem da postura de melhoria contínua da instituição, em concreto, para uma gestão de riscos mais resiliente e realista.

Ao longo do desenvolvimento do estágio, tive não só a oportunidade de trabalhar no departamento de risco, como noutras áreas: *back office*, contabilidade e sala de negociação, com a finalidade de ter um conhecimento mais amplo dos principais negócios, processos e rotinas necessárias para o bom funcionamento da instituição. Estive nestas áreas transitoriamente.

No *backoffice* ampliei os meus conhecimentos sobre o tipo e variedade de instrumentos financeiros existentes. Algumas das funções que tive oportunidade de desenvolver foram a catalogação de instrumentos financeiros, i.e, identificar o ISIN (International Securities Identification Number), data em que o produto entraria em vigor, possível yield, se fosse uma obrigação, identificar o mercado em que era negociado, etc.

Na contabilidade compreendi que além de uma instituição financeira registar de uma forma distinta a sua informação contábil, existe também a necessidade permanente de controlar e monitorar as “contas” com maior atividade, pois as informações enviadas em relatórios contabilísticos como o FINREP (Financial

Reporting) não podem apresentar discrepâncias com a informação reportada, como o COREP (Common Reporting).

Na sala de negociação, apenas monitorizei os ativos das carteiras bancárias.

Tinha como tarefas diárias, no departamento de risco:

- Emitir o resumo diário do risco;
- Caso o valor de um dos dados do resumo fosse anómalo tinha que identificar a causa e reportar;
- Monitorar as contas que entravam ou já estavam, à data, em incumprimento.

Os conhecimentos adquiridos nas áreas supracitadas, foram muito importantes para avaliar se a informação disponível para emissão do resumo diário estava correta.

Antes de emitir o resumo diário tinha que verificar se não existia uma nova garantia, linha de crédito, conta corrente caucionada ou descoberto autorizado. Verificar as contas das principais carteiras de ativos do banco. Fazer o *double check* para confirmar se o que o balancete interno apresentava conferia com a informação das contas associadas. Retirava do sistema de base de dados o VaR (Value at Risk) das principais carteiras de instrumentos financeiros do banco. Verificava também se os dados sobre a exposição cambial estavam corretos.

O resumo diário compreendia:

- os *ratings* e *durations* médias das carteiras de títulos e de depósitos a prazo;
- a concentração da exposição destas rubricas ajustadas por rating e prazos até à maturidade sintetizada num índice de *herfindahl-hirschman*;
- o risco de mercado utilizando as medidas do VaR pelo método histórico, com 95% da confiança e um horizonte temporal de uma semana;
- o *mismatch* de taxas de juro abrangendo as carteiras de títulos e os depósitos a prazo dos ativos e passivos e o potencial impacto de um choque

se 100bps a um ano pela renovação de aplicações/recursos a taxas diferentes;

- os dados da exposição à moeda externa, e o efeito das posições de cobertura;
- os *mismatches* de liquidez por *buckets* de prazos de vencimento e uma estimativa do custo da realização para compensar uma saída total dos passivos sem prazo de vencimento (depósitos à ordem e contas correntes de registo e depósitos de valores imobiliários).

É importante referir que esta informação era enviada para o diretor financeiro, comissão executiva, administrador geral do banco, gestor dos valores mobiliários a médio a longo prazo do banco e diretor da sala de negociação.

As tarefas que executava diariamente deram-me uma maior perceção do tipo de ativos e risco considerados e associados a uma carteira de crédito. Foram muito importantes também no processo de escolha do modelo a adaptar e testar ao cálculo de requisitos de fundos próprios de capital para o risco de crédito.

Assim, o estágio possibilitou a aplicação dos conhecimentos adquiridos nas disciplinas de:

- Mercados e Instrumentos Financeiros;
- Finanças Estocásticas em Tempo Contínuo;
- Modelos de taxa de juro e risco de crédito;
- Processos de Levy e aplicações;
- e a aprendizagem de aspetos sobre a realidade e obrigações do sector bancário.

É de referir que durante o período de estágio curricular contou-se com a orientação do Doutor Karim Osman, Diretor do departamento de Risco do Banco Carregosa, que foi fundamental para concretização deste projeto.



## 4. Modelos de Risco de Crédito

Neste capítulo é explicado pormenorizadamente o modelo criado pelo banco e o modelo proposto para o cálculo de requisitos de fundos próprios para o risco de crédito.

### 4.1. Modelo do Banco Carregosa

Para o cálculo interno das necessidades de capital, o banco criou um modelo estocástico, aplicado a cada posição relevante para o risco de crédito. Consideraram-se no modelo LGD e a PD percentuais fixas (não estocásticas), EAD ajustadas pelos coeficientes de conversão de elementos extrapatrimoniais.

#### 4.1.1. Apresentação do Modelo

##### Pressuposto 1

Assume-se que existe um vetor de fatores de risco  $\mathbf{u}$  e que  $\mathbf{u}$  e  $E_1, E_2, \dots, E_n$  são independentes entre si.

Embora este pressuposto não seja realista, depreende-se do pressuposto 1 que

$$(3) \quad L = \sum_{i=1}^n EAD_i \times LGD_i \times E_i$$

$$(4) \quad L|\mathbf{u} = \sum_{i=1}^n EAD_i \times LGD_i \times (E_i|\mathbf{u})$$

Em que  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_k)$ , é um vector de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas que representam os vários tipos riscos associados a cada posição.

$E_i$

Computa-se  $E_i$  da seguinte forma:

$$(5) \quad E_i = \begin{cases} 0 & \text{se } c_i < x_i \\ 1 & \text{se } c_i \geq x_i \end{cases}$$

Onde :

$c_i$  – É a inversa da normal cumulativa da probabilidade de incumprimento na posição  $i$ , determinada pelo rating que lhe está associado, i.e.:

$$(6) \quad c_i = \Phi^{-1}(PD_i)$$

Em que:

$\phi^{-1}$  – É a inversa da normal cumulativa.

$x_i$  – É o somatório dos riscos associados a cada posição tendo em consideração a influência dos mesmos, i.e.:

$$(7) \quad x_i = \sum_{k=1}^{m+1} (\sqrt{w_{i,k}} u_{i,k}) \sim N(0,1)$$

Em que:

$w_{i,k}$  – Contributo do risco  $k$  para a variância da posição  $i$ , onde  $w_{k,i}$  pode assumir valores entre 0 e 1 e que  $\sum_{k=0}^{m+1} w_k^2 = 1$ . Esta variável é fixa.

$u_{i,k}$  – Representa o risco  $k$  na posição  $i$ , é uma variável aleatória independente e identicamente distribuída,  $u_{i,k} \sim N(0,1)$ .

Este modelo é baseado no modelo apresentado em Vasicek (1987) que é estocástico e multi-factorial Vasicek inverte o modelo de Merton (1974), usa-o para modelar os eventos de incumprimento em vez de aferir o valor da dívida corporativa ou estimar a PD (Torell, 2013).

Indo de encontro aos objetivos propostos no estágio, em seguida vai-se verificar se este modelo pode ser considerado um modelo multi-factor Vasicek.

#### **4.1.2. Demonstração**

A demonstração em seguida apresentada pretende provar que o modelo do banco realmente segue um modelo multi-factor de Vasicek.

$$(8) \quad E_i = \begin{cases} 0, & c_i < x_i \\ 1, & c_i \geq x_i \end{cases} \text{ e } c_i = \Phi^{-1}(PD_i), x_i = \sum_{k=1}^{m+1} \sqrt{w_{i,k}} u_{i,k} \Leftrightarrow$$

$$(9) \quad E_i = \begin{cases} 0, & \Phi^{-1}(PD_i) < \sum_{k=1}^{m+1} \sqrt{w_{i,k}} u_{i,k} \\ 1, & \Phi^{-1}(PD_i) \geq \sum_{k=1}^{m+1} \sqrt{w_{i,k}} u_{i,k} \end{cases}$$

Onde  $\sum_{k=1}^{m+1} (\sqrt{w_{i,k}} u_{i,k}) \sim N(0,1)$ ,  $\mathbf{u} = (u_{i,0}, \dots, u_{i,m+1})$  e  $\sum_{k=1}^{m+1} w_k^2 = 1$ .

Torell, 2013 define o evento de incumprimento da seguinte forma:

$$(10) \quad E_i = \begin{cases} 0, & \Phi^{-1}(PD_i) < \sqrt{\rho_i} \alpha_i^T \mathbf{Z} + \sqrt{1 - \rho_i} \varepsilon_i \\ 1, & \Phi^{-1}(PD_i) \geq \sqrt{\rho_i} \alpha_i^T \mathbf{Z} + \sqrt{1 - \rho_i} \varepsilon_i \end{cases}$$

Em que:

$$(11) \quad \rho_i \in [0,1], \alpha_i^T = (\alpha_{i,1}, \dots, \alpha_{i,m}), \mathbf{Z} = (Z_1, \dots, Z_m)^T, \sum_{k=0}^m \alpha_k^2 = 1,$$

$$(12) \quad \sqrt{\rho_i} \alpha_i^T \mathbf{Z} + \sqrt{1 - \rho_i} \varepsilon_i \sim N(0,1)$$

Por comparação pode-se escrever que

$$(13) \quad \sum_{k=1}^{m+1} (\sqrt{w_{i,k}} u_{i,k}) \equiv \sqrt{\rho_i} \alpha_i^T \mathbf{Z} + \sqrt{1 - \rho_i} \varepsilon_i$$

Torell 2013 assume que:

$$(14) \quad \alpha_{i,k} = \frac{\sigma_{i,k}}{\sqrt{\sigma_{i,1}^2 + \dots + \sigma_{i,m}^2}} \text{ e que } \rho_i = \frac{\sigma_{i,1}^2 + \dots + \sigma_{i,m}^2}{\sigma_{i,1}^2 + \dots + \sigma_{i,m}^2 + \eta_i^2}$$

Então tem-se que:

$$(15) \quad \sqrt{\rho_i} \alpha_i^T \mathbf{Z} + \sqrt{1 - \rho_i} \varepsilon_i = \sqrt{\rho_i} (\alpha_{i,1} Z_1 + \dots + \alpha_{i,m} Z_m) + \sqrt{1 - \rho_i} \varepsilon_i =$$

$$(16) \quad \sqrt{\rho_i} \left( \frac{\sigma_{i,1}}{\sqrt{\sigma_{i,1}^2 + \dots + \sigma_{i,m}^2}} \cdot Z_1 + \dots + \frac{\sigma_{i,m}}{\sqrt{\sigma_{i,1}^2 + \dots + \sigma_{i,m}^2}} \cdot Z_m \right) + \sqrt{1 - \rho_i} \varepsilon_i =$$

Segundo Torell (2013) a posição entra incumprimento se:

$$(17) \quad \frac{\sigma_{i,1} \cdot Z_1 + \dots + \sigma_{i,m} Z_m + \eta_i \varepsilon_i}{\sqrt{\sigma_{i,1}^2 + \dots + \sigma_{i,m}^2 + \eta_i^2}} \leq \frac{\ln \frac{\lambda_i}{V_{i,0}} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \sigma_{i,k}^2 + \frac{1}{2} \eta_i^2 - \mu_i}{\sqrt{\sigma_{i,1}^2 + \dots + \sigma_{i,m}^2 + \eta_i^2}}$$

Em que:

$\lambda_i$  – Valor que a posição  $i$  tem em dívida

$V_{i,0}$  – Valor da posição  $i$  no momento  $t = 0$

$\sigma_{i,k}$  – Volatilidade da posição  $i$  em relação ao risco  $k$

$\eta_i$  – Volatilidade da posição  $i$  em relação ao risco idiossincrático

$\mu_i$  – Retorno médio da posição  $i$

$Z_k$  – Um processo de Wiener, que vai representar os riscos sistémicos associados a cada posição

$\varepsilon_i$  – Um processo de Wiener, que representa o risco idiossincrático associado à posição  $i$

Por comparação podemos deduzir que  $c_i = \Phi^{-1}(PD_i) = \frac{\ln \frac{\lambda_i}{V_{i,0}} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \sigma_{i,k}^2 + \frac{1}{2} \eta_i^2 - \mu_i}{\sqrt{\sigma_{i,1}^2 + \dots + \sigma_{i,m}^2 + \eta_i^2}}$

Então pode-se escrever que:

$$(18) \quad PD_i = \phi \left( \frac{\ln \frac{\lambda_i}{V_{i,0}} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \sigma_{i,k}^2 + \frac{1}{2} \eta_i^2 - \mu_i}{\sqrt{\sigma_{i,1}^2 + \dots + \sigma_{i,m}^2 + \eta_i^2}} \right) =$$

$$(19) \quad P \left( \frac{\sigma_{i,1} \cdot Z_1 + \dots + \sigma_{i,m} Z_m + \eta_i \varepsilon_i}{\sqrt{\sigma_{i,1}^2 + \dots + \sigma_{i,m}^2 + \eta_i^2}} \leq \frac{\ln \frac{\lambda_i}{V_{i,0}} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \sigma_{i,k}^2 + \frac{1}{2} \eta_i^2 - \mu_i}{\sqrt{\sigma_{i,1}^2 + \dots + \sigma_{i,m}^2 + \eta_i^2}} \right) =$$

$$(20) \quad P \left( \sigma_{i,1} \cdot Z_1 + \dots + \sigma_{i,m} Z_m + \eta_i \varepsilon_i \leq \ln \frac{\lambda_i}{V_{i,0}} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \sigma_{i,k}^2 + \frac{1}{2} \eta_i^2 - \mu_i \right) =$$

$$(21) \quad P \left( V_{i,0} \exp \left( \mu_i + \sum_{k=1}^m \sigma_{i,k} \cdot Z_k - \frac{1}{2} \sigma_{i,k}^2 + \eta_i \varepsilon_i - \frac{1}{2} \eta_i^2 \right) < \lambda_i \right) = P(V_{i,1} < \lambda_i)$$

Pois no modelo Torell (2013) o evento de incumprimento é baseado no modelo de Vasicek, que define a existência de um incumprimento se  $V_{i,1} < \lambda_i$ . Em que  $V_{i,1}$  é o valor da posição  $i$  no momento  $t = 1$  e  $\lambda_i$  é o valor que a posição  $i$  tem em dívida (como já tinha referido anteriormente).

Se generalizarmos a solução  $V_{i,1}$  para  $V_{i,t}$ , temos:

$$(22) \quad V_{i,t} = V_{i,0} \exp \left( \mu_i t + \sum_{k=1}^m \sigma_{i,k} \cdot Z_k - \frac{1}{2} \sigma_{i,k}^2 t + \eta_i \varepsilon_i - \frac{1}{2} \eta_i^2 t \right)$$

Que é a solução da equação diferencial de um modelo browniano geométrico multi-factorial, também conhecido por modelo multi-factor Vasicek; que pode ser apresentado por:

$$(23) \quad dV_{i,t} = \mu_{it} V_{i,t} + V_{i,t} \sum_{k=1}^m \sigma_{i,k} \cdot dZ_k + V_{i,t} \eta_i d\varepsilon_i$$

∴ Conclui-se que o modelo do banco segue um processo multi-factor Vasicek.

Para implementar este modelo estocástico, foi seguida uma abordagem de Monte Carlo para aferir a perda.

### 4.1.3. Abordagem Esquemática

Abaixo é apresentada a abordagem esquemática que é dada por:

**Passo 1:** Gerar o vetor  $\mathbf{u}$ , o vector dos riscos associados à posição  $i$

**Passo 2:** O evento de incumprimento é dado por:

$$(24) \quad E_i = \begin{cases} 0 & \text{se } c_i < x_i \\ 1 & \text{se } c_i \geq x_i \end{cases}$$

**Passo 3:** Calcular a perda na posição  $i$ :

$$(25) \quad L_i = EAD_i \cdot LGD_i \cdot E_i$$

## 4.2. Modelo Proposto

É proposto um modelo matemático para o cálculo do capital mínimo exigido para o risco de crédito do banco, que tem como referência o atual modelo utilizado pela instituição.

Têm-se como objetivos:

- testar a adaptação do atual modelo ao modelo de Pedersen & Krogsgaard (2008);
- e analisar a rapidez e precisão do novo modelo desenvolvido.

### 4.2.1. Pressupostos do Modelo

#### Pressuposto 1

Assume-se que o modelo analítico utilizado para calcular a perda na posição  $i$  é:

$$(26) \quad \begin{aligned} L_i = EAD_i \cdot LGD_i \cdot E_i &\Leftrightarrow L_i | [Z_i = z_i, Y_i = y_i] \\ &= EAD_i \cdot LGD_i \cdot (E_i | Z_i = z_i, Y_i = y_i) \end{aligned}$$

Onde:

$E_i$  – Variável de incumprimento ( $E_i$ ) para um horizonte temporal específico, é uma variável que modela o evento de inadimplência. É natural que  $E_i$  tenha a distribuição de Bernoulli, em que  $E_i$  assume o valor 1 quando a posição  $i$  entra

em incumprimento no período de tempo considerado. Neste caso, a distribuição de  $E_i$  é

$$(27) \quad E_i = \begin{cases} 0, & \text{se } V_{i,t} > D_{i,t} \\ 1, & \text{se } V_{i,t} \leq D_{i,t} \end{cases}$$

Em que:

$V_{i,t}$  – Valor da posição  $i$  no momento  $t$ .

$D_{i,t}$  – Valor em dívida da posição  $i$  no momento  $t$ .

$Z$  – Vetor de fatores de risco sistemáticos que representarão variáveis macroeconómicas, como o sector ou o grupo, é um vetor de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas.

$Y_i$  – É a amplitude do salto que descreve as mudanças bruscas no valor da empresa de nova informação não marginal. Esta variável representa o risco idiossincrático, e é um processo composto de poisson.

## Pressuposto 2

A dinâmica de  $V_{i,t}$ , do valor da posição  $i$  no momento  $t$  é calculada por um modelo de difusão de salto que é um caso particular dos modelos exponenciais de Levy, em que a frequência dos saltos é finita. O processo pode ser descrito por:

$$(28) \quad dV_{i,t} = rV_{i,t}dt + V_{i,t} \sum_{k=1}^m \sigma_{i,k} dZ_{k,t} + V_{i,t} dY_{i,t}$$

Onde  $r_t$ ,  $\sigma_{i,1}, \dots, \sigma_{i,m}$  são constantes e  $Z_{1,t}, \dots, Z_{m,t}$  são processos de Wiener independentes entre si e de  $Y_{i,t}$ .  $Y_{i,t}$  é um processo composto de poisson:  $Y_{i,t} = \sum_{l=1}^{N_t} J_{i,l}$ .

Os processos de Wiener  $Z_{1,t}, \dots, Z_{m,t}$  podem ser partilhados entre as posições e representam as diferentes variáveis macroeconómicas. Consequentemente,  $Z_{1,t}, \dots, Z_{m,t}$  estão associados ao risco sistemático.

O processo composto de poisson  $Y_{i,t}$  onde o tamanho dos saltos  $J_{i,t}$ , são independentes e identicamente distribuídos com distribuição  $N(m, \delta^2)$  e o número de saltos  $N_t$  e segue um processo de poisson com intensidade de salto de  $\lambda$ .

Também se pode escrever (28) na seguinte forma (ver Merton (1976))

$$(29) \quad V_{i,1} = V_{i,0} \exp \left( r + \sum_{k=1}^m \sigma_{i,k} Z_{k,t} - \frac{1}{2} \sigma_{i,k}^2 + \sum_{l=1}^{N_t} J_{i,l} \right)$$

Onde  $Z_{1,t}, \dots, Z_{m,t}$  tem uma distribuição  $N(m_Z, \delta \frac{2}{Z})$ ,  $N_t \sim P(\lambda)$  e  $J_{i,l} \sim N(m, \delta^2)$ .

### Pressuposto 3

Segundo Collin-Dufresne & Goldstein (2001) assume-se que no limiar o  $\ln$  do valor em dívida varia ao longo do tempo, e que pode ser caracterizado por:

$$(30) \quad dk_{i,t} = \psi_i (v_{i,t} - \gamma_i - \phi(r_{i,t} - b) - k_{i,t}) dt$$

Onde:

$k_{i,t} \equiv \ln(D_{i,t})$ , em que  $D_{i,t}$  é o valor em dívida da posição  $i$  no momento.

$v_{i,t} \equiv \ln(V_{i,t})$

$\phi$  – Mede a sensibilidade do rácio da alavancagem à taxa de retorno de mercado.

$b$  – Taxa de retorno do mercado.

$r_{i,t}$  – Taxa de retorno anualizada, do último trimestre da posição ao momento  $t$ .

$$(31) \quad dr_{i,t} = r_{i,t} dt$$

$\gamma$  – Taxa de retorno da dívida que é calculada tendo em conta o rácio *debt/equity* da posição  $i$ , que é aferida pela qualificação de crédito atribuída à posição  $i$ .



$\psi_i$  – Velocidade da reversão da média do rácio de alavancagem, que é determinada considerando a probabilidade de incumprimento atribuída à posição  $i$ .

Também se pode escrever (30), na seguinte forma:

$$(32) \quad D_{i,1} = D_{i,0} \exp\left(\psi_i(v_{i,1} - \gamma_i - \phi(r_{i,1} - b) - k_{i,1})\right)$$

Assume-se também que os mercados são perfeitos e sem atritos e que os títulos se podem negociar em tempo contínuo e não existe arbitragem.

**Teorema 1**  $EAD_i$  representa a exposição ao incumprimento na posição  $i$ ,  $LGD_i$  é a perda dado o incumprimento e  $E_i$  o evento de inadimplência. Tem-se que (26) pode ser expresso como:

$$(33) \quad L_i = EAD_i \cdot LGD_i \cdot (E_i | Z_i, Y_i)$$

Onde:

$$(34) \quad E_{i,j} = \begin{cases} 0, & \text{se } V_{i,t} > D_{i,t} \\ 1, & \text{se } V_{i,t} \leq D_{i,t} \end{cases}$$

$$(35) \quad V_{i,t} = V_{i,t-1} \exp\left(r + \sum_{k=1}^m \sigma_{i,k} Z_{k,t} - \frac{1}{2} \sigma_{i,k}^2 + \sum_{l=1}^{N_t} J_{i,l}\right)$$

$$(36) \quad D_{i,t} = D_{i,t-1} \exp\left(\psi_i(v_{i,t-1} - \gamma_i - \phi(r_{i,t-1} - b) - k_{i,t-1})\right)$$

$$(37) \quad t = \{1, \dots, 60\}$$

Cada  $t$  representa um mês de forma a poder recriar um ciclo-económico (5 anos).

Ainda mais,  $V_{i,t}$ ,  $D_{i,t}$  e  $r_{i,t}$  são definidos de forma recursiva:

$$(38) \quad V_{i,0} = V_0$$

$$(39) \quad D_{i,0} = V_0 / r_{i,d}$$

Em que  $r_{i,d}$  é uma constante, que representa o retorno da dívida sobre a posição  $i$ , que é aferido tendo em conta o rating da posição.

Aqui  $Z_{k,t}$ ,  $N_t$ ,  $J_{i,l}$  são variáveis calculadas da seguinte forma:

$$(40) \quad Z_{k,t} \sim N(m_Z, \delta_Z^2)$$

$$(41) \quad N_t \sim P(\lambda)$$

$$(42) \quad J_{i,l} \sim N(m, \delta^2)$$

Para implementar o modelo acima vou seguir a abordagem de Monte Carlo para aferir a perda e estimativa dos parâmetros de incumprimento relevantes. Abaixo apresento a abordagem esquemática que é dada por:

**Passo 1:**  $t = \{1, \dots, 60\}$

**Passo 2:** os procedimentos de Monte Carlo, repetindo os seguintes subprocessos de  $t = \{1, \dots, 60\}$  vezes.

Para cada  $t$ , gerar uma série de vetores aleatórios que são mutuamente independentes  $(Z_{k,t}, N_t, J_{i,l})$

- Seja  $V_{i,0} = V_0$  calcula-se  $V_{i,t}$  de acordo com a fórmula:

$$(43) \quad V_{i,t} = V_{i,t-1} \exp \left( r + \sum_{k=1}^m \sigma_{i,k} Z_{k,t} - \frac{1}{2} \sigma_{i,k}^2 + \sum_{l=1}^{N_t} J_{i,l} \right)$$

- Calcula-se  $r_{i,t}$  de acordo com a fórmula:

$$(44) \quad r_{i,t} = 4 * \ln(V_{i,t-1}/V_{i,t-3})$$

- Seja  $D_{i,0} = V_0/r_{i,d}$ ,  $D_{i,1} = V_0/r_{i,d}$ ,  $D_{i,2} = V_0/r_{i,d}$ , calcula-se  $V_{i,t}$  de acordo com a fórmula:

$$(45) \quad D_{i,t} = D_{i,t-1} \exp\left(\psi_i(v_{i,t-1} - \gamma_i - \phi(r_{i,t-1} - b) - k_{i,t-1})\right)$$

**Passo 3:** O evento de incumprimento em  $t$  é dado por:

$$(46) \quad E_i = \begin{cases} 0, & \text{se } V_{i,t} > D_{i,t} \\ 1, & \text{se } V_{i,t} \leq D_{i,t} \end{cases}$$

**Passo 4:** Calcular a perda na posição  $i$ :

$$(47) \quad L_i = EAD_i \cdot LGD_i \cdot E_i$$

## 5. Apresentação dos dados

Neste capítulo é apresentada a forma como é organizada a informação utilizada para a simulação dos modelos.

### 5.1. Estrutura dos dados

As carteiras têm uma estrutura semelhante. Interessa referir que os dados se referem aos riscos de crédito aferidos a 31-12-2013, a 31-12-2014 e a 30-06-2015.

As posições originais têm que ser divididas em parcelas menores com iguais características, de forma a diluir os vários tipos de concentração de risco de crédito considerados (sectorial, de grupo, individual e por posição). Esta divisão é feita assumindo a independência das variáveis relacionadas com as respetivas contrapartes e sectores).

A cada posição é atribuída um número de identificação para que seja identificado a que tipo de elemento pertence no balancete e o número de conta.

É especificado que tipo de instrumento (depósito a prazo, depósito á ordem, carteira de investimento, carteira de negociação, crédito, outros), em seguida é classificado a que subcategoria pertence. Isto é:

**Tabela I**

As subcategorias associadas a cada tipo de instrumento

	<b>Tipo de Instrumento</b>					
	<b>Carteira de Investimento</b>	<b>Carteira de Negociação</b>	<b>Depósitos à Ordem</b>	<b>Depósitos a Prazo</b>	<b>Créditos</b>	<b>Outros</b>
<b>Subcategorias</b>	Capital	Derivados	Outros	Outros	Descoberto autorizado	Dívida Diversos
	Dívida				Conta Corrente Caucionada	Dívida Diferida
					Garantias	Pendentes
					Linhas de Crédito	Rendimentos a Receber
					Default	Impostos
						Impostos a receber
						Impostos Diferidos

É caracterizado qual o tipo de subjacente associado à posição (capital, dívida, outros), assim como o emitente, grupo, sector (é atribuído segundo o código NACE), rating, ISIN, descrição (nome do título), cupão, data fim do cupão, maturidade, país e moeda.

Assinala-se também qual tipo de indexação (fixo, indexado, sem juro), garantia (company, subordinated, covered, secured, unsecured senior secured, senior not

secured), classificação (Administração Pública, Empresas, Institutos de Crédito, Outros).

Apresenta-se o valor da posição, juros, valor da posição em euros, juros em euros. É demonstrado os valores que se podem deduzir tendo em conta a técnica de redução de risco utilizada: o ajustamento, o método integral e o abatimento, ajustamento da avaliação de crédito (que é calculado tendo em conta a contraparte).

As LGD's são os valores fixos atribuídos tendo em conta o regulamentaçãoda união europeia para instituições bancárias.

A EAD resultou da posição em risco (prudencial) (i.e., valor da posição EUR) multiplicada pelo coeficiente regulamentar de conversão de extrapatrimoniais,

As probabilidades de incumprimento são atribuídas tendo em conta a notação interna criada pelo banco e/ou o rating associado á posição.

O banco criou uma notação interna baseada nas notações de risco fornecidas pela Ignios entre 0 e 10. Ao nível 0 corresponde uma PD de 100%, para situações de crédito em incumprimento, e ao 10 o mais baixo 0%.

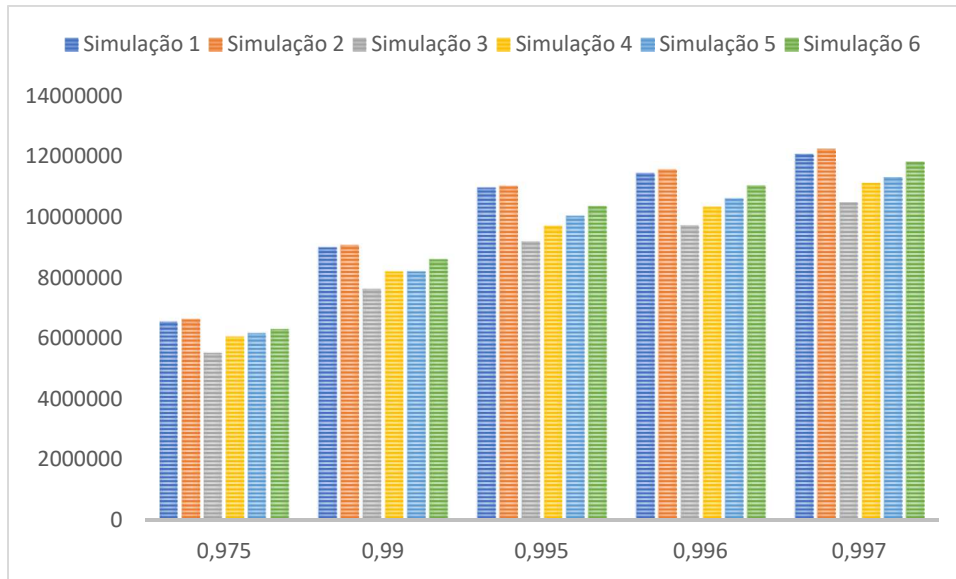
O banco considerou a PD de nível de risco 6 (0,8%) para operações para aquisição de valores mobiliários com procedimentos de fecho compulsivo, a de nível 1 (25%) para os créditos vencidos. Para os restantes casos formulou um modelo baseado no perfil do cliente, a sua solvência, e na maturidade da operação. Este modelo pode atribuir, no máximo, uma PD de nível 7 (0,4%).

## **6. Resultados das Simulações**

Neste capítulo são apresentados e analisados os resultados gerados pelos modelos anteriormente apresentados.

### **6.1. Modelo do Banco**

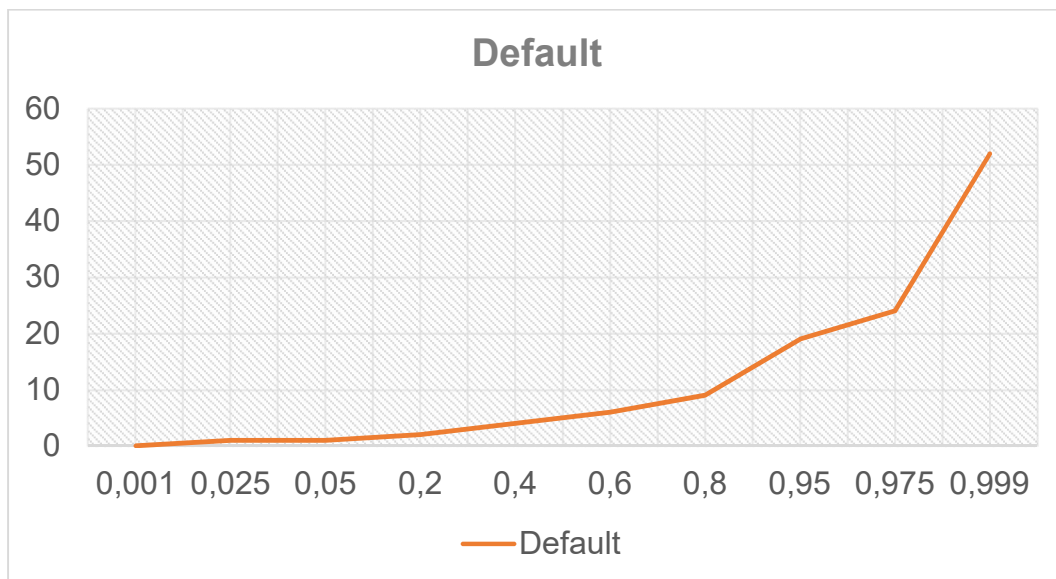
Para testar os dados de 2013 foram realizadas 25 000 simulações, este teste foi repetido seis vezes. O gráfico abaixo ilustra os resultados obtidos nos quartis 97,5%; 99%; 99,5%; 99,6% e 99,7%:



**Figura 1** – Perda Esperada dos dados referentes a 31-12-2013

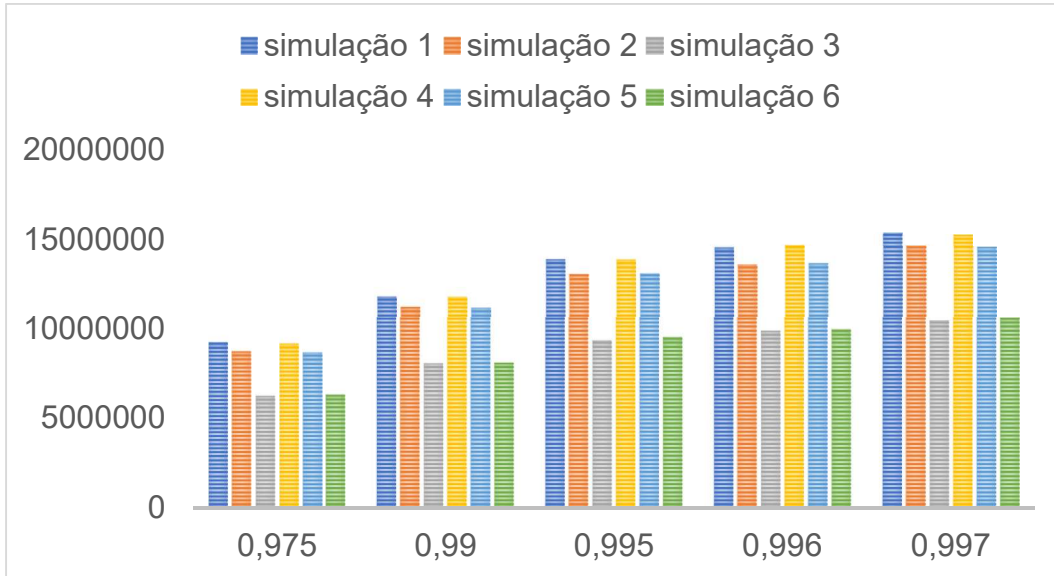
A média do valor da perda esperada para o maior quartil é 11, 5 milhões e para menor quartil estudado é 6,2 milhões.

A distribuição do número de incumprimentos observados ao longo de 25 000 simulações, é descrito no gráfico abaixo:



**Figura 2** – A distribuição do número de incumprimentos observados

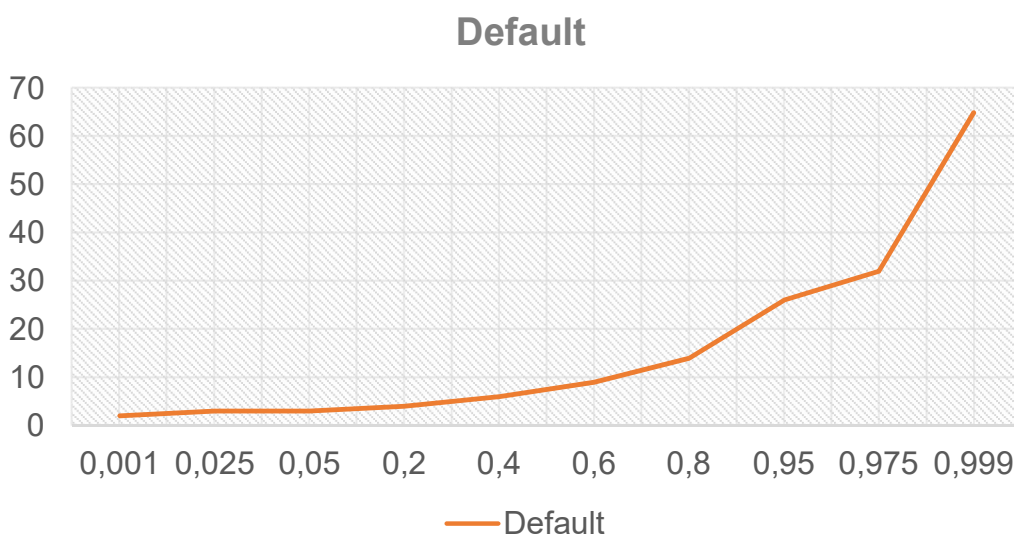
Para testar os dados relativos a 2014 foram realizadas 50 000 simulações, este teste foi repetido seis vezes. Os resultados obtidos para os quartis já supracitados, são:



**Figura 3 – Resultados da perda esperada referentes aos dados de 31-12-2014**

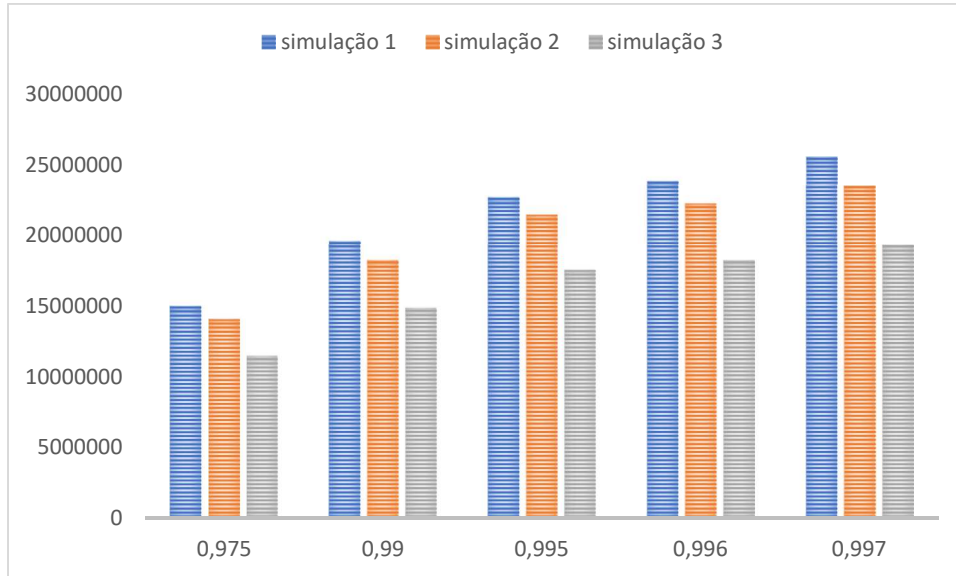
A média do valor da perda esperada para o maior quartil é 13,5 milhões e para menor quartil estudado é 8,1 milhões.

A distribuição da inadimplência observada no decorrer de 50 000 simulações, são espelhadas no gráfico abaixo:



**Figura 4 – Distribuição do número de incumprimentos dos dados de 31-12-2014**

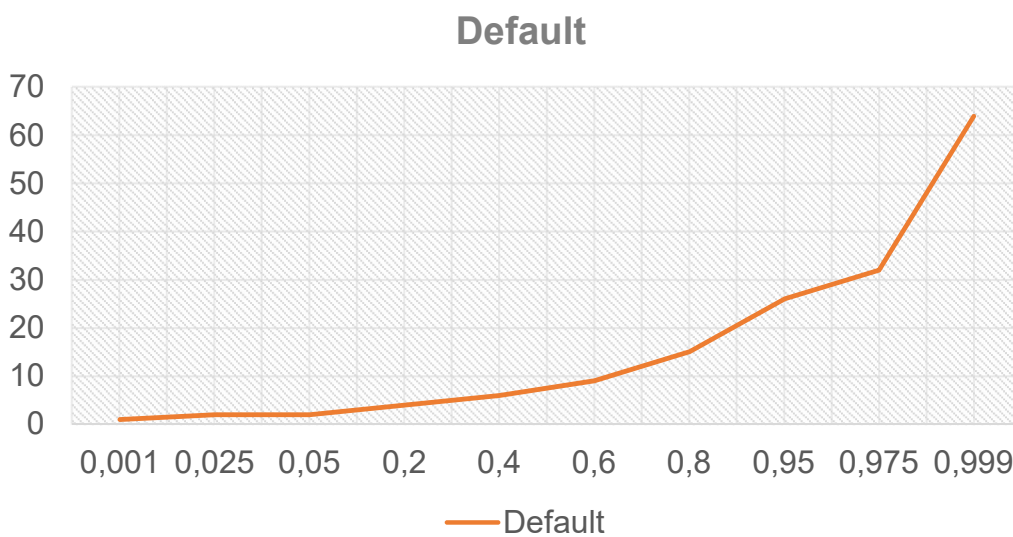
Para testar os dados de 2015 foram realizadas 50 000 simulações, este teste foi repetido 3 vezes. O gráfico abaixo apresenta os resultados para os quartis estudados:



**Figura 5 – Perdas esperadas referente aos dados 30-06-2015**

A média do valor da perda esperada para o maior quartil é 22,8 milhões e para menor quartil estudado é 13,5 milhões.

A distribuição do número incumprimentos, registada no decurso de 50 000 simulações é:



**Figura 6 – Distribuição do número de incumprimento dos dados 30-06-2015**



Não serão analisadas as perdas esperadas calculadas nas diferentes datas, pois o número de posições avaliadas é diferente, assim como os ativos que compõe o portfólio de crédito do banco.

Em relação à distribuição de incumprimentos às diferentes datas, apenas se pode dizer que são muito semelhantes.

Embora o modelo utilizado pelo banco, cumpra claramente a sua função. A abordagem escolhida, o processo estocástico, é altamente rejeitado por vários (Andersen & Andreasen, 2000; Jones et al., 1984; Zhou, 1997), pois não se adequa à realidade dos mercados. Este modelo não espelha devidamente a relação entre risco sistémicos e a perda dado o incumprimento de cada ativo (Torell, 2013). Assim como não considera a queda súbita do valor do ativo, i.e. as posições em portfólio não podem entrar subitamente em incumprimento.

Também é importante referir que é assumido para todas as carteiras de crédito analisadas que o peso dos vários riscos sistémicos é idêntico para todas as posições independentemente da probabilidade de incumprimento, do tamanho ou tipo de contraparte, e do tempo até à maturidade.

Devido às razões supracitadas este modelo pode estar a sobrestimar ou subestimar o valor necessário para os requisitos de capital de risco de crédito.

## **6.2. Modelo Proposto**

Para avaliar a perda esperada a 30-12-2013 foram realizadas 25 000 simulações, este processo foi repetido 6 vezes. Os resultados podem ser expressos nesta tabela:

**Tabela II**

*Percentis e os valores esperados de perda do portfolio de crédito 31-12-2013*

<b>Percentis</b>	0,975	0,99	0,995	0,996	0,997
<b>Perda</b>	90000	90000	90000	90000	90000

O valor esperado de perda é 90 mil para qualquer um dos percentis.

Para os dados de 31-12-2014 e 30-06-2015 o valor esperado para os percentis acima mencionados é 0. Para 31-12-2014 foram realizadas 50 000 simulações

e foi repetido este teste 6 vezes. O valor máximo apurado de perda nessas seis repetições foi de 182 mil. Para 30-06-2015 também foram realizadas 50 000 simulações, este teste foi repetido 3 vezes. O valor de esperada apurada em todos os testes e em cada simulação foi 0.

Não é possível estudar a distribuição do incumprimento do portfólio, pois o número de incumprimentos não é um parâmetro de saída no modelo que está a ser analisado.

O algoritmo utilizado para calcular o valor da perda esperada dos portfólios estudados está em anexo (Anexo I) para consulta.

Embora os resultados obtidos deixem muito a desejar, tem que se ter em consideração que são necessários dez parâmetros de entrada para que seja possível realizar uma simulação.

Uma das limitações conhecidas deste tipo de modelos, modelos de *jump-diffusion*, é a exigência de estimativas para parametrização do valor dos ativos, que não podem ser observadas diretamente (Zamore, Ohene Djan, Alon, & Hobdari, 2018).

Alguns dos parâmetros do modelo são baseados em observações empíricas, outros são valores calibrados (estes parâmetros são devidamente apresentados no capítulo seguinte).

## 7. Robustez

Neste capítulo é analisado a robustez de cada modelo e apresentada as estatísticas necessárias para construção dos parâmetros utilizados para implementação do modelo proposto.

### 7.1. Modelo do banco e o proposto

A perda esperada do portfolio de crédito é:  $L = \sum_{i=1}^n EAD_i \cdot LGD_i \cdot E_i$ . Em que  $i$  representa a posição  $i$  na carteira.

Como  $LGD_i$  e  $EAD_i$  são constantes fixas, será testada a forma como uma posição entra em incumprimento para efeitos de robustez.

### 7.1.1. Modelo do Banco Carregosa

Para este modelo será analisado o efeito que alteração ao valor dos pesos atribuídos aos riscos sistémicos na perda total esperada, pois as *PD's* são atribuídas de acordo com a regulamentação da UE para instituições financeiras.

Para este efeito foram criados dois grupos distintos de pesos:

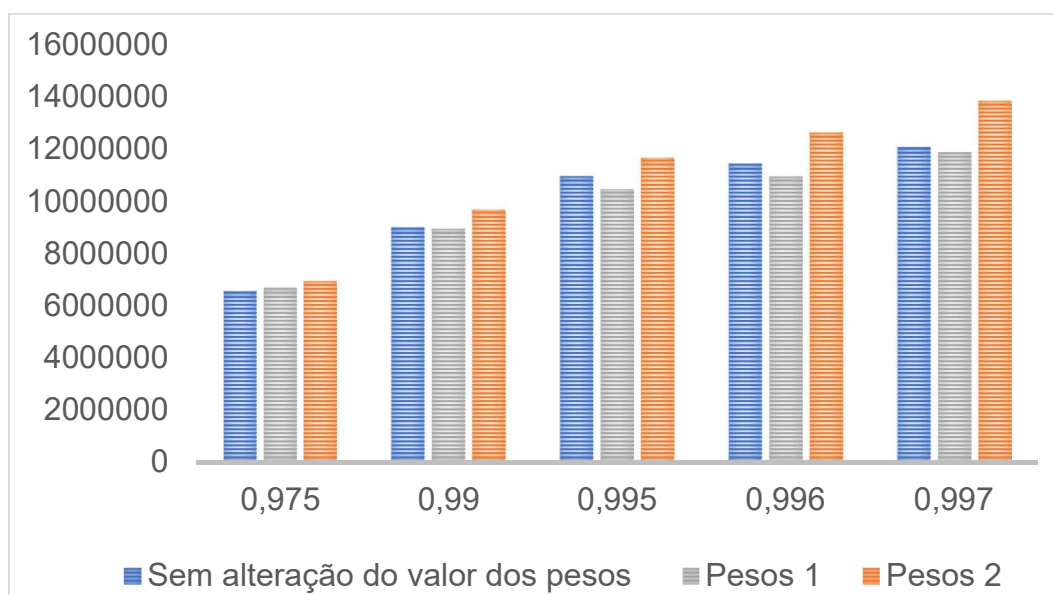
**Tabela III**

Grupo 1 e 2 de pesos atribuídos tendo em conta o risco sistémico considerado

Risco Sistémico					
	Posição	Indivíduo	Grupo	Sector	Mercado
<b>Pesos 1</b>	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
<b>Pesos 2</b>	0,1	0,1	0,25	0,35	0,2

Os pesos foram testados com a informação creditícia do banco a 31-12-2013.

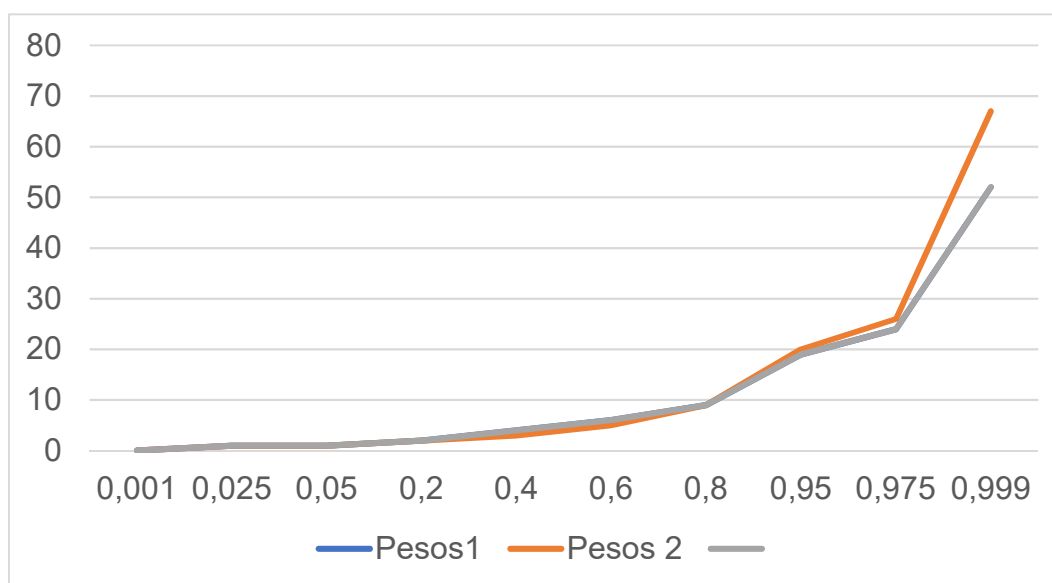
Os resultados, são apresentados abaixo:



**Figura 7** – Resultados da perda esperada para Pesos 1 e Pesos 2 em comparação com perda esperada sem alteração dos pesos

Como se pode verificar através do gráfico os resultados são muito semelhantes, esta semelhança também é espelhada no número de incumprimentos

registados. Esta informação é apresentada a seguir:



**Figura 8** – O número de incumprimentos registados com o grupo de pesos 1 e 2 em comparação com simulação sem alteração de pesos.

O modelo utilizado pelo banco parece ser robusto.

No entanto, o evento de incumprimento é estimado comparando se  $c_i$  é maior ou igual do que  $x_i$ , em que  $c_i$  é a inversa da normal da cumulativa da probabilidade de incumprimento na posição  $i$ , determinada de acordo com o rating apurado para essa posição. A utilização de avaliações das agências de classificação de crédito do mercado, tem sido amplamente criticada desde da sua implementação no cálculo de requisitos de fundos próprios no Basileia II, pois é depositada uma excessiva confiança nessas agências, principalmente porque este tipo de empresas já demonstrou fornecer previsões incongruentes e inconsistentes da capacidade de cumprimento de crédito dos clientes individuais (Atik, 2011; Balin, 2008; Danielsson et al., 2001). Além disso, existem outras agravantes nesta área de negócios: não é regulamentada e a qualidade das suas estimativas de risco é ambígua (Atik, 2011; Balin, 2008; Danielsson et al., 2001).

### 7.1.2. Modelo Proposto

Para avaliar o modelo para o efeito de robustez criou-se dois grupos de distintos  $\psi$ 's. Não se irá testar a alteração do valor do retorno da dívida pois a comparação deixaria de ser coerente.

Os valores a serem testado na informação disponível à data 31-12-2013 são:

**Tabela IV**

O grupo 1 e 2 de  $\psi$ 's atribuídos tendo em conta o rating das posições

Rating									
	AA e AAA	A	BBB	BB	B	CCC	CC	C	D
$\psi$ 's 1	0,04995	0,048288	0,06257	0,04625	0,05525	0,117752	0,168	0,296531	1
$\psi$ 's 2	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,00067	0,021	1

Os resultados obtidos foram:

**Tabela V**

Percentis das perdas esperadas tendo em conta o grupo de  $\psi$ 's adotado

Percentis					
	0,975	0,99	0,995	0,996	0,997
$\psi$ 's 1	90000	90000	90000	90000	90000
$\psi$ 's 2	0	0	0	0	0

**Tabela VI**

Máximo, mínimo e a mediana tendo em conta o grupo de  $\psi$ 's elegido

	Máximo	Mínimo	Mediana
$\psi$ 's 1	90000	0	0
$\psi$ 's 2	90000	0	0

Os resultados obtidos não são suficientes para se poder decidir sobre a robustez do modelo analisado, visto que apenas reforçam a opinião de que os parâmetros de entradas utilizados não estão devidamente calibrados, nem estimados.

Este fato anteriormente descrito leva a que não possamos refutar o modelo desenvolvido por Pedersen & Krogsgaard (2008) pois é um modelo com uma maior adesão à realidade do que o modelo utilizado pelo banco. Os autores reuniram o que consideraram ser as melhores propriedades de vários modelos estruturais existentes, num modelo estrutural contínuo de risco de crédito que incorpora a antecipação do incumprimento, as taxas de juros estocásticas, a média reversível de índices de alavancagem e os saltos ao risco para o processo de avaliação do valor da posição subjacente.

## **7.2. Estatísticas do Modelo Proposto**

Para implementar o modelo proposto foi necessário estimar vários parâmetros:

$\sigma_{i,k}$ ,  $Z_{1,t}$ ,  $Z_{2,t}$ ,  $Z_{3,t}$ ,  $N_t$ ,  $J_{i,l}$ ,  $\psi_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\varphi$ ,  $b$ .

$\sigma_{i,k}$  – Representa o contributo do fator macroeconómico  $k$  para a variância da posição. A soma dos quadrados dos contributos é a volatilidade anual aferida usando informação diária dos últimos 5 anos do VIX. A volatilidade anual aferida foi: 0,04 ;

$Z_{1,t}$  – É um vetor de variáveis aleatórias tendo em conta o grupo empresarial a que pertence cada posição. Por forma a simular o risco sistemático gerado por uma posição partilhar o mesmo grupo económico;

$Z_{2,t}$  – É um vetor de variáveis aleatórias atendendo ao emitente de cada posição. Por conseguinte, representa o risco sistemático de uma mesma posição partilhar a mesma entidade;

$Z_{3,t}$  – É um vetor de variáveis aleatórias considerando o sector de cada posição. Consequentemente, reflete o risco sistemático: sector;

$N_t$  – Representa o número de saltos que ocorrerão no intervalo  $[0, T]$ .

Para que o modelo seja realista o valor da posição  $i$  terá que ser maior que zero. Como tal, foi necessário fazer ligeiras alterações no algoritmo de geração de unidades de tempo de processo de poisson. O algoritmo usado é:

```

function vector = a(lambda)
    i = 0;
    vector = zeros(1,60);
    for j=1:60
        value1 = i+((-1/lambda)*log(rand(1)))/Ds;
        value2 = ceil(value1+1)*Fm;
        if value2 <= 60
            vector(j) = value2;
        else
            vector(j) = 0;
        end
        i = value1;
    end
end

```

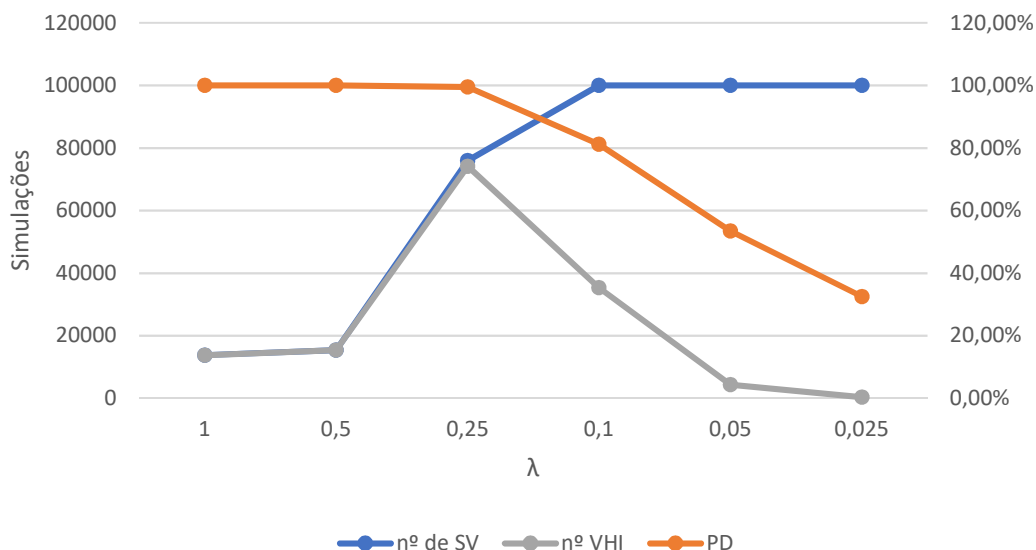
Em que:

Ds – Divisor de salto

Fm – Fator de multiplicação

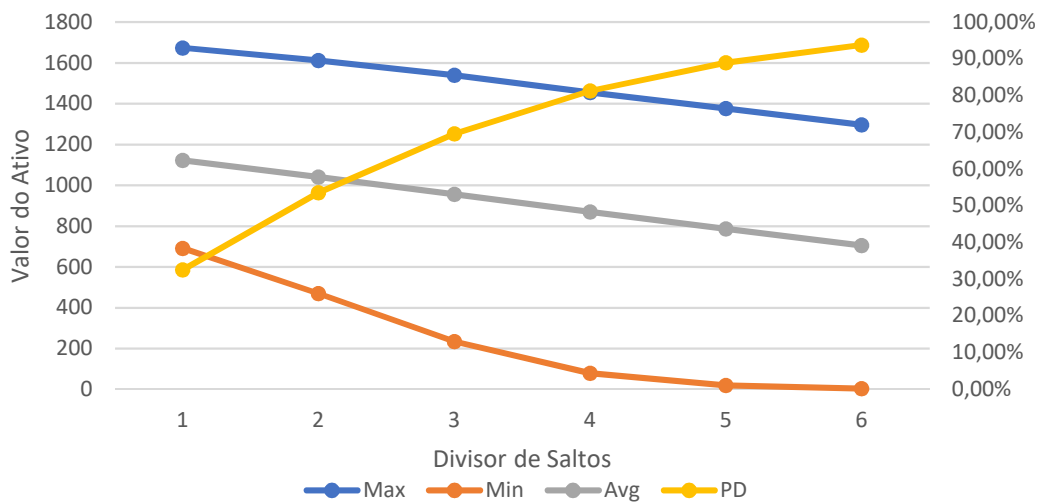
É importante referir que para os testes foi utilizada como o ativo de “referência”, a cotação do Index SP500 5y (30/06/2014).

O lambda ( $\lambda$ ) utilizado para os cálculos é 0.025 , pois para  $\lambda = 1,0.5,0.25$  e 0.1 além da taxa de incumprimento ser bastante alta, o número de simulações válidas torna-se muito pequeno, *i.e.*  $V_{i,t} > 0$ , como se pode verificar através do gráfico que se segue.

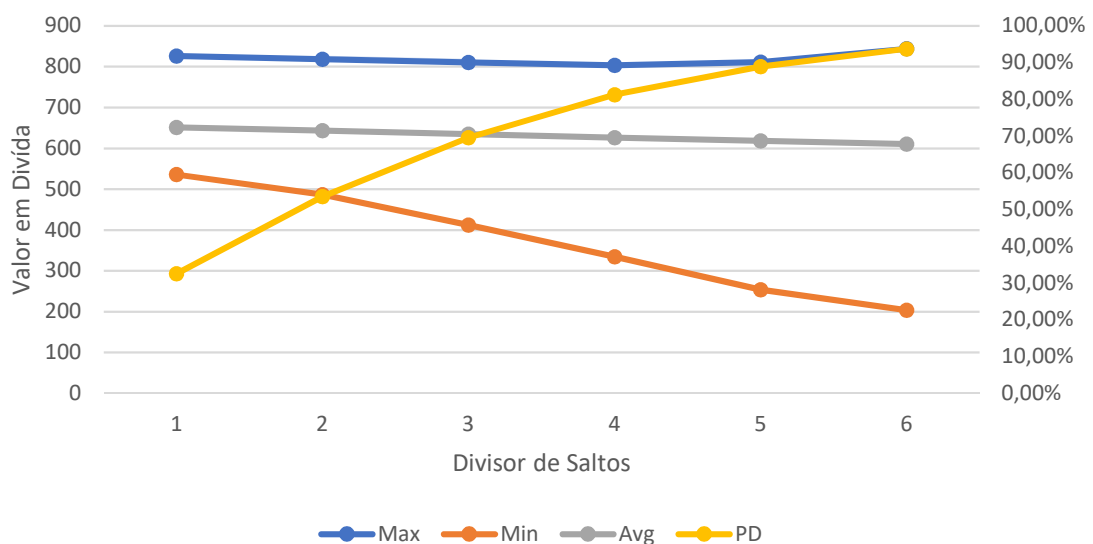


**Figura 9 - Teste de vários valores para o lambda**

Para que os valores assumidos por  $D_{i,t}$  (o valor em dívida na posição  $i$ ) fossem um pouco mais heterogéneos, foram testados vários valores para Ds. Como se pode verificar nos gráficos abaixo, quando se aumenta o valor do divisor de salto, os valores assumidos por  $D_{i,t}$  vão-se tornando, lentamente, mais heterogéneos. No entanto, com o aumento da heterogeneidade dos valores da dívida, a probabilidade de incumprimento aumentou e  $V_{i,t}$  diminuiu.



**Figura 10** – Variação do valor do ativo dado o divisor de salto



**Figura 11** – Variação do valor em dívida dado o divisor de salto

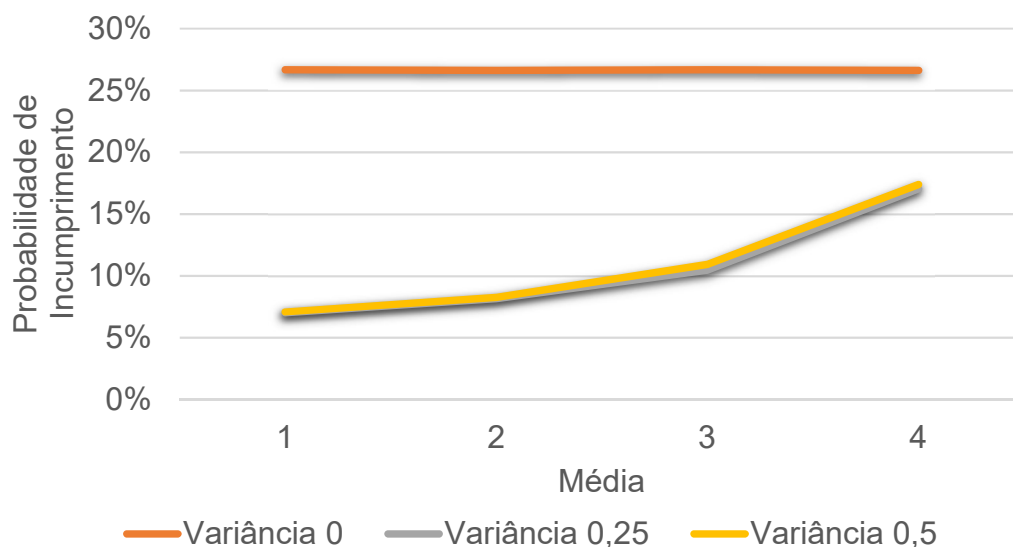


Assim, foi necessária nova alteração no algoritmo, sendo introduzido o fator de multiplicação. Este fator tem o efeito inverso do acima citado, *i.e.*,  $V_{i,t}$  volta a assumir valores mais heterogêneos e maiores;  $D_{i,t}$  volta a assumir valores mais homogêneos como é bastante claro nos gráficos abaixo.

$J_{i,l}$  – Representa o tamanho dos saltos, esta variável estimada por um vetor. A média utilizada  $\mu$  e a variância  $\sigma^2$  utilizado para os cálculos são respetivamente; 4 e 0,25.

É importante referir que para estes testes foi utilizada como o ativo de “referência”, a cotação do Index SP500 5y (30/06/2014).

Como se pode observar através do gráfico abaixo para um ativo com rating C (PD = 17%) os valores mais próximos seriam para a média 4 e variância 0,5 e 0,25. Escolheu-se 0,25 para variância pois a PD gerada é a mais próxima da probabilidade procurada.



**Figura 12** - A probabilidade de incumprimento dado a média e variância dos saltos

$\psi_i$  – Representa a velocidade da reversão da média do rácio de alavancagem, que é determinado considerando a probabilidade de incumprimento atribuída à posição.

A variável tem que ser estimada indiretamente. Isto é primeiramente, é calculada a probabilidade de incumprimento e depois tendo em conta os valores da tabela abaixo o valor do  $\psi$  é devidamente ajustado. Os diferentes valores  $\psi$  estimados são parametrizados a partir do mesmo ativo, que é a cotação do Index SP500 5y (30/06/2014).

**Tabela VII**

Probabilidade de Incumprimento a 5 anos e  $\psi$  estimado dado o rating

Rating	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	CC	C	D
PD a 5 anos	0,0025	0,0025	0,0050	0,0198	0,0490	0,0728	0,2262	0,4095	0,6061	1,0000
$\psi$	0,1650	0,1650	0,1109	0,0944	0,0319	0,0384	0,1449	0,1544	0,1467	1,0000

Consultar Anexo II para examinar o algoritmo utilizado para estimar este parâmetro.

$\gamma_i$  – O parâmetro é usado para o ajuste do rácio de alavancagem a longo termo – na computação do modelo  $\gamma = ad$  em que  $ad$  é 1 a dividir pelo rácio *Debt/Asset* que está de acordo com a regulamentação da EU para instituições financeiras, eis os valores que pode assumir:

**Tabela VIII**

Rácio de debt/asset e os valores  $ad$  dado o rating

Rating	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	CC	C	D
Debt / Asset	0,6	0,6	0,65	0,7	0,85	0,885	0,9	0,925	0,95	1
$\gamma$	1,6667	1,6667	1,5384	1,4285	1,1764	1,1299	1,1111	1,0810	1,0526	1

$\varphi$  – Mede a sensibilidade do rácio da alavancagem à taxa de retorno de mercado. No modelo assume valor 1 para todas as posições

**b** – É a taxa de retorno de mercado que foi calculada tendo em conta os retornos mensais do SP500 de junho de 2009 a junho de 2014.

## 8. Conclusão

Foram apresentados, analisados e testados dois modelos, um modelo estocástico (o modelo do banco), e um modelo *jump-diffusion* (o modelo proposto).

O modelo utilizado pelo banco satisfaz a sua finalidade, no entanto é rejeitado por vários autores pois não se adequa à realidade.

No entanto o modelo proposto não obteve resultados minimamente realistas, ou seja, os parâmetros de entrada estão mal calibrados.

Ainda que os resultados gerados e a robustez do modelo utilizado pelo banco sejam incontestáveis, é assumido que a influência dos vários riscos sistémicos é idêntica para todas as posições independentemente da probabilidade de incumprimento, ou tipo de contraparte e do tempo até à maturidade. Além de o banco utilizar como base do seu modelo de notações internas as avaliações de uma agência de classificação de crédito de mercado, o que é algo bastante contestado no mundo académico.

O modelo proposto, é um modelo com maior adesão à realidade do que o modelo utilizado pelo banco. O modelo desenvolvido por Pedersen & Krogsgaard (2008) introduz: cláusulas de segurança o que permite a antecipação do incumprimento; índice de alavancagem dinâmicos e relaciona o nível de endividamento da empresa com o seu valor patrimonial; saltos ao risco para o processo de avaliação do valor da empresa subjacente; e taxa de juro estocástica.

Pode-se concluir que os valores de perda estimados para os requisitos de capital para o risco de crédito pelo modelo do banco podem estar sobrestimados ou subestimados.

Para melhorar os resultados obtidos pelo modelo proposto sugiro que no futuro seria interessante: calibrar  $\psi_i$  utilizando ativos reais, considerando o rating atribuído e que o parâmetro não dependesse do rácio de alavancagem a longo

termo ( $\gamma_i$ ), pois o fato de  $\psi_i$  estar correlacionado com  $\gamma_i$  limita em muito a sua parametrização.

Também seria interessante testar outros valores para  $\varphi$  (que mede a sensibilidade a sensibilidade do rácio da alavancagem à taxa de retorno de mercado), atribuir diferentes  $\varphi$ 's conforme o rating atribuído à posição, pois empresas com rating diferentes tem diferentes facilidades e taxas de financiamento.

Não menos interessante, seria estudar qual o impacto que o tamanho de saltos ( $J_{i,l}$ ) e número de saltos ( $N_t$ ) teriam em ativos reais com diferentes ratings, mantendo os  $\psi_i$  e os  $\gamma_i$  utilizados (pois estes parâmetros ( $J_{i,l}$  e  $N_t$ ) foram calibrados usando como ativo de “referência”, a cotação da SP500 a 5 anos do 30 de setembro de 2014.

## 9. Referências Bibliográficas

- Aït-Sahalia, Y. (2004). Disentangling diffusion from jumps. *Journal of Financial Economics*, 74(3), 487–528.
- Allen, L. (2002). Credit Risk Modeling of Middle Markets. *Zicklin School of Business, Baruch College*, 1–45.
- Andersen, L., & Andreasen, J. (2000). Jump Diffusion Processes, Volatility Smile Fitting and Numerical Methods for Option Pricing.Pdf. *Review of Derivatives Research*, 4(3), 231–262.
- Arora, N., Bohn, J. R., & Zhua, F. (2005). Reduced-Form versus Structural Models of Credit Risk: A Case Study of Three Models. *Journal of Investment Management*, 3(4), 1–41.
- Atik, J. (2011). Basel II: A Post-Crisis Post-Mortem. *Transnational Law & Contemporary Problems*, 19, 731–759.
- Atkinson, P., & Blundell-Wignall, A. (2010). Thinking beyond Basel III. *OECD Journal: Financial Market Trends*, 2010(1), 9–33.
- Balin, B. J. (2008). Basel I , Basel II , and Emerging Markets: A Nontechnical Analysis. *The Johns Hopkins University School of Advanced International Studies (SAIS)*, 1–17.
- Bank for International Settlement. (2016). History of the Basel Committee and its Membership. Retrieved March 31, 2018, from <https://www.bis.org/bcbs/history.htm>
- Basle Committee on Banking Supervision. (1999). Credit Risk Modelling: Current Practices and Applications, 1–65.
- Benos, A., & Papanastasopoulos, G. (2007). Extending the Merton Model: A hybrid approach to assessing credit quality. *Mathematical and Computer Modelling*, 46(1–2), 47–68.
- Black, F., & Cox, J. C. (1976). Valuing corporate securities: Some effects of bond indenture provisions. *The Journal of Finance*, 31(2), 351–67.

- Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81(3), 637–54.
- Briys, E., & Varenne, F. (1997). Valuing risky fixed rate debt: An extension. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 32(2), 239–248.
- Cam, Yann Le; Jeanblanc, M. (2008). Reduced Form Modelling, 1–21.
- Chemouil, P. (2015). Analytical vs Simulation results? Retrieved March 31, 2018, from [https://www.researchgate.net/post/Analytical\\_vs\\_Simulation\\_results2](https://www.researchgate.net/post/Analytical_vs_Simulation_results2)
- Collin-Dufresne, P., & Goldstein, R. (2001). Do credit spreads reflect stationary leverage ratios? *Journal of Finance*, 56, 1929–57.
- Cooke, W. P. (2001). History Of The Basel Committee And Its Membership, 1–8.
- Crouhy, M., Galai, D., & Mark, R. (2000). A comparative analysis of current credit risk models. *Journal of Banking & Finance*, 24(1–2), 59–117.
- Daniélsson, J., Embrechts, P., Goodhart, C., Keating, C., Muennich, F., Renault, O., & Shin, H.-S. (2001). An Academic Response to Basel II. *LSE Financial Markets Group an ESRC Research Centre*, 2(SPECIAL PAPER NO 130), 25–48.
- Feng, L., & Linetsky, V. (2008). Pricing Options in Jump-Diffusion Models: An Extrapolation Approach. *Operations Research*, 56(2), 304–325.
- Gatzert, N., & Wesker, H. (2012). A comparative assessment of basel II/III and solvency II. *Geneva Papers on Risk and Insurance: Issues and Practice*, 37(3), 539–570.
- Goodhart, C. (2011). *The Basel Committee on Banking Supervision* (First Edit). Cambridge: University Press.
- Gordy, M. B. (2003). A risk-factor model foundation for ratings-based bank capital rules. *Journal of Financial Intermediation*, 12(3), 199–232.
- Hirtle, B. J., Levonian, M., Saidenberg, M., Walter, S., & Wright, D. (2001). Using Credit Risk Models for Regulatory Capital: Issues and Options. *Economic Policy Review*, 7(1), 19–36.

- Jarrow, R. A., & Protter, P. (2004). Structural versus reduced form Models: A new Information Based Perspective. *Journal of Investment Management*, 2(2), 1–10.
- Jobst, N. J., & Zenios, S. A. (2001). *Extending Credit Risk (Pricing) Models for the Simulation of Portfolios of Interest Rate and Credit* (25 No. 1). Center for Financial Institutions Working Papers. Pennsylvania.
- Jones, E. P., Mason, S. P., & Rosenfeld, E. (1984). Contingent claims analysis of corporate capital structures: An empirical investigation. *Journal of Finance*, 39, 611–627.
- Kapstein, E. (1991). Supervising International Banks : Origins and Implications of the Basle Accord. *Essays in International Finance*, (185), 1–45.
- Merton, R. . (1976). Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. *Journal of Financial Economics*, 3, 125–144.
- Merton, R. C. (1974). On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates. *The Journal of Finance*, 29, 449–70.
- Pedersen, M. S., & Krogsgaard, P. (2008). *A New Structural Approach to Credit Risk Modeling with an application to Credit Default Swap Pricing*. Aarhus School of Business.
- PricewaterhouseCoopers. (2017). ‘ *Basel IV* ’: *Big bang – or the endgame of Basel III ? BCBS finalises reforms on Risk Weighted Assets ( RWA ) The Basel Committee on Banking Supervision ’ s. PricewaterhouseCoopers LLP.*
- Torell, B. (2013). *Name Concentration Risk and Pillar 2 Compliance - The Granularity Adjustment*. KTH Royal Institute of Technology.
- Vasicek, O. A. (1987). *Probability of loss on loan portfolio*. San Francisco.
- Young, E. &. (2017). *Basel IV: finalizing post-crisis reforms December*. Ernst & Young Global Limited.
- Zamore, S., Ohene Djan, K., Alon, I., & Hobdari, B. (2018). Credit Risk Research: Review and Agenda. *Emerging Markets Finance and Trade*, 54(4), 811–835.

Zekry, A. (2015). What is the difference between analytical analysis and simulation? In sense of Monte Carlo simulation. Retrieved March 31, 2018, from

[https://www.researchgate.net/post/What\\_is\\_the\\_difference\\_between\\_analytical\\_analysis\\_and\\_simulation](https://www.researchgate.net/post/What_is_the_difference_between_analytical_analysis_and_simulation)

Zhou, C. (1997). *A Jump-Diffusion Approach to Modeling Credit Risk and Valuing Defaultable Securities. Finance and Economics Discussion Series.*

Zhou, C. (2001). The term structure of credit spreads with jump risk. *Journal of Banking & Finance*, 25(11), 2015–2040. Retrieved from <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378426600001680>

## 10. Anexos

### 10.1. Anexos 1

Este algoritmo tem como fim calcular a perda.

```
function loss= r(lambda )
    loss=0;
    A = importdata('data.dat');
    psi= A(1:####,1);
    rdiv=A(1:####,2);
    Pos=A(1:####,3);
    Perda=A(1:####,4);
    sectores = s();
    grupos = p();
    indiv = q();
    vector = a(lambda);
    k = b(vector);
    h = c(vector);
    for i=1:####
        vector = a(lambda);
        k = b(vector);
        h = c(vector);
        v0 = Pos(i);
        k1 = sqrt(1/12)*(sectores(i)/sqrt((sectores(i))^2+(grupos(i))^2+(indiv(i))^2))*0.04;
        k2 = sqrt(1/12)*(grupos(i)/sqrt((sectores(i))^2+(grupos(i))^2+(indiv(i))^2))*0.04;
        k3 = sqrt(1/12)*(indiv(i)/sqrt((sectores(i))^2+(grupos(i))^2+(indiv(i))^2))*0.04;
        ativos = d(v0,k1,k2,k3,k,h);
        psi=psy(i);
        ad=rdiv(i);
        default=e(ad,ativos,v0,psi);
        m = f(default,ativos);
        x = g(m);
```



```

        if max(x)>2
            y=1;
        else
            y=0;
        end
    end
    loss=y*Perda(i)+loss;
end
end

```

## 10.2. Anexos 2

Este algoritmo tem como finalidade calcular a probabilidade de incumprimento.

```

function y = funcao(lambda,ad,psi,v0,k1,k2,k3,n)
    y=0;
    for int = 1:n
        vector = a(lambda);
        k = b(vector);
        h = c(vector);
        ativos = d(v0,k1,k2,k3,k,h);
        default=e(ad,ativos,v0,psi);
        m = f(default,ativos);
        x = g(m);
        if max(x)>2
            y= 1+y;
        end
    end
    end
    y=(y/n);
    w=1-((1-y)^(1/5));
end

```

## 10.3. Anexo 3

### 10.3.1. Função b

Este algoritmo, constrói um vetor com valores binários, em que 1 representa o salto dado no mês posição  $t$ .

```

function k = b(vector)
    k = zeros(1,60);
    parfor j=1:60
        if vector(j) ~= 0;
            k(vector(j)) = 1;
        end
    end
end

```

### 10.3.2. Função c

Este algoritmo produz um vetor com amplitude dos saltos.

```

function h = c(vector)
    h = zeros(1,60);
    for z=1:60
        if z == 1 & vector(z)~=0
            h(vector(z))= norminv(rand(), 4, 0.25);
        end
        if z~=1 & vector(z) ~= 0
            if vector(z-1) == vector(z)
                h(vector(z)) = h(vector(z)) + nor-
minv(rand(), 4, 0.25);
            else
                h(vector(z)) = norminv(rand(), 4, 0.25);
            end
        end
    end
end
end

```

### 10.3.3. Função d

O algoritmo que gera os valores das posições.

```

function ativos = d(v0,k1,k2,k3,k,h)
ativos = zeros(1,60);
    for i=1:60
        A = randn(1,3);

        if i == 1

            if h(i) < 0.8*log(v0)
                ativos(i) = exp(log(v0) + 0.1/12 + (k1*A(1) +
k2*A(2) + k3*A(3))) - k(i) * exp(h(i));
            else
                ativos(i) = exp(log(v0) + 0.1/12 + (k1*A(1) +
k2*A(2) + k3*A(3))) - k(i) * exp(0.8*log(v0));
            end

        else
            if h(i) < 0.8*log(ativos(i-1))
                ativos(i) = exp(log(ativos(i-1)) + 0.1/12 +
(k1*A(1) + k2*A(2) + k3*A(3))) - k(i) * exp(h(i));
            else
                ativos(i) = exp(log(ativos(i-1)) + 0.1/12 +
(k1*A(1) + k2*A(2) + k3*A(3))) - k(i) * exp(0.8*log(ativos(i-1)));
            end

        end

    end
end
end

```

### 10.3.4. Função f

Este algoritmo tem como fim contar as vezes em que a posição entrou em crédito vencido ao longo 60 meses.

```
function m = f( default,ativos )
m = zeros(1,60);
for i=1:60
    if default(i) >= ativos(i)
        m(i) = 1;
    end
end
end
```

### 10.3.5. Função g

Este algoritmo foi criado para contar o número de créditos vencidos no último trimestre.

```
function x = g(m)
x = zeros(1,60);
x(1)=m(1);
x(2)=m(2);
for i=3:60
    for j=0:2
        x(i) = x(i) + m(i-j);
    end
end
end
```

**Note que:** Crédito vencido – Parte de uma operação de crédito que não tenha sido liquidada pelo devedor 30 dias após a data acordada para o efeito. A sua sistematização obedece às regras estabelecidas pelo Aviso 3/95 do Banco de Portugal, quando aplicável.