UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA

UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA

FAREM MATAGALPA

SEMINARIO DE GRADUACIÓN

Para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención en Matemática

Tema

Resolución de problemas en Geometría plana, aplicando el método de Polya, ciclo básico de secundaria, departamento Matagalpa, segundo semestre 2017.

Subtema

Resolución de problemas en área del círculo y longitud de la circunferencia, aplicando el método de Polya, octavo grado, turno matutino, Instituto Nacional La Dalia, Matagalpa, segundo semestre 2017.

Autores

Br. Norvin José Blandón Vallejos

Br. Trinidad Rivas Hernández

Tutor

MSc. Rudys Martínez

Enero, 2018

Índice

Dedicatoria

El presente trabajo lo dedicamos primeramente a Dios nuestro señor, por habernos dado el gran privilegio de llegar a esta etapa de desarrollo humano y profesional, dándonos todos los recursos que necesitábamos en el transcurso de la carrera.

A nuestros padres que nos brindaron su apoyo incondicional durante el tiempo de formación, y que con su apoyo y motivación hemos logrado tener una carrera universitaria.

A nuestros maestros que nos brindaron sus conocimientos y que también son ejemplo de profesionales comprometidos en la formación humanista de futuros profesionales.

Agradecimiento

A DIOS

Agradecemos a Dios que ha sido nuestra fortaleza a lo largo de nuestras vidas y que por su voluntad, amor y misericordia nos ha permitido culminar una de nuestras metas, no lo habríamos logrado si no nos hubiese permitido la vida, la sabiduría, la capacidad y la oportunidad de entrar a la universidad, culminar con éxito y que hoy nos permita ver el fruto de todos nuestros esfuerzo.

A LAS FAMILIAS

Agradecemos a nuestras familias, donde con amor, dedicación y sacrificio nos trajeron hasta donde estamos hoy, nos ayudaron a realizar nuestros sueños, a no darnos por vencido con ellos aprendimos que de las adversidades de la vida se aprende a ser mejor cada día.

A LOS MAESTROS

A los maestros que durante estos cinco años con paciencia y dedicación nos transmitieron todos sus conocimientos y experiencia para que nos esforzáramos por ser mejores cada día; Dios les bendiga siempre.

Valoración del docente

Por este medio avalo la entrega para su debida defensa ante el tribunal examinador del informe final del seminario de graduación para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención en Matemática, que lleva por nombre:

Resolución de problemas en Geometría plana aplicando el método de Polya ciclo básico de Secundaria departamento de Matagalpa, segundo semestre 2017

Resolución de problemas en área del círculo y longitud de la circunferencia aplicando el método de Polya, Octavo grado, turno Matutino, Instituto Nacional La Dalia, Matagalpa segundo semestre 2017.

Autores

Br. Norvin José Blandón Vallejos. N° Carné: 13061259

Br. Trinidad Rivas Hernández. N° Carné: 12075328

Considero que el informe final reúne los requisitos básicos establecidos en el Reglamento de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN-Managua, se ha cumplido con la metodología propuesta para desarrollar el seminario, así mismo la estructura obedece a lo contemplado en la normativa de la Universidad.

MSc. Rudys de Jesús Martínez

Tutor

UNAN Managua, FAREM Matagalpa

Resumen

La investigación está enfocada en la resolución de problemas en área del círculo y longitud de la circunferencia, aplicando el método de Polya en estudiantes de octavo grado, turno matutino, en el Instituto Nacional La Dalia, Matagalpa, segundo semestre 2017.

El principal objetivo de la investigación es analizar la resolución de problemas en área del círculo y longitud de la circunferencia aplicando el método de Polya en dicho centro de estudio. La investigación es descriptiva, de corte transversal, con enfoque cuantitativo y algunos aspectos cualitativos.

El uso del método de Polya está orientado a la resolución de problemas matemáticos, en el cual se pretende enriquecer la acción docente en beneficio de la formación estudiantil, fundamentada en las realidades cotidianas que permita que este método conlleve a facilitar el proceso de análisis, como estrategias metodológicas para la enseñanza - aprendizaje de área de círculos y longitud de la circunferencia.

La principal conclusión: la resolución de problemas en los contenidos de área del círculo y longitud de la circunferencia que se desarrollan en octavo grado de secundaria, evidencian algunos elementos del método de Polya, donde se realiza una discusión superficial de la incógnita, los datos y la respuesta en una situación planteada.

I. Introducción

En los últimos años ha tenido un gran cambio el sistema educativo nicaragüense promoviendo nuevas formas de enseñanza, tomando al estudiante como un ser activo, crítico y al docente como uno más del grupo, un facilitador de aprendizaje.

Este sistema ha propuesto que el enfoque oficial de la enseñanza de la Matemática, es la resolución de problemas vinculada a la vida cotidiana, sin embargo, en las aulas de clases esta es una realidad muy distinta donde los estudiantes y maestros resuelven ejercicios mecánicos en área del círculo y longitud de la circunferencia, lo que limita un aprendizaje en estos contenidos.

El enfoque que se describe anteriormente se basa en el método propuesto por George Polya que consta de cuatro pasos: entender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y visión retrospectiva. El cual permite la interacción entre los estudiantes, característica fundamental de la enseñanza de la Matemática eficiente, así mismo aprovecha esta circunstancia para el desarrollo de habilidades de argumentación y justificación, a través de la discusión en la solución de un problema.

En este orden de ideas se ha considerado esencial el método de Polya para la resolución de problemas, lo que conllevó a plantear la siguiente interrogante:

¿Cómo se está aplicando el método de Polya en la resolución de problemas en área del círculo y longitud de la circunferencia, octavo grado, Instituto Nacional la Dalia, Matagalpa, segundo semestre 2017?

Callejas (2012), desarrolló un estudio titulado solución de problemas a través del descubrimiento del método de Polya, su objetivo era proporcionar una sección de ejemplos adicionales donde se aplicará el método en la resolución de problemas, que permita la construcción de conocimientos significativos en los estudiantes y que sea como un detonador para el docente, permitiendo dejar de lado la aplicación de algoritmo.

Escalante (2015), realizó la tesis de grado con la investigación de "Método de Polya en la resolución de problemas matemáticos” (Estudio realizado con estudiantes de quinto primaria, sección "A", de la Escuela Oficial Rural Mixta "Bruno Emilio Villatoro López", municipio de La Democracia, departamento de Huehuetenango, Guatemala).

El objetivo fue determinar los procesos que aplica el método Polya en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado de primaria, identificar paso y estrategias para usarlo, el progreso adquirido mediante el uso de este método y el mejoramiento en los concursos de Matemática, permitiendo lograr de manera exitosa un interés estudiantil.

El desarrollo de esta investigación se encuentra estructurado en cuatro apartados:

El primer apartado corresponde a una información general de conceptos básicos de proceso de enseñanza-aprendizaje, ejercicio, problemas y modelos de resolución de problemas.

El segundo apartado describe el método de Polya para la resolución de problemas y su importancia.

El tercer apartado comprende los conceptos básicos de círculo y circunferencia, polígonos circunscritos e inscritos, posiciones relativas de dos circunferencias, longitud de la circunferencia y área del círculo.

El cuarto apartado se centra en proponer algunos ejemplos prácticos de la resolución de problemas con el método de Polya, en área del círculo y longitud de la circunferencia.

El propósito de la investigación es brindar una herramienta didáctica para el proceso de enseñanza- aprendizaje de la Matemática en cuanto a resolución de problemas, siguiendo una metodología definida, lo que contribuirá a fortalecer en los estudiantes la capacidad intelectual de manera más significativa, que estén preparados para enfrentarse a situaciones tanto de la vida académica como personal.

El enfoque de la investigación es de carácter cuantitativa, ya que se aplicaron instrumentos para obtener datos estadísticos, también tiene algunos aspectos cualitativos que permitieron el análisis de casos específicos, según los aportes y perspectivas que brindaron las personas. Esto conlleva a un análisis de las variables en estudio.

El tipo de investigación es descriptiva donde se refleja la forma y el proceso de la realidad actual en que se resuelven problemas aplicando Polya en octavo grado, detalla el uso y beneficio que contribuye este método, ya que está en ejecución en el currículo nacional básico de Nicaragua.

Está diseñada en forma no experimental de eje transversal, ya que se planteó la problemática durante un periodo de tiempo actual establecido que fue el segundo semestre 2017 y porque no se manipuló variables, el cual se centró en abordar conceptos y estudiar el contexto de la problemática.

Se trabajó con una población conformada por 112 estudiantes de octavo grado, dividido en cuatro secciones de clase: A, B, C, D y un docente que imparte la asignatura de Matemática. De acuerdo a la cantidad se seleccionó una muestra finita de 54 estudiantes, el cual se calculó con la fórmula estadística (Sheaffer Mendenhall y Ott, 2006, Pag.100)

$$n = \frac{N.q}{(N-1)D + p.q}$$

De donde:

n: tamaño de la muestra.

N: tamaño de la población.

P: proporciones generales.

q: proporciones generales.

D: constante que involucra el error.

$\mathrm{D} = \frac{\mathrm{B}^2}{4}$ Donde B, representa el margen de error permisible que oscila entre 0.01 y 0.10 (se aplicará un margen de 0,10 que significa el 10 % de error)

Sustituyendo estos valores en la fórmula estadística se obtiene:

$N = 112$ Estudiantes

$\mathrm{p} = \mathrm{q} = 0.5$

$\mathrm{B} = 0.10$

$$D = \frac{(0.10)^2}{4} = 0.0025$$

$$n = \frac{N.p.q}{(N-1)D + p.q}$$

$$n = \frac{(112)(0.5)(0.5)}{(112-1)(0.0025) + (0.5)(0.5)} \approx 54$$

Se aplicó el método científico-teórico ya que se consultó información bibliográfica para pasar de lo conceptual a las realidades, también el método empírico para explicar cada informe que se recolectó mediante los instrumentos.

Las técnicas e instrumentos para recolectar las informaciones fueron: la encuesta para los estudiantes, la entrevista a docentes y guía de observación al proceso de enseñanza – aprendizaje del área de círculo y longitud de la circunferencia.

La entrevista consta de un cuestionario de 9 preguntas abiertas, la encuesta tiene 10 preguntas cerradas con varias opciones de respuesta y la observación consta de 11 preguntas cerradas. Se utilizó un muestreo aleatorio sistemático a los estudiantes encuestados de acuerdo al listado de asistencia, donde se seleccionó a 13 estudiantes en la sección A, 14 en la sección B, 13 en la sección C y 14 en la sección D.

Para procesar la información de la encuesta se construyó una base de datos en el programa SPSS, en donde se creó tablas de resumen estadístico, diagramas para representar las cantidades y facilitar el proceso de análisis, redes sistemáticas en el caso de preguntas abiertas que son criterios u opiniones que se obtuvieron como idea principal para la descripción de las variables en estudio.

Las variables que se estudiaron son:

- Resolución de problemas en área del círculo y longitud de la circunferencia.
- Método de Polya.

II. Justificación

Este trabajo está orientado a la resolución de problemas en área del círculo y longitud de la circunferencia aplicando el método Polya, en octavo grado del Instituto Nacional la Dalia, Matagalpa, el cual se realiza porque es considerado una problemática, ya que en las aulas de clases los docentes y estudiantes se quedan con una parte de la enseñanza al solo resolver ejercicios, sin pasar al más alto nivel en la Matemática que es la resolución de problemas.

Es un tema importante porque resolver problemas con el método de Polya en área del círculo y longitud de la circunferencia contribuirá a que los estudiantes redescubran las soluciones del problema y no vean la clase de Matemática de una forma rutinaria, se logrará un aprendizaje significativo y serán capaces de enfrentarse a situaciones académicas o de la vida personal.

Los beneficiarios de los resultados de esta investigación son los estudiantes y otros profesionales que se interesen por realizar investigaciones relacionadas con la temática planteada, de manera que se mejore la enseñanza y que contribuya a un aprendizaje significativo, con fines prácticos en la realidad.

III. Objetivos

Objetivo general

Analizar la resolución de problemas en área del círculo y longitud de la circunferencia aplicando el método de Polya, octavo grado turno matutino, Instituto Nacional la Dalia, Matagalpa, segundo semestre 2017.

Objetivos específicos

1. Identificar los tipos de problemas en área del círculo y longitud de la circunferencia que se desarrollan en octavo grado, turno matutino, Instituto Nacional la Dalia.

2. Describir el proceso metodológico en la aplicación del método de Polya para la resolución de problemas en área del círculo y longitud de la circunferencia, octavo grado, Instituto Nacional la Dalia.

3. Proponer casos de resolución de problemas a través del método de Polya en área del círculo y longitud de la circunferencia, octavo grado, Instituto Nacional la Dalia.

IV. Desarrollo del subtema

4.1. Resolución de problemas matemáticos

4.1.1. Proceso de enseñanza- aprendizaje en la Matemática

> Proceso enseñanza-aprendizaje es el movimiento de la actividad cognoscitiva de los alumnos bajo la dirección del maestro, hacia el dominio de los conocimientos, las habilidades, los hábitos y la formación de una concepción científica del mundo. Se considera que en este proceso existe una relación dialéctica entre docentes y estudiantes, los cuales se diferencian por sus funciones; el instructor debe estimular, dirigir y controlar el aprendizaje de manera tal que el educando sea participante activo, consciente en dicho proceso de aprender (Ortiz, 2009, p.5).

La enseñanza está establecida por el maestro y su actividad, por los procesos que sirven para conocer, es decir, que involucra las funciones mentales del ser humano, la percepción, el lenguaje, la imaginación, pensamiento, intereses, que en ella se realizan y por los procesos educativos de acontecimientos en que se relaciona maestro y estudiantes.

En las aulas de clases los estudiantes se integran en actividades que promueven el desarrollo cognitivo, estas facilitadas por el docente con el fin de que conozcan de forma científica el mundo que les rodea.

4.1.1.1. Aprender y enseñar Matemática

> Aprender y enseñar Matemática es algo más que repetir las definiciones o ser capaz de identificar propiedades de números, magnitudes, polígonos u otros objetos matemáticos. La persona que sabe Matemática ha de ser capaz de usar el lenguaje y conceptos matemáticos para resolver problemas (Godino, 2004, p.66).

Poseer conocimientos matemáticos significa utilizar su lenguaje para resolver problemas de la vida real, por ejemplo encontrar ¿cuántas plantas de café se pueden sembrar en una manzana de terreno, con la condición de cultivarlas a una distancia de 2x1 vrs^2?

Uno de los aportes más grandes en la historia de la Didáctica Moderna de la Matemática surge en los años 60 y se le atribuye a Freudenthal al paso de la matematización, al mencionar que la enseñanza de la Matemática debe tener su importancia al relacionarla con la vida cotidiana, esto inmerso bajo una teoría de enseñanza realista.

> Los seguidores de esta corriente consideran que la Matemática es la actividad humana de buscar y resolver problemas de la realidad donde el estudiante es transferido por diferentes niveles de comprensión. Desde el enfoque de esta teoría, la Matemática no es una conexión de temas separados y aislados, es realista porque enfatiza la interrelación de las ideas y su utilidad (Rodríguez, 2013, p.90).

La Matemática realista se basa en la resolución de problemas de la vida cotidiana, en donde el estudiante sea capaz de un desempeño exitoso ante cualquier situación presentada, que involucre esta área de conocimiento en realizar operaciones Matemática, estimaciones de compras, ventas e inversiones, presupuestos, entre otros.

4.1.1.2. Aprendizaje significativo

La mayor parte de los profesores comparten actualmente una concepción constructivista de la Matemática y su aprendizaje. En dicha concepción, la actividad de los estudiantes al resolver problemas se considera esencial para que éstos puedan construir su propia instrucción.

El aprendizaje significativo está relacionado al constructivismo y al desarrollo de la psicología educativa.

> David Ausubel, Joseph Novax y Helen Hanesian, especialistas en Psicología educativa de la Universidad de Cornell, que tienen como precedente a Vigotski, han diseñado la teoría del aprendizaje significativo. Aprendizaje a largo plazo, o teoría constructivista, según la cual para aprender es necesario relacionar los nuevos aprendizajes a partir de las ideas previas del alumnado. Desde esta perspectiva el aprendizaje es un proceso de contraste, de modificación de los esquemas de conocimiento, de equilibrio, de conflicto y de nuevo equilibrio otra vez. Según Ausubel, Novax y Hanesian el mismo proceso de adquirir información produce una modificación tanto en la información adquirida como en el aspecto especifico de la estructura cognoscitiva con la cual aquella está vinculada (Vallori, 2002, p.16).

El aprendizaje significativo se refiere a los conocimientos que posee el estudiante. Estos los relaciona con los recientes para unificarlos y lograr una nueva revolución mental. Este permite comprender y deducir cada significado de los términos o simbología Matemática, logrando de esta manera pasar a otro nivel de experiencias. Un ejemplo para lograr un aprendizaje significativo en un concepto de área, seria primeramente a través de una lluvia de ideas o una discusión, para luego hablar de este concepto, con mayor formalidad y que lo pueda aplicar con ejemplos concretos.

> La actividad de resolver problemas es esencial si queremos conseguir un aprendizaje significativo de la Matemática, es uno de los vehículos principales del aprendizaje y una fuente de motivación para los alumnos, ya que la enseñanza y aprendizaje de la Matemática permite contextualizar y personalizar los conocimientos. Al resolver un problema, el alumno dota de significado a las prácticas Matemática realizadas, ya que comprende su finalidad (Godino, 2004, p.67)

La resolución de problemas en la vida cotidiana, es un punto muy importante para la contribución de aprendizajes duraderos, los estudiantes mediante esta concepción analizan, contrastan y luego lo aplican a situaciones nuevas, logrando enriquecer sus conocimientos.

Así, un estudiante siempre recordaría la ecuación de la longitud de la circunferencia, si se le pidiera decorar una lata con una cinta para utilizarla como florero si el diámetro de la lata es de 10 cm, y se le preguntara ¿cuántos centímetros de la cinta se necesitarán para rodear una vez la lata? Esto permitiría que el estudiante comprenda la importancia de la Matemática en la vida y se apropie del concepto de longitud de la circunferencia.

La investigación se centró en una concepción de enseñanza para la resolución de problemas, así de acuerdo a esto se conceptualiza los términos de ejercicios y problemas.

4.1.2. Concepto de ejercicio matemático

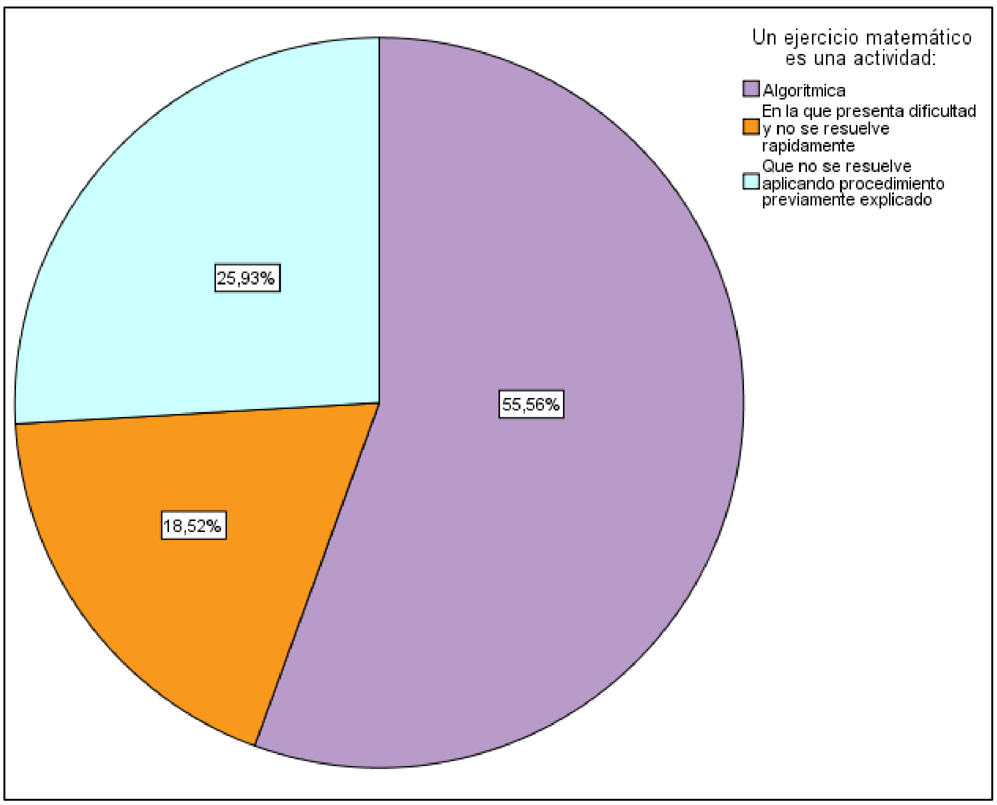
Según Kantowski, citado por Soria (2002), expresa que “un ejercicio es una actividad en la cual los alumnos aplican un algoritmo que conoce y que una vez aplicado lo llevaría a la solución” (p.20). Previamente a la clase los estudiantes realizan actividades con los mismos pasos explicados, estos basados en reproducir el mismo tipo de conocimiento.

Por ejemplo cuando el docente ejemplifica un procedimiento de como calcular el área de un círculo con diámetro de 2 cm, luego les pide a los estudiantes que calculen el área de los círculos de 3 cm, 4 cm ,5 cm, 6 cm, 8 cm de diámetro estaría poniendo en práctica procedimientos algorítmicos.

Los ejercicios son de gran importancia en la enseñanza de la Matemática porque ayuda a que los estudiantes se apropien de conceptos, propiedades y procedimientos que le permitirán pasar a otro nivel que es la resolución de problemas.

Cuando se les pregunta a los estudiantes ¿Qué es un ejercicio matemático? ellos dieron sus respuestas que se presentan en el gráfico 1.

Gráfico 1. Concepto de ejercicio.



Fuente: Resultado de la investigación.

De acuerdo a la pregunta número uno de la encuesta se observa en el gráfico que un 55.56% de estudiantes tienen conocimientos sobre lo que es un ejercicio matemático y el 44.44% que es la suma de las porciones del gráfico celeste y anaranjado no tienen dominio acerca del término. Mediante la entrevista el docente expresa que un ejercicio matemático es algo esquemático.

Tener conocimiento de lo que es un ejercicio matemático conduce a establecer diferencias entre problemas. La mayoría de los estudiantes concuerda que un ejercicio es repetir procedimientos en otras actividades similares, tareas que demandan un bajo nivel cognitivo, puesto que facilita encontrar los resultados brevemente. Los ejercicios representan una parte de la enseñanza de las Matemática, ya que permiten apropiarse de las propiedades, pero si se quedara en este nivel, se estaría dejando incompleta en su totalidad como ciencia, al no resolver problema.

4.1.3. Conceptos de problemas matemáticos

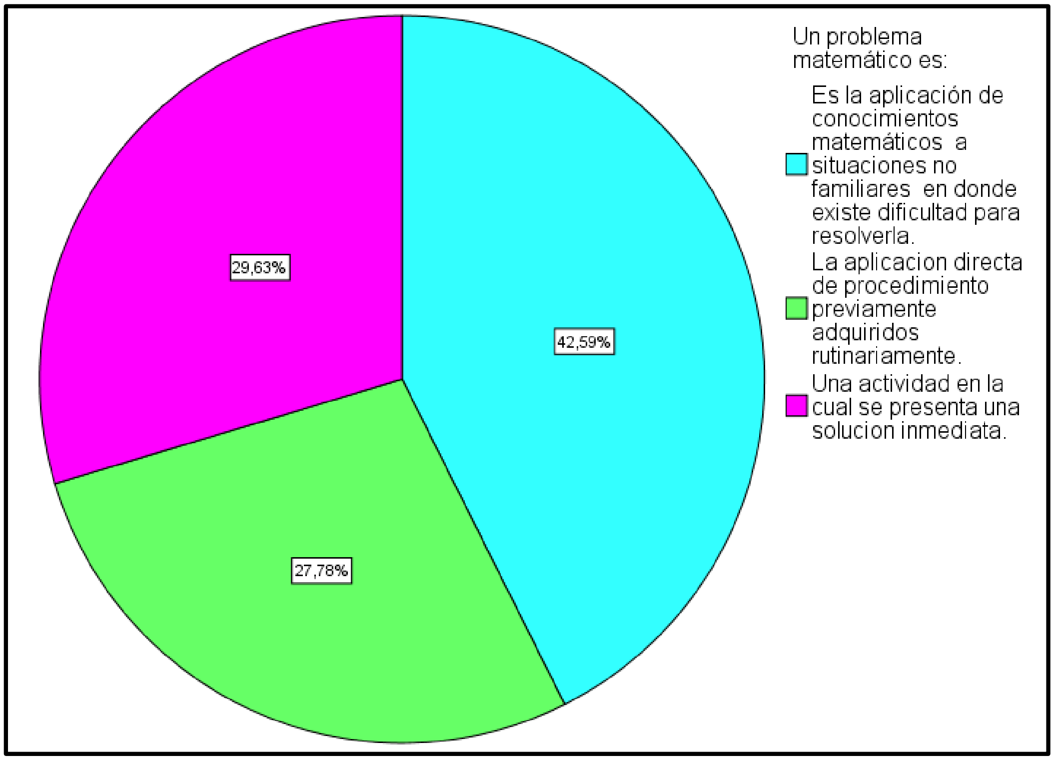
Para Calero (2009), "Un problema sería una cuestión a la que no es posible contestar por aplicación directa de ningún resultado conocido con anterioridad, para resolverla es preciso poner en juego conocimientos diversos, matemáticos y buscar relaciones nuevas entre ellas" (p.32). Un problema es una pregunta que no se responde de forma inmediata, para resolverla se tiene que investigar, analizar, reflexionar, argumentar y encontrar algo nuevo entre la pregunta y el conocimiento matemático.

Según Polya (1963), citado por Conejos y Ortega (2013), expresa que "Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata" (p.130). Tener un problema es investigar de una manera lógica un mecanismo adecuado para obtener una meta, a través de un proceso.

> El concepto de problema debe asociarse a la aplicación significativa (no mecánica) del conocimiento matemático a situaciones no familiares, la consciencia de tal situación, la existencia de dificultad a la hora de enfrentarse a ella y la posibilidad de ser resuelta aplicando dicho conocimiento (Carrillo, 1998, p. 87).

Es decir, el problema se relaciona con tener un conocimiento de conceptos matemáticos, propiedades, teoremas para aplicarlas a situaciones desconocidas, reconocer que existe esta situación, que es un obstáculo al momento de desafiarla y la certeza de encontrar la respuesta aplicando estos conocimientos adecuadamente. Cuando se pregunta en la encuesta ¿Qué es un problema matemático? Los estudiantes respondieron de la siguiente manera, ver gráfico 2.

Gráfico 2. Concepto de problema matemático



Fuente: Resultado de la investigación

Con respecto a la pregunta ¿Qué es un problema matemático? el 42.59% respondieron acertadamente, mientras el 57.41% respondieron de forma incorrecta.

En la entrevista la docente expresa que un problema matemático, es una situación que promueve el pensamiento. Los problemas matemáticos conllevan a la reflexión y crítica, a un desarrollo cognitivo, está muy relacionado con lo expresado por la docente. En cambio la mayoría de los estudiantes no dominan el significado de problema, confundiéndole con procesos que hacen a lo inmediato. Los problemas son el complemento de la Matemática en su totalidad, es por ello la necesidad de caracterizarlo de forma correcta frente a los ejercicios, en ellos se ponen en práctica los conocimientos adquiridos con anterioridad, permitiendo un aprendizaje a otro nivel.

En este apartado conviene señalar un aporte valioso sobre como un ejercicio puede ser un problema desde un punto de vista académico o que un problema puede convertirse en un ejercicio, así: Según Blanco, Cardenas y Caballero (2015), “Una actividad puede resultar un problema en algún momento al presentar alguna dificultad en su resolución y dejar de ser un problema cuando ya hemos asimilado el procedimiento de solución" (p.82). Un problema es una actividad en la cual se presenta algo diferente a lo previo y ya no lo es cuando sabemos los procedimientos para resolverlo.

"Cuando ya conocemos la situación y sabemos cómo resolverla, no nos enfrentamos a un problema, sino a un ejercicio que servirá para practicar la resolución" (Crispin, Doria, Rivera, de la Garza, Carrillo y Guerrero, 2011, p.182).

4.1.4. Características de un problema matemático

De manera general las características de un problema de acuerdo a Santos (2010), son:

1. La existencia de un interés.
2. La no existencia de una solución inmediata.
3. La presencia de diversos caminos o métodos de solución.
4. La atención por parte de una persona para llevar acabo un conjunto de acciones tendientes a resolver esta tarea.

Las características de un problema residen cuando un individuo tiene conciencia de la existencia de tal situación para él, ya sea porque a través de esta se adquiere un incentivo o por curiosidad propia, además este no se resuelve de manera rápida, se requiere de un espacio de tiempo con variados métodos para encontrar respuesta.

4.1.5. Diferencia entre un problema matemático y un ejercicio matemático

> Para resolver un ejercicio, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para resolver un problema, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta (Hernández y Villalba, 2003)

Para resolver un ejercicio se emplea una secuencia de pasos que se conoce con anterioridad y a través de estos se obtiene un resultado; para resolver un problema requiere de analizar, pensar de manera lógica y quizás inventar alguna estrategia nueva para hallar una respuesta.

Tabla 1. Diferencia entre problema y ejercicio

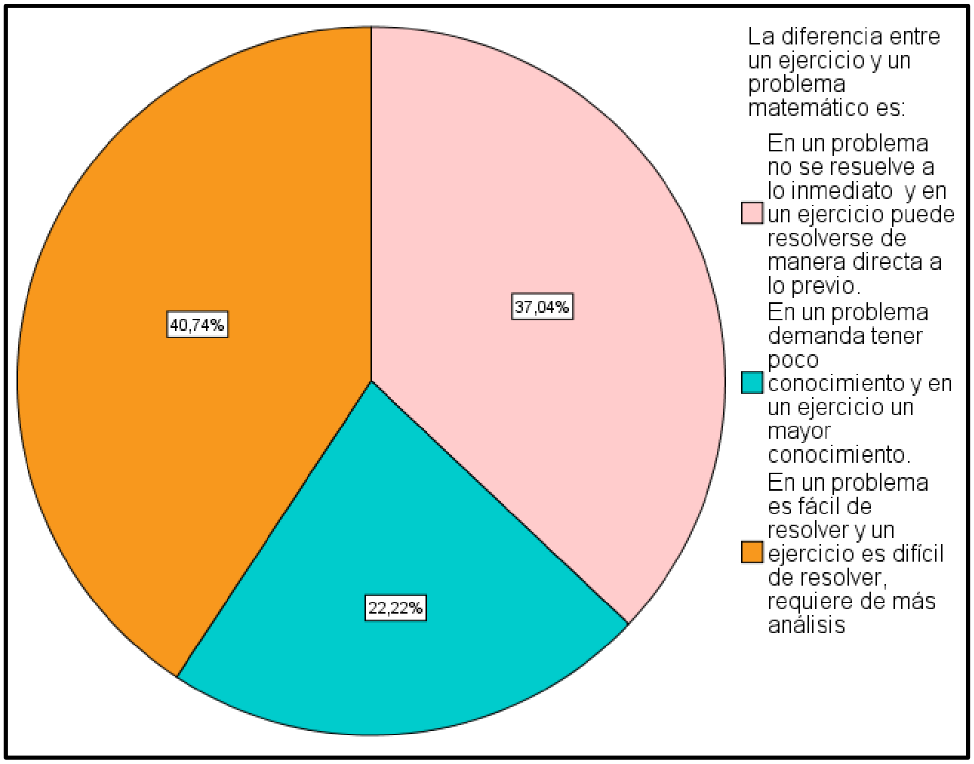
Problema matemático	Ejercicio de aplicación
-El individuo se ve expuesto ante una dificultad para la que no tiene un remedio inmediato. -El individuo se implica en su solución. -Requiere utilizar de modo estratégico los procedimientos previamente conocidos. -Las técnicas automatizadas pueden ser necesarias, pero no son suficientes para llegar a la solución. -Supone al individuo una demanda cognitiva de alto nivel. -La determinación de la información relevante es una pieza clave en la resolución del problema.	-Puede resolverse mediante la aplicación directa de un procedimiento previamente adquirido. - La aplicación rutinaria del algoritmo no exige ningún interés especial en el individuo que resuelve la tarea. -Requiere la mera aplicación de técnicas automatizadas, ya que éstas son necesarias y suficientes para llegar a la solución. -Supone al individuo una demanda cognitiva de bajo nivel. -El individuo no precisa discernir la información relevante de la irrelevante porque toda la información que aparece en el enunciado es necesaria para la solución.

Fuente: (Barroso, 2007, p.261)

Un problema en contraste a un ejercicio, tiene mayor complejidad puesto que requiere de un profundo análisis y diversas estrategias, sabiendo que para encontrar la respuesta tiene que seguir un procedimiento metodológico y más amplio. Un ejercicio para encontrar la solución solo se requiere de un algoritmo.

Cuando se le pregunta al estudiante en la encuesta si sabe diferenciar entre problema y ejercicio opinaron de las siguientes maneras:

Gráfico 3. Diferencia entre problema y ejercicio.



Fuente: Resultado de investigación

Los resultados obtenidos al diferenciar estos dos términos, el 37.04% de los estudiantes coinciden con la forma en que los diferencia Polya (1999) y el 62.96% respondieron de forma inadecuada.

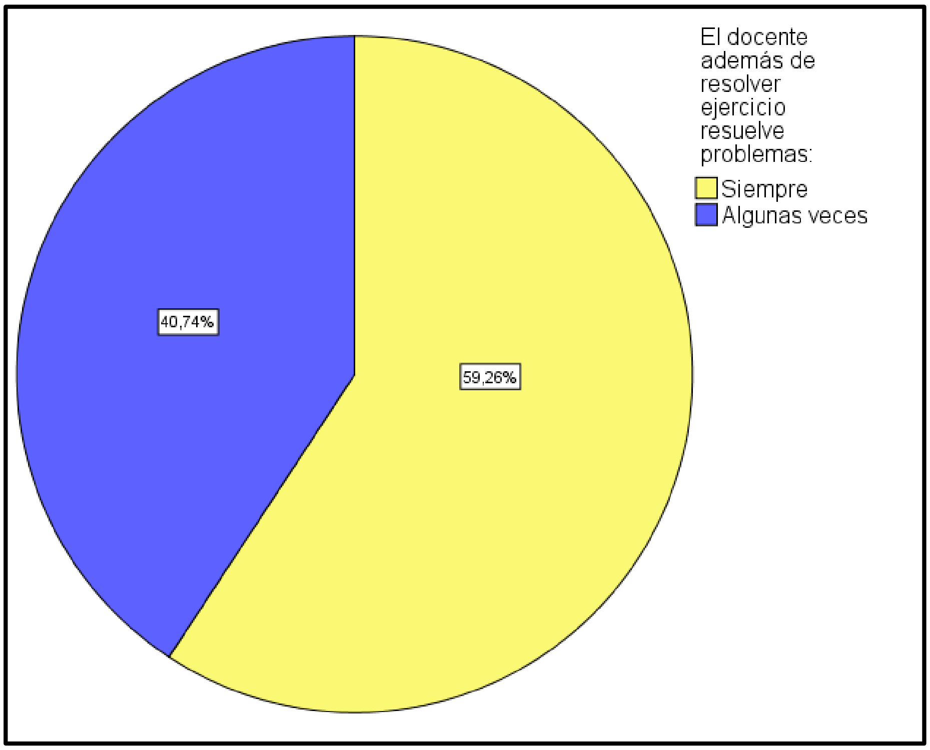
Mientras que el docente afirma que la diferencia es que el ejercicio es un esquema ya planteado y el problema es una situación que conlleva al estudiante a pensar y a buscar alternativa de solución.

Distinguir estos dos términos siempre ha sido importante para el docente, porque involucra a los estudiantes en las actividades que requieran de aprendizajes significativos, sabiendo que en un problema necesita de mayor espacio de tiempo, esto nos da entender que el docente tiene dominio de las diferencias entre ambos términos, no obstante los estudiantes no pueden distinguir la diferencia entre el significado de estas dos palabras, aunque es común que siempre las escuchen en el salón de clases en el área de Matemática.

En dependencia de las preguntas anteriores para reafirmar que si conocen ambos términos y sus diferencias, si en el aula de clases se está proponiendo actividades con características a los problemas se realizó la siguiente pregunta a los estudiantes ¿el docente además de resolver ejercicios, resuelve problemas?

Lo cual se obtuvo como respuestas lo siguientes. Ver gráfico 4.

Gráfico 4. Resolución de problema matemático por el docente.



Fuente: Resultado de la investigación

De acuerdo a la cuarta pregunta de la encuesta el 59.26%, afirman que el docente siempre resuelve problemas y ejercicios, mientras que el 40.74%, mencionan que el docente además de resolver ejercicios algunas veces resuelve problemas.

El paso de la solución de ejercicios es muy importante como base para darle seguimiento a la resolución de problemas, que es la esencia de la Matemática.

En los gráficos anteriores se refleja que los estudiantes no conocen acerca de los términos, sin embargo, se observó que el docente resuelve problemas porque cumplen conciertas características mencionadas anteriormente por Santos (2010), Pero no explica el significado de ambos términos, ni establece diferencia entre ambos.

Es sabido que si se evalúa que en realidad una actividad es un verdadero problema, entonces el estudiante estará listo para tener un momento de espera hacia la respuesta, que sea perseverante y autocritico, relacionando todos los conocimientos aprendidos y aplicarlos al problema, además que a los estudiantes les despierta curiosidad en actividades con estas características.

4.1.6. Tipos de problemas matemáticos

Existen diversos tipos de problemas, pero en la investigación se retoma los aportes que el currículo nacional ha diseñado y establecido los cuales son considerados para enseñarlos en el aula de clases.

Según documento elaborado por el (MINED, 2009), orienta en sus indicadores que “el estudiante debe formular y resolver problemas de su realidad donde se utilice longitud de la circunferencia y área del círculo” (p.120).

En el mismo, indica que sirve como un marco de referencia para la elaboración de libros de textos de Matemática; en estos libros se evidencian propuestas de problemas matemáticos al final de cada unidad, pero en este caso se analizó los problemas en la unidad de área y perímetro de polígonos regulares y el círculo, del libro de octavo grado, de los cuales se hace una revisión de cada uno de ellos para caracterizarlos a qué tipo de problema pertenece de acuerdo a los autores que se ha decidido exponer.

Según Blanco, Cardenas y Caballero (2015), mencionan que “son numerosas las acciones que los estudiantes debieran realizar cuando formulan o resuelven problemas: Comprender, Aplicar, Calcular, Generalizar, Comprobar” (p.125).

De alguna manera en Matemática determinar qué tipo de problema, ayuda a tener un conocimiento sobre que se puede realizar para resolver esta clase de problema, según sus característica en qué modelo puede basarse, quien lo resuelve y así encontrar respuesta de manera acertada.

De acuerdo a Díaz y Poblete (2001), los problemas se clasifican en rutinarios y no rutinarios:

a) Problema en un contexto real

Un problema se enmarca en un contexto real si se produce efectivamente en la realidad y compromete la actitud del alumno en la misma. Por ejemplo:
Mide con un hilo el diámetro y longitud de tres objetos circulares de distintos tamaño (un CD, un plato, una llanta de bicicleta) y calcula la razón entre el diámetro y la longitud de cada objeto. ¿Qué puedes concluir con estas razones?

b) Problema en un contexto realista.

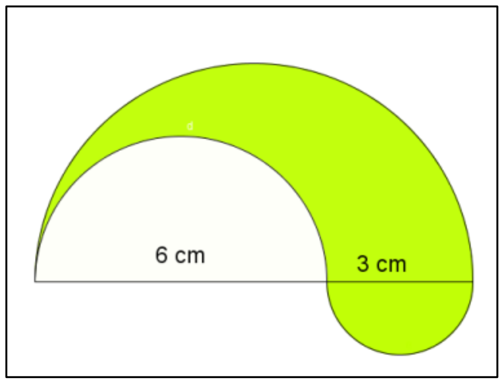
Un problema se enmarca en un contexto realista si es susceptible de producirse como una simulación de la realidad o de una parte de la realidad. Por ejemplo:
"El área de una piscina circular incluyendo el borde, es de 28,27 m^2 ¿cuántos metros cuadrados de baldosa serán necesarios para su construcción considerando que el radio de la piscina es 2,5 m?" (Rodriguez, 2014, p.271)

c) Problema en un contexto fantasista.

Un problema se enmarca en un contexto fantasista si es fruto de la imaginación y está sin fundamento en la realidad. Por ejemplo:
Unos extraterrestre invadieron la ciudad de Matagalpa, ellos andaban en una nave circular cuya longitud era 75,000 m ¿podría calcular el área de terreno que ocuparon cuando aterrizaron a suelo matagalpino?

d) Problema de contexto puramente matemático

Un problema se enmarca en un contexto puramente matemático si hace referencia exclusivamente a objetos matemáticos: números, relaciones y operaciones aritméticas, figuras geométricas etc. Por ejemplo, encontrar el área de la parte sombreada de la figura.



Fuente: (Rodriguez, 2014, p.271)

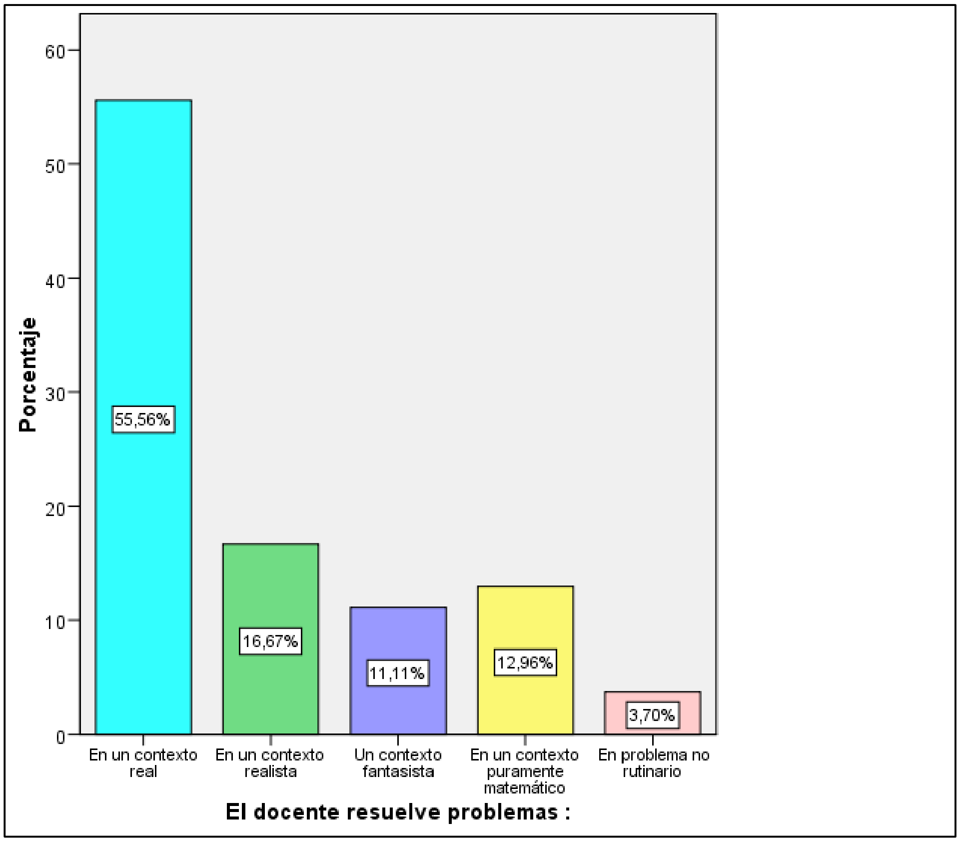
e) Problemas no rutinarios

Problemas no rutinarios son aquellos en que el alumno no conoce una respuesta ni un procedimiento previamente establecido o rutina, para encontrarla. Por ejemplo:

Una rueda de radio 8cm rueda a lo largo del diámetro de un semicírculo de radio 25 hasta que topa con este semicírculo. ¿Cuál es la longitud de la porción del diámetro que no puede ser tocado por la rueda?

Al momento de encuestar a los estudiantes con la siguiente interrogante ¿Qué tipos de problemas resuelven en el aula de clase? ellos respondieron:

Gráfico 5. Tipos de problemas que se desarrollan en octavo grado



Fuente: Resultado de la investigación

Con respecto al tipo de problema que se desarrolla en el aula de clases el 55.56% respondieron que la docente resuelve problemas en un contexto real, el 16.67% contestaron que son de tipo realista, 12.96% confirman que resuelve problemas puramente matemático, el 11.11% mencionan que se resuelve problema fantasista y 3.70% afirman que resuelven problemas no rutinarios.

En la entrevista al docente respondió que los problemas que resuelven en el aula de clases son de lógica, problemas donde hay varias respuesta y problemas de desarrollo, en la observación los tipos de problemas que resuelven es de tipo rutinario en un contexto realista.

Clasificar el tipo de problema, permite seleccionar actividades en donde se le pueda enseñar al estudiante la importancia de la Matemática, que tienen un fin práctico en la vida cotidiana, actividades que permiten un desarrollo del pensamiento y de manera lúdica, problemas que estimulan curiosidad en el estudiante, creando sentimientos positivos hacia la Matemática. En el aula de clase la docente menciona en los objetivos matemáticos, resolver problemas relacionado a la vida cotidiana que en otras palabra es un problema de contexto realista, que es lo que el programa propone, sin embargo, el docente desconoce la clasificación de problemas.

4.1.7. Conceptos de resolución de problemas matemáticos

Cawley y Miller (1986), citado por Barraso (2005, p.258), definen que "la resolución de problemas matemáticos (RPM) como la interpretación de la información y el análisis de los datos para alcanzar una respuesta aceptable o con objeto de sentar las bases para una o más alternativas posibles"**.** La resolución de problemas es comprender el enunciado y estudiar por partes cierta información que se relacionan, para hallar una respuesta.

Crispin et al. (2011), menciona que "La resolución de problemas es el proceso utilizado para obtener la mejor respuesta a una incógnita planteada, o para tomar una decisión ante una situación con base en algunas limitaciones" (p.182). Es el conjunto de pasos que se aplican para encontrar respuesta a una interrogante o para elegir una alternativa en una situación condicionada.

"La resolución de problemas en la enseñanza de la Matemática encuentra su justificación en saber aplicar los conocimientos previamente adquiridos. Esto es, asegurar el paso desde el conocimiento a su utilización práctica" (Leif y Dezaly, 1961). La resolución de problema depende de haber adquirido ciertos conocimientos, esto es conceptos, teoremas, definiciones que luego se aplican a situaciones no familiares.

Para resolver problemas se requieren de los métodos:

> Los métodos se refieren a los procedimientos que se siguen para resolver el problema y dependiendo de su naturaleza, pueden ser variados. Algunos autores los clasifican en algorítmicos y heurísticos. Los procedimientos algorítmicos, entendidos como procedimientos ordenados y definidos, aseguran que en un número finito de pasos se logre una solución óptima. Los heurísticos consisten en procedimientos paso a paso, que aseguran que se logrará una solución satisfactoria, pero no necesariamente óptima del problema. Se suelen utilizar en problemas mal estructurados y muchas veces la solución se va descubriendo en el mismo camino, enfrentando una serie de incertidumbres. Sin embargo, es un método que implica el descubrimiento, la evaluación, nueva búsqueda, reaprendizaje y reevaluación (Fernandez, 1995, citados por Crispin et. al , 2011, p.183).

Los métodos son el conjunto de pasos o procedimientos que se siguen para llegar al redescubrimiento de un problema matemático se dividen en dos algorítmicos y heurísticos:

Algorítmico: son unas series de normas que hacen posible la ejecución de las actividades, cumpliendo con una serie de pasos que no le originan duda a la persona que realiza dicha actividad. Se definen de manera específica en cada paso.

Heurísticos: es el conjunto de técnicas que se emplean con el fin de encontrar una solución al problema, a través de preguntas que estimulan el razonamiento, algunas siguen un proceso lineal en cada paso que se realiza originando dudas que conlleva a la reflexión. Este método es importante porque hace del estudiante un protagonista de su propio proceso.

4.1.8. Modelos de Resolución de problemas matemáticos

Existen varios modelos en la resolución de problemas, entre ellos se mencionan los más relevantes.

4.1.8.1. Modelo de Schoenfeld

> Inspirado en Polya diseña un modelo completo sobre estrategias heurísticas. Este modelo se basa en una observación minuciosa de cientos de individuos, en los cuales detecta bloques de conductas homogéneas en la globalidad del proceso de resolución. A diferencia del modelo anterior en la que destaca que la resolución implica un proceso lineal, Schoenfeld entiende que resolver un problema involucra

> caminos en zig–zag y marchas hacia tras y hacia adelante, distinguiendo cuatro fases (Schoenfeld 1985, citado por Blanco, 2010, p.14).

Primera fase: Análisis

1. Dibujar un diagrama siempre que sea posible.

2. Examinar casos especiales.

a) Seleccionar valores particulares para ejemplificar el problema y encontrarle el sentido.

b) Examinar casos límites para explorar el rango de posibilidades.

3. Tratar de simplificar el problema por medio de:

a) El uso de simetría.

b) Argumentos en los que no haya pérdida de generalidad.

Segunda fase: Exploración y ejecución

1. Considerar problemas equivalentes:

a) Remplazar algunas condiciones por otras equivalentes.

b) Rebobinar los elementos del problema en diferentes formas.

c) Introducir elementos auxiliares.

d) Reformular el problema usando:

i. Algún cambio de perspectiva o notación.

ii. Consideraciones que involucren el método de contradicción.

iii. El hecho de que el problema está resuelto y en base a esto determinar sus propiedades.

2. Considerar problemas modificados ligeramente:

a) Seleccionar sub metas.

b) Descomponer el dominio del problema y trabajarlo caso por caso.

3. Considerar los problemas sustancialmente modificados:

a) Diseñar un problema semejante con menos variables.

b) Fijar todas las variables, excepto alguna de ellas y analizar qué pasa.

c) Tratar cualquier problema relacionado que tenga semejanza con:

i. la forma.

ii. los datos.

iii. las conclusiones.

Cuarta fase: Verificar la solución

a) ¿Cumple la solución las siguientes pruebas?

b) ¿Usa los datos pertinentes?

c) ¿Concuerda con las predicciones o estimaciones originales?

d) ¿Resiste pruebas de simetría, dimensión, o escalas?

e) ¿Puede obtenerse de otro modo diferente?

f) ¿Puede ser reforzada con otros casos especiales?

g) ¿Puede reducirse a resultados conocidos?

h) ¿Puede ser generada a partir de algo que tú sabes?

4.1.8.2. Modelo de Miguel de Guzmán

Este modelo está basado en las estrategias heurística, como arte para de resolver problemas mediante el desarrollo de cuatros pasos para problemas generales y en particular los problemas matemáticos. Sigue un proceso donde involucra el cuestionamiento y reflexión de una manera personal.

1. Familiarizarse con el problema

a) Trata de entender a fondo la situación.

b) Con paz, con tranquilidad, a tu ritmo.

c) Juega con la situación, enmárcala, trata de determinar el aire del problema.

2. Búsqueda de estrategias

a) Empieza por lo fácil.

b) Experimenta.

c) Hazte un esquema, una figura, un diagrama.

d) Escoge un lenguaje apropiado, una notación apropiada.
e) Busca un problema semejante.
f) Inducción.

3. Desarrollo de la estrategia

a) Selecciona y lleva adelante las mejores ideas que se te hayan ocurrido en la fase anterior.
b) Actúa con flexibilidad.
c) No te frustres fácilmente.
d) No te obstines en una idea.
e) Si las cosas se complican demasiado, probablemente hay otra vía.
f) ¿Salió? ¿Seguro? Mira a fondo tu solución.

4. Revisión del proceso

a) Examina a fondo el camino que has seguido. ¿Cómo has llegado a la solución? o bien ¿Por qué no llegaste?
b) Trata de entender no solo que la cosa funciona, sino ¿por qué? funciona.
c) Mira si encuentras un camino más simple.
d) Mira hasta donde llega el método.
e) Reflexiona sobre tu propio proceso de pensamiento y saca consecuencias para el futuro.

4.1.8.3. Modelos de Mason

Según Gutiérrez (2002), Mason identifica en el proceso de resolver problemas tres fases:

1. **Abordar el tema.** En esta primera fase sugiere discutir tres preguntas, ¿Qué es lo que se ve?, ¿Qué es lo que yo quiero?, ¿Qué es lo que puedo usar?

2. **Resolver el problema.** En esta fase corresponde a una conjetura, convencer, justificar, y cómo reaccionar ante posibles dificultades.

3. **Evaluar el proceso.** Para la parte de la revisión Mason sugiere analizar la solución, revisar las operaciones, reflexionar acerca de las ideas y momentos importantes del proceso y extender el problema a contextos más rápidos.

Los modelos de resolución problemas son alternativas que permiten la oportunidad de reflexionar, a través de pasos para llegar a una respuesta acertada en donde el estudiante avance de una manera lineal, es decir, de manera jerárquica respetando el procedimiento. Los métodos anteriores tienen ciertas similitudes con las mismas visiones de redescubrir la solución de un problema.

En la entrevista de la pregunta 5 (Anexo 2) el docente responde que no sabe qué modelo aplica para resolver problemas, sin embargo en la observación el docente para resolver un problema hace división de la pizarra en tres columnas para ubicar datos, operación y respuesta.

De acuerdo a las características del método de Polya, la docente resuelve problemas utilizando algunos elementos de las fases que lo constituyen, promoviendo una discusión de manera puntual de la incógnita, los datos, la respuesta de la situación planteada y utilizando un procedimiento mecánico.

4.1.9. Enfoque de la enseñanza del área de Matemática en Nicaragua

> En nuestro país, como enfoque oficial de enseñanza de la Matemática se ha orientado la resolución de problemas. Este enfoque se basa en el método de resolución de problemas propuesto por George Polya (1945) y en los trabajos sobre enseñanza de la Matemática de otros investigadores como Jhon Dewey y Graham Wallas (López, 2015, p.57).

La resolución de problemas es un punto central de la Matemática. El Ministerio de Educación emplea este enfoque para brindar una educación de calidad, esto requiere que los docentes mejoren capacidades de instrucciones, implica un incremento en los conocimientos y en la forma de transmitirlo.

En la entrevista al docente de acuerdo al enfoque que utiliza para enseñar es el analítico crítico, que lleve al estudiante a reflexionar. Esta respuesta es acertada ya que la resolución de problema tiende a que los aprendices regulen y comprendan eficazmente, que les permita un mejor aprendizaje.

4.1.10. Importancia de la resolución de problemas en la enseñanza aprendizaje

El enfoque de la enseñanza de la Matemática curricularmente está basado en la propuesta del método de Polya donde oficialmente da a conocer la forma en que se desarrolla en las aulas de clase.

> Enfocar la enseñanza de la Matemática en la resolución de problemas permitirá que los estudiantes adquieran el hábito de resolver problemas siguiendo una estrategia definida, además, que estén listos para enfrentarse a situaciones cotidianas y profesional (López, 2015, p.56).

Desde esa perspectiva de enseñanza se incrementa el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes para que tomen decisiones certeras al momento de enfrentarse a un problema académico o en el entorno en el que se desarrolla.

“La importancia que se da a la resolución de problemas en los currículos actuales, es el resultado de un punto de vista sobre la Matemática, que considera que su esencia es precisamente la resolución de problemas” (Godino, 2004, p.38).

Es por eso que ahora la línea de la enseñanza y el aprendizaje está dirigida a ver con más precisión el proceso de análisis, exploración, conversación, inducir y deducir argumentos y con el propósito de olvidar lo mecánico, aunque no se puede separar los algoritmos de la manera rutinaria en que se aplica porque existe relación con resolución de problemas, en el cual se debe abordar de manera que se convierta en una situación didáctica permanente con el fin de alcanzar un logro.

La Matemática, tiene como fin proporcionar componentes necesarios para facilitar la interpretación y críticas de diversos contextos, capacidad para discutir y resolver problemas matemáticos que se encuentren en la vida diaria y profesional.

> El dar un papel primordial a la resolución de problemas y a la actividad de modelización tiene importantes repercusiones desde el punto de vista educativo. Sería cuanto menos contradictorio con la génesis histórica de las matemáticas, al igual que con sus aplicaciones actuales (Godino, 2004, p.26).

Esto deduce que hay que involucrar más al estudiante en la resolución de problemas, como algo común y no de una manera alejado de la realidad, donde se originen bases intuitivas para elaborar nuevos conocimientos matemáticos.

En la entrevista realizada al docente, en cuanto a la pregunta número siete del segundo anexo, responde que la importancia de enseñar en base a resolución de problemas es porque el estudiante desarrolla el pensamiento, aunque lo expresa con cierta brevedad, el docente tiene conocimientos y que coinciden con López (2015), puesto que si el estudiante se prepara intelectualmente podrá desenvolverse para tomar decisiones adecuadas ante cualquier situación.

4.1.11. Factores que intervienen en el proceso de resolución de problemas

Schoenfeld (1992), citado por Vilanova et al. (2001, p.5), quien señala que hasta el momento no existe un marco explicativo completo sobre cómo se interrelacionan los variados aspecto del pensamiento matemático, en este contexto, parece haber un acuerdo general sobre la importancia de estos cinco aspecto.

1. El conocimiento base (los recursos matemáticos)

Para entender el comportamiento individual de un sujeto puesto ante una situación Matemática, ya sea de interpretación o de resolución de problemas, se necesita saber cuáles son las herramientas Matemática que tiene a su disposición. En el análisis del rendimiento en situaciones de resolución de problemas se investiga sobre lo que el individuo sabe, como usa esos conocimientos las opciones que tiene a su disposición y porque utiliza y descarta algunas de ellas.

2. Las estrategias de resolución de problemas (heurísticas)

Las discusiones de las estrategias (o heurísticas) de resolución de problemas en Matemática comienzan con Polya, quien plantea cuatro etapas: entender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y visión retrospectiva.

3. Los aspectos metacognitivos

En el curso de una actividad intelectual, como por ejemplo, la resolución de problemas, en algún momento se hace un análisis de la marcha del proceso. Los aspectos metacognitivos se relacionan, con la manera en que se seleccionan y despliegan los recursos matemáticos y la heurística que se dispone.

4. Los sistemas de creencia

Las creencias concebidas como la concepción individual y los sentimientos que modelan la forma en que el individuo conceptualiza y actúa en relación con la Matemática, comenzaron a ocupar el centro de la escena de investigación en educación Matemática a partir de la última década.

5. La comunidad práctica

El aprendizaje es culturalmente modelado y definidos las personas desarrollan su comprensión sobre cualquier actividad, a partir de su participación en lo que se ha dado llamar la “comunidad práctica” dentro de la cual esa actividad es realizada. Las lecciones que los alumnos aprendan acerca de la Matemática en el aula son principalmente culturales y se extienden más allá del espectro de los conceptos y procedimientos matemáticos que se enseñan.

En la encuesta realizada al docente con respecto a las dificultades que se le presentan al enseñar en base a resolución de problemas, opina que la capacidad de análisis en los estudiantes es una de las limitantes que impiden transmitir conocimiento basado en este enfoque, además argumenta que en grados anteriores relacionado a este nunca resolvieron problemas.

De acuerdo a la entrevista del docente, coincide con Vilanova et al. (2001), quien expresa que el conocimiento base es una dificultad al momento de enseñar en base a resolución de problemas.

El desarrollo de una clase de Matemática, en cuanto a sus definiciones es decir la teoría, en la que representa los elementos debe ser de forma fructífera, es difícil que el estudiante tenga ideas si no tiene conocimientos concretos al momento de enfrentarse a una actividad con estas características, es imposible que comprenda que es lo que trata de responder, entraría en un conflicto internamente donde se bloqueará por completo, por ello es necesario que los conocimientos bases sean lo primordial.

4.2. Método de Polya

4.2.1. Reseña bibliografía de George Polya

> George Polya nació en Hungría en 1887. Obtuvo su doctorado en la Universidad de Budapest y en su disertación para obtener el grado abordó temas de probabilidad. Fue maestro en el Instituto Tecnológico Federal en Zurich, Suiza. En 1940 llegó a la Universidad de Brown en E.U.A. y pasó a la Universidad de Stanford en 1942. En sus estudios, estuvo interesado en el proceso del descubrimiento, o cómo es que se derivan los resultados matemáticos. Advirtió que para entender una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta. Por ello, su enseñanza enfatizaba en el proceso de descubrimiento aún más que simplemente desarrollar ejercicios apropiados. Para involucrar a sus estudiantes en la solución de problemas, generalizó su método en los siguientes cuatro pasos: **Entender el problema, Configurar un plan, Ejecutar el plan, Mirar hacia atrás.** Polya, que murió en 1985 a la edad de 97 años, enriqueció a la Matemática con un importante legado en la enseñanza de estrategias para resolver problemas (Hernández y Villalba, 2003).

4.2.2. Concepto de método

> La palabra método viene del Latín methodus, que a su vez, tiene su origen en el griego, en las palabras meta = meta y hodós = camino, Por consiguiente, método quiere decir camino para llegar a un lugar determinado, camino que se recorre, camino para llegar a un fin (Torrez y Giron, 2009, p. 59).

Es un camino para lograr los objetivos propuestos en el proceso educativo, el método es la estructura, el orden. Es una secuencia de acciones que desarrolla un sujeto para satisfacer una necesidad, en este caso resolver problemas.

Método de Polya

Método de Polya se refiere a los procedimientos con un orden lógico que se sigue para resolver un problema, llamado así porque él fue quien los idealizó y los llevó a cabo con los estudiantes, quien menciona que se siguen cuatro pasos, entender el problema, concebir el plan, ejecutar el plan y la visión retrospectiva.

“Para involucrar a sus estudiantes en la solución de problemas, generalizó su método en los siguientes cuatro pasos: entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan, mirar hacia atrás” (Hernández y Villalba, 2003). Polya se interesó en que los estudiantes se apropiaran de un método que facilitara resolver problemas, de una manera que ellos realizaran juicios y fueran protagonista de su aprendizaje.

“Polya basa su programa en el resolutor ideal, esto es el sujeto que al resolver un problema avanza linealmente desde el enunciado hasta la solución” (Blanco, 2010, p.13). Para resolver un problema mediante el método de Polya se siguen los pasos ya establecidos de manera ordenada, esto es a medida que se termina la primera fase, se va a continuar con la segunda fase y así hasta llegar a la respuesta.

De acuerdo a la entrevista realizada al docente en la pregunta nueve ¿Qué es el método de Polya? respondió que es un método basado en el desarrollo cognitivo, y los pasos que se utilizan son analizar el problema, plantear y encontrar una solución, leer varias veces el problema y utilizar variables para representar los términos desconocidos y si es posible hacer un dibujo. Mediante la guía de observación el docente resuelve problemas dividiendo la pizarra en tres columnas datos, operación y respuesta.

Existe una gran divergencia entre lo mencionado por el docente y lo que se observó en el salón de clases, está claro que el método de Polya desarrolla un pensamiento cognitivo, sin embargo son procedimientos que se realizan y van de forma lineal y que de acuerdo a Hernández y Villalba (2003), el docente desconoce los pasos que se siguen mediante este método para resolver problemas.

El método de Polya permite que el estudiante resuelva un problema de manera consciente en cada paso que realiza, promoviendo un ambiente de discusión en donde el alumno sea protagonista al momento de resolver; es necesario que los estudiantes de secundaria tengan conocimiento acerca del método como una alternativa, permitiendo así el redescubrimiento de la solución a un problema.

4.2.3. Pasos del método de Polya

Comprender el problema

Este primer paso consiste en la interpretación del enunciado, una de las facetas que se debe insistir es en el análisis.

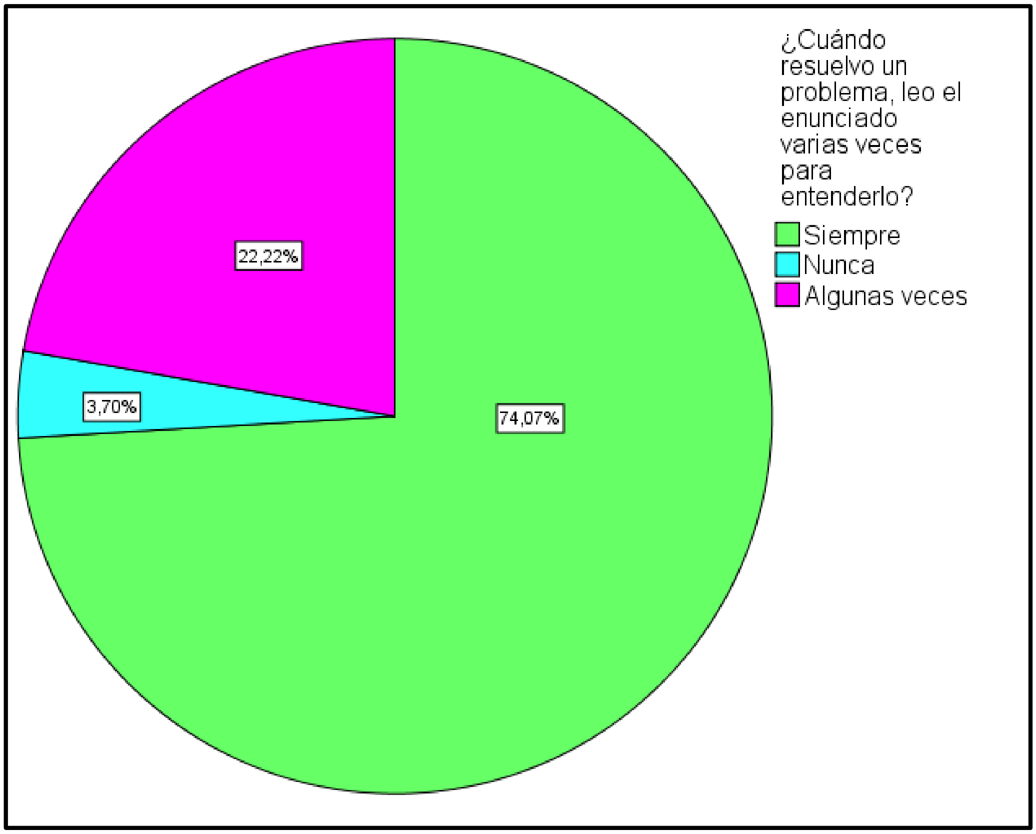
"Los cuales hace preguntas sobre un razonamiento ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictorio?" (Polya, 1999, p.20).

La primera fase consiste en comprender el problema, reflexionando las preguntas antes descritas, para obtener un esquema mental, que permitan concentrarse en el significado de cada uno de los datos que ofrece en el problema y la manera como están relacionado.

En esta primera parte se empieza desde la lectura inicial del enunciado hasta la concentración del mismo a partir del aislamiento y distinción de cada uno de los componentes del problema, la incógnita que es el móvil del problema, la pregunta a responder.

En cuanto a la pregunta de la encuesta a estudiantes ¿cuándo resuelvo un problema, leo el enunciado varias veces para entenderlo? Las respuestas son las siguientes:

Grafico 6. Lectura inicial del problema



Fuente: Resultado de la investigación

El 74.07% expresan que siempre leen varias veces el enunciado de un problema, para entenderlo, mientras 22.22% mencionan que algunas veces leen el enunciado del problema y el 3.70% nunca leen el problema.

Mediante la observación el docente promueve participación en sus estudiantes, acerca de los datos y la incógnita del problema, de tal manera que haya interacción entre los estudiante para fortalecer los conocimientos y que se concrete un mayor aprendizaje.

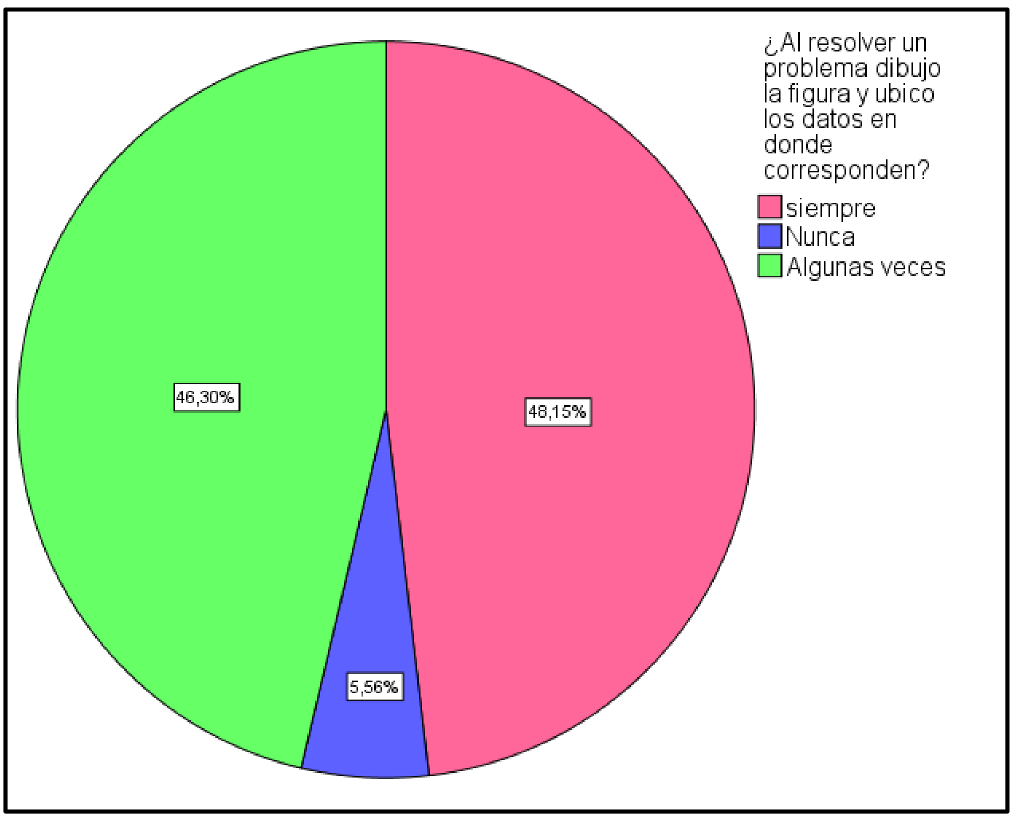
Esto da entender que la mayoría de los estudiantes analizan el enunciado del problema, cumpliendo así con una parte del primer paso al reflexionar cual es la situación presentada, lo cual es muy importante porque es un avance hacia la solución del problema.

De acuerdo a lo observado, aunque se discute con un lapso de poco tiempo los datos y lo que tratan de encontrar lo realiza de una forma mecánica los estudiantes.

Los datos son las cantidades constantes en términos de magnitudes, tamaño, longitud, amplitud, ancho y las condiciones de relación, de cada componente implicado en el enunciado, las cuales son las reglas, las restricciones que están en concordancia de las que tienen las distintas magnitudes.

Respecto a la pregunta de la encuesta a los estudiantes ¿Al resolver un problema dibujo la figura y ubico los datos en donde corresponden? obtuvimos la siguiente información

Gráfico 7. Dibuja la figura y ubica los datos correspondientes.



Fuente de la investigación

En el gráfico 7, el 48.15% respondieron que siempre hacen un dibujo y ubican los datos donde corresponden al resolver un problema, mientras que un 46.30% algunas veces hacen este procedimiento y el 5.56% nunca hacen esta actividad.

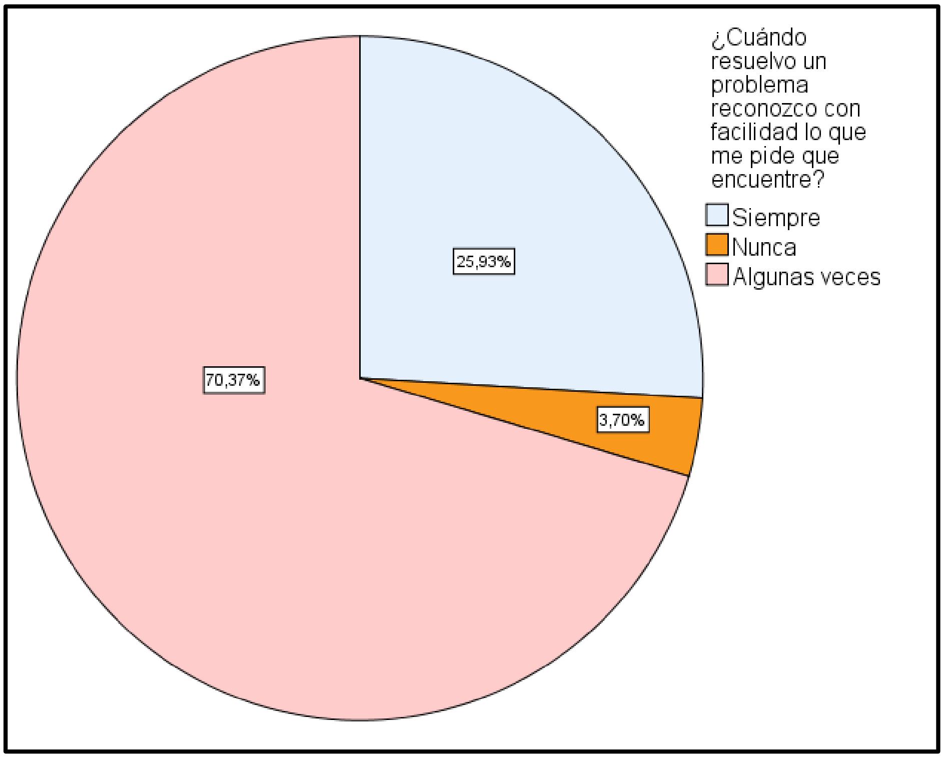
Mediante la observación de la pregunta 7, la docente promueve la participación activa para que los estudiante ubiquen los datos adecuadamente según la necesidad del problema; algunos dudan si en verdad estos datos y si realmente corresponden a ese elemento en la figura.

El estudiante que recuerda el significado de cada término matemático en Geometría, se le hace más fácil de ubicar los datos donde corresponden, avanzando de forma acertada hacia la resolución de problema, ya que son los conocimientos bases que están en juego en este paso.

La comprensión del problema permite concentrarse en la información principal y esencial, para descartar información que distorsiona, que aleja la meta establecida, es decir, distingue datos que no son útiles, datos repetidos y observar si estos son los suficientes para resolver el problema, si son contradictorios o no cumplen con las condiciones para resolver el problema. Seguidamente se podría reformular el problema con las propias palabras, lo cual es un avance para resolver un problema.

En la pregunta ¿Cuándo resuelvo un problema reconozco con facilidad lo que pide que encuentre? Los estudiantes respondieron:

Gráfico 8. Comprensión de la incógnita



Fuente: Resultado de la investigación

De acuerdo al gráfico 8, el 70.37% de estudiantes expresaron que algunas veces reflexionan acerca de la pregunta del problema al que darán solución, un 25.93% testifican que siempre reconocen con facilidad la incógnita del problema, mientras que un 3.70% no logran reconocer lo que pide el problema.

Que los estudiantes logren reflexionar acerca de la incógnita del problema, conduce hacia donde van sus esfuerzos de este momento, visualizan una proximidad de la ruta, así como los medios que utilizaran para llegar a la solución.

Concepción de un plan

El segundo paso para resolver un problema es mediante la concepción de un plan, de manera que las preguntas sobre la cual se debe razonar son las siguientes,

> ¿Se ha encontrado con un problema semejante? O ¿ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? ¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? Mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que le sea familiar y que sea la misma insignita o una incógnita similar. He aquí un problema relacionado al suyo y que se ha resuelto ya.

> ¿Podría usted utilizarlo? ¿Podría utilizar su resultado? ¿Podría emplear su método? ¿Le haría a usted falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo? ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones. Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema similar. ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema más análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? Considere solo una parte de la condición; descarte la otra parte; ¿En qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puede pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que la nueva incógnita y os datos estén más cercanos entre sí? ¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha empleado toda la condición? ¿Ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema? (Polya, 1999, p.20).

En esta fase se define la metodología que se utilizara para llegar el resultado. Es la visualización mentalmente de un procedimiento o técnica, cuya ejecución surge imaginativamente y está vinculado a las condiciones del problema.

Este paso es el cómo son las actividades que se realizan para alcanzar el objetivo, es una forma de explorar la mejor idea mediante la revisión de lo que se ha pensado, visto o imaginado.

Es importante tener en cuenta que no toda idea puede convertirse en una estrategia, cuando la idea no es de utilidad, no hay que continuar pensando en ella, es mejor descartarla y pensar en otras alternativas.

En este paso es muy importante que el estudiantes tenga conocimientos concretos relacionados al problema, para que puedan surgir ideas que repercutan a una mejor comprensión, en caso contrario será imposible que pueda imaginar una ruta a la solución.
Aquí mismo se elige el tipo de estrategia que es conveniente o está en concordancia con el problema, se decide hacer a través de una tabla, un dibujo, problema parecido, diagrama u otras actividades que guíen a una respuesta.

Ejecución del plan

> El tercer paso para resolver un problema es ejecutar el plan de solución, en donde se da uno de los pasos, que se realice un juicio mediante las preguntas ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo? (Polya, 1999, p.20).

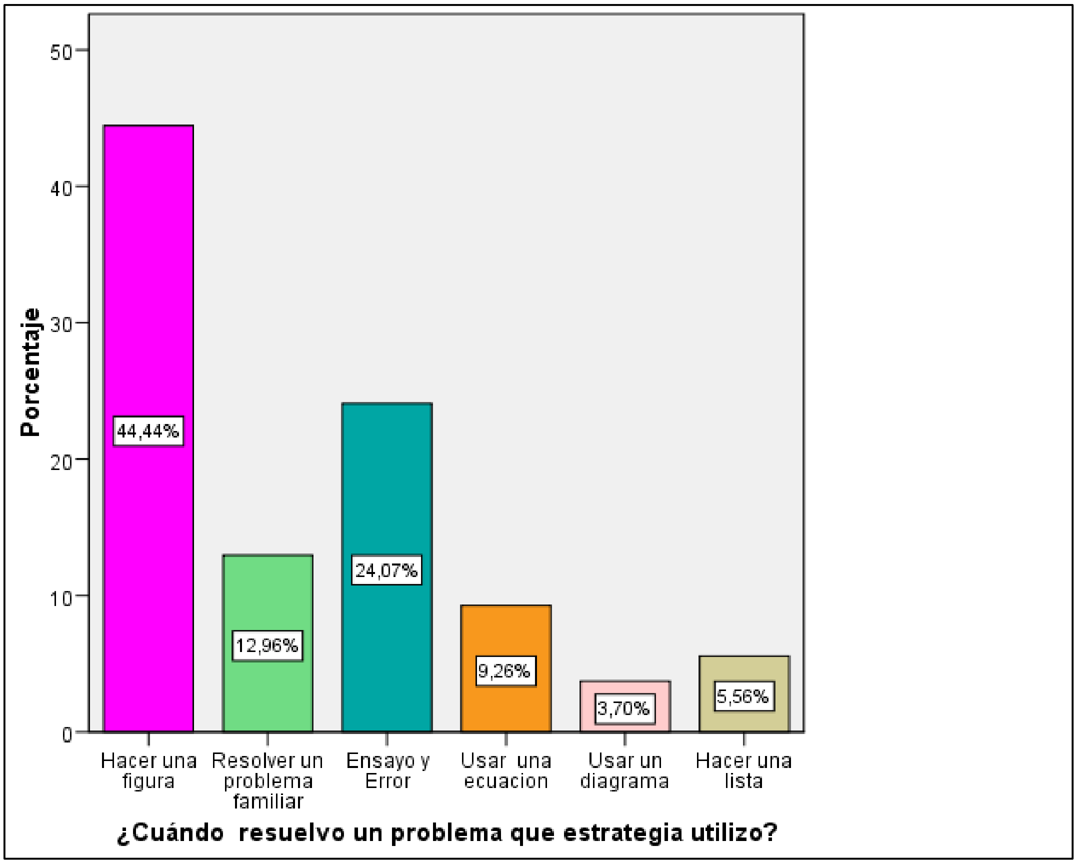
En esta etapa se materializa el plan concebido, a través de la realización de cada uno de los procedimientos que integran el plan en su totalidad, es decir, se realiza un esquema mental bien coordinado a partir de los datos a lo desconocido, de lo que se tiene a lo que se quiere llegar.

Este proceso se refiere a la concentración y la atención sostenida en el objetivo que se pretende lograr con cada operación hecha, se trabaja de manera consciente de lo que se está realizando de manera que el resolutor pueda controlar eficazmente sus propios procesos mentales.

La ejecución del plan en la práctica no es de forma mecánica, sino un proceso reflexivo y crítico que se ha ideado para resolver el problema, donde se está en constante revisión, visualizando los pasos siguientes para darle salida al problema.

De acuerdo a la pregunta de la encuesta realizada al estudiante ¿Cuándo resuelvo un problema que estrategia utilizo? Respondieron de la siguiente manera:

Gráfico 9. Estrategia para resolver problemas



Fuente: Resultado de la investigación

El 44.44% de los estudiantes respondieron que para resolver un problema dibujan una figura, el 24.07% usan el ensayo y error, un 12.96% resuelven un problema familiar, el 9.26% hacen uso de ecuaciones, un 5.56% hacen lista para resolver un problema y 3.70% hacen uso de un diagrama.

En la observación se ve que la docente no promueve alguna discusión de la estrategia, pues hace uso directo de utilizar una ecuación y sustituirla con datos del problema, limitando a los estudiantes a explorar soluciones.

Es debido que los estudiantes piensen y trabajen por sí mismo, ya que es de gran importancia que ellos utilicen cualquier forma para resolver problemas, siendo momento oportuno para fomentar el razonamiento y la creatividad a partir de los conocimiento previos.

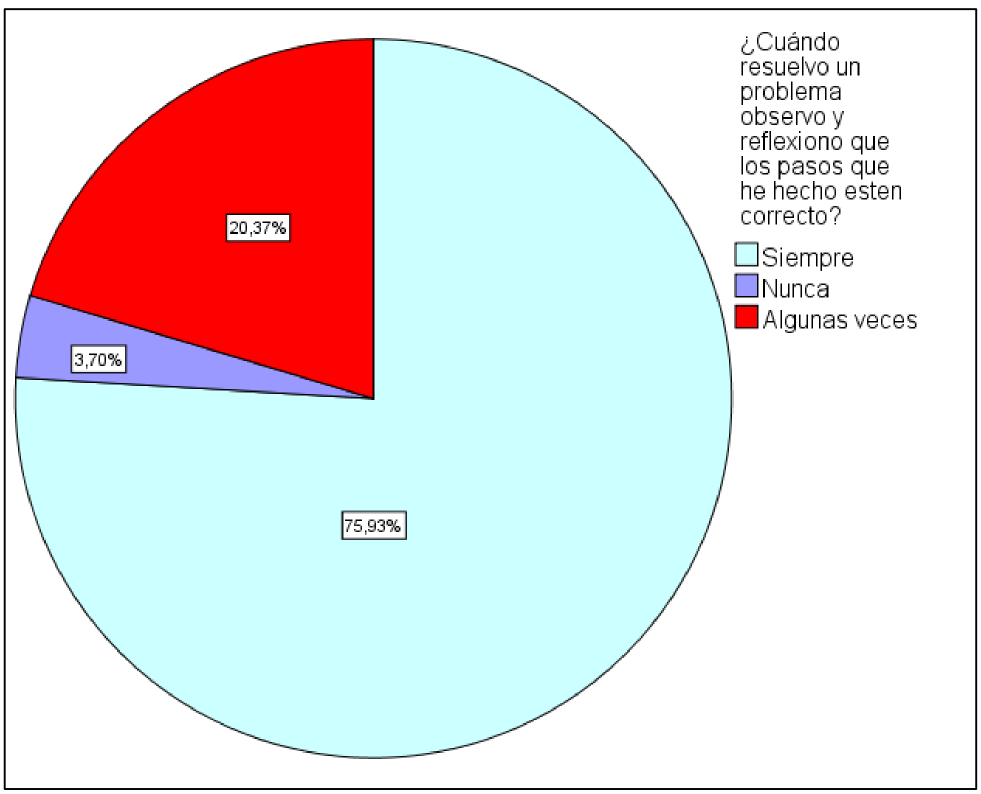
Visión retrospectiva

> El cuarto y último pasos para resolver problemas, es mediante una visión retrospectiva, invita al cuestionamiento de la manera siguiente ¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo de golpe? ¿Puede usted emplear el resultado o el método en algún otro problema? (Polya, 1999, p.20)

Consiste en reflexionar el proceso de resolución llevado a cabo, permite verificar que las actividades se ajusten a lo proyectado con miras a realizarse de la mejor manera, que afecte el grado de dificultad del problema para adquirir nuevos conocimientos y utilizar este proceso para un problema que ofrezca las condiciones iguales.

En cuanto a la pregunta diez de la encuesta ¿Cuándo resuelvo un problema observo que los pasos que hecho están correcto? los estudiantes respondieron:

Gráfico 10. Verificación de los pasos



Fuente: Resultado de la investigación

El gráfico 10 permite ver que 75.93% de estudiantes verifican las respuesta al momento de resolver problemas, mientras que 20.37% no comprueban con frecuencia que los pasos que han realizado son los correctos y un 3.70% nunca critican si los pasos que han hecho son los indicado.

Mediante lo observado cuando se enseña a resolver problemas, la docente razona con sus estudiantes acerca de los pasos que han hecho y solo da la respuesta de manera directa.

Se propone que en este paso los estudiantes revisen críticamente el trabajo realizado, mediante una autoevaluación de los pasos que han ejecutado en todo el proceso para encontrar la respuesta al problema.

4.2.4. Importancia del método de Polya para la resolución de problemas matemáticos

El método de Polya dentro de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática es importante, porque a través de este se le invita al estudiante a que reflexione y critique sus razonamientos a la hora de resolver un problema.

"Indica claramente cómo puede proceder el maestro en clase, a veces los libros de texto dan la solución o el procedimiento de una construcción de un solo golpe, sin discusión" (Polya, 1999). Una sugerencia de como el docente debe impartir una clase, donde los estudiantes participen activamente redescubriendo o razonando lógicamente el procedimiento al momento de resolver un problema matemático.
Con la aplicación de este método los estudiantes trabajan analíticamente de forma racional; aportan ideas, criterios e intereses, fomentan la unidad y el trabajo en equipo.

4.3. Círculo y circunferencia

4.3.1. Concepto de circunferencia y sus elementos

"Circunferencia es el conjunto de todos los puntos de un plano que equidistan de otro punto llamado centro" (Baldor, 1999, p.128). La circunferencia es el conjunto de puntos del plano que se encuentran a la misma distancia de un punto fijo, llamado centro.

Elementos de una circunferencia

Centro: Es el punto situado en su interior que se encuentra a la misma distancia de cualquier punto de la circunferencia.

Cuerda: Es el segmento que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia.

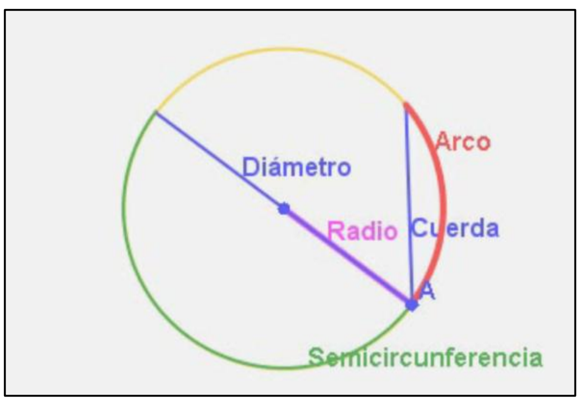
Radio: Es el segmento que une cualquier punto con el centro.

Diámetro: Es la cuerda que pasa por el centro de la circunferencia.

Arco: Es el segmento de la circunferencia comprendida entre dos puntos de la circunferencia.

Semicircunferencia: Es el arco que abarca la mitad de la circunferencia.

Figura 1. Elementos de la circunferencia



Fuente: Elaboración propia

4.3.2. Concepto de círculo y sus elementos

"Se llama círculo al conjunto de puntos del plano formado por los puntos de la circunferencia unido con el conjunto de puntos perteneciente al interior de la circunferencia" (Rodríguez, 2014, p.250). Es decir, el círculo comprende a todos los puntos de la circunferencia y también a todos los puntos interiores a ella.

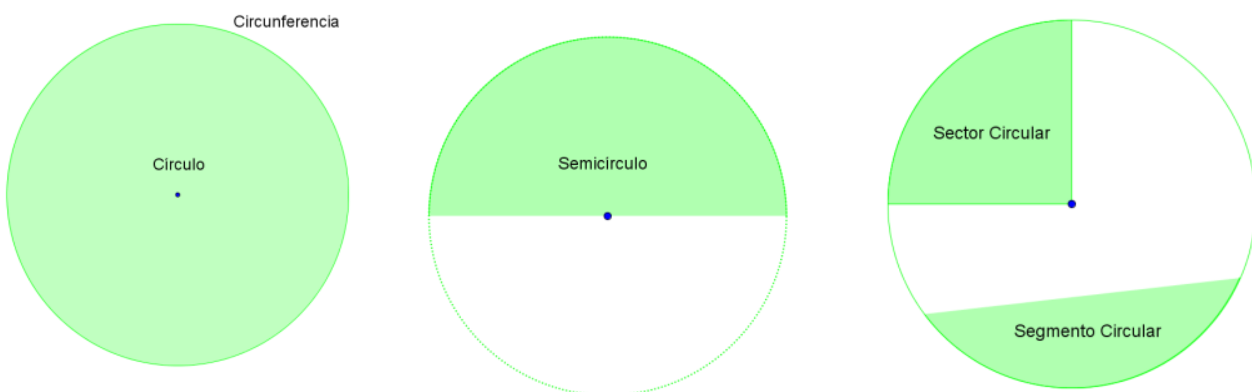
Elementos de un círculo:

Semicírculo: Mitad de un círculo. El diámetro divide al círculo en dos semicírculos.

Sector circular: Porción de círculo limitado por dos radios y sus arcos.

Segmento circular: Porción de círculo limitado por una cuerda y su arco.

Figura 2. El círculo y sus elementos



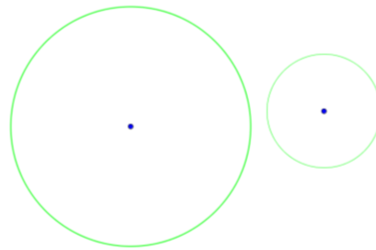
Fuente: Elaboración propia

4.3.3. Posición relativa de dos circunferencias

Baldor (1999), afirma que "dos circunferencias pueden tener, en un plano varias posiciones relativas" (p.141). Es decir, que dos circunferencias tienen posibilidades de estar ubicadas en diferentes maneras en un plano.

Circunferencias exteriores: Los puntos de cada una son exteriores a la otra.

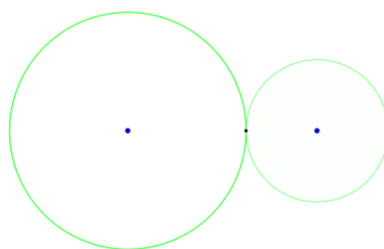
Figura 3. Circunferencias exteriores.



Fuente: Elaboración propia

Circunferencia tangente exteriormente: Tienen un punto en común y los demás puntos de cada uno son exteriores a la otra.

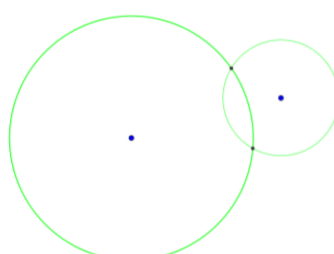
Figura 4. Circunferencia tangente exteriormente



Fuente: Elaboración propia

Circunferencias Secantes: si tienen dos puntos comunes.

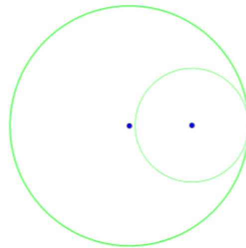
Figura 5. Circunferencias secantes



Fuente: Elaboración propia

Circunferencia tangente interiormente: si tienen un punto en común y todos los puntos de una de ellas son interiores a la otra.

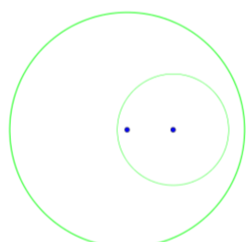
Figura 6. Circunferencia tangente interiormente



Fuente: Elaboración propia

Circunferencias interiores: Cuando todos los puntos de una de ellas son interiores de la otra.

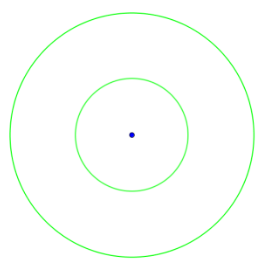
Figura 7. Circunferencias interiores



Fuente: Elaboración propia

Circunferencias concéntricas: Cuando tienen el mismo centro.

Figura 8. Circunferencias concéntricas



Fuente: Elaboración propia

4.3.4. Relación entre la longitud de una circunferencia a su diámetro

Baldor (1999), menciona que la razón entre la longitud de una circunferencia y su diámetro, es una cantidad constante y se representa por la letra griega (pi), es decir,

$$\frac{c}{d} = \pi$$

Este número π es un número irracional, es decir no se puede expresar por ningún número entero o fraccionario. Se ha calculado con muchas cifras decimales y unos cuantos valores aproximados son los siguientes:

$$\pi = \frac{22}{7}$$

$$\pi = 3.14$$

$$\pi = 3.1416$$

$$\pi = \frac{355}{113}$$

$$\pi = 3.1415926535 \ldots$$

Generalmente se usa 3.14 y 3.1416

4.3.5. Longitud de la circunferencia

"La longitud de una circunferencia es el límite o perímetro de los polígonos regulares inscritos" (Moises y Downs, 1966, p.521). La longitud de la circunferencia es el número de lados de un polígono inscrito que puede crecer indefinidamente, se considera el caso en que el número de lados sea tan grande que cada lado se convierta en un punto.

De manera que a medida que los polígonos inscritos tienen mayor número de lados, sus perímetros se van acercando a longitud de la circunferencia.

Polígono: es la línea poligonal cerrada que no tiene intersecciones entre sus segmentos, salvo los vértices.

Polígonos regulares inscritos y circunscritos a una circunferencia.

“Un polígono se dice que está inscrito en una circunferencia si sus vértices pertenecen a la circunferencia. Un polígono se dice que está circunscrito a una circunferencia, si sus lados son tangentes a la circunferencia” (Rodríguez, 2014, p.252). Los polígonos regulares inscritos en una circunferencia dada, se basa en la división de dicha circunferencia en partes iguales, es decir, se haya dentro de otra figura geométrica. Un polígono circunscrito en una circunferencia es aquel que tiene sus vértices fuera y sus lados son tangente a la circunferencia.

Figura 9. Polígonos regulares inscritos y circunscritos a una circunferencia

Fuente: Rodriguez (2014, p.252)

Baldor (1999), menciona que “La longitud de la circunferencia es igual al duplo de π, multiplicado por el radio” (p.196). La longitud de la circunferencia es aproximadamente 3.1416 veces su diámetro.

Por ello se deduce que la circunferencia es igual π por el diámetro, como el diámetro es el doble del radio, entonces para calcular la longitud de la circunferencia es dos veces el radio por π.

$$C = 2\pi r$$

4.3.6. Área del círculo

"El área de un círculo es el límite de las áreas de los polígonos regulares inscritas en la circunferencia correspondiente" (Moisés y Downs, 1966, p.525). A medida que el número de lados del polígono regular aumenta, su perímetro se acerca más a la longitud de la circunferencia, por tanto la región limitada por los polígonos regulares se acerca más a un círculo, entonces el área de esa región se acerca al área del círculo.

"El área de un círculo es igual al producto de π por el cuadrado del radio" (Baldor, 1999, p. 221).

$A = \pi r^2$

El área de un polígono regular de L lados se obtiene mediante la ecuación $A = \frac{p.a}{2}$, en donde p es el perímetro y a es la apotema. El valor de p se aproxima a $2\pi r$ cuando crece el número de lados de un polígono regular inscrito y al mismo tiempo, la medida de la apotema se acerca a la medida del radio. Entonces el área de un círculo.

$$A = \frac{p.a}{2} = \frac{(2\pi r)(r)}{2} = \pi r^2$$

4.4. Propuesta de resolución de problemas aplicando el método de Polya área del círculo y en longitud de la circunferencia

Introducción

La siguiente propuesta se dirige a resolución de problemas con el método de Polya, en vista de que es uno de los lineamentos curriculares didáctico que el Ministerio de educación ha establecido en la enseñanza de la Matemática.

Este método se basa en que la solución de un problema sigue un proceso lineal donde se desarrolla en cuatro pasos:

- Entender el problema
- Concepción de un plan
- Ejecutar el plan
- Visión retrospectiva

El uso del método conlleva al estudiante a tener un pensamiento crítico y reflexivo, aventurándose a redescubrir la solución en cada fase que se desarrolla, haciéndose preguntas internamente, juicios acerca del procedimiento, que le servirán para una toma de decisiones acertadas al resolver problemas.

De acuerdo a los resultados obtenidos en la investigación se hace necesario diseñar una propuesta metodológica para trabajar en resolución de problemas, en área del círculo y longitud de la circunferencia, que permita una nueva forma de presentar términos, definiciones, ecuaciones en donde el estudiante se presente más activo en las clase de Matemática y tomando en cuenta que esta materia de estudio tiene un fin práctico, alejándose de aprendizajes vacíos, en los que tienen una pequeña estancia cognitivamente.

Para el diseño de esta propuesta se retoma que las enseñanzas de la Matemática surgen transformaciones didácticas, en cuanto a los conceptos, de una forma permisible no saliéndose de la institucionalización de los objetos matemáticos, de manera que llegue a los estudiantes de una manera concreta y que tenga validez, refiriéndonos al término transposición didáctica.

> La expresión "transposición didáctica" hace referencia al cambio que el conocimiento matemático sufre para ser adaptado como objeto de enseñanza. Como consecuencia se producen diferencias en el significado de los objetos matemáticos entre la "institución Matemática" y las instituciones escolares, por ejemplo, los usos y propiedades de las nociones Matemática tratadas en la enseñanza son necesariamente restringidos. El problema didáctico se presenta cuando, en forma innecesaria, se muestra un significado sesgado o incorrecto. (Godino, 2004, p.42)

La transposición didáctica es la forma en cómo se puede transmitir un conocimiento eficiente al aprendiz de acuerdo a su edad, al entorno en que se desenvuelve, en la que pueda comprender el medio relacionado con la Matemática, no perdiendo la esencia del lenguaje de esta materia.

Objetivo general

Proponer casos de resolución de problemas a través del método de Polya en área del círculo y longitud de la circunferencia, octavo grado, Instituto Nacional la Dalia.

Objetivos específicos

Plantear problemas de tipo realista en los contenidos de área del círculo y longitud de la circunferencia.

Desarrollar el método de Polya para resolver los problemas de tipo realista.

Propósito

El propósito de la propuesta es que los estudiantes y docentes conozcan el proceso de cómo se desarrolla el método de Polya y que lo puedan poner en práctica al momento de resolver problemas matemáticos, en área del círculo y longitud de la circunferencia.

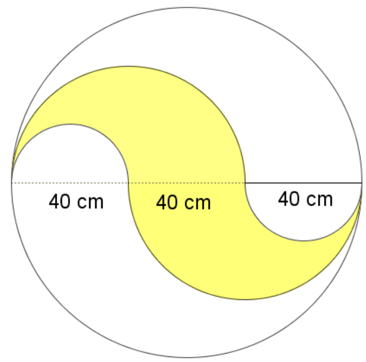
Fortalecer la capacidad de análisis apoyados de los conocimientos ya adquiridos, que permitan el desarrollo de un razonamiento crítico, que facilite el proceso de enseñanza- aprendizaje en Matemática.

Por otra parte se pretende que el estudiante, aflore ideas y participe activamente en el salón, provocando una discusión entre compañeros de clase acerca de los términos relacionado a los problemas, en longitud de la circunferencia y área del círculo, que pueda observar que estos contenidos son interesantes en el campo de la Geometría.

Problemas de aplicación

Problema 1. Proyecto del jardín escolar

La profesora Margarita que imparte clases de secundaria en la escuela rural “Peñas Blancas”, quiere hacer un jardín de forma circular con el apoyo de sus estudiantes para ambientar el patio del centro escolar. El jardín lo quiere con un diámetro de 120 cm. Ella desea destinar un área del jardín para sembrar grama, por lo que piensa dividir el diámetro en tres parte iguales para el diseño, como se muestra en la figura:



Determine el área que destinará para sembrar la grama.

Actividad 1. Mediante una lluvia de ideas el docente discutirá los siguientes términos:

- ✓ Círculo
- ✓ Circunferencia
- ✓ Semicircunferencia
- ✓ Diámetro
- ✓ Radio
- ✓ Circunferencia interiores
- ✓ Área

Actividad 2. Empezamos a resolver el problema con el método de Polya, mediante un diálogo.

Paso 1: **Comprender el problema**

M: ¿Cuál es la incógnita? ¿Qué es lo que me pide que encuentre?

E: Vamos a encontrar el área que se utilizará para sembrar grama en el jardín.

M: ¿Qué entendemos por área?

E: Bueno, es la cantidad de unidades cuadradas que se necesitan para cubrir una región, en este caso queremos saber cuántos cuadrados de 1 cm cubren el área destinada para sembrar la grama, que es el área coloreada en la figura.

M: ¿Cuáles son los datos?

E: Bueno, tenemos en la figura un diámetro de 120 cm, el diámetro es la línea que pasa por el centro del círculo, el diámetro es dos veces el radio.

M: ¿Qué más puedes observar en la figura?

E: Puedo observar que dentro del círculo completo hay 6 semicírculos, dos semicírculos con diámetro de 80 cm, los otros dos con diámetro de 40 cm y uno que tiene 120cm.

M: ¿Cuál es la condición que relaciona el diámetro con el área de la región coloreada?

E: El área de la parte sombreada que es la parte destinada para la grama, de la cual 120 cm es el diámetro del círculo, en donde dentro del círculo hay semicírculos con diámetros de 80 cm, 40 cm y 120 cm.

M: ¿Es este un problema razonable? ¿Es suficiente la condición para determinar la incógnita?

E: Si, lo es, si conocemos el diámetro del círculo, y el diámetro de los semicírculos, entonces sabremos el área de la región sombreada, es decir lo destinado para la grama.

Paso 2: **Concebir un plan**

M: ¿Conoce algún problema relacionado a este?

E: No hemos realizado ningún problema igual a este.

M: Considere la incógnita. ¿Conoce algún problema que tuviese la misma incógnita?

E: No así…

M: Bueno, ¿cuál es la incógnita?

E: Es encontrar el área destinado para la grama, es decir la parte sombreada.

M: ¿Conocen algún problema que tiene la misma incógnita?

E: No, nunca los ha propuesto un problema de la misma forma.

M: Miren dentro del círculo, pueden observar 6 semicírculos ¿no han encontrado el área de un semicírculo?

E: Si claro, ya hemos resuelto problemas de ese tipo.

M: ¿Creen que podemos dividir el círculo en dos partes iguales para encontrar el área de la región sombreada de una forma más sencilla?

E: Si se puede, serian dos semicírculos

M: Y en este caso. ¿Cómo haríamos para encontrar el área sombreada de la figura 1 y figura 2?

Figura 1

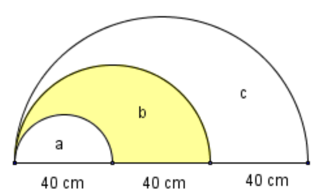
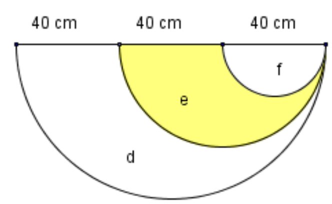


Figura 2



E: Encontraríamos el área semicírculo (a + b), que tiene un radio de 40 cm y le restaríamos el área del semicírculo (a) que tiene radio de 20 cm y luego lo multiplicaríamos por 2 veces la cantidad anterior, así obtendríamos la parte destinada para grama.

<u>Paso 3</u>: **Ejecución del plan**

$A = \pi r^2$

Pero como son semicírculos seria:

$$A = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2}$$

$$A = \frac{\pi(40cm)^2}{2} - \frac{\pi(20cm)^2}{2} = \frac{\pi(1600cm^2)}{2} - \frac{\pi(400cm^2)}{2} = 800\pi\ cm^2 - 200\pi\ cm^2$$

$A = 600\pi cm^2$

$A = (3.1416)(600cm^2) \approx 1884.96\ cm^2$

Entonces, la medida de la parte sombreada de la mitad de un semicírculo es:

$1884.96\ cm^2$

Ahora para encontrar el área total de la parte destinada para la grama se multiplica 2 veces el área obtenida anteriormente.

$2A = (1884.96\ cm^2)(\ 2) \approx 3769.92\ cm^2$

Por tanto, el área destinada para la grama es de $3769.92\ cm^2$.

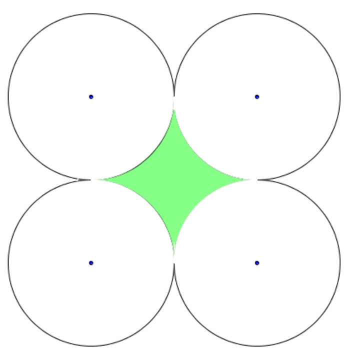
Paso 4: **Visión retrospectiva**

Aquí se debe de realizar una revisión del problema, volver a leerlo, analizar los planteamientos de las actividades anteriores, verificar si se contestaron las preguntas que planteaba el problema y si la solución coincide con los datos planteados en el mismo.

Problema 2. La cerámica con figura circulares.

El equipo de jugadores, los indígenas de Matagalpa decidieron celebrar el triunfo obtenido en el campeonato nacional de béisbol, en la casa de Julio Vallejos, que es un integrante del equipo, al llegar a su casa, sus compañeros de equipo observaron que la cerámica de su casa formaban figuras circulares, como se muestra en la figura siguiente, además uno de los amigos de Julio Vallejos, comentó que los círculos son tangentes y tienen radio igual a 10 cm.

¿Podría ayudarle a calcular el área de la región sombreada de la cerámica?



Actividad 1. Escribir en la pizarra el enunciado del problema y mostrar en una lámina la figura que se ha elaborada en casa.

Actividad 2. Mediante una lluvia de idea se discuten los siguientes términos.

- ✓ Círculos
- ✓ Circunferencia
- ✓ Círculos tangente
- ✓ Diámetro
- ✓ Radio
- ✓ Cuadrado
- ✓ Semicírculo
- ✓ Área

Actividad 3. Reunidos en equipo de tres estudiantes se empieza a resolver el problema siguiendo los pasos del método de Polya.

<u>Paso 1</u>**: Comprender el problema**

M: ¿Cuál es la incógnita? ¿Qué es lo que me pide que encuentre?

E: Vamos a encontrar el área de la región sombreada de la figura.

M: ¿Que entendemos por área?

E: es la cantidad de unidades cuadradas que se necesitan para cubrir una región, en este caso queremos saber cuántos cuadrados de 1 cm, cubren el área coloreada.

M: ¿Cuáles son los datos?

E: Bueno, el radio del círculo tiene una longitud de 10 cm.

M: ¿Qué más puedes observar en la figura?

E: Puedo observar que dentro de cada círculo hay un punto, que es el centro de cada círculo y la región sombreada.

M: ¿Cuál es la condición que relaciona el radio de cada círculo con el área de la región sombreada?

E: Que el área de región sombreada comprendida entre los cuatros círculos, de los cuales los radios de cada circulo es 10 cm de longitud.

M: ¿Es este un problema razonable? ¿Es suficiente la condición para determinar la incógnita?

E: Si, lo es, si conocemos el radio de los cuatro círculos, conocemos el área de cada círculo y si el área de cada círculo está determinada, el área de la región comprendida entre los cuatro circulo también lo está.

Paso 2: **Concebir un plan**

M: ¿Conoce algún problema relacionado a este?

E: No hemos realizado ningún problema igual a este.

M: Considere la incógnita ¿Conoce algún problema que tuviese la misma incógnita?

E: No así…

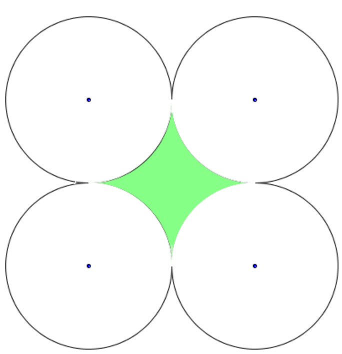
M: Bueno, ¿cuál es la incógnita?

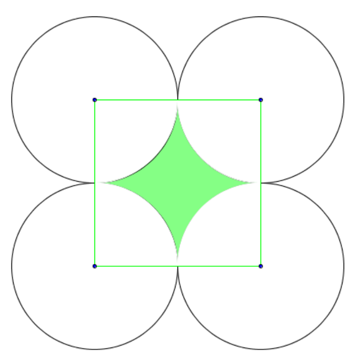
E: Es buscar el área de la región sombreada de la figura.

M: ¿Conocen algún problema que tiene la misma incógnita?

E: No, nunca se los ha propuesto un problema de la misma forma.

M: Miren dentro de cada círculo hay un punto, pueden observar 4 puntos





¿Creen ustedes que lo podemos unir? ¿Que figura obtenemos?

E: Un cuadrado de lado 20 cm.

M: Y en este caso. ¿Cómo haríamos para encontrar el área del cuadrado?

E: Si, es base por la altura que este caso l^2

M: ¿Y han encontrado el área de un círculo?

E: Si claro, hemos resuelto problemas en donde utilizamos $A = \pi r^2$

M: ¿Han encontrado área de un semicírculo? ¿Cómo sería la ecuación?

E: Si hemos realizado problemas de ese tipo y la ecuación es la misma anterior, pero divida entre 2 unidades.

M: Observe la figura. Observe un círculo ¿En cuántas partes está divido? ¿Cómo encontraría el área de una de esa parte?

E: Está divido en cuatro partes, es la misma ecuación del círculo pero divido entre 4 unidades.

M: ¿Cómo puedo encontrar el área de esas partes de los círculos que se observan en la figura de forma juntas?

E: Sumar el área de las cuatro partes de cada círculo…E_2: Encontrar una parte de un círculo y multiplicarlo por cuatro…E_3: puedo formar un círculo con las cuatro partes.

M: ¿Han encontrado el área de un cuadrado mayor, que dentro del esta un cuadrado menor?

E: Si, encontramos el área del cuadrado mayor y se le resta el área del cuadrado menor.

M: ¿Cómo haríamos en nuestro problema?

E: Encontraríamos el área del cuadrado y se resta la suma de cada una de las porciones del área de cada círculo.

<u>Paso 3</u>: Ejecución del plan

$A = \pi r^2$

Pero como son una cuarta parte de un círculo seria:

$$A = l^2 - \left(\frac{\pi r^2}{4} + \frac{\pi r^2}{4} + \frac{\pi r^2}{4} + \frac{\pi r^2}{4}\right)$$

$$A = l^2 - \left(\frac{4\pi r^2}{4}\right)$$

$$A = l^2 - (\pi r^2\ )$$

$$A = (20cm)^2 - (\pi)(10cm^2) = 400cm^2 - 100\pi cm^2$$

$$A = 400cm^2 - (100cm^2)(3.1416) = 400cm^2 - 314.16cm^2 = 85.84cm^2$$

Paso 4: **Visión retrospectiva**

Aquí se debe de realizar una revisión del problema, volver a leerlo, analizar los planteamientos de las actividades anteriores, verificar si se contestaron las preguntas que planteaba el problema y si la solución coincide con los datos planteados en el mismo.

Problema 3. El recorrido de la motocicleta

La rueda delantera de una motocicleta tiene un radio exterior de 0.3 m. ¿Qué distancia recorre la motocicleta por cada 50 vueltas?

Fuente: Elaboración propia

Actividad 1. Mediante una lluvia de ideas el docente discutirá los siguientes términos:

- ✓ Circunferencia
- ✓ Radio
- ✓ Diámetro

Actividad 2. Empezamos a resolver el problema con el método de Polya, mediante un diálogo.

Paso 1: **Comprender el problema**

M: ¿Cuál es la incógnita? ¿Qué es lo que me pide que encuentre?

E: Vamos a encontrar la distancia que recorre la motocicleta por cada 50 vuelta.

M: ¿Vamos a encontrar el área del círculo?

E: No, encontraremos la longitud de la circunferencia.

M: ¿Cuáles son los datos?

E: Bueno, el radio exterior de 0.3 m.

M: ¿Cuál es la condición que relaciona el radio de la rueda, con la distancia que recorre la motocicleta por cada 50 vueltas?

E: La distancia que recorre la motocicleta por cada 50 vuelta de su rueda, de lo cual la rueda tiene un radio de 0.3 m.

M: ¿Es este un problema razonable? ¿Es suficiente la condición para determinar la incógnita?

E: Si, lo es, si conocemos el radio de la circunferencia, conocemos la longitud y si la longitud está determinada, entonces la distancia de su recorrido lo está.

Paso 2**: Concebir un plan**

M: ¿Conoce algún problema relacionado a este?

E: No hemos realizado ningún problema igual a este.

M: Considere la incógnita ¿Conoce algún problema que tuviese la misma incógnita?

E: No así…

M: Bueno, ¿cuál es la incógnita?

E: Es la distancia que recorre la moto por cada 50 vuelta de su llanta.

M: ¿Conocen algún problema que tiene la misma incógnita?

E: No, nunca se los ha propuesto un problema de la misma forma.

M: Miren, la llanta es una circunferencia, no han encontrado la longitud de una circunferencia.

E: Si claro, ya hemos resuelto problemas de ese tipo.

M: ¿Qué significa si encontramos la longitud de esa circunferencia?

E: Bueno, eso significa que es la distancia que recorre una vuelta.

M: ¿Cómo haríamos para encontrar la distancia que ha recorrido la moto en las 50 vuelta de su llanta?

E: Multiplicaríamos 50 por la longitud de la circunferencia y esa sería la distancia.

Paso 3**: Ejecución del plan**

Longitud de la circunferencia es igual a una vuelta.

$C = 2\,\pi\,r$

Sea x la distancia recorrida por la motocicleta en las 50 vueltas

$x = 50\,C$

$x = 50\,(2\,\pi\,r)$

$x = 50(2)\,(3.1416)(0.3\,m)$

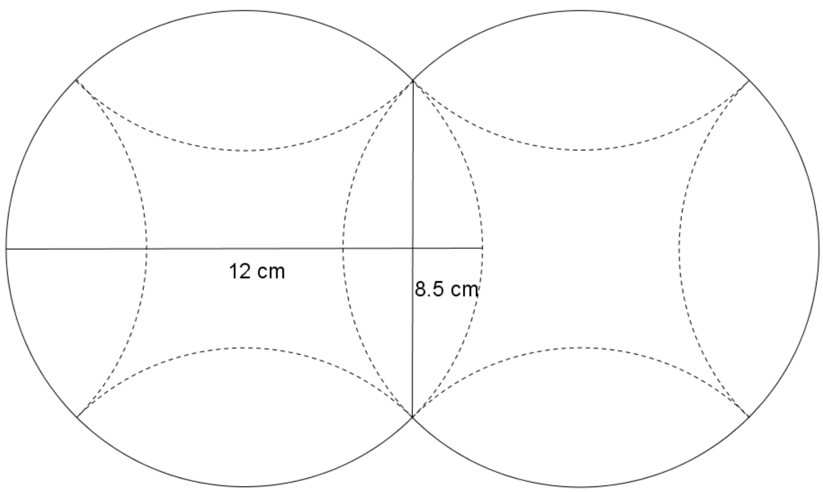
$x = 94.25\,m$

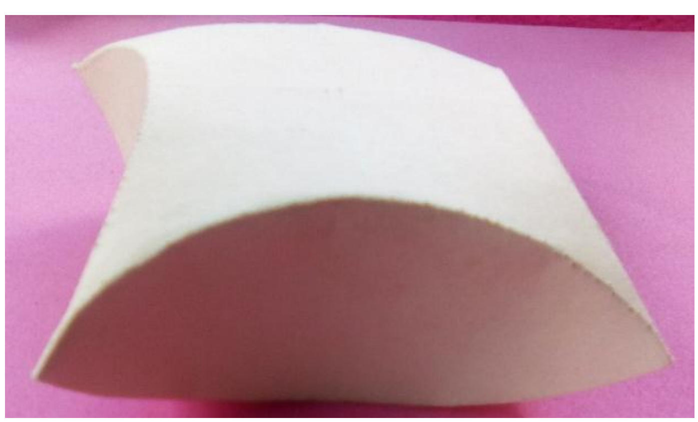
Paso 4: **Visión retrospectiva**

Aquí se debe de realizar una revisión del problema, volver a leerlo, analizar los planteamientos de las actividades anteriores, verificar si se contestaron las preguntas que planteaba el problema y si la solución coincide con los datos planteados en el mismo.

Problema 4. Diseño del empaque de un producto.

La tostadora de café “tío Jaime”, ubicada en el municipio de la Dalia, ha decidido cambiar el empaque de su producto, dado que sus nuevas políticas es preservar el medio ambiente. Saben que para la elaboración de estos empaques no requieren de muchos gastos, ya que se elaborarán con cartulina, así que decidieron construirlo con diseños circulares, de manera que la plantilla para la elaboración de este nuevo empaque es de la forma siguiente:





Calcule ¿cuánto es el área de la plantilla para elaborar estos empaques?

Actividad 1. Mediante una lluvia de ideas el docente discutirá los siguientes términos:

- ✓ Círculo
- ✓ Circunferencia
- ✓ Semicircunferencia
- ✓ Diámetro
- ✓ Radio
- ✓ Circunferencia interiores
- ✓ Área
- ✓ Circunferencias Secantes

Actividad 2. Empezamos a resolver el problema con el método de Polya, mediante un diálogo.

Paso 1: **Comprender el problema**

M: ¿Cuál es la incógnita? ¿Qué es lo que me pide que encuentre?

E: Vamos a encontrar el área de los círculos con circunferencias secantes que es el área del diseño de la plantilla para elaborar el empaque.

M: ¿Que entendemos por área?

E: Bueno, es la cantidad de unidades cuadradas que se necesitan para cubrir una región, en este caso queremos saber cuántos cuadrados de 1 cm, cubren el área de los círculos con circunferencias secantes del plano.

M: ¿Cuáles son los datos?

E: Bueno, tenemos en la figura un diámetro de 12 cm, el diámetro es la línea que pasa por el centro en el círculo, el diámetro es dos veces el radio.

M: ¿Que más puedes observar en la figura?

E: Puedo observar que los círculos comparten una misma porción y tienen una línea secante que mide 8.5 cm.

M: ¿Cuál es la condición que relaciona el diámetro con el área de los círculos con circunferencias secantes?

E: El área de los dos círculos con circunferencias secantes, del cual 12 cm es el diámetro de cada círculo con circunferencia secante.

M: ¿Es este un problema razonable? ¿Es suficiente la condición para determinar la incógnita?

E: Si, lo es, si conocemos el diámetro del círculo con circunferencias secantes, podemos encontrar el área del empaque.

<u>Paso 2.</u> Concebir un plan

M: ¿Conoce algún problema relacionado a este?

E: No hemos realizado ningún problema igual a este.

M: Considere la incógnita. ¿Conoce algún problema que tuviese la misma incógnita?

E: No así…

M: Bueno, ¿cuál es la incógnita?

E: Es buscar el área de los círculos con circunferencias secantes de la figura.

M: ¿Conocen algún problema que tiene la misma incógnita?

E: No, nunca se los ha propuesto un problema de la misma forma.

M: Miren la figura, han resuelto ejercicios similares donde encuentran el área de un círculo.

E: Si claro, ya hemos resuelto problemas de ese tipo.

M: Y en este caso. ¿Cómo haríamos para encontrar el área de los dos círculos con circunferencias secantes?

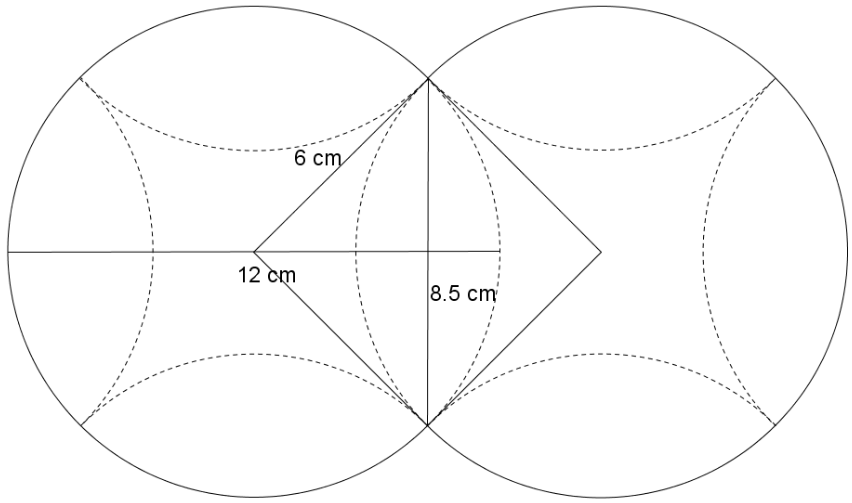
E: Encontraríamos el área de los dos círculos que tiene circunferencias secantes y luego encontraríamos el área que comparten.

M: ¿Cómo harían para encontrar el área de la porción que comparten estos dos círculos con circunferencias secantes?

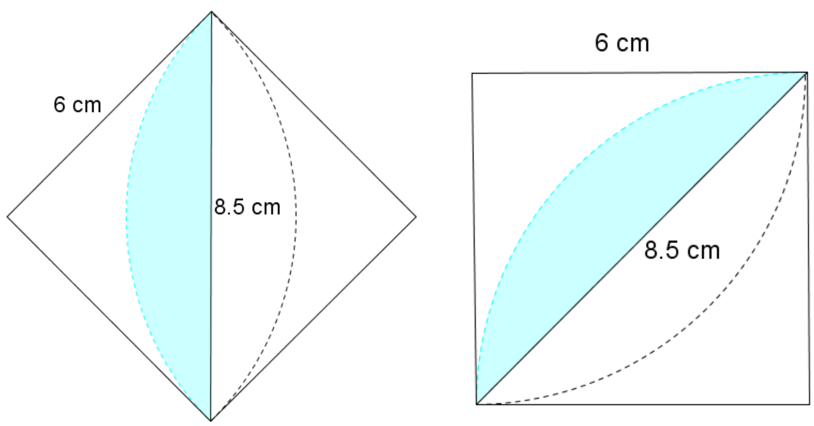
E: mmmm. No sabríamos responder.

M: fíjense bien, ustedes creen que podríamos formar un cuadrado, a partir de la línea secante que corta los dos círculos.

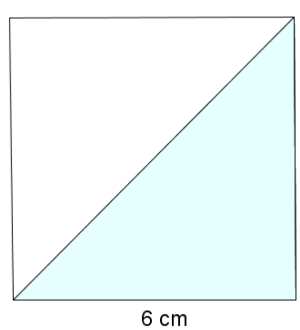
E: si, podríamos formarlo uniendo los dos puntos centros de los círculos con un segmento y luego completamos el cuadrado.



M: Ahora al formar el cuadrado, ¿Qué se observa en la figura?

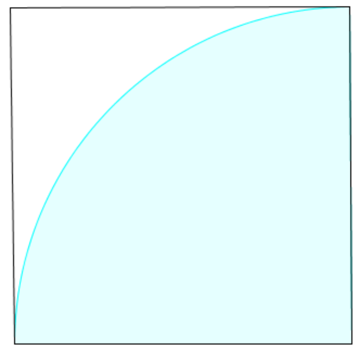


E: Me parece que se mira con la línea de en medio del cuadrado, dos triángulos rectángulos.



M: ¿Qué más se podría observar en ese cuadrado?

E: mmmm. Parece que está inscrito un cuarto de un círculo.



M: si así es, podría calcular el área de este cuarto de círculo.

E: si, sería la misma ecuación para encontrar el área de círculo pero está divido entre 4.

M: recuerdan como encontrar el área de un triángulo rectángulo.

E: si, es base por altura en este caso, sería lado al cuadrado entre 2.

M: de esa forma se encuentra el área de una parte del área de la porción ¿Podría alguien encontrar la otra parte dentro del cuadrado?

E:mmmm. Si solamente lo multiplicaríamos dos veces el área anterior.

M: Es correcto, de esa forma encontraran el área de compartida de los dos círculos con circunferencias secantes.

M: ¿ como hariamos para encontrar la parte compartida de la circunferencia?

Paso 3: **Ejecución del plan**

Encontramos el área de los dos círculos que están unidos.

$A = \pi r^2$

$A = (3.1416)(6\ cm)^2 = (3.1416)(36\ cm^2) = 113.1\ cm^2$

$2A = (2)(113.1\ cm^2) = 226.2\ cm^2$

Para encontrar el área compartida por los círculos.

$$A = \frac{(3.1416)(6\ cm)^2}{4} = \frac{(3.1416)(36\ cm^2)}{4} = 28.27\ cm^2$$

El área del triángulo que se forma:

$A = \frac{(6\ cm)^2}{2} = 18\ cm^2$

El área de la mitad compartida es $28.27\ cm^2 - 18\ cm^2 = 10.27\ cm^2$ pero como es completa $(10.27\ cm^2)(2) = \ 20.54\ cm^2$

El área de la plantilla del nuevo empaque para café “tío Jaime” es la siguiente:

$226.2\ \ cm^2 - 20.54\ cm^2 = 205.66\ cm^2$

Paso 4: **Visión retrospectiva**

Aquí se debe de realizar una revisión del problema, volver a leerlo, analizar los planteamientos de las actividades anteriores, verificar si se contestaron las preguntas que planteaba el problema y si la solución coincide con los datos planteados en el mismo.

V. Conclusiones

1. Los tipos de problemas que se están desarrollando en octavo grado del Instituto Nacional La Dalia, de acuerdo a Díaz y Poblete, son rutinarios de tipo realista. Cabe mencionar que la resolución de problemas en el aula se da de una manera ocasional, sin una planificación consiente de lo que el programa basado en competencias en su espíritu y pertinencia persigue.

2. El proceso en que se llevó a cabo la resolución de problemas en octavo grado, en los contenidos de área del círculo y longitud de la circunferencia, permitió observar y caracterizar que en el proceso de solución se aplican algunos elementos del método de Polya, donde se realizó una discusión superficial de la incógnita, los datos y la respuesta en una situación planteada.

3. La propuesta metodológica se diseñó utilizando como estrategia metodológica el método de Polya, en la cual se incluyen cuatro problemas relacionados al contexto cotidiano estudiante y su relación con el contenido que presenta el programa de Matemática de octavo grado en área del círculo y longitud de la circunferencia.

4. El método de Polya es una estrategia que invita a una interacción y reflexión didáctica, en la gestión del aula entre maestros y estudiantes al momento de resolver problemas en el contenido de área del círculo y longitud de la circunferencia. Se debe establecer un diálogo entre los actores del proceso, de manera que fluyan las ideas de los conocimientos previos, y las necesidades de aprendizaje, tanto en el componente metodológico- didáctico del docente y la actitud de los estudiantes.

VI. Bibliografía

Baldor, A. (1999). *Geometría y Trigonometría.* México: CCEDTA.

Barroso, J. J. (2007). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Educación Matemática*(342), pp 257-286. Recuperado el 09 de 05 de 2017, de revista de educacion: www.revistaeducacion.mec.es/re342/re342_13pdf

Blanco, J. L. (2010). La resolución de problema una revisión teórica. *Suma, 21*, 11-20.

Blanco, L. J., Cardenas, J. A., & Caballero, A. (2015). *La resolución de problemas en la formación inicial de profesores de primaria* (1 edicion ed.). España: Caldereros 2- planta 2ª. 10071 caceres.

Calero, C. d. (2009). *Estrategias y enfoque didácticos en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado.* Managua.

Callejas Zaragoza, S. (2012). Solución de problemas a través del descubrimiento de Polya (Tesis de inedita licenciatura en Matemática). Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, Puebla, México.

Carrillo, J. (1998). Resolución de problema en la enseñanza secundaria: ejemplificación para que. *Epsilon: Revista de la sociedad Andaluza de Educación Matemática*(40), pp 15-26.

Conejo.L y Ortega.T. (2013). Clasificación de los problemas propuestos en aulas de educación secundaria obligatoria. *Educación Matemática, 25*(3), 129-158. Recuperado el 25 de 04 de 2017, de redalyc.org: www.redalyc.org/pdf/405/40529854006 pdf

Crispin, M. L., Doria, M. d., Rivera, A. B., de la Garza, M. T., Carrillo, S., & Guerrero, L. (2011). *Aprendizaje Autönomo Orientaciones para la docencia.* Mexico: Universidad Iberoamericana, AC. Prol. Paseo de la Reforma 880. Col. Lomas de Santa Fe. CP 01219. México, DF.

Díaz, M. V., & Poblete, A. (2001). Categorizando tipos de problemas en álgebra. *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas*(27), pp 93-103.

Escalante Martinez, S. B. (2015). Método de Polya en la Resolución de Problemas matemáticos, Universidad Rafael Landivar (Tesis inedita Licenciada en la Enseñanza de Matemática y Física). Huehuetenango, Guatemala.

Godino, J. (04 de 06 de 2004).*9_didácticas_maestros Didácticas de la Matemática para maestros.* Recuperado el 13 de 05 de 2017, de Universidad de Granada:www.urg.es/-jgodino/edumatmaestros/manual/9_didactica maestro.pdf

Gutiérrez, L. (2002). Didácticas de la Matemática para la formación docente. *Colección pedagógica. Formación inicial de docentes Centroamerica educación básica*(22).

Hernández, V., & Villalba, M. (03 de 04 de 2003). *George Polya, el padre de las estrategias para la resolución de problema.* Recuperado el 01 de 10 de 2017, de Articulos/papers: http://fractus.uson.mx/Papers/Polya/Polya.pdf

Leif, J., & Dezaly, R. (1961). *Didáctica del cálculo, de las lecciones de las cosas y de las ciencias aplicadas.* Buenos Aires, Argentina: Kapelusz.

López, G.(2015). *Malla curricular.* Managua, Nicaragua: Litografía Imprenta LIL,S.A.

Ministerio de Educación. (2009). Programa de estudio de Matemática Educación secundaria 7mo, 8vo, 9no grado. Managua, Nicaragua.

Moisés, E. E., & Downs, F. (1966). *Geometría Moderna* (Primera edicion ed.). San Mateo Massachusetts: ADDISON-WESLEY IBEROAMERICANA,S.A.

Ortiz, K. H.(01 de 11 de 2009).*Plataforma para el control del uso de software educativo.*Obtenido de Enciclopedia y bibioteca virtual de las ciencias sociales, económicas y jurídicas:www.eumed.net/libros-gratis/2009c /583/proceso%20de%20enseñanza%20aprendizaje.htm

Polya, G. (22 de 07 de 1999). *como- resolver como plantear y resolver problemas.* Recuperado el 02 de 04 de 2017, de Ciencia y Matemática: www.ciencia y Matemática.files.wordpress.com/2012/09/como- resolver. pdf

Rodríguez, E. (15 de 10 de 2013). *Nociones de la teoría Matemática realista. Ejemplos de ecuaciones diferenciales.* Recuperado el 01 de 11 de 2017 , de Revista electrónica URBE:Publiaciones.urbe.edu/index.php/REDECS/ article/ viewArticle/2660/3951

Rodríguez, L. A. (2014). *Matemática octavo grado.* Managua, Nicaragua.

Santos, L. M. (2010). *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos.* México: Trillas.

Sheffer, R., Menden Al III, W., & Lyman Ott, R. (2006). *Elementos de Muestreo.* España: Paraninfo.

Soria, G. B. (2002). *100 problemas matemáticos.* San Crispin, España: CEFIRE.

Tórrez Maldonado, H., & Giron Padilla, D. A. (2009). *Didáctica general.* San José Costa Rica: CECC/SICA.

Vallori, A. (04 de 12 de 2002). *Seminario de aprendizaje significativo. El aprendizaje significativo en la práctica.* Recuperado el 25 de 10 de 2017, de www.aprendizajesignificativo.com:http://www.aprendizajesignifiativo /El_aprendizaje_significativo_en_la_practica.pdf

Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P.Alvarez, E. (2001). La educación Matemática el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *Revista iberoamericana.*, 1-11.

Anexos

Anexo 1. Operacionalización de Variables

Variables generales	Sub-variables	Definición conceptual	Indicadores	Escala	Técnicas	Preguntas
Resolución de problemas en longitud del círculo y área de la circunferencia.		Polya (1999) menciona que: "Para resolver un ejercicio, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para resolver un problema, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta" Según Barroso, (2007) expresa "La resolución de problemas como generadora de un proceso a través de quien aprende combina elementos del procedimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar soluciones a una situación nueva"	Diferencia Tipos de problemas Modelos de resolución Enfoque en el currículo Dificultades y ventajas	Nominal	Entrevista Encuesta Entrevista Encuesta Observación Entrevista Encuesta Observación Entrevista	Para usted ¿Qué es un ejercicio matemático? Para usted ¿Qué es un problema matemático? Según su opinión ¿Cuál es la diferencia entre problema y ejercicio? ¿Qué tipos de problemas resuelve en los contenidos de Matemática en longitud del círculo y área de la circunferencia? ¿Qué modelo aplica para resolver problemas en longitud de la circunferencia y área del círculo? ¿Cuál es el enfoque de la enseñanza de las Matemática? ¿Qué aspecto te favorecen en la resolución de problemas? ¿Qué aspecto te dificultan en la resolución de problemas?

Variables generales	Sub-variables	Definición conceptual	Indicadores	Escala	Técnicas	Preguntas
Método de Polya		Tórrez Hernán y Argentina Delia (2009) expresan: La palabra método viene del Latín methodus, que a su vez, tiene su origen en el griego, en las palabras meta = meta y hodós= camino, Por consiguiente, método quiere decir camino para llegar a un lugar determinado, camino que se recorre. "camino para llegar a un fin"	Descripción de Polya	Nominal	entrevista	¿Conoce usted el método de Polya? ¿Podría hacer una breve descripción de como prepara y desarrolla una clase con el método de Polya?
			Comprensión del problema	Nominal Nominal	Encuesta Observación	¿Cuándo resuelvo un problema, leo el enunciado varias veces para entenderlo? ¿Al resolver un problema dibujo la figura y ubico los datos donde corresponden? ¿Cuándo resuelvo un problema, reconozco con facilidad lo que me pide que encuentre?
		En el año 2001, Hernández y Villalba, afirman que Polya: "Para involucrar a sus estudiantes en la solución de problemas, generalizó su método en los siguientes cuatro pasos: Entender el problema, Configurar un plan, Ejecutar el plan, Mirar hacia atrás"	Configuración de un plan Llevar a cabo el plan	Nominal	Encuesta Observación	¿Cuándo resuelvo un problema que estrategia utilizo?
			Visión retrospectiva	Nominal	Entrevista Observación	¿Cuándo resuelvo un problema observo que los pasos que he hecho están correcto?

Anexo 2.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA
FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA DE MATAGALPA
UNAN-FAREM-Matagalpa

Estimados estudiantes: Estamos realizando una investigación con el objetivo de analizar la resolución de problema en los contenidos matemáticos longitud de la circunferencia y área del círculo, aplicando el método de Polya.

Rellena el círculo con grafito, según corresponda su criterio.

1. **Un ejercicio matemático es:**

○ Una actividad en la cual se aplica un algoritmo que se conoce y que una vez aplicado lo llevaría a la solución.

○ Una actividad en la cual se expone ante una dificultad para la que no tiene remedio inmediato.

○ Una actividad en la que no se puede resolver mediante una aplicación directa de un procedimiento previamente adquirido.

2. **Un problema matemático es:**

○ Es la asociación de la aplicación de conocimientos adquiridos en matemática, a situaciones no familiares, la conciencia de tal situación, la existencia de la dificultad para enfrentarse a ella.

○ La aplicación directa de procedimientos previamente adquiridos rutinariamente.

○ Una actividad en la cual se presenta una solución inmediata.

3. **La diferencia entre un ejercicio y un problema es:**

○ El individuo se ve expuesto ante una dificultad para la que no tiene un remedio inmediato del problema y en un ejercicio puede resolverse mediante la aplicación directa de un procedimiento previamente adquirido.

○ En un problema demanda tener poco conocimiento y en un ejercicio demanda un mayor conocimiento.

○ Es que un problema matemático es fácil de resolver y un ejercicio es difícil de hallar la respuesta porque requiere de más análisis.

4. **El docente además de resolver ejercicios resuelve problemas:**
   - ○ Siempre
   - ○ Nunca
   - ○ Algunas veces

5. **El docente resuelve problemas**

- ○ En un contexto real (si los datos son directamente observables y con medidas reales, es decir que se hace practico)
- ○ En un contexto realístico (simulaciones de la realidad)
- ○ Un contexto fantasista (si es producto de la imaginación, sin fundamentos en la realidad)
- ○ Problema en contexto puramente matemático (referente en donde se desarrolla la situación involucra solamente aspectos matemáticos)
- ○ Problemas no rutinario (si no se da el tema relacionado para resolver el problema)

6. **¿Cuándo resuelvo un problema, leo el enunciado varias veces para entenderlo?**

- ○ Siempre
- ○ Nunca
- ○ Algunas veces

7. **¿Al resolver un problema dibujo la figura y ubico los datos donde corresponden?**

- ○ Siempre
- ○ Nunca
- ○ Algunas veces

8. **¿Cuándo resuelvo un problema, reconozco con facilidad lo que me pide que encuentre?**

- Siempre
- Nunca
- Algunas veces

9. **¿Cuándo resuelvo un problema que estrategia utilizo?**

- Hacer un figura, resolver un problema similar, usar una ecuación
- Resolver un problema similar
- Ensayo y error
- Usar una ecuación
- Usar un diagrama
- Hacer una lista

10. **¿Cuándo resuelvo un problema observo que los pasos que he hecho están correcto?**

- Siempre
- Nunca
- Algunas veces

Anexo 2.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA
FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA DE MATAGALPA
UNAN-FAREM-Matagalpa

Entrevista a docente de Matemática

Estimada docente hacemos de su conocimiento que estamos realizando una investigación sobre la resolución de problemas aplicando el Método de Polya, al momento de desarrollar el contenido de longitud de la circunferencia y área del círculo; esperamos nos apoye mediante sus aportes.

I. Datos Generales:

Nombre del profesor (a) ____
Grado:____
Fecha: ____

I. Cuestionario

1. Para usted ¿Qué es un ejercicio matemático?
2. Para usted ¿Qué es un problema matemático?
3. Según su opinión ¿Cuál es la diferencia entre problema matemático y un ejercicio matemático?
4. ¿Qué tipos de problemas matemáticos resuelve en los contenidos, longitud de la circunferencia y área del círculo?
5. ¿Qué modelo aplica para resolver problemas en longitud de la circunferencia y área del círculo?
6. ¿Cuál es el enfoque de la enseñanza de las matemáticas?
7. ¿Cuál es la importancia de enseñar en base a resolución de problemas?
8. ¿Qué aspecto le dificultan enseñar en base a resolución de problemas?
9. ¿para usted que es el método de Polya y podría hacer una breve descripción de como prepara y desarrolla una clase con este método?

Anexo 3.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA DE MATAGALPA

UNAN-FAREM-Matagalpa

Guía de observación a estudiantes de octavo grado del Instituto Nacional La Dalia.

Objetivo: Visualizar que tipos de problema resuelven y los pasos que aplican al resolverlo con los estudiantes de octavo grado, Instituto Nacional La Dalia.

I. Datos generales

Nombre del profesor visitado: ____

Fecha:___________________ No de estudiantes presentes:_______________

Hora que inicia y finaliza la clase: _____________________________________

II. Resolución de problemas en longitud y área de la círculo

Nº	Pregunta	Si	No	Observación
1	¿El docente resuelve problemas en el aula de clase en los contenidos longitud de la circunferencia y área del círculo?			
2	¿El docente resuelve problemas en contexto real?			
3	¿El docente resuelve problema en un contexto realista?			
4	¿El docente resuelve problema en un contexto fantasía?			
5	¿El docente resuelve problemas en un contexto puramente matemático?			
6	¿El docente resuelve problemas no rutinario?			
7	¿El docente utiliza algún modelo para resolver problema?			

Método de Polya

Nº	Pregunta	Si	No	Observación
8	¿El docente promueve una discusión del problema acerca de los datos y lo que tratan de encontrar?			
9	¿El docente se apoya mediante una figura y le pide a los estudiantes que le ayuden a ubicar los datos?			
10	¿El docente discute y promueve participación para encontrar una respuesta en un problema, si a través de una figura, una ecuación, por ensayo o error?			
11	¿Cuándo utiliza cualquiera de las estrategias anteriores verifican mediante una discusión, si se han hecho de la forma correcta?			

Anexo 4. Resultado de la entrevista aplicada a docente de matemática, octavo grado, turno matutino, Instituto Nacional La Dalia.

Nº	Pregunta	Entrevistado
1	Para usted ¿Qué es un ejercicio matemático?	Algo esquemático numérico
2	Para usted ¿Qué es un problema matemático?	Situación que promueve el pensamiento.
3	Según su opinión ¿Cuál es la diferencia entre problema matemático y un ejercicio matemático?	El ejercicio es un esquema ya planteada, el problema es una situación que conlleva al estudiante a pensar y a buscar alternativa de solución.
4	¿Qué tipos de problemas matemáticos resuelve en los contenidos, longitud de la circunferencia y área del círculo?	Lógica, problemas donde hay varias respuestas, problemas de desarrollo.
5	¿Qué modelo aplica para resolver problemas en longitud de la circunferencia y área del círculo?	No sé qué modelo, en algunos el modelo de Polya.
6	¿Cuál es el enfoque de la enseñanza de la Matemática?	El enfoque es analítico crítico que de tal manera conlleve al estudiante a reflexionar.
7	¿Cuál es la importancia de enseñar en base a resolución de problemas?	Que el estudiante desarrolla el pensamiento en algunos. Otros ni el intento hacen por resolver, ellos no pueden leer ni analizar.

8	¿Qué aspecto le dificultan enseñar en base a resolución de problema	La capacidad de análisis del estudiante en sus grados anteriores nunca resolvieron un problema.
9	¿Para usted que es el método de Polya y podría hacer una breve descripción de como prepara y desarrolla una clase con este método?	Un método basado en el desarrollo. • Cognitivo • Analizar • Plantear • Encontrar la solución • Leer varias veces el problema • Utilizar variables para representar los términos desconocidos y si es posible hasta hacer un dibujo

P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	3	3	1	1	1	1	1	1
1	3	1	3	4	1	1	1	1	1
3	2	3	3	1	1	2	1	1	1
3	2	3	3	1	1	1	1	3	1
1	1	1	1	1	1	1	3	3	1
2	3	3	3	4	3	3	3	1	3
1	2	2	1	1	1	1	1	1	1
1	3	1	3	1	1	3	3	3	1
2	2	3	3	1	1	3	3	2	1
3	1	3	1	1	1	1	3	2	3
1	3	2	3	1	1	3	3	3	1
3	1	1	1	1	3	3	1	1	1
1	2	1	1	5	3	3	3	2	1
1	1	1	1	1	1	1	3	1	1
1	2	3	3	3	3	3	3	3	1
1	3	1	1	1	3	3	3	1	3
2	3	2	1	3	1	3	3	1	1
3	2	2	3	4	1	3	3	1	3
3	1	2	3	4	3	1	3	3	1
1	1	3	1	2	1	2	1	3	1
1	3	1	1	1	1	2	1	1	1
3	1	2	3	4	3	1	3	3	1
2	1	3	1	2	1	1	1	1	1
1	1	1	3	1	1	1	3	2	1
1	1	1	3	1	1	1	2	2	1
1	3	3	1	1	1	3	3	6	3
3	1	3	1	1	1	1	3	6	1
3	1	1	1	2	1	3	3	6	1
3	2	1	3	3	3	1	3	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	3
1	1	3	1	1	1	1	3	1	1
1	2	2	1	3	3	1	3	1	1
1	1	1	3	1	1	1	3	1	1
2	1	3	3	1	2	3	3	3	2
1	3	3	1	2	1	1	1	3	1
1	2	1	1	1	1	3	2	1	1
3	3	1	1	1	1	1	3	2	1
1	1	3	1	2	3	1	3	1	3
1	3	2	1	2	3	3	3	1	3
1	1	1	1	1	1	3	3	1	1
3	2	3	1	1	1	3	3	1	1
1	1	3	1	2	1	3	3	5	1
2	2	3	1	2	1	3	3	4	1

3	2	1	3	3	2	3	3	1	2
1	1	2	1	1	1	1	3	3	3
1	3	2	1	1	1	3	3	3	1
1	3	2	1	1	1	3	3	4	3
2	3	1	3	2	1	1	3	2	1
1	3	3	3	4	1	3	1	3	1
2	3	3	1	1	3	1	3	4	3
2	1	2	3	3	1	3	3	5	1
1	2	3	3	4	1	3	3	4	1
3	2	3	1	5	1	1	1	4	1