

## Historia de las tablas de mortalidad españolas y su evolución

JUAN ESCUDER BUENO,  
ROBERTO ESCUDER VALLÉS  
Universidad de Valencia  
ANGEL VEGAS MONTANER  
Universidad de Alcalá

### 1.- Breves referencias sobre tablas de mortalidad

Aunque son sobradamente conocidas en el ámbito actuarial, consideramos conveniente hacer una referencia previa al concepto de tabla de mortalidad, por supuesto sin propósito de exhaustividad, sino simplemente de situar el ámbito en el que se va a desarrollar este trabajo.

Una de las características básicas del seguro de vida es la fuerte interconexión entre la probabilidad de fallecimiento de una persona y su edad, relación que, en grandes carteras, ha conducido a la elevada estabilidad y solvencia que caracteriza a las compañías de seguros de vida. Tal dependencia se puede modelizar de distintas formas, y se suele configurar en forma de tabla discreta denominada tabla de mortalidad.

Toda tabla de mortalidad incluye como parámetro inicial  $l_x$ , que representa el número de supervivientes a la edad  $x$ . Elementos básicos a partir de él son:  $d_x$ , que representa el número de fallecidos a la edad  $x$ ,  $q_x$  que es la probabilidad de fallecer a la edad  $x$ ,  $p_x$  o probabilidad de que un individuo de edad  $x$  sobreviva al cabo de un año,  $e_x$  que representa la esperanza de vida de una persona de edad  $x$ , y  $\mu_x$  que constituye el tanto instantáneo de mortalidad, parámetro que en la mayoría de los modelos paramétricos modeliza la ley de supervivencia mediante integración de la correspondiente ecuación diferencial.

Además de la edad, existe un factor de riesgo menos relevante pero importante que es el sexo del expuesto al riesgo. Por ello, se elaboran tablas de mortalidad para hombres y mujeres diferenciadas. En los momentos actuales, de fuerte dependencia de lo políticamente correcto, se ha pretendido por parte de instancias oficiales de orden político (como la Comisión Europea, por ejemplo) impedir el tratamiento diferenciado de hombres y mujeres en la

aplicación de las tablas de mortalidad (véase Sáez de Jáuregui (2007)). Pero técnicamente es indiscutible la existencia de diferencias, y cada vez más evidentes una vez que se va prolongando la esperanza de vida como consecuencia de las mejoras sanitarias y asistenciales.

Otro elemento diferenciador es la generación dando lugar a las llamadas tablas generacionales. También pueden elaborarse tablas diferenciadas de muerte y supervivencia, según sea el riesgo asegurado, tablas que incorporan un recargo de seguridad que privilegia el supuesto contrario al asegurado. Además diferentes criterios de graduación (McCutcheon, J.J. (1987)) así como diferentes métodos generales en cuanto a su construcción, como detalla minuciosamente el profesor F. Insolera (1950) y también el profesor A. Vegas (1981).

En forma de anexo matemático se presentan los modelos fundamentales que se han utilizado para el ajuste o graduación de las tablas de mortalidad.

## 2.- Antecedentes históricos

### 2.1.- Desde la antigüedad hasta el siglo XVII

Las tablas de mortalidad tal y como hoy las conocemos son un evento relativamente moderno, no podemos hablar de “verdaderas tablas de mortalidad” por lo menos hasta los siglos XVII y XVIII, aunque no debemos olvidar que la preocupación por la mortalidad siempre influyó en la vida y pensamiento de la humanidad. Tampoco es nuestra intención estudiar esta época.

No existen noticias fidedignas escritas sobre lo que en la antigüedad se realizaba en cuanto a registros de la mortalidad, debido fundamentalmente a la destrucción de las bibliotecas de Efeso y Alejandría. Por ello no podemos conocer el tratamiento que sobre el particular realizaban asirios, hebreos, egipcios y fenicios e incluso griegos y romanos (hasta épocas ya avanzadas).

Sin embargo, si que existen hitos, noticias y relatos sobre la actividad aseguradora entendida como una prevención frente a los riesgos y consecuencias de la mortalidad, hambrunas, tempestades etc.

Como noticias esporádicas, recogida de relatos, podemos entresacar hasta la Baja Edad Media, que:

- Como referencia más antigua, en el antiguo Egipto de las pirámides de Gizeh existía una mutualidad de riesgos mutuos organizada por los maestros artesanos que elaboraban las esculturas y elementos ornamentales utilizados en dichas edificaciones.
- En Babilonia existía una asociación mutual de comerciantes que sufragaba los gastos ocasionados a las embarcaciones por tempestades y accidentes, y que los hebreos compensaban las pérdidas de animales de sus individuos con otros de similares características.
- Los griegos también practicaban el seguro. Parece ser que llevaban estadísticas de los que fallecían luchando para poder socorrer a viudas y huérfanos.

---

\* La información correspondiente a dicho período, excepto algunas referencias concretas, la hemos entresacado fundamentalmente de la enciclopedia actuarial Teugels-Sundt Editors (2004), y de trabajos “on line” de páginas web.

- En cuanto a los primeros intentos de controlar los movimientos naturales de población (nacimientos y defunciones) de que tenemos noticia, éstos datan de la Roma del año 578 aC y de la China del siglo III aC, aunque tenían motivaciones militares e impositivas.
- En Roma tuvo especial importancia el censo ordenado por Augusto alrededor del año cero de nuestra era, por su relación con el nacimiento de Cristo. Los censos practicados fueron utilizados con motivos impositivos, sobre todo a partir de la época de Servio Tulio. Con anterioridad al nacimiento de Cristo, el año 40 anterior a nuestra era, se elaboró la conocida como tabla Macer en base a la Ley Faldiciana, del tribuno Faldicius. Sin embargo, es la tabla Ulpiana, elaborada en 220 de nuestra era, por el eminente jurista y prefecto pretoriano Domitius Ulpianus, el primer hito histórico reseñable con perfección técnica (como han demostrado los actuarios Mays para edades superiores a 25 años, Splicing para edades inferiores a 25, etc.).
- Mas tarde aparecieron las asociaciones mutuales del ejército romano y poco a poco se fueron extendiendo a otros estamentos, como para compensar a viudas y huérfanos, que se extendieron a las asociaciones gremiales incipientes de la Baja Edad Media, y también con la pretensión de ayudar a sus miembros en caso de enfermedad, incendio o viaje.

Centrándonos en España, en esta época hay diferencias sustanciales con Europa debidas a la dominación árabe (así tenemos constancia de los censos ordenados por Alhacam II, a finales del siglo X, y por Abd-el-Mumén, en el XI). Pero similarmente a lo acontecido en Europa también en la España cristiana del siglo XII (sobre todo en la Corona de Aragón) surgieron las denominadas Cofradías Gremiales que auxiliaban a sus miembros ante la enfermedad y con pensiones por vejez o invalidez. Los juros y censos, por el análisis de las cartas en que se otorgaban, contienen los principios fundamentales de las rentas vitalicias perpetuas o temporales. (Luis Benítez de Lugo (1955).

Otros acontecimientos a destacar con anterioridad al s. XVII, fueron:

- el censo ordenado por los Reyes Católicos a Alonso de Quintanilla en 1482,
- el realizado bajo mandato de Carlos V en 1541 sobre los vecinos de las 18 provincias de su reinado, y
- los efectuados en época de Felipe II, quién, además de los dos empadronamientos generales de 1587 y 1594, encargó en 1574 a Ambrosio de Morales la Descripción de los pueblos de España, cuyo trabajo todavía se conserva parcialmente en la Real Biblioteca de San Lorenzo del Escorial.

## 2.2.- Desde el siglo XVII hasta la actualidad

La elaboración de tablas de mortalidad como más o menos las conocemos hoy en día, podemos decir que comienza entre finales del siglo XVII y principios del XVIII con una metodología incipiente, siendo sobre todo a partir de la segunda mitad del siglo XIX cuando se consolida la metodología y podemos hablar propiamente de tablas de mortalidad.

Como hemos indicado, hasta el siglo XVII no existen documentos sobre los que podamos afirmar la existencia de verdaderas tablas de mortalidad, aunque si podríamos citar determinados tipos de datos censales publicados en Francia por Bodin en 1557, unas tablas de distribución de sexos en Inglaterra en 1592, y un censo realizado en Suecia en 1608.

Los grandes matemáticos, geómetras y astrónomos del siglo XVII se sintieron atraídos por el fenómeno biométrico. Así, De Witt, Hudde, Huygens, Halley, etc. intervinieron decisivamente

en el desarrollo de la biometría actuarial. Incluso el gran Isaac Newton aparece en un acta dando su "imprimatur" a una tabla de mortalidad que presentaba los cálculos de rentas para el último superviviente sobre varias cabezas.

Se suele considerar como primera tabla "científica" la elaborada en 1662 por John Graunt, basada en experiencia de mortalidad inglesa de los periodos 1629-36 y 1647-60. Se trataba de una tabla simplificada, que sólo recogía las edades acabadas en 6 hasta la de 76 años. En base a esta tabla, Lodewijk Huygens (hermano de Christiaan) mostró, por primera vez, en 1669, cómo calcular la esperanza de vida.

El primer intento de calcular probabilidades sobre la vida humana lo llevaron a cabo en Holanda de Witt y Hudde, quienes en 1671 publicaron un trabajo sobre probabilidades y juegos de azar siguiendo los trabajos de Cardano, Christiaan Huygens, Pascal y Fermat, llegando a calcular el valor actual actuarial de una renta vitalicia (con errores).

El siguiente eslabón a reseñar sería la tabla de mortalidad Breslau, elaborada por el matemático, actuario y astrónomo Edmund Halley ("An estimate of the Degrees of the Mortality of Mankind"), publicada en 1693, en base a la experiencia de mortalidad del periodo 1687-91 producida en la ciudad de Breslau. Leibniz remitió tal estadística al conocido astrónomo Halley como secretario que era de la Royal Society of London. En base a dicho censo, Halley elaboró una tabla de mortalidad en el sentido moderno del término y calculó el valor actual actuarial de una renta vitalicia si bien con un algoritmo que se considera peor que el de Witt. La tabla Breslau, sobre la que Colin MacLaurin actuó como consultor, jugó un papel fundamental en la fundación de uno de los primeros fondos de pensiones, en 1743, el Scottish Minister's Widows' Pension Fund.

Es a finales del siglo XVII cuando arranca la historia moderna del seguro con la creación en Londres de la primera asociación profesional de aseguradores, cuyas primeras actuaciones se concentraron sobre el seguro marítimo y ya entrado el siglo XVIII se generalizaron al seguro de vida.

Durante el siglo XVIII, podemos decir que las Tablas de Mortalidad, vienen asociadas a los nombres de De Moivre, Bernoulli, Déparcieux, Euler, Dodson, Price y Morgan.

Deben destacarse las siguientes:

- Tabla Dodson para la Equitable Life (fundada en 1762), sobre una experiencia de mortalidad del periodo 1728-50.
- Tablas Holandesas de Struyck y Kersseboom, publicadas en 1740, y que tienen la virtud de, por primera vez, elaborar una tabla diferenciada de hombres y mujeres.
- Tabla Northampton, elaborada por Price en base a la experiencia de mortalidad del periodo 1735-80 en dicha localidad inglesa. El libro de Price, consultor de Equitable Life, fue considerado manual de referencia hasta 1820.
- Tabla sueca Wargentín, sobre una experiencia de mortalidad del periodo 1755-63.

Para el siglo XIX y principios del XX pasamos a hacer un resumen siguiendo al profesor Lasheras (1948), sobre las experiencias extranjeras y reservamos el siguiente epígrafe como específico para la experiencia española.

### a.- Experiencia inglesa

El actuario Mr. Finlaison, en 1829, elaboró unas tablas de mortalidad por encargo del gobierno inglés. En 1834, el actuario A. Morgan construyó la primera tabla inglesa con datos de compañías de seguros correspondientes al período 1762-1828. Esta experiencia, fue mejorada y perfeccionada en 1843 por un comité de actuarios, con la publicación de las Tablas de las Diecisiete Compañías Inglesas (Combined Experience) con datos del período 1762-1837 (unos 84000 datos aproximadamente correspondientes a las diecisiete compañías inglesas más importantes). De esta época son dos trabajos muy relevantes debidos a Gompertz (1825) y a Makeham (1860). Respecto de este último hemos de decir que la mayoría de tablas de mortalidad hasta por lo menos mediados del siglo XX, se ajustaron a dicha formula.

En 1869 el Instituto de Actuarios de Londres y la Facultad de Actuarios de Escocia, publicaron cuatro tablas (las Healthy Males o  $H^m$ , las Healthy Females o  $H^f$ , las Diseased Males and Females o D.M.F., y las Special Risks o S.R) basadas en los datos de 10 compañías inglesas y otras 10 escocesas, que fueron de gran profusión. Más tarde, en 1903, el Instituto de Actuarios de Londres publicó las "The British Offices Life Tables, 1893" con datos de 60 compañías y un largo período de observación.

También, en cuanto a tablas generales de mortalidad, además de algunas experiencias en el siglo XVII, en 1859 se publicó la tabla de mortalidad general correspondiente al período 1849-54 con datos de 63 distritos importantes de Inglaterra y Gales, las cuales se perfeccionaron y mejoraron para los períodos 1881-90 y 1881-1900, tablas que se conocen con el nombre genérico de Heathy English Life Tables. Durante el siglo XX han ido elaborándose diferentes English Life Tables (ELT), incluso con criterios distintos, añadiendo a cada una uno o dos dígitos para diferenciarlas, así por ejemplo en el famoso libro de Benjamín and Pollard (1989) aparecen ejemplos de las tablas ELT13.

### b.- Experiencia francesa

En 1860 se publicó en Francia la denominada Tabla del Comité de las Tres Compañías (L'Union, La National y Assurances Generales). En 1874, fue el actuario De Kertanguy quien publicó una tabla de mortalidad basándose en la experiencia de la Compagnie d'Assurances Generales y, en 1879, los actuarios Achard y Charlton construyeron otra basándose en datos de los pensionistas del estado francés. Más tarde, en 1887, el comité ya citado de las tres compañías construyó las famosas tablas de Assurés Francais (A.F.) y de Rantiers Francais (R.F) ajustadas por el método de Woolhouse, que poco después, en 1895, se ajustaron por la fórmula de Makeham. Finalmente, en 1899, se decidió la construcción de dichas tablas ajustadas a la fórmula de Makeham pero a un período más largo con comienzo en 1819, fecha de la fundación de la compañía más antigua de las tres, y final en 1898, las que fueron publicadas en 1900, con el nombre antiguo de Tablas del comité de las Tres compañías, (las AF para seguros en caso de muerte, las RF para seguros en caso de vida y rentas vitalicias) de gran profusión mundial y que prácticamente fueron usadas hasta los años 70 del s. XX. De finales del s. XIX es también muy importante el trabajo del actuario francés M. A. Quiquet (1893).

### c.- La experiencia americana y australiana

La primera tabla con experiencia americana data de la segunda mitad del siglo XIX, y fue construida por Mr. H. Shephard actuario de la Mutual Life Insurance Company, basandose en los datos correspondientes a 16 años de dicha entidad. Mas tarde en 1881, Mr. Levi W.

Meech, dirigió la publicación de la *Thirty American Offices Tables*, basada en las experiencias de 30 compañías estadounidenses.

A principios del s. XX, el Departamento de Estadística de los Estados Unidos de América publicó una tabla de mortalidad general basada en el Censo de 1910 y las defunciones de los años 1909, 1910 y 1911, trabajo que dirigió J.W. Glover y que más tarde se completó diferenciando por razas, nacionalidad, núcleos urbanos etc. También, la Sociedad Actuarial Americana de Canadá y USA publicó en 1918 una tabla de mortalidad con las experiencias de compañías de seguros de América del Norte. Hoy en día son innumerables las publicaciones sobre tablas de mortalidad general y específicas existentes.

Las aportaciones australianas importantes aparecen a partir de 1950 con las famosas tablas ajustadas por el criterio de Helligman y Pollard (1980).

#### **d.- Otras experiencias**

También hay otras experiencias alemanas, del imperio austro-húngaro, belgas, de la república austro-húngara, e italianas.

Como resumen del siglo XX, podemos decir que:

- a) Se produce, al menos en los países occidentales, una generalización en cuanto a publicaciones demográficas por los principales Institutos Oficiales de Estadística así como de Tablas de Mortalidad de la población general, así como por parte de algunos Institutos de Actuarios y Facultades. Por otra parte, las principales empresas (en general multinacionales) tanto de seguros como de reaseguros empiezan a elaborar sus propias tablas de colectivos de asegurados. Todo ello ha sido posible y potenciado, gracias a los equipos informáticos hoy en día disponibles.
- b) Hasta el primer tercio del siglo XX, prácticamente, todas las tablas de mortalidad de uso en aplicaciones al seguro se ajustaron por la fórmula de Makeham (1860), y que a partir de la segunda mitad hay un cambio sustancial, debido a la aparición de otros criterios de ajuste y del extraordinario desarrollo de los sistemas informáticos que han revolucionado y siguen revolucionando las múltiples posibilidades de aplicar diferentes criterios de ajuste.

Hoy en día la famosa fórmula de Makeham (1860) basada en la ley de Gompertz (1825), que se ajustaba por la fórmula de King y Hardy podemos decir que ha quedado obsoleta, con la incorporación de las funciones generalizadas de Gompertz-Makeham, las nuevas leyes de Helligman y Pollard (1980), los ajustes basados en funciones kernel (véase por ejemplo Ayuso, Guillen y otros (2001)), y las funciones splines (McCutcheon, J. J. (1981)), todo ello potenciado por el gran desarrollo de los equipos y softwares informáticos. Hay tantas aportaciones y en tantos sentidos que es imposible referenciar en un trabajo como éste.

Finalmente analizamos lo que podemos considerar como experiencia española en cuanto a tablas de mortalidad.

### **3.- Tablas De Mortalidad Españolas**

A continuación analizamos la experiencia española a partir del s. XVII muy esquemáticamente en cuanto a los s. XVIII y XIX, y profundizando más en el s. XX.

Retrotrayéndonos a la última referencia histórica que hicimos sobre España, se puede constatar como, a partir del s. XVII, el declive del imperio español conlleva el desinterés por

toda investigación estadística y hay que esperar hasta el s. XVIII, con el reinado de Carlos III, para encontrar nuevos estudios censales, que fueron continuados bajo los reinados de Carlos IV y Fernando VII (ya en el s. XIX). De esta época famosos fueron los censos del conde de Aranda (1768), de Floridablanca (1787), y de Godoy (1797) (Barrionuevo, 2001).

Dos hitos importantes hemos de destacar hasta finales del XIX: en 1852 se crea, por la Sociedad Económica Matritense, la primera cátedra de Estadística de España, que es ocupada por José María Ibáñez; y, en 1856 se funda la Comisión de Estadística del Reino, germen del actual Instituto Nacional de Estadística que, en 1877, junto con el hoy desaparecido Instituto Geográfico y Estadístico, elaboraron con los datos del Censo de 1877 y los fallecimientos ocurridos desde 1878 a 1882, una tabla de supervivencia de los habitantes de España, con grandes dificultades de consecución y tratamiento de datos, así como metodológicas, y ajustada por métodos gráficos.

En cuanto al s. XX, consideramos tres subapartados: por una parte las publicaciones oficiales del INE, por otra las publicaciones e intentos desde un punto de vista actuarial, y finalmente lo que denominamos punto de inflexión español.

#### **A- Tablas de Mortalidad General: Publicaciones del INE**

El Instituto Nacional de Estadística, tal y como hoy lo conocemos (cuyos predecesores como hemos dicho fueron la Comisión de Estadística del Reino, y el Instituto Geográfico y Estadístico) fue creado oficialmente por la Ley de 31 de diciembre de 1945 (BOE 03/01/1946) con la misión de elaborar y perfeccionar las estadísticas demográficas, económicas y sociales ya existentes, la creación de otras nuevas y la coordinación con los servicios estadísticos de las áreas provinciales y municipales.

La información en cuanto a tablas y publicaciones del INE es muy completa, la mayoría de las mismas pueden consultarse “on line” en la página web del mismo ([www.ine.es](http://www.ine.es)), y entre las publicaciones en papel respecto a tablas de mortalidad, aunque todas a las que hemos aludido en el texto están publicadas, sólo incluimos en la bibliografía adjuntada la correspondiente a las Tablas de Mortalidad de la Población Española de 1996-97 (INE (1999)).

- Las primeras Tablas de Mortalidad de la población española del INE fueron publicadas en 1945 con datos del Censo de 1930 y los fallecimientos de los años 1930 y 1931, no tomándose los datos del Censo anterior de 31-12-1940, por su proximidad con la Guerra Civil (1936-39), pues eran previsibles muchos errores en los datos y una mortalidad mucho mayor que lo normal.
- En 1952, se publicaron las tablas de mortalidad correspondientes a 1940 y, además, aprovechando los Censos de 1900, 1910 y 1920, se elaboraron las correspondientes a esos períodos, con lo que se llenó el vacío que padecíamos con referencia a la primera cuarta parte del siglo.
- En 1960 aparecieron las tablas de 1950 y en 1977 las tablas (completas) de los años 1960 y 1970, si bien previamente, en 1963, se publicaron las tablas abreviadas de 1960.
- A partir de entonces el INE ha publicado tablas de mortalidad cada cinco años aprovechando los padrones municipales quinquenales, además de los censales (cada 10 años). A partir de 1975 se realizan cambios conceptuales como por ejemplo en el de

nacidos vivos, así como de algunos criterios en cuanto a las suavización de las series, adaptándolos y aproximándolos mas a la metodologías europea y americana.

- En 1981 aparecen las tablas de 1975-76, en 1988 las del 1980-81, en 1991 las del período 1985-86, y en 1993 las de 1990-91.

Con posterioridad ha habido un nuevo cambio en la periodificación de las publicaciones del INE sobre tablas de mortalidad, apareciendo en 1998 las Tablas de mortalidad del 94-95, utilizando las defunciones de dichos dos años pero no los datos de población del padrón correspondiente a 1995, sino los proyectados a partir del Censo de 1991, y en 1999 las del período 1996-97 siguiendo dicho criterio. Pero en general estas no se ajustaron ni a la ley de Makeham ni a otras posteriores de tipo actuarial, sino suavizadas en general por el método de las diferencias variantes (INE, 1999).

También, muy recientemente, a través de los Institutos de Estadística de algunas Comunidades Autónomas se han calculado tablas de mortalidad referidas a algunas de las Comunidades, y el propio INE en 1999 publico las Tablas de Mortalidad de la población española de 1994-95, con resultados por Comunidades Autónomas.

## **B- Publicaciones de otros Organismos Públicos, Semipúblicos y Privados, ajustadas con criterios actuariales**

Así como la experiencia del INE, podemos considerarla adecuada comparada con la de otros países europeos, no podemos decir lo mismo de las publicaciones con criterio actuarial para utilizar por las compañías de seguros, lo que se acentuó muchísimo a partir de los años treinta del siglo pasado.

- En 1911 la entonces Comisaría General de Seguros (más tarde Dirección General de Seguros y hoy Dirección General de Seguros y Planes de Pensiones), intentó construir una tabla de mortalidad ajustada a la ley de Makeham, aunque no con experiencia española, y así se obtuvieron las tablas de mortalidad de los hermanos Puyol Lalaguna (1911).

Conviene puntualizar que la primera ley de Seguros Privados en España data del 14 de mayo de 1908. Con anterioridad, las compañías de seguro que operaban en España disponían de una amplia libertad en el establecimiento de sus tarifas y reservas que dependían, en gran parte, de las indicaciones establecidas en los propios estatutos de constitución de las compañías. A finales del siglo XIX se había incorporado una normativa escasa que se limitaba a la obligación del pago de algunos impuestos, el depósito de garantía exigido por el Artículo 32 de la ley de Presupuestos de 5 de agosto de 1893 y del Artículo 43 de la Ley de Presupuestos de 30 de junio de 1895 o por el Real Decreto del Ministerio de la Gobernación de 27 de agosto de 1900, o el establecimiento de normativa cuando se creó el ramo de accidentes de trabajo en 1900. Esta libertad respecto a las reservas iba acompañada del bajo porcentaje de desembolso del capital social suscrito. Estos dos elementos, junto con el carácter especulativo con que se dirigió durante el siglo XIX la inversión de las escasas reservas en las compañías, explicarían la corta supervivencia de las compañías de seguro en esta etapa.

La Ley de 1908 intentó paliar estas deficiencias estableciendo un estricto control sobre las compañías aseguradoras para garantizar los derechos de los asegurados. Esta normativa suponía que las compañías autorizadas estarían, a partir de estos momentos, sujetas a una serie de obligaciones respecto a la administración y a los propios asegurados.

El año 1908 es comúnmente denominado «el año de oro del seguro español» pues en él se promulgaron dos leyes de extraordinaria trascendencia: por una parte la ley de 27 de febrero de 1908 por la que se creó el Instituto Nacional de Previsión, y por otra la Ley del seguro privado de 17 de mayo 1908. En dichas leyes se ponen de manifiesto las operaciones de seguros, y también la profesión de actuario aunque entonces en España ni existía la carrera ni el Instituto de Actuarios.

La importancia de la primera ley la pone de manifiesto su artículo 15: «En la práctica de estas operaciones (a las que se le atribuirán las de renta vitalicia, diferida o personal, constituida a favor de personas de las clases trabajadoras) observará estrictamente el «Instituto Nacional de Previsión» las reglas técnicas del seguro. A este efecto, y debidamente asesorado por un Actuario de Seguros, con título profesional nacional o extranjero (atención a la automática homologación del título de Actuario sin necesidad a esperar a los trabajadores transfronterizos...), formulará el Consejo Patronato las tarifas de cuotas, con arreglo a la tabla de mortalidad que se considere preferible, de las utilizadas para el Seguro en caso de vida, mientras no tenga tabla nacional propia, y al tipo de interés que acuerde, no excediendo del 3,5%, con el recargo que se considere conveniente para constituir una reserva especial a los efectos de las fluctuaciones en la mortalidad y en el interés de las inversiones»

La Ley de 1908 fue desarrollada por el Reglamento, de 2 de febrero de 1912, (que estuvo vigente hasta la promulgación del nuevo Reglamento de Ordenación del Seguro Privado de 1 de agosto de 1985, hoy en día también modificado). En el artículo 99 del mismo se recomendaba la elaboración de unas tablas de supervivencia basadas en experiencias españolas y además, proporcionaba una lista de tablas de otros países (entre ellas las francesas AF y RF de 1895), que podían ser usadas por las compañías de seguros españolas o que operasen en territorio nacional, a la que haremos referencia mas adelante.

Podemos afirmar que, como consecuencia de ambas leyes, aparecieron las tablas de Puyol ya mencionadas y poco más tarde la regulación de la carrera de actuario y la de la profesión de actuario y la creación del instituto de actuarios (Escuder J y R, y Vegas (2006)).

- Más tarde, en 1927, el (entonces) Consejo Superior de Trabajo Comercio e Industria, publicó unas tablas debidas a Mariano Fuentes Martiáñez (1927), donde aparecía la sobrevivencia o supervivencia, vida media y vida probable, basadas en los Censos de 1910 y 1920 y en las defunciones del período 1908-1923 (esto es defunciones del período intercensal, mas tres años anteriores y tres posteriores). En dicha publicación no se consideraron los datos de 1918 por la terrible epidemia de gripe habida que cercenó muchas vidas en nuestro país. En dicha tabla, aunque se intentó ajustar a la ley de Makeham se introdujeron muchos trucos y artificios que hicieron dudar de su fiabilidad.
- El episodio cruento de nuestra Guerra Civil (1936-1939), modificó sustancialmente la mortalidad del periodo, y produjo cambios institucionales y legislativos, que perduraron casi durante cuarenta años de aislacionismo, aunque en los últimos diez se produjeron aperturas.
- El profesor Lasheras (1948) relata un nuevo intento de construir unas tablas actuariales en 1945 de utilidad para la Seguridad Social por parte de la Asesoría Técnica de la Dirección General de Previsión (Ministerio de Trabajo).
- Hasta 1954 no hubo modificación sustancial de la ley de 1908. La nueva Ley de Seguros de 16 de diciembre de 1954, no proporcionó los efectos esperados. Sus cambios y

adaptaciones no fueron muy operativos ya que si bien, en su artículo 4º prescribía la necesidad de presentación de “las bases técnicas, tarifas, pólizas y contratos que se propongan utilizar en sus operaciones”, sin embargo, como esta ley no tuvo reglamento propio (que siguió siendo el de 1912), no quedó regulado lo que se entenderían por “bases técnicas” en la práctica aseguradora. Como consecuencia de la misma, si que hubo un nuevo intento de construir unas tablas actuariales con experiencia española como detalla el profesor Lóbez (1966), pero al igual que el de 1945, sin llegar a resultados verdaderamente efectivos.

Relacionado con lo anterior, es de especial importancia citar la Orden Ministerial de 8 de febrero de 1961, que devino fácticamente en reglamento de la ley de 1954 (hasta que por fin en 1985 se publicó el Reglamento de la nueva Ley sobre Ordenación del Seguro Privado 33/1984, de 2 de agosto de 1984, mediante Real Decreto 1348/1985, de 1 de agosto, que derogó dicha O. M., así como el ya caduco Reglamento de 1912).

Esta O. M.: liberalizó (de “aquella forma”) el mercado asegurador siguiendo los vientos “liberalizadores” que inspiraban la política económica de la época. En lo que se refiere a las tablas de mortalidad, la exposición de motivos de la orden establecía que “la ausencia transitoria de tablas de mortalidad, establecidas sobre la experiencia española, obliga a aceptar todas aquellas que reúnan las condiciones de idoneidad técnica, siempre que las empresas que soliciten su empleo demuestren a satisfacción de la Dirección General encargada de la vigilancia y tutela del seguro privado, que su adopción es posible por resultar de los datos estadísticos oportunamente aportados que la mortalidad real en los colectivos españoles es igual o menor que la de las tablas propuestas en los seguros en caso de muerte y, caso necesario, en los seguros para el caso de vida”.

De esta forma, el apartado tercero de la mencionada Orden Ministerial establecía: “*Las entidades operantes en el ramo de vida podrán usar, transitoriamente, para sus cálculos, cualquier tabla de mortalidad, siempre que demuestren inequívocamente ante el Ministerio de Hacienda, mediante estudios estadísticos, que la mortalidad real española es igual o menor que la contenida en las tablas de mortalidad que se pretendan utilizar en los seguros en caso de muerte o igual o superior en caso de vida*”.

La realidad fue que la mayoría de las compañías siguieron aplicando el artículo 99 del Reglamento de 1912, en el que se decía explícitamente que: “*Las Tablas de Supervivencia y de Mortalidad, para el cálculo de tarifas en caso de seguros de vida y de reservas matemáticas, autorizadas eran para los casos de muerte:*

- *las AF (francesas),*
- *las HM inglesas (1902),*
- *las austrohúngaras de 1907,*
- *las de la experiencia americana,*
- *la alemana del colegio de Berlín MH,*

*y para los de vida:*

- *las RF (francesas),*
- *la de 17 compañías inglesas,*
- *la de la experiencia del gobierno británico,*
- *la de Carlisle,*
- *la de la experiencia americana.*

También en el mismo artículo se decía que *podrían emplearse otras basadas en experiencias particulares de las entidades aseguradoras o las deducidas de otras estadísticas de mortalidad, siempre que las primas netas que resulten de su aplicación queden comprendidas para todas las edades entre la más alta y la más baja de las que correspondan a las mismas edades con arreglo a las tablas anteriores*".

Tampoco en el ámbito académico se publicaron tablas de mortalidad propiamente españolas. Así, para los estudiantes de Ciencias Económicas que en el quinto y último año cursaban la carrera actuarial (la carrera actuarial, hasta 1953 se cursaba en las Escuelas de altos Estudios Mercantiles (Escuder J. y R, y Vegas A (2006)) se utilizaban los siguientes dos libros de tablas: "Tablas Financieras y Actuariales" de Gil Peláez L. (1959) y el "Prontuario de Tablas Financieras y Actuariales" de Sánchez Valverde (1956). Tablas que en la parte actuarial eran fundamentalmente las propias francesas, inglesas e italianas aludidas en el artículo 99 del Reglamento de 1912.

Hoy en día las principales empresas de seguros multinacionales y/o reaseguradoras, y también algunas españolas sobre toda en el ámbito de banca-seguros, elaboran sus propias tablas, a partir de sus propios registros, a las que se denominan tablas de colectivos asegurados en contraposición de las generales o construidas a partir de la población general, pero de este aspecto junto a otros muy positivos ocurridos en España últimamente, los analizamos a continuación, como nuestro punto de inflexión hacia nuestra identificación europea.

### **C- Cambio o inflexión en España a partir del periodo 1970-1980**

Como acabamos de constatar, en España aparte de las publicaciones del INE en cuanto a mortalidad general y no ajustadas por criterios actuariales, verdaderamente no hemos dispuesto de tablas específicas de mortalidad obtenidas de datos de la población española asegurada de uso por las compañías aseguradoras, sino que más bien hemos utilizado tablas extranjeras.

Puede que todo ello sea debido al tamaño de nuestras entidades aseguradoras y a su fuerte dependencia de las de las grandes multinacionales aseguradoras y reaseguradoras, y a nuestras propias circunstancias sociales, políticas económicas y jurídicas (recuérdese además, que el reglamento de 1912 estuvo jurídicamente vigente hasta 1985).

Sin embargo a partir del período 1970-1980 hay un cambio sustancial facilitado por el nuevo marco jurídico a partir de la democracia española, que pasamos a exponer. Entre dichos hitos destacamos:

- Los cambios legislativos debidos a nuestra democracia y por la entrada un poco más tarde (1986) en la hoy Unión Europea por las adaptaciones que tuvimos y que tenemos que hacer a sus normativas.

Así, citamos entre otras: la Ley 8 de octubre de 1980 que desarrollaba el contrato del seguro; la nueva Ley 33/1984, de 2 de agosto sobre Ordenación del Seguro Privado, y su decreto desarrollador publicado mediante Real Decreto 1348/1985 de 1 de agosto, que por fin derogó el de 1912; la nueva ley denominada de Ordenación y Supervisión de los Seguros privados de 8 de Noviembre de 1995, y su reglamento desarrollador de 29 de noviembre de 1998 (que también modifica parcialmente el de 1985). Con posterioridad se han publicado como nuevas Ordenes Ministeriales, Decretos, y Textos Refundidos, ya que la legislación

actual española se moderniza y modifica casi continuamente por motivos de actualización y por adaptación a las normativas emitidas por la Unión Europea. La última modificación del Reglamento de Seguros vigente, es el reciente Real Decreto 239/2007 de 16 de febrero.

En cuanto a las tablas de mortalidad y su utilización hemos de destacar que el Artículo 34 del Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados (Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre) establecía en el apartado 1 las características que deben reunir las Tablas de mortalidad, de supervivencia y de invalidez para ser aplicadas en el Seguro de Vida en España. Así, se establece con carácter general que deben *“estar basadas en experiencia nacional o extranjera, ajustada a tratamientos estadístico-actuariales generalmente aceptados”* (apartado a), que *“la mortalidad, supervivencia e invalidez reflejadas en las mismas deberán encontrarse dentro de los intervalos de confianza generalmente admitidos para la experiencia española”* (apartado b), que *“el final del periodo de observación considerado para la elaboración de las tablas no podrá ser anterior en más de veinte años a la fecha de cálculo de la provisión”* (apartado c), que *“cuando se utilicen tablas basadas en la experiencia propia del colectivo asegurado, la información estadística en la que se basen deberá cumplir los requisitos de homogeneidad y representatividad del riesgo, incluyendo sobre el mismo información suficiente que permita una inferencia estadística e indicando el tamaño de la muestra, el método de obtención de la misma y el periodo a que se refiere, el cual deberá adecuarse a lo previsto en el párrafo c) anterior”* (apartado d) y que *“en los seguros de supervivencia, deberán incorporar el efecto del tanto de disminución de la mortalidad considerando una evolución desfavorable de la misma, salvo que el mismo haya sido tenido en cuenta en el cómputo del periodo de observación a que se refiere el párrafo c) anterior”* (apartado e).

Sin embargo, la Disposición Transitoria Segunda de dicho Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados establecía también en su apartado quinto, que *“no obstante lo dispuesto en el párrafo c) del apartado 1 del artículo 34 de este Reglamento, hasta tanto así se declare por la Dirección General de Seguros por haberse contrastado la validez de nuevas tablas de final de periodo de observación más reciente, a partir de la entrada en vigor de este Reglamento podrán utilizarse para seguros de supervivencia las tablas GRM80 y GRF80 con dos años menos de edad actuarial y en seguros de fallecimiento las tablas GKM80 y GKF80.*

La vigencia de esta disposición transitoria fue corta, como constatamos a continuación por la publicación de las primeras tablas basadas en experiencia española que fueron las tablas actuales PERM Y EPRF 2000, a las que nos referiremos inmediatamente.

- Los trabajos de investigación realizados por los profesores universitarios Eliseo Navarro (1982) y Eugenio Prieto y Javier Fernández Plasencia (1994), que además de su importancia estimularon la incipiente investigación en materia actuarial de muchas universidades españolas y empresas, con tesis doctorales y trabajos de investigación importantes.

El trabajo de Eliseo Navarro, editado y premiado por la institución Mapfre, titulado: *“Tablas de Mortalidad de la Población Española 1982: Metodología y Fuentes”* (1991), en el que siguiendo a los profesores Forfar, D. O, MacCutcheon, J. J. y Wilkie A. D.,(1988), abandona el criterio único de ajuste a la fórmula de Makeham., introduciendo los ajustes a diferentes funciones denominadas funciones generalizadas de Gompertz-Makeham.

El trabajo de Eugenio Prieto y Javier Fernández Plasencia, publicado en 1994 por el Servicio Actuarial de Unespa y titulado *“Tablas de Mortalidad de la Población Española de 1950 a 1990. Tabla Proyectada del año 2000”*, donde se aborda el problema del ajuste, suavización o graduación de las mismas a la fórmula de Makeham (al menos para el período

central de las mismas) a partir de las tablas de INE. En este aspecto debemos recordar que las tablas de mortalidad publicadas por el INE, no estaban ajustadas a ninguna ley de mortalidad de tipo actuarial, sino suavizadas por el método de las diferencias variantes.

Y finalmente,

- El Protocolo de colaboración de la Dirección General de Ordenación de la Seguridad Social, Dirección General de Seguros (DGS y PP), UNESPA, ICEA, el INE y el Instituto de Actuarios españoles, para la construcción de las Tablas de mortalidad de asegurados españoles, que cristalizó finalmente en la construcción y publicación por dicha Dirección General de las Tablas Generacionales Españolas del año 2000 (Resolución de 3 de octubre de 2000).

Así, en la exposición de motivos de dicha Resolución de 3 de octubre de 2000 de la Dirección General de Seguros y de Planes de Pensiones, dando cumplimiento a lo previsto en el número 5 de la disposición transitoria segunda del Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados, aprobado por Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre, en relación con las tablas de mortalidad y supervivencia a utilizar por las entidades aseguradoras, se prescribe:

*“Primero. Declarar, en aplicación de lo previsto en el número 5 de la disposición transitoria segunda del Reglamento de Ordenación y supervisión de los seguros privados, aprobado por Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre, la no admisibilidad de la utilización de las tablas GRM80 y GRF80 corregidas con dos años menos de edad actuarial para garantías de supervivencia.*

*Segundo. Hacer públicas, mediante su inclusión en anexo a la presente resolución, las tablas denominadas PERM/F-2000 (Tablas Generacionales Españolas de Supervivencia Masculina/ Femenina), que podrán utilizarse por cumplir los requisitos exigidos en el artículo 34 del Reglamento de Ordenación y supervisión de los seguros privados, en los siguientes términos:*

- *Las Tablas PERM/F-2000P serán de aplicación a la nueva producción que se efectúe desde la entrada en vigor de la presente resolución, así como a las incorporaciones que se produzcan a partir de la misma fecha a pólizas colectivas ya en vigor.*
- *Las Tablas PERM/F-2000C serán de aplicación a la cartera de pólizas en vigor a la misma fecha, debiendo efectuarse la primera dotación correspondiente a la adaptación a estas tablas en el presente año 2000, y encontrarse la misma concluida en el plazo de 13 años a contar desde el día 1 de enero de 2001, todo ello de conformidad y con arreglo a los criterios que se deducen de lo previsto en el número 4 de la disposición transitoria segunda del Reglamento”.*

Esta resolución entró en vigor el día 15 de octubre de 2000, a partir del cual se hace uso exclusivamente de las mencionadas tablas de experiencia española para los seguros de vida en España. Es la primera vez que en España no tenemos que recurrir obligatoriamente a tablas de otros países para calcular nuestras primas, aunque algunas compañías también utilizan las GR95 puesto que no han transcurrido veinte años desde su publicación, ya que el apartado c del Artículo 34 del Reglamento de Seguros (Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre) establece que “el final del período de observación considerado para la elaboración de las tablas no podrá ser anterior en más de veinte años a la fecha de cálculo de la provisión”.

#### 4.- A modo de Conclusión

Evidentemente, en España ha habido cierto retraso en cuanto a la confección de tablas de mortalidad con criterios actuariales pero hoy, teniendo en cuenta lo que acabamos de indicar en el subepígrafe anterior, podemos decir que debido:

- por una parte a la publicación de las Tablas Generacionales Españolas PERM PERF 2000, por la Dirección General de Seguros y de Planes de Pensiones, organismo público que goza de personal muy especializado en materia de seguros y pensiones. Téngase en cuenta que es la primera vez que en España no tenemos que recurrir a tablas de otros países para calcular nuestras primas (aunque las GR95 todavía están también vigentes)
- por otra a los nuevos equipos de investigación universitarios, y sus publicaciones, y
- finalmente, por otra, a las exigencias y requisitos de obligado cumplimiento de la recientes directrices en materia de seguros y sobre todo de solvencia marcadas por la Unión Europea, que obligan a estudios muy profundos (y así tenemos constancia que algunas instituciones de banca seguros españolas han construido tablas actuariales propias) y sofisticados y a contratar personas de gran cualificación, fundamentalmente titulados procedentes de la titulación actuarial, desempeñando tareas directivas y de investigación,

Podemos afirmar por lo tanto, que nuestro retraso crónico si no ha desaparecido completamente, se ha mitigado muchísimo respecto de los países e instituciones destacadas en el contexto mundial.

#### 4.- Apéndice Matemático

En este apéndice matemático incluimos muy resumidamente una relación de las principales leyes y formulas de ajuste utilizadas en las Tablas de Mortalidad.

- De Moivre (1667-1754) alrededor de 1693 formuló la siguiente ley de mortalidad:  $l_x = 86 - x$  basado en los cálculos de Halley sobre la mortalidad de la ciudad de Londres en la que partía de una tabla de 1.000 efectivos y de razón decreciente en % e igual a 10. Por ello De Moivre partiendo de unos 100 (exactamente 86 efectivos,  $w=86$ ) y considerando una razón fija  $q = 1\%$  formuló la citada ley. El método de Halley fue uno de los precursores remotos del actual método de censo según Insolera (1950).

- D'Alembert en 1765, basándose en los censos de la ciudad de Londres propuso la siguiente:

$$l_x = a + b(x - 45) + c(x - 45)^2 + d(x - 45)^3 + e(x - 45)^4 + f(x - 45)^5$$

- Babbage en 1823 formuló:

$$l_x = a + b \cdot x + c \cdot \frac{x \cdot (x - 1)}{2} \quad (\text{siendo } a \text{ positivo, y } b \text{ y } c \text{ negativos}).$$

- Gompertz, como ya hemos estudiado, en 1825, propuso:

$$\mu_x = b \cdot c^x \quad \rightarrow \quad l_x = k \cdot g^{c^x}$$

- Makeham en 1867 reformuló la ley de Gompertz, mediante:

$$\mu_x = a + b \cdot c^x \quad \rightarrow \quad l_x = k \cdot s^x \cdot g^{c^x},$$

la que se conoce como primera ley de Makeham. También existe la llamada segunda ley de Makeham que es:

$$\mu_x = a + dx + b.c^x \quad \rightarrow \quad l_x = k.s_1^x . s_2^{x^2} . g^{c^x} .$$

- Lazarus en 1867 formuló, su ley

$$\mu_x = a + b_1.c_1^x + b_2.c_2^x \quad \rightarrow \quad l_x = k.s^x . g_1^{c_1^x} . g_2^{c_2^x} .$$

- que fue generalizada por Jamse en el siguiente sentido (orden  $k > 2$ ):

$$\mu_x = a + b_1.c_1^x + b_2.c_2^x + b_3.c_3^x + \dots + b_k.c_k^x \quad . \quad l_x = k.s^x . g_1^{c_1^x} . g_2^{c_2^x} \dots g_k^{c_k^x} .$$

- E. Sang matemático y actuuario escocés nacido en 1805 y fallecido en 1890, fue miembro fundador de la Facultad de Actuarios de Escocia y propuso la primera ley exponencial para la función biométrica  $l_x$  (no para  $\mu_x$ ), esto es:

$$l_x = a + b.c^x .$$

- Thiele en 1872 propuso la primera ley basada en tres funciones una para cada rango de edad que denominó: niñez, intermedio y vejez, mediante la siguiente función:

$$\mu_x = a_1 e^{b_1 x} + a_2 e^{-(1/2)b_2(x-c)^2} + a_3 e^{b_3 x} .$$

- Emile Dormoy, actuuario francés ( 1829 -1891), entre 1874 y 1878 y propuso las siguientes leyes de mortalidad:

1ª Ley de Dormoy:

$$\mu_x = a \text{ (constante)} \quad l_x = k.S^x \quad {}_tP_x = S^t \quad {}_tq_x = 1 - S^t .$$

2ª Ley de Dormoy

$$\mu_x = a.x \quad l_x = k.S_1^x . S_2^{x^2} \quad {}_tP_x = S_1^t . S_2^{t^2+2tx} \quad {}_tq_x = 1 - S_1^t . S_2^{t^2+2tx} .$$

3ª Ley de Dormoy

$$l_x = k.S_1^x . S_2^{x^2} . S_3^{x^3} .$$

- Risser, ya en el siglo XX (concretamente en 1908) propuso la siguiente ley:

$$l_x = S_1^x . (S_2^x)^{c^x} . g^{e^x} .$$

- Perks que en 1932 basándose en un trabajo previo de Karl Pearson, propuso la siguiente ley:

$$\mu_x = \frac{a + bc^x}{kc^{-x} + 1 + dc^x} .$$

• Con posteridad, los profesores Forfar, D. O, MacCutcheon, J. J. y Wilkie A. D., que en 1988 publicaron en el Journal of the Institute of Actuaries, 115, 1-149, el trabajo titulado "On Graduation by Mathematical Formula", que aparte de ser una obra de referencia obligada para cualquier investigador, en ella se revisan las bases estadístico-matemáticas de la graduación, y se introducen las funciones generalizadas de Gompertz-Makeham como una nueva formación para resolver problemas concretos de graduación. La estructura general de la misma es la familia de funciones generalizadas de tipo exponencial y polinómico para graduar el tanto instantáneo de mortalidad:

$$GM^{r,s}(x) = GM(r,s) = P^1_{r-1}(x) + \exp\{P^2_{s-1}(x)\}$$

donde  $P^1_{r-1}(x)$  y  $P^2_{s-1}(x)$  son polinomios en  $x$  de grado  $r-1$  y  $s-1$  respectivamente, esto es:

$$\mu_x = GM(r,s) = a_0 + a_1.x + a_2.x^2 + \dots + a_{r-1}.x^{r-1} + \exp\{b_0 + b_1.x + \dots + b_{s-1}.x^{s-1}\},$$

donde en general  $0 \leq r, s \leq 5$ .

Las constantes o parámetros del modelo generalizado deben obtenerse por criterios estadísticos procurando que el modelo elegido sea lo más parsimonioso posible, esto es contenga el menor número de parámetros. El poder graduar con diferentes modelos permite compararlos y seleccionar, entre aquellos de propiedades estadísticas parecidas en cuanto a la bondad de los ajustes pertinentes, los más parsimoniosos como hemos indicado.

Dichos autores también consideraron la formulación Logit Gompertz-Makeham Generalizada, dada por la expresión Logit de la formula generalizada de Gompertz-Makeham que es:

$$\text{LGM}(r,s) = \frac{GM^{r,s}(x)}{1 + GM^{r,s}(x)}$$

• Los actuarios australianos Heligman L, and Pollard J.H , en su trabajo "The Age Pattern of Mortality" publicado en 1980 en el Journal of the Institute of Actuaries n° 107 pp 49-80, introducen tres tipos de nuevas funciones para representar la mortalidad, que se ajustaron muy bien a la experiencia australiana, estas son:

$$\text{a.- tipo} \quad q_x = A^{(x+b)^c} + E \exp\{E(\ln x - \ln F)^2\} + \frac{G \cdot H^x}{1 + G \cdot H^x}$$

$$\text{b.- tipo II} \quad q_x = A^{(x+b)^c} + E \exp\{E(\ln x - \ln F)^2\} + \frac{G \cdot H^x}{1 + K * G \cdot H^x}$$

$$\text{c.- tipo III} \quad q_x = A^{(x+b)^c} + E \exp\{E(\ln x - \ln F)^2\} + \frac{g \cdot H^x}{1 + G \cdot H^{x^k}}$$

y en general válidas para todo el intervalo de edades (0,w), y que tienen la propiedad que sus parámetros pueden interpretarse biométricamente.

• Finalmente indicamos la posibilidad de ajuste o graduaciones mediante funciones núcleo (Ayuso, Corrales, Guillen, Marin y Rojo (2001)), y splines. McCutcheon J.J.(1981).

## Bibliografía

- 
- AYUSO, CORRALES, GUILLEN, MARIN Y ROJO (2001). *Estadística Actuarial Vida*. Edicions Universitat de Barcelana (EUB).
- BARRIONUEVO DOLMOS AUGUSTO (2001). *Las estadísticas históricas en el INE*. Revista Fuentes Estadísticas. n° 50.
- BENÍTEZ DE LUGO, LUIS, (1955). *Tratado de Seguros*. Volumen 1, pag 114. Instituto Editorial Reus.
- BENJAMIN, P. AND POLLARD. J. (1989). *The Analysis of Mortality and Other Actuarial Statistics*. Ed. Heinemann. London.
- ESCUDE J, ESCUDE R Y VEGAS (2006)). *La Titulación de Licenciado en Ciencias Actuariales y Financieras en España en el nuevo contexto del Espacio Europeo de Enseñanza Superior*. 5º Congreso Argentino de Actuarios y 8º Congreso Panamericano de Actuarios. Buenos Aires, 18 al 20 de octubre de 2006.
- FORFAR, D. O, MACCUTCHEON, J. J. Y WILKIE A. D.,(1988). *On Graduation by Mathematical Formula* JIA 115, 1-149.

- FUENTES MARTIÑEZ M.(1927). *Tablas de mortalidad, supervivencia, vida media y vida probable*. CSTCI Madrid.
- GOMPertz, B.(1825). *On de nature of the function Expressive of law of Human Mortality and on a New Mode of determining the Value of Life Contingencies*. Philosophical Transactions of the Royal Society. vol. 115, pp 513-585.
- HELIGMAN L. AND POLLARD J. H (1980). "The Age Pattern of Mortality"  
JIA nº 107, pp 49-80.
- INE (1999). *Tablas de Mortalidad de la Población Española, 1996-97*. Instituto Nacional de Estadística. Madrid.
- INSOLERA, F. (1950). *Curso de Matemática Financiera y Actuarial*. Ed. Aguilar (traducción de la edición italiana realizada en 1937, bajo los auspicios de la sociedad Reale Mutuadi Assicurazioni di Torino).
- LASHERAS A. (1948). *Matemática Actuarial*. Ed. Dossat
- LÓBÉZ URQUÍA A. (1966). *Matemática financiera con Nociones de Calculo Actuarial*. Barcelona (propiedad del autor).
- MCCUTCHEON, J. J. (1987). *Experiments in graduating the data for the English Life Tables (nº 14)*. Transactions of the Faculty of Actuaries. Vol. 40 (1)
- MCCUTCHEON J. J. (1981). *Some Remarks on Splines*. Transactions of the Faculty of Actuaries, vol.37 pp.421-438
- MAKEHAM, W. M. (1860). *On the Law of Mortality and the construction of Annuity Tables*. Journal of Institute of Actuaries vol 8, pp 301-310.
- NAVARRO, E. (1991). *Tablas de mortalidad de la población española 1982: metodología y fuentes (1991)*. Mapfre
- PRIETO, E., FERNÁNDEZ PLASENCIA J. (1994). *Tablas de Mortalidad de la Población Española de 1950 a 1990, y Tabla Proyectada del año 2000*. UNESPA. Madrid.
- PUYOL LALAGUNA, M. (1911). *Tabla de mortalidad española ajustada analíticamente*. Ed. Ricardo F. de Rojas, Madrid.
- QUIQUET M. A.(1893). *Representation algebrigue des tables de survies*. Bulletin de l'Institut des Actuaire Français. num 14.
- SÁEZ DE JAUREGUI SANZ L. M.(2007). *La igualdad efectiva de mujeres y hambres: aspectos relacionados con las tablas actuariales de supervivencia*. IAE: Actuarios: 2007, pp. 1 a 16 (Dossier).
- SÁNCHEZ VALVERDE A. Y OTROS (1955 y 1956). *Prontuario de fórmulas y tablas financieras y actuariales (vol I y II)*. Zaragoza (Vol. I, 1955 y Vol. II, 1956). Propiedad de los autores.
- TEUGELS-SUNDT EDITORS (2004). *Encyclopaedia of Actuarial Science*. Ed Wiley. pp. 1139-1145.
- VEGAS A. (1981). *Estadística. Aplicaciones Econométricas y Actuariales*. Ed. Pirámide.