
HISTORIA Y ENSEÑANZA

The Book of Chess, Dice and Tables of Alfonso X The Learned. A dice's game called Guirguesca

Jesús Basulto Santos and María Dolores Pérez Hidalgo

Departamento de Economía Aplicada I
Universidad de Sevilla

✉ basulto@us.es, mdperez@us.es

Abstract

The last treatise commissioned under Alfonso's patronage was the Book of Chess, Dice and Tables which gathers, between the folios 65r and 71v, various types of gambling. In this paper, we present a short review about the Guirguesca's game.

Keywords: Alfonso X The Learned, gambling, Guirguesca's game, The Book of Chess, Dice and Tables.

AMS Subject classifications: 90B30,62F15,62F30,62J99

1. Libro del Ajedrez, Dados y Tablas

Alfonso X (1221-1284) es recordado como el rey Sabio por su obra como legislador, hombre de letras y "patrono" de las artes y de la cultura. Los trabajos más notables producidos bajo el patrocinio de Alfonso X fueron obras, muchas de ellas, colectivas, de erudición en las que colaboraron varios autores bajo su dirección y supervisión, siendo el papel del rey similar a un dinámico editor general. Las traducciones al romance y no al latín fue el cambio que introdujo el rey frente a la prestigiosa escuela de traductores de Toledo, apoyándose, además, en las "Escuelas Generales de latín e de arábigo" de Sevilla y Murcia.

Las obras que salieron del escritorio alfonsí suelen agruparse en los bloques siguientes: legales (como el Setenario, el Fuero Real, las Siete Partidas y el Libro de las Tahurerías), históricas (como la Historia de España y la llamada General Historia), científicas (como las traducciones del árabe sobre Astronomía y Astrología (7 libros), la elaboración de libros de Astronomía (16 libros), de Medicina, Astrología y Magia (5 libros) y los Libros de Acedrex, Dados y Tablas), poesía y música (como Las Cantigas de Santa María y las Cantigas Profanas) y otras obras literarias. De todas estas obras vamos a interesarnos en el Libro del Acedrex, dados y Tablas que, como se recoge en su colofón, afirma "*Este libro fue*

començado e acabado en la cibdat de Sevilla por mandato del muy noble rey don Alfonso, fijo del muy noble Don Ferrando e de la reina Doña Beatriz, señor de Castiella e de Leon, de Toledo, de Gallizia, de Sevilla, de Cordova, de Murcia, de Jahen, de Badajoz e dell Algarve, en treinta e dos años que el rey sobredicho regno, en la era del mill e trezientos e veint e un año". Recordemos que la fecha de 1321 está basada en la Era Hispánica (conquista de Hispania por Octavio Augusto, 716 años de la fundación de Roma) que corresponde al año 1283 de la Era Cristiana (a 754 de la fundación de Roma), un año antes de la muerte del rey.

Este manuscrito figuró entre los libros que ingresaron en la Biblioteca de El Escorial con signatura j.T.6, procedente de la Capilla Real de Granada, en cumplimiento de una Real Cédula dada por Felipe II el 31 de agosto de 1591. El Libro de los juegos de ajedrez, dados y tablas contiene 150 miniaturas que ilustran los textos recogidos en la mayoría de sus folios.

Una copia de este manuscrito puede verse en [10]. Para una traducción al alemán ver [22]. Una traducción al italiano de todos los libros, excepto el ajedrez, puede verse en [9]. Un libro asequible es el de Orellana [21].

En el prólogo del código, folios 1r a 2r, Alfonso X reflexiona sobre los juegos:

"Por que toda manera de alegria quiso Dios que ouiessen los omnes en si naturalmientre, por que pudiesen soffrir las cuytas e los trabajaos quando les uiniessen, por end los omnes buscaron muchas maneras por que esta alegria pudiesen auer complidamientre". Para dividir los juegos en: "los unos en caualgando, assi como boffordar , e alanzar, e tomar escud e lança,..., E como quiere que esso se torne en usu e pro de fecho de armas por que non es esso mismo, llaman iuego. E los otros, que se ffazen de pie, son assi como esgrimir, luchar, correr,..., e otros iuegos de muchas naturas en que usan los omnes los miembros por que sean por ello mas rezios e recibam alegria. Los otros iuegos que se fazen seyendo, son assi como iogar açedrex e tablas e dados, e otros trebeios de muchas maneras".

En el prólogo del Libro de Acedrex, un libro que tiene 64 folios de los 97 del Libro de Ajedrez, Dados y Tablas, Alfonso X nos dice:

"E por que el açedrex es mas assessegado iuego e onrrando que los dados nin las tablas, fabla en este libro primeramientre del, e muestra como ha a seer el tablero fecho, e quantas casas ha en el, e quales son los iuegos, e quantos e como a nombre cada uno dellos e en quales casas an de seer; e como los mueuren iogando con ellos e tomando los unos con los otros, e quales meiorias an los unos trebejos sobre los otros. E como han a seer aperçebudos los jogadores de saber iogar en guisa que uenzcan, e non sean uençudos, e de cómo dan xaque al

rey, que es el mayor trebejo de todos los otros, que es una manera de afrontar al señor con derecho, e como dan mate, que es una manera de grant deshonra, assi como sil uenciessen ol matassen”.

De los 103 problemas de ajedrez recogidos en el Libro de Acedrex, dos tercios proceden de tratados árabes más antiguos (ver la introducción a este Libro de Acedrex en [5]). Una investigación sobre este libro puede verse en [18].

El Libro de los Dados que recoge juegos de azar con apuestas, que Alfonso X llama “aventura”, lo presentamos en la sección dos.

El Libro de las Tablas recoge los siguientes juegos: las quinze tablas, los doze canes o doze hermanos, doblet, fallas, el seys-dos-as, emperador, medio emperador, la pareja de entrada, cab e quinal, todas tablas, laquet, la buffa cortesa, la buffa de baldrac y reencontrat. Todos estos juegos son distintas versiones del juego de Backgammon, con cuatro cuadras y seis casas por cuadra. En la introducción, Alfonso X nos dice:

“...queremos agora fablar delas tablas, que como quier que ay an mester dados con que se iueguen, que muestran uentura por que ellas se an de iogar cuerdamiente tomando del seso alli de fuere mester. E otrossi dela uentura...”.

Un estudio de estos juegos puede verse en Murray [19].

El Libro del grant acedrex y del acedrex de las diez casas recoge, en primer lugar, el juego de Gran Acedrex con un tablero de 12 por 12 escaques y que se juega sin y con dados de ocho caras. En este juego las piezas son 24 por jugador, y del ajedrez de 8 por 8 sólo se conservan las piezas del rey, el roque y el peón. El resto de las piezas son animales, como el aanca, el unicornio, la cicatriz, la zarafa y el león. A continuación recoge el ajedrez decimal, es decir, con un tablero de 10 por 10 escaques que se juega con dados de siete caras, aquí no se menciona que este ajedrez decimal se pueda jugar sin dados. Por último, se recoge el juego de las tablas del acedrex de las diez casas. Se trata de un juego de Tablas con cuatro cuadras y siete casas por cuadra, que se juega con dados de siete caras, donde las diez casas son realmente siete, tal como recoge la miniatura que acompaña a este juego con tres dados sobre el tablero.

El libro del acedrex de los cuatro tiempos del año recoge, en primer lugar, el llamado juego del mundo o de los cuatro tiempos del año con un tablero de 8 por 8 escaques donde juegan cuatro jugadores en cada esquina (cantos en el manuscrito), cada uno con ocho trebejos, a saber, el rey, un roque, un caballo, un alfil y cuatro peones. También se incluye un juego de Tablas llamado de los cuatro tiempos, donde en la miniatura de observa que el tablero es circular, con cuatro cuadras de seis casas, donde juegan cuatro jugadores. Se ven tres dados sobre el tablero.

El Libro de los Alquerque contiene Alquerque de 12, 9 y 3 que no usan dados, un Alquerque de 9 con dados y otro Alquerque de 12 llamado Cercar la Liebre

(véase [20])

Por último, tenemos el Libro de los escaques e de las tablas que se juegan por Astronomía. En el comienzo de este libro, Alfonso nos dice:

“Et este iuego nuevo es fecho segundo los siete cielos en que estan las siete planetas. Et ell ochauo en que estan los doze signos e las otras estrellas fixas. Et mostrando de cadauno como andan sus andamientos e como se catan (ven) echando los rayos unos a otros, los unos de catamientos damor, los otros de malquerencia. Et esto segund los sabios partieron el cielo en doze cuartos, e demuestran por cadauno delloes, segunt movimiento delas planetas, qual es el catamiento (las influencias sobre los hombres) del amor o de desamor”.

Este libro recoge un primer juego que llama de los escaques que se juega por astronomía. El tablero es circular y a pesar de estar escaqueado como el ajedrez es un juego semejante al parchís donde cada jugador, que representa un planeta, mueve una ficha con los puntos que resultan al lanzar un dado de siete caras. También recoge un juego de Tablas con un Tablero poligonal de siete lados que corresponde a siete cuadras, con siete casas por lado (por cuadra). Juegan siete jugadores. En la miniatura se ven tres dados. Los dados son de siete caras. Cada jugador tiene siete fichas (casas en el manuscrito) que se ponen en la primera casa de la cuadra del jugador, en la parte izquierda. Las fichas se mueven en sentido contrario a las agujas del reloj.

Apostar sobre ciertos eventos que resultan al lanzar los dados o a resultados de un juego de partido (posturas o problemas) de ajedrez, era una antigua forma de entretenimiento en la Castilla medieval del siglo XIII. Jugar a juegos de apuestas era común como podemos ver en muchos códigos y compilaciones de leyes que recogían órdenes relativas a estos juegos. Las Siete Partidas, que fueron elaboradas en el período 1256-1265, recogen normativas sobre los juegos de apuestas en varias de sus leyes. Así, por ejemplo, se prohibía que los clérigos jugasen a juegos de apuestas, incluso se les prohibía estar en compañía de estos jugadores. En estas leyes aún no consideraban sancionables los juegos de apuestas. En 1268 el rey convocó Cortes en Jerez para tratar los problemas económicos que acosaban a la población. Una de las decisiones que se tomó fue prohibir los juegos de apuestas en todas las partes del reino, imponiendo duros castigos a los que fueran contra dicha orden. Mientras que lo que antes se legislaba en el Especulo y las Partidas, sobre los juegos de apuestas, obedecían a consideraciones de tipo moral y a mantener la seguridad dentro del reino, ahora se buscaba tanto aumentar los ingresos como también evitar, con la prohibición, la ruina financiera y los daños morales que estos juegos provocaban sobre los jugadores, como blasfemias, peleas y crímenes.

Como ocurría en muchos otros casos similares, pronto se puso de manifiesto que

resultaba imposible hacer cumplir los buenos deseos reales. El juego era algo muy arraigado en la sociedad y Alfonso X, paulatinamente, va a ir adoptando una política más realista. Pocos años después va a conceder, primero a la ciudad de Sevilla y luego a la de Murcia una carta de privilegios en las que les permite el establecimiento de una casa de juego, regulada por los oficiales del rey y sometida a los correspondientes impuestos. También se permite a los hombres buenos de la ciudad jugar en su propia casa y en cualquier otro lugar, sin ser molestados por ello por la autoridad.

A mediados de la década de los setenta el rey Sabio ha llegado ya al convencimiento de que el problema del juego debe ser afrontado de una manera más comprensiva. Además, si se establece un sistema de concesiones de lugares de juego (como se había hecho ya para Sevilla y Murcia) se podrían conseguir unos ingresos para el fisco real, que en esos momentos se encontraba en una situación especialmente delicada. Con estas premisas, Alfonso X encargó a Maestro Roldán la elaboración de El Libro de las Tahurerías (véase [14]), un código legal que regulara los juegos de apuestas.

Las tahurerías o tafurerías eran lugares que recibían una concesión real para poder practicar en ellos el juego legalmente. Los encargados de regentar estos casinos reales se llamaban tablajeros o aleatores.

2. El Libro de los Dados

El Libro de los Dados reúne los siguientes 12 juegos: Mayores, de Menores y Tanto en Uno como en Dos, Triga, Azar, Marlota, Riffa, Par con As, Panquist, Medio Azar, Azar Pujado y Guirguesca. Estos juegos de suertes constituyen una muestra muy valiosa de problemas que hoy resolvemos mediante el cálculo de Probabilidades.

El manuscrito proporciona una información precisa acerca de las reglas de estos juegos lo que nos ha permitido, junto con otras fuentes de información, hacer una descripción matemática de los mismos. Algunas de las obras consultadas son: *Essay d'Analyse sur les Jeux de Hazard de Montmort* (1678-1719), edición de 1713 [16]; *The Doctrine of Chance de De Moivre* (1667-1754), edición de 1718 [15]; *De Ratiociniis in Ludo Aleae de Huygens* (1629-1696), edición de 1657 [12]; el fragmento de 24 folios titulado *Kybeia de Juan Caramuel* (1606-1682), entre otras.

Los juegos Triga, Azar, Marlota, Panquist y Guirguesca tienen una estructura común. Dividen a las puntuaciones (total de puntos), que se originan al lanzar los dados, en un conjunto llamado Azar, que recogen las menos probables, y otro llamado Suerte, que recoge las más probables llamadas suertes. Una vez las suertes son repartidas entre los dos jugadores, uno de ellos lanza los dados sucesivamente hasta que venga su suerte, que le hace ganar, o la suerte del contrario, que entonces gana el juego. Por ejemplo, en el juego de Azar, el conjunto Suer-

tes está formado por las siguientes puntuaciones 7,8,9,10,11,12, 13, 14, mientras que el conjunto Azar (azares) es 4,5,6,15,16,17,18. De esto juego de Azar vemos, como ya señaló Kendall [13], que la palabra suerte (chance) no ha tenido un significado probabilístico en su origen. Igual ocurre con la palabra Azar, que de representar cierta puntuación muy poco probable, hoy es utilizada para referirse a cualquier juego de azar.

El juego de Triga es de interés para la historia de la probabilidad porque describe todas las combinaciones con repetición, también llamadas configuraciones, que resultan al lanzar tres dados. Una combinación con repetición es, por ejemplo, 4,3,3, que escribimos también 4-3-3, y describe que, al lanzar tres dados, uno de ellos muestra 4 puntos y los otros dos 3 puntos cada uno. En el juego de Triga, las combinaciones con repetición son descritas de la siguiente forma: "*los seys puntos pueden venir en esta manera, cuatro amas as o tres dos as, dos dos alterz*", es decir, la puntuación 6, el total de los tres dados, se genera por 4-1-1, 3-2-1 o 2-2-2. Este juego de Triga calcula las 56 combinaciones con repetición generadas al lanzar tres dados.

Lo que hasta ahora se sabía sobre estos cálculos son:

- (a) En el libro latino Liber de Ludo Aleae de Girolamo Cardano (1501-1576) [11], se describen las combinaciones con repetición de dos dados como en el caso del juego de Triga. Así, para la puntuación 10, total de dos dados, se dice: "*Decem autem ex bis quinque, et sex et quatuor*", o sea, 5-5 o 6-4. Cardano señala a continuación que "*hoc autem variatur dupliciter*" (ver el capítulo XIII en [11]), es decir, la combinación 6-4 genera las permutaciones (6,4) y (4,6), siendo por lo tanto las permutaciones con repetición de la puntuación 10 igual a (5,5), (4,6) y (6,4). Si los dos dados fuesen pintados uno de rojo y el otro de verde, la combinación 4-6 daría lugar a: 4 puntos del dado rojo y 6 del verde o 6 puntos del rojo y 4 del verde, que son las permutaciones.
- (b) El cálculo de las combinaciones y permutaciones con repetición por Galileo (entre 1613 y 1623) y
- (c) En la mitad del siglo XIII encontramos el manuscrito "The Pseudo-Ovidian de Vetula" (ver [6]). Se trata de un largo poema que, en un cierto momento, calcula todas las combinaciones con repetición (que llama en latín *sortis*) y las clasifica según las puntuaciones totales que ocurren al lanzar los tres dados; el poema también calcula las permutaciones con repetición (que llama en latín *candentia*) según las puntuaciones totales de los tres dados. Estos cálculos probablemente hayan sido tomados de fuentes hindúes o árabes.

Recordemos que el interés de los cálculos de combinaciones y permutaciones con repetición es para poder calcular las probabilidades de ciertos eventos. Así, por ejemplo, si cuando lanzamos dos dados queremos calcular la probabilidad de que ocurra la puntuación de 10, debemos contar los casos favorables, que en este caso son las tres permutaciones con repetición, con 36 casos posibles. En cambio, si en los favorables contamos sólo las combinaciones con repetición, que son dos, entonces cometeremos un error, ya que la puntuación 10 no se comporta según la probabilidad $2/36$. Este tipo de error fue muy común, así Leibniz calculará las probabilidades de ciertos eventos asociados a un juego de chance con las combinaciones con repetición (véase en [17]).

El juego de Tanto en uno como en Dos consiste en lanzar, uno de los jugadores, los tres dados y si ocurre que sale en un dado una puntuación que coincide con la suma de las puntos de los otros dos, entonces gana la partida, en otro caso debe pasar los dados al otro jugador, que repetirá el proceso, y así sucesivamente hasta que haya un vencedor. Este juego tiene interés porque el resultado dependen de quien lance los dados, Huygens trata este tipo de juegos en su obra de 1657 introduciendo modificaciones para hacerlos más justos. El juego Par con As es uno similar al llamado Passa-Diez de Caramuel [8].

En juego de Riffa podemos leer lo siguiente:

“ Otra manera de iuego ay: que llaman Riffa que se iuega en esta guisa. El que primero lançare los dados deuelos echar tanta uegadas: fata que lançe par en los dos, desi deue lançar ell otro. Entonces an se de contar los puntos deste dado tercero con los puntos de los otros dos dados primeros. E si ell otro que iogare con el lançando los dados en esta misma guisa echare mas puntos: gana, e si tantos manna (empata), e si menos pierde” (folio 68r).

El lector puede deducir a partir de este texto que este juego de Riffa consiste en calcular el máximo de dos variables aleatorias que son i.i.d. En otros juegos llamados de Medio Azar y Azar Pujado se calcula la esperanza matemática de ciertas variables aleatorias.

Los juegos de suertes del Libro de los Dados suelen lanzar tres dados, exceptuando el juego de Guirguiesca que lanza dos. Pero esta norma de lanzar tres dados cambiará en los siguientes siglos, así el famoso juego de Azar (este juego lo recoge Montmort y De Moivre; véase [2]) que se jugaba con tres dados en tiempos de Alfonso X pasará a jugarse con dos dados a partir del siglo XVII. Un juego de Azar recogido en una de las primeras obras de teatro en lengua vulgar, Le Jeux de Saint Nicolas, escrita por Jean Bodel [7] al principio del siglo XIII, describe, con poca precisión, un juego llamado “hasart” que lanzaba tres dados. En cambio, el juego del Backgammon que hoy se juega con dos dados, también se jugaba con dos dados en tiempos de Alfonso X (el juego es recogido en el Libro de las Tablas con el nombre de Todas Tablas), pero el antecedente

del Backgammon, un juego romano llamado Ludus Duocedim Scriptorum, se jugaba con tres dados (véase Austin [1]).

Estos juegos de suertes son llamados por Alfonso X juegos de ventura (del latín ventura).

3. El Juego de Guirguesca

De entre todos estos juegos de azar donde se cruzan apuestas entre los jugadores (gambling), encontramos el llamado juego de Guirguesca. Este juego propone, a mitad del mismo, un envite que es descrito en el texto del manuscrito y en la miniatura, a color, que acompaña a este juego, donde uno de los jugadores tiene levantada su mano izquierda como señal del envite después que los dados le dieran su suerte (la puntuación 4 que resulta del lance de dos dados). La existencia de este envite hace que este juego sea considerado un juego de estrategia con azar y apuestas.

Este juego es el único del Libro de los Dados que se juega con dos dados (véase [3]). Clasifica las puntuaciones en un conjunto azar, 2,3,11,12, y el conjunto suertes, 4,5,6,7,8,9,10. Las suertes son comunes al jugador G1, que lanza los dados, y al otro que llamamos G2. En el primer lanzamiento, si G1 lanza una puntuación azar entonces gana el juego. En cambio, si lanza una suerte, por ejemplo, un cuatro, entonces será la suerte de G2. Con esta suerte, G2 hace un envite al jugador G1 que le obliga a aceptarlo o si no debe perder el juego. Según la suerte que tenga G2, el juego de Guirguesca genera los subjuegos: G[4], G[5], ..., G[10]. Ahora bien, como las suertes que suman 14 tienen las mismas probabilidades de ocurrir (en el manuscrito se dice que una suerte es la çoçobra (zozobra) de otra cuando suman 14, caso de lanzar dos dados que es $14=2(6+1)$), entonces estos subjuegos se reducen a G[4], G[5], G[6] y G[7]. Recogemos estos cuatro subjuegos en la Tabla 1.

		Suertes de G2			
		4	5	6	7
Azares	2	G2	G2	G2	G2
	3	G2	G2	G2	G2
Suertes de G1	4	G1	R	R	R
	5	R	G1	R	R
	6	R	R	G1	R
	7	R	R	R	G1
	8	R	R	R	R
	9	R	R	R	R
Azares	10	R	R	R	R
	11	G2	G2	G2	G2
	12	G2	G2	G2	G2

Tabla 1.

Vamos a describir el juego G[5] que corresponde a la columna encabezada por la suerte 5 de G2 en la Tabla 1. Los otros juegos son análogos a éste.

Si en el juego G[5], G1 lanza una puntuación azar entonces gana la partida G2; si lanza la suerte 5, es decir hay una coincidencia de las suertes (el manuscrito habla de que hay “encuentro”) entonces gana la partida G1; finalmente, si lanza una suerte distinta de cinco, por ejemplo, cuatro (hemos puesto en la celda (4,5), de la Tabla 1, la letra R que significa repetir el lanzamiento de los dados), entonces G1 debe lanzar los dados sucesivamente hasta que ocurra antes la suerte 4 que le hace ganar, o bien, que ocurra antes la suerte 5 que hace ganar la partida a G2.

Las probabilidades de que gane G1 en estos subjuegos son: $P[G[4]]=0,5367$; $P[G[5]]=0,4924$; $P[G[6]]=0,461$ y $P[G[7]]=0,4374$.

La probabilidad de que G1 gane en el juego de Guirguesca, suponiendo que G1 acepta el envite, es 0,566. Un valor que se aleja de 0,5 lo que explica que en este juego se “haga batalla” (se sortee quién debe lanzar los dados) antes de comenzar el juego. En el Libro de los Dados, este juego de Guirguesca proviene del juego llamado Azar, del Libro de los Dados, que se jugaba con tres dados. Un juego relacionado con el Guirguesca es el llamado Hazard recogido en la página 177 del libro “Essay d’Analyse sur les Jeux Hazard” publicado en 1713 por Pierre R. de Montmort (1678-1719) [16]. Este juego de Hazard se juega con dos dados. El jugador que lanza los dados es Pierre y sus suertes son 4,5,6,7,8,9,10, las suertes del otro jugador, Paul, son 5,6,7,8,9. Vemos que los conjuntos de las suertes son distintos y así disminuye la probabilidad de que ocurra “encuentro”.

Pierre debe lanzar los dos dados hasta que salga una suerte que se la da a Paul, lo que genera los subjuegos M[5], M[6], M[7], M[8] y M[9], que se reducen a los subjuegos M[5], M[6] y M[7] porque $5+9=6+8=14$. Recogemos estos tres subjuegos en la Tabla 2.

		Suertes de Paul		
		5	6	7
Azares	2	Paul	Paul	Paul
	3	Paul	Paul	Paul
Suertes de Pierre	4	R	R	R
	5	Pierre	R	R
	6	R	Pierre	R
	7	R	R	G1
	8	R	R	Pierre
	9	R	R	R
	10	R	R	R
Azares	11	Paul	Paul	Paul
	12	Paul	Pierre	Paul

Tabla 2.

Las reglas de estos subjuegos se siguen de la Tabla 2 y las explicaciones dadas en los subjuegos del Guirguesca.

Si ahora comparamos la Tabla 2 con la Tabla 1, tomando el jugador G1 por Pierre y el G2 por Paul, podemos ver que el subjuego M[5] es precisamente el subjuego G[5] del Guirguesca.

En cuanto al subjuego M[7], se trata del famoso juego de Craps, jugado en los Casinos y en las páginas Web dedicadas a este juego. La probabilidad de que gane la partida el jugador Pierre en este subjuego es 0,49292, una probabilidad muy cercana a la del subjuego G[5] del Guirguesca, 0,49241. A pesar de este parecido, estos juegos tienen un comportamiento distinto. En efecto: si para el Craps, la probabilidad de que Pierre gane en el primer lanzamiento (0,6666) es superior a que gane en más de un lanzamiento (0,4060), en el juego G[5] ocurre lo contrario, es decir, la probabilidad de que G1 gane en el primer lanzamiento (0,3999) es menor a que gane en más de un lanzamiento (0,5279). El estudio de estos juegos puede verse en [4].

Comparando el juego de Craps, M[7], con el subjuego G[7], vemos que difieren en que cuando sale la puntuación azar 12, el Craps da la victoria a Pierre, mientras que el subjuego G[7] se la da a G2 (que corresponde al jugador Paul). Recordemos que la probabilidad de que ocurra el azar 12 es $(1/36)$, es decir, aproximadamente 0,0277. Esta pequeña probabilidad causa que $P[G[7]] = 0,4374$, un valor alejado de 0,49292. Esto no quita que consideremos al subjuego G[7] del Guirguesca un antecedente del juego de Craps.

La probabilidad de que Pierre gane en el juego de Hazard es 0,4908. Un valor muy cercano a 0,5 y alejado del valor 0,566 del Guirguesca.

El texto de este juego de Guirguesca es:

“Otra manera a y de iuego que llaman guirguesca que se iuega con dos dados en esta guisa. Los que quisieren iogar an de alañar prime-ramientre batalla. E el que la uenciere lançara primero, e si lançare senas o seys cinco o la soçobra destes que son dos e as o amas as sera azar. E ganara por el un tanto de qual quantia pusieren entressi que uala. E si por auentura no lançare azar, e echare quatro puntos o cinco, o seys o siete u ocho, o nueue o diez en qual quiere guisa que uengan, cadauna destas sera llamada suerte, e auerla a aquel con qui el iogare, e ell otro parara a ella quanto se quisiere, e si el que lança los dados e echare otra suerte luego a pos ella de tantos puntos como la quel dio esta sera llamada encuentro e leuara lo que y fuere si ouiere otorgado de yr a ello o si sse callare. E si por auentura no lançare encuentro e lançare una delas suertes que desuso dixiemos que eran azares: perder lo a todo. E si non lançare encuentro ni azar e lançare una delas otras suertes aquel la tomara pora ssi, e lançara tantas uezes, fata que uenga la suya o la dell otro, e lançando la suya

gana e por la dell otro pierde.” (folios 71r y 71v)

Referencias

- [1] Austin R. G. (1934). Zeno's game. *The Journal of Hellenic Studies* **54**, **2**, 202-205.
- [2] Basulto J., Camúñez J. A. y Ortega F.J. (2006). Azar Game in the Book of Dice of Alfonso X The Learned. Its relation with the Hazard Games of Montmort, Cotton, Hoyle, De Moivre and J. Bernoulli. *Math. Sci. Hum.-Mathematics and Social Sciences*, **174**, 5-24.
- [3] Basulto J., Camúñez J. A. y Ortega F.J. (2007). Juegos de azar, guirguesca y marlota del Libro de los Dados del Alfonso X El Sabio. *Alcanate. Rev. de Estudios Alfonsíes*, 89-116.
- [4] Basulto J. y Camúñez J. A. (2009). El juego guirguesca del Libro de los Dados de Alfonso X (siglo XIII) y el actual juego de craps. Similitudes y diferencias en el cálculo de sus probabilidades. *Estadística Española*, **vol. 51**, **núm 170**, 63-82.
- [5] Bordons Alba C. (2007). El ajedrez, juego de reyes. *Alcanate. Rev. de Estudios Alfonsíes*, **V**, 191-263.
- [6] Bellhouse D.R. (2000). De Vetula: a Medieval Manuscript Containing Probability Calculation. *International Statistical Review*, **68**, 123-136.
- [7] Bodel, J. (2005). *Le Jeux de Saint Nicolas: Edition bilingue français-ancien français*, Edición de Jean Dufourmet, GF Flammarion.
- [8] Camúñez J.A., Basulto J. y García del Hoyo J. J. (2007). *Juan Caramuel: su Aportación al Cálculo de Probabilidades*, Univ. de Huelva.
- [9] Canettieri, P. (1996). *Alfonso X El Sabio. Il libro dei giochi*, Ed. Cosmopoli srl Bologna.
- [10] García V. (Editor) (1987). *Libro de Ajedrez, Dados y Tablas. Alfonso X El Sabio*, Patrimonio Nacional.
- [11] Cardano, G.(1663). *Liber de Ludo Aleae. A cura di Massimo Tamborino*, Filosofia e Scienza Nell'Etá Moderna. Francoangeli.2004
- [12] Huygens C.(1657). *De Ratiociniis in Ludo Alae*, Exercitationum Mathematicarum by F. Van Schooten, Elsevirii. Leiden.
- [13] Kendall M.G. (1956). Studies in the History of Probability and Statistics: II. The Beginning of Probability Calculus. *Biometrika*, **43**, **1**, 1-14.

- [14] Macdonald R.A.(1995).*Libro de las Tahurerías: a Special Code of Law, Concerning Gambling, Drawn up by Maestro Roldán at the command of Alfonso X of Castile*, Madison Hispanic Seminary of Medieval Studies.
- [15] Moivre A. de (1718).*The Doctrine of Chances or a Method of Calculating the Probability of Event in Play*, Person, London.
- [16] Montmort A. (1713).*Essay d'Analyse sur les Jeux de Hazard*, Paris, Quillau.
- [17] Mora Charles M. S. De (1992). Quelques jeux de hazard selon Leibniz. *Historia Mathematica*, **19**, 125-157.
- [18] Murray H. R. (1913).*History of Chess*, Oxford.
- [19] Murray H. R. (1941). The Mediaeval Games of Tables. *Medium Aevum*, **10**, 2, 57-69.
- [20] Murray H. R. (1978).*A History of Board-Games and other than Chess*, Oxford.
- [21] Orellana Calderón R.(2007).*Alfonso X El Sabio. Libro de los Juegos, Acedrex, Dados e Tablas. Ordenamiento de las Tafurerías*, Biblioteca Castro-Fundación. J. A. de Castro.
- [22] Steiger, A.(1941).*Alfonso X El Sabio. Libro de Acedrex, Dados e Tablas.Das chachzabelbuch König Alfons des Weisen. Mit 51 Miniaturen auf Tafeln*, Librairie. E. Droz. Genève. Eugen Rentsch Verlag, Genève, Zürich-Erlenbach.

Acerca de los autores

Basulto Santos, Jesús. Catedrático de Estadística en la Universidad de Sevilla. Su línea de investigación principal es: Historia de la probabilidad y la Estadística.

Pérez Hidalgo, M^a Dolores. Profesora titular de Escuela Universitaria. Su línea de investigación principal es: Historia de la probabilidad y la Estadística.