

3<sup>ο</sup> Πανελλήνιο Συνέδριο Αντισεισμικής  
Μηχανικής & Τεχνικής Σεισμολογίας  
5–7 Νοεμβρίου, 2008  
Άρθρο 1988

## Ολίσθηση στις Διεπιφάνειες Παλιού-Νέου Σκυροδέματος σε Καμπτόμενα Στοιχεία

### Sliding at the Interface Between Old and New Concrete in Flexural Elements

Ουρανία ΤΣΙΟΥΛΟΥ–Α<sup>1</sup>, Στέφανος ΔΡΙΤΣΟΣ–Β<sup>2</sup>

**ΠΕΡΙΛΗΨΗ** : Μια τεχνική που χρησιμοποιείται για την καμπτική ενίσχυση στοιχείων οπλισμένου σκυροδέματος (Ο.Σ), είναι η προσθήκη νέας στρώσης σκυροδέματος. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός σύνθετου μέλους του οποίου η συμπεριφορά εξαρτάται από τις συνθήκες που επικρατούν στη διεπιφάνεια μεταξύ παλιού και νέου σκυροδέματος και κατά συνέπεια, εξαρτάται από την ολίσθηση στη διεπιφάνεια. Στην παρούσα εργασία θα παρουσιαστεί μια αναλυτική διαδικασία για τον υπολογισμό της κατανομής της ολίσθησης στη διεπιφάνεια δοκού Ο.Σ. ενισχυμένης με νέα στρώση σκυροδέματος, είτε στο εφελκόμενο είτε στο θλιβόμενο της πέλμα. Στο τέλος παρουσιάζεται μια αριθμητική εφαρμογή της διαδικασίας αυτής.

**ABSTRACT** : A technique which is used to increase the flexural capacity of weak reinforced concrete elements is the addition of a new concrete layer. As a result, a new composite element is produced and its behaviour depends on the connection between the old and the new concrete. As a result, the behaviour of the composite element is controlled by the sliding at the interface. The present paper presents an analytical procedure in order to calculate the sliding distribution at the interface of a reinforced concrete beam which is strengthened with a concrete layer on its tensile or compressive side. A numerical example, based on this procedure, is appended.

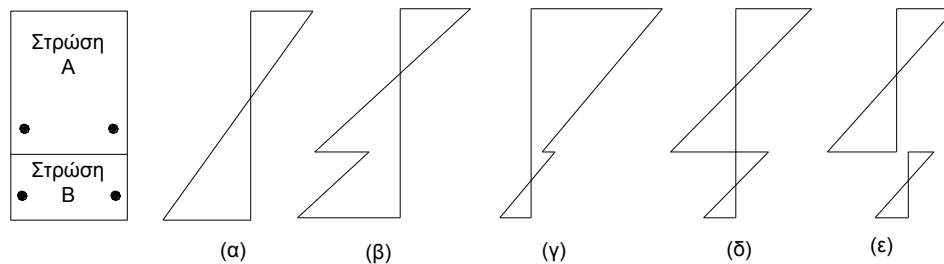
## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η καμπτική ενίσχυση στοιχείων οπλισμένου σκυροδέματος με προσθήκη νέας στρώσης σκυροδέματος στο εφελκόμενο ή στο θλιβόμενο πέλμα τους είναι μια τεχνική που οδηγεί στη δημιουργία ενός σύνθετου μέλους. Η συμπεριφορά του μέλους αυτού είναι άμεσα συνδεδεμένη με τον τρόπο που τα δύο στοιχεία, παλιό και νέο σκυρόδεμα, είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους. Κατά συνέπεια, η συμπεριφορά του ενισχυμένου στοιχείου εξαρτάται από την ολίσθηση στη διεπιφάνεια. Στόχος της ενίσχυσης είναι η απόλυτη συνεργασία παλιού και νέου σκυροδέματος ώστε το ενισχυμένο στοιχείο να συμπεριφέρεται ως μονολιθικό. Σε αυτή την περίπτωση, η κατανομή των παραμορφώσεων καθ' ύψος της διατομής είναι γραμμική και συνεχής όπως φαίνεται στο Σχήμα 1α. Στην περίπτωση που δεν υπάρχει καμιά συνεργασία μεταξύ παλιού και νέου υλικού, το προς ενίσχυση μέλος και η στρώση ενίσχυσης

<sup>1</sup> Πολιτικός Μηχανικός, MSc, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών, email: [tsioulou@upatras.gr](mailto:tsioulou@upatras.gr)

<sup>2</sup> Καθηγητής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών, email: [dritsos@upatras.gr](mailto:dritsos@upatras.gr)

λειτουργούν ανεξάρτητα και η κατανομή των παραμορφώσεων καθ' ύψος της ενισχυμένης διατομής είναι αυτή που το Σχήμα 1ε δείχνει. Στην πραγματικότητα όμως υπάρχει μερική συνεργασία παλιού και νέου υλικού και κατά συνέπεια παρατηρείται ολίσθηση στη διεπιφάνεια μεταξύ των δύο στοιχείων. Σε αυτή την περίπτωση η κατανομή των παραμορφώσεων καθ' ύψος της ενισχυμένης διατομής είναι μία από τις τρεις που φαίνονται στα Σχήματα 1β, 1γ και 1δ. ανάλογα με το ποια τμήματα της διατομής εμπεριέχονται στη θλιβόμενη ζώνη.



**Σχήμα 1.** Κατανομή παραμορφώσεων καθ' ύψος της ενισχυμένης διατομής α) τέλεια σύνδεση , β,γ,δ) μερική σύνδεση και ε) χωρίς σύνδεση

Στη βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετές πειραματικές εργασίες (Βασιλείου, 1975, Βιντζηλαίου, 1984, Δριτσος κ.α., 1996, Hanson, 1960, Pauley et. al., 1974, Saeman and Washa, 1964), από τις οποίες προκύπτουν διαγράμματα διατμητικής τάσης - ολίσθησης στη διεπιφάνεια σκυροδέματος. Με βάση αυτά τα διαγράμματα έχουν προκύψει προσομοιώματα μεταφοράς της διατμητικής τάσης στη διεπιφάνεια σκυροδέματος. Χρησιμοποιώντας αυτές τις πειραματικές καμπύλες, την απλοποιημένη γραμμική σχέση μεταξύ διατμητικής τάσης και ολίσθησης ( $\tau = k_s \cdot s$ ), καθώς και ένα σύστημα εξισώσεων που βασίζεται στην ισορροπία δυνάμεων στη διατομή και στη διεπιφάνεια του ενισχυμένου στοιχείου (Dritsos, 1994), προκύπτουν αναλυτικές εξισώσεις για τον υπολογισμό της κατανομής της ολίσθησης κατά μήκος της διεπιφάνειας στοιχείου οπλισμένου σκυροδέματος ενισχυμένου με στρώσεις σκυροδέματος. Οι εξισώσεις αυτές παρουσιάζονται αναλυτικά στη βιβλιογραφία (Tsioulou and Dritsos, 2008).

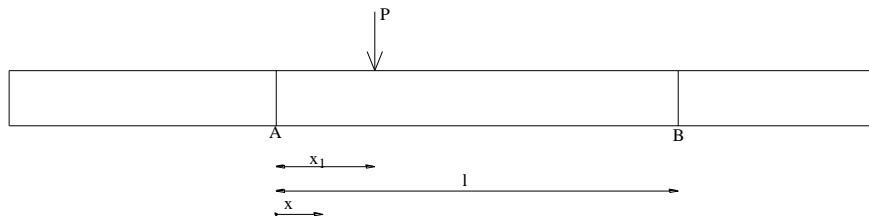
Στην παρούσα εργασία, με βάση τις παραπάνω βιβλιογραφικές αναφορές, γίνεται μια αναλυτική παρουσίαση της διαδικασίας υπολογισμού της κατανομής της ολίσθησης κατά μήκος διεπιφάνειας σκυροδέματος.

## **ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΗΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ ΣΤΗ ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΔΟΚΟΥ Ο.Σ. ΕΝΙΣΧΥΜΕΝΗ ΜΕ ΣΤΡΩΣΗ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ**

Στην παράγραφο αυτή θα παρουσιαστεί αναλυτικά η διαδικασία υπολογισμού της ολίσθησης στη διεπιφάνεια μιας δοκού οπλισμένου σκυροδέματος που έχει ενισχυθεί με προσθήκη νέας στρώσης σκυροδέματος, είτε στο εφελκόμενο είτε στο θλιβόμενο πέλμα της

## Αναλυτική διαδικασία υπολογισμού της κατανομής της ολίσθησης.

Στην παρούσα εργασία εξετάζεται η περίπτωση μιας δοκού οπλισμένου σκυροδέματος, ορθογωνικής διατομής στην οποία ασκείται συγκεντρωμένο φορτίο  $P$  σε μια τυχαία θέση. Στη δοκό αυτή είναι γνωστές δύο θέσεις, η θέση μηδενισμού της ροπής της ( $A$  και  $B$ ) καθώς και η θέση  $x_1$  στην οποία ασκείται το φορτίο  $P$ . Η γεωμετρία της δοκού φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2. Γεωμετρία της δοκού.

Για τον προσδιορισμό της κατανομής της ολίσθησης στη διεπιφάνεια της δοκού χρησιμοποιούνται αρχικά αναλυτικές εξισώσεις που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία (Dritsos, 1994) και οι οποίες βασίζονται στην ισορροπία δυνάμεων στη διατομή ( $F_{co} + F_{so} + F_{cu} + F_{su} = 0$ ) και στη διεπιφάνεια ( $F_{cu} + F_{su} = F_\tau$ ) της ενισχυμένης δοκού. Το Σχήμα 3 δείχνει την κατανομή των δυνάμεων στο ενισχυμένο στοιχείο.



Σχήμα 3. Κατανομή δυνάμεων στην ενισχυμένη δοκό.

Όπου:  $F_{co}$  : η θλιπτική δύναμη του σκυροδέματος της πάνω στρώσης,  
 $F_{so}$  : η δύναμη του χάλυβα της πάνω στρώσης,  
 $F_{cu}$  : η θλιπτική δύναμη του σκυροδέματος της κάτω στρώσης,  
 $F_{su}$  : η δύναμη του χάλυβα της κάτω στρώσης,  
 $F_\tau$  : η διατμητική δύναμη στη διεπιφάνεια.

Επιπλέον, για την επίλυση του συστήματος των παραπάνω εξισώσεων γίνονται οι εξής υποθέσεις:

- Λαμβάνεται υπόψη η υπόθεση Bernoulli, σύμφωνα με την οποία διατομές που είναι επίπεδες πριν την παραμόρφωση, παραμένουν επίπεδες και μετά από αυτή.
- Το πάχος του συνδετικού μέσου είναι αμελητέο σε σχέση με το πάχος του μέλους και της στρώσης ενίσχυσης.
- Η σχετική ολίσθηση χάλυβα – σκυροδέματος είναι μηδενική,

- Οι τάσεις λόγω θερμοκρασιακής μεταβολής και συστολής ξήρανσης αγνοούνται,
- Το ίδιο βάρος της δοκού αγνοείται
- Η καμπυλότητα παλιού και νέου στοιχείου είναι ίδια.
- Η σχέση της μέσης τιμής της διατμητικής τάσης ( $\bar{\tau}_m$ ) μεταξύ του σημείου μηδενισμού της ροπής και της θέσης μέγιστης ροπής ( $x_1$ ), με την τιμή της παραμόρφωσης ολίσθησης ( $\varepsilon_{L,m}$ ) στη θέση ( $x_1$ ) που εξετάζεται είναι γραμμική ( $\bar{\tau}_m = K \cdot \varepsilon_{L,m}$ ).

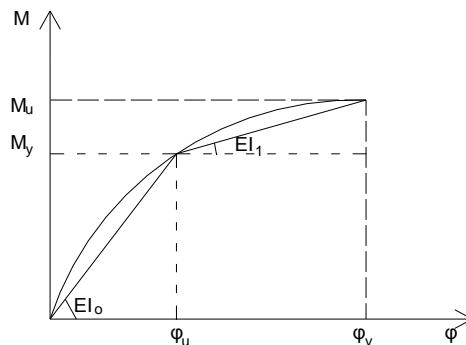
Από την τελευταία υπόθεση, είναι φανερό πως απαιτείται ο προσδιορισμός της τιμής του συντελεστή δυσκαμψίας της διεπιφάνειας  $K$ . Στη βιβλιογραφία (Βασιλείου, 1975, Βιντζηλαίου, 1984, Δριτσος κ.α., 1996, Hanson, 1960, Pauley et. al., 1974, Saeman and Washa, 1964) δίνονται καμπύλες διατμητικής τάσης ( $\tau$ ) – ολίσθησης ( $s$ ). Από τις καμπύλες αυτές και χρησιμοποιώντας την απλουστευμένη γραμμική σχέση  $\tau = k_s \cdot s$  μεταξύ διατμητικής τάσης και ολίσθησης, προκύπτουν τιμές για τον συντελεστή  $k_s$ . Σύμφωνα με τη διαδικασία η οποία προτείνεται στη βιβλιογραφία (Tsioulou and Dritsos, 2008), η τιμή του συντελεστή  $k_s$  βρέθηκε μεταξύ 0,5 MPa/mm και 10 MPa/mm και η σχέση μεταξύ των δύο συντελεστών  $K$  και  $k_s$ , είναι αυτή που δίνεται από την Εξίσωση 1.

$$K = 0,1 \cdot \ell \cdot k_s \quad (1)$$

Από την Εξίσωση 1 προκύπτει πως  $0,05 \cdot \ell \leq K \text{ (MPa)} \leq \ell$ , όπου η μονάδα μέτρησης για το  $\ell$  είναι σε μέτρα (m).

Με χρήση των αναλυτικών εξισώσεων που αναφέρονται παραπάνω (Dritsos, 1994) υπολογίζονται η κατανομή των παραμορφώσεων καθ' ύψος της ενισχυμένης διατομής, η ροπή  $M_u$  και η καμπυλότητα  $\varphi_u$  στη θέση αστοχίας, καθώς και η θέση διαρροής  $x_y$ , η ροπή  $M_y$  και η καμπυλότητα  $\varphi_y$  στη θέση αυτή. Για τους παραπάνω υπολογισμούς ως αστοχία ορίζεται η θέση στην οποία η παραμόρφωση της ακραίας θλιβόμενης ίνας του σκυροδέματος  $\varepsilon_{c20}$  είναι ίση με -0,35%, ενώ ως διαρροή ορίζεται η θέση στην οποία η παραμόρφωση του χάλυβα, είτε του αρχικού στοιχείου  $\varepsilon_{s0}$ , είτε της στρώσης ενίσχυσης  $\varepsilon_{su}$ , αποκτά την τιμή 0,2%.

Με χρήση των αποτελεσμάτων αυτών και θεωρώντας διγραμμική σχέση μεταξύ ροπής και καμπυλότητας, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4, υπολογίζονται η ελαστική  $EI_0$  και ανελαστική  $EI_1$  δυσκαμψία με χρήση της Εξίσωσης 2 και της Εξίσωσης 3 αντίστοιχα.



**Σχήμα 4.** Διγραμμικό διάγραμμα ροπής – καμπυλότητας.

$$EI_0 = \frac{M_y}{\varphi_y} \quad (2)$$

$$EI_1 = \frac{M_x - M_y}{\varphi_x - \varphi_y} \quad (3)$$

Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας την αναλυτική διαδικασία που προτείνεται στη βιβλιογραφία (Tsioulou and Dritsos, 2008) και η οποία βασίζεται στις παραδοχές που αναφέρθηκαν προηγουμένως, υπολογίζεται η κατανομή της ολίσθησης κατά μήκος της διεπιφάνειας της ενισχυμένης δοκού. Η εξίσωση που προτείνεται για τον υπολογισμό της κατανομής της ολίσθησης είναι η Εξίσωση 4 που δίνεται παρακάτω. Η εξίσωση αυτή αποτελείται από δύο κλάδους, ένα για το διάστημα μεταξύ της θέσης μηδενισμού της ροπής A ( $x=0$ ) και της θέσης της διαρροής ( $x_y$ ) κι ένα για το διάστημα μεταξύ του σημείου διαρροής και του σημείου εφαρμογής του συγκεντρωμένου φορτίου ( $x_1$ ). Για το διάστημα από το σημείο εφαρμογής του φορτίου μέχρι το δεύτερο σημείο μηδενισμού της ροπής B ( $x=l$ ), ακολουθείται η ίδια διαδικασία με αυτή που περιγράφηκε παραπάνω, ξεκινώντας τους υπολογισμούς από το δεύτερο σημείο μηδενισμού της ροπής και φτάνοντας μέχρι τη θέση εφαρμογής του συγκεντρωμένου φορτίου.

$$s(x) = \begin{cases} \Delta_x \cdot \left[ \frac{P \cdot (\ell - x_1)}{2 \cdot EI_0 \cdot \ell} \cdot x^2 + C \right] , & 0 \leq x \leq x_y \\ \Delta_x \cdot \left\{ \begin{aligned} & \frac{P \cdot (\ell - x_1)}{2 \cdot EI_0 \cdot \ell} \cdot x_y^2 + \left[ \frac{P \cdot (\ell - x_1)}{\ell} \cdot x_y \cdot \left( \frac{1}{EI_0} - \frac{1}{EI_1} \right) + \frac{P \cdot x_1}{EI_1} \right] \cdot (x - x_y) \\ & - \frac{P \cdot x_1}{2 \cdot EI_1 \cdot \ell} \cdot (x^2 - x_y^2) + C \end{aligned} \right\} , & x_y \leq x \leq x_1 \end{cases} \quad (4)$$

όπου:

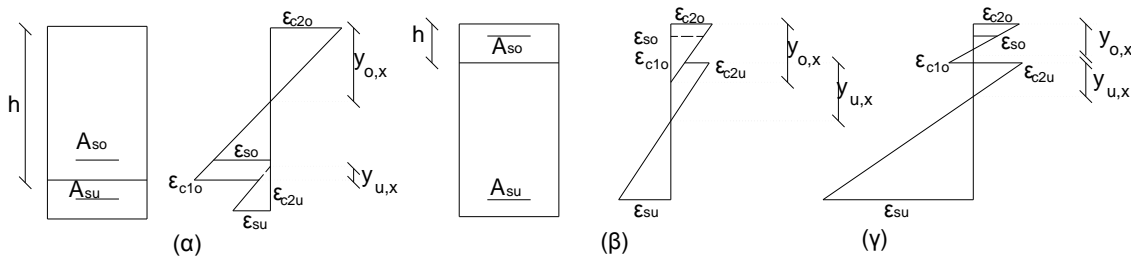
$$C = \frac{P \cdot x_1}{2 \cdot EI_1 \cdot \ell} \cdot (x_1^2 - x_y^2) - \frac{P \cdot (\ell - x_1)}{2 \cdot EI_0 \cdot \ell} \cdot x_y^2 - \left[ \frac{P \cdot (\ell - x_1)}{\ell} \cdot x_y \cdot \left( \frac{1}{EI_0} - \frac{1}{EI_1} \right) + \frac{P \cdot x_1}{EI_1} \right] \cdot (x_1 - x_y) \quad (5)$$

Στις Εξισώσεις 4 και 5, το  $\Delta_x$  είναι μια μεταβλητή που σε κάθε θέση σε απόσταση  $x$  από το σημείο μηδενισμού της ροπής του ενισχυμένου δοκιμίου η τιμή του δίνεται από την Εξίσωση 6 υποθέτοντας γραμμική κατανομή κατά μήκος της δοκού.

Όπου  $\Delta_m$  είναι η τιμή του  $\Delta$  στη θέση  $x_1$ . Για την περίπτωση ενίσχυσης στο εφελκυσμένο πέλμα είναι  $\Delta_m = (h - y_{o,m} - y_{u,m}) = \Delta_{x=x_1}$ , για την περίπτωση ενίσχυσης στο θλιβόμενο πέλμα είναι  $\Delta_m = (h - y_{o,m} + y_{u,m}) = \Delta_{x=x_1}$  και  $\varepsilon_{L,x=0} = 0 \Rightarrow \Delta_{x=0} = 0$

$$\Delta_x = \Delta_m \cdot \frac{2 \cdot x}{\ell} \quad (6)$$

Στο Σχήμα 5 που ακολουθεί παρουσιάζονται οι πιθανές περιπτώσεις κατανομής των παραμορφώσεων καθ' ύψος της ενισχυμένης διατομής.



**Σχήμα 5.** Κατανομή παραμορφώσεων καθ' ύψος της ενισχυμένης διατομής.

Στο Σχήμα 5,  $\epsilon_{so}$  είναι η παραμόρφωση της ακραίας θλιβόμενης ίνας του σκυροδέματος,  $\epsilon_{c1o}$  είναι η παραμόρφωση του σκυροδέματος της πάνω στρώσης στη θέση της διεπιφάνειας,  $\epsilon_{c2u}$ , η παραμόρφωση του σκυροδέματος της κάτω στρώσης στη θέση της διεπιφάνειας και  $\epsilon_{so}$  και  $\epsilon_{su}$  οι παραμορφώσεις στη θέση του χάλυβα οπλισμού της πάνω στρώσης ( $A_{so}$ ) και στη θέση του χάλυβα οπλισμού της κάτω στρώσης ( $A_{su}$ ) αντίστοιχα.

Με χρήση των αναλυτικών εξισώσεων που δίνονται στη βιβλιογραφία (Dritsos, 1994) και με τη χρήση των Εξισώσεων 6α και 6β, για κάθε θέση  $x$  υπολογίζεται η τιμή της μεταβλητής  $\Delta_x$ .

Τέλος, με αντικατάσταση όλων των παραπάνω στις Εξισώσεις 4 και 5, υπολογίζεται η κατανομή της ολίσθησης κατά μήκος της διεπιφάνειας το ενισχυμένου στοιχείου.

### Βήματα υπολογισμού.

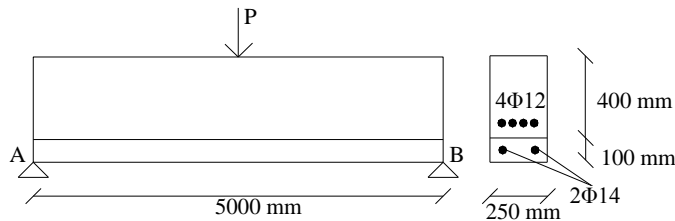
Συνοπτικά τα βήματα υπολογισμού της κατανομής της ολίσθησης στη διεπιφάνεια μιας δοκού Ο.Σ. που είναι ενισχυμένη με πρόσθετη στρώση σκυροδέματος και για την οποία είναι γνωστές οι θέσεις μηδενισμού της ροπής, καθώς και η θέση στην οποία ασκείται συγκεντρωμένο φορτίο, βήματα είναι τα ακόλουθα:

1. Με χρήση των αναλυτικών εξισώσεων ισοροπίας της ενισχυμένης διατομής και της διεπιφάνειάς της (Dritsos, 1994), υπολογίζονται το φορτίο αστοχίας  $P$ , η κατανομή των παραμορφώσεων καθ' ύψος της διατομής στην αστοχία, η θέση διαρροής  $x_y$ , καθώς και η ροπή και καμπυλότητα στην αστοχία ( $M_u$ ,  $\phi_u$ ) και στη διαρροή ( $M_y$ ,  $\phi_y$ ) αντίστοιχα.
2. Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα για τη θέση αστοχίας από το βήμα 1, υπολογίζεται η τιμή του  $\Delta_m$  και με χρήση της εξίσωσης 6, υπολογίζεται η κατανομή της μεταβλητής  $\Delta$  κατά μήκος της ενισχυμένης δοκού.
3. Με βάση τα αποτελέσματα των βημάτων 1 και 2, υπολογίζονται τα  $EI_o$ , και  $EI_1$  χρησιμοποιώντας τις Εξισώσεις 2 και 3, αντίστοιχα.
4. Με τα αποτελέσματα των βημάτων 1, 2 και 3 και με χρήση των Εξισώσεων 4 και 5, υπολογίζεται η κατανομή της ολίσθησης στη διεπιφάνεια της ενισχυμένης δοκού.

## ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Στην παράγραφο αυτή θα παρουσιαστεί μια αριθμητική εφαρμογή της παραπάνω διαδικασίας. Η δοκός που χρησιμοποιείται στις αναλύσεις είναι αυτή που φαίνεται στο Σχήμα 6. Πρόκειται για μια αμφιέριστη δοκό οπλισμένου σκυροδέματος ορθογωνικής διατομής πλάτους 250mm και ύψους 400mm που φορτίζεται κεντρικά με συγκεντρωμένο φορτίο P. Η δοκός αυτή έχει εφελκούμενο οπλισμό 4Φ12 με εφελκυστική αντοχή 500MPa και επικάλυψη 40mm, ενώ η θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος είναι 16MPa. Η δοκός ενισχύεται στο εφελκούμενο πέλμα με προσθήκη νέας στρώσης σκυροδέματος, ίδιας θλιπτικής αντοχής με την αρχική δοκό και πάχους t ίσο με το ένα τέταρτο του ύψους της αρχικής δοκού (t=100mm).

Η γεωμετρία της ενισχυμένης δοκού δίνεται στο Σχήμα 6.



**Σχήμα 6.** Γεωμετρία ενισχυμένης δοκού

Για την επίλυση της δοκού αυτής χρησιμοποιείται η διαδικασία η οποία περιγράφηκε προηγουμένως.

1. Με χρήση των αναλυτικών εξισώσεων που προτείνονται στη βιβλιογραφία (Dritsos, 1994), υπολογίζονται το φορτίο αστοχίας P, η κατανομή των παραμορφώσεων καθ' ύψος της διατομής στην αστοχία, η θέση διαρροής  $x_y$ , καθώς και η ροπή και καμπυλότητα στην αστοχία ( $M_u, \varphi_u$ ) και στη διαρροή ( $M_y, \varphi_y$ ) αντίστοιχα.

Για τους συγκεκριμένους υπολογισμούς θεωρήθηκε πως η καμπυλότητα της αρχικής δοκού καθώς και της πρόσθετης στρώσης είναι ίδιες. Επίσης, για την τιμή του συντελεστή  $k_s$  στη σχέση  $\tau = k_s \cdot s$  χρησιμοποιήθηκε μια μέση τιμή του συντελεστή  $k_s$ , θεωρήθηκε πως  $k_s = 5 \text{ MPa/mm}$ . Επομένως, από την Εξίσωση 1 υπολογίζεται η τιμή του συντελεστή δυσκαμψίας της διεπιφάνειας k. Βρέθηκε  $k = 2500 \text{ MPa}$ .

2. Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα και με χρήση των Εξισώσεων 2 και 3 υπολογίζονται τα  $EI_0$  και  $EI_1$ .

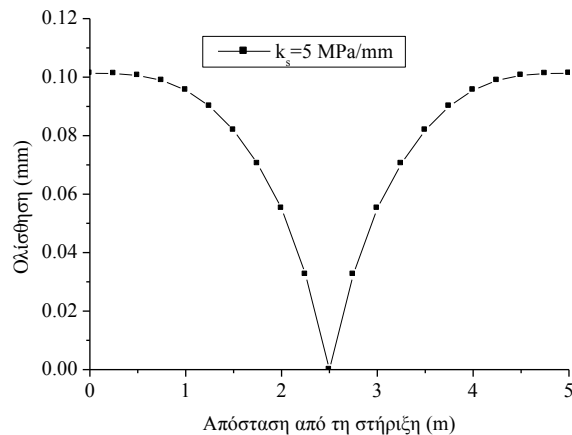
Τα αποτελέσματα των παραπάνω υπολογισμών δίνονται στον Πίνακα 1.

**Πίνακας 1.** Αποτελέσματα αναλυτικών εξισώσεων για τις δύο περιπτώσεις ενίσχυσης.

Ενίσχυση	P (kN)	$M_u$ (kNm)	$\varphi_u$ ( $10^{-3}$ ) ( $m^{-1}$ )	$x_y$ (m)	$M_y$ (kNm)	$\varphi_y$ ( $10^{-3}$ ) ( $m^{-1}$ )	$EI_0$ ( $10^3$ ) (kNm <sup>2</sup> )	$EI_1$ ( $10^3$ ) (kNm <sup>2</sup> )
Εφελκούμενο πέλμα	110,624	138,238	23,7	1,95	107,67	8,7	5,83	2,04

- Χρησιμοποιώντας τα προηγούμενα αποτελέσματα για τη θέση της αστοχίας καθώς και την εξίσωση 6, για κάθε θέση  $x$  υπολογίζεται η τιμή της μεταβλητής  $\Delta_x$ .
- Με τα αποτελέσματα των βημάτων 1, 2 και 3 και με χρήση των Εξισώσεων 4 και 5, υπολογίζεται η κατανομή της ολίσθησης στη διεπιφάνεια.

Η κατανομή της ολίσθησης κατά μήκος της διεπιφάνειας για το παράδειγμα που εξετάζεται φαίνεται στο Σχήμα 7 που ακολουθεί.



**Σχήμα 7.** Κατανομή της ολίσθησης στη διεπιφάνεια της ενισχυμένης δοκού.

Από το Σχήμα 7, παρατηρείται πως η κατανομή της ολίσθησης κατά μήκος της διεπιφάνειας έχει παραβολική μορφή. Η μέγιστη τιμή της ολίσθησης παρατηρείται στα σημεία μηδενισμού της ροπής, ενώ στο σημείο εφαρμογής του φορτίου, που στο συγκεκριμένο παράδειγμα είναι το μέσο της δοκού, η τιμή της ολίσθησης μηδενίζεται.

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία προτείνεται μια αναλυτική μεθοδολογία για τον προσδιορισμό της κατανομής της ολίσθησης κατά μήκος δοκού οπλισμένου σκυροδέματος στην οποία ασκείται ένα συγκεντρωμένο φορτίο και η οποία ενισχύεται με στρώση σκυροδέματος στο ένα πέλμα της, με γνωστά τα σημεία μηδενισμού της ροπής και του σημείου εφαρμογής του συγκεντρωμένου φορτίου. Μέσα από την εφαρμογή της αναλυτικής αυτής διαδικασίας σε αριθμητικό παράδειγμα, προέκυψε το συμπέρασμα πως η ολίσθηση κατά μήκος της διεπιφάνειας έχει παραβολική μορφή και αποκτά τη μέγιστη τιμή της στα σημεία μηδενισμού της ροπής ενώ μηδενίζεται στη θέση εφαρμογής του συγκεντρωμένου φορτίου.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Dritsos S. (1994), "Ultimate strength of flexurally strengthened RC members", *Proceedings of the 10<sup>th</sup> European Conference on Earthquake Engineering, Vienna*, pp. 1637-1642.



- Hanson N. (1960), "Precast-prestressed concrete bridges. Horizontal shear connections", *Journal of the PCA Research and Development Laboratories*, 2 (2), pp. 38-58.
- Pauley T, Park R, Phillips MH. (1974), "Horizontal construction joints in cast-in-plane reinforced concrete", *Special Publication SP-42, ACI, Shear in Reinforced Concrete*, 2.
- Saeman J.C. and Washa GW., (1964), "Horizontal shear connections between precast beams and cast-in-plane slabs", *Journal of the American Concrete Institute, Research Report sponsored by Reinforced Concrete Research Council*, No 61-69, pp. 1383-1409.
- Tsioulou O. and Dritsos S. (2008), "An analytical prediction of interface sliding and strength of concrete beams strengthened by new concrete layers". (Προς υποβολή).
- Βασιλείου Γ. (1975), "Διερεύνηση Μηχανικής Συμπεριφοράς Επισκευασμένων Καμπτόμενων Στοιχείων εκ Σιδηροπαγούς Σκυροδέματος", *Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα*.
- Βιντζηλαίου Ε.. (1984) "Θεμελιώδεις μηχανισμοί μεταφοράς δυνάμεων σε διεπιφάνειες ωπλισμένου σκυροδέματος υπό μονοτονικές και ανακυκλιζόμενες δράσεις", *Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα*.
- Δρίτσος Σ., Βανδώρος Κ., Αγγελόπουλος Γ., Αντωνογιαννάκη Ε. Και Τζάνα Μ. (1996), "Μεταφορά τέμνουσας σε διεπιφάνειες παλιού-νέου σκυροδέματος", *Proceedings of the 12<sup>th</sup> Ελληνικό Συνέδριο Σκυροδέματος, Λευκοσία, Κύπρος*, pp. 200-213.