Universidad de Granada

ARTICULACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS MAPUCHE Y ESCOLAR EN EL CASO DE LOS CONOCIMIENTOS ARITMÉTICOS

SONIA SALAS SALINAS

Tesis Doctoral

Programa Doctorado en Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática
Universidad de Granada

Granada, Septiembre 2018

Editor: Universidad de Granada. Tesis Doctorales
Autor: Sonia Salas Salinas
ISBN: 978-84-1306-128-3
URI: http://hdl.handle.net/10481/54976

RECONOCIMIENTOS:

Esta investigación ha sido realizada en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, dentro del Grupo de Investigación FQM-126, Teoría de la Educación Matemática y Educación Estadística (Junta de Andalucía), en el marco del proyecto de investigación EDU2012-31869, (Ministerio de Economía y Competitividad, España), del Programa de Capital Humano Avanzado de la Comisión Nacional Científica y Tecnológica (CONICYT) Becas Chile N° 72150172 y con el apoyo de la Corporación Municipal de Quilpué, Chile.

AGRADECIMIENTOS

Comenzaré agradeciendo a esa energía sobrenatural, que imagino mueve a este mundo, no sé cómo se llama, algunos le llaman Ngenechen, Newen, Ñukemapu, Dios, Yahaveh, Adonai, Yahwé, Tawhid, Allāh, entre otros, que ha estado a mi favor y me ha dado esta gran oportunidad.

Oportunidad de trabajar con dos excelentes académicos, de los cuales he aprendido muchísimo:

A mi Director el Dr. Juan D. Godino, por ser un gran académico. No sólo tiene un buen discurso, sino también es consecuente con ese discurso. Una persona de gran generosidad para compartir sus conocimientos. Gracias por el apoyo, confianza y paciencia para guiar mi esencia y creatividad profesional, permitiéndome aprender de tu sapiencia y calidad humana.

A mi Director el Dr. Segundo Quintriqueo Millán, un profesional de excelencia. Una persona de gran entereza y convicciones, que sin conocerme apostó por creer en mi proyecto y sumarse a él, sin cuestionamientos, estando siempre a disposición para guiarme y centrar mi trabajo. Gracias por apoyarme y darme la oportunidad de aprender de tus conocimientos.

He aprendido de cada uno de ellos. Al igual como he aprendido de la Gente de mi Tierra, el Mapuche del Sur de mi país. A cada uno de llos, mis más profundos agradecimientos, por compartir su conocimiento, su historia, que es también mi historia. Especialmente a los y las lamgnen Manuela Calvio, Patricio Antilao, Domingo Oñate, Eduardo Emaldia, Juan Ñanculef, Inocencio Santander, Enrique Huenul, Zunilda Chodiman, Francisco Mallorca y su esposa, Pedro Tralma y su esposa, Reinaldo Penchulef, Juan Curiche, Luis Caniupil, Magaly, Paola y muchos otros de las comunidades, escuelas y del pueblo, que me acogieron y brindaron su colaboración desinteresada.

A mis amigos y amigas del mundo, México, Colombia, Brasil, España, Italia, Ecuador, Perú, Argentina, Alemania, por todos esos hermosos y gratos momentos que compartimos, por sus aportes a mis constantes reflexiones sobre mi tesis. A mis amigos y amigas de Chile, por no olvidarme en mi ausencia, por estar siempre con una palabra de aliento. A Cuper y Angélica, por ser mi familia en Granada, a Titi, Massimo, Carola,

Camila y Cecilia, por ser mi familia en Italia, los quiero mucho y quedan grabados en mi corazón.

A mi nieto hermoso, *Baltazar*, por comprender que estaba lejos y esperar el regreso de su abuela. A mi madre, porque gracias a ella y a sus enseñanzas, soy la mujer que hoy ustedes conocen. A mi familia, hermanas, hermanos, sobrinas y sobrinos, yernos, por comprender mi ausencia y otorgarme esos gratos momentos esporádicos que alimentaron mi alma. Especialmente a mi hermana Liliana con la que siempre filosofamos.

A mis dos hermosas hijas, *Isabeau e Ischka*, por apoyarme en todo momento, incondicionalmente, y comprender mi ausencia por casi 5 años. Gracias hijas de mi corazón, este logro también es vuestro. En cada momento de flaqueza vosotras y Baltazar fueron, mi fuerza interna. Hijas, ustedes son todo mi tesoro en esta vida y pronto estaré de regreso con vosotras.

Hijas de mi alma, os dedico este trabajo, con el siguiente mensaje:

> Vuelvo a casa, vuelvo compañero. Vuelvo mar, montaña, vuelvo puerto. Vuelvo Sur, saludo mi desierto. Vuelvo a renacer amado pueblo (…). Traigo en mi equipaje del destierro. Amistad fraterna de otros suelos. Atrás dejo penas y desvelos. Vuelvo por vivir de nuevo entera (…) (Vuelvo para vivir. Andrés Márquez, Illapu)

“Iney rume kimlay chew amuael, kimnole chew ñi tuwün”.

“Nadie puede saber dónde ir, si no sabe de dónde viene”

Piukeyen ñuke mapu

A mis grandes amores:
Mis hijas Isabeau e Ischka.
Mi nieto adorado, Baltazar.
A mis padres.

Granada, Septiembre 2018

RELACIÓN DE SIGLAS USADAS EN LA TESIS

SIGLA	Descripción
ACE	Agencia de Calidad de la Educación.
AEP	Asignación de Excelencia Pedagógica.
AF	Aplicación Final.
AP	Aplicación Piloto.
C	Centenas.
CAE	Crédito con Aval del Estado.
CASEN	Encuesta de Caracterización Socioeconómica Nacional.
CCA	Configuración Cognitiva Afectiva.
CD	Configuración Didáctica.
CDM	Conocimiento Didáctico Matemático.
CE	Configuración Epistémica.
CI	Configuración Instruccional.
CICA	Conflicto instruccional Interaccional Mediacional
CIEE	Conflicto Instruccional Epistémico Ecológico.
CIIM	Conflicto Instruccional Interaccional Mediacional
CMO	Contenido Mínimo Obligatorio.
CNED	Consejo Nacional de Educación.
CONADI	Corporación Nacional de Desarrollo Indígena.
CPEIP	Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas.
D	Decenas.
DCA	Dimensión Cognitiva Afectiva.
DE	Departamento de Educación.
DEE	Dimensión Epistémica Ecológica
DIM	Dimensión Interaccional Mediacional
E	Estudiante.
EIB	Educación Intercultural Bilingüe.
EMTP	Educación Media Técnico Profesional.
EN	Entrevista.
EOS	Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.
EP	Episodio.
ESO	Educación Secundaria Obligatoria.
ET	Educador Tradicional.
GC	Grupo Curso.
GF	Grupo focal.
GSE	Grupo Socio Económico.
HSD	Hecho Didáctico Significativo
I	Investigator.
ICILS	International Computer and Information Literacy Study.
ID-EOS	Ingeniería Didáctica Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.
IDP	Indicadores de Desarrollo Personal.
IM	Interacción Monitoreo.
INE	Instituto Nacional de Estadísticas.
JEC	Jornada Escolar Completa.
K	*Kimche*
LGE	Ley General de Educación.

SIGLA	Descripción
LOCE	Ley Orgánica Constitucional de enseñanza.
MBD	Marco de Buena Dirección.
MBE	Marco para la Buena Enseñanza.
MINEDUC	Ministerio de Educación Chile.
NEE	Necesidades Educativas Especiales.
OA	Objetivos de Aprendizaje.
OAT	Objetivo de Aprendizajes Transversales
OCDE	Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico.
OEI	Organización de Estados Iberoamericanos.
OF	Objetivo Fundamental.
OFT	Objetivo Fundamental Transversal.
OIT	Organización Internacional del Trabajo.
ONU	Organización de Naciones Unidas.
P	Profesor
PEI	Proyecto Educativo Institucional.
PER	Programa de Evaluación del Rendimiento.
PIE	Proyecto de Integración Educacional.
PIRLS	Progress in International Reading Literacy Study.
PISA	Programmed for International Student Assessment (Reading, Math, Science).
PLADECO	Plan de Desarrollo Comunal
PM	Profesor Mentor.
PMI	Plan de Mejoramiento Institucional.
PP	Planes y Programas.
PPP	Planes y Programas Propios.
PREAL	Programa de Promoción de la Reforma Educativa América Latina y el Caribe (Chile).
PSU	Prueba de Selección Universitaria.
SAC	Sistema de Aseguramiento de la Calidad.
SE	Superintendencia de Educación.
SECE	Sistema de Evaluación de la Calidad de la Educación.
SECREDUC	Secretaría Regional de Educación.
SEP	Subvención Escolar Preferencial.
SIGE	Sistema de Información General de Estudiantes.
SIMCE	Sistema de Medición de la Calidad de Educación.
SLI	Sector de Lengua Indígena.
TI	Trabajo Individual.
TIC	Tecnologías de la Información y Comunicación.
TIMSS	Trends in International Mathematics and Science and Study.
TSD	Teoría de Situaciones Didácticas
U	Unidad.
UNESCO	Organización de Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.
UNICET	Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia.
ZDP	Zonas de Desarrollo Próximo.

RESUMEN

Esta tesis aborda la problemática de la enseñanza de la matemática escolar a estudiantes de los primeros niveles educativos que asisten a escuelas situadas en contexto mapuche (Pueblo Originario) en Chile, en el marco de la implementación de la Educación Intercultural Bilingüe (EIB). En las primeras indagaciones pudimos constatar que esta problemática no estaba siendo atendida por la investigación en Didáctica de Matemática, aunque nos encontramos con investigaciones relacionadas a nivel internacional. Esto nos motivó a plantearnos una investigación exploratoria en Chile, para analizar científicamente si es posible articular dos conocimientos matemáticos que coexisten en las aulas de matemáticas de estas escuelas en comunidades mapuche.

El foco central de la investigación es la articulación de las matemáticas mapuche y escolar, en el caso de los conocimientos sobre numeración, mediante el diseño, experimentación y análisis retrospectivo de una experiencia de enseñanza con estudiantes de segundo curso de educación primaria. Se aborda mediante la aplicación de enfoques teóricos complementarios, como la Etnomatemática y la Teoría Socio-Crítica, aunque el marco teórico base es el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS), cuyos presupuestos pragmatistas, antropológicos y semióticos para el conocimiento matemático son plenamente compatible con el núcleo central de la Etnomatemática. Por otro lado, el EOS aporta herramientas analíticas para analizar los objetos y procesos intervinientes en las prácticas matemáticas (sistema de prácticas, configuración ontosemiótica), herramientas para analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula (configuración y trayectoria didáctica), y para la reflexión meta-didáctica (dimensión normativa e idoneidad didáctica).

La complejidad de la problemática y el trabajo de campo que implicaba, nos llevó a estructurar esta investigación en tres estudios empíricos, que se articulan coherentemente, mediante la ingeniería didáctica basada en el EOS. En la fase preliminar nos centramos en deconstruir y sistematizar el conocimiento de la aritmética mapuche en la actualidad. La segunda fase implicó elaborar un 'diseño didáctico matemático situado' para estas escuelas y su correspondiente análisis a priori. En la tercera fase se puso a prueba el diseño en un aula de matemáticas con estudiantes de segundo año básico de estas escuelas. Finalmente se realizó el análisis a posteriori y el correspondiente análisis retrospectivo. Se concluye que es posible seleccionar actividades de enseñanza y aprendizaje para planear 'diseños didácticos matemáticos situados' en contexto mapuche que permita el aprendizaje de la numeración y la aritmética en la escuela ordinaria y que tengan en cuenta los significados personales iniciales de los niños mapuche sobre tales contenidos. La implementación de dichas actividades ha mostrado la evolución de los significados personales hacia los significados de referencia institucionales escolares situados, y en consecuencia ha permitido potenciar las relaciones de igualdad del niño mapuche en la cultura escolar ordinaria. También se aportan conocimientos sobre las dificultades y conflictos implicados en el proceso de implementación y sobre los condicionamientos y restricciones derivados del marco normativo y de los recursos disponibles.

ABSTRACT

In this thesis we address the problem of teaching school mathematics to lower grades students attending schools in the Mapuche context (native people) in Chile, within the Intercultural Bilingual Education (EIB) framework implementation. Along the initial inquiries we noticed that this problem was not being taking into account by mathematics education research, although related research was available at international level. This fact motivated us to consider an exploratory research in Chile, aimed to analyze scientifically the articulation of two mathematical knowledges coexisting in the mathematics classrooms in Mapuche communities.

Thus, the central focus of this research is the articulation of Mapuche and school mathematics, for the particular case of number sense, through the design, experimentation and retrospective analysis of a teaching experience with primary education second grade students. This problem is approached through complementary theoretical approaches, such as Ethnomathematics and the Socio-Critical Theory, although the core theoretical framework is the Onto-semiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction (OSA), whose pragmatist, anthropological and semiotic assumptions for mathematical knowledge, are fully compatible with Ethnomathematics central core. Moreover, the OSA provides analytical tools to analyze the objects and processes involved in mathematical practices (system of practices, onto-semiotic configuration), tools to analyze teaching and learning processes in the classroom (configuration and didactic trajectory), as well as meta-didactic reflective tools (normative dimension and didactic suitability).

The problem complexity and the field work involved, led us to structure this research in three coherently articulated empirical studies through didactic engineering based on the OSA. In the preliminary phase we focus on deconstructing and systematizing the current Mapuche arithmetic knowledge. The second stage involved developing a 'situated mathematical didactic design' for these schools and their corresponding a priori analysis. In the third phase, we tested the design in a Mapuche second grade mathematic classroom. Finally, the a posteriori analysis and the corresponding retrospective analysis were carried out. We conclude that it is possible to select teaching and learning activities to plan 'situated mathematical didactic designs' in the Mapuche context that promotes the learning of numeration and arithmetic in ordinary schools and that take into account the Mapuche children's initial personal meanings of such contents. The implementation of these activities has shown the evolution of personal meanings towards the institutional reference meanings, and consequently has allowed to enhance the integration of Mapuche children in the ordinary school culture. Knowledge of difficulties and conflicts involved in the implementation process and of constraints and restrictions derived from the normative framework and available resources is also provided.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN GENERAL

Los nuevos principios orientadores en materia de educación del Gobierno de Chile, a partir del regreso de la democracia en 1990 se focalizan, entre otros, en los siguientes aspectos: la preocupación por la calidad de la educación; equidad en la distribución del saber, superando las desigualdades sociales y étnicas; la promoción de la creatividad y el acceso masivo a los bienes culturales (Ministerio de Educación (MINEDUC) y Organización de Estados Iberoamericanos (OEI), 1993). En concordancia con otros países del mundo y especialmente de Latinoamérica, se inicia un proceso de reconocimiento y valoración de la diversidad cultural, lingüística y social que poseen nuestros pueblos originarios, comprendiendo que esta riqueza cultural y las lenguas de éstos conforman el soporte de la construcción de la identidad nacional de cara al fenómeno de la globalización.

El actual marco curricular de la educación general básica en Chile ha introducido la Educación Intercultural Bilingüe (EIB) en los primeros niveles de ésta, lo que ha permitido incorporar las Bases Curriculares y los respectivos Programas de Estudio del Sector de Lengua Indígena (SLI). El programa de Educación Intercultural Bilingüe, se está implementando formal y gradualmente desde el año 2010, en las zonas con alta densidad poblacional indígena. Al igual que en otros países donde se implementa una educación intercultural, nuestro país promueve con este programa el estudio y la preservación de la lengua indígena como primera lengua, junto al español.

Desde la Didáctica de la Matemática, existen estudios a nivel internacional que han permitido poner de manifiesto la necesidad de incorporar la etnomatemática de la cultura local en los currículos de matemáticas para re-descubrir y valorar los distintos conocimientos matemáticos que utilizaban o utilizan sus culturas originarias. En Chile no existe investigación al respecto, por ello nuestra primera intención fue explorar el conocimiento matemático de uno de nuestros pueblos originario, el pueblo Mapuche. Esto nos permitió proyectar nuestro trabajo hacia el análisis de la relación entre la matemática mapuche y la matemática escolar, en el caso específico de la aritmética y de manera particular en la numeración y la estructura aditiva. Para ello, nos apoyaremos en investigaciones sobre la gramática de los pueblos precolombinos, que han descrito desde la lingüística los numerales en lengua mapuzugun (lengua mapuche). El actual marco de la EIB está abriendo posibilidades de investigar y profundizar sobre el conocimiento de las culturas de los pueblos originarios, entre ellos el conocimiento matemático. Conocer el estado actual de la cuestión, nos permitió aportar evidencia empírica que oriente futuras investigaciones, recomendaciones para una enseñanza de la matemática situada en el marco de la EIB y, por último, orientar la instrucción matemática en escuelas situadas en contexto mapuche.

Iniciamos esta investigación siendo conscientes de sus limitaciones, propias de la complejidad del tema abordado. Teniendo en cuenta estas observaciones, decidimos estructurar esta investigación en tres estudios empíricos. Cada uno de ellos proporciona respuestas a una problemática puntual que es necesario resolver para avanzar al siguiente estudio. En el estudio uno, capítulo tres, logramos deconstruir el conocimiento de la aritmética mapuche y establecer las complementariedades con la aritmética escolar, que se aborda en los dos primeros cursos de la Educación Básica (primaria) (Salas, Godino y Oliveras, 2015; Salas y Godino, 2016; Salas, 2018). Luego, avanzamos en la exploración de dos casos-tipos, para orientarnos en los objetos matemáticos específicos de la aritmética, que abordaríamos en Salas, Godino y Quintriqueo (2016). Con estos antecedentes logramos la construcción de un significado matemático de referencia, que nos permitió elaborar un diseño didáctico matemático situado para la enseñanza de la matemática en estas escuelas del contexto mapuche (Salas-Salinas y Quintriqueo, 2018a; 2018b). Continuamos nuestra investigación, orientada al estudio empírico dos, que se realiza en el capítulo cuatro, en el cual se elaboró el diseño didáctico situado, el material para su aplicación y se realizó el correspondiente análisis a priori. Este trabajo nos reportó los elementos claves a tener en cuenta en la siguiente fase, la aplicación del diseño. El estudio empírico tres, capítulo cinco, se corresponde con la aplicación del diseño didáctico situado y el correspondiente análisis retrospectivo, que se hace en el capítulo sexto. Los resultados alcanzados se reportan en cada uno de los estudios; sin embargo, en el capítulo 6 abordamos una síntesis de los aspectos más importantes del análisis retrospectivo, la conclusión general sobre la investigación y se incluyen algunas reflexiones críticas sobre la dimensión normativa que condiciona la enseñanza de la matemática en Chile.

En el capítulo uno se explica y profundiza en los antecedentes de la investigación mientras que en el capítulo dos se describen las herramientas teóricas en las que se apoya el planteamiento del problema y los métodos utilizados.

Se trata de una investigación empírica, cualitativa, descriptiva e interpretativa, la que desde la epistemología se inscribe en el paradigma del "relativismo" (Oliveras, 1996), complementada con la etnometodología y el enfoque hermenéutico. Optamos por aplicar como teoría base el 'Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos' (EOS) (Godino, 2002; Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2007) al considerar que complementa de manera eficaz a la Etnomatemática, el Interaccionismo Simbólico y los enfoques Socio-críticos.

En esta investigación se puede ver que un problema etnomatemático, que, por tanto, tiene un componente esencialmente antropológico y socio-crítico, se puede abordar en el marco del Enfoque Ontosemiótico, al tratarse éste de un sistema teórico modular e inclusivo para la educación matemática (Godino, 2017a). La asunción dentro del EOS de presupuestos pragmatistas, antropológicos y semióticos para el conocimiento matemático, y la consiguiente relativización institucional y personal del mismo, es plenamente compatible con el núcleo central de la etnomatemática.

Para la etnomatemática, las matemáticas no son solo el producto de la actividad del matemático profesional, caracterizada por el uso de lenguajes formales, la argumentación deductiva y la generalidad de los teoremas, sino que son también las prácticas que realizan "grupos culturales, tales como comunidades urbanas y rurales, grupos de trabajadores, grupos de profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otros que se identifican por objetivos o tradiciones comunes" (D'Ambrosio, 2008, p. 9).

Esta visión de las matemáticas es concordante con la onto-epistemología EOS; de manera particular se deriva de la forma en que se define la noción de práctica matemática, y de asumir el postulado de la relatividad institucional y personal del conocimiento. Así mismo, es consecuencia de cómo se interpreta la noción de institución, la cual abarca cualquier grupo cultural, étnico, contextos de uso, en general cualquier comunidad de prácticas que compartan una misma clase de situaciones problemáticas y, por tanto, comparten también los mismos artefactos y modos de dar respuesta a las mismas (Godino, 2017b).

Por otra parte, el EOS ha desarrollado una visión antropológica del objeto matemático, como emergente (e interviniente) de las prácticas matemáticas, ligado a las reglas gramaticales de los lenguajes que se usan para describir los distintos mundos en los que las personas participan (perspectiva discursiva – Wittgenstiniana), así como una tipología de objetos y procesos, que pueden enriquecer el análisis de la actividad matemática. La noción de configuración ontosemiótica puede caracterizar de una manera detallada las prácticas matemáticas de los grupos culturales, y por tanto, describir y explicar las diferencias y semejanzas entre las diferentes "variedades epistémicas" de matemáticas.

El análisis del programa etnomatemático, en su componente educativo, revela que una parte sustancial del mismo es "investigación orientada al diseño instruccional" (Oliveras y Godino, 2015). Pero consideramos que carece de una teoría instruccional explícita que apoye el diseño, implementación y análisis retrospectivo de las intervenciones educativas que trata de realizar.

En esta investigación se muestra que el EOS aporta herramientas analíticas para analizar los objetos y procesos intervinientes en las prácticas matemáticas (sistema de prácticas, configuración ontosemiótica), herramientas para analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula (configuración y trayectoria didáctica), y para la reflexión meta-didáctica (dimensión normativa e idoneidad didáctica). Por tanto, las herramientas del EOS pueden ayudar a realizar esa descripción detallada de las prácticas matemáticas y didácticas que reclaman Vithal y Skovsmose (1997).

La educación matemática no puede limitarse a realizar descripciones etnográficas de las prácticas matemáticas que se realizan en el seno de grupos o comunidades particulares, más o menos desfavorecidas; ni tampoco limitarse a explicar en términos socio-críticos (políticos, económicos, de relaciones de poder), las carencias y dificultades en el aprendizaje de los estudiantes. Es necesario pasar a la acción y diseñar recursos educativos que ayuden a superar las brechas existentes. Para ello son necesarias herramientas de diseño instruccional. En esta investigación se muestra un caso de diseño, experimentación y análisis retrospectivo de una ingeniería o diseño didáctico, basado en el EOS, orientado al aprendizaje de la numeración decimal en el contexto escolar, articulado con las prácticas aritméticas propias de la cultura mapuche.

El módulo del EOS sobre dimensiones, componentes y criterios de idoneidad didáctica, particularmente la faceta ecológica y la dimensión normativa, permiten acomodar de manera natural la problemática socio-crítica. Pero se verá también a lo largo de esta investigación que las perspectivas etnomatemática y socio-crítica enriquecen y desarrollan la faceta ecológica del EOS, al incorporar categorías analíticas de los componentes sociales y políticos implicados en procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Así mismo, la reconstrucción de los significados de referencia para los contenidos pretendidos, paso previo indispensable para la selección representativa de situaciones y configuraciones de objetos y procesos, debe tener en cuenta el factor multicultural de los contextos educativos correspondientes.

Desde el punto de vista metodológico, optamos por aplicar la Ingeniería Didáctica basada en el EOS (ID-EOS) (Godino, Batanero, Contreras, Estepa, Lacasta y Wilhelmi, 2013), como hilo conductor de las distintas fases de la investigación y se complementó con metodologías y técnicas de la investigación etnográfica, socio-histórica, etnología, hermenéutica filosófica. Aplicando técnicas como el análisis de contenido, estudio de casos-tipos, grupos focales, observación participante, entrevistas, encuestas, grabación de audios, vídeos, fotografías, entre otras (Cohen y Manion, 2002; Sampieri, Fernández y Baptista, 2010; Flick, 2007; Sandín, 2010). La muestra de sujetos implicados en la investigación fue diversa de acuerdo al estudio empírico, siendo en total 88 sujetos (estudiantes, educadores, expertos en la cultura mapuche). La ubicación geográfica es la comuna de Galvarino en la región de La Araucanía en Chile.

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES Y PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

INTRODUCCIÓN

En este capítulo abordamos los antecedentes que fundamentan esta investigación, el área problemática y nuestras expectativas como investigadores. Iniciamos el capítulo con el apartado 'contexto de la investigación', realizando un recorrido histórico por el Sistema de Educación en Chile a partir de la segunda mitad del Siglo XX. Con ello pretendemos ubicar al lector en el contexto de la problemática para llevarlos al conflicto educacional histórico que el Estado chileno ha mantenido con los pueblos originarios de estas tierras, en específico el 'pueblo mapuche[1]'. Continuamos, en el mismo apartado, con una revisión sucinta del 'Sistema de Aseguramiento de la Calidad de la Educación' para todos los estudiantes de este país, sin importar raza, color, sexo, idioma, religión, opiniones políticas o de otra índole, origen social, posición económica, nacimiento u otra condición, ya sea del propio niño o de su familia (UNICEF, 1990). En este apartado se describe el 'Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE)', lo que permite al lector sacar sus propias conclusiones sobre los resultados que arrojan después de varias décadas de su implementación. Por lo demás, permite observar qué tan equitativa es la distribución de lo que el 'Estado' llama 'calidad de la educación con equidad'. En este sub-apartado, nos interesa navegar desde los resultados nacionales hasta los resultados en las comunas con mayor población mapuche. Continuamos con la descripción de los 'estándares nacionales', que en la actualidad son referidos a: 'estándares de aprendizajes y niveles de logros' de los estudiantes y los 'estándares de desempeño de los establecimientos educacionales'. Esta descripción insta al lector a comprender la frágil y desfavorable oportunidad que tienen los estudiantes del Grupo Socio-económico bajo' (GSE bajo), en el que se incluye a la población mapuche, de tener un mejor porvenir. Proseguimos con un eje fundamental, la descripción de la Educación Intercultural Bilingüe (EIB) en Chile, desde su concepción hasta los conflictos que hoy representa. Por último en el apartado del 'contexto de la

[1] En la gramática mapuche no se pluralizan los sustantivos con 's' al final y respetaremos su escritura.

investigación', incluimos un sub-apartado con la descripción del Marco para la Buena Enseñanza (MBE), documento oficial que norma la actuación del profesor en el aula para enseñar cualquier disciplina. Lo hemos incluido en este apartado, pues permite conocer y comprender el escenario evaluativo del profesor del sector municipal y reflexionar sobre la gran capacidad del 'Estado' para homogeneizar la actuación docente, como se ha hecho con los estudiantes. En nuestra investigación, ha sido un insumo para una de las etapas de la investigación. Para continuar con este capítulo, fundamentamos en el apartado 2 la 'pertinencia de la investigación', basándonos en los hechos descritos y en algunos antecedentes preliminares. Continuamos con la descripción precisa del 'área problemática, los objetivos y expectativas de nuestra investigación.

1. CONTEXTO DE INVESTIGACIÓN

1.1. SISTEMA EDUCATIVO EN CHILE Y PUEBLOS ORIGINARIOS

La educación en Chile ha evolucionado, especialmente, con las leyes que se han promulgado en la segunda mitad del siglo XX y a principios del siglo XXI. A partir de los años 50, centra su atención en la expansión de la cobertura de la educación obligatoria, la diversificación del tipo de instituciones, programas educativos, la sucesión de políticas educativas y reformas en la gestión de ésta. A finales del mismo siglo e inicios del siglo XXI el enfoque de las diversas reformas se orienta hacia la mejora de la Calidad de la Educación y la distribución equitativa del conocimiento (MINEDUC y OEI, 1993). En la segunda mitad del siglo XX, el sistema educativo sufrió profundos cambios, debido a los drásticos momentos socio-políticos que se vivían en aquella época, la dictadura militar (1973-1990). Ésta se limitó a revisar, cabalmente, los programas de la reforma de 1965, los cuales fueron depurados de todo aspecto 'conflictivo' o 'político partidista'; re-estableciendo, en ellos, los principios del humanismo cristiano nacionalista y re-legitimando el aspecto tradicional de la educación como disciplina (MINEDUC y OEI, 1993). En este período se produjo el cambio más profundo a nuestro Sistema Educativo que fundamentado por una ideología neo-liberal inicia la restructuración completa de todo el sistema. Es decir, a parir de la segunda mitad de los años 70 hasta los últimos días de la Dictadura Militar en 1990, se introdujeron varias modificaciones en distintos ámbitos de la educación, entre ellos: se intervienen las universidades, liceo y escuelas para la despolitización y reordenación de las instituciones, ejerciendo un fuerte control en el proceso educativo. Se elaboran nuevos programas de estudios, depurados de todo aspecto socio-político que pueda motivar una emancipación ciudadana. Se reestructura la gestión educativa, con el desprendimiento de las escuelas e institutos y liceos de educación básica y media, proceso que culmina en 1986 con el traspaso total de los establecimientos educacionales del país a la administración de corporaciones privadas, creadas por asociaciones gremiales de empresarios privados de la industria, comercio y la agricultura, y un sector de ellos fue traspasado a las municipalidades del país. Se norma la doctrina del 'Estado Subsidiario', el que privilegia la 'libertad de enseñanza' y la regulación de la calidad a través de la 'libre competencia del mercado educacional', lo que estimula la educación privada mediante la subvención escolar. Se desafilió del status de 'funcionario público' al total de profesores del país pasando a una figura ambigua que los dejó en un desamparo laboral. En 1982 se establece un sistema de evaluación nacional del rendimiento escolar PER (Programa de Evaluación del Rendimiento), que posteriormente en 1988 se denominó como se conoce hasta hoy SIMCE, en los niveles de 4º y 8º básico. A finales del gobierno militar (10 de marzo de 1990) se promulga la nueva ley de educación LOCE, Ley Orgánica Constitucional de Enseñanza.

El cambio en la gestión administrativa ha sido el cambio más significativo para lo que es en la actualidad la educación en Chile. El que la educación se convirtiera en un 'bien de consumo' y no un derecho, segregó y estratificó aun más nuestra población y la educación que imparte el 'Estado'. Es decir, por una parte hay un tremendo esfuerzo por ampliar la cobertura, diversificar y modernizar el sistema educativo; sin embargo, por la otra cara vemos cómo el sistema evoluciona desde una fuerte y directa responsabilidad del 'Estado' a una fuerte participación del sector privado y la competencia del mercado educativo por 'seleccionar' a los estudiantes de los sectores más acomodados. Así, se produjo el fenómeno migratorio de los estudiantes de familias de mayores recursos al sector 'particular subvencionado', como lo podemos apreciar en la evolución de la matrícula según dependencia de los establecimientos, en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1. Evolución histórica de la matrícula escolar en Chile.

Total Matrícula Estudiantes	Particular	%	Particular Subvencionado	%	Estatal (Pública)	%
1950 654.110	181.843	27,8			472.267	72,2
1979 3.149.400	220.458	7,0	377.928	12,0	2.551.014	81,0
1981 2.841.726	195.521	6,9	430.232	15,1	2.215.973	78,0
1990 (inicio						

Tabla 1.1. Evolución histórica de la matrícula escolar en Chile.

Total Matrícula Estudiantes	Particular	%	Particular Subvencionado	%	Estatal (Pública)	%
democracia) 3.330.740	228.205	6,8	1.017.712	30,5	1.717.222	51,5
2012 3.410.178	250.510	7,3	1.864.909	54,7	1.294.759	38,0
2016 3.550.837	288.964	8,1	1.988.343	56,0	1.273.530	35,9

Fuente: Departamento de Estudios y Desarrollo, División de Planificación y Presupuesto, Ministerio de Educación (MINEDUC y OEI, 1993); Cox, González, Nuñez y Soto (1997); Donoso y Schmal (2002). MINEDUC, (2012b), (2016).

Un aspecto que impacta en esta investigación sobre la evolución de la matrícula en la educación obligatoria, según la dependencia de los establecimientos educacionales (Municipal, Particular subvencionado y particular), es el hecho de apreciar cómo la educación pública en Chile se ha ido extinguiendo a partir de la Dictadura Militar y desde la vuelta de la democracia. Lo más impactante es que luego de la dictadura militar, en plena democracia, la educación pública ha sufrido los peores avatares.

La evolución de la educación y su expansión no ha sido rectilínea, de acuerdo a los antecedentes señalados y que podemos apreciar en la Tabla 1.2, ésta da cuenta de un período de crecimiento moderado entre 1950 y 1964, una expansión más acelerada entre 1965 y 1973, después de este período y hasta la vuelta de la democracia en 1990, vuelve una expansión moderada. En 1990, al término del gobierno militar, había retrocedido hasta 51,2% (MINEDUC y OEI, 1993). Cabe destacar que la matrícula de la educación particular hasta los años '70 y '80 se concentraba, mayoritariamente, en la educación media (secundaria).

Tabla 1.2. Población, matrícula y cobertura del Sistema Educativo Nacional.

Población	Año 1950	1981	1990	2012
Población de 0 a 24 años de edad	3.499.862	5.991.420	6.503.080	6.574.082
Matriculados en educación básica, media y superior	905.504	2.988.502	3.330.740	3.410.178
Cobertura del Sistema Nacional	25,9 %	49,9 %	51,2 %	51,9 %

Fuentes: Informe MINEDUC y OEI, 1993; Sistema de Información General de Estudiantes (SIGE)

Al llegar a los años noventa, el problema de la cobertura estaba en gran medida resuelto; pero el modelo educacional 'neo-liberal' instalado por la dictadura militar, vigente actualmente, permitió que se continuara con la expansión, ya no de la cobertura, sino de la construcción y habilitación de nuevos establecimiento educacionales para la educación obligatoria. Desde 1990 al 2012 los establecimientos educacionales públicos han disminuido en un 12,3% y los establecimientos educacionales particulares subvencionados han aumentado en un 121,4%; como se aprecia en la tabla 1.3, más abajo. Estos datos se condicen con la evolución de la matricula presentado en la Tabla 1.1, es decir han aumentado los establecimientos privados y disminuido los establecimientos públicos, por ende la matrícula en el sector público ha disminuido y en el sector privado ha aumentado.

Tabla 1.3. Cantidad de Establecimientos Educacionales para educación Obligatoria

Año	Dependencia Administrativa			Total
	Municipal	Particular Subvencionado	Particular Pagado	
1990	6.286	2.767	758	9.811
2012	5.541	6.035	625	12.174
Aumento disminución	Disminuye en un 11,8 %	Aumenta en un 118,1 %	Disminuye en un 17,5 %	Aumenta en un 24,1 %

Fuente: Centro de Estudios, División de Planificación y Presupuesto, MINEDUC.

Los antecedentes de la tabla 1.3., muestra que con la vuelta a la democracia, también, se perpetúa el lucro en la educación, pues ha sido el periodo en que más han aumentado los establecimientos educacionales 'particulares subvencionados', incluso absorbiendo establecimientos particulares pagados, porque es más rentable recibir dinero del estado.

A partir de los años '90 y con los resultados de las evaluaciones estandarizadas nacionales, de la época, introducidas durante la dictadura militar y hasta hoy vigentes, SIMCE, permitió tomar conciencia de la discriminación social existente en el sistema educativo. En tanto a la calidad de la educación y la distribución equitativa del conocimiento a la ciudadanía, ya que el nivel de aprendizaje en la educación básica eran notoriamente bajos y se distribuían de manera socialmente discriminatoria. Esto es, en sectores de ingresos medios-bajos los estudiantes, atendidos por las escuelas y liceos municipales, aprendían notablemente menos que los estudiantes de los sectores medio-altos o altos que asisten a escuelas y liceos pagados. Realidad educativa que se instala en nuestro país a partir del modelo neoliberal instalado por la dictadura militar y perpetuado en democracia. Entonces, los nuevos principios orientadores de la acción gubernamental, en materia de educación, focaliza, entre otros aspectos: la preocupación por la calidad de la educación; equidad en la distribución del saber, superando las desigualdades sociales, étnicas y la promoción de la creatividad; y del acceso masivo a los bienes culturales (MINEDUC y OEI, 1993). No obstante han pasado varias décadas desde la vuelta a la democracia y no hemos sido capaces de construir un 'Proyecto Educativo' para nuestro país, que forme ciudadanos que construyan un estado que exprese su voluntad ciudadana. Durante, más de 5 décadas, educamos ciudadanos para que comprendan la cultura dominante y aprendan a competir por puntaje para ubicarse en los mejores niveles, de lo contrario, deben tomar conciencia de su porvenir. Los resultados de las evaluaciones, a la fecha, aun muestran la gran desigualdad en el derecho a educación, pues el modelo sigue potenciando que los sectores más enriquecidos puedan ‘comprar’ mejor educación.

En relación a las prácticas educativas, éstas reportan el predominio de estilos de enseñanza que favorecen el aprendizaje dependiente y memorístico, de asimilación pasiva del aprendizaje, tal cual lo reporta a nivel internacional Vithal y Skovsmose (1997) cuando plantean que hay cuestiones que no andan bien en la enseñanza de la matemática, con la instalación de la idea de la modernización. El año 1995 el ‘informe de la comisión nacional para la modernización de la educación’, plantea que el modelo pedagógico es inadecuado y cita:

> “*A los niños se les pide estar sentados, en bancos a veces bastante incómodos, en silencio, mirando el pizarrón y escuchando. Teóricamente sólo pueden hablar por turno cuando se los interroga. Las relaciones con el profesor son más impersonales y éste con frecuencia está preocupado por mantener el orden, en grupos bastante numerosos, o de lograr ser escuchado, lo que dificulta la posibilidad de establecer una interacción educativa. Una parte importante del desarrollo social y emocional de los alumnos se da en los recreos y la creatividad queda reducida a algunas horas de artes plásticas o de música"* (Comité Técnico Asesor del Diálogo Nacional sobre la Modernización de la Educación Chilena y Comisión Nacional para la Modernización de la Educación, 1995, p. 31)

Las prácticas del profesor, capaz de controlar y apaciguar la inquietud de los estudiantes (Skovsmose, 1999) comienzan a tomar importancia en cuanto a su erradicación, no obstante, vemos que lo que se ha erradicado son las formas de ejercer ese poder. En la actualidad aun encontramos prácticas docentes en el aula basadas en una relación de poder, lo que permite controlar y apaciguar la inquietud de los estudiante y peor aún, matar sus talentos, en tanto como país somos un ‘cementerio de talentos’ (Informe Especial, 2013).

Con la vuelta a la democracia, se enfrenta un gran desafío en educación y es de corresponderse con las transformaciones a nivel mundial y con el proyecto nacional de crecimiento económico con equidad. Con este proyecto nacional, en que está inmerso el sistema educativo, se inicia un proceso de integración internacional, para lo cual una de las acciones que se emprende es participar en las mediciones internacionales estandarizadas a fin de compararse a nivel internacional y procurar tomar medidas que apunten al mejoramiento del sistema educativo, la calidad de la educación y alcanzar los estándares internacionales. Chile ha participado en: Estudio Internacional de Educación Cívica y Formación Ciudadana (ICCS); Estudio Internacional de Alfabetización Computacional y Manejo de Información (ICILS); Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE) del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), sus aplicaciones han sido el PERCE, Primer Estudio Regional Comparativo y Explicativo, el SERCE, Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo. Además, se participado en los tres Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias (TIMSS); Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) y el Estudio Internacional del Progreso en Competencia Lectora (PIRLS) que su última aplicación fue el año 2016, en la que Chile participa por primera vez. Junto con esta nuevas medidas se inicia un proceso de elaboración de nuevos Planes y Programas (Organización didáctica) que establecen los objetivos fundamentales (OF) y los contenidos mínimos obligatorios (CMO) e incorpora los objetivos fundamentales transversales (OFT) y se ponen a disposición de los establecimientos a partir del año 1996 en que se dicta el Decreto Supremo Nº 40 que aprueba los Planes y Programas que acompañan a la nueva Jornada Escolar Completa (JEC).

En el ámbito ciudadano, también se producen cambios a partir de la vuelta a la democracia y una de las principales herramientas ciudadanas que vuelven a emerger fuertemente durante los nuevos gobiernos de la 'Concertación de Partidos por la Democracia', son los movimientos sociales para plantear sus demandas al Estado. La manifestación social se empieza a incrementar a partir de los años 2000, entre ellos los estudiantes, el pueblo mapuche, los deudores habitacionales y otros. En el caso de los estudiantes, muchas de sus manifestaciones sociales no fueron atendidas por los nuevos gobiernos democráticamente elegidos, sino más bien fueron abordadas con represión e intentos de deslegitimación de sus demandas. El descontento ciudadano en el ámbito educacional comenzó a tomar fuerza y es así como el año 2006, los estudiantes secundarios iniciaron una fuerte movilización social, conocida como la "Revolución Pingüina", que marca un hito importante en el despertar de la sociedad civil en Chile, en cuanto al derecho de participación en las políticas del estado. Luego de haber estado sometidos por 17 años a una dictadura militar, muchas generaciones 'hijos de la dictadura militar' estaban adormecidos socialmente; pero los estudiantes lideraron y siguen liderando las grandes transformaciones sociales en Chile. Este movimiento social, que partió con los estudiantes secundarios y que luego fue teniendo más y más adeptos, fue realmente notable por su capacidad de organización a nivel nacional, por su carácter rupturista juvenil y por los alcances políticos a nivel nacional. Este fue el primer 'terremoto' que ha tenido el modelo educacional neoliberal mercantilista en los últimos 20 años y fue el nido para la concepción de la actual Ley General de Educación (LGE). Si bien, no se logró terminar con el modelo neoliberal de la educación en nuestro país, permitió poner el tema de la 'educación' en el centro del debate nacional y promover la organización social en pro de las demandas legítimas de los ciudadanos en Chile. A partir de este movimiento social a la fecha, se han introducido varios cambios de fondo y forma en nuestro sistema educativo, entre ellos una nueva institucionalidad que crea nuevos organismos y que pretente garantizar el fin al lucro con la educación y la calidad de la educación para todos los estudiantes. La actual institucionalidad se compone por: Agencia de Calidad de la Educación (ACE), creada el año 2011, la Superintendencia de Educación (SE) creada el año 2011 y el Consejo Nacional de Educación (CNED), creado el año 2012.

Junto a estos nuevos procesos que se viven en Chile en torno al modelo educativo y la inserción del país en la dinámica internacional, a nivel político, social, cultural y atendiendo a los Derechos Humanos, entra en vigencia el convenio 169 de la OIT y los Derechos del Niño. Éstos establecen el respeto por el desarrollo autónomo de las minorías étnicas en el mundo y promueven la preservación de su patrimonio cultural en armonía con las naciones independientes a las que pertenecen y principalmente el cultivo de las lenguas originarias, desde un enfoque post-moderno (Hirmas, Hevia, Treviño y Marambio 2005). Estos convenios promueven la valoración y trato igualitario de las distintas culturas sin sobreponer un conocimiento sobre otro, es decir, se inicia un proceso de reconocimiento de las raíces étnicas de nuestra nación. En 1993 se promulga la Ley Nº 19253, que reconoce nueve pueblos indígenas: *Mapuche, Aymara, Rapa Nui o Pascuense, Atacameño o Likan Antai, Diaguitas, Quechua, Colla, Kawáshkar o Alacalufe y Yámana o yagán*. De esta forma se emprende un proyecto para la valoración de su existencia y el reconocimiento a su integridad y desarrollo, de acuerdo a sus costumbres, valores y cosmovisión. Este reconocimiento se ve reflejado en algunos aspectos en los Planes y Programas educativos introducidos en el año 1996, los que incorporan en algunos sectores (asignaturas) de aprendizaje de la educación general básica, el estudio de los pueblos originarios en América. En educación matemática, también se incorporaron algunos cambios en 7º año de educación básica incorporando la unidad didáctica "Sistemas numéricos en la historia", la que abordaba el estudio de los sistemas numéricos mayas, babilónicos, chinos, binario, decimal posicional y el sistema decimal mapuche.

La LGE promulgada el año 2009, representa el actual marco institucional para la educación obligatoria y su principio orientador enmarca a la educación:

> (…) "*en el respeto y valoración de los derechos humanos y de las libertades fundamentales, de la diversidad multicultural y de la paz y de nuestra identidad nacional*"… (MINEDUC, 2009a, Art. 2)

Este nuevo marco curricular para la educación obligatoria reconoce y valora el lenguaje indígena, esencialmente, porque a través de éste la sociedad chilena podrá comprender y valorar su cultura; aprendiendo aspectos fundamentales como la circularidad del tiempo, la relación parte a todo con la naturaleza, la posición y definición de la persona en relación con su entorno, la armonía y otros conocimientos de las culturas originarias. De alguna forma, estas nuevas medidas aportan al rescate de nuestra cultura, luego del exterminio sistemático y de la aculturación a la que fueron sometidos y son sometidos (Belloli, 2009) nuestros pueblos originarios. Junto a esta nueva concepción de la educación, el año 2009 se dicta el Decreto Supremo Nº 280 que incorpora un nuevo Sector de Aprendizaje para la Educación Básica el Sector de Lengua Indígena (SLI), estableciendo así un programa de EIB como parte del Sistema Educativo chileno. Este decreto se traduce en las actuales Bases Curriculares específicas de la lengua indígena para un nuevo modelo de formación bilingüe. Este nuevo marco legal promueve el respeto por las Culturas Indígenas y para lo cual se establece: "*el uso y conservación de los idiomas indígenas, junto al español en las áreas de mayor densidad indígena*" (MINEDUC, 2009b. p. 121).

Actualmente nos encontramos en un nuevo proceso de reforma educacional, en el que se plantean modificaciones al sistema de administración de la educación, estableciendo que la administración de los establecimientos educacionales en todo el territorio nacional volverá al 'Estado' chileno. Esta nueva ley, Ley N° 21.040, promulgada en noviembre de 2017, crea el 'Sistema de Educación Pública'. Con ello, se prevé que para el año 2025 se habrán creado alrededor de 70 'Servicios Locales de Educación', nueva figura que tendrá la responsabilidad de administrar la 'Educación Pública'. Esta nueva institucionalidad agrupará varias comunas en un territorio determinado y se coordinará, directamente, con la Dirección Nacional. A esta nueva ley le preceden una serie de estudios e informes nacionales e internacionales sobre el Sistema Educativo chileno, entre ellos el informe del equipo de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) 'Revisión de la Políticas Nacionales de Educación: Chile' en 2004. Este informe reconoce los avances de Chile en materia de educación, desde la vuelta de la democracia y se destacan la implementación de algunas medidas como: la Jornada Escolar Completa; la Integración de las TIC a través del programa Enlaces; reforma curricular; los programas de mejoramiento educativo, MECE, P900, Liceo para todos, entre otros; Formación Docente con becas al extranjero; el marco para la buena enseñanza (MBE), el Marco para la Buena Dirección (MBD); el sistema de Evaluación Docente; entre otras. Este informe reconoce la influencia ideológica de nuestro Sistema Educativo y plantea que éste da una "*importancia indebida a los mecanismos de mercado*" (OCDE, 2004, p. 290), que apunte a la real mejora de los aprendizajes. Se reconoce en este informe la debilidad más importante "(…) *la falta de liderazgo institucional y administrativo de los directores, unido a la falta de autoridad de supervisión* (…)" (OCDE, 2004, p. 290). En este sentido, se recurre a transferir dichas responsabilidades en las competencias de los profesores, para implementar las reformas y mejorar los aprendizajes. Es decir, no hay coherencia en dichas reformas, pues no existe conexión con la práctica real en las escuelas y liceos. Por otra parte, denota que la formación de profesores está muy desconectada con las políticas educativas, pues las reformas no están ligadas a la formación de profesores por las universidades. Con esto señala: una gran brecha de capacidad, ya que "(…) *pone a los estudiantes del país en clases con profesores que, no por culpa propia, han sido preparados inadecuadamente para enseñar matemáticas, lenguaje y otras materias, al nivel requerido en el nuevo currículo* (….)" (OCDE, 2004, 291). En cuanto a sus recomendaciones, las podemos resumir en lo que hasta hoy se ha ido implementando gradualmente. En materia de formación de los profesores, recomienda: mejor coordinación de la institucionalidad y las universidades para formar a los profesores en las actuales demandas del Sistema Educativo. Promueve el intercambio estudiantil con universidades de países desarrollados. Plantea dar mejores incentivos para los académicos e incentivar más y mejores prácticas profesionales. Recomienda evaluar a los graduados, es así como se establece la actual 'Prueba Inicia' cuyos resultados no son habilitantes para ejercer, es más bien de carácter referencial y formativo. Sin embargo, rendir esta evaluación es obligatorio, pues es requisito para la entrega del título profesional por parte de las universidades. Propone, establecer rigurosas modificaciones a la formación de profesores en modalidad a 'distancia', es así como han desaparecido estas carreras de grado en la actualidad. Indica que se debe capacitar a los educadores diferencial y especial para participar en las escuelas con los estudiantes con necesidades especiales o dificultades de aprendizajes, en este sentido se dicta el decreto 83 que introduce nuevas normativas para la inclusión y el Proyecto de integración en las Escuelas y Liceos. Indica, se debe atraer a la profesión docente a candidatos cualificados de ascendencia mapuche para implementar la educación intercultural bilingüe. Plantea, promover la AEP, asignación de excelencia pedagógica y la red de maestros, sobre todo para profesores del sector particular subvencionados, pues el sector municipal es evaluado por ley. Recomienda entregar becas para formación de profesores en el extranjero; entre muchas otras. En materia de evaluación de aprendizajes, recomienda revisar los objetivos y cómo se entregan los resultados del SIMCE; establecer estándares para el rendimiento de los estudiantes evaluados por el SIMCE con el correspondiente perfeccionamiento para todos los profesores y administradores de la educación; desarrollar el perfeccionamiento continuo de los profesores en práctica; estimular la apropiación y análisis de los resultados SIMCE por escuelas, así se ha establecido un día a nivel nacional para analizar los resultados obtenidos; entregar otra información junto a los resultados SIMCE como la tasa de ausentismo, profesores a tiempo completo, etcétera; mejorar el sistema de evaluación para identificar a las escuelas y profesores que se desempeñan bien y los que se desempeñan mal con sus estudiantes, en esto radica el actual sistema de evaluación de desempeño de las escuelas y liceos, su categorización junto a la categorización del desempeño de los profesores en su evaluación por ley cada 4 años; reestructurar las fechas del SIMCE para un seguimiento, se ha elaborado un plan de evaluación; entre otras. En materia curricular recomienda: revisar los currículos y reestructurar; apoyar la investigación; apoyar el ingreso a la universidad de los estudiantes de nivel socioeconómico bajo y mapuche del país, así se han establecido una serie de becas, que lamentablemente ha dejado fuera a los estudiantes de la clase trabajadora, esforzada (media-baja) del país, por no ser ni pobre ni rico ni mapuche; realizar auditorías al impacto de los muchos programas implementados y evaluar su continuidad o reestructuración, para aportar a la equidad; entre otras. Hay muchas recomendaciones en este informe del 2004, que poco a poco se han ido implementando a lo largo de estos años. Tenemos estándares de desempeño de los establecimientos educacionales y estándares de aprendizaje de los estudiantes, la evaluación inicial y permanente de los profesores, el MBE, el MBD, formación continua de los profesores, nuevo sistemas de evaluación de los aprendizajes y la entrega de los resultados, nuevo currículo y programas de estudios en todas las disciplinas, más becas de formación en posgrados en universidades nacionales e internacionales, más integración, más investigación, una próxima educación pública a implementar, etcétera, etcétera.

Resumiendo, las últimas décadas del siglo XX y las primeras del siglo XXI han sido de constantes cambios en lo social, político y cultural en nuestro país. No obstante, la educación de calidad con equidad aun no es real para todos en Chile, pues la brecha entre los aprendizajes de los estudiantes cuyas familias pueden pagar por la educación privada o particular subvencionada y los aprendizajes de los estudiantes de la educación municipal, es muy significativa como veremos en el siguiente apartado. Esto demuestra que aún hay mucho por hacer en materia de educación en nuestro país, pues no tenemos un proyecto nacional en educación que represente nuestras necesidades, que favorezca el incentivo de nuestros talentos, que otorgue reales oportunidades de desarrollo a todos los ciudadanos por igual, que sin importar a que clase social pertenezcas tengas un mejor porvenir.

1.2. CALIDAD DE LA EDUCACIÓN Y ESTÁNDARES NACIONALES

En este apartado describiremos los aspectos, que a nuestro juicio, son los más relevantes en torno al Sistema de Medición de la Calidad de la educación, SIMCE, y los Estándares de Aprendizaje en Educación Matemática para nuestro país.

1.2.1. Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE)

La enseñanza de la matemática ha sido una de las piedras angulares de la evaluación estandarizada en nuestro país desde que se instaló el SIMCE. El sistema nacional de evaluación se acuña en el año 1968, iniciativa que venía desarrollándose de los años 60; sin embargo, en 1968 los estudiantes de 8° año básico rinden por primera vez la Prueba Nacional de evaluación de los aprendizajes (Bravo, 2011). Dicha evaluación se mantuvo unos pocos años, hasta el 1971, época en que aún el sistema educativo era mixto, privado y público, pero con una fuerte presencia de la educación pública y bajo la concepción de Estado Docente. Con el golpe militar en 1973, el tema de la educación y su evaluación queda relegado hasta 1982, en que el gobierno militar comienza a instalar las nuevas medidas en nuestro sistema educativo. Entre éstas, en 1982 instala la prueba PER para 4° y 8° año básico con dos objetivos: proveer información a los padres para elegir el establecimiento escolar al que llevar a sus hijos y, por otro lado, entregar información al Ministerio de Educación para cumplir con sus funciones de supervisión y monitoreo por resultados, en el contexto de la descentralización de los establecimientos escolares en la década de los ‘80 (Himmel, 1997, en Bravo, 2011; OCDE, 2004; MINEDUC, 2014). Dicho de otra forma, entregar información a los padres sobre los colegios con mejor resultado en el marco de de la privatización de la educación que se inicia en 1981; también, supervisar de alguna forma dicha privatización de la educación, cuando de un ‘estado docente’ pasamos a un ‘estado subsidiario’ de la educación. Es decir, se sientan las bases de un Sistema Educativo fundamentado en una ideología neoliberal y de libre mercado, pues se promueve la libre competencia entre los establecimiento educacionales por el pago que el ‘estado’ dará a las instituciones para financiar la educación del estudiante asistente a la escuela o liceo (Gallego, 2007). Así, se inicia la proliferación del sector educacional ‘particular subvencionado’, el que en pocos años supera con creces en matrícula y establecimientos, a la educación municipal, residuo de la educación pública (como vimos en el apartado anterior). Es decir, se introduce la idea de ‘mercado’ como regulador de la calidad de la educación, concepción que se mantiene en los tiempos actuales. No obstante, el eslogan de la institucionalidad para instalar la evaluación censal externa al rendimiento de los estudiantes de nuestro Sistema Educativo es ‘contribuir al mejoramiento de la calidad y equidad de la educación, informando sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes en diferentes áreas de aprendizaje del currículo nacional’ (Bravo, 2011).

La evaluación PER se suspende al tercer año de aplicación, pues el año 1985 se funda el Sistema de Evaluación de la Calidad de la Educación (SECE). Si bien la prueba PER se aplica sólo tres años, ésta es la predecesora de la actual evaluación SIMCE. Así, en 1988 se comienza aplicar la evaluación censal estandariza SIMCE para los estudiantes de 4° y 8° año básico hasta los tiempos actuales. A lo largo de los más de 30 años de aplicación de esta evaluación estandarizada se han agregado varias modificaciones, al sistema de medición de la calidad de educación y a la propia prueba. No obstante, aún cuando llevamos tantas décadas con un sistema de evaluación de los aprendizajes de los estudiantes, aún no tenemos un sistema integral de evaluación del Sistema Educativo, propiamente tal. Considerando que los resultados del SIMCE han mostrado, históricamente, mucha desigualdad en la distribución del conocimiento entre escuelas y liceos públicos y privados, como veremos más abajo.

De acuerdo a nuestro currículo y la Ley de Educación vigente, el SIMCE evalúa el logro de los aprendizajes de los estudiantes en varias disciplinas. En los comienzos sólo se aplicaba en los sectores de aprendizajes (asignaturas) de 'lenguaje y comunicación' y matemáticas', en los niveles de 4° y 8° año de educación básica (primaria). A partir de los 90' se plantea esta evaluación hacia la medición de logros de los OF y CMO de nuestro Marco Curricular y se comienza a publicar los resultados en los medios de comunicación. También, se implementan las encuestas a los padres y apoderados (tutores), sobre cuestiones como creatividad, desarrollo personal, actitud hacia el medioambiente (estudiantes) y percepción sobre la labor educativa (padres) (MINEDUC, 2014). Es decir, a partir de la vuelta a la democracia en 1990 se inicia una espiral de modificaciones en todos los aspectos, tales como: reformular el currículo, integrar a Chile en la mediciones internacionales, formar comisiones para re-estructurar las evaluación SIMCE, mejorar los instrumentos, aumentar los niveles y disciplinas evaluadas, modificar su frecuencia, crear instituciones a cargo de la calidad de educación, formular los estándares de logros, etcétera. Un amplio abanico de modificaciones que nos han llevado a lo que actualmente tenemos, un Sistema de Medición de la Calidad de la Educación mucho más sofisticado y complejo que está a cargo de la actual 'ACE'. Para entender la situación actual diremos que el año 2011 se promulga la Ley N° 20.529 que crea el actual Sistema de Aseguramiento de la Calidad (SAC) de la educación, conformado por nuevos organismos que se suman a la función del Ministerio de Educación en Chile. Es decir, junto con esta ley se crea la 'ACE', la 'SE' y el 'CNED'. Cada uno de ellos cumple una función dentro de este sistema. El Ministerio de Educación es el órgano rector del sistema y tiene como función el diseño y la implementación de las políticas educativas para todo el sistema educativo nacional; el CNED aprueba e informa los instrumentos curriculares y de evaluación para la educación obligatoria; la ACE tiene como función evaluar y orientar el sistema educativo para que este propenda al mejoramiento de la calidad y equidad de las oportunidades educativas; finalmente la SE tiene como función fiscalizar el uso adecuado de los recursos y el cumplimiento de la normativa vigente en educación, atendiendo las denuncias, reclamos y estableciendo sanciones.

La ACE ha implementado una serie de medidas para llegar a lo que hoy tenemos en materia de evaluación. La actual evaluación incorpora componentes, más amplios y equilibrados, que entregan información sobre las necesidades de distintos actores educativos. Evalúa logros de aprendizajes y categoriza a los estudiantes de acuerdo a los Estándares de Aprendizaje referidos a las bases curriculares nacionales de educación básica y media. Para ello articula tres componentes: Evaluación Sumativa, a nivel nacional el SIMCE y a nivel internacional PIRLS (Progress in International Reading Literacy Study), TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study), ERCE (Estudio Regional Comparativo y Explicativo en Educación), ICCS (International Civic and Citizenship Study), ICILS (International Computer and Information Literacy Study) y PISA (Programme for International Student Assessment (Reading, Math, Science)); Evaluación Progresiva, que es voluntaria y se aplica al inicio, la mitad y final del año escolar en 2° año básico en el eje temático de 'comprensión lectora'; y la Evaluación Formativa, que se crea para uso de los profesores y estudiantes mediante una plataforma que dispone la ACE con materiales y recursos a los que pueden acceder las escuelas de manera voluntaria (ACE, 2018b). Al aplicar el SIMCE, se aplican también, los cuestionarios de Calidad y Contexto de la Educación, para relacionar los resultados académicos con el entorno escolar, es decir, a través de éstos se recoge la información sobre los Indicadores de Desarrollo Personal (IDP), para que las escuelas tengan información y tomen medidas para mejorar no sólo los procesos académicos, sino también las áreas de desarrollo personal y social. Esta prueba censal se aplica anualmente a 4° año básico y 2° año de enseñanza media (secundaria), de manera alternada se aplica a 6° año básico y 8° año medio (ex 8° básico). También se incorporan las pruebas muestrales, que son: lectura 2° año básico, educación física y salud en 8° año medio, formación ciudadana en 8° año medio, inglés en 3° año medio y competencias generales en Educación Media Técnico Profesional (EMTP) en 4° año medio.

Junto con estas evaluaciones, la ACE Evalúa y Orienta el desempeño de los establecimientos educacionales y sus sostenedores (dueños de establecimientos educacionales), para fortalecer las capacidades institucionales, orientar los planes de mejoramiento de la calidad de educación que ofrecen. Los ámbitos que evalúa son: liderazgo, gestión pedagógica, formación y convivencia y gestión de recursos. Cuando emite su informe la ACE sobre la evaluación de las escuelas y liceos, los categoriza en distintos niveles de desempeño: insuficiente, medio – bajo, medio y alto. Para esta categorización de los establecimientos educacionales, la ACE incorpora los diferentes aspectos evaluados con los distintos instrumentos que se aplican como vemos en la figura 1.1 (ACE, 2018a).

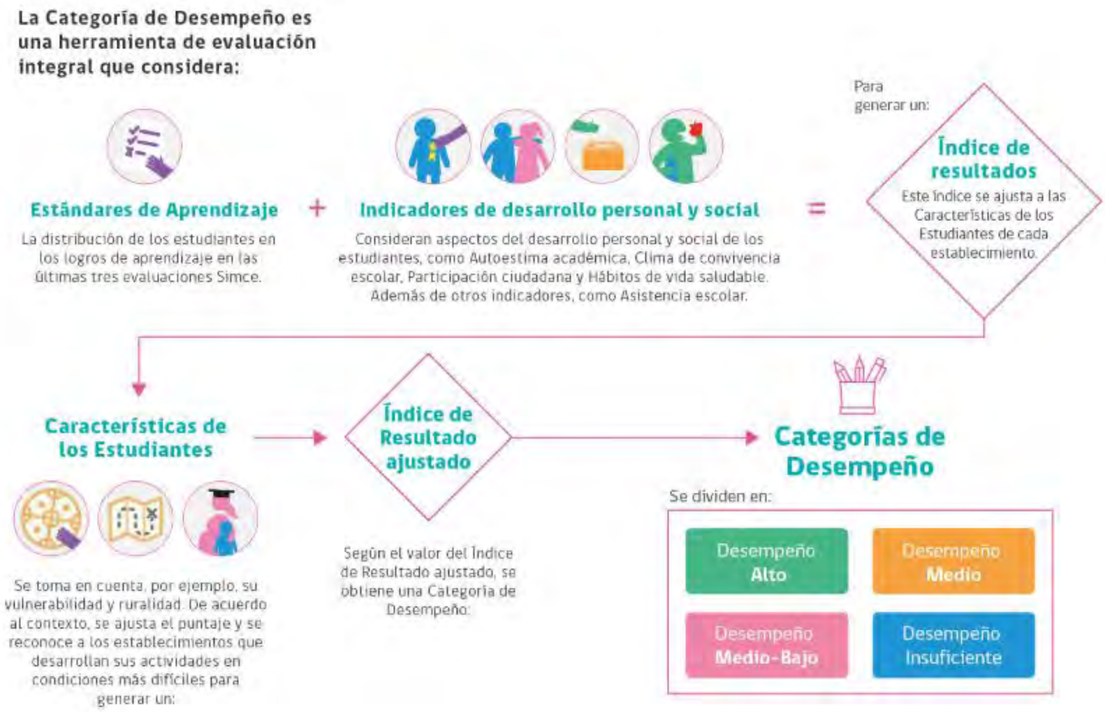


Figura 1.1 Evaluación de desempeño de las escuelas y liceos en Chile.
Fuente: ACE, (2018a)

Esta categorización gira, principalmente, a los logros alcanzados por los estudiantes en la prueba SIMCE y la distribución de éstos de acuerdo a los estándares de aprendizajes. Es decir, la mejora del instrumento para comparar resultados por años, está siendo utilizada para evaluar a las escuelas y liceos, aun cuando la validez del ítem es consistente, ésta evaluación no considera que las variables estudiantes, profesores y recursos son, sí o sí, distintas cada año. En cuanto a la vulnerabilidad social de los estudiantes, no nos parece que sea una condición de incapacidad para aprender, si bien la vulnerabilidad es referida a lo sociocultural y la ruralidad referida a los accesos, creemos que ambas condiciones no pueden ser consideradas sinónimos de incapacidad de aprendizaje, sino más bien debieran considerarse como un recurso de aprendizaje y promover la articulación de conocimientos contextuales, para proyectar un mejor porvenir de estos estudiantes.

Por tanto, aun seguimos en la lógica de que los resultados que publica nuestro sistema de medición de la calidad de la educación y sus correspondientes evaluaciones, permite apoyar las decisiones de la familias, con mayores recursos, sobre qué escuela o liceo elegir para educar a sus hijos. La publicación de los actuales resultados e informes, que se inició en el año 1995, aumenta aún más la 'competencia' en el mercado educativo. Sin embargo, en todo este proceso nuestros gobiernos no han pensado en los efectos negativos, directos, que caen sobre los estudiantes y las familias del sector municipal, pues se encuentran en las peores escuelas del país, de acuerdo al sistema de evaluación, pero no tienen otra opción. Es decir, no se han pensado que mucha información de este sistema de medición de la calidad de educación, distorsiona la competencia por calidad educacional y acrecienta la segmentación social del sistema escolar (González, 2003). Por otra parte, se mantiene la estigmatización social del alumnado, familias y profesores de las escuelas y liceos municipales, como se refleja la categorización del desempeño de las escuelas de educación básica por dependencia administrativa, en la figura 1.2.

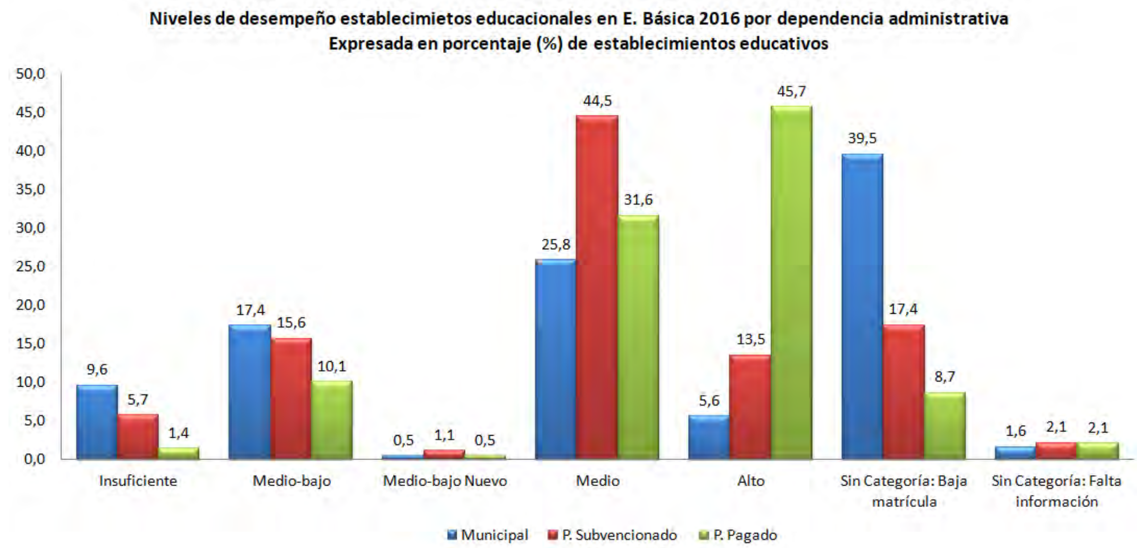


Figura 1.2. Niveles de desempeño 2016 por dependencia administrativa
Fuente: ACE, (2016a)

A modo de ilustración exponemos los datos estadísticos que entregó la ACE en la primera evaluación de desempeño de los establecimientos educacionales en Educación Básica; no obstante, en educación media la evaluación es similar. Pero bien, siguiendo con los aportes que nos ha entregado el SIMCE, podemos ver que en el informe de la OCDE sobre la 'Revisión de Políticas Nacionales de Educación: Chile, en 2004, la gráfica sobre los resultados en matemáticas en 4° año básico en el período de 1992 a 2002, por dependencia administrativa, nos muestra algo similar a la 'evaluación de desempeño', la gran desigualdad que existe entre los aprendizajes de los estudiantes de escuelas municipales y particulares pagados (Ver figura 1.3.) es de más de 60 puntos en sus promedios.

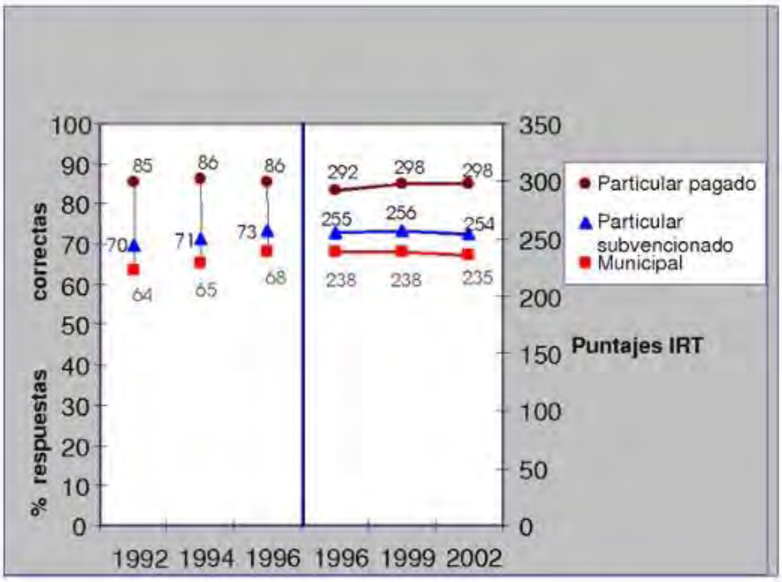


Figura 1.3. Evolución de resultados SIMCE, 1992 – 2002. 4° año Básico.
La serie 1992-1996 está expresada en porcentajes; la serie 1996-2002, en punetajes IRT.
Fuente: OCDE 2004, basado en datos del MINEDUC, SIMCE, Departamento de Estudios.

Entre 1996 y 2002 los puntajes de los estudiantes de 4° y 8° año de educación básica no aumentan significativamente, así lo reporta el informe de la OCDE en 2004. También, este informe, denota que en las evaluaciones internacionales TIMSS de 1999 y PISA Plus del 2002, evaluaron a estudiantes de 8° año básico en Chile. Si bien la prueba PISA se aplicó a estudiantes de 15 años, el 40% de éstos se encontraba cursando 8° año básico y el 60% estaba en 1° o 2° medio; en el caso de TIMSS 1999, evaluó estudiantes de 14 años de edad, que en caso de Chile mayoritariamente estaban cursando 8° año básico (OECD, 2004). Si bien hay una cobertura del 90% de los estudiantes en las edades señalas, también es importante señalar que estos estudiantes son de escuelas y liceos municipales, los de más bajos recursos y que cursan 8° año básico con edades en que debieran cursar 2 año medio.

A continuación utilizaremos la información entregada por la ACE, anualmente, respecto de los resultados en la evaluación SIMCE, específicamente, en matemática para 4° año de Educación Básica, para ilustrar el escenario habitual para cualquier ciudadano en los últimos 30 años. Con los resultados publicados el año 2016, de las dos regiones en que hemos focalizado nuestro proyecto de investigación, pretendemos ilustrar la distribución de la 'calidad de la educación con equidad' en Chile. Los resultados dado por la ACE incorpora la tendencia según GSE en los últimos 10 años, como factor explicativo de los resultados. En Matemática, 4° año básico el año 2006, la diferencia entre el GSE alto y bajo era de 77 puntos, y en el año 2016 la diferencia disminuyó en 14 puntos (ver figura 1.4, ACE, 2016b).

Figura 1.4. Resultado SIMCE 2006 – 2016 por Grupo Socio-Económico (GSE). Nacional
Fuente: Informe anual de la ACE (2016b)

Junto a esta información, la ACE, publica la distribución de los estudiantes a nivel nacional, de acuerdo a los estándares de aprendizajes. En la figura 1.5 vemos el porcentaje de estudiantes en cada nivel de aprendizaje, cabe señalar, que esta distribución nacional no discrimina por GSE, es decir, esta distribución incluye los estudiantes de todos los niveles socioeconómicos definidos por la ACE para los análisis. Si miramos los datos sobre los puntajes por GSE (figura 1.4.) y la distribución de los estudiantes, de 4 año básico a nivel nacional en los estándares de aprendizaje (figura 1.5.), no es difícil inferir que en el 'nivel adecuado' se encuentran, mayoritariamente, los estudiantes del GSE alto y al contrario en el 'nivel insuficiente' se encuentran, mayoritariamente, los estudiantes del GSE bajo.

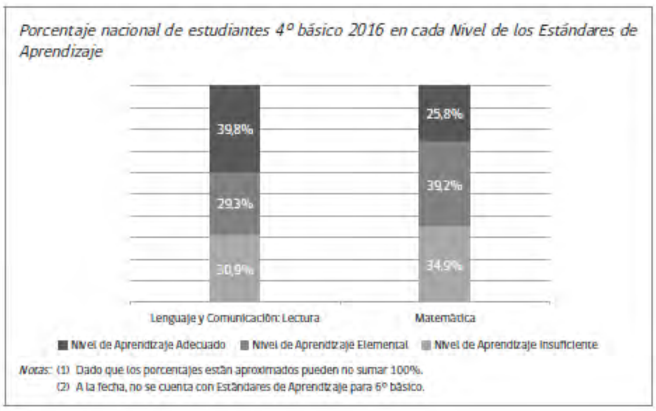


Figura 1.5. Distribución Nacional de los estudiantes según estándares de aprendizaje año 2016

Ahora veremos los resultados en las dos regiones en que recogimos datos en nuestra investigación: La Araucanía y Valparaíso. En ambos casos, la ACE, nos comenta la brecha entre el GSE bajo y GSE alto, como lo hace en el resultado a nivel nacional ‘disminuye la brecha de resultados entre los GSE alto y bajo’. En esta ocasión, la ACE, omite comentarios sobre la brecha en los puntajes de ambos GSE, los que superan los 100 puntos, como vemos en la figura 1.6.

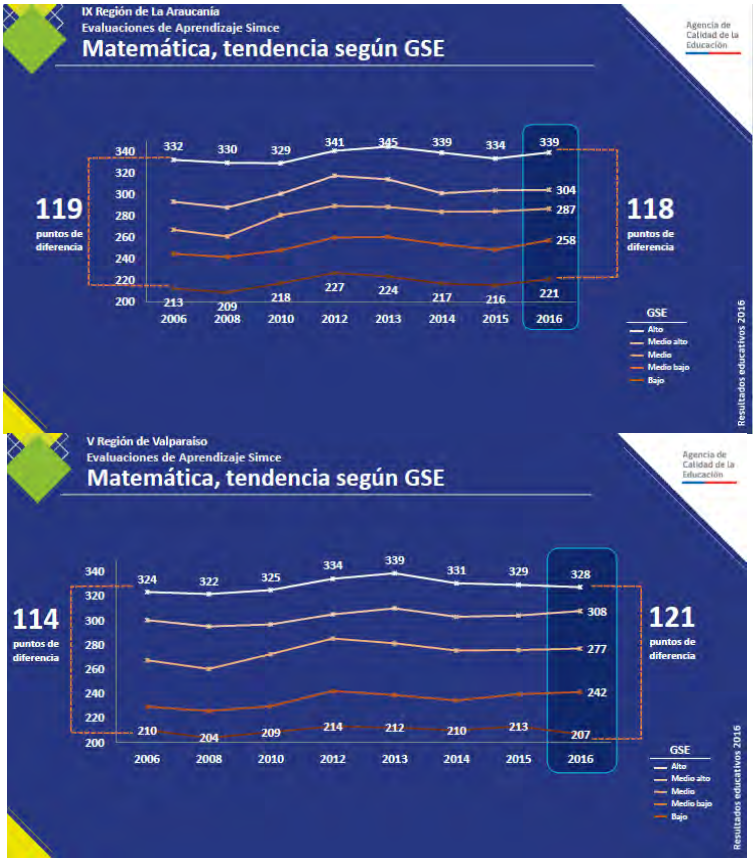


Figura 1.6. Resultado SIMCE 2006 – 2016 por GSE. Región de La Araucanía y Valparaíso.
Fuente: Informe anual por región de la ACE, (2016b)

Facilmente se puede apreciar que en 10 años, el GSE bajo, no ha tenido oprtunidades de un mejor porvenir; la brecha se amntiene y aumenta. A la fecha de redacción de este estudio, aun la ACE no publica la distribución de los estudiantes en los estándares de aprendizaje por región. No obstante, los datos anteriores nos pueden orientar cual será la distribución. Por ello, incorporamos en la figura 1.7 la distribución de los estudiantes de ambas regiones, con los resultados publicados por ACE del año 2015.

Si bien esta distribución, figura 1.7, corresponde a los resultados 2015, no es difícil inferir que el año 2016 será similar, pues la brecha entre los resultados alcanzados por los GSE bajo y alto ha aumentado, incluso respecto del 2015. La tendencia en GSE bajo es mantener un puntaje y del GSE alto es subir el puntaje, más abajo abordamos dos ejemplos de escuelas en las que trabajamos de ambas regiones.

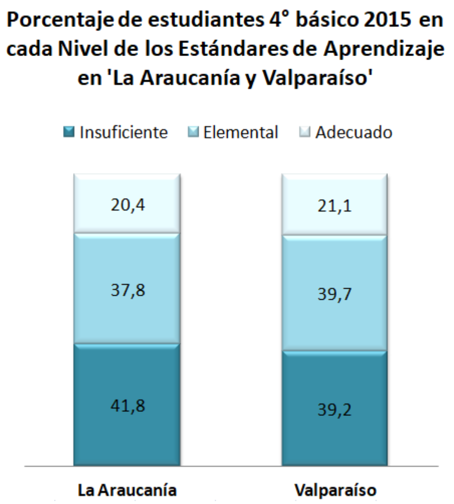


Figura 1.7. Distribución de estudiantes según estándares en las regiones de La Araucanía y Valparaíso en 2015

En nuestro trabajo de campo (2015-2016) y, específicamente, en relación a los resultados en matemáticas en las escuelas, con más del 70% de matrícula mapuche, en que trabajamos, preguntamos a los profesores sobre el rendimiento de sus estudiantes en matemáticas. Al respecto pudimos constatar que hay una cierta apreciación de los profesores sobre el rendimiento de sus estudiantes, pues el 53% de los profesores declara que los estudiantes de sus escuelas tienen un buen rendimiento en matemáticas. El 25% declara no saber y el 21% declara que tienen mal rendimiento. Sin embargo, los datos obtenidos del MINEDUC sobre el rendimiento de estos estudiantes en la evaluación nacional estandarizada SIMCE, dice que estos estudiantes se encuentran por debajo del estándar mínimo de aprendizaje en matemática. El resultado comunal del año 2015 es de 225 puntos en matemáticas y es significativamente bajo en relación a: la media regional, 253 puntos; la media nacional, 260 puntos; y los estándares nacionales fijados para 4º año de educación básica, como vemos en la tabla 1.4. Es decir, el promedio comunal está muy por debajo del nivel de aprendizaje insuficiente fijado por los estándares nacionales.

Tabla 1. 4. Estándares nacionales en Chile para 4° año básico.

Nivel de Aprendizaje	Puntaje SIMCE
Adecuado	295 puntos o más
Elemental	245 puntos o más, y menos de 295 puntos
Insuficiente	Menos de 245 puntos

Fuente: Estándares de Aprendizaje Matemática 4º Básico. MINEDUC, 2013.

Los profesores encuestados se refieren a un buen rendimiento en matemáticas, pues la calificación media del curso, que ellos informan en la encuesta, se encuentra entre 5.0 y 6.9, siendo la calificación máxima el 7.0 en nuestro país. Al respecto podemos visualizar una disparidad de significados respecto a qué consideran “buen rendimiento en matemáticas” los profesores de estas escuelas, pues el significado institucional del buen rendimiento está dado, en nuestro sistema educativo, por los estándares nacionales.

En relación a distribución de los estudiantes en los estándares de aprendizaje, mostramos la evolución desde el año 2012 al 2015 de dos escuelas en las que trabajamos, ambas municipales. Una de la comuna de Galvarino que implementa el sector de aprendizaje SLI mapuzugun[2] (lengua mapuche); es decir, con EIB. La otra de la comuna de Quilpué que no implementa el sector de aprendizaje de lengua indígena, es decir sin EIB. La distribución de los estudiantes en ambas escuelas la vemos en las figura 1.8 y 1.9, lo que dice mucho respecto de los resultados nacionales y regionales, pues estos estudiantes son del GSE bajo y algunos del GSE medio bajo.

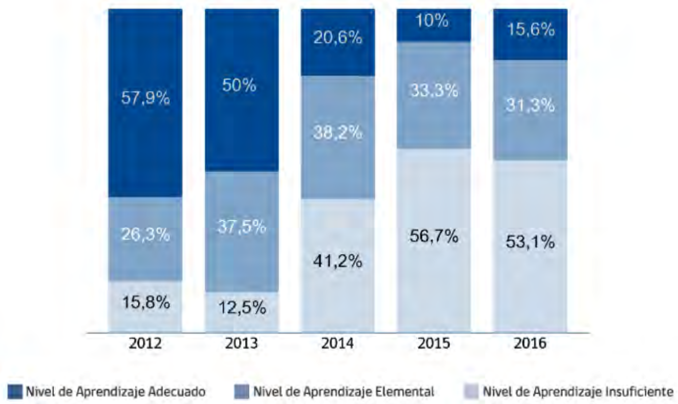


Figura 1.8. Distribución de Estudiantes 4° Básico según estándares de la escuela con EIB en Galvarino 2016
Fuente: ACE, (2016b)

2 Mapuzugun: La palabra original es *Mapuzungun*, en que *Mapu* significa ‘tierra’ y *zungun* ‘hablar o lenguaje’, es decir, es el ‘hablar de la tierra’. Su pronunciación suena parecido a una ‘d’ y ‘z’ o ‘th’ en inglés, en thanks, por ello el cambio de grafema ‘D’ por ‘Z’, quedando ‘mapuzugun’ (ver CONADI, 2005).

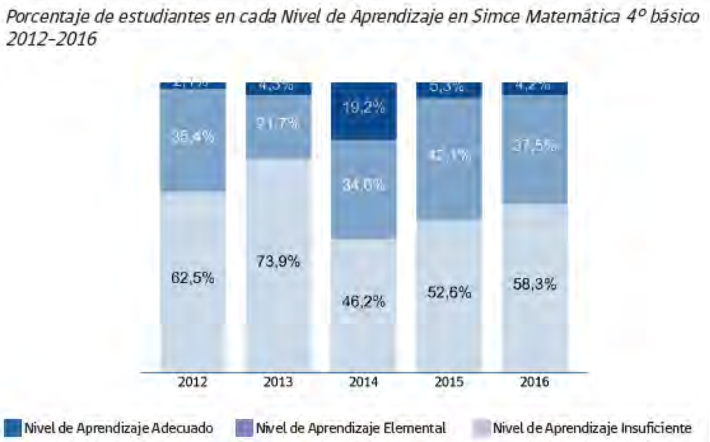


Figura 1.9. Distribución de estudiantes 4° Básico según estándares de la escuela sin EIB de Quilpué 2016. Caso-tipo 2014.
Fuente: ACE, (2016b)

Para cerrar este apartado, sólo, nos resta reflexionar sobre estos datos aun cuando el 'Estado' indique que la brecha entre lo que aprenden los estudiantes de las escuelas y liceo particulares y las municipales se está disminuyendo, queremos señalar que llevamos casi 40 años con este discurso; sin embargo, el porvenir de miles de estudiantes ha sido arruinado con esta estigmatización de haber estudiado en escuelas y liceos, supuestamente 'malos' o de categoría 'insuficiente'. De ese universo de estudiantes que ha egresado en estos casi 40 años, encontramos a todos los profesionales y técnicos de nivel superior o universitarios que estudiaron sus carreras, en instituciones privadas, con el famoso 'crédito con aval del estado (CAE)', creado el año 2005 en plena democracia y que en la actualidad, 2016, tiene endeudados por más de 15 años a más de 730 mil jóvenes (Kremerman y Páez, 2016). Bueno, no profundizaremos en este crédito de estudios superiores, pues es un tema largo de analizar; no obstante, lo hemos mencionado pues esos estudiantes que actualmente son 'rehenes' de un sistema crediticio que sólo ha beneficiado a la banca y las universidades privadas (Kremerman y Páez, 2016), son estudiantes egresados del sistema educativo municipal, GSE bajo y medio bajo.

1.2.2. Estándares de aprendizajes

Al final del apartado anterior describimos una disparidad de significado sobre lo que se entiende por 'rendimiento escolar'. Bueno, esto tiene que ver con la historia de cómo llegamos a establecer nuestros estándares de aprendizajes a nivel nacional y de la apropiación de estas nuevas concepciones por parte de los profesores. Con todo este modelo educativo que cambia e introduce modificaciones de acuerdo al gobierno de turno, y su preocupación por la calidad de la educación con 'equidad' en nuestro país, se inicia en el año 2000 una creciente necesidad de establecer estándares nacionales en cada una de las disciplinas del currículo nacional y especialmente acorde con la evaluación SIMCE.

El año 2002 se inicia un proceso de asesoramiento internacional a la Unidad 'Currículo y Evaluación' del Ministerio de Educación, con el fin de recibir las mejores recomendaciones para la elaboración de los estándares. Se conjugan en este proceso los informes de la OCDE 2004 y la Comisión para el Desarrollo y Uso del Sistema de Medición de la Calidad de la Educación, los cuales recomiendan 'la necesidad de formular estándares para otorgar significado a la medición nacional y señalar con mayor claridad la expectativa de resultados en ella' (MINEDUC, 2003). Por otra parte, se tenían las recomendaciones de Forter, especialista del Australian Council of Educational Research (ACER) hechas en su asesoramiento el año 2002 (Gysling y Meckes, 2011).

Los primeros estándares elaborados por el MINEDUC proponen los 'estándares de contenidos', que se corresponden con los 'mapas de progresos' y por otro lado 'los estándares de desempeño, que se corresponden con los 'niveles de logros' (MINEDUC, 2008). Los 'mapas de progreso' se estructuran en 7 niveles, que recogen la vida académica del estudiante a lo largo de la educación obligatoria y describe la secuencia de competencias a desarrollar por el estudiante de acuerdo a nuestro Marco Curricular. Es decir, describe secuencialmente las habilidades y conocimientos que deberían desarrollar los estudiantes dentro de un sector (asignatura) de aprendizaje. Así el nivel 1 hace referencia a los logros que debe haber alcanzado un estudiante al terminar 2° año de Educación Básica; el nivel 2 al egresar de 4° año de Educación Básica; el nivel 3 al terminar 6° año de Educación Básica; el nivel 4 al terminar el actual 8° año de Educación Media (secundaria); el nivel 5 al terminar 2° año de Educación Media; el nivel 6 al terminar 4° año de Educación Media; por último hay un nivel 7 en el que se ubican los estudiantes más aventajados al terminar su educación obligatoria, es decir, sobresalen del nivel 6 (MINEDUC, 2007). Los niveles de logros, son descriptores de los conocimientos y habilidades que demuestran los estudiantes en la evaluación SIMCE en 4° año básico, 6° año básico, 8° año medio y 2° año medio. Al rendir la evaluación SIMCE, el desempeño de los estudiantes es categorizado de acuerdo a tres categorías de desempeños: Avanzado, Intermedio o Inicial (MINEDUC, 2008).

El año 2009, junto con la promulgación de la actual LGE, se publican los 'mapas de progresos, de los distintos ejes temáticos en matemáticas. No obstante, la utilización de éstos, fue por muy pocos años. El año 2010 asume un nuevo gobierno, de tendencia política contraría al gobierno saliente, y éste a través de un comunicado publicado por la unidad de Currículo y Evaluación el año 2012, elimina los mapas de progreso como instrumento curricular de nuestro sistema educativo (MINEDUC, 2012a). Este comunicado dice que:

> (…) *Los Mapas de Progreso, elaborados por el Ministerio de Educación entre 2007 y 2009 para algunas asignaturas del currículum, obedecieron a la voluntad de describir una secuencia para ciertos aprendizajes a lo largo de la trayectoria escolar, con el fin de evaluar su logro y, a la vez, facilitar a los docentes una visión de conjunto. Estos instrumentos fueron elaborados alineados a los aprendizajes que definía el currículum de 2009, que hoy fue remplazado por las Bases Curriculares de 1º a 6º básico. Las nuevas Bases proporcionan una progresión de las habilidades con un grado de detalle mayor que los mapas de progreso (en tramos de un año escolar) y, en algunos casos, distribuyen los contenidos en secuencias diferentes* (…)" (MINEDUC, 2012a, p. 1)

Por tanto:

> (…) "*En razón a estos antecedentes y al marco legal vigente, y con la finalidad de facilitar la gestión pedagógica y la labor de los docentes en la sala de clases, se ha determinado retirar los Mapas de Progreso del Aprendizaje de la página web del Ministerio de Educación. Estos en su estado actual no se ajustan a las nuevas Bases Curriculares de la Educación Básica, por lo tanto, el Ministerio no promueve su uso como herramienta de planificación ni de evaluación. En una etapa posterior, cuando se disponga de todos los instrumentos curriculares que la ley define, se re-evaluará su función como instrumento complementario* (…)". (MINEDUC, 2012a, p. 1)

Cuando asume el nuevo gobierno el año 2010 se inicia un nuevo proceso enmarcado en la normativa vigente en esa época, para establecer los estándares de aprendizaje por asignatura y los distintos niveles educativos a cargo de la unidad Currículum Nacional. Junto con estas medidas se actualizan y modifican las páginas web del Ministerio de Educación y sus distintas unidades. El año 2013 se publican los primeros documentos denominados 'Estándares de aprendizajes'. Los 'estándares de aprendizaje' establecen los mismos tres niveles de logros, con algunos cambios en la denominación: Nivel de Aprendizaje Adecuado, Nivel de Aprendizaje Elemental y Nivel de Aprendizaje Insuficiente y establece los puntajes de corte (puntaje mínimo) en la evolución SIMCE (ver tabla 1.4. en apartado anterior). En la actualidad tenemos estándares de aprendizaje en: matemáticas 4 ° y 6° básico, y 2° medio; lectura 2°, 4° y 6° básico, y 2° medio; ciencias naturales, sólo 4° básico, los cuales se describen como vemos en la figura 1.10.

Nivel de Aprendizaje
Adecuado

Puntaje SIMCE: 295 puntos o más

Los estudiantes de cuarto básico que alcanzan el Nivel de Aprendizaje Adecuado han adquirido de manera satisfactoria los conocimientos y habilidades matemáticos definidos en el currículum vigente para el periodo evaluado[1].

En la prueba SIMCE, estos estudiantes muestran evidencia de que comprenden los conceptos y procedimientos básicos de números y operaciones, patrones y álgebra, geometría, medición, y datos y probabilidades propios del periodo. Asimismo, muestran generalmente que son capaces de aplicar dichos conocimientos y las habilidades matemáticas de resolver problemas, representar, modelar y argumentar en situaciones directas, y en problemas de uno o dos pasos en los que se requiere seleccionar datos, organizar la información o establecer un procedimiento apropiado.

[1] El periodo evaluado corresponde a los cursos de 1° a 4° básico.

Nivel de Aprendizaje
Elemental

Puntaje SIMCE: 245 puntos o más, y menos de 295 puntos

Los estudiantes de cuarto básico que alcanzan el Nivel de Aprendizaje Elemental han adquirido de manera parcial los conocimientos y habilidades matemáticos definidos en el currículum vigente para el periodo evaluado.

En la prueba SIMCE, estos estudiantes muestran evidencia de que comprenden los conceptos y procedimientos más elementales de números y operaciones, patrones y álgebra, geometría, medición, y datos y probabilidades propios del periodo. Asimismo, muestran generalmente que son capaces de aplicar dichos conocimientos y las habilidades matemáticas de resolver problemas, representar, modelar y argumentar en situaciones directas, y en problemas de un paso en que los datos y operación a utilizar resultan evidentes, o que dependen de rutinas aprendidas que se han practicado extensivamente.

Nivel de Aprendizaje
Insuficiente

Puntaje SIMCE: menos de 245 puntos

Los estudiantes de cuarto básico que se ubican en el Nivel de Aprendizaje Insuficiente no logran los aprendizajes requeridos para alcanzar el Nivel de Aprendizaje Elemental.

En la prueba SIMCE, estos estudiantes muestran escasa evidencia de que comprenden los conceptos y procedimientos más elementales de números y operaciones, patrones y álgebra, geometría, medición, y datos y probabilidades propios del periodo; así como un escaso dominio de las habilidades matemáticas de resolver problemas, representar, modelar y argumentar. Por lo general, solo logran aplicar algunos conocimientos y habilidades en situaciones directas y en problemas que se han practicado extensivamente y que presentan algún tipo de mediación y apoyo.

Figura 1.10. Estándares de aprendizaje en matemáticas para 4° año Básico
Fuente: MINEDUC, (2013). Unidad Currículum y Evaluación.

Cabe destacar que en el nivel insuficiente se ubican los estudiantes que no alcanzan el puntaje de corte para el nivel elemental, por ello este nivel insuficiente no contempla puntaje de corte. Existen requisitos mínimos que los estudiantes deben demostrar en la evaluación SIMCE para alcanzar los niveles de aprendizajes ‘adecuado’ o ‘elemental’. En el caso de matemáticas, deben demostrar su conocimiento y habilidades matemáticas para resolver problemas, representar, modelar, argumentar y comunicar información en situaciones conocidas. Estas habilidades son medidas en los distintos ejes definidos por el currículo en matemáticas, y otras áreas, como lo son ‘números y operaciones’, ‘patrones y algebra’, ‘geometría’, ‘medición’ y ‘datos y probabilidades’. Ilustramos los estándares en matemáticas al egresar de 4° año de educación básica en la figura 1.10, grado en que son evaluados los estudiantes en la primera prueba censal, SIMCE.

En los estándares de matemáticas podemos apreciar el puntaje de corte para cada nivel de aprendizaje, en la evaluación SIMCE. Este documento ‘Estándares de aprendizaje’ en cada sector de aprendizaje, describe cada nivel de aprendizaje y para cada eje temático, en términos de conceptos matemáticos que deben haber comprendido los estudiantes y en términos de habilidades que deben demostrar los estudiantes al aplicar dicho conocimiento adquirido.

También, para orientar el trabajo de los profesores en el aula, la unidad 'Currículum Nacional' del MINEDUC ha implementado una serie de documentos que cumplen esta función de orientar. Nos referiremos a los educación básica y en específico a matemáticas: 'orientaciones generales para matemáticas de 1° a 6° año básico' el que plantea la organización curricular con las habilidades fundamentales a desarrollar en los estudiantes, los ejes temáticos, las actitudes, a partir de los OAT, orientaciones didácticas y orientaciones para evaluar los aprendizajes matemáticos; luego está 'la visión global del año', documento que se organiza en unidades y por nivel educativo, es decir, uno para 1°, otro 2°, etcétera. Éste aborda la organización de los contenidos por unidad de manera inclusiva, es decir, cada unidad se organiza abordando los distintos ejes temáticos e incorpora los OA (Objetivos de Aprendizaje), en tanto habilidades a desarrollar con esos contenidos; finalmente, tenemos el documento 'progresión para matemáticas de 1° a 6°, el que plantea la progresión de 'OA de las habilidades', es decir, plantea la progresión de 1° a 6° año de educación básica en las 4 habilidades fundamentales: resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar. Luego plantea los 'OA' por eje temático y su progresión de 1° a 6° año de educación básica.

Todos estos documentos ministeriales apuntan a apoyar el trabajo de los profesores a la hora de planear la enseñanza de la matemática, con el fin de que en la evaluación SIMCE se aprecie, de alguna forma, una movilidad de estudiantes entre los distintos niveles de aprendizajes. La dificultad que se aprecia en la información que entregan cada año, es que no se hace un seguimiento a los cursos que rinden el SIMCE. La comparación es año a año y por tanto la movilidad entre niveles de aprendizajes en un año, corresponde a otro grupo, otro profesor y otros recursos. Además, cuando se categoriza a un grupo de estudiantes de acuerdo a los estándares en 4° año básico, nunca más sabemos si el sistema educativo se hizo cargo de estos estudiantes, pues no hay seguimiento hasta la rendición de la PSU (Prueba de Selección Universitaria), la que nos indica que los estudiantes de escuelas municipales no logran el puntaje mínimo para ingresar a la universidad pública.

1.2.3. Marco para la Buena Enseñanza (MBE)

El MBE es un documento oficial en Chile que establece lo que los docentes deben saber, saber hacer y ponderar para determinar qué tan bien lo hace en el aula y en el establecimiento educacional. Es decir, son los estándares de desempeño de los profesores de la educación municipal en Chile y a través de los cuales es evaluado por el Sistema Educativo. Debemos señalar, que estas condiciones se están modificando actualmente debido a la nueva reforma educacional que está en el inicio del proceso de implementación, es decir, a futuro este MBE será para todos los profesores del nuevo Sistema de Educación Pública. También, este propio documento se encuentra en proceso de actualización a los tiempos actuales, pues éste fue concebido hace más de una década.

Es una herramienta que no sólo orienta la 'evaluación docente', también, orienta la reflexión sobre la propia práctica, porque representa las responsabilidades profesionales de un profesor en ejercicio de su profesión. El MBE se estructura en 4 dominios que deben conocer el profesor y cada uno de ellos en una serie de criterios con sus correspondientes descriptores. Esto permite reconocer lo que se debe saber, saber hacer, cuán bien se debe hacer y cómo se está haciendo.

Los cuatro dominios que establece el MBE en el ciclo de enseñanza y aprendizaje, hacen referencia a cuatro aspectos relevantes del proceso educativo (figura 1.11): dominio A, 'preparación de la enseñanza'; dominio B 'creación de un ambiente propicio para el aprendizaje'; dominio C, 'enseñanza para el aprendizaje de todos los estudiantes'; dominio D, 'responsabilidades profesionales'.

Figura 1.11. Dominios del MBE
Fuente: MINEDUC, C. P. E. I. P. (2003).

Luego cada uno de estos dominios establece una serie de criterios, como vemos en la figura 1.12.

Figura 1.12. Criterios por dominio del MBE
Fuente: MINEDUC, C. P. E. I. P. (2003).

Cada uno de estos criterios cuenta con sus descriptores y para cada uno de estos ‘descriptores’ se han definido niveles de desempeño para la ‘evaluación docente’. Estos niveles son: insatisfactorio, básico, competente y destacado; es decir de acuerdo a la presencia de los descriptores en cada criterio y dominio, en la práctica docente, se categoriza al profesor de acuerdo a los niveles de desempeño. En su conjunto el MBE describe las características identificables de lo que se ha determinado como una ‘buena práctica de enseñanza’. Los resultados en la evaluación docente, a través de este MBE, permite al Estado proyectar la formación continua del profesorado. Así, desde su implementación, el ‘Estado’ a través del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP) ha generado una amplia gama de perfeccionamiento docente. También, ha orientado la política de otorgamiento de becas para estudios de posgrados en el país y en el extranjero. Sin embargo, los beneficiarios de estos perfeccionamientos son para todos los profesores de país, de las distintas dependencias administrativas (particular pagado, particular subvencionado y municipal) y los evaluados, por Ley, son, solamente, los profesores del sector municipal. Actualmente, el CPEIP es el organismo central en la implementación del Sistema Nacional de Desarrollo Profesional Docente.

La aceptación de este MBE por parte de los profesores del sector municipal, obedece dos cuestiones: por una parte viene a reemplazar el anterior sistema de evaluación por calificación y otorga un aumento en las remuneraciones de los profesores si logra alcanzar las categorías de desempeño ‘competente o destacado’ en la ‘evaluación de desempeño y la prueba de conocimientos AVDI (Asignación Variable de desempeño Individual)’.

Resumiendo, el MBE es el instrumento principal para evaluar y categorizar el desempeño docente en el aula y escuela del sector municipal. Actualmente contamos con el MBE, el MBD con el que se evalúa a los equipos directivos de los establecimientos educacionales y el MBE de educación parvularia (infantil), todos aplicados en el ámbito municipal. Es decir, el año 2003 se comienza a implementar la actual evaluación docente, de manera progresiva, a todos los profesionales de la educación del sector municipal cada 4 años, obligatoriamente. Este MBE y la ‘Evaluación docente’ se conciben desde un enfoque formativo. No obstante, en la actualidad tiene un enfoque punitivo, en caso de que el docente sea evaluado ‘insatisfactorio’ dos veces consecutivos, puede quedar sin funciones. El MBE no discrimina según contexto, es decir, mide de igual forma y bajo los mismos criterios y descriptores, a los profesores que se desempeñan en la escuelas situadas en contexto mapuche, al igual de los profesores de escuelas rurales multigrados. Es decir, busca estandarizar un perfil de profesor, sin importar la individualidad del estudiante ni el contexto en que está inserto el establecimiento educacional, el micro-contexto local. En nuestra indagación sobre qué opinan los profesores de la comuna en que trabajamos, sobre la evaluación docente, encontramos que: el 53% de los profesores declara que la actual evaluación docente obstaculiza la labor docente en las escuelas situadas con EIB. El 18% le es indiferente y el 25% cree que no obstaculiza la labor docente. El 35% de los profesores declara que, en su evaluación docente no se tomó en consideración que él se desempeña en una escuela rural situada en comunidad mapuche. El 50% no sabe si el proceso lo tomó en consideración o no se ha evaluado y el 15% cree que es posible que el proceso lo considerara. Luego del proceso de evaluación, los profesores deben rendir la prueba AVDI (Asignación Variable de Desempeño Individual), cuando consultamos a los profesores sobre los contenidos de sus evaluaciones, dicen: El 43% de los profesores declara que la prueba AVDI no se le preguntó nada relacionado con el conocimiento mapuche. El 50% no sabe si le preguntaron por no haberse evaluado y el 7% dice que sí le preguntaron, por haberse evaluado en Historia. Estos antecedentes avalan nuestros planteamientos.

No obstante, en la práctica docente el MBE es un instrumento utilizado para planificar la enseñanza, para la observación de clase por parte del equipo directivo, entre otros. Por ello, podemos decir que es un marco de idoneidad de las buenas prácticas generalizadas en Chile. Este MBE lo utilizaremos en el estudio empírico 2, capítulo 4.

1.3. EDUCACIÓN INTERCULTURAL BILINGÜE

Diversos organismos internacionales e investigaciones, promueven la pervivencia de las diferentes culturas en el mundo como patrimonio de la humanidad, atendiendo a que la diversidad cultural es una manifestación empírica de la construcción del conocimiento y desarrollo de la humanidad. Se asume que la lengua es un bien esencial de la actividad humana y su desarrollo supone la existencia activa de un grupo humano que la comparte. Las investigaciones realizadas en las últimas décadas por la ONU y sus distintas agencias como UNICEF, UNESCO, OIT, entre otras, han contribuido a la implementación de la EIB en nuestro país. Éstas y otras investigaciones en educación y cultura, han dejado en evidencia que Latinoamérica es un continente con una riqueza cultural muy importante, posee numerosos pueblos indígenas que conforman esta diversidad cultural, lingüística y social. Esta diversidad cultural y la lengua de sus pueblos originarios conforman el soporte de la construcción identitaria de cada nación, frente al fenómeno de globalización; por ello la importancia de la "Educación Intercultural" en nuestro continente.

Los aspectos lingüísticos en nuestro territorio también han cambiado a través de la historia, luego del largo proceso de conquista y colonización, y posteriormente, el largo proceso de consolidación como nación. En este camino que lleva más de 400 años, los pueblos originarios han ido desapareciendo y perdiendo su figura como ciudadano originario de estas tierras, al igual que sus lenguas originarias en los tramos de edad más jóvenes, siendo sólo los adultos mayores los que declaran dominar su lengua materna (Treviño, Donoso, Aguirre, Fraser, Godoy, Inostroza y Castro, 2013). Lo planteado por Treviño y colaboradores demuestra de alguna forma que las actuales políticas en materia de EIB no logran la pervivencia de la lengua, ya que los antecedentes entregados en el año 2000 por Durán y Hernández (en CONADI, 2005) plantean que la situación sociolingüística de la población mapuche era heterogénea, dado que algunas comunidades conservaban parcialmente su lengua y en otras comunidades ésta tenía bastante vitalidad y era usada por niños, jóvenes y adultos. Actualmente se reconoce como lengua oficial el español y por ello su enseñanza en todos los niveles educativos en el territorio nacional. Sin embrago, existen otras lenguas, que aún son habladas por los grupos étnicos que asentados a lo largo de todo el país, tratan de mantener viva su lengua, costumbres y tradiciones, entre ellos se identifican los grupos étnicos: *aymara, aymara-quechua* y el *cunsa o atacameño*, que habitan en la zona noreste; el *mapuche*, el *qawásqar o alacalufe, el yagán o yamana*, distribuidos en la zona sur y austral del país; y el *pascuense*, que habita la Isla de Pascua y que aún conservan su lengua nativa, no obstante, la mayoría de los pascuenses son bilingües. Respecto a la lengua encontramos: zona norte, lengua vernácula, los *aymara, lengua aymara; zona sur, mapuzugun; austral, lengua yagán; los pascuense, el rapa-nui.* La mayor cantidad de habitantes lo tiene el pueblo mapuche y por ello la importancia de la enseñanza del *mapuzugun*. El *rapa-nui* se enseña en Isla de Pascua y las otras lenguas no han sido enseñadas hasta hoy en que se aprueban y elaboran los programas de lengua indígena.

Nuestro interés está en el pueblo mapuche y hemos mirado la historia para contextualizar los hechos ocurridos hasta hoy. Es así como es posible encontrar desde 1925, documentos que plantean demandas del pueblo mapuche al Estado de Chile, por una educación en su lengua y a partir de su cultura. En 1935 la Junta General de Caciques del Butahuillimapu (Jefes Políticos Mapuche de las Grandes Tierras del Sur de Chile), pidieron al gobierno de la época 'colegios propios al interior de sus comunidades, nombrar una comisión que estudiara el idioma mapuche, textos de enseñanza que se distribuyeran en forma gratuita en los colegios fiscales para que mapuche y mestizos chilenos se apropien del idioma nativo de los padres de la raza chilena de este país….' (MINEDUC, 2005). Con la primera ley indígena, promulgada en el gobierno de Salvador Allende en 1972, se creó el Instituto de Desarrollo Indígena, entidad que se encargó de diseñar un plan de inclusión de los indígenas al sistema educativo. Se entregan becas para estudiantes mapuche, se crean hogares para estudiantes mapuche en varias ciudades del país, se construyen centros de alfabetización bilingüe en comunidades mapuche y se implementan acciones pedagógicas en las escuelas de las comunidades (Williamson y Flores, 2015). Lo anterior se ve fuertemente fragmentado en la época de la dictadura militar. Luego, durante los años 80 se inició un camino, impulsado por organizaciones sociales o institucionales ligadas a la iglesia Católica, de implementación de experiencias de educación intercultural bilingüe, principalmente en la región de La Araucanía. No obstante, la lógica en la educación indígena, históricamente, ha sido tener mapuche en las escuelas chilenas y nunca, hasta hoy, tener escuelas mapuche, como bien lo describe Christiny (2012). Sin embargo, no es hasta que Chile regresa al sistema democrático, que estas demandas de los pueblos originarios, hechas a través de la historia de nuestro país, fueron acuñadas y se inicia un proceso real de dar respuestas a dichas demandas desde las esferas gubernamentales. Con el regreso de la democracia en 1990, se inicia el reconocimiento de las raíces étnicas de nuestra nación y con la Ley Nº 19.253 (Ministerio de Planificación y Cooperación, 1993) se reconoce nueve pueblos indígenas: *Mapuche, Aymara, Rapa Nui o Pascuense, Atacameño o Likan Antai, Diaguitas, Quechua, Colla, Kawáshkar o Alacalufe y Yámana o Yagán*. De esta forma se emprende un proyecto para la valoración de su existencia y el reconocimiento a su integridad y desarrollo, de acuerdo a sus costumbres, valores y cosmovisión. En 1995 se crea el Programa de Educación Intercultural Bilingüe (PEIB) dependiente del programa de Mejoramiento de la Calidad y Equidad de la Educación Básica, MECE/Rural, del MINEDUC en el marco de un convenio entre la CONADI (Corporación Nacional de Desarrollo Indígena) y el MINEDUC. Recién el año 1996 éste adquiere autonomía financiera y de gestión con glosa presupuestaria propia (Williamson y Flores, 2015). Este programa EIB comienza sus acciones con tres experiencias pilotos en la región de La Araucanía y otras en Tarapacá hasta el año 2000, luego y hasta el año 2009 se vincula el programa de EIB con el programa de políticas indígenas 'Orígenes' mediante un convenio entre el Gobierno de Chile y el Banco Interamericano de Desarrollo. Durante este período se busca 'mejorar la calidad de los aprendizajes, a través de la contextualización curricular' y para ello se definen tres áreas para trabajar: desarrollo curricular, recursos de aprendizaje en EIB y desarrollo profesional docente. De este proceso emergen, el año 2005, los libros textos en matemáticas contextualizados a la cultura de los estudiantes, iniciativa muy positiva que se aplica a las escuelas que participan en el programa como iniciativa piloto, no siendo una acción emanada desde la institucionalidad de educación chilena, por tanto termina junto con el programa 'Orígenes'. El programa 'Orígenes' y el programa de EIB funcionan juntos desde el año 2000 al 2008, implementando una serie de acciones como: adecuaciones curriculares, capacitación de profesores y educadores tradicionales, apoya la contextualización de Planes y Programas Propios (PPP) y los Proyectos Educativos Institucionales (PEI) de las escuelas de Educación Básica y Liceos participantes, financiamiento de iniciativas innovadoras, libros de textos contextualizados, adquisición de materiales, entre otras. A partir del año 2009 comienza a desaparecer mediante una serie de modificaciones desde la institucionalidad, pues este año se promulga la actual LGE, entra en vigencia el Convenio 169 de la OIT y se promulga el Decreto 280.

El Decreto Supremo Nº 280 (MINEDUC, 2009b) que incorpora un nuevo Sector (asignatura) de Aprendizaje para la educación general básica, el SLI, estableciendo así un la Educación Intercultural Bilingüe (EIB). Este decreto se traduce en las actuales Bases Curriculares específicas de cuatro lenguas indígenas: *Aymara, Mapuzugun, Quechua y Rapa Nui*, para un nuevo modelo de formación bilingüe. Este nuevo marco legal establece: "el uso y conservación de los idiomas indígenas, junto al español en las áreas de mayor densidad indígena" (MINEDUC, 2009b). Este sector de aprendizaje entra en vigencia gradualmente a partir del año 2010 en el primer año de educación básica, de manera obligatoria en aquellos establecimientos con una matrícula indígena igual o superior al 50% y a partir del año 2014 en los establecimientos con una matrícula igual o superior al 20% (MINEDUC, 2009b). Según la base de datos del MINEDUC, en la actualidad, el 70% de los establecimientos del país poseen matrícula indígena y no puede ser desconocida; por ello en el marco del programa de la EIB, el gobierno propone avanzar en el respeto y valoración de la diversidad, convirtiendo a la escuela en un espacio educativo que asegure a los niños y niñas, el acceso al conocimiento transmitido por su pueblo de origen; invita a los estudiantes a ser actores de su propio proceso educativo, toda vez que su cultura y lengua son el punto de partida para el desarrollo de competencias (habilidades, conocimientos y actitudes); y propicia que la lengua originaria sea un elemento de inicio de una conversación sobre interculturalidad.

Al inicio de esta investigación, el año 2014, miramos los datos del MINEDUC en su sección educación intercultural, luego de 4 años de puesta en marcha, formal, la EIB, éstos nos dicen que al 2014 existen 296 establecimientos a lo largo de todo Chile que implementan el SLI, como se muestra en la tabla 1.5. En esta tabla podemos ver qué porcentaje representan del total de los establecimientos de la región. De los establecimientos con EIB, la mayor cantidad de escuelas la tiene la región de la Araucanía con 130 establecimientos educacionales y de acuerdo a los datos del censo 2002, ver tabla 1.5, y la población mapuche representa el 87.31% del total de la población indígena del país, alrededor de 604.349 habitantes, ver Figura 1.13. La población total de país, según censo 2002, es de 15.116.435 habitantes de los cuales la mayor parte se concentra en la capital, la Región Metropolitana (Santiago de Chile) con

6.045.192 habitantes y de los cuales 180.963 pertenecen a la etnia mapuche, lo que representa el 30,3% de la población total mapuche, en la capital. En la región de la Araucanía, al sur de Chile, la población total asciende a 867.351 habitantes, de los cuales 203.221 pertenecen a la etnia mapuche, representando el 33,6% del total de la población mapuche. Es decir más del 50% de los habitantes mapuche los encontramos en La Araucanía y Santiago (Capital).

Población total por grupo étnico, según región

Región de residencia habitual actual	Población Total	Población que pertenece a una etnia	GRUPO ETNICO Censo 2002								Ninguno de los anteriores
			Alacalufe	Atacameño	Aimara	Colla	Mapuche	Quechua	Rapanui	Yámana	
País	**15.116.435**	**692.192**	**2.622**	**21.015**	**48.501**	**3.198**	**604.349**	**6.175**	**4.647**	**1.685**	**14.424.243**
Porcentaje		**100,0**	**0,38**	**3,04**	**7,01**	**0,46**	**87,31**	**0,89**	**0,67**	**0,24**	
01	424.484	48.665	66	1.061	40.700	275	5.372	1.025	86	80	375.819
02	481.931	22.808	48	13.855	2.468	182	4.117	2.038	42	58	459.123
03	253.205	7.407	32	3.074	380	1.738	2.057	50	58	18	245.798
04	603.133	5.177	37	668	467	324	3.514	56	63	48	597.956
05	1.530.841	18.708	128	419	567	72	14.594	144	2.671	113	1.512.133
06	775.883	9.958	58	97	105	47	9.485	57	54	55	765.925
07	905.401	8.157	56	55	107	15	7.756	48	47	73	897.244
08	1.859.546	54.078	120	141	211	44	53.104	159	126	173	1.805.468
09	867.351	204.195	111	61	94	88	203.221	456	102	62	663.156
10	1.066.310	101.733	434	86	178	62	100.327	308	158	180	964.577
11	89.986	8.063	281	36	44	1	7.546	56	27	72	81.923
12	147.533	9.544	563	25	52	24	8.621	45	25	189	137.989
13	6.045.192	191.362	669	1.379	2.743	292	182.963	1.599	1.169	548	5.853.830
Extranjero e Ignorado	65.639	2.337	19	58	385	34	1.672	134	19	16	63.302

Figura 1.13. Población Indígena en Chile
Fuente: INE. Censo 2002.

En cuanto a los establecimientos educacionales del país, para atender la educación obligatoria, tenemos un total de 12.174 establecimientos y la mayor cantidad de éstos se encuentra en la capital, Región Metropolitana (Santiago) con 3.063 establecimientos, de los cuales 6 de ellos implementan el programa EIB, es decir u 0,2%. Luego tenemos en La Araucanía un total de 1.242 establecimientos, de los cuales 130 implementan el programa de EIB, de éstos el 80% son escuelas municipales (públicas) y representan 10,5% del total de establecimientos de la región. Del total de establecimientos del país, un 2,43% implementan el programa de EIB a través del SLI establecido por el MINEDUC o con PPP, como se muestra en la tabla 1.5.

Tabla 1.5. Establecimientos educacionales con EIB por región.

Nº	Región	Total	C/EIB	%	Observación
15	Región de Arica y Parinacota	182	25	13,7	SLI
1	Región de Tarapacá	227	15	6,6	SLI
2	Región de Antofagasta	237	16	6,8	1 SLI y 15
3	Región de Atacama	182	0		
4	Región de Coquimbo	794	0		
5	Región de Valparaíso	1.270	0		
13	Región Metropolitana	3.063	6	0,2	4 SLI y 2 PPP
6	Región del L. G. B. O' Higgins	701	0		

Tabla 1.5. Establecimientos educacionales con EIB por región.

Nº	Región	Total	C/EIB	%	Observación
7	Región del Maule	885	0		
8	Región del Biobío	1.595	44	2,8	40 SLI y 4
9	Región de la Araucanía	1.242	130	10,5	SLI
14	Región de los Ríos	544	33	6,1	SLI
10	Región de Los Lagos	1.107	27	2,4	SLI
11	Región de Aisén del G. C. I. del Campo	84	0		
12	Región de Magallanes y de la Antártica	91	0		
	Total	12.174	296	2,43	

Fuente: MINEDUC (2012). División Educación Intercultural. Centro de Estudios, División de Planificación y Presupuesto. Disponible en http://www.peib.mineduc.cl/index2.php?id_portal=28&id_seccion=3416&id_contenido=13947

Estos datos muestran que aún no existe una política clara sobre 'Educación Intercultural Bilingüe', que represente las voluntades de todos los ciudadanos de nuestro país. Para el pueblo mapuche, este programa es uno más de los llevados a cabo por la institucionalidad y no representa sus verdaderas aspiraciones. Varias investigaciones desde la sociología, la antropología y las ciencias de la educación dan cuenta del complejo escenario de los procesos educativos en el actual modelo, que si bien en su discurso pretende valorizar nuestras raíces culturales, en su aplicabilidad no es más que otro modelo de aculturación del pueblo mapuche. Rother (2005) en su investigación sobre el conflicto intercultural y la educación en Chile, en cuanto a los desafíos y problemas que presenta el actual modelo de la EIB para el pueblo mapuche, nos plantea que muchos de los profesores mapuches, formados en el modelo educacional común a todo el país, sienten que fueron desarraigados de su cultura, como lo expone en su trabajo:

> (…) "*yo creo que el daño cultural, en el desarrollo de la identidad propia de uno, sentirse bien quién eres y cómo eres, creo que nos hicieron mucho daño, mucho. Mucho, mucho porque siendo un internado, un hogar con cien por ciento de niños mapuches nunca jamás se escuchó una afirmación siquiera que nos diga: Tú eres mapuche, tu cultura tiene cosas maravillosas, tú tienes una lengua que tienes que cultivar y hablar…. Nunca jamás. Sino fue el contrario, creo que la estrategia fue desarraigarnos totalmente de la cultura…. Era un sistema tan rígido pero ordenado y sumamente estricto, poco menos como un recinto militar*" (…) (Don Eduardo, actualmente Director de una escuela mapuche en Piedra Alta, Lago Budí, Novena Región). (Rother, 2005, p. 76)

Durante nuestro trabajo de campo, este tema fue muy recurrente en los *mapuche* entrevistados y así lo expresan, es decir la EIB no da respuestas a sus demandas en materia de educación, como vemos en los siguientes diálogos:

> (…) Hoy en día hay un tremendo esfuerzo por recuperar el conocimiento que se perdió y que se perdió justamente en los colegios, en los colegios se perdieron los

> conocimientos, los colegios se encargaron de absolver el conocimiento mapuche y de ignorarlo, entonces, ahí nos impusieron otro conocimiento (…) [E8-K9-CT[3]]
>
> (…) Ser mapuche ha sido difícil, ha sido difícil porque gran parte del conocimiento mapuche, el estado se encargó de bloqueárselo, ahora somos como un celular (móvil) desbloqueado y cuesta, cuesta bastante. La tremenda falencia de hoy es la exclusión del pueblo mapuche en todo sentido(…) [E8-K9-CT]
>
> (…) En el fondo lo que se llama educación intercultural en Chile es casi una alza de precisión bilingüe, porque no hay EIB. No es la educación indígena la que se incluye, sino que incluye la educación occidental y de pasada, la hace bilingüe (…)[E1-K1].
>
> (…) El diagnóstico que hacemos nosotros es el siguiente: al implementar el SLI, las escuelas tendieron a que todo lo que tenga que ver con los mapuche se lleva al SLI y a los actores que están ahí, es decir, en vez de generar una escuela desde una perspectiva intercultural, arrinconamos la EIB a una asignatura. Por eso, nosotros decimos que hay que transversalizar la EIB a través de todas las asignaturas (…) [E9-P1-DE]

Los estudios que analizan la implementación del programa de EIB en Chile, han dejado en evidencia la complejidad de éste, por cuanto su concepción a nivel estatal deja entrever su concepción socio-política y se refleja en que es un programa sólo para la población indígena; es decir es una política dentro del Sistema Nacional de Educación y no incluye a toda la población estudiantil, por cuanto mantiene su carácter de segregación étnica. Por otra parte, plantea que el lenguaje indígena, en este caso el mapuzugun, debe estar en primer plano porque su presencia en la tarea escolar busca disminuir las dificultades de aprendizaje en los niños mapuche y promover el bilingüismo como parte del desarrollo del pensamiento. Sin embargo, no existe una política sobre procurar los medios (humanos, materiales y didácticos) necesarios para ello ni promueve la transversalidad del uso de la lengua mapuzugun a toda la escuela y asignaturas. Estos antecedentes nos permiten afirmar que los establecimientos educacionales del país que implementan la EIB no son escuelas inmersas, donde la cultura y lengua indígena es transversal a todas las asignaturas y estamentos educativos de las escuelas.

En la práctica la EIB no conduce a un dialogo entre el Estado, la mayoría de la sociedad chilena y los mapuche (Rother, 2005), es decir, el conocimiento ancestral del pueblo mapuche no es valorado como recurso en favor del aprendizaje de todos los ciudadanos y que potencie el desarrollo armónico de nuestra nación. El que las políticas educativas mantengan este carácter de segregación cultural-étnica promueve la idea de una sociedad unicultural, en la que todos debemos aprender y adquirir la cultura

---

[3] [E8-K9-CT[3]]: Usaremos este modo de referir a los sujetos participantes en las entrevistas realizadas. E3, Entrevista 3; K3, Kimche 3; CT, Consejo Territorial. (Véase anexo 3).

dominante. No obstante, el actual marco curricular para la educación obligatoria reconoce y valora el lenguaje indígena, esencialmente, porque a través de éste la sociedad chilena podrá comprender y valorar su cultura; aprendiendo aspectos fundamentales como la lengua de las culturas originarias. No obstante, la creciente investigación en educación intercultural en nuestro país ha permitido poner de manifiesto una serie de cuestiones que no están siendo atendidas por nuestro Sistema Educativo. Investigadores como Quilaqueo, Quintriqueo, Torres, McGinity, Maheux, Catriquir, Rother, Williamson y Flores, entre muchos otros han puesto en evidencia el complejo escenario educativo del pueblo mapuche en Chile. Williamson y Flores (2015) realizan un estado del arte de la EIB en Latinoamérica y específicamente en Chile. Tras revisar 23 años de experiencias estatales en esta materia, plantean que en los tiempos actuales la diversidad cultural y lingüística se expresa mediante múltiples articulaciones indígenas y aun cuando fueron escolarizados en un sistema escolar que no reconoce sus saberes como válidos, siguen luchando por una escuela inclusiva que valore e incluya los conocimientos y prácticas indígenas. Los procesos de aculturación en América han subvalorado el “mundo cultural matemático” (Bishop 1999), de estos pueblos. La educación monocultural ha sido el actual método de colonización y formación de los estados (Quilaqueo y Quintriqueo, 2010), lo que ha significado una disminución o exclusión del conocimiento y cosmovisión de los mapuche en la cultura escolar (Quintriqueo y Maheux, 2004). La intención de un discurso multicultural e intercultural no ha detenido la aculturación, ya que en la actualidad tenemos en nuestras aulas muchos casos de autonegación de la identidad mapuche en jóvenes para poder integrarse a la sociedad chilena (Quintriqueo y McGinity, 2009). Esto ha significado sin lugar a dudas una pérdida del conocimiento ancestral de su cultura de origen en pro de la adopción de la cultura dominante. En este sentido, podemos decir que la enculturación matemática en su nivel formal (Bishop. 1999) y los valores que transmite, afecta la consolidación identitaria del individuo en sociedad. En general en toda Latinoamérica, la inclusión del indígena en la escuela, ha sido la estrategia de los Estados para ‘civilizar al indio’ y expandir el español como único idioma. Así, la escuela se convirtió en el lugar perfecto para el blanqueamiento sociocultural e inculcar la historia de los vencedores (Williamson y Flores, 2015).

Existen iniciativas como la del colegio Santa Margarita en la comuna en que trabajamos que está fuertemente comprometido con la EIB, no obstante, los aspectos propios de la burocracia de la institucionalidad y la presencia de la ACE, se han convertido en obstaculizadores de su propia proceso de implementar una ‘enseñanza situada’ en contexto mapuche, aspectos que también ha reportado la Fundación de Desarrollo Educacional y Tecnológico La Araucanía – Fudea el año 2016. Esto da claras luces del desafío que enfrenta la EIB, ya que, debe formar profesores capaces de entender e implementar una propuesta educativa orientada a revalorar la cultura de su pueblo, su propia identidad y potenciar a los estudiantes como actores dentro de su propia cultura y desarrollo como nación. Capaz de articular los saberes indígenas y occidentales del currículo, en la deconstrucción de un nuevo significado de los saberes y, principalmente estar abiertos a modificar sus prácticas en el aula situada. Dejar de lado sus prejuicios hacia otras culturas y fortalecer su conocimiento didáctico, incluyendo los conocimientos de otras culturas y en especial el conocimiento de las culturas originarias de nuestro país.

Los datos que hemos revisado en los apartados anteriores, no hablan de la población indígena que es medida por estas evaluaciones estandarizadas. Nos entrega información sobre el ‘desempeño de los establecimientos situados’ en contextos mapuche u otra etnia. Nos encontramos en un modelo educativo que incorpora la EIB y que actualmente se encuentra en un proceso de reforma. Sin embargo, Williamson y Flores (2015) nos muestran unos datos interesantes sobre el financiamiento de estudios superiores (universidad o institutos profesionales) como vemos en la figura 1.14.

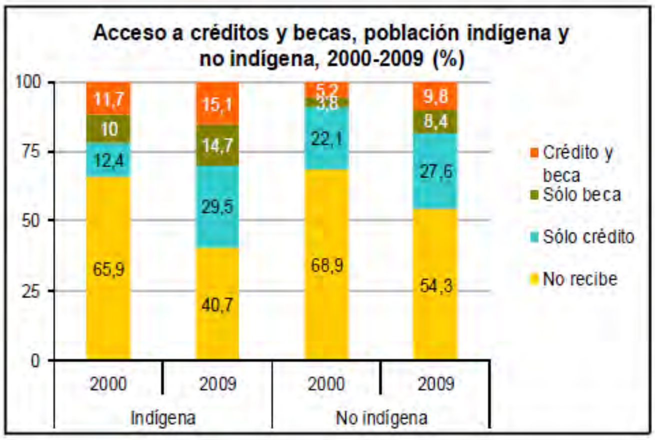


Figura 1.14. Acceso a financiamiento de estudios superiores
Fuente: Estado del arte de la Educación Intercultural Bilingüe en Chile, 1990-2013. Williamson y Flores (2015).

Este dato es interesante, pues ya hemos visto la vida escolar de la población estudiantil del GSE bajo. Entonces podemos señalar, que la población indígena es parte de este GSE bajo y lo único que les está permitiendo acceder a una carrera profesional es la

Beca indígena y el CAE. No obstante, la población no indígena del mismo GSE bajo, no está en mejores condiciones que la población indígena, pues también se encuentran, mayoritariamente, endeudado con los créditos bancarios como el CAE para continuar estudios profesionales, en tanto ellos no tienen acceso a becas sin obtener altos puntajes en la PSU. Existe una gran coherencia entre todos los datos que hemos ido informando hasta este apartado. Por ello, es necesario mejorar el sistema y las expectativas de éste a nivel de país, que refleje la inserción y valoración de las capacidades de los ciudadanos chilenos, indígenas y no indígenas, sin importar del GSE del que provengas.

En las concepciones de la EIB en Chile, el discurso en los distintos documentos que se elaboraron, se promueve la integración de la comunidad indígena en la selección del 'currículum y en la gestión educativa' (Cañulef, Fernández, Galdames, Hernández, Quidel y Ticona, 2002). En el documento ministerial 'Aspectos generales de la EIB y sus fundamentos' se plantea que los bajos rendimientos y logros de aprendizajes de los estudiantes indígenas, en relación a su comunidad escolar y a las metas del sistema educativo, es la realidad de muchas escuelas rurales y de sectores empobrecidos y ello se debe a la descontextualización del currículum en relación a la cultura local; a las prácticas pedagógicas no adecuadas y a la exclusión de las lenguas vernáculas (Cañulef, Fernández, Galdames, Hernández, Quidel y Ticona, 2002). Al año 2000 y de acuerdo a las mediciones estandarizadas en 4° año básico, SIMCE, revelaban que las regiones con mayor población indígena obtenían los más bajos niveles de logros de los aprendizajes en matemáticas y lenguaje (español/castellano). De acuerdo a los datos del INE en Censo 2002, la mayor población mapuche se concentra en la IX región de 'La Araucanía', la X región de 'Los Lagos' y la región 'Metropolitana' (Capital, Santiago) (Figura 1.13). Respecto de los resultados en el SIMCE 2015 en matemáticas 4° año Básico, podemos señalar que el puntaje promedio de la región de La Araucanía fue de 253 puntos, por lo tanto en promedio los estudiantes de este nivel, en esta región del país se ubican en el estándar de aprendizaje 'elemental' y efectivamente es uno de de los tres puntajes más bajos a nivel de país y así lo indica el informe regional de la ACE. No obstante, el puntaje promedio de La Araucanía es significativamente más bajo que el puntaje promedio nacional, 300 puntos, y el puntaje promedio regional, 306 puntos, por GSE.

Otro aspecto interesante a describir es la 'dupla pedagógica' en la EIB, para impartir el SLI. Cuando se comienza a implementar el SLI se hace en escuelas rurales focalizadas por el programa de EIB que en sus inicios. Para ello se contrata un 'Educador Tradicional' (ET) con competencias lingüísticas y conocimiento cultural indígena. Este ET debe ser acompañado por un 'profesor mentor' (PM), el que preferentemente deben estar en la escuelas focalizadas y tener mayor sensibilidad o cercanía con la cultura indígena. También, haber sido formado como profesor de Educación Intercultural o ser profesor a cargo del curso 1° o 2° básico en la escuela focalizada. El PM cumple la función de apoyar los aspectos técnicos pedagógicos y metodológicos del ET. En las escuelas no focalizadas, dichos gastos de contratación deben ser cargados a la Subvención Escolar Preferencial (SEP). El 2012 se publica por parte del MINEDUC el documento 'Perfil de educadores tradicionales y profesores mentores en el marco de la implementación del sector de lengua indígena', que describe el perfil de esta dupla pedagógica. Primero, el PM es un profesional formado académicamente en una institución de educación superior. Idealmente, se espera que sea un miembro de la comunidad indígena en que está inserta la escuela en que trabaja. La implementación de este sector de aprendizaje ha enfrentado a los docentes a un conjunto de desafíos, como la falta de preparación por desconocimiento de la cultura y lengua indígena, falta de formación continua en estrategias didácticas, como también la resistencia al cambio (Acuña, Silva y Lafferte, 2012). En este sentido se definen cuatro competencias que deben tener el PM y ET, para hacer frente a este desafío: profesionales, personales, culturales y lingüísticas. De acuerdo a lo informado por Acuña, Silva y Lafferte (2012) en su estudio sobre la dupla pedagógica en contexto mapuche, nos reporta antecedentes interesantes: la mayor cantidad de duplas está en la región de 'La Araucanía'; del total de duplas consultadas, menos del 50% declaran pertenecer a un pueblo indígena. Otro dato interesante es que, sólo el 30 % de ellos entiende bien el mapuzugun, 40% regular y el resto nada. En el caso del PM, sólo, el 6% entiende mapuzugun, 45% bien o regular y el resto nada. Respecto de hablar mapuzugun, en el caso de los ET el 41% lo hace muy bien, más del 50% lo hace bien o regular y el resto mal. En el caso del PM, sólo, un 4% habla bien mapuzugun; el 30% bien o regular y más del 50% nada. Otro dato interesante es el nivel educativo del ET, de los 221 ET encuestados, el 30% terminó sólo su enseñanza básica y el 23% no terminó su enseñanza básica; el 24% terminó su enseñanza media y el 12% no terminó su enseñanza media; el 7% terminó su enseñanza superior y el 6% no lo hizo (Acuña, Silva y Lafferte, 2012, p. 17). En el caso del PM, son todos profesionales de la educación con título profesional, un 26% con posgrados (Acuña, Silva y Lafferte, 2012). Existe una larga lista de dificultades que enfrenta el modelo de EIB, desde la escolarización del SLI hasta la inmersión de las escuelas con EIB, pasando por distintas y variadas capacitaciones y formaciones de capital humano, por gestión administrativa y pedagógica, entre muchas otras. Estos datos se condicen con algunos de los recogidos en nuestras visitas a las comunidades mapuche y las respuestas de profesores de las escuelas situadas en estas comunidades. Un 47% de los profesores declara que las familias de los estudiantes de sus escuelas no hablan mapuzugun, el 46% declara desconocer el tema y el 7% declara que las familias de los estudiantes hablan mapuzugun. Por otra parte, el 60% de los profesores declara que en sus escuelas, los profesores, no se utilizan el mapuzugun en sus clases; el 29% declara no saber y el 11% declara que en sus escuelas, los profesores, utilizan el mapuzugun en sus clases. Sólo incluimos estos datos recogidos para visualizar que la EIB no está ayudando a la revitalización de lengua mapuzugun.

En la actualidad estamos en un nuevo proceso de reforma educacional, que también incorpora a la EIB. Esto se traduce en una reformulación de la EIB a partir del año 2015, se han elaborado informes, se han replanteado las bases curriculares, se han hecho las consultas indígenas, etcétera. Como mencionamos anteriormente, el Decreto 280 permitió elaborar las bases curriculares y los programas de estudio del SLI, los cuales han llegado a 8°año de enseñanza media, en la actualidad con 4 horas pedagógicas a la semana. A partir del año 2014 el SLI es elaborado por la unidad ‘Currículum y Evaluación’, otorgándole el mismo estatus que el resto de las asignaturas del currículo escolar. También, paulatinamente se han elaborado materiales de apoyo como guía didáctica, texto en mapuzugun, entre otros, para la asignatura SLI. Todas estas medidas institucionales han permitido incrementar la cantidad de escuelas que imparten la asignatura de lengua indígena, llegando el 2016 a 1.391 establecimientos educacionales y que imparten mapuzugun a 1.295 el mismo año (MINEDUC, 2017). En la actualidad, se ha introducido la noción de ‘interculturalidad para todos y todas’, que se apoya en el compromiso asumido por Chile para el desarrollo sostenible (ONU, 2015). Para ello, se ha propuesto incorporar las lenguas, culturas, historias y cosmovisiones de los pueblos originarios en los procesos de mejora educativa de los establecimientos educacionales del país; a través de la implementación curricular de las bases curriculares ‘lengua y cultura de los pueblos originarios’ en el currículo nacional de 1° a 6° año básico; la que se encuentra en etapa de ‘consulta indígena’.

Williamson (2012) plantea que un sistema que incorpora la EIB debe promover explícitamente la articulación pedagógica, curricular, de gestión y cultura escolar (entre niveles y disciplinas) y la transdisciplinariedad. Concordamos plenamente con Williamson y en este escenario complejo para la educación intercultural, nuestra investigación, pretende poner de manifiesto la problemática de la educación matemática en un país multicultural, siendo los estudiantes el centro de atención, por cuanto se enfrentan al aprendizaje de la matemática escolar con un acerbo cultural distinto y ajeno a la cultura matemática (Bishop, 1999). La implementación de la EIB requiere de una constante investigación de acuerdo al conocimiento de nuestros pueblos originarios y en distintas área, entre ellas la Didáctica de la Matemática que aborde el conocimiento matemático y su posible articulación con la matemática escolar. El conocimiento matemático de los pueblos originarios aún se mantiene segregado y éste podría contribuir al encuentro dialógico con el conocimiento matemático escolar, por ser parte del conocimiento previo con que llega el estudiante a la escuela.

2. PERTINENCIA DE LA INVESTIGACIÓN

La unidad didáctica incorporada en 7° año de educación básica, el año 1996, que abordaba el estudio de la 'numeración mapuche', se retira del programa el año 2008. Esta unidad didáctica permitía profundizar en las distintas bases de los sistemas numéricos y a la vez poner de manifiesto que el conocimiento matemático es un producto cultural a través de la historia. Además, se propiciaba valorar el conocimiento etnomatemático del pueblo mapuche en Chile, como un conocimiento que les permitió resolver problemas matemáticos en una época de su historia. En el proceso de trabajo escolar, los estudiantes de ascendencia mapuche asumían un rol protagónico cuando se abordaba esta unidad, lo que de alguna forma reforzaba su autoconcepto y actitud identitaria con su cultura de origen. No obstante, los cambios posteriores, específicamente, con la nueva LGE del año 2009, estos contenidos se retiran del currículo nacional de matemáticas, incoherencia curricular puesto que el mismo año de inicia la implementación de la EIB con sus propios programas de estudios. El diálogo entre culturas que se propiciaba con esta unidad que se implementaba en todas las escuelas del país, queda truncado y relegado a una asignatura, SLI, que sólo se implementa en las escuelas con alta matrícula mapuche y que son las menos, como vimos en la información del apartado anterior.

Iniciamos este trabajo de investigación el año 2013, a propósito de la reciente implementación de la EIB en Chile y teniendo en cuenta la experiencia de la doctoranda como profesora de matemáticas en escuelas municipales. En este sentido miramos las regiones con mayor población mapuche en el país y sus resultados en el SIMCE del año 2012, para focalizar nuestra atención. Un estudio de Quilaqueo y Quintriqueo (2010) hacen mención a la diferencia en los puntajes alcanzados en la evaluación nacional SIMCE el año 2003 por los estudiantes de 2º año de Educación Media. Señalan que en esa oportunidad el promedio nacional en matemáticas fue de 246 puntos, el promedio regional de La Araucanía, región con mayor población mapuche, fue de 235 puntos y en las escuelas con mayor matrícula mapuche los promedios alcanzaron: Saavedra 192 puntos, Lumaco 203 puntos y Ercilla 202 puntos. Al mirar los resultados el año 2012, luego de transcurridos 10 años, nos encontramos con situaciones similares a las descritas por Quilaqueo y Quintriqueo, el promedio nacional en matemática para 2º año Medio (secundaria) fue de 265 puntos, en La Araucanía el promedio regional para los 2º años de enseñanza media fue de 255 puntos y en las comunas señalas por Quilaqueo y Quintriqueo, por su alta densidad mapuche, fueron: Saavedra 206 puntos, Lumaco 225 puntos y Ercilla 198 puntos. Para los 4º años de educación básica los resultados obtenidos de acuerdo al informe del año 2012 son: el promedio nacional 261 puntos y el de la región de La Araucanía fue de 256 puntos y para las comunas señalas: Saavedra 215 puntos, Lumaco 238 puntos, Ercilla 222 puntos. Estos datos demuestran que se requiere mayor investigación desde la 'Didáctica de la Matemática', para comprender qué está pasando con la enseñanza de la matemática en las escuelas con matrícula mapuche.

Buscamos investigaciones en 'Didáctica de la Matemática' en nuestro país, sobre lo que estaba pasando con la enseñanza de la matemática en contexto indígena, sin obtener resultados, pues la investigación en 'Didáctica de la Matemática', al inicio de este estudio era muy incipiente, más aún la investigación 'etnomatemática' que abordara el complejo escenario de enseñanza de la matemática en contexto indígena, bilingüe o multicultural. En consecuencia, nos apoyamos en investigaciones de otras disciplinas como la antropología, sociología, educación, entre otras, para fundamentar nuestro interés por saber qué estaba pasando en las aulas de matemáticas donde se escolarizaban los estudiantes de ascendencia mapuche.

Los nuevos conflictos que surgen en la formación de los ciudadanos chilenos a partir de la implementación de la EIB, han sido abordados por algunos investigadores en la última década. Éstos han puesto en la discusión cuestiones como: la distancia epistémica entre los saberes de culturas distintas; distancia entre el conocimiento mapuche y escolar; sistematizar los distintos conocimientos de las culturas originarias, entre ellos el conocimiento matemático; la articulación de los conocimiento mapuche y escolar, entre muchos otros.

Luego de la revisión histórica de nuestro sistema educativo, estamos convencidos de que nuestros estudiantes, independiente de su cultura de origen, merecen reales oportunidades de aprendizaje de la matemática para minimizar las relaciones de poder que hasta hoy existen entre quien tiene el conocimiento y quien no tiene el conocimiento. También, creemos que es importante que los estudiantes de ascendencia indígena no se vean enfrentados a su corta edad a una aculturación cognitiva que pueda mutilar su porvenir o generar la autonegación de su cultura de origen, como consecuencia del negativo autoconcepto y baja autoestima (Gajardo, 2012). Sabemos y es ampliamente conocido que el conocimiento previo al ingresar a la escuela es y debe ser el punto de partida para afianzar los nuevos conocimientos y el conocimiento matemático de origen 'es' un conocimiento previo. Luego estamos convencidos que la transdisciplinariedad en la EIB puede favorecer el desarrollo identitario del estudiante mapuche y por consiguiente la identidad nacional, siendo la matemática escolar un motor de razonamiento que potencia el desarrollo de pensamiento crítico frente al acontecer cotidiano.

Sin embargo, creemos que aun cuando todas nuestras escuelas no reúnan los requisitos para implementar el programa de EIB, cada una de ellas debe ser consciente de la cultura de origen de sus estudiantes y del conocimiento que llega con él a la escuela, como parte de su proceso de socialización primaria, y por tanto atender la diversidad sociocultural, dando espacio a lo planteado por Gimeneo Sacristán:

> *"La escuela debe ofrecer instrumentos críticos para entender las relaciones sociales, apoyar el modelo de "individuo en sociedad" y de "individuo en la cultura", propiciando en su propio ambiente las relaciones más convenientes"* (Sacristán, 2002: p.106)

Describir la aritmética del pueblo mapuche es un primer paso hacia su re-valoración y potencial utilización en la escuela para una mejor comprensión de la matemática escolar. Así se cumple con el propósito de desarrollar en los estudiantes el conocimiento y habilidades que le permitan interactuar con otras culturas, comprendiendo sus códigos, lenguaje simbólico, etcétera, sin perder las oportunidades de desarrollo continuo y en armonía con su propia cultura y conocimiento ancestral.

Conocer y comprender las relaciones entre etnomatemática y la matemática escolar, en el contexto mapuche nos proporcionará un escenario epistemológico dentro del conocimiento didáctico matemático que puede favorecer el desarrollo de estrategias metodológicas para elaborar un adecuado 'diseño didáctico matemático situado' para la enseñanza de la matemática en los primeros niveles de la educación básica.

Dar a conocer la estructura morfo-matemática del sistema de numeración mapuche nos permite comprender los procesos complejos de aprendizaje a que se enfrentan los estudiantes mapuche en sus primeros años de escolarización y dejar en evidencia los conflictos semióticos que implican las habilidades de codificación y descodificación.

Desde una visión socio-antropológica, este estudio nos orienta sobre cómo la educación matemática adecuada en la educación obligatoria, puede ser una herramienta favorable para potenciar el pensamiento crítico de todo ciudadano y aportar al porvenir de nuestros estudiantes. Una matemática crítica, nos permite mirar la interculturalidad de una manera diferente: inclusiva, dialógica, sin sobreponer una cultura sobre otra, tomar de cada una aquello que es favorable para la formación integral del aprendiz, sin desraizarlo de su cultura para ser parte de otra cultura, entender que el conocimiento es un producto humano, que la ciencia y las distintas disciplinas son producto de una comunidad científica que las comparte, que es valioso ser y pensar distinto, que el respeto por la cultura del otro es un valor inconmensurable, que el entender y hacer matemática desde otro punto de vista no te hace inferior, que la matemática como disciplina científica ha sido desarrollada por una comunidad científica que la comparte pero no todos estamos obligados a compartir sus principios, valores e ideología, que todo ser humano nace 'libre' para pensar, actuar, decidir, y muchas otras cuestiones filosóficas en relación a los valores que se transmite en el nivel formal de la educación matemática. Contribuir al desarrollo identitario de nuestros estudiantes y de nuestra nación, es tarea del Sistema Educativo y la instrucción matemática no puede estar ajena a esta tarea.

En consecuencia, resumiendo, iniciamos este estudio sobre la etnomatemática del pueblo mapuche y su relación dialógica con la matemática escolar. Aportar una visión crítica de la enseñanza de la matemática escolar en un contexto intercultural, asumiendo que las matemáticas, como ciencia es un producto cultural surgido del desarrollo del conocimiento humano para satisfacer distintas necesidades sociales y culturales en un momento determinado de la historia (Georgorió, Prat y Santesteban, 2006).

En el mundo actual, globalizado y multicultural, la educación debe preparar a los estudiantes para vivir en esta sociedad multicultural, en la cual la diversidad cultural y étnica es reconocida como legítima y valorada como riqueza común (Quintriqueo, Torres, Gutiérrez, y Sáez, 2011). Desde este rol de la educación, la educación intercultural no sólo pretende el reconocimiento de la existencia de las culturas originarias, sino que busca mejorar la calidad de la enseñanza y aprendizaje de los saberes mapuche y no mapuche, basado en una relación dialógica entre sujetos de culturas distintas. En esta lógica creemos importante e interesante 'situar' el aprendizaje de la matemática escolar con propuestas coherentes y acordes a los contextos de uso del conocimiento matemático.

En este escenario complejo para la EIB, nuestro proyecto de investigación pretende poner de manifiesto la problemática de la educación matemática en un país multicultural, siendo los estudiantes el centro de atención, por cuanto se enfrentan al aprendizaje de la matemática escolar con un acerbo cultural distinto y ajeno a la cultura matemática escolar. Nuestro propósito es aportar un conocimiento didáctico - matemático, en relación a la problemática del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar en contexto mapuche. Creemos que una adecuada articulación de los conocimientos matemáticos mapuche y escolar puede favorecer el aprendizaje de los estudiantes mapuche y no mapuche.

3. ÁREA PROBLEMÁTICA, OBJETIVOS Y EXPECTATIVAS

Nuestras motivaciones se fueron reforzando con la continua revisión bibliográfica y algunas entrevistas informales sostenidas en enero 2015 con agentes claves que trabajan en la temática de la interculturalidad en contexto mapuche en Chile. La primera conversación se sostuvo con el Dr. Segundo Quintriqueo y el Dr. Daniel Quilaqueo, quienes se dedican a la investigación de los saberes y conocimientos educativos mapuche presentes en la memoria social, en el Centro de Investigación en Educación en Contexto Indígena e Intercultural (CIECII) dirigido por el Dr. Daniel Quilaqueo. Este centro pertenece a la Universidad Católica de Temuco (UCT) en la región de La Araucanía, la que también imparte la carrera de 'Profesores en Educación Básica

Intercultural en contexto mapuche'. Estos investigadores nos dieron su amplia visión de la temática y las dificultades que enfrentaríamos, pues el conocimiento mapuche, mapuche *kimün*, está presente en la memoria colectica del mapuche. Todo el conocimiento ancestral de este pueblo, no ha sido sistematizado y por ende se ha ido perdiendo en la medida que los ancianos y sabios mapuche han fallecido. Nuestra dificultad, ellos la visualizan en que no existe en la comunidad mapuche una conciencia sobre los variados conocimientos de su pueblo, pues el mapuche hace y dice 'porque así se hace'. Por ello, nos dan algunas recomendaciones y el Dr. Segundo Quintriqueo acepta ser co-director de esta tesis.

Así mismo, nos acercamos a la oficina central de la CONADI, específicamente a su división Educación y Cultura, en la que conversamos con el encargado de esta unidad, un *Kimche* mapuche, Juan Ñanculef. No estuvieron alejados los investigadores de sus apreciaciones, pues el *kimche* nos reafirma lo ya dicho por los investigadores. Nos comenta, que en el conocimiento mapuche hay mucha matemática, sin embargo, no hay investigadores de su pueblo u otros que se interesen por sistematizar este conocimiento.

Ambas entrevistas avalan nuestros antecedentes en cuanto a la escasa investigación de los saberes matemáticos mapuche y los conflictos que hoy presenta el modelo de EIB en las comunidades mapuche. Ellos plantean que el modelo de currículo monocultural excluye el conocimiento y saber mapuche de las escuelas, con la consecuencia que este modelo implica: dificultades de aprendizaje, bajos resultados en los estándares nacionales, pérdida identitaria, autonegación de su cultura de origen y exclusión. En concordancia con estos investigadores, creemos necesario iniciar el estudio sistemático del conocimiento matemático mapuche que permita aportar a los profesores y el sistema educativo, en cuanto a la elaboración de 'diseños didácticos situados' para una adecuada articulación entre saberes matemáticos. Entendiendo que el individuo, independiente de su cultura de origen, está inmerso en una cultura global y con la cual debe interactuar y relacionarse en igualdad de condiciones.

Desde esta visión antropológica basada en el 'Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos' (EOS) (Godino, 2002; Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2007), creemos que es posible la articulación armónica de estos saberes matemáticos. Para ello, es necesario describir los objetos matemáticos intervinientes y emergentes en las prácticas matemáticas mapuche (Godino, 2002). Este modelo ontológico del EOS sitúa el lenguaje en el centro de la didáctica, entendiendo por lenguaje diferentes formas de expresión, sin perder de vista la actividad matemática y los objetos emergentes en el proceso. La comparación de los significados atribuidos a un mismo objeto matemático (entre instituciones, personas o personas e instituciones) nos permitirá identificar conflictos semióticos, es decir las divergencias entre los significados atribuidos por los sujetos (personas o instituciones) en interacción puede explicar algunas dificultades en los aprendizajes y la enseñanza de la matemática escolar en contexto mapuche. Una de las herramientas, la ingeniería didáctica basada en el EOS (ID-EOS), será el hilo conductor de los diseños didácticos que se experimentarán.

3.1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

El contenido matemático sobre el cual centramos la atención en esta investigación es una parte de la aritmética, concretamente, la numeración y la estructura aditiva, limitada a los números menores que 100. Para facilitar la descripción del problema didáctico abordado designemos tal objeto por la letra O. De manera sintética nuestro problema didáctico - matemático lo podemos describir como el diseño, implementación y evaluación de un proceso de instrucción que promueva el aprendizaje de O en el contexto escolar por parte de niños pertenecientes a la cultura mapuche en Chile. Tales niños inician el aprendizaje de O en la escuela con unos significados previos sobre O adquiridos en el contexto familiar, los cuales deben ser tenidos en cuenta para lograr un aprendizaje idóneo.

En el marco del EOS los significados de un objeto matemático O, en su versión pragmática, se interpretan en términos de los 'sistemas de prácticas que se ponen en juego ante determinados tipos de situaciones o tareas en las que interviene O'. Estos sistemas de prácticas son relativos a las personas, contextos de uso y marcos institucionales en que se abordan tales situaciones, distinguiéndose entre significados institucionales (sociales, o compartidos en el seno de una comunidad de prácticas) y personales (propios de los sujetos miembros de tales comunidades). Como compontes de los significados están las situaciones problemas, las prácticas, los objetos y procesos.

En nuestro caso debemos, en primer lugar, caracterizar los significados de O en dos contextos culturales, para luego caracterizar los significados de O en el contexto de las 'escuelas situadas'. Entonces:

CM: Cultura mapuche, comunidad de personas que hablan mapuzugun y comparten el sistema de valores y recursos culturales propios del pueblo mapuche. En esta cultura se abordan las situaciones de recuento de colecciones de objetos y los cálculos con las cantidades correspondientes mediante un sistema de prácticas operativas y discursivas específicas.

CE: Cultura escolar ordinaria (primeros años de estudio en las escuelas de educación primaria en Chile), esto es, la comunidad de personas que hablan español y comparten el sistema de valores y recursos culturales propios de la cultura llamada "occidental".

ES: Cultura escolar situada en contexto, esto es, la comunidad de personas que hablan mapuzugun y español, y analizan, comparten e integran el sistema de valores y recursos culturales de ambas culturas, de acuerdo a su cosmovisión de mundo.

Representamos por,

$S_{CM}(O)$ el significado atribuido a O en CM

$S_{CE}(O)$ el significado atribuido a O en CE.

$S_{ES}(O)$ el significado deconstruido de O para ES

Los significados personales de los miembros de la cultura mapuche los nombramos como,

Sp_{cm}(O): Significado personal del niño mapuche sobre O.

Los significados personales para los miembros de las escuelas situadas los nombramos como,

Sp_{es}(O):

El problema que nos proponemos estudiar es cómo hacer evolucionar el significado personal del niño mapuche sobre O hacia el significado institucional escolar, S_{CE}(O), de manera que el proceso de acoplamiento sea lo más idóneo posible, esto es, parta de los significados personales previos, propios de la cultura mapuche, respete su identidad cultural y logre que el niño mapuche se apropie de los significados institucionales, S_{ES}(O), requeridos para interactuar en condiciones de igualdad con otras culturas. Al mismo tiempo, aportar a la enseñanza y aprendizaje de los saberes mapuche y no mapuche, basado en una relación dialógica entre significados y sujetos de culturas distintas, como planteamos en la figura 1.15.

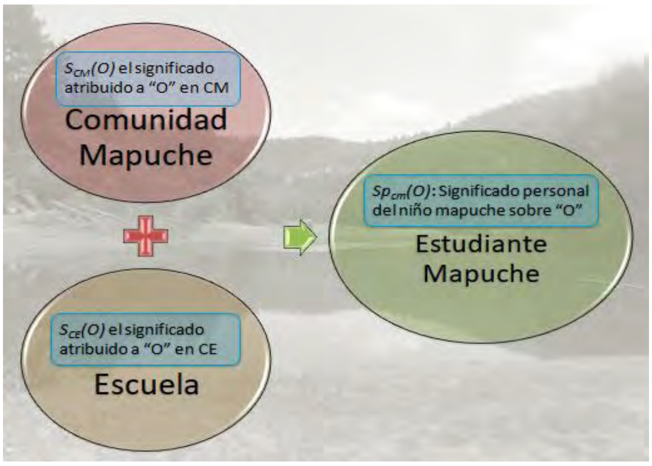


Figura 1.15. Acoplamiento de significados institucionales (Salas-Salinas y Quintriqueo, 2018)

Uno de los principios pedagógicos ampliamente asumidos es que los procesos de enseñanza deben partir y tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes, siendo necesario el diseño de las adaptaciones curriculares adecuadas cuando se produzcan situaciones heterogéneas en tales conocimientos. En consecuencia, la cuestión primaria que abordamos en esta investigación la formulamos en los siguientes términos a nivel macro:

Problema de investigación:

¿En qué medida el uso de los números mapuche, puede significar una dificultad o ventaja para el aprendizaje de la matemática escolar?, ¿podemos identificar a priori algún conflicto semiótico en el aprendizaje?

¿Es posible introducir cambios en los significados institucionales escolares $S_{CE}(O)$ que permitan el acoplamiento idóneo de los significados personales iniciales de los niños mapuche $S_{pcm}(O)$? ¿Cuáles podría ser tales cambios?

Para responder estas macro preguntas de investigación, se hizo necesario descomponer estas preguntas de acuerdo al estudio empírico que realizamos. Es decir, el resultado de los tres estudios empíricos responde a estas macro preguntas. No obstante, en cada uno de los estudios nos planteamos micro – preguntas, que fueran abordando las cuestiones planteada a nivel general.

Exponemos aquí las micros–preguntas del estudio empírico I, II y III, que podrán leer en los capítulos 3, 4 y 5, respectivamente:

Estudio empírico I, capítulo 3: Caracterización de la aritmética mapuche y sus significados, que se corresponde con la fase 1) de la ID-EOS 'Estudio preliminar'.

Cuestiones de investigación de la fase 1 ID-EOS:

¿Cuáles son los nichos ecológicos en los que vive esa aritmética mapuche?, ¿qué características tiene esta aritmética?, ¿existe semejanza con la aritmética escolar?

¿Qué significados tienen las prácticas matemáticas discursivas en mapuzugun presentes en los textos históricos y oficiales?, ¿qué significados tienen las prácticas matemáticas discursivas en mapuzugun presentes en la memoria individual y colectica de los ET y *kimche* mapuche?, ¿qué conflictos semióticos plantean a los estudiantes las prácticas matemáticas encontradas y analizadas?

Para responder a estas interrogantes nos hemos planteado los objetivos específicos OE1 y OE2, detallados más abajo.

Estudio empírico II, capítulo 4: Elaboración del ´diseño didáctico situado' con su correspondiente análisis a priori, que se corresponde con la fase 2) de la ID-EOS 'diseño de trayectorias didácticas'.

Cuestiones de investigación de la fase 2 ID-EOS:

¿Es posible diseñar tareas matemáticas con pertinencia cultural?, ¿es posible incluir la lengua mapuzugun en las tareas matemáticas?, ¿es posible incluir el contexto local en la problematización de las tareas matemáticas?

¿Es posible prever la trayectoria didáctica del diseño elaborado en sus sub-configuraciones epistémicas, instruccional y cognitiva-afectiva?

A partir de esa segunda pregunta, fijamos la atención en dos cuestiones:

¿Qué objetos matemáticos, previos y emergentes, se deben poner en juego para resolver el campo de problemas matemáticos en mapuzugun?, ¿es posible prever a priori las prácticas correctas y errores de los estudiantes, en tanto la intencionalidad afectiva del diseño?

Al igual que en la fase 1), para responder a estas cuestiones nos planteamos el objetivo específico OE3.

Estudio empírico III, capítulo 5: Implementar y evaluar el uso del material y diseño didáctico situado en el aula y sus implicaciones en el aprendizaje de la matemática escolar de los estudiantes, con su correspondiente análisis a posteriori, que se corresponde con la fase 3) de la ID-EOS ‘Implementación de la trayectoria didáctica y Análisis retrospectivo’.

Cuestiones de investigación de la fase 3 ID-EOS:

¿Qué ventajas y/o dificultades, supone para los estudiantes, enseñar matemáticas escolares utilizando su lengua materna?, ¿qué ventajas y/o dificultades supone la incorporación del contexto mapuche en la clase de matemáticas?

¿Qué ventajas y/o dificultades, implicó para la dupla PM y ET, enseñar matemáticas escolares en mapuzugun y español?, ¿qué conflictos semióticos de tipo epistémico, instruccional y cognitivo-afectivo, se pudieron observar en la aplicación del diseño didáctico situado?

¿En qué aspecto, personales e identitario, beneficia al estudiante la incorporación de su lengua materna en la clase de matemáticas?

Por último, el objetivo específico OE4 nos permitirá responder las cuestiones de esta fase 3) de la ID-EOS.

3.2. OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

Objetivo General

Describir y comprender la aritmética mapuche, para su articulación con la aritmética escolar en los primeros niveles de Educación Básica.

Objetivos Específicos

OE 1: Describir prácticas matemáticas mapuche, su potencial educativo y/o posibles conflictos semióticos en el aprendizaje de la matemática escolar (Fase 1), ID-EOS).

OE 2: Describir y analizar articulaciones entre la aritmética *mapuche* y la aritmética escolar y las posibilidades de ser tenidas en cuenta en la EIB (Fase 1), ID-EOS).

OE 3: Diseñar recursos didácticos para la enseñanza de la aritmética escolar que incorpore el primer nivel de articulación de la aritmética mapuche y escolar para segundo año básico, y prever posibles conflictos semióticos (Fase 2), ID-EOS).

OE 4: Implementar en el aula un diseño didáctico situado y analizar las prácticas matemáticas de estudiantes mapuche de 2º año básico, identificando ventajas y/o dificultades de aprendizaje en este proceso de articulación (Fase 3) y 4), ID-EOS).

3.3 HIPÓTESIS INTERPRETADAS COMO EXPECTATIVAS

Como expectativa de respuesta o hipótesis de investigación es que es posible seleccionar actividades de enseñanza y aprendizaje situadas para planear ‘diseños didácticos matemáticos situados’ en contexto mapuche que permita el aprendizaje de la numeración y la aritmética en la escuela ordinaria y que tengan en cuenta los significados personales iniciales de los niños mapuche sobre tales contenidos. La implementación de dichas actividades permitirá la evolución de los significados personales hacia los significados de referencia institucionales escolares situados, y en consecuencia potenciar las relaciones de igualdad del niño mapuche en la cultura escolar ordinaria.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO Y METODOLÓGICO

INTRODUCCIÓN

Como hemos indicado en el capítulo I esta investigación se ha estructurado en torno a la realización de tres estudios. Estos estudios poseen características propias, que si bien están conectadas, los hacen distintos, en tanto cada uno busca responder a cuestiones específicas que son previos para el siguiente y, además, posee características propias en relación a la complementariedad de enfoques teóricos y metodológicos aplicados.

En este capítulo describimos los aspectos teóricos y metodológicos y cómo llegamos a esta perspectiva de complementariedad teórica y metodológica utilizada a lo largo de toda la investigación.

En el primer apartado describimos el enfoque epistemológico del conocimiento mapuche y su metodología de enseñanza. Luego seguimos con algunas perspectivas del enfoque sociocultural, en el cual abordamos: matemática y cultura; etnomatemáticas y matemática crítica; lenguaje y matemáticas; matemáticas, contexto y contextualización. Para terminar con las herramientas utilizadas de nuestra teoría base el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS).

En el siguiente apartado de este capítulo abordamos la 'metodología' de esta investigación y como hemos explicado al inicio, consideró una complementariedad metodológica. Es decir, en cada una de las fases de nuestra metodología base la 'ingeniería didáctica IG-EOS' basada en el EOS, hemos tenido que incorporar enfoques metodológicos de otras disciplinas como lo es la etnografía, sociología y antropología, principalmente. Esto es, incorporar técnicas de éstas en el trabajo de campo, recogida de datos, análisis y estructuración de los mismos. Seguimos en el mismo apartado con la descripción de la muestra y las unidades de análisis en cada fase de la investigación, es decir, en cada estudio empírico.

1. PERSPECTIVAS TEÓRICAS

Nuestro estudio intenta poner de manifiesto la necesidad de situar los aprendizajes de la matemática escolar en nuestro país, en tanto su uso co-existe junto a otras maneras de hacer y pensar la matemática, en distintos juegos de lenguajes o contextos.

La complementariedad está dada por las propias características de la investigación ‘articulación de las matemáticas mapuche y escolar en el caso de los conocimientos aritméticos’, ya que es las primera investigación en Chile que aborda esta problemática desde la Didáctica de las Matemáticas. Por ello, hemos tenido que apoyarnos en investigaciones de otras disciplinas como la antropología, sociología, lingüística y educación, para dar sustento a la necesidad de investigar sobre el conocimiento matemático de una de nuestras culturas originarias. Por tanto, a nivel nacional e internacional, hemos definidos tres perspectivas en la cual conviven otros enfoques teóricos que complementan nuestras visiones.

Una primera perspectiva es la epistemología propia del pueblo mapuche, en tanto su visión y manera de entender el mundo y su manera de relacionarse con su entorno. Luego una perspectiva más amplia, la sociocultural, que nos ha permitido: primero, argumentar los hechos y la necesidad de valorización del conocimiento matemático propio de la cultura mapuche; luego, comprender la problemática de aprender la matemática escolar en una lengua en la que el estudiante no es fluido; finalmente, analizar desde una perspectiva crítica la visión monocultural de la educación matemática occidentalizada en nuestro país. Terminamos el apartado con el enfoque teórico base, el ‘Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción matemáticos’, EOS, pues es el marco conceptual transversal a toda la investigación y principalmente en los tres ‘estudios empíricos’. Por lo demás, nos provee de las herramientas necesarias para el análisis de los resultados obtenidos y plantear nuestras conclusiones en lo referente al proceso de instrucción matemática en distintos contextos de usos. Esta perspectiva, nos abre un abanico de posibilidades, pues la base socio-antropológica y pragmatista, nos permite incorporar además elementos del interaccionismo simbólico y la semiótica.

1.1. MAPUCHE *KIMÜN* (CONOCIMIENTO MAPUCHE)

1.1.1. Epistemología mapuche (*konünpa kimün*)

Jamioy (1997) plantea "*el saber indígena es un saber dinámico que se recrea a diario en los actos, hechos y circunstancias del Hombre en relación con lo divino, la naturaleza, con la familia, la comunidad y la sociedad en general*" (p.66). Con esto nos plantea que la construcción social del conocimiento indígena ha sido la base de su propia epistemología y que se mantiene presente en la memoria social individual y colectiva de sus miembros (Quintriqueo, Quilaqueo, Gutiérrez y Peña-Cortés, 2015). El saber indígena del pueblo *mapuche* se refleja en lo planteado por Jamioy, por ello, su base epistémica pragmática no es comprobable, sólo existe y es en su contexto, pues no ha sido sistematizada ni modelada como ramas científicas de su conocimiento, como lo ha sido el conocimiento occidental. Actualmente, el conocimiento mapuche mantiene los elementos del pasado que sustentan su construcción y, a la vez, reflejan los cambios y adaptaciones que han ido surgiendo con el paso del tiempo, a partir de las relaciones interculturales con otras culturas y principalmente con la sociedad occidental chilena (Quintriqueo, Quilaqueo, Gutiérrez y Peña-Cortés, 2015).

Quintriqueo y Torres (2013) definen la epistemología mapuche como *konünpa kimün*, donde: 1) *kon*: indica la acción de entrar, lograr un conocimiento nuevo o traer aquello que está en la memoria individual y social; 2) *ün*: terminación verbal en primera persona, en tiempo pasado; y 3) *pa*: partícula que asevera la realización de la acción del verbo que le precede. Por su parte: a) *kim*: refiere a aquello que es sabido, información, saber y conocimiento; y 2) *mün*: refiere al objeto del saber y del conocimiento (p. 201). Desde este punto de vista en la epistemología mapuche, *konünpa kimün*, el conocimiento está explícito en el sentido y significado de la palabra asociada, directamente, a la memoria social, individual y colectiva del conocimiento propio y su manera de comprender la realidad en que están insertos como comunidad. En su práctica diaria está implícito ese conocimiento y se pone en juego y se transfiere en la praxis.

La problemática que identifican Quintriqueo y Torres, en torno a la epistemología mapuche, es poner de manifiesto los tipos de conocimientos educativos propios de la cultura, los criterios de verdad, las fuentes de origen y los diferentes elementos involucrados en la relación sujeto (S) que conoce y objeto (O) de conocimiento en un juego de lenguaje específico (Quintriqueo y Torres, 2013). Desde el análisis que estos autores hacen a los planteamientos de Hessen (1925) y de Izquierdo (1999), el conocimiento no es nada más que una transferencia de las propiedades del objeto hacia el sujeto (p.202).

Ahora bien, cada contexto da sentido y significa a los objetos que serán aprendidos por el sujeto, así sucede con los currículos en todo el mundo. En educación matemática, hay grupos de expertos que determinan los objetos matemáticos que deben ser aprendidos por sujetos, aprendices, en un sistema escolar, contexto. Lo lógico sería, que estas decisiones consideraran las particularidades de los sujetos en su contexto y la manera en que éste se relaciona con el objeto. Con esto queremos decir, que si el objeto de estudio no es situado en la lógica epistémica del juego del lenguaje en que tendrán lugar sus usos (Wittggenstein, 1953), el sujeto que aprende no puede dar sentido y significado al objeto que debe aprender y por ende la relación S-O será unidireccional y memorística en ese tiempo y espacio.

Retomando la idea de la necesidad de develar los distintos conocimientos mapuche y sin ser exhaustivos ni profundizar en su caracterización y análisis, en este apartado planteamos algunos elementos que surgieron en nuestra investigación y que son parte del conocimiento epistémico mapuche.

El pueblo mapuche, es una de nuestras culturas milenarias del continente Americano, *Abya-Yala*[4]. Su cosmovisión y filosofía se basan en la 'circularidad del universo', 'la dualidad permanente', 'la inmaterialidad no existe, todo es materia', 'el mundo cíclico', 'la Sabiduría innata del *Che*[5]', '*Tañi-Chegen*, importancia del ser gente', 'El *Zuam*[6] y otros conceptos del *Che*'. Dos principios, fundamentales, sustentan la sistematización del conocimiento mapuche (Consejo Nacional de la Cultura y las Artes, 2012), desde que nuestro pueblo tomó conciencia de su existencia, y es, 'la lengua vernácula, el mapuzugun[7]', a través del cual se ha expresado todo el descubrimiento hecho en los miles de años de observación; y los '*epew*', metáforas de la observación permanente de la naturaleza, que se relatan en forma de cuentos y que las culturas dominantes han tratado de menospreciar llamándolas mitos. Hay estudios que calculan la aparición de la

---

[4] *Abya-Yala*: Nombre dado al continente americano, su significado literal es 'Tierra en plena madurez o tierra de sangre vital'.
[5] *Che*: Palaba en Mapuzugun que significa 'gente'. Mapuche significa 'Gente de la Tierra'
[6] *Meli Zuam*: En mapuzugun se refiere a *Meli witxan mapu*'los cuatro lados de la tierra'
[7] Mapuzugun: La palabra original es *Mapuzungun*, en que *Mapu* significa 'tierra' y *zungun* 'hablar o lenguaje', es decir, es el 'hablar de la tierra'. Su pronunciación suena parecido a una 'd' y 'z' o 'th' en inglés, en thanks, por ello el cambio de grafema 'D' por 'Z', quedando 'mapuzugun' (ver CONADI, 2005)

voz humana sobre los 30 mil años, el mapuzugun por lo menos tiene unos 12 mil años (Ñanculef, 2016). La sabiduría del pueblo mapuche ha mantenido su conocimiento y ha sido capaz de ponerlo de manifiesto a pesar de los constantes intentos de aculturación a que se han visto sometidos por parte de las culturas dominantes.

Su conocimiento de distintas ciencias como la matemática, filosofía, botánica, medicina, cosmología, astronomía, etc. (Ñanculef, 2016), se inscribe en su lengua vernácula, mapuzugun, el hablar de la tierra; por ello lo que expresan es todo aquello que el pueblo *mapuche* ha practicado a lo largo de su historia y lo que no ha conocido, simplemente, no está en lengua mapuche, como lo es caballo, vaca, etcétera (Ñanculef, 2001). Según los *Kimche* y *Machi*, 'sabios mapuche', observando el cosmos han ido generando el '*Meli-Witxan-Mapu*', ciencia de la 'cosmología mapuche'. Éste conocimiento les permitió establecer un calendario lunar, '*Rakin Txipantu'* con el que han contado los ciclos de sucesos cósmicos y sus fenómenos, registrándolos en el '*püron*'[8], especie de kipu mapuche y en su *Kimün*[9].

> En algunas partes registraban con el nudo en lanas, en otras partes con distintas semillas, también se ha escuchado por ahí que hacían marcas. Contaban y registraban, pero en todas partes no se hacía igual [E3-ET2-K3][10]
>
> Decían *kuyfi*, hace mucho tiempo, para registrar dejaban amarrado en lanas de colores con nudos y los tenía colgados por ahí. Algunos tenían varios colores, por eso le decía ¿por qué tendrá tanta cosa de brujo?, por tanto nudo de colores que tenía colgados. Eso de que era cosa de brujo se aprendió del *winka* (persona no mapuche), pero ahora sabemos que era su forma de registrar [E3-ET1-K2]
>
> También para contar los años de los hijos y ellos sabían qué color identificaba cada cosa, y así sabían cuándo debían empezar la escuela [E3-K4]
>
> El *kipu* está definido como *aymara*, pero los mapuche lo tenían también. Yo sostengo que es una palabra mapuche, los *aymara* dicen que es una palabra aymara. Tenemos varias coincidencia, por ejemplo *waragka, pataka*, son igual en ambos pueblos. Entonces ¿quién le prestó a quién?, no lo podemos afirmar ahora. Con el *kipu* pasa igual. El *püron* es el puntito (.), hemos inferido que el puntito es un nudo, pero por analogía *püron* es nudo. Se dice que el *kipu* era como el de los museos, tenía varias lanas de colores, al parecer el color indicaba un determinado elemento o una posición como unidad o decena. Igual era todo un enredo, no es tan fácil comprenderlo [E1-K1]

Algunos de nuestros participantes en el trabajo de campo, comentaron esto del *kipu* mapuche o *püron*. No obstante, no hay investigación sobre el registro que llevaban los mapuche, como tampoco sobre el *püron o kipu* mapuche. Sí sabemos que por su

---

8 *Püron*: Artefacto mapuche de hilos verticales sueltos, en las que registran a través de nudos. Habían de colores.
9 *Kimün:* Conocimiento Mapuche
10 [E3-ET2-K3: Usaremos este modo de referir a los sujetos participantes en las entrevistas realizadas. E3, Entrevista 3; ET2, Educador Tradicional 2; K3, *Kimche* 3. (Véase anexo 3).

historia, ellos tuvieron intercambio cultural con los inkas y por los relatos, también registraban lo que para ellos era importante.

De acuerdo al r*akin txipantu*, calendario mapuche y su registro, el año 2013, en que han pasado 472 años de la llegada de los españoles al Chile mapuche en 1536 y 1541 según el calendario Gregoriano (Ñanculef, 2001), el pueblo mapuche celebra en el *we txipantu*[11] el fin del año 12.479, *mari epu waragka meli pataka reqle mari aylla* (Ñanculef, 2001). Otro aspecto importante a destacar es el '*txafkintu*', intercambio, a cuya acción la cultura dominante le llamó 'trueque', que significa intercambiar bienes y servicios, sin la mediación del dinero. Pero cuando se hace mención al trueque, se cree que éste se realizaba de manera proporcional a los bienes y servicios que se intercambian. En este sentido Juan Ñanculef Huaiquinao, *Kimche*, investigador e historiador mapuche nos explica que el intercambio entre los mapuche no tenía un sentido comercial ni económico. Se realizaba como una acción humana, un proceso social en que no sólo intercambiaban alimentos, también sus linajes, sus *kimün, tótem*[12]; es decir después del primer intercambio ya se consideraban hermanos. Esta forma de intercambio con los españoles fue cambiando en el proceso de aculturación; en un principio se intercambiaban bienes que no guardaban relación proporcional de acuerdo al valor comercial que cada uno de ellos tenía y en el cual los mapuche estaban en desmedro y los *wingka o winka*[13], como ellos le llamaban a la gente de otra sangre, se vieron beneficiados. Al transcurrir el tiempo de aculturación y adaptación del pueblo mapuche a esta nueva forma de organización socio-político, aprendieron de los *winka* y comenzaron a valorar sus bienes para transarlos con los españoles. Es así como acordaron, que la moneda mapuche sería el animal, '*Kullin*', que se mantuvo por más de 300 años en la relación comercial con los españoles; desde esta nueva concepción tantos *chil-li* (Llamas) o tantos *weke* (Guanacos) podía costar un lote de género o un caballo o una vaca, es decir fue la base del intercambio de los mapuche con los *winkas* (Ñanculef, 2001).

En cuanto a la ciencia que nos ocupa en este estudio, el pueblo mapuche ha tenido un conocimiento pragmático del análisis de tiempo y espacio, para el cual su sistema

[11] Significa "regreso del sol". Inicio de un nuevo ciclo, en español es un nuevo año. Tiene el sentido de renovación del compromiso y las formas de cómo se relaciona el mapuche con la naturaleza.
[12] Era el animal, objeto o fenómeno de la naturaleza que representaba al grupo familiar o linaje.
[13] Nombre para referirse a los invasores españoles, representaba el 'nuevo inka', nuevo invasor. Actualmente lo utilizan para referirse a personas criollas o mestizas no mapuche.

numérico, simple, lógico y regular, les ha permitido contar y llevar registro de una serie de acontecimientos como: ciclos de la tierra; los fenómenos del universo y la naturaleza; años de las personas; establecer un calendario; cantidad de animales de cada familia; cantidad de terreno e integrantes de una familia, *lof, rewe*[14]; número de hijos; fecha de nacimiento; reparto de tierras; etcétera. Para ello, han cultivado su propio conocimiento matemático que se basa en un sistema de numeración decimal regular, como podremos apreciar en el siguiente apartado. Las características de su *rakin*, sistema numeral, les ha permitido históricamente describir los fenómenos observados para desarrollar su *kimün*, conocimiento ancestral.

> (…) Para el sabio mapuche, observar una noche estrellada era observar un cuaderno de cálculos (…) [E1-K1].

El conocimiento matemático, era tan importante como cualquier otro conocimiento, pues es la base del análisis del *meli witxan mapu*, los cuatro tirantes de la tierra, conocido como los cuatro puntos cardinales. *El meli witxan mapu constituye los cimientos del análisis de la filosofía y la epistemología mapuche". (Ñanculef, 2016, p.24).*

El *meli witxan mapu* es el compendio de la cosmología *mapuche*, donde el tiempo es tridimensional y el espacio es cíclico y circular (Ñanculef, 2016). Ñanculef, en su último libro, hace una descripción más detalla de su cultura, así nos habla de cómo el *inarrumen*, observación sistemática, de los fenómenos naturales y del cosmos les permitió establecer su calendario de 13 meses, *rakin txipantuwe*, con un ciclo lunar de 28 días. Establecieron el nuevo año, el 24 de junio al producirse el solsticio de invierno en la zona *mapuche*; conocieron las estaciones del año estableciendo el tiempo de la cosecha, de la siembra y descanso de la tierra. Les permitió establecer su organización sociopolítica que en la base está el '*lof*' con su líder, luego una alianza de 9 '*lof*' formaban un '*rewe*' y se elegía un *logko* de *logko* (líder político) y se le llamaba '*übmeh*' (persona de gran riqueza y generosidad). Finalmente, se conformaba la federación de '*rewe*', en esta se asociaban 9 *rewe* y formaban los '*aylla-rewe'*, los que finalmente se componían por 81 *lof*, y eran dirigidos por un '*übmeh fütxa logko'*. Este era el cargo político más alto y cuyo símbolo del cargo era el '*toki kura'* (especie de hacha de piedra símbolo de autoridad). Se ha escrito mucho sobre el '*toki*' como el gran jefe, pues como señala Ñanculef (2016) se confundió el cargo con el símbolo.

---

[14] *Lof y rewe*, organización territorial y política del mapuche.

Las primeras caracterizaciones del *rakin*, como sistema de contar, es con la llegada de los españoles en el siglo XVII; el aporte de Valdivia es una de las bases para comprender la existencia de un conocimiento matemático mapuche. Luego, han habido otros estudios que basados en los aportes de Valdivia, han descrito dicho conocimiento matemático, sin llegar a establecer la existencia de un sistema de numeración simbólico.

La investigación histórica de la matemática mapuche, descrita principalmente, por los misioneros llegados a tierras mapuche en la época de la colonia, se dedican a describir la gramática mapuche*,* pero no se introducen en el conocimiento cultural de este pueblo. No intentaron conocer y comprender la realidad mapuche expresada a través de su lengua. Luego Augusta en 1903, hace una descripción más detallada de la numeración mapuche y los define en cardinales, ordinales, partitivos, múltiplos (Figura 2.1).

Numerales.

A. Cardinales.

1	kiñe	30	küla mari
2	epu	40	meli mari
3	küla	50	kechu mari
4	meli	60	kayu mari
5	kechu	70	reqle mari
6	kayu	80	pura mari
7	relqe, reqle	90	ailla mari
8	pura	100	pataka ó kiñe pataka
9	ailla	101	pataka ka kiñe
10	mari ó kiñe mari	102	pataka ka epu
11	mari kiñe ó kiñe mari kiñe	112	pataka kiñe mari epu
12	mari epu	195	pataka ailla mari kechu
13	mari küla	200	epu pataka
14	mari meli	300	küla pataka
15	mari kechu	400	meli pataka
16	mari kayu	500	kechu pataka
17	mari reqle	900	ailla pataka
18	mari pura	1000	waraṇka ó kiñe waraṇka
19	mari ailla	2000	epu waraṇka
20	epu mari	10000	kiñe mari waraṇka
21	epu mari kiñe	20000	epu mari waraṇka
22	epu mari epu	100000	pataka waraṇka
23	epu mari küla	900000	ailla pataka waraṇka
24	epu mari meli	1000000	millon ó kiñe millon

526 kechu pataka epu mari kayu.
6638 kayu waraṇka kayu pataka küla mari pura.
24621 epu mari meli waraṇka, kayu pataka epu mari kiñe.
2702315 epu millon, reqle pataka ka epu waraṇka, küla pataka kiñe mari kechu.

B. Ordinales.

El	1.º	*kiñeṇelu kiñelelu, wənen, wəneṇelu, wənelelu*
»	2.º	*epuṇelu, epulelu, inan, inanṇelu*
»	3.º	*külaṇelu, külalelu*
»	4.º	*meliṇelu, melilelu*
»	5.º	*kechuṇelu*
»	6.º	*kayuṇelu*
»	10.º	*mariṇelu*
»	11.º	*mari kiñe ṇelu*
»	12.º	*mari epu ṇelu*
»	33.º	*küla mari külaṇelu.*

Reglas:

1.º Se forman los ordinales agregando al numeral cardinal, *ṇelu,* que es el participio del verbo *ṇen,* ó *lelu.*

Aunque la lengua tenga numerales ordinales, parece que no se usan con frecuencia, excepto *wənen* é *inan.*

2.º Las formas en *ṇelu* y *lelu* son participios y se posponen al sustantivo; sustituyéndose *lu* por *chi* se adjetivan, entonces se le anteponen.

Carles tercero,	*külaṇechi Karlos*
Carlos quinto,	*kechuṇechi Karlos*
Fernando primero,	*wənen Fernando*
Capítulo primero,	*wənen kapítulo*
Lección doce,	*leccion mari epu ó mari epuṇelu, ó mari epuṇechi lección.*

C. Partitivos.

Raṇiñ / *llaq* } medio, la mitad.

Raṇiñ apoi, está medio lleno; *kiñe raṇiñ kofke,* medio pan; *kiñe raṇiñ tripantu,* medio año. *Kiñe tripantu ka llaq,* año y medio; *kiñe küyen· ka llaq,* mes y medio. *Raṇíñraṇin, lláqillaq,* primero una mitad, después otra.

Nota: Los indios no conocen las fracciones; pero parece que no habría inconveniente en adoptar las denominaciones que á continuación se expresan, ya que se asimilan al genio y á la índole del idioma.

1/3 *küla wədkanṇelu ñi kiñe wədkan*, esto es: lá cosa dividida en tres partes una de sus partes, ó al revés: *ñi kiñe wədkan ta küla wədkanṇelu.*

2/3 *küla wədkanṇelu ñi epu wədkan* ó *ñi epu wədkan ta küla wədkanṇelu.*

Eluen ñi epu wədkan ta küla wədkanṇechi fara təfachi pañu.
Dame dos tercios (de yara) de este paño.

D. Distributivos.

Se hacen distributivos los cardinales agregándoles la partícula *ke.*

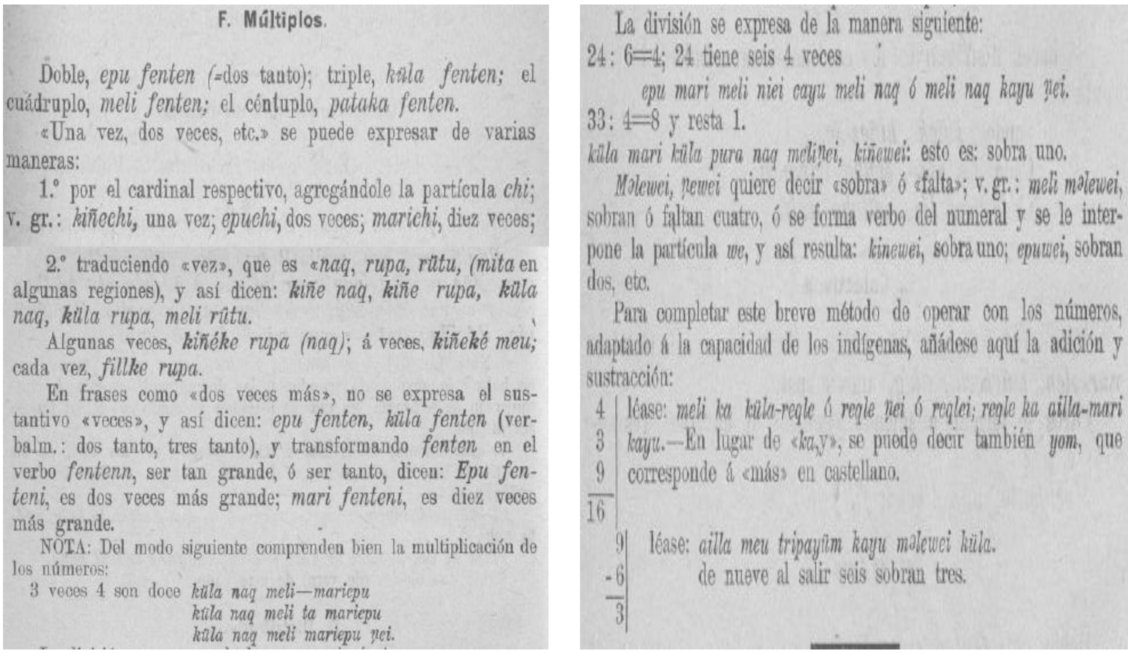
Seudos, *kiñeke, kiñekiñe.*
Cada dos años, *epuke tripantu.*
Cada tres días, *külake antü.*

E. Colectivos.

Kine mür, un par; *kiñe mür maikoño,* un par de tórtolas; *mürkəlen, mürkechi, ñidq,* ambos sust.

Otros se forman añadiendo «*ṇentu*» al cardinal respectivo; v. gr.:

Mariṇentu, una docena; *fillṇentu,* todos sust..



F. Múltiplos.

Doble, *epu fenten* (=dos tanto); triple, *küla fenten;* el cuádruplo, *meli fenten;* el céntuplo, *pataka fenten.*

«Una vez, dos veces, etc.» se puede expresar de varias maneras:

1.° por el cardinal respectivo, agregándole la partícula *chi*; v. gr.: *kiñechi*, una vez; *epuchi*, dos veces; *marichi*, diez veces;

2.° traduciendo «vez», que es «*naq, rupa, rütu, (mita* en algunas regiones), y así dicen: *kiñe naq, kiñe rupa, küla naq, küla rupa, meli rütu.*

Algunas veces, *kiñéke rupa (naq)*; á veces, *kiñeké meu;* cada vez, *fillke rupa.*

En frases como «dos veces más», no se expresa el sustantivo «veces», y así dicen: *epu fenten, küla fenten* (verbalm.: dos tanto, tres tanto), y transformando *fenten* en el verbo *fentenn*, ser tan grande, ó ser tanto, dicen: *Epu fenteni*, es dos veces más grande; *mari fenteni*, es diez veces más grande.

NOTA: Del modo siguiente comprenden bien la multiplicación de los números:

3 veces 4 son doce *küla naq meli—mariepu*
küla naq meli ta mariepu
küla naq meli mariepu ṇei.

La división se expresa de la manera siguiente:

24 : 6=4; 24 tiene seis 4 veces
epu mari meli niei cayu meli naq ó meli naq kayu ṇei.

33 : 4=8 y resta 1.
küla mari küla pura naq meliṇei, kiñewei: esto es: sobra uno.

Məlewei, ṇewei quiere decir «sobra» ó «falta»; v. gr.: *meli məlewei*, sobran ó faltan cuatro, ó se forma verbo del numeral y se le interpone la partícula *we*, y así resulta: *kinewei*, sobra uno; *epuwei*, sobran dos, etc.

Para completar este breve método de operar con los números, adaptado á la capacidad de los indígenas, añádese aquí la adición y sustracción:

4 | léase: *meli ka küla-reqle ó reqle ṇei ó reqlei; reqle ka ailla-mari*
3 | *kayu.*—En lugar de «*ka,y*», se puede decir también *yom*, que
9 | corresponde á «más» en castellano.
16 |

9 | léase: *ailla meu tripayüm kayu məlewci küla.*
-6 | de nueve al salir seis sobran tres.
3 |

Figura 2.1. Matemática *mapuche* descrita por Augusta de, 1903

También describe las operaciones aritméticas utilizadas por mapuche en esa época, como vemos en la figura 2.1. El lenguaje, como toda forma de expresión, se constituye en el instrumento esencial de comprensión de la realidad que nos rodea y por tanto compromete un razonamiento lógico y coherente del sujeto participante; modelando, de esta manera, el marco conceptual e interpretativo del pensamiento lógico del sujeto (Milla, 1990). Milla (1990) y Araujo (2008) plantean que el conocimiento matemático indígena, expresado en distintos modos de lenguajes, se constituye en una forma de pensamiento que preserva la identidad y se expresa en tres niveles de significación: 1) como visión de mundo, cosmovisión sobre el mundo físico, sobre el entorno natural y social; 2) cosmogonía, donde se explica los orígenes y poderes espirituales que permiten interpretar las concepciones sobre los elementos objetivos y subjetivos; y 3) la cosmología, que expresa los conceptos de orden, número, ritmo, lógica y percepciones del tiempo y del espacio.

Efectivamente, como lo describen estos autores los números mapuche no sólo tiene una concepción de utilidad en la vida cotidiana, pues cada número tiene un significado cosmológico presente en su cosmovisión. Algunos ejemplos de ello, los describe Ñanculef (2016) en su libro (p. 85). El *mari epu* (12) es muy importante, porque las machi lo citan en sus rogativas cuando se entrega a las fuerzas y energías cósmicas del sistema solar, es decir, para ellos son las doce entidades tutelas del cosmos. El *waragka* (1.000) es una unidad cósmica, relacionada con la dimensión espiritual. Es decir, es el *txipantu* o año cósmico y para ello cada *epu waragka txipantu* (12.000 años) sucede un proceso cósmico en el que los sistemas, incluido el sistema solar, pasarán por diferentes estados y se producen grandes catástrofes. Así, ellos sabían que en su año 12.000 sucederían grandes cambios y profetizaron la llegada del hombre extraño (españoles) a sus tierras. Según esta visión, la llegada de los españoles al territorio *mapuche* se produjo el año 12.007 del calendario mapuche. El número *meli* (4), también posee significado en tanto, representa el *meli witxan mapu*, los cuatro tirantes de la tierra, conocido por nosotros como los 4 puntos cardinales; las cuatro energías: *mapu*, tierra, *ko*, agua, *kürüf,* aire y *kütxal*, fuego. El *epu* (2) es uno de números más importantes, pues todo es dual y para que exista uno debe haber dos. El dos lo vemos en las siguientes dualidades: *kuze – fücha*, anciano y anciana; *ülcha – weche*, doncella y hombre joven; arriba y abajo, que para ellos es fundamental pues dicen *"chumley ta wenu mapu, ka feley ta nag mapu', tal como es arriba, así es abajo*" (Ñanculef, 2016, p. 85). El *aylla* (9), ya lo explicamos en detalle, está en la base de su organización territorial y política. No puedo de dejar de mencionar a mari (10), pues creo que la cultura criolla en Chile tiene muy claro lo que significa '*marichiwew*', diez veces venceremos. Hay mucho más, sin embargo, queremos establecer que la numerología en la cultura *mapuche*, tiene significados que van más allá de su significado matemático y que, obviamente, merece más investigación.

En la actualidad este conocimiento está presente en la memoria social individual y colectica de los *kimche* y *machi* mapuche, es reconocido por la EIB en los diferentes documentos oficiales emanados de la institucionalidad chilena. Por otra parte y como veremos en el siguiente capítulo, está presente en los libros de textos en mapuzugun. Nuestro trabajo intenta un primer acercamiento de estas dos racionalidades epistémicas que co-existen en aulas de las escuelas situadas en contexto mapuche, a fin de disminuir la distancia epistémica entre el conocimiento matemático escolar y mapuche en las escuelas situadas.

1.1.2. Pedagogía *mapuche*

La pedagogía mapuche es la metodología por excelencia que debiera implementar la EIB en las escuelas situadas en contexto mapuche. Sin embargo, la EIB se ha escolarizado, lo que implica la enseñanza de la lengua mapuche con la misma metodología de educación monocultural imperante en las escuelas de nuestro territorio.

> (…) cuando se comienza a implementar obligatoriamente la EIB el año 2010, se hace desde la cultura dominante, ahí es donde se produce la escolarización. Escolarización en un mal sentido de la palabra, es decir, asumimos que escolarizarse es hacer una clase tradicional, frontal, tomar

> una actitud frente a los chicos de poder. Todo eso, y más, para nosotros es escolarizarse (…) [GF1-P1-DE[15]].
>
> (…) También digo en un mal sentido, porque si estuviéramos hablando de otra asignatura que no sea ‘mapuzugun’ y viera que esa clase está construida bajo esos parámetros, yo diría que no es positivo. Esa forma de ver lo escolar no me parece adecuada, yo entiendo que hoy en día la educación necesita un cambio. No significa que sólo en la asignatura ‘mapuzugun’ haremos las clases más interactivas, que trabajaremos más horizontalmente, que vamos a promover el dialogo, salir más a terreno, etcétera y en otras clases no. Al contrario, yo creo que eso es válido para todas las clases y asignaturas (…) [GF1-P1-DE].

Estos diálogos describen cómo se percibe la implementación del programa de EIB aun cuando estas escuelas estén situadas en comunidades mapuche. Es decir, estas escuelas situadas en comunidades mapuche no son escuelas inmersas en la cultura local, aun cuando implementan el programa de EIB. Esto reafirma los planteamientos de Mampaey y Zanoni (2015) sobre la educación monocultural en tanto ‘racismo institucional’ que excluye el conocimiento local y el conocimiento de la cultura de origen de sus estudiantes, que en nuestro caso corresponde a más del 70% los estudiantes que asisten a las escuelas situadas y son de ascendencia mapuche (I. Municipalidad de Galvarino, PLADECO[16], 2014).

En relación a la formación del niño mapuche, a diferencia de la cultura occidentalizada, éste aprende en la vida cotidiana junto a sus padres, familia y ‘*lof*’, unidad territorial. Los niños mapuche no se educan en un aula de cuatro paredes con imágenes que ilustran el mundo y el contexto ajeno a su entorno local. La formación en la cultura *mapuche*, como en muchos otros pueblos indígenas, es a través del ‘aprender haciendo’, es decir, participando de sus costumbres y tradiciones, asumiendo roles y responsabilidades desde pequeños, guiados por los adultos (familia, sabios y autoridades del *lof*). Una metodología en la praxis, *küme felem* (Ñanculef, 2016), que le permite al niño experimentar, equivocarse, mejorar, significar el aprendizaje y lo más importante mantener su visión de mundo en tanto relación hombre y ecosistema. Tal como lo planteaba Paulo Freire la educación verdadera “*es praxis, reflexión y acción del hombre sobre el mundo para transformarlo*” (Freire, 1978, p. VII)

La educación formal, monocultural y occidentalizada, separa al niño mapuche de la relación con su cultura, la biodiversidad y comienza su proceso de aculturación. En su comunidad, los niños mapuche, cuentan desde muy pequeños animales, alimentos,

---

[15] [GF1-P1-DE]: Usaremos este modo de referir a los sujetos participantes en los Grupos Focalizados. GF1, Grupo Focal 1; P1, Profesor 1; DE, Departamento Municipal. (Véase anexo 2)

[16] PLADECO es el Plan de Desarrollo Comunal. Este documento lo desarrollan todas las municipales del país.

árboles y plantas nativas, fauna nativa, sus cultivos, la madera para el fogón, algunos aspectos rituales como las vueltas en el *gillatun*, ritual de religiosidad y sabiduría, y otras cuestiones propias de su contexto. Este conocimiento en mapuzugun, cambia cuando el niño mapuche comienza la escuela, porque, ya no se cuenta en mapuzugun ni se cuentan cosas reales y significativas para él, no se vive su cultura ni tradiciones en la escuela.

Hay autores que han identificado algunas metodologías de enseñanza en la cultura mapuche. Quintriqueo, Quilaqueo, Gutierrez y Peña-Cortés (2015) menciona algunas como*: inatuzugun*, estudiar, buscar, indagar; *mümülkan*, construcción del conocimiento respecto de un objeto; *zapilüwün*, razonamiento sobre el aprendizaje y la comprensión. Estos autores también plantean algunos métodos como: *gübam*, estructuración de un proceso de aprendizaje intencionado; *wewpin*, técnica discursiva caracterizada por la discusión y contraposición de saberes, conocimientos y argumentos; *wixankontuwün*, relación social en que un sujeto se expone al conocimiento para respetarlo; *nüxam*, conversación estructurada en base a un objeto de aprendizaje; *pentukuwün*, discurso y práctica social para intercambiar saberes. Otro autor que ha escrito bastante sobre la praxis y educación mapuche es Ñanculef, *kimche* e historiador mapuche, entrevistado en nuestro trabajo de campo. Ñanculef (2016) plantea que el *küme felen*, la praxis, está en la formación de una sociedad productiva, es decir, sin separar la institución educativa de las restantes instituciones sociales como se hace ahora, que al niño se le separa de las actividades productivas, económicas, domésticas, rituales y ceremoniales y se le encierra en la cultura de los libros, como único conocimiento verdadero y generalizable. Este autor plantea "*nosotros no aprendemos cómo hacer las cosas, sino aprendemos, simplemente a, hacer las cosas*" (p.21). Esta metodología de aprender haciendo, sostiene, "*no condiciona la forma de pensar, sentir y actuar del educando, sino que aprende y recrea el conocimiento en la misma realidad objetiva*" (Ñanculef, 2016, p.21). Entre las metodologías que Ñanculef describe está: *inarumen,* observar como proceso consciente; *epew*, cuentos, metáforas que se constituyen en el pilar ontológico de la creación del mundo *mapuche*; *wewpitun*, discursos en los rituales; ceremonia rituales como el *gillatun, llellipun, añüñmayafiyiñ, machitún*, entre otros; *piam*, ilustraciones; *gülam*, consejo, recomendación; *koyaqtun*, parlamentar; *palin*, juego ancestral; entre otras.

Para resumir lo anterior, podemos señalar que con más investigación empírica se puede establecer no sólo los fines educativos para las escuelas situadas, sino también, las metodologías de una pedagogía apropiada basada en la pedagogía mapuche. Con estos planteamientos se pueden trabajar en la elaboración del material, planear la enseñanza en contextos concretos y reales, para sentar las bases que permitan al estudiante mapuche transitar de un contexto a otro aplicando el conocimiento matemático adecuado al juego de lenguaje en que tendrá lugar su uso. Hoy la lejanía entre mundo abstracto de las matemáticas escolares y el mundo real cotidiano, provoca mucha frustración en los estudiantes en tanto, ellos no aprecian el valor de uso del conocimiento matemático en cualquier contexto. Incluso podemos observar esta distancia en los discursos de los adultos, pues ellos no reconocen la matemática, escolar o mapuche, que aplican en sus tareas cotidianas.

Por ello, la importancia de acercamiento epistémico y metodológico en la enseñanza de la matemática escolar en las escuelas situadas en contexto mapuche, en tanto permitirá un rescate del conocimiento propio de la cultura local y su articulación con el conocimiento escolar desde un enfoque crítico. Esto es, el desarrollo del pensamiento crítico mediante el análisis y reflexión sobre los distintos conocimientos que co-existen en el aula de las escuelas situadas, valorando cada uno de ellos para el uso de acuerdo al el contexto y al porvenir de cada estudiante.

1.2. ENFOQUE SOCIOCULTURAL

Son muchas las investigaciones desde un enfoque sociocultural que abordan cuestiones que tienen que ver con: la lengua de instrucción en el aula de matemáticas, lenguaje y aprendizaje de la matemática, aula de matemáticas multicultural, matemática y bilingüismo o multilingüismo, conocimientos matemáticos y culturales, distancia epistémica entre el conocimiento matemático escolar y étnico, descripción de matemáticas indígenas, la matemática presente en actividades extraescolares, matemáticas en la vida cotidiana, entre muchas otras. Sin ser exhaustivos, pretendemos describir dentro de este enfoque, aquellos elementos, de algunos autores, que nos permitieron posicionarnos en un paradigma socio-crítico y observar lo que está sucediendo con la enseñanza de la matemática escolar en las escuelas situadas en contexto mapuche en una comuna de la región de La Araucanía en Chile.

Aun cuando, hablaremos de ‘cultura’ en todo este apartado y en general en nuestra investigación, queremos hacer una breve descripción del concepto ‘cultura’ y nuestro posicionamiento frente a él en un sub-apartado, para luego describir los enfoques teóricos que permitieron orientar nuestra investigación y focalizar la atención en cuestiones concretas que reportaremos más adelante.

1.2.1. Enseñanza de la matemática y Cultura

La actual sociedad crecientemente multicultural, producto de la globalización, genera un constante cuestionamiento de las políticas educacionales en el mundo y los aportes de diversas investigaciones sobre el conocimiento 'como producto social y cultural' han contribuido a ello desde distintos enfoque. En ellos se transmiten los valores y creencias de la 'educación matemática', que para Bishop (1999) es 'una manera de conocer' (p.20). Por ello, antes de introducirnos a los enfoques teóricos en educación matemática y cultura, queremos establecer el concepto de 'cultura' para nuestro trabajo.

Varios autores desde la antropología han intentado definir el concepto 'cultura', pues cada vez es más habitual el uso de este concepto en la literatura científica en distintas áreas del conocimiento. Tylor (1871) describe el concepto de cultura como "*la cultura o civilización, tomada en un sentido etnográfico amplio, es la totalidad compleja que incluye conocimientos, creencias, artes, moralidades, leyes, costumbres y cualquier otra capacidad y hábitos adquiridos por el hombre como miembro de la sociedad*" (p.64).

Geertz (1996) en su obra original 'The Interpretation of Cultures', plantea que

> "*La cultura denota un esquema históricamente transmitido de significaciones representadas en símbolos, un sistema de concepciones heredadas y expresadas en formas simbólicas por medios con los cuales los hombres comunican, perpetúan y desarrollan su conocimiento y sus actitudes frente a la vida*" (p.88).

Wilder, citado en Bishop (1999), plantea que los 'matemáticos' (personas que hacen matemáticas) son un grupo cultural, pues son portadores de la cultura 'matemática'. Con ello se refiere a que este grupo humano comparte las creencias, ideología, valores, entre otros, que se transmiten a través de la 'matemática'. Para Bishop (1999) la educación es escencialmente un proceso social y por tanto la 'educación matemática' también lo es. Este autor hace la distinción entre 'matemática' y 'educación matemática', pues denomina 'cultura matemática' a esa idea de que la matemática es "*en escencia una tecnología simbólica*" (p.36). Bishop (1999) establece seis ideas matemáticas universales desarrolladas en todas las culturas: contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar, argumentando que todas son importantes por separado y en interacción para el desarrollo de ideas matemáticas en cualquier cultura (p.43). Aquí se acuña la idea de matemáticas, en plural, es decir, la existencia de diferentes matemáticas.

Oliveras (2006), luego de su revisión del concepto de cultura hace una síntesis y la define como,

> "*la cultura comprende un conjunto muy amplio de aspectos como son: los semióticos (símbolos, expresiones, formas de comunicación, manifestaciones artísticas), los sociopolíticos (organización del trabajo, de las relaciones sociales y de poder), los interpretativos (mitología y religión), los cognitivos (modos de conocer, ligados al entorno social), los tecnológicos (productos o artefactos, creados con fines de dominio de la naturaleza, o para facilitar el trabajo, o posibilitar el ocio), así como los sistemas de valores y creencias y los aspectos psicosociales, que hacen emerger de los grupos manifestaciones peculiares propias*" (p.130).

En nuestro trabajo hablaremos mucho de la 'cultura mapuche (CM)' y la 'cultura escolar (CE)', pues ambas co-existen en lo que hemos llamado 'escuelas situadas (ES)' en comunidades mapuche. El cómo entendemos la cultura mapuche, escolar y situada se ha explicado en el capítulo 1. Por ello, compartimos la definición de Oliveras (2006), en tanto hemos descrito de manera suscinta la 'epistemología mapuche' como parte de la cultura mapuche y que ha transitado por los distintos aspectos definidos por Oliveras. Sin embargo, queremos precisar que si bien hoy estamos abordando la co-existencia cultural en el aula de matemáticas en las escuelas situadas en contexto *mapuche*, debemos tener claridad y como bien lo plantea Gorgorió, Prat y Santesteban (2006), que en un aula multicultural, en la actualidad, "*la cultura del estudiante es algo poliédrico con muchas facetas y de las cuales sólo algunas son visibles"* (p.10). Pues la identidad de los sujetos se desarrollará de acuerdo a las relaciones con los distintos grupos culturales en los que se desenvuelva, entre ellos el aula de matemáticas, la escuela, su comunidad, etcétera (Gorgorió, Prat y Santesteban, 2006). Estas autoras consideran "*la cultura de un grupo no como algo estático ni monolítico, sino algo que está en constante proceso de creación y recreación*" (p.10).

En la actualidad, en nuestro país, nos encontramos con aulas multiculturales, bilingües y multilingües, producto del actual fenómeno de migración en Latinoamérica. Esto plantea nuevos desafíos para el sistema educativo chileno y sus distintos actores. Por tanto, un problema que evidenciamos en sectores rurales y comunidades indígenas y que hasta hoy sufría de falta de visibilidad, en la actualidad es un problema que se manifiesta con la incorporación, por ejemplo, de los niños haitianos a nuestro sistema escolar, que traen con ellos otra lengua y otra cultura.

1.2.2. Etnomatemática y Matemática crítica

En la comunidad científica, se reconocen los aportes de connotados investigadores de la psicología de la educación, como Vygotsky quien ya en los años 50 nos hablaba del aprendizaje sociocultural del individuo. Han transcurridos varias décadas desde entonces, para ver cómo el mundo, consecuencia de la globalización, es un lugar multicultural donde cotidianamente aprendemos de la cultural del otro.

Al igual que Bishop, D'Ambrosio (2000) en su artículo 'Dimensiones políticas y educacionales de la etnomatemática', expone que el proceso de conquista y colonización instauró la cultura occidental en todo el mundo, mediante la difusión de sus sistemas religiosos, económicos, políticos y del conocimiento científico; exluyendo por completo la historia y el conocimiento de los pueblos conquistados. Luego plantea, que en la actualidad, luego de un largo proceso de descolonización,

> "*Las culturas originarias de nuestros territorios se encuentran en un largo proceso de redescubrir y valorar su historia, conocimientos y tradiciones. Incluido las diferentes maneras de comparar, clasificar, ordenar, cuantificar, inferir, medir y contar, es decir, diferentes maneras de hacer matemáticas*" (D'Ambrosio, 2000, p.439).

Asi está sucediendo con la cultura mapuche, en estos días, hay muchos investigadores desde distintas áreas del conocimiento que se están dado a la tarea de investigar y sistematizar información sobre el conocimiento del pueblo mapuche, incluido el conocimiento matemático.

Enfoques como la Matemática Crítica y la Etnomatemática, han permitido interpretar una serie de cuestiones que no han andado bien en la enseñanza de la matemática luego de la occidentalización de la educación basada en la idea de la modernización (Vithal y Skovsmose, 1997). Cuestiones como la autoridad del profesor capaz de controlar y apaciguar la inquietud de los estudiantes, la resistencia de la matemática formal hacia la interdisciplinariedad (Skovsmose, 1999), la ausencia del componente socio-cultural dentro de la disciplina de las "Matemáticas", la ausencia del desarrollo del pensamiento crítico, entre otras.

Skovsmose (1999, p. 67) plantea (…)

> *"Es importante hacer crítica a la educación si se quiere que ésta no degenere en una manera de socializar efectivamente a los estudiantes en una sociedad tecnológica y, al mismo tiempo, aniquilar la posibilidad de que desarrollen una actitud crítica hacia, justamente, esa misma sociedad".*

En la actualidad son varios los autores que se adhieren a la formación crítica de la ciudadanía y que han aportado a esta visión desde la formación matemática de los ciudadanos, entendiendo que el aprendizaje de la matemática potencia el desarrollo del pensamiento crítico y provee de herramientas cognitivas que permiten desarrollar una actitud crítica frente al acontecer cotidiano de una nación.

En nuestra investigación la etnomatemática nos ha permitido observar las cuestiones sociales y culturales en el conocimiento matemático del pueblo mapuche, mientras que la matemática crítica nos permite fundamentar los aspectos normativos del sistema educativo. Estas visiones nos permiten desarrollar una "alternativa" de educación matemática que exprese la conciencia social y la responsabilidad política (Vithal y Skovsmose, 1997) en la formación de ciudadanos críticos. La etnomatemática nos orienta en la identificación de las competencias matemáticas arraigadas en una cultura, mientras que la matemática crítica ofrece un marco para la contextualización de "liberación" de la idea de modernización que abraza burocracia, capitalismo y opresión (Vithal y Skovsmose, 1997). Abrazamos la idea de liberación que plantea Skovsmose, (1999) cuando es referida a la idea de libertad para pensar, decidir, reflexionar, actuar y de pobreza, opresión, marginación, segregación. En la actualidad, distintas culturas que conviven en este mundo multicultural están en búsqueda de esa liberación y preservar su conocimiento y cosmovisión; sin embargo, son conscientes que es necesario aprender los marcos interpretativos de otras culturas para establecer relaciones dialécticas en igualdad de condiciones disminuyendo las actuales relaciones de poder. Es importante señalar, que producto de la occidentalización del conocimiento matemático, éste domina los currículo en casi todo el mundo; entonces es imprescindible adoptar un visión socio-crítica de la educación matemática para no desraizar al aprendiz de su cultura para pertenecer a otra mediante la adquisición de un nuevo conocimiento matemático, como bien lo plantea Rother, (2005).

En esta lógica se torna relevante uno de los supuestos de la etnomatemática, que plantea que el aprendizaje de la matemática puede ser mejorado si en el proceso de enseñanza y aprendizaje se construye el nuevo conocimiento a partir de la etnomatemática existente en la cultura de origen del estudiante y con la cual está familiarizado.

Los cuestionamientos en materia de matemática y cultura datan de varias décadas atrás, como plantea Gerdes (1996), quien describe que en los años 50 algunos matemáticos, etnógrafos, psicólogos y educadores abordaban cuestiones de esta naturaleza y pueden considerarse como los precursores principales de la etnomatemática. Por otro lado la matemática crítica, también tiene sus orígenes en la educación crítica y la teoría crítica, representada por filósofos, sociólogos, matemáticos, físicos de esa época, quienes inspiraron, en los años 70, las producciones que Skovsmose publicaría más tarde (Skovsmose, 1999). Es decir, desde hace bastante tiempo se viene cuestionando la naturaleza de las matemáticas desde distintos enfoques y por distintos investigadores. A partir de los años 70 se comienza a diversificar entre los matemáticos de la época la necesidad de investigar y reorientar el rol social de la educación matemática. En este contexto se acuña la etnomatemática que tiene su origen en la epistemología y la historia del conocimiento matemático.

Tampoco es nuevo el considerar los aprendizajes previos de los estudiantes a la hora de iniciarlos en un nuevo aprendizaje y más aún si recordamos que desde tiempos remotos hasta hoy, fuera del entorno escolar la mayoría de los niños utilizan los números para: contar, clasificar distintos objetos (color, tamaño, etc.) y cuantificar situaciones de su entorno. Entonces no estamos lejos de comprender que es necesario respetar, valorar e incorporar los conocimientos matemáticos de la cultura de origen de los estudiantes al ingresar a la escuela. Una educación intercultural debiera considerar las prácticas y las percepciones (D´Ambrosio, 1999) de los estudiantes como una base en la cual afianzar el nuevo conocimiento, es decir, considerar su historia individual y su cultura de origen. La etnomatemática es parte de la práctica cotidiana de los estudiantes dentro y fuera de la escuela, por ello reconocerla como una práctica válida refuerza la creatividad, los esfuerzos, el auto-respeto cultural (D´Ambrosio, 2000), en una sociedad multicultural.

En este sentido, toma relevancia considerar las peculiaridades culturales de los estudiantes en el aula de matemáticas a fin de enfrentarlos a situaciones problemas que favorezcan la relación dialógica entre los distintos conocimientos matemáticos a poner en juego y los que se pretende alcanzar, como también instar el pensamiento crítico. Esta actitud hacia el aprendizaje intercultural, en que todos aprendemos del otro, favorece el auto-concepto identitario[17] y las propias raíces culturales.

Vithal y Skovsmose (1997) describen cuatro facetas o campos de estudio de la etnomatemática:

1) Historia de la matemática. Se critica la visión tradicional de la historia de la matemática por ignorar, devaluar, distorsionar o marginar las contribuciones de otras culturas no Europeas al cuerpo de conocimiento referido como matemáticas occidentales.

[17] Identitario: Imagen de uno mismo, legítima y positiva que fortalecen aspectos más profundos y más íntimos de la relación del hombre (individuo, persona) con el mundo y con los otros, pero también consigo mismo (Quintrique y McGinity, 2009).

2) Antropología cultural matemática. Análisis de las matemáticas de culturas tradicionales, pueblos indígenas que pueden haber sido colonizados pero continúan con sus prácticas matemáticas originales. Se han explorado estas prácticas en relación a temas como sistemas numéricos, simbolismo y lenguaje gestual, juegos y rompecabezas, geometría, espacio, formas, patrones, simetría, arte y arquitectura, tiempo, dinero, redes, grafos, dibujos en la arena, relaciones de parentesco y artefactos.
3) Matemáticas en la vida cotidiana. Análisis de las matemáticas usadas por diferentes grupos en entornos de la vida diaria mostrando el conocimiento matemático que se genera en una amplia variedad de contextos, tanto por adultos como por niños.
4) Relaciones entre etnomatemática y educación matemática. Se estudian las conexiones (o falta de ellas) entre las matemáticas encontradas en los contextos de la vida diaria y los correspondientes al sistema de la escuela formal.
A partir de los cuatro puntos propuestos por Vithal y Skovsmose y con el transcurso de nuestra investigación, nos dimos cuenta que era necesario incorporar un quinto campo de estudio y que abordamos en esta investigación de manera exploratoria.
5) Articulación de la etnomatemática y la matemática escolar. Que diese cuenta de la interacción de las relaciones entre la etnomatemática y la matemática escolar, no sólo para señalar sus semejanzas y diferencias o caracterizar la etnomatemática existente en una cultura; sino, además, para comprender dicho conocimiento a fin de proponer diseños didácticos que articulen adecuadamente ambos conocimientos matemáticos en el aula.
En esta investigación estamos interesados en todos los aspectos mencionados por Vithal y Skovsmose, 2, particularizados al caso del pueblo mapuche en Chile. Agregando el quinto campo de estudio, 5) Articulación de la etnomatemática y la matemática escolar, para proponer modelos y niveles de articulación de la etnomatemática mapuche y la matemática escolar en las escuelas situadas en contexto mapuche en Chile.
La etnomatemática está en referencia a grupos sociales y culturales diferenciados, a las concepciones e ideas, conceptos (saberes) y a diversas formas de prácticas socioculturales. En este contexto, "*cada vez que los matemáticos tratan de abordar la etnomatemática, manifiestan diferencias, obstáculos o simplezas para analizarlos y terminan aplicando sólo su óptica profesional y disciplinaria*" (Araujo, 2008, p. 71). En esa perspectiva, la etnomatemática requiere de profesores que se despojen de su visión monocultural, de sus prejuicios y del racismo institucional, producto de su formación

fundada en conocimientos científicos institucionalizados en una sociedad hegemónica en su relación histórica con los pueblos originarios (Quilaqueo y Quintriqueo, 2008).
Por ello, la finalidad de los estudios etnomatemáticos es considerar el contexto sociocultural de los estudiantes, porque la matemática constituye una forma de pensamiento que se preserva en la identidad y se expresa en los tres niveles de significación descritos por Araujo (2008), que mencionamos anteriormente.

Si bien compartimos las apreciaciones de Araujo, nuestra intencionalidad investigativa, asumiendo esta formación 'monocultural occidentalizada', es propiciar un acercamiento epistémico entre los conocimientos matemáticos que co-existen en el aula de matemáticas en escuelas situadas. Por ello, nuestra investigación propicia un modelo de articulación de conocimientos para que la formación del niño mapuche y no mapuche, sea una formación integral crítica que les permita desarrollar competencias matemáticas para interactuar en condiciones de igualdad en cualquier contexto cultural. Como también, que sean ellos los que decidan qué conocimiento matemático aplicar de acuerdo a su interacción con otras culturas, permitiendo minimizar las relaciones de poder, que hoy se presentan entre el que posee un conocimiento 'matemático occidental' y el que no lo posee.

No obstante, la cuestión planteada por Araujo (2008) es un llamado de atención a la investigación en Didáctica de la matemática, en tanto a qué buscamos como investigadores, cómo nos posicionamos frente al conocimiento matemático cultural y cómo aportamos a nuestras naciones en la deconstrucción de un currículo matemático que exprese nuestras necesidades como ciudadanos y que potencie nuestras competencias como constructores de un saber histórico y social presente en la memoria individual y colectica.

1.2.3. Lenguaje y Educación matemática

El lenguaje en la instrucción matemática es un tema relevante, en tanto sabemos que 'el lenguaje es el mediador, por excelencia, de todo aprendizaje'. Aun cuando, cada vez encontramos más investigaciones a nivel internacional, desde la Didáctica de las Matemáticas, que abordan los problemas que surgen a partir de esta relación. En nuestro país, la investigación que aborde el complejo escenario a que se enfrentan los estudiantes mapuche al iniciar su educación obligatoria, es muy incipiente. Estos estudiantes tienen que incorporarse a una nueva comunidad de prácticas, la escuela, con nuevas reglas y códigos ajenos a su cultura de origen (Salas, Godino y Quintriqueo, 2016). También, es incipiente la investigación que aborde la cuestión de la enseñanza de la matemática en contextos bilingües y/o multilingües, para comprender qué sucede con el aprendizaje de la matemática cuando los estudiantes están aprendiendo, a la vez, la lengua en la que se imparte la instrucción. Para nosotros es fundamental la noción de lenguaje, pues todo aprendizaje, en las distintas etapas de la vida, está mediado por el lenguaje como lengua hablada en un contexto social, físico, geográfico y cultural (Salas, Godino y Oliveras, 2015). En este sentido, Bishop (1999) nos recuerda que todos los grupos humanos, sin importar su cultura, se comunican y han desarrollado un tipo de lenguaje, sea hablado o escrito. Reconoce la evolución del lenguaje escrito a partir del lenguaje hablado, no obstante, reconoce que el lenguaje es un producto social y cultural desarrollado a partir de la necesidad de comunicarnos.

Algunos autores como Setati (2008) nos explican el posicionamiento de profesores y estudiantes en relación con el uso del lenguaje en aulas multilingües de matemáticas en Sudáfrica. Plantea dos posicionamientos de los actores: uno se posiciona en relación a que el inglés posee un carácter de poder social y económico, pues el ser fluido en inglés les otorga acceso a los bienes sociales y defienden el inglés como lengua de instrucción. A este grupo no les interesa el carácter epistemológico del conocimiento matemático, en cambio, hay otro grupo que se posiciona en su relación con la matemática y el acceso al conocimiento epistemológico de ésta y plantean el uso de la lengua propia como lengua de instrucción (Setati, 2008)

Mampaey y Zanoni (2015) reportan que en Flandes, Bélgica, la lengua de instrucción es el holandés, pues, entre otras cuestiones, es una condición para el financiamiento público. También, las habilidades en el idioma holandés se consideran fundamentales para el desarrollo de las demás habilidades. Estos autores exponen que los estudiantes inmigrantes recién llegados, son enseñados en clases separadas en las que la instrucción se centra en la adquisición del idioma holandés, para luego de adquirir dicha competencia son integrados en las escuela regular (Mampaey y Zanoni, 2015). En su investigación estos autores exploraron el papel que cumple el personal de la mayoría étnica en 5 escuelas en Flandes, Bélgica, en la reproducción de 'prácticas monoculturales en la escuela' (MCSP) y que los conduce a perpetuar el modelo de educación monocultural de Flandes. En su análisis crítico del discurso de los miembros del personal de las escuelas, dan cuenta de cómo se validan y justifican prácticas monoculturales como el uso obligatorio de la lengua de la mayoría étnica en la instrucción y a la vez la prohibición de las lenguas de las minorías étnicas en la comunicación informal en la escuela y la prohibición de los símbolos religiosos de estas minorías. Las justificaciones del personal reafirman el carácter indiscutible de estas prácticas, aludiendo que son para: fomentar el logro educativo en los estudiantes de las minorías étnicas, mantener el control sobre estos estudiantes, fomentar la futura integración sociocultural y profesional de éstos en la sociedad de Flandes, fomentar las relaciones positivas interétnicas entre estudiantes y entre padres y escuela (Mampaey y Zanoni, 2015), es decir, se posicionan en la postura de poder político de la lengua como acceso a bienes sociales y materiales que plantea Setati. Estos autores exponen la reproducción del 'racismo institucional' pues las relaciones de poder que se establecen entre la mayoría étnica y la minoría étnica, son desiguales. Es muy interesante el aporte de estos autores, pues establecen una relación entre el nivel micro y macro de las prácticas discursivas de los actores en estas escuelas diversas y el modelo de educación monocultural de Flandes (Mampaey y Zanoni, 2015).

Por su parte, Setati (2008) nos hace reflexionar sobre el poder político del lenguaje fuera del contexto educativo y a la vez en el rol político del lenguaje y su uso en las aulas de matemáticas multilingües. Setati nos describe cómo el tema del lenguaje de instrucción siempre ha estado vinculado a la política de dominación y resistencia, como en la época del apartheid en Sudáfrica. En esta época hubo una fuerte oposición al sistema de educativo en bantú, pues los nacionalistas africanos consideran que la asimilación cultural es un medio para liberar a su pueblo de la posición subordinada. Por ello, lucharon, fuertemente, contra el uso de las lenguas africanas en la instrucción escolar, porque ellos consideraban que esta medida era un mecanismo para asegurar que los africanos permanecieran oprimidos (Setati, 2008).

Setati y Moschkovich (2013) describen las tensiones y la complejidad a que se enfrentan los investigadores cuando abordan cuestiones como la enseñanza de las matemáticas en contexto bilingües o multilingües. Estas autoras plantean la cuestión ¿en qué lengua enseñar la matemática en contextos bilingües o multilingües? Y para dar respuestas utilizan la experiencia personal de Setati y las investigaciones que ambas han realizado en este campo de estudio. Destacan que ser bilingüe o multilingüe no es una desventaja, al contrario el aporte de estos sujetos enriquece la discusión matemática y las competencias del lenguaje, lo lamentable es que estos aportes sólo son visibles en ambiente bilingües y no son visibles en ambientes monolingües. Estas autoras plantean, que más que centrarse en qué lenguaje usar en la instrucción matemática, debemos enfocarnos en el aprendizaje matemático y para ello no importa el lenguaje que utilice el estudiante y la combinación que haga de ellos, lenguaje materno y lenguaje de instrucción (Setati y Moschkovich, 2013). Por otra parte, plantean que tener profesores bilingües en las aulas de matemáticas es una situación ideal pero no real, por lo tanto la investigación en esta temática debiera orientarse a pensar en cómo los profesores monolingües pueden apoyar el aprendizaje de las matemáticas en ambientes bilingües o multilingües. Setati plantea que

> *"Aprender matemáticas tiene elementos que son similares a aprender un idioma. Al aprender un idioma, al aprender matemáticas, los estudiantes tienen que aprender nuevas terminologías y símbolos, cómo usarlos en la conversación y las diferentes formas en que la terminología matemática se usa en diferentes contextos"* (Setati y Moschkovich, 2013, p. 126).

Setati es multilingüe en nueve idiomas, cuestión que no es inusual en Sudáfrica pues la mayoría puede hablar a lo menos cuatro idiomas, y ella se enfrentó a esta cuestión de aprender matemáticas en inglés cuando aún no era fluida en esa lengua. Comenzó a estudiar matemáticas en inglés en 5 grado de primaria, entonces gran parte de su aprendizaje se basaba en la memorización, pero no es hasta ahora que reflexiona sobre ello pues, cuando niña no era consciente de esta desventaja (Setati y Moschkovich, 2013).

Moschkovich (2015) en su investigación sobre 'alfabetización académica en matemáticas para estudiantes de inglés' en Estados Unidos, desde un enfoque sociocultural, plantea que: en primer lugar la visión de 'alfabetización académica en matemáticas' a la que su estudio se refiere incluye los aspectos cognitivos, socioculturales y discursivos de la actividad matemática. Esta autora no nos hace reflexionar sobre esta visión integral que "*incluye tres componentes: competencia matemática, práctica matemática y discurso matemático"* (p.43). Mirado desde esta perspectiva se amplía la 'alfabetización académica en matemáticas' más allá del lenguaje como palabras, es decir, no separan el lenguaje del conocimiento y las prácticas matemáticas ni limitan el discurso matemático al lenguaje formal. Por tanto, sitúa los significados del discurso matemático en el contexto sociocultural de las prácticas matemáticas y en el juego de lenguaje en que tienen lugar sus usos, en tanto involucra no sólo el texto oral y escrito, sino múltiples modos de representación y registros (lenguaje matemático, lengua de origen del estudiante, lenguaje matemático extraescolar, registro simbólico, icónico, etcétera) (Moschkovich, 2015). "*Separar el lenguaje del pensamiento y las prácticas matemáticas puede tener consecuencias nefastas para los estudiantes de inglés*" (Moschkovich, 2015, p.44). Es decir, con ello Moschkovich nos plantea que puede suceder que los estudiantes de inglés, de habla hispana, no sean capaces de expresar sus ideas por falta de fluidez en el idioma inglés y se les categoriza en un nivel de matemáticas insuficiente. No obstante, plantea que el conocimiento de los objetos matemáticos puestos en juego en las prácticas matemáticas puedan emerger a partir de variadas formas de comunicación y sistemas simbólicos y/o icónicos y que no precisen, necesariamente, del inglés como mediador en la comunicación de sus resultados (Moschkovich, 2015).

Uno de los potenciales educativos de una visión sosciocultural, es que los significados atribuidos al objeto matemático en estudio pueden tener múltiples significados y va a depender de las experiencias que traigan consigo los estudiantes de sus culturas de origen y de la negociación de los significados que se produzcan en el aula multicultural. Además, la autora utiliza el término 'alfabetización' no como la versión reduccionista del lenguaje, sino como una forma de ver el lenguaje como práctica social. Es decir, desde una perspectiva que:

> "*Primero, incluye el uso de la lengua vernácula incluso cuando participa en prácticas de alfabetización académica y, segundo, se basa en un repertorio comunicativo y multimodal completo, no solo texto escrito sino también otras inscripciones, comunicación oral , gestos y objetos*" (Moschkovich, 2015, p.45).

Un enmarcado sociocultural de las prácticas matemáticas tiene implicaciones para conectar las prácticas con el discurso. En particular, el discurso es fundamental para la participación en muchas prácticas matemáticas, y los significados para las palabras se sitúan y construyen mientras participan en las prácticas matemáticas (Moschkovich, 2015). Autores como Gee (1999) nos plantean cuestiones como el discurso y el lenguaje social, significados situados y análisis del discurso entre otras cuestiones, que son relevantes para comprender el juego de lenguaje en que situamos la enseñanza de los objetos matemáticos.

Schleppegrell (2007), concluye en su estudio sobre 'los desafío lingüísticos de las enseñanza y aprendizaje de las matemáticas' que el reconocimiento que el papel que juega el lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas genera algunas dudas sobre a que la matemática es la asignatura menos dependiente del lenguaje. Nos plantea que el lenguaje está implicado en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas mucho más de lo que creemos, pues cumple un rol importante para otorgar acceso al conocimiento matemático (Schleppegrell, 2007). Esta autora nos plantea la naturaleza del lenguaje de las matemáticas como multisemiótico; por tanto es importante hacer transitar al estudiante desde un lenguaje común a un lenguaje más técnico, para construir sus significados matemáticos. Esta cuestión se dificulta aún más cuando el estudiante no es fluido en la lengua de instrucción matemática.

Halliday (1978) (citado en Schleppegrell, 2007) señala que

> *"Contar, medir y otras formas cotidianas de hacer matemáticas se basan en el lenguaje cotidiano, pero que el tipo de las matemáticas que los estudiantes necesitan desarrollar a través de la escolarización usan el lenguaje de maneras nuevas para cumplir nuevas funciones. No se trata solo de aprender nuevas palabras, sino también de nuevos estilos de significado y modos de argumentación"* (Halliday, 1978, p. 195-196, citado en Schleppegrell, 2007, p.140).

En este párrafo queda en evidencia la importancia del lenguaje como mediador del aprendizaje en cualquier disciplina, como lo planteamos al inicio de este apartado. Lo importante es cómo generamos instancias de articulación de un lenguaje y otro para contribuir a que nuestros estudiantes construyan su propio conocimiento de las matemáticas que estudian. Nuestros estudiantes llegan a la escuela con un lenguaje de origen a través del cual comunican su interpretación del mundo que les rodea y la escuela no puede desconocer esa manera de conocer. Al contrario, la escuela y los profesores, deben, a partir de ese lenguaje y conocimiento que llega con el estudiante a la escuela promover que éste conozca otras maneras de entender el conocimiento matemático y otro lenguaje para construir su significado, estableciendo los puentes necesarios para que el estudiante transite de un conocimiento a otro, sin perder su identidad y comprendiendo que son otras formas de entender y comunicar el conocimiento matemático, propios de la disciplina.

O'Halloran (2010) contribuye a la discusión sobre la naturaleza multisemiótica de las matemáticas y plantea "*cómo se acumula el conocimiento matemático a través de recursos semióticos (lenguaje, imágenes y simbolismo matemático) y modalidades (orales, visuales, hápticas y otras) en el aula*" (p.218).

Esta autora aborda la intrasemiosis y las funciones del lenguaje, imágenes y símbolos; intersemiosis y el significado que surge de la integración de este nuevo lenguaje, imágenes y símbolos; la intermodalidad y modalidad (visual, auditiva, etc.) a través de las cuales se produce el acto de la semiosis; y por último aborda el hiperespacio semántico que surge a partir de lo anterior (O'Halloran, 2010). Estos constructos describen la naturaleza compleja de construir el conocimiento matemático, pues los sistemas semióticos involucrados son múltiples, por ende es complejo, también, su articulación con el lenguaje común. Por ello, los autores anteriores investigan esta naturaleza compleja, que va más allá del aprender un vocabulario matemático, sino que también tiene que ver con comprender los patrones de este lenguaje asociado a las palabras, para construir el conocimiento de conceptos matemático. Nuestra intención aquí, no es adentrarnos en el análisis semiótico del discurso matemático en el aula, sino más bien exponer esta complejidad de manera sucinta, pues los profesores de matemáticas en el aula, no son conscientes de esta complejidad. Es más, y concordamos con O'Halloran cuando plantea que los docentes reconocen el lenguaje matemático, como técnico y desafiante, pues muchos de ellos no comprenden los patrones gramaticales propios de este lenguaje matemático. Por tanto, es más difícil para ellos esta articulación del lenguaje matemático con el lenguaje cotidiano y más aún con el lenguaje de origen del estudiante, si es diferente al lenguaje de instrucción en las matemáticas escolares.

Planas (2014) hace una revisión de la noción de lengua en el sistema de prácticas matemáticas en aulas bilingües, no sólo para indicar maneras de comunicación y habla de acuerdo a un vocabulario y gramática, sino más bien, para indicar las potencialidades y oportunidades de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas asociada a las representaciones y uso de las distintas lenguas en aulas bilingües (Planas, 2014). Así, nos plantea la cuestión:

> *"se dice de la lengua (del alumno) que aporta riqueza pero no se apela a su función en la generación y el aprovechamiento de oportunidades de aprendizaje, con lo cual se difumina la idea de la lengua como recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas"* (Planas, 2014, p. 152).

Al igual que Mampaey y Zanoni (2016), Planas (2014) plantea que en ocasiones se muestran episodios de clases con los cuales parece razonable concluir que las dificultades de aprendizaje de las matemáticas se pueden deber a la co-existencia de lenguas en el aula de matemáticas, es decir, la diversidad de lenguas puede ser un obstáculo para el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes con lenguas distintas a la de instrucción. Por tanto, Planas defiende la caracterización de lengua como *"derecho, problema y recurso"* (p. 152). Como derecho, en tanto es un "*derecho humano indiscutible y valor social declarado*" (p. 153) y como problema y recurso, en tanto, a priori plantea que enseñar y aprender matemáticas en una lengua que no se domina tiene repercusiones en el aprendizaje; sin embargo, "*no son necesariamente desfavorables ni beneficiosas, ni para él ni para quienes interactúan con él*" (Planas, 2014, p. 154). Ilustra con ejemplos de su investigación cómo un estudiante sin manejo fluido del catalán, puede interpretar, representar y argumentar su comprensión de la expresión algebraica del teorema de Pitágoras, por ejemplo, la que difiere de los estudiantes fluidos en catalán. Con ello, pone en evidencia la posibilidad de jugar con el lenguaje, ordinario y matemático, para propiciar la discusión sobre la validez de la convención matemática. Con esto observa el *"uso y cambio de lengua como una obstrucción al aprovechamiento de una oportunidad de aprendizaje en torno a procesos de particularización y generalización matemática*" (p.158). Es decir, asume la noción de lengua desde la pragmática, en tanto al entender la lengua de los estudiantes es posible la articulación de significados para ser consensuados, compartidos y aceptados (Planas, 2014).

Un interesante aporte de esta autora es su impresión sobre la investigación que alude al derecho del estudiante a usar sus lenguas de origen en el aprendizaje de las matemáticas; sin embargo, plantea que éstas no aportan evidencia empírica sobre los fundamentos pedagógicos y didácticos que refuerzan este derecho. Por tanto, concluye diciendo que hay suficiente literatura que fundamenta el uso de la lengua de origen como derecho y que de alguna manera refuta la idea del uso de la lengua de origen como problema de aprendizaje. Sin embargo, hay muy poca investigación empírica que observe qué sucede con el aprendizaje de las matemáticas en aulas en que se utiliza, para la instrucción matemática, la lengua mayoritaria o las distintas lenguas de los estudiantes o las lenguas minoritarias. Planas (2014) al igual que los otros autores revisados, explica que en Cataluña también se justifica que la falta de dominio de la lengua de instrucción es el motivo del bajo rendimiento en matemáticas, por ello los esfuerzos del sistema apuntan a la adquisición de la lengua de instrucción de los estudiantes inmigrantes. Más grave aún es decir que "*los malos resultados de PISA 2012 en España se debe al aumento de inmigrantes en el aula y a la dificultad añadida de tener que lidiar con la diversidad de lenguas*" (Planas, 2014, p. 166).

Hemos ilustrado la importancia del lenguaje en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y cómo la comunidad científica reconoce el valor del lenguaje en dichos procesos. Para las matemáticas escolares, el lenguaje, es fundamental en el desarrollo del pensamiento matemático y comunicarse matemáticamente, pues la matemática en sí, posee su propio lenguaje. Cassirer nos plantea que para aprender otro lenguaje, no basta con memorizar gran cantidad de vocabulario o reglas, ya que si no logramos aprender a pensar en ese nuevo lenguaje todos los esfuerzos por aprenderlo serán estériles (Cassirer, 1945). Entonces, más complejo es el aprendizaje de un lenguaje científico simbólico, que no tiene comparación con el lenguaje común que aprendemos en nuestro entorno sociocultural. Por ello, el lenguaje de instrucción debe mediar entre el aprendizaje del lenguaje matemático y el lenguaje de origen del estudiante. Más aún, si objetos matemáticos son símbolos de unidades culturales (D'amore y Godino, 2007) que emergen de los sistemas de prácticas, entendiendo como práctica matemática "toda actuación o expresión (verbal, gráfica, simbólica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas" (Godino y Batanero, 1994, p. 334). Por tanto, nos hemos dado a la tarea de investigar qué sucede con el aprendizaje de la matemática al incorporar el mapuzugun en la clase de matemáticas en una escuela en contexto mapuche.

1.2.4. Matemáticas, contexto y contextualización

Otro de los aspectos interesantes de revisar es la conceptualización de contexto y contextualización en matemáticas, en tanto es un tema relevante para la investigación en Didáctica de las Matemáticas y en nuestro estudio.

Van Dijk (2001), plantea que "*las representaciones mentales de la situación comunicativa se hacen con un modelo mental específico, al que él denomina modelo de contexto o simplemente contexto*" (p.71). Este autor, plantea el contexto como representaciones mentales que construimos a diario en el cotidiano vivir, desde que nos despertamos hasta que nos volvemos a dormir. Es decir, durante el tiempo en que estamos conscientes, "*permanentemente estamos construyendo modelos mentales de cada situación en que nos ubicamos, en que se ubican otros, del tiempo, del lugar, etcétera y que son relevantes para el sujeto participante"* (Van Dijk, 2001, p.72).

Esta explicación de Van Dijk supone una variedad de contextos en términos de modelos mentales, pues es una representación personal de cada sujeto y por tanto es subjetivo e individual. Sin embargo, a partir de la comunicación entre sujetos, estos modelos individuales son dinámicos y pueden tener bastante en común unos y otros (Van Dijk, 2001). "*Los modelos del contexto sirven en general para que la gente (los participantes* *en una interacción o comunicación) tenga una representación más o menos adecuada y relevante de su entorno*" (Van Dijk, 2001, p. 73).

Efectivamente, cada individuo recrea constantemente su entorno en los modelos mentales de su contexto y un grupo, específico, en su interacción comunicativa y en la praxis comparten dichos modelos de su entorno generándose un micro-contexto local. Valero (2002) hace una reflexión sobre el 'contexto' de investigación en educación matemática y el 'contexto' en la educación de los estudiantes, planteando que el termino contexto es usado de muchas formas en la investigación, como ejemplo 'el contexto de esta investigación…', 'el contexto del trabajo de campo…', 'el contexto de las escuela en que realizamos….', entre otros. En este sentido se refiere a un espacio tiempo determinado en el que una investigación se realiza; sin embargo, señala "*el contexto 'está' y 'es', pero no necesariamente afecta lo que sucede en el aprendizaje*" (Valero, 2002, p. 50). Luego aborda el del 'contexto de un problema', es decir aquello que acompaña a la situación problema matemática presentada a los estudiantes en la enseñanza de ésta. Este contexto puede referirse a las nociones matemáticas en estudio o evocar una situación para el estudiante, con ello se refiere a que un contexto puede ser puramente matemático o referirse a una situación de la realidad, cercana o no al estudiante. Valero reconoce la importancia del 'contexto de un problema matemático', pues señala que,

> "*los estudiantes necesitan enfrentarse a problemas con un contexto que les permita establecer conexiones con lo que ya conocen, bien sea dentro de las matemáticas o en la vida real, y así aumentar las posibilidades de que el estudiante asimile y reorganice su pensamiento"* (Valero, 2002, p, 51).

También, nos plantea el 'contexto' como un espacio de interacción, que abarca no sólo el problema matemático sino también la manera en que éstos son abordados en el aula de clases de matemáticas. Con ello se refiere a que el 'contexto de interacción', como esta autora le denomina, debe permitir desarrollar procesos individuales de pensamiento en los estudiantes y a la vez debe permitir la negociación de significados matemáticos entre los distintos actores (entre estudiantes y entre estudiantes y profesor).

Valero distingue de las conceptualizaciones anteriores al 'contexto situacional', que emerge de los enfoque socioculturales, en tanto no solo considera el desarrollo cognitivo de los estudiantes, la interacción entre los actores sino, además, las características propias de la situación problema planteada. Es decir, las relaciones históricas, sociales, culturales, entre otras que se establecen al interior del propio problema y que en su resolución se implican personas, estudiantes, profesores, escuela, entre otros y en cuyas prácticas se desarrolla el aprendizaje matemático (Valero, 2002).

La conceptualización de 'contexto situacional' que nos plantea Valero (2002), es interesante por cuanto este contexto situacional lo enfoca como microcontexto en el cual suceden las interacciones sociales en espacios como la familia, la escuela, el trabajo, entre otros. No obstante, plantea que este microcontexto es un espacio influenciado por un macrocontexto, al que se refiere como las estructuras sociales, políticas, económicas y culturales de niveles locales, regionales, nacionales y globales.

Otro aspecto interesante es el 'contexto sociopolítico' de la educación matemática, en tanto a las relaciones que se establecen entre lo que sucede en el aula de matemáticas y las estructuras sociales, políticas y económicas de los procesos históricos que han dado significado a las distintas nociones matemáticas y los fenómenos vinculadas a ella (Valero, 2002). En este sentido hay estudios que evidencian como un macrocontexto, sistema educativo por ejemplo, cumple funciones normalizadoras de lo microcontextos, matemáticas escolares (Popkewitz, 2002). Es decir, más que preocuparse por que los ciudadanos aprendan matemática, desde un punto de vista epistemológico, se preocupa de moldear ciudadanos para una sociedad particular y actualmente globalizada. Valero, nos hace reflexionar sobre el 'contexto sociopolítico' de la educación matemática, en tanto a romper con las ideas de que el 'contexto' en la enseñanza de la matemática tiene límites en aula o la escuela, pensando sólo en el contexto del problema, contexto de interacción o contexto situacional. Sino más bien, pensar en el estudiante como 'sujeto político' y el aula como 'espacio de acción social', en el cual los distintos actores, profesor, estudiantes u otros, con pasado, presente y futuro interactúan para reconstruir un conocimiento negociando significados (Valero, 2002).

Por otra parte Alsina (2007), nos plantea que gran parte del tiempo dedicado a la enseñanza de la matemática escolar es utilizada en la resolución de ejercicios rutinarios sin ninguna conexión con la vida cotidiana. La reflexión a que nos invita este autor es a repensar el concepto contexto y contextualización, al introducirnos al tema de las 'realidades' en la educación matemática. Analiza una serie de problemas en los libros de textos para ilustrarnos 'las realidades matemáticas' en las cuales se contextualizan los problemas matemáticos. La primera es 'la realidad falseada y manipulada', que en apariencia se observa realista, pues cuenta con datos de la vida cotidiana, por ejemplo edades, una medida u otra, no obstante, su resolución sólo da lugar a ejercicios rutinarios. Luego nos plantea las ‘realidades inusuales’, pues son muy poco frecuentes por ejemplo el cinturón terráqueo, sin embargo se presentan como cotidianas. Luego, nos habla de las ‘realidades caducadas’, como aquellas que en algún momento fueron cotidianas, pero que en la actualidad no pasan de ser hechos u objetos históricos, como por ejemplo el uso de la balanza en los problemas matemáticos. Prosigue con las ‘realidades lejanas’, que pueden ser eventos o hechos culturales lejanos, exóticos o folklóricos, como por ejemplo el uso de los caníbales en el contexto de un problema matemático. Las ‘realidades ocultas’, como hechos que no pueden ser observados directamente ni hay experiencia, es decir, son inventadas para dar contexto al problema como por ejemplo un invento futurista, pero no se pueden contrastar los resultados. Las ‘realidades no adecuadas’, se refiere a situaciones problemas cuyos contextos evocados son inadecuados a la edad, sexo, religión u otro o pueden ofender a los estudiantes, como por ejemplo los porcentajes de hombres feos. Las ‘realidades inventadas o ficticias’, son aquellas situaciones problemas aparentemente posibles en la vida real que pueden propiciar creencias falsas e inducen a errores; como también, pueden ser modelos abstractos que nada tienen que ver con el mundo real, por ejemplo un problema situado en mundo ficticio donde la pregunta es algo inimaginable, como el problema que presenta el autor en que se pregunta qué ocurriría en un planeta en forma de toro (Alsina, 2007). Este autor concluye su presentación de las realidades presentes en los libros de textos con una frase que nos hace reflexionar “*nuestros estudiantes no merecen todas estas realidades trastocadas, todos estos simpáticos ejemplos absurdos*” (Alsina, 2007, p.91). La idea que plantea este autor es que a partir del ‘contexto’ se pueda trabajar la matemática creando esquemas, formulando y visualizando los problemas, descubriendo relaciones y regularidades y que a partir de un trabajo matemático hallar soluciones que se deben volver a esa realidad para analizar la validez y el significado de la solución matemática hallada (Alsina, 2007). A la vez de criticar estos tipos de contextualización de los problemas matemáticos presentados a los estudiantes, Alsina propone algunos problemas que a su juicio pueden ser adecuados para la matematización o modelación matemática en el aula de secundaria (ver Alsina, 2007).

Por otra parte, Ramos y Font (2006) reflexionan sobre el constructo ‘contexto’ desde una perspectiva ontosemiótica. Para ello, se refieren a las situaciones extra matemáticas como aquellas que simulan el mundo real y que en literatura científica las conocemos como: problemas contextualizados, problemas del mundo real, problemas situados, entre otros. Estos autores utilizan ‘problemas contextualizados’ para referirse a estas situaciones extra matemáticas, que viven en el mundo real de las personas, pero que no necesariamente son útiles para resolver problemas matemáticos en la escuela. Con ello, se plantea la brecha existente entre las matemáticas escolares y las matemáticas de la vida cotidiana (Ramos y Font, 2006). Entonces, plantean la dificultad de aplicar un conocimiento adquirido de un contexto a otro diferente, por cuanto,

> “*en situaciones de la vida real en las que las personas se sienten implicadas se ha observado que éstas utilizan matemáticas ‘propias’ que pueden ser muy diferentes a las que estudiaron en la escuela. En estas situaciones el problema y la solución se generan simultáneamente y la persona está implicada cognitiva, emocional y socialmente*” (Ramos y Font, 2006, p.537).

Varios autores (Freudenthal, Lange, Lave, Scribner, Evans, entre otros), desde la década de los 80 plantean las tensiones que existen entre la enseñanza de la matemática y la matemática aplicada en la experiencia real. Es decir, desde esa época se viene planteando la necesidad de la resolución de problemas de la vida cotidiana, dando oportunidades a los estudiantes que a partir de su experiencia real, puedan reconstruir los conceptos matemáticos, permitiéndoles observar la utilidad de las matemáticas para resolver problemas en su vida cotidiana (Ramos y Font, 2006). No obstante, en la actualidad esta tensión no es tan fácil de abordar, pues los mismos sistemas educativos se han encargado de limitar la enseñanza de la matemática a un microcontexto, el aula; en el cual se utilizan las contextualizaciones emanada de los niveles internacionales y nacionales. Es decir, los ‘problemas contextualizados’ ya siguen un patrón y es lo que ha reportado Alsina, en cuanto a que los profesores en el aula utilizan los problemas presentes en los libros de textos o en los currículos nacionales para enseñar la matemática escolar, sin detenerse a pensar qué tan cercana es esa contextualización para el estudiante, Menos aún las implicancias para la motivación del estudiante de involucrarse en la solución de esos problemas presentados.

Clarkson (2006) nos plantea los distintos contextos que pueden surgir en un aula multicultural y la falta de reconocimiento de la complejidad de éstos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar. El autor plantea que esta diversidad de contextos se puede visualizar a partir de la complejidad propia del lenguaje vinculado a la educación matemática. Es decir, a nivel práctico y teórico aparecen cuestiones relevantes que merecen la atención para ser investigadas. Plantear la importancia de investigar cómo influyen la cultura, el lenguaje, el entorno social, la escuela entre otras cuestiones en la enseñanza de las matemáticas, es algo poco interesante pues no da cuenta de los indicadores que en la actualidad miden el éxito de los estudiantes en matemáticas ni el éxito de los programas de estudios en matemáticas (Clarkson, 2006).

Para Ramos y Font (2006) hay dos usos del término 'contexto': "*uno consiste en considerar el contexto como un ejemplo particular de un objeto matemático, mientras que el otro consiste en enmarcarlo en el entorno*" (p.539). Nos parece interesante esta visión del contexto, pues cuando se enmarca en el entorno se trata del 'uso', que desde este enfoque se le denomina 'ecológico', es decir, el uso ecológico del término contexto hace referencia a situar el objeto matemático en estudio en distintos 'lugares' (Ramos y Font, 2006). Esta relación entre objeto de estudio y contexto de uso, nos permite comprender los distintos significados dados al mismo objeto en distintos nichos ecológico. Esta ubicación del objeto matemático en un contexto u otro da lugar a determinados tipos de lenguajes, argumentos, procedimientos, etcétera, dando sentido al significado del objeto para el sujeto que lo pone en juego en un contexto u otro. Este uso del término contexto, no permite ubicarnos en el lugar en que tienen lugar sus usos, para comprender su significación y poder articular dichos significados con un significado de referencia (Godino y Batanero, 1994) como puede ser el escolar, para ese mismo objeto.

Por otra parte tenemos una detallada clasificación de contextos y contextualización de problemas matemáticos, que nos entrega Martínez (2003). Para este autor el contexto es "*un conjunto de situaciones que dan significado al objeto matemático" (p. 19*0) y entiende, que éstos pueden vivir en un 'contexto real', 'contexto simulado' y 'contexto evocado'. Es decir, este autor extiende el contexto real al evocado y simulado, en tanto una situación real (contexto real) en que se aplica una noción matemática puede ser llevada al aula y transformada en un 'contexto simulado'. Este contexto simulado a su vez, puede ser evocado, vale decir evocar un contexto, es imaginar el contexto real en que tiene lugar sus usos (Martínez, 2003). La contextualización la entiende, este autor, como el proceso de modelación que hace el profesor de una situación real en situaciones de significación del aprendizaje de la matemática escolar (Martínez, 2003). Es decir, podemos entender y podemos contextualizar la enseñanza de un objeto matemático en distintos contextos: real, evocado o simulado.

Díaz y Poblete (2001) por otra parte nos exponen una clasificación de problemas, de acuerdo a su naturaleza y contexto. Es así, que de acuerdo a su naturaleza pueden ser rutinario y no rutinarios; y de acuerdo a su contexto pueden ser real, realista, fantasista o puramente matemático. Veamos, los problemas rutinarios de contexto real se suceden en la realidad y por tanto, al igual que lo señalan Ramos y Font (2006), compromete cognitiva, afectiva y emocionalmente al estudiante en su resolución. Los de contexto realista es una simulación del contexto real, es decir, sería evocado en término de Martínez (2003). El contexto fantasista, es imaginario, no existe en la realidad, podríamos identificar esta clasificación con lo que Alsina ha denominado 'realidades inventadas o ficticias'. El contexto puramente matemático, es el que vemos habitualmente en las clases de matemática; abstracto sólo lenguaje matemático. Luego nos plantean que para los problemas 'no rutinarios' no existe un procedimiento o rutina previamente establecida para dar solución, por ejemplo, trabajar un proyecto para un concepto en estadística Martínez (2003).

A partir de la revisión de los autores anteriores, concordamos en la importancia del 'contexto' y la 'contextualización' de los problemas matemáticos que serán presentados en el aula a los estudiantes. No obstante, debemos señalar que en lo que reporta la literatura encontramos poco 'contexto real', pues eso implicaría traspasar los límites del aula como lo plantea Valero (2002). Para ello, los sistemas educativos deben ser más flexibles, pues en el caso chileno, para salir del aula con los estudiantes existe todo un procedimiento burocrático y cargado de trabajo administrativo, para ser autorizado. Si bien, estamos conscientes que debe haber alguna regulación de las salidas pedagógicas para interactuar con el conocimiento en otros contextos, creemos que esta debe ser lo más simplificada posible. En Chile el proceso de autorización del Ministerio de Educación demora a lo menos 3 meses, desde que se inicia el proceso hasta que se emite el documento oficial que lo autoriza.

Lo descrito por estos autores no es algo que sólo afecte a la enseñanza de la matemática en la escuela, pues hoy en día podemos encontrar a muchos padres que dicen a los profesores de sus hijos, que ellos no saben matemáticas y que por eso sus hijos tampoco saben o les cuesta aprender matemáticas. Sin embargo, estos padres son por ejemplo, conductor del transporte público y ellos no visualizan los conocimientos matemáticos que deben poner en juego en su labor profesional. Otro ejemplo, es el maestro albañil en la construcción, sabe interpretar un proyecto del ingeniero en construcción y desarrollarlo en la práctica, es decir, cubicar, ensamblar ángulos, rectas, etcétera, pero ellos se declaran ‘ineptos para las matemáticas’, por lo tanto, tampoco visualizan la puesta en juego de un conocimiento matemático en su labor profesional. Sólo, el ingeniero de profesión se declara conocedor de las matemáticas, no obstante, no se reconoce como consumidor de las matemáticas, pues muchas de las fórmulas que él aplica en su labor profesional no las comprende, sólo las aplica. Esto demuestra la brecha entre la educación matemática y la matemática en la vida cotidiana, en tanto a los significados que se atribuyen a un conocimiento dependiendo del contexto o juego de lenguaje, en términos de Wittgenstein, en que tienen lugar sus usos. Dicho esto, es el preámbulo para entender la complejidad de las investigaciones que abordan esta cuestión de la enseñanza de las matemáticas desde un enfoque sociocultural, pues esta mirada es multidimensional, tiene una infinidad de cuestiones que pueden o no influir en el aprendizaje de la matemática escolar. Más complejo aún, si se pretende comprender y relacionar con un conocimiento científico abstracto que posee un lenguaje propio y que vive en un mundo ideal, intocable, que está muy lejano de los ciudadanos en su cotidianeidad.

Así también, creemos que la dimensión normativa de los sistemas educativos propicia que los profesores mantengan prácticas como la contextualización de contextos evocados o simulados, principalmente, y no utilicen el contexto real para enseñar la matemática escolar. En nuestra investigación, por estas cuestiones normativas, también, hemos tenido que recurrir a evocar un contexto real de la realidad de los niños en comunidades mapuche.

1.3. ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

El ‘Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos’ (EOS) de Godino y colaboradores, ha sido para nuestra investigación el enfoque teórico clarificador de lo que buscamos reportar y nuestra teoría base. No obstante, asumiendo el relativismo científico y sumándonos al cambio de paradigma absolutista (Oliveras y Godino, 2015), hemos optado por una complementariedad de enfoques teóricos que nos permita una mejor interpretación de la complejidad de los fenómenos instruccionales actuales en contextos multiculturales y bilingües.

El ‘Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos’ (EOS) (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2002, 2009, 2011, 2014; Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Batanero y Font, 2007; D'Amore, Font y Godino, 2007; Godino, Font, Wilhelmi y De Castro, 2009) se nutre de las aportaciones de diversas disciplinas, como la epistemología, psicología, antropología, entre otras y ha surgido en el seno de la 'Didáctica de la Matemática' como disciplina científica que se ocupa de la investigación sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje. La perspectiva semiótica del EOS aborda las dimensiones individuales y sociales de la práctica matemática (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011). Es decir, pone su atención en los signos y el uso de estos signos. Nuestro análisis, desde el punto de vista de la semiótica, nos permite observar los sistemas de prácticas institucionales para el proceso de construcción de signos, su lectura e interpretación en contexto escolar mapuche, donde tienen lugar sus usos. Así mismo, se abordan algunas implicancias de las dimensiones institucionales de la actividad matemática en la dimensión individual del aprendizaje de la matemática escolar (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011). Esta implicación de la semiótica, la podremos apreciar claramente en el primer estudio empírico, capítulo 3, de esta investigación. Pues, a partir de las prácticas matemáticas mapuche, referidas al sistema numérico, hemos logrado deconstruir[18] un conocimiento que involucra un sistema de signos, reglas de uso y la producción de signos, como un sistema semiótico en términos de Ernest (2006).

El EOS como enfoque teórico es una gran caja de herramientas con varios compartimentos, de los cuales podemos coger aquellas nociones teóricas que nos son útiles para el análisis de la actividad matemática en distintas comunidades de prácticas: profesionales, académicas, culturales, étnicas,.. . No obstante, el aporte que nos entregan estos análisis nos permiten prever diseños didácticos pertinentes, aportando antecedentes para el acoplamiento de significado en igualdad epistémica, valorando lo propio de cada uno de los conocimientos en redes de cooperación. En Oliveras y Godino (2015) se establecieron algunas complementariedades entre el EOS y la Etnomatemáticas en las nociones primitivas o principios básicos de éstas. En nuestro caso, nos interesa la variedad epistémica de las matemáticas, cuando observamos distintas comunidades de prácticas.

En nuestro trabajo hablaremos de instrucción matemática al igual que el EOS, entendiendo por

---

[18] Deconstrucción es aquel enfoque que permite atreverse a reinventar, reinterpretar y volver a narrar, desde un nuevo lugar, la información y la formación y reconstruir sus relaciones (Giraldo, Otálvaro, y Moncada, 2006).

(…) "*instrucción matemática (o proceso de estudio dirigido), a dichos procesos de enseñanza y aprendizaje organizados, en los cuales intervienen unos determinados sistemas de prácticas matemáticas (conocimientos institucionales), unos sujetos (estudiantes) cuyo compromiso es la apropiación personal de dichas prácticas, el profesor o director del proceso de instrucción y unos recursos instruccionales*" (Godino, Contreras y Font, 2006, p. 40).

En lo que sigue describiremos, sólo, las herramientas teóricas del EOS utilizadas en nuestra investigación.

1.3.1. Configuración ontosemiótica

Una de las herramientas fundamentales del EOS es la "configuración ontosemiótica" de prácticas, objetos y procesos, que nos permite la reconstrucción de significados parciales, personales e institucionales, para una propuesta de articulación de significados. Godino y Batanero (1994) nos plantean que en las prácticas matemáticas intervienen objetos materiales o abstractos, los cuales pueden estar representados en forma textual, oral, gráfica o incluso gestual. Cuando miramos las prácticas matemáticas en el seno de la cultura mapuche, miramos los problemas que resuelven y fijando nuestra atención en qué hacen y qué dicen, cómo y con qué realizan su práctica y de manera muy importante, el para qué hacen o por qué realizan esa práctica (usos de las palabras y herramientas en un juego de lenguaje en términos de Witgenstein).

Según Godino y Batanero (1994) el hecho de que en el seno de ciertas instituciones se realizan determinados tipos de prácticas, éstas determinan la emergencia progresiva de los "objetos matemáticos" y el "significado" de estos objetos. Dicho de otro modo, la configuración ontosemiótica determina las entidades primarias de la ontología y epistemología del EOS, como vemos en figura 2.2.

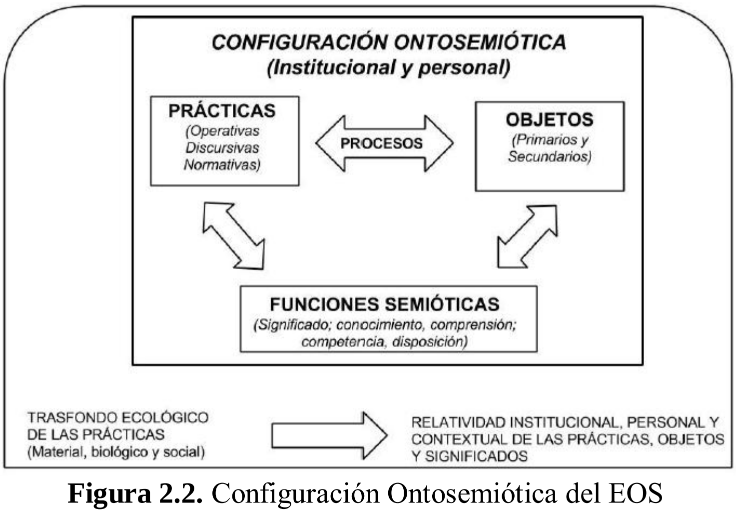


Figura 2.2. Configuración Ontosemiótica del EOS

Esta configuración en su versión 'institucional y personal' establece la relación entre los 'sistemas de prácticas matemáticas', operativas y discursivas; los objetos matemáticos, primarios y secundarios; y las funciones semióticas, significados, conocimiento, competencias,…. Todo en un trasfondo ecológico, en el que tienen lugar las prácticas y que condicionan la emergencia de los objetos y las funciones semióticas. El EOS considera práctica matemática a "*toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas*" (Godino y Batanero, 1994, p. 334). Estas prácticas se realizan con el soporte y condicionamiento de una serie de cuestiones de orden material, biológico y sociocultural, entonces, hablamos de que existe un 'trasfondo ecológico de las prácticas matemáticas'. Por tanto, las prácticas matemáticas pueden ser idiosincrásicas de una persona (prácticas personales) o compartidas en el seno de una institución (prácticas institucionales). En este sentido el EOS asume el postulado antropológico de la relatividad socioepistémica de la triada: sistemas de prácticas, objetos y significados (ver figura 2.2.), en tanto concibe a las instituciones como 'comunidades de prácticas' que incluye grupos étnicos, profesionales, grupos culturales y sociales, entre otros.

Ahora bien, esta relatividad socioepistémica está basada en la concepción del 'significado' en términos de prácticas. Dicho de otro modo, los significados de un objeto matemático están dado por las 'practicas operativas y discursivas', que realiza un sujeto para resolver una situación problema o un campo de problemas; este significado lo entendemos como el 'significado personal' del objeto matemático. Si estas prácticas son compartidas en el seno de alguna institución o comunidad de prácticas (grupo social, profesional, escuela, etcétera), entonces entendemos que el 'significado es institucional' (Godino, 2002).

Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy (2011) nos plantean que los significados de los números cambian de acuerdo a los momentos socio histórico que ha vivido la humanidad. Para ello, exponen cómo los sistemas de numeración que hemos conocido a través de la historia de las matemáticas, como por ejemplo: sistema romano, egipcio, maya, babilónico, etcétera, tienen "*diferencias sustanciales. No solo en apariencia física de los símbolos usados, sino también en las reglas de elaboración y los procedimientos de cálculo*" (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011, p. 250).

La noción de significado es el corazón de esta teoría, por tanto, es fundamental establecer los significados en la fase preliminar de la Ingeniería Didáctica (ID). Para Godino y Batanero (1994, p.331) "*el significado de los objetos matemáticos está íntimamente ligado a los problemas y a la actividad realizada para su resolución, no pudiéndose reducir este significado del objeto a su mera definición matemática*". Es decir, para el EOS los sistemas de prácticas, discursivas y operativas, son nuestra manera de entender los significados de los objetos matemáticos intervinientes y emergentes en esas prácticas. Además, estas prácticas y el significado de los objetos matemáticos, serán situados o ligados al trasfondo ecológico o en otras palabras al juego de lenguaje en que tienen lugar las prácticas.

En esta dualidad 'personal e institucional' de los significados, el EOS ha introducido la siguiente tipología de significados personales e institucionales, en una relación dialéctica entre enseñanza y aprendizaje, como vemos en la figura 2.3.

Figura 2.3. Tipos de significados institucionales y personales (Godino, 2014)

Esta relación entre lo personal e institucionales, es lo que supone un acoplamiento gradual e idóneo de los significados de un objeto matemático. Es decir, el significado personal, puede evolucionar y alcanzar el significado institucional. Para entender cada uno de estos significados, exponemos la descripción realizada por Godino y Font (2007):

Significados institucionales

- Referencial: sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido. En una institución de enseñanza concreta este significado de referencia será una parte del significado holístico del objeto matemático. La determinación de dicho significado global requiere realizar un estudio histórico – epistemológico sobre el origen y evolución del objeto en cuestión, así como tener en cuenta la diversidad de contextos de uso donde se pone en juego dicho objeto.

- Pretendido: sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio.
- Implementado: en un proceso de estudio específico es el sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente.
- Evaluado: el subsistema de prácticas que utiliza el docente para evaluar los aprendizajes.

Significados personales

- Global: corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar el sujeto relativas a un objeto matemático.
- Declarado: da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional.
- Logrado: corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida. En el análisis del cambio de los significados personales que tiene lugar en un proceso de estudio interesará tener en cuenta los significados iniciales o previos de los estudiantes y los que finalmente alcancen.

En nuestro trabajo nos enfocamos en el ‘significado de referencia’ institucional propuesto por el EOS, que se define como: el sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido, es decir para elaborar diseños didácticos para la enseñanza de la matemática (Godino, Batanero y Font, 2007). La corriente pragmática, postura en que nos posicionamos, concibe el significado en una estrecha relación con sus usos en contextos específicos. Entonces, a partir de los usos de las expresiones (lingüísticas, gráficas o simbólicas), podemos definir su significado en ese juego de lenguaje (Wittgenstein, 1953). Con estos y otros elementos, logramos establecer un modelo de ‘significado de referencia situado’ inscrito en un modelo de ‘articulación de conocimientos’ (Salas-Salinas y Quintriqueo, 2018a; Salas-Salinas y Quintriqueo, 2018b).

La noción de función semiótica permite proponer una manera de conceptualizar el conocimiento y la comprensión de un objeto O por parte de un sujeto ‘X’ (persona o institución), en términos de las funciones semióticas que ‘X’ puede establecer, en unas circunstancias fijadas, en las cuales se pone en juego O. Cada una de las funciones semióticas implica un acto de semiosis por parte del sujeto que interpreta y por ende, constituye un conocimiento.

En la triada del EOS hemos visto (figura 2. 2) que intervienen las prácticas, los objetos y los significados. Hemos descrito las prácticas y los significados, ahora nos corresponde hablar de los objetos matemáticos y cómo se conciben en el EOS. La epistemología pragmatista del EOS, propone que los objetos matemáticos son un emergente del sistema de prácticas matemáticas (Godino, Batanero y Font, 2007). Estos autores, sin ser exhaustivos, establecen dos niveles de objetos matemáticos presentes en las prácticas matemáticas: los objetos primarios y secundarios. En el primer nivel encontramos los objetos matemáticos primarios y que se pueden observar en una práctica matemática; en el segundo nivel establecen aquellos objetos matemáticos que emergen del primer nivel en tanto, maneras de hacer, pensar, operar, entre otras (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011). Godino, Batanero y Font (2007) han propuesto esta tipología de objetos matemáticos primarios y los describen de la siguiente forma:

- Elementos lingüísticos (términos, expresiones, notaciones, gráficos, ...) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, ...)
- Situaciones – problemas (aplicaciones extra-matemáticas, tareas, ejercicios, ...)
- Conceptos- definición (introducidos mediante definiciones o descripciones) (recta, punto, número, media, función, ...)
- Proposiciones (enunciados sobre conceptos, ...)
- Procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, ...)
- Argumentos (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo, ...).

Estos objetos primarios son las situaciones – problemas, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimiento y argumentos, articulados y en estrecha relación, como podemos apreciar en la figura 2.4.

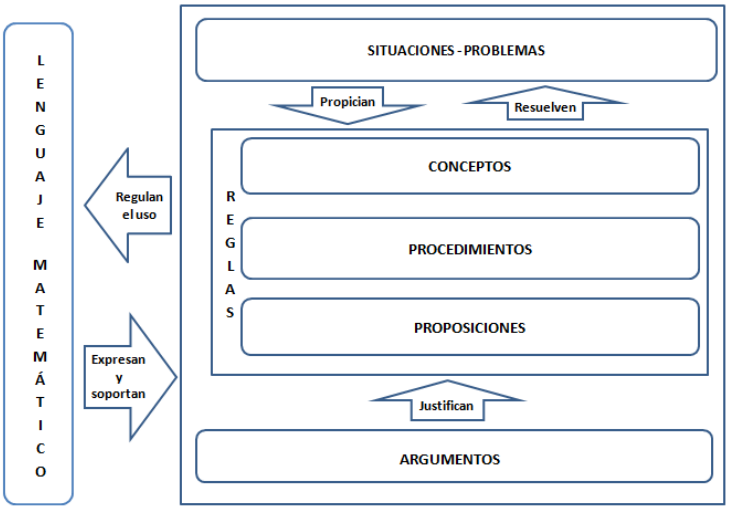


Figura 2.4. Configuración de objetos primarios (Godino, Batanero y Font, 2007)

Cuando analizamos la 'configuración epistémica' de una práctica matemática, ponemos atención en los objetos primarios: lenguaje, situaciones, conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentos (Font, Godino y Gallardo, 2013; Pino-Fan, Godino y Font, 2011). Es decir, utilizar un determinado lenguaje verbal, gráfico y/o simbólico que expresen y soporten los enunciados verbales del campo de problemas planteados, los conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentos previos y emergentes que participarán en el proceso. También el campo de problemas, los conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentos permite la regulación del lenguaje utilizado. El campo de problemas, propicia la emergencia de conceptos, procedimientos y proposiciones; como también permiten resolver el campo de problemas. Finalmente, vemos que los argumentos justifican los conceptos, procedimientos y proposiciones puestas en juego en la resolución del campo de problemas.

Estas nociones teóricas y su comprensión, nos permitieron realizar nuestros análisis de la actividad matemática en distintos marcos institucionales o juegos de lenguajes, que en nuestro caso fue la institución 'cultura escolar' y la institución 'cultura mapuche'. Estas herramientas teóricas complementadas con los enfoques socioculturales, fueron fundamentales para deconstruir un 'significado situado' en contexto mapuche sobre el objeto matemático de nuestra investigación, como veremos en el siguiente capítulo. No obstante, los objetos matemáticos en el EOS tienen un segundo nivel de atributos, que si bien no profundizamos en ellos en nuestro estudio, si emergieron en algunas prácticas matemáticas. Este segundo nivel de objetos matemáticos, los describen Godino, Batanero y Font (2007) y se presentan en dimensiones duales y dialécticas:

- Personal – institucional: si los objetos intervinientes y/o emergentes se corresponden con las prácticas de los sujetos de una institución, vale decir, son compartidas por los integrantes de dicha institución, se consideran ‘objetos institucionales’. Sin embargo, si sólo son específico de una persona, éstos se consideran ‘objetos personales’ (Godino y Batanero, 1994).
- Ostensivo – no ostensivo: cuando se habla de ostensivo se refiere a aquel objeto que se puede mostrar a otros (notación simbólica, gráficos, entre otros); en cambio los no ostensivo poseen una naturaleza no perceptible, por ejemplo, el signo de multiplicar en una expresión algebraica, el símbolo de sumar o multiplicar en la conformación oral de las palabras numéricas, entre otros.
- Expresión – contenido: la práctica matemática es relacional, es decir el uso de los objetos, la construcción del conocimiento y la actividad misma, es relacional y no puede concebirse de manera aislada. Dichas relaciones, son lo que el EOS denomina ‘función semiótica’, es decir la relación entre un antecedente y un consecuente.
- Extensivo – intensivo: se refiere al ejemplar y el tipo, es decir la dialéctica entre lo particular y lo general.
- Unitario – sistémico: esto se refiere a que en ciertas circunstancias un mismo objeto matemático participa en la práctica matemática como una entidad unitaria, por ejemplo al inicial la vida escolar los niños aprenden la secuencia numérica del 1 al 9. No obstante, al avanzar la escolarización, estos niños ven los mismos dígitos en cifras de dos o tres dígitos; entonces acá, estos objetos actúan como sistema, que debemos descomponer para comprender su estudio.

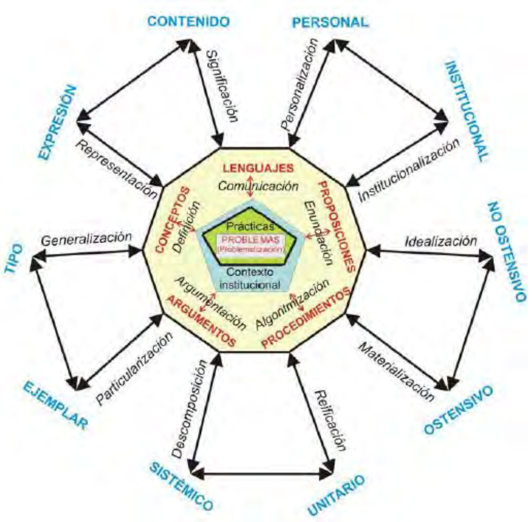


Figura 2.5. Configuración de objetos y procesos

Esta configuración y relación entre objetos matemáticos primarios y secundarios con sus respectivos procesos, la podemos apreciar en la figura 2.5.

Las prácticas matemáticas son inseparables de los objetos matemáticos, es decir, no hay práctica sin objeto ni objeto sin práctica (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011) y la relación entre ambos, es lo que el EOS define como 'función semiótica'. Para el EOS cualquier disparidad de significados atribuidos al mismo objeto matemático por dos sujetos o instituciones es un 'conflicto semiótico'. En este marco podemos encontrar 'conflicto semiótico de tipo epistémico, disparidad de significados institucionales; conflicto cognitivo, disparidad de significados personales de un mismo sujeto en relación a un referente; y conflicto instruccional o interaccional, cuando la disparidad se produce en la interacción de dos sujetos: entre estudiante y/o profesor y estudiante (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011).

Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy (2011), en su estudio, plantean que la naturaleza y significado de los números requiere adoptar una visión antropológica – sociocultural sobre la matemática e ilustran la pluralidad de significados del número natural. Los números y la aritmética, han surgido como respuesta social a problemas como: ordenar, comunicar tamaño, entre otros, desde los tiempos primitivos de la humanidad. En este sentido, los autores nos plantean la pluralidad de significados de número, como vemos en la figura 2.6.

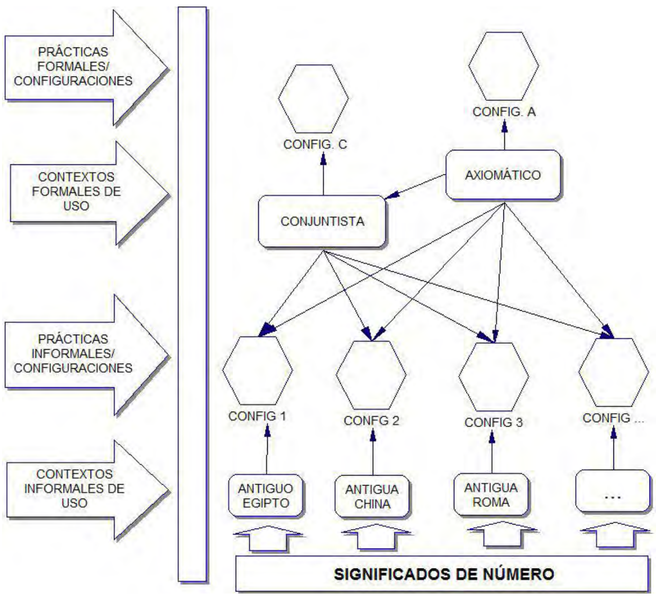


Figura 2.6. Pluralidad de significados (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011)

Con ello nos plantean que la apropiación de significados, en una determinada cultura, tienen que necesariamente estar conectado con sus prácticas idiosincrásicas y a partir de allí poder negociar otros significados, en otras culturas. Por ello, plantean:

> "*Es importante resaltar que las prácticas informales no tienen una existencia meramente histórica. Coexisten en el tiempo con la formalización científica en las prácticas usuales de las escuelas y determinan el progreso de los significados personales. No son un 'mal menor', sino hitos necesarios en el desarrollo cognitivo de los niños y consustanciales a los procesos de transposición didáctica*" (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011, p. 259).

Estos postulados, son muy interesantes para nuestra investigación en tanto, pretendemos deconstruir un conocimiento matemático que co-existe en las escuelas situadas en comunidades mapuche y no es considerado un recurso para el aprendizaje de la matemática escolar. En el primer estudio empírico, pudimos establecer la pluralidad de significado del número en la cultura mapuche, como también en la cultura escolar (Salas-Salinas, 2018). No obstante, en la enseñanza de la matemática escolar estas cuestiones están ausentes y son ajenas a las prácticas pedagógicas.

No pretendemos profundizar en todo lo que implica el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos 'EOS' de Godino y colaboradores, no obstante debemos explicar de manera sucinta las herramientas de este marco teórico que más adelante serán utilizadas en los análisis de nuestros hallazgos. Estas primeras herramientas comentadas, han sido utilizadas en el primer estudio empírico, capitulo 3, de nuestra investigación.

1.3.2. Configuración didáctica. Idoneidad didáctica

El EOS concibe la modelización del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, como un proceso estocástico no determinista. A la vez, multidimensional (epistémico, cognitivo, emocional, entre otras), con sus respectivas trayectorias y estados potenciales (Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Batanero y Font, 2007).

La noción de 'configuración didáctica" se ha introducido en el EOS como herramienta para el análisis de los procesos de instrucción. Dicho análisis implica definir el contenido a enseñar de acuerdo al contexto y las circunstancias, el campo de problemas, la distribución del tiempo de instrucción, planear la clase y su evaluación y prever los factores que condicionan el proceso (problemas didácticos). Las acciones que se pongan en juego en el proceso (prácticas didácticas), su secuenciación (procesos didácticos) y los objetos emergentes de dichas prácticas (objetos didácticos) (Godino, Batanero y Font, 2007).

La noción de configuración didáctica se define como cualquier segmento de actividad didáctica (enseñanza y aprendizaje) comprendido entre el inicio y fin de una tarea (situación – problema). Incluye, por tanto, las acciones de los estudiantes y del profesor, así como los medios planificados o usados para abordar la tarea. La secuencia de configuraciones didácticas constituye una trayectoria didáctica (Figura 2.7).

Figura 2.7. Configuración y trayectoria didáctica (Godino, 2014)

En cada una de estas configuraciones nos encontramos tres sub-configuraciones parciales: configuración epistémica, configuración instruccional y configuración cognitiva - afectiva.

Noción de idoneidad didáctica

La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como el grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno). Esto supone la articulación coherente y sistémica de seis facetas o dimensiones: epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional (Figura 2.8) (Godino et al., 2007; Godino, 2013)

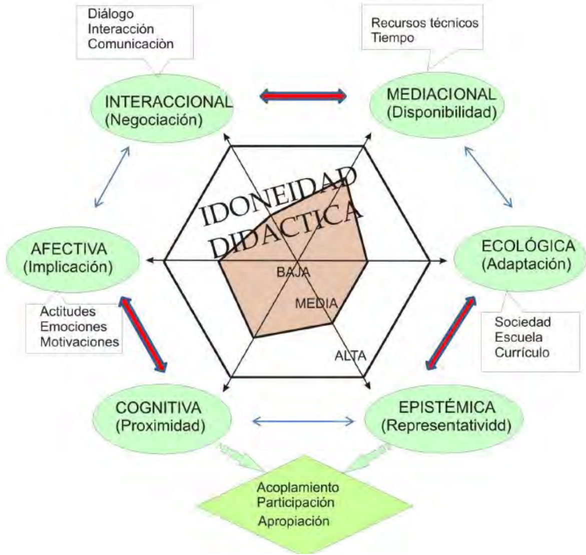


Figura 2.8. Idoneidad didáctica (Godino, 2013)

Nuestra intención es describir un proceso de instrucción en la que se pone en juego un diseño didáctico situado y valorar su pertinencia cultural. Como también, describir la interacción entre discentes y docente – discentes, para contribuir con ideas que puedan orientar la mejora del diseño y la interacción en aula, en pro de mejores aprendizajes de los estudiantes.

Es ampliamente conocido por la comunidad científica los fenómenos didácticos descritos por Brousseau. Éstos han sido utilizados en diversas investigaciones para interpretar lo que acontece en la interacción en el aula de matemática cuando los estudiantes construyen un nuevo conocimiento matemático. Brousseau (1986) describe dichos fenómenos como el "efecto Topaze, efecto Jourdain, Deslizamiento Cognitivo, Uso abusivo de analogías y el Envejecimiento de las situaciones de enseñanza". El efecto Topaze es uno de los fenómenos más comunes observados como hecho didáctico en la interacción profesor-estudiante en la clase de matemática.

Es decir, son hechos didácticos observables en los patrones de interacción entre profesor y estudiante, estudiantes y recursos didácticos o situaciones problemas, en la clase de matemáticas. Si bien, concordamos con Godino y Llinares (2000) que el efecto Topaze y Jourdain pueden ser vistos como un patrón de interacción similar al patrón de interacción 'del embudo' descrito por Voigt, creemos que al ser definidos como fenómeno didáctico a la luz de la TSD, es un hecho didáctico observable en la interacción dialógica. Es decir, en la TSD no sólo se describe la relación que se establece entre profesor y estudiante en la interacción; también, se caracteriza la regularidad observable como fenómeno didáctico (Godino y Llinares, 2000).

Para Wilhelmi, Font y Godino (2005) en el estudio de los sistemas didácticos

> "*se consideran hechos y fenómenos epistémicos (relacionados con el saber matemático), cognitivos (propios de los sujetos que participan en un determinado proceso de estudio) e instruccionales (relativos al proceso de enseñanza y a las restricciones supra-institucionales)*" (p.2).

Luego agregan, para el EOS "*un hecho didáctico es cualquier acontecimiento que tiene un lugar y un tiempo en el devenir de los procesos de instrucción matemática*" (p.2). No obstante, si un 'hecho' se interpreta a la luz de una teoría se transforma en un 'fenómeno singular' (Rivas y Godino, 2015). Además, si éstos 'fenómenos' presentan alguna regularidad, pueden ser generalizables (Wilhelmi, Font y Godino, 2005), como es el caso del efecto 'Topaze'. Estos autores plantean la problemática en la producción científica, sobre si los hechos observables son casos particulares de un fenómeno didáctico más general o son fenómenos singulares. Pues bien, ello nos aclaran que: "*puesto que todo hecho es observado, descrito y explicado por alguien (que implícita o explícitamente adopta una perspectiva teórica) cabe afirmar que todo hecho es fenómeno"* (Wilhelmi, Font y Godino, 2005, p.2). Sin embargo, nos aclaran ciertas cuestiones sobre las distintas posiciones teóricas, al plantear:

> "*Las variables espaciales y temporales (dónde y cuándo se desarrolla un acontecimiento) o la edad de los protagonistas son características normalmente consideradas en cualquier marco teórico. Por otro lado, otras características como la complejidad semiótica, los significados personales (propios de cada estudiante individual) e institucionales (de la clase como institución) o el funcionamiento de los signos en el discurso matemático representan descriptores explicativos relativos a una teoría específica*" (Wilhelmi, Font y Godino, 2005, p. 3).

Por otra parte Godino, Rivas, Arteaga, Lasa y Wilhelmi (2014) consideran que un "*hecho didáctico es significativo (HDS) si las acciones o prácticas didácticas que lo componen desempeñan una función, o admiten una interpretación*" (p.173). Entonces podemos decir, que nuestra utilización de 'HDS' será para describir los aspectos que acompañan a una práctica desde un punto de vista epistémico, cognitivo y/o instruccional que nos permita alguna interpretación a luz de nuestra complementariedad teórica. La noción de HDS será la herramienta teórica utilizada en el tercer estudio empírico.

1.3.3. Dimensión Normativa

Godino, Font, Wilhelmi y De Castro (2009) denominan 'dimensión normativa' de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, a todo lo que implique regulación y que inevitablemente influirán, para bien o para mal, en los procesos de instrucción, y en general en la educación matemática. Estos autores describen esta dimensión como todos los elementos reguladores que,

> "*Desde el nivel más general de las directrices curriculares, fijadas con frecuencia con decretos oficiales, incluso mediante leyes orgánicas, hasta los comportamientos de cortesía y respeto mutuo entre profesor y alumnos, los procesos de enseñanza y aprendizaje están regulados por normas, convenciones, hábitos, costumbres, tradiciones…"* (Godino, Font, Wilhelmi y De Castro, 2009, p. 59)

Efectivamente, en los tiempos actuales no podemos negar ni cerrar los ojos ante esta dimensión de la educación y por supuesto, de la educación matemática. Las directrices ya no sólo son nacionales, sino que también son internacionales como es el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) que influye en los currículos de matemáticas y la investigación en 'educación matemática' no sólo en Estados Unidos y Canadá, sino también, en todo el mundo. En la actualidad es difícil encontrar investigaciones en Didáctica de la Matemática, que no cite el NCTM, incluso currículos de matemáticas o estándares nacionales que no se basen en el NCTM, como es en nuestro Chile.

También la organización mundial 'Organisation for Economic Co-operation and Development', conocida en nuestros países como la 'Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos' (OCDE), sucesora de lo que fue antes de los años sesenta la Organización Europea para la Cooperación Económica (OECE). A partir de los sesenta se constituye en OCDE e ingresan países de Norteamérica y prosiguen otros de distintas partes del mundo. Chile ingresa en pleno el año 2010. Bueno, la OCDE al parecer sólo tenía que ver con el desarrollo económico, pero no. Actualmente es el organismo internacional más influyentes en los países miembros y no miembros, en los temas de economía, educación y medio ambiente. Es así, cómo desde este organismo nace lo que todos conocemos, como, la prueba PISA, Programme for International Student Assessment. Esta evaluación, ha marcado fuertemente lo que en la actualidad se enseña en matemáticas y en otras áreas del currículo escolar en todo el mundo. Es muy probable, que su influencia sea muy superior a lo que ha influido la evaluación Trends in International Mathematics and Science Study, más conocida como TIMSS. Aun cuando esta última es mucho más antigua que PISA. TIMSS pertenece a una asociación internacional de profesionales investigadores, que desde su origen reúne a sociólogos, antropólogos, filósofos, entre otros. Es, también, una organización de occidente, el

International Association for the Evaluation of Educational Achievement, Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo (IEA) con sede en Holanda y se constituyó por primera vez en Alemania, la que propone esta evaluación con fines investigativos.

¿Qué diferencia hay entre una u otra influencia?, es algo en lo que no profundizaremos ahora. Sin embargo, las hemos nombrado, aun cuando hay muchas otras evaluaciones internacionales estandarizadas, porque queremos reforzar lo que plantean Godino et.al., (2009) sobre las directrices que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de habilidades y competencias de orden superior en los ciudadanos de muchas partes del mundo, en la clase de matemáticas. Con ello, queremos decir, que esta cuestión de la dimensión normativa, ya no sólo es una cuestión interna del aula, de la escuela o de cada país, también es una cuestión internacional como hemos descrito en el caso de Chile en el capítulo 1.

Es muy escasa la literatura, que desde la Didáctica de la Matemática, aborda cuestiones de esta índole y cómo inciden en los aprendizajes de las matemáticas. Como bien lo plantean Godino et al., (2009) "*las normas rara vez se cuestionan*" (p.59), efectivamente; no obstante, se debe aclarar que a nivel de práctica docente en las instituciones escolares, sí se cuestiona. Lamentablemente los docentes, por lo menos en nuestro país, no son escuchados por los administradores de la educación ni menos por el Sistema Educativo. Entonces, aun cuando han surgido nuevas perspectivas críticas que apuntan a 'cuestionar la norma', tampoco tienen mucha tribuna a nivel nacional ni internacional en la comunidad científica.

Por ello concordamos con Godino et al., (2009) en su llamado que expresa:

> "*En consecuencia, una empresa prioritaria debe ser el estudio de esta «dimensión normativa» para, por un lado, poder describir con mayor precisión el funcionamiento de los procesos cognitivos e instruccionales normados y, por otro, incidir en aspectos de la dimensión normativa (modificándolos si fuera necesario) para facilitar la mejora de dichos procesos de estudio de las matemáticas*" (p. 60)

La herramienta que nos provee el EOS para el análisis de la 'dimensión normativa' se sustenta en el análisis de las normas y metanormas de los procesos de instrucción que de alguna forma regulan y condicionan las otras dimensiones del proceso como lo son la dimensión epistémica, cognitiva, afectiva, instruccional, etcétera (ver figura 2.9).

Figura 2.9. Dimensión normativa (D'Amore, Font y Godino, 2007)

Esta visión del EOS nos permite introducirnos, hacia el final de esta tesis, en una reflexión socio crítica de la enseñanza de la matemática escolar. Por otra parte, es una herramienta que, aun cuando no ha sido ampliamente utilizada en la didáctica de las matemáticas, reconoce la influencia y condicionamiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje en aula de los macro sistemas y las distintas normas que de ellos se emanan.

Algunos trabajos, desde este enfoque, que abordan cuestiones de esta dimensión son sobre las interacciones en aulas y sus regulaciones en las distintas facetas o dimensiones, por ejemplo en los trabajos de Godino, Font, Wilhelmi y De Castro (2009); D'Amore, Font y Godino, (2007); Assis, Godino y Frade (2012), nosotros estamos interesados en reflexionar sobre las macro normas que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje, y que no son competencia ni del profesor ni del estudiante.

2. METODOLOGÍA

Se trata de una investigación empírica, cualitativa, descriptiva e interpretativa, la que desde la epistemología se inscribe en el paradigma del "relativismo" (Oliveras, 1996), complementada con la etnometodología y el enfoque hermenéutico. Es un estudio etnológico de la matemática mapuche. Nuestras unidades de análisis serán los segmentos temáticos (aritmética mapuche) seleccionados en textos, audios y vídeos que dan cuenta de la temática investigada y en los que podremos identificar los significados, las prácticas y las relaciones entre estos elementos.

En las diferentes etapas y fases de esta investigación utilizaremos variados enfoques y métodos para la recolección, análisis e interpretación de datos. Por tanto, nuestra investigación la hemos estructurado en tres estudios empíricos que se relacionan y articulan entre sí:

I. Caracterización de la aritmética *mapuche* y sus significados, que se corresponde con la fase 1) de la ID-EOS 'Estudio preliminar'.
II. Diseño de material didáctico para articular aspectos básicos de la aritmética mapuche (numeración y estructuras aditivas) con la aritmética escolar en un 'diseño didáctico situado', que se corresponde con la fase 2) de la ID-EOS 'Diseño de trayectoria didáctica'.
III. Implementar y evaluar el uso del material diseñado en el aula y sus implicaciones en el aprendizaje de los alumnos, que se corresponde con la fase 3) y 4) de la ID-EOS 'Implementación trayectoria didáctica' y 'Análisis retrospectivo'.

Cada una de estas tres fases implica un estudio empírico y para facilitar la lectura y comprensión de cada uno de ellos, optamos por describir de manera sucinta, en cada uno de ellos, el enfoque teórico y metodológico utilizado. Es decir, describir los soportes teóricos y las herramientas metodológicas utilizadas en el análisis de los hallazgos.

En primer lugar describiremos la ID-EOS para entender la metodología base de investigación y posteriormente describiremos cada fase, con los aportes complementarios de otros enfoques y métodos de investigación.

2.1. INGENIERIA DIDÁCTICA BASADA EN EOS

Por ser una investigación orientada al diseño instruccional para escuelas situadas en contexto mapuche, en los primeros niveles de educación básica, la metodología base utilizada es la Ingeniería Didáctica (ID) basada en el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) (Godino, Batanero, Contreras, Estepa, Lacasta y Wilhelmi, 2013).

La investigación orientada al diseño instruccional es compleja, más aun si su metodología utiliza métodos etnográficos, como es nuestro caso. Tal como lo señalan Godino et al., (2013) es posible enfrentar:

- "*Dificultades que surgen de la complejidad de las situaciones del mundo real y su resistencia al control experimental.*

- *El manejo de grandes cantidades de datos que surgen de la necesidad de combinar análisis etnográficos y cuantitativos*" (p.6).

Efectivamente, como plantean estos autores, en el proceso de investigación nos enfrentamos a distintas dificultades que no podíamos resolver desde nuestro posicionamiento metodológico. Entonces, en la continua reflexión, nos vimos en la necesidad de incorporar otras metodologías que bien se acoplan al EOS para describir, analizar e interpretar los fenómenos en estudio.

La ingeniería didáctica Artigue (1989; 2009), ha sido la metodología de investigación en didáctica de la matemática de muchos investigadores, incluso en Chile, ya que permite poner en experimentación los diseños didácticos elaborados con un sustento teórico y a la vez elaborar recursos para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En su versión original está basada en la aplicación de la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1997).

En nuestro país, la ingeniería didáctica, es una concepción teórica que se transfiere a los profesores en su formación inicial y continua, a fin de aplicarla en su práctica docente. Desde la praxis en nuestro territorio y con el auge de la investigación en didáctica de la matemática, la ingeniería didáctica es, en la actualidad, una metodología de investigación en didáctica de la matemática y una metodología para elaborar secuencias de tareas en matemática, para el aula, con sus correspondientes análisis a priori y posterior. En la práctica docente, con estudiantes de primaria y secundaria, no se utiliza esta metodología para diseñar todas las unidades y contenidos que exige el currículo, sólo es posible elaborar uno o dos al año, pues es complejo y requiere de mucho tiempo no lectivo[19] y la institucionalidad no otorga esos tiempos en la jornada de trabajo de los profesores.

Artigue (1995), plantea que en los años ochenta la ingeniería didáctica se percibe como un medio para abordar:

- *"Las relaciones entre la investigación y la acción en el sistema de enseñanza*
- *El papel que conviene hacerle tomar a las "realizaciones didácticas" en clase, dentro de las metodologías de la investigación en didáctica".*

[19] Tiempo no lectivo en Chile, es el tiempo que disponen los profesores en su jornada de trabajo sin estar frente a estudiantes en aula y que es la suma de los 15 minutos de diferencia entre la hora cronológica de contrato y la hora pedagógica efectiva de 45 minutos.

Esta autora reconoce esta doble función de la ingeniería didáctica, es decir: como metodología de investigación y como método de producciones para la enseñanza, basadas en investigaciones (Artigue, 1995). No sólo en Chile tiene esta doble utilización: metodología de investigación y transposición didáctica en el aula, sino en muchas partes del mundo ha estado ligada a las intervenciones en el aula, como secuencia de tareas.

El EOS propone como metodología de investigación una ingeniería didáctica orientada al diseño de procesos de instrucción matemáticos, aplicando como teoría base el EOS (Godino et al., 2013; Godino et al., 2014). En la ingeniería didáctica basada en el EOS (ID-EOS) se distinguen cuatro fases (Rivas, 2014): 1) estudio preliminar; 2) diseño del experimento; 3) implementación; 4) evaluación o análisis retrospectivo. El uso de una denominación diferenciada de la tradicional ingeniería didáctica, se debe a la aplicación en las distintas fases de herramientas teóricas específicas del EOS.

El estudio preliminar de las dimensiones epistémico – ecológica, cognitiva – afectiva e instruccional, en nuestro caso implicó un estudio socio-histórico con técnicas etnográficas, a fin de establecer los significados de un objeto ‘O’ en la cultura escolar, $S_{CE}(O)$, y los significados sobre el mismo objeto ‘O’ en la cultura *mapuche*, $S_{CM}(O)$. Esta etapa de la ID-EOS ha sido fundamental, pues en este proceso pudimos elaborar nuestro diseño de articulación de los conocimientos matemáticos que co-existen en el aula de las escuelas situadas en contexto mapuche. Por otra parte, en esta fase de la ID-EOS, que se corresponde con el primer estudio empírico, capítulo 3 de esta tesis, se pudo deconstruir un ‘significado de referencia situado’ para la enseñanza de la matemática escolar en escuelas situadas en contexto mapuche.

Luego en la fase de diseño de la ID-EOS se trabajan las configuraciones didácticas, se seleccionan los problemas, su secuenciación y el análisis a priori del mismo. En nuestro caso se elabora un ‘diseño didáctico situado’ para el contexto mapuche, incorporando un primer nivel de articulación. Junto con el diseño de material y el correspondiente análisis a priori. Esta fase de la ID-EOS nos permitió prever la configuración epistémica, instruccional y cognitiva – afectiva que esperábamos se sucediera en la aplicación.

Proseguimos en la fase tres con la implementación de la configuración didáctica; observación de las interacciones entre personas y recursos, entre docente y discente, entre discentes; y, además, evaluar los aprendizajes logrados. En nuestro caso, junto con implementar el diseño y evaluar el uso de los recursos en el aula, también, observamos las interacciones y sus implicaciones en el aprendizaje de los estudiantes.

La fase cuatro corresponde a la evaluación o análisis retrospectivo, que se sigue de un contraste entre lo previsto en el diseño y lo observado en la implementación. También se reflexiona sobre las normas que condicionan el proceso instruccional y sobre la idoneidad didáctica de éste.

Las dimensiones de análisis que se abordan en las distintas etapas de una ID-EOS son: epistémico-ecológica, cognitiva-afectiva e instruccional (interaccional y mediacional).

En la dimensión epistémica-ecológica se determinan los significados institucionales puestos en juego en cada una de las fases del proceso e interpretados en términos de sistemas de prácticas y configuraciones de objetos y procesos matemáticos. En la dimensión cognitivo-afectiva, se describen los significados personales de los estudiantes en términos de sistemas de prácticas y las actitudes, emociones, creencias, valores, que puedan expresar los estudiantes. En la dimensión instruccional, se analizan los patrones de interacción entre el profesor y los estudiantes, entre estudiantes, entre estudiantes y recursos, etcétera, que orientan la negociación de significados y el rol los agentes participantes.

En cada una de las fases de la ID-EOS se utilizan distintas herramientas teóricas del EOS y se complementan con los distintos enfoques teóricos y metodológicos, lo que hemos explicado anteriormente y podemos representar en la figura 2.10. No obstante, se podrá visualizar, más en detalle, su utilización en los estudios empíricos que suceden a este capítulo.

Figura 2.10. Configuración de la Investigación (Salas-Salinas y Quintriqueo, 2018b)

2.2. COMPLEMENTARIEDAD METODOLÓGICA

Hemos dicho anteriormente que por la complejidad de nuestro estudio nos hemos visto en la necesidad de complementar la ID-EOS con otros enfoques metodológicos de investigación. Al plantear esta investigación con dimensiones sociopolíticas, socioculturales e instruccionales en educación matemática, asumimos los postulados acerca del conocimiento, en tanto es relativo y se puede definir de acuerdo a criterios locales que se ubican en cada sistema socio-histórico o ecosistema intelectual y así cada sujeto conoce contextualizadamente en su propio ecosistema (Oliveras, 2006). Se optó luego de un trabajo exploratorio inicial por un diseño que se enfocara en un fenómeno central como concepto a desarrollar (segmentos temáticos) y otros fenómenos relevantes (prácticas, significados y relaciones) que se interrelacionan directamente con el fenómeno central y entre sí (Sampieri, Fernández y Baptista, 2010).

En la primera fase de la ID-EOS iniciamos una investigación socio-histórica para deconstruir un nuevo entendimiento y comprensión del conocimiento matemático pasado del pueblo mapuche y su relevancia para el presente y futuro (Cohen y Manion, 2002). En este proceso se realiza una exhaustiva revisión documental, histórica y actual, para establecer la existencia de la matemática viva (Oliveras, 2006) del pueblo *mapuche* y su reconocimiento de parte de la institucionalidad chilena. Para ello, realizamos una análisis de contenido de los documentos históricos de la época hispánica, siglo XVII en adelante, documentos oficiales públicos desde 1990 a la fecha en Chile, investigaciones reportadas en el ámbito científico nacional e internacional, principalmente de las ciencias sociales y la lingüística, comunicaciones en eventos científicos, publicaciones públicas y privadas de nivel nacional e internacional. Este enfoque metodológico nos permitió buscar en el pasado aquella, matemática viva, que está presente actualmente en las prácticas cotidianas del mapuche en sus comunidades. En este proceso se incorporan tres aspectos fundamentales que aborda la 'Etnomatemática': 'la antropología cultura matemática', 'matemáticas en la vida cotidiana' y 'relaciones entre etnomatemática y educación matemática'. Con ello logramos estructurar el sistema de numeración, identificar las relaciones con la matemática escolar y analizar su estructura morfo-matemática para una posterior interpretación aritmética.

Luego, los resultados obtenidos en este proceso, nos llevó a indagar qué estaba pasando con los estudiantes de ascendencia mapuche que se escolarizan en el Sistema Educativo chileno común a todo el país. Optamos, por dos casos-tipos (Sampieri, Fernández y Baptista, 2010) de estudiantes de segundo año básico de dos escuelas municipales. Uno de ellos es de una escuela con EIB de la región de La Araucanía, en la que se concentra la mayor cantidad de población mapuche, 33,6% de total de la población mapuche del país (INE, 2002). El segundo estudiante de una escuela sin EIB, de la región de Valparaíso, con una población mapuche de un 2,41% de la población total mapuche del país. Para ello analizamos la resolución de un problema matemático, por dos estudiantes mapuche y un cuestionario cumplimentado por sus profesoras. Se les plantea una ficha con un problema aritmético que hemos elaborado teniendo en cuenta las orientaciones curriculares para contextos interculturales, libros de texto del primer ciclo de primaria y la actividad sobre aprendizaje de la decena analizada en Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, (2011). A las docentes de dichos estudiantes, les solicitamos cumplimentar un cuestionario, con el fin de conocer su opinión frente a nuestro tema, sobre su formación profesional y su conocimiento del aprendizaje matemático de los niños de ascendencia mapuche. Una de ellas es profesora de Educación General Básica en Educación Intercultural (profesora en la Araucanía), 9 años de experiencia profesional y 8 de ellos en contexto intercultural. La segunda es profesora de Educación General Básica (profesora en Valparaíso), sin especialidad, con 30 años de experiencia y declara no tener experiencia en educación intercultural.

Con los antecedentes anteriores se pudo establecer la importancia de investigar empíricamente el conocimiento matemático mapuche, específicamente, en una parte de la aritmética mapuche, concretamente, la numeración y la estructura aditiva, limitada a los números menores que 100. Sin embargo, en el estudio anterior no encontramos investigaciones actuales que abordaran el conocimiento matemático mapuche y se reportaran en eventos científicos o en revistas científicas. Entonces, incorporamos a nuestra investigación un enfoque metodológico etnográfico con una orientación temática, más específicamente, incorporamos algunas técnicas etnográficas. No es una investigación etnográfica, pues ello requería muchísimo tiempo y recursos por las características propias de la geografía de nuestro país. Además, la etnografía es una ciencia que implica el estudio y descripción de un pueblo y/o grupo sociocultural y su manera de conocer y entender el mundo. Entonces, decidimos utilizar algunas técnicas etnográficas para conocer y comprender las prácticas matemáticas mapuche en su contexto; nos limitamos a visitar algunas comunidades y entrevistarnos con agentes claves, tales como: los '*kimche*', persona sabia en su cultura; educadores tradicionales (ET), agentes de la comunidad conocedores de su cultura insertos en el sistema educativo en el marco de la EIB; historiadores y poetas mapuche, profesores mapuche, autoridades mapuche y ciudadanos mapuche, todos de algunas ciudades de la región de La Araucanía en el Sur de Chile. La elección de esta región es porque es la que tiene mayor población mapuche en nuestro territorio. Las técnicas etnográficas en esta fase del estudio fueron la observación participante y no participante, entrevistas abiertas y semi-estructuradas, grupos focales, análisis de registros escritos, diario de campo, vídeos, fotografías, cuestionarios. El filtro de la información que utilizamos, para el análisis de datos ha, sido la constante triangulación de los registros recogidos y la búsqueda de nuestras unidades de análisis.

Con esto ya completamos la primera fase de investigación en nuestra ID-EOS, para avanzar a la segunda fase de la ID_EOS, en la que incorporamos el análisis de contenidos de los datos recogidos en la primera fase y el trabajo etnológico de la matemática mapuche. Es decir, en este estudio se articulan conocimientos de culturas diferentes en un diseño didáctico para la enseñanza de la matemática escolar, en el primer sub-ciclo de la educación básica, esto es 1º y 2º año básico. Para elaborar el diseño didáctico, hemos complementado nuestra ID-EOS con un enfoque etnometodológico (Cohen y Manion, 2002), por cuanto nos interesa observar cómo los participantes mapuche conciben su vida diaria en la interacción grupal, las asunciones que hacen, las convenciones que utilizan para establecer términos matemáticos y las prácticas que describen. Esto es, el debate en grupo como técnica metodológica, por cuanto éste permite las correcciones del grupo respecto de opiniones no adecuadas o que no sean compartidas socialmente, es decir como medio de validación de las afirmaciones consensuadas. Por otra parte, esta técnica permite a los participantes consensuar a través de la negociación en el debate sobre una cuestión específica, es decir, permite resolver el problema planteado mediante el análisis, el debate y la toma de decisiones consensuadas, como la mejor opción de solución (Flick, 2007). Así, hemos logrado elaborar un 'diseño didáctico situado' para la enseñanza de la matemática escolar en escuelas situadas en contexto mapuche. En este proceso, los propios actores del grupo focal, entre ellos, quien desarrollaría la clase en sus horas de trabajo, hicieron las traducciones al mapuzugun de la terminología matemática en español. La implementación sería en ambos idiomas.

Finalmente, en la última fase nos posicionamos en un enfoque hermenéutico filosófico (Sandín, 2010), que pretende dar vida al encuentro dialógico del conocimiento matemático mapuche y escolar en el aula. Este enfoque tiene una importancia ontológica porque involucra la comprensión en la interacción. Por otra parte, el aporte del interaccionismo simbólico nos permite reforzar nuestra filosofía pragmatista de los hechos observados que se sucedieron en el aula de clases de matemáticas en mapuzugun. Es decir, con esta complementariedad nos focalizamos en identificar los HDS que se suceden a partir de las regularidades en los patrones de interacción en una clase de matemáticas intercultural y bilingüe. Por cuanto en la interacción entre los sujetos participantes emergen los significados que ellos le atribuyen al objeto matemático en estudio y también emerge la disparidad de significados, a lo que nosotros llamamos 'conflicto semiótico'. La técnica utilizada en esta fase, es la observación participante y el registro de grabación en audio y vídeo.

En todas las fases de la investigación, se utilizaron los soportes de grabaciones en audio y vídeo, pues sólo la doctoranda se insertó en las comunidades mapuche para realizar el trabajo de campo. En consecuencia, debió filmar el vídeo, grabar el audio, tomar notas de campo, tomar fotografías, etcétera. Para facilitar la posterior consecución de los análisis se transcribió el material y a partir de ello, se seleccionó lo que es hoy el material del trabajo de campo que reportamos en este informe y en los anexos. La validez está dada, principalmente por la triangulación múltiple de los datos; uno de los instrumentos que nos facilitó esta triangulación, fueron los cuestionarios de los profesores. De estos cuestionarios, 28 se tabularon y se obtuvieron las frecuencias porcentuales de los ítems. Como nuestro interés de investigación no se focaliza en esa población, los datos obtenidos se utilizaron para entregar y validar información en los tres estudios empíricos. El hecho de utilizar distintos soportes técnicos y humanos, para la recogida de datos, fue un aporte a la hora de la triangulación de información en todas las fases de la investigación, al igual que las notas de campo.

Finalmente debo referirme a los aspectos éticos de nuestra investigación, una vez definido el lugar en que realizaríamos nuestro trabajo de campo. Seguimos con la fase de insertarnos en el campo para definir el territorio, los sujetos que participarían y los instrumentos para la recogida de datos. Con todos estos datos definidos se procedió a tramitar la autorización y el consentimiento informado frente al Comité de Ética en Investigación Humana (CEIH) del Vicerrectorado de Investigación y Transferencia de la Universidad de Granada. Con ello nos hemos comprometido con los valores y principios establecidos en el Código de Buenas Prácticas de Investigación aprobado por el Consejo de Gobierno de la UGR con fecha 8 de abril de 2014. A la vez de resguardar los derechos e integridad de las personas que participaron en nuestra investigación.

2.3. POBLACIÓN MUESTRA Y UNIDADES DE ANALISIS

Al igual que en el punto anterior, la complementariedad de enfoques, también se nos presentó en la selección de la muestra. Es decir, en cada fase de la investigación se tuvo una muestra distinta. Dicho de otro modo, que por las características propias de esta investigación, en cada fase de trabajo participaron distintos sujetos, aun cuando algunos se repitieron en los tres estudios empíricos. No obstante, el total de participantes en la investigación, fueron 11 kimche; 8 educadores tradicionales; 34 profesores; 34 estudiantes y una autoridad mapuche.

Esta muestra se distribuye a lo largo de la investigación, siendo diferente en cada estudio. En el primer estudio la mayor participación es de adultos y en el tercer estudio la mayor participación es de niños.

En relación a las unidades de análisis, como se indicó al inicio de este apartado, son los significados, las prácticas y las relaciones entre los elementos emergentes en nuestro diseño. Cada fase de investigación genera una base de datos amplia: textos, discursos, material gráfico, entre otros. Cada uno de éstos se divide en segmentos temáticos que aluden a la aritmética mapuche y en ellos identificamos las prácticas, significados y relaciones, para su posterior análisis.

En la primera fase exploratoria, nuestra muestra se constituyó por la documentación oficial e histórica, pública y privada, que se revisó para establecer un conocimiento cultural del pueblo mapuche. Entre ellos podemos señalar: documentos y libros de la época de la colonia en Chile, disponible en la Biblioteca Nacional de Chile, principalmente, la Biblioteca Nacional Digital; todos los programas de estudios hasta el año 2016 de lengua mapuzugun, todos los libros de textos de lengua mapuzugun, libros de textos de primero a cuarto año básico de matemáticas del programa orígenes del año 2005; los programas de estudio de matemáticas para la enseñanza básica vigentes y los anteriores al año 2006; todos los documentos oficiales de la EIB; todos los libros de orientaciones didácticas para la EIB y la educación básica regular; todos los libros de textos de matemáticas desde el 2013 al 2016 de primero a cuarto básico; investigaciones sobre el conocimiento mapuche y su historia; investigaciones sobre etnomatemáticas, matemática crítica, entre otras. Seguro me he olvidado mencionar muchos otros documentos leídos en los museos visitados en el Sur de Chile y otros tantos más de las bibliotecas locales.

Luego en esta misma primera fase, se tuvo acceso a dos casos-tipos. Éstos fueron dos estudiantes de ascendencia mapuche que cursaban 2° año básico el año 2014. Uno del Sur de Chile y el otro del Centro de Chile, ambos de escuelas municipales. También a sus dos profesoras. Esta muestra fue intencional y por conveniencia, pues eran de fácil acceso y además reunían las condiciones que buscábamos comparar (Cohen y Manion, 2002: Flick, 2007; Angrosino, 20012). Una de las escuela era de ciudad y no implementaba la EIB y la otra escuela era rural y sí implementaba la EIB. Ambos estudiantes tenían 7 años y no eran fluidos en la lectura ni escritura en español ni mapuzugun.

Siguiendo en la primera fase nos insertamos en el trabajo de campo en la comuna de Galvarino en la Región de La Araucanía, Sur de Chile. Se visitaron 7 comunidades y el pueblo o centro de la comuna (ver figura 2.8.). Comenzamos nuestras visitas, con el previo acuerdo de nuestro agente clave, que trabajó con nosotros en todo este proceso, y era conocido en las comunidades. Comenzamos las entrevistas abiertas a agentes claves de las comunidades: *kimche* y ET, luego en las siguientes visitas y conversaciones se realizaron entrevistas semi-estructuradas. En este proceso la muestra de la primera entrevista fue intencional y por conveniencia, pues el agente clave, ET, que nos introdujo en el campo nos dio las principales ideas sobre con quién hablar. Es así, como se eligieron a los educadores tradicionales (ET) como primer contacto en las comunidades y *kimche* conocidos por nuestro ET1, acompañante en todo el trabajo de campo. Luego para las siguientes entrevistas aplicamos lo que se conoce como muestreo 'bola de nieve', los primeros informante consiguen otros que reúnan las características específicas para esta investigación, conocedores de mapuche *kimün* (Cohen y Manion, 2002: Flick, 2007; Angrosino, 20012). Así, en las siguientes visitas en cada comunidad realizamos entrevistas semi-estructuradas individuales y otras grupales. También se accedió a entrevistar a algunas autoridades de ascendencia mapuche de la municipalidad y del departamento municipal de educación; como también a historiadores y kimche mapuche de otras zonas de la región. El total de la muestra en esta fase estuvo compuesta por: 11 kimche; 8 ET; 34 profesores y dos estudiantes.

Pasamos a la segunda fase de la investigación, aquí la muestra de los sujetos fue sólo por conveniencia. Pues, quedaron invitados todos los participantes de la primera fase, no obstante, la participación era voluntaria y no había retribución alguna de por medio, entonces no todos pudieron participar. También en esta fase se invita a los profesores de matemáticas de las escuelas de la comuna; lamentablemente, es muy difícil que otorguen permiso a los profesores para ausentarse de la escuela, sea por los motivos que sea, durante su jornada laboral. Se intentó fuera de su jornada laboral y tampoco hubo convocatoria, esto obedece a que están en clases con estudiantes dese las 8:00 a las 15:30 horas, luego deben complementar su horario dependiendo de su carga horaria. Entonces, el cansancio, las distancias y la carga de trabajo, hacen imposible que un profesor, por mucha vocación que tenga, quiera seguir trabajando después de su jornada, sin ninguna retribución y con el costo que ello significa para sus familias.

En consecuencia, en esta etapa de la investigación los participantes fueron 3 *kimche*, 3 ET y 1 profesor del departamento de educación, que voluntariamente quisieron participar. Este grupo conformó el grupo focal (GF) y lo llamamos 'grupo de matemática intercultural'.

Finalmente en la última fase, la muestra fue sólo por conveniencia, pues era de fácil acceso. Para ubicarnos geográficamente en el lugar en que se llevó a cabo esta investigación indicamos en los mapas de la figura 2.11., la ubicación geográfica de la población que participó.

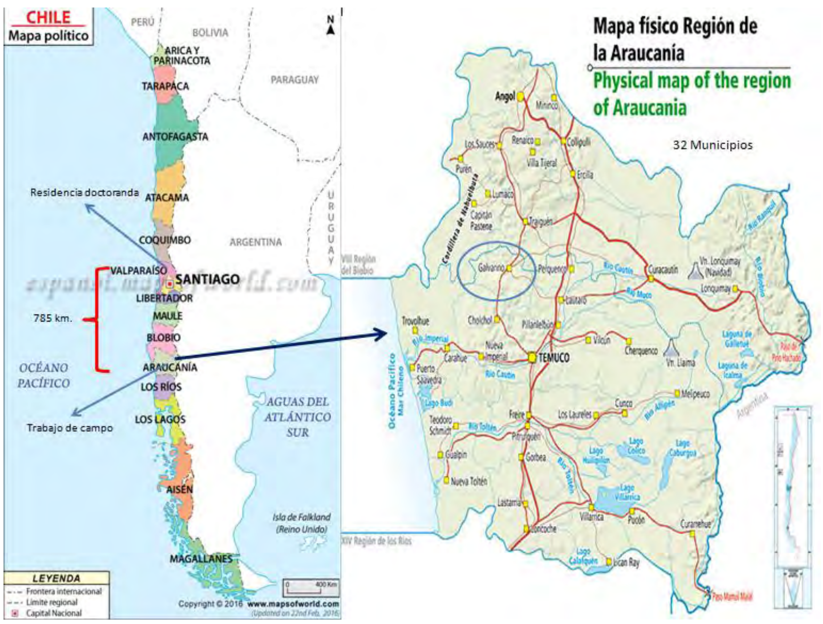


Imagen 2.11. Mapa de la zona geográfica de la investigación

En los mapas no se aprecian ni las distancias ni las características geográficas y ambientales del lugar. Por ello, debemos describir ciertas características que de alguna manera condicionan tanto el proceso de investigación, como los procesos educativos en la zona. Como se puede ver en el mapa físico de la región de La Araucanía, la zona es de muchos cerros y volcanes, lagos y ríos y por ser Chile un país tan angosto, tenemos por un lado la cordillera de la costa y el océano pacífico y por el otro la inmensa Cordillera de los Andes. Entonces, muchas de estas comunas, que se alejan de la capital de la región, Temuco, son comunas rurales. La comuna de Galvarino está emplazada en la parte de la vertiente oriental de la Cordillera de Nahuelbuta y de la Depresión Intermedia, a 56 km al noreste de la capital regional, Temuco. Si bien predominan relieves en colinas suaves y llanos ondulados, su topografía impide el acceso y comunicación expedita entre los distintos espacios territoriales, comunidades (I. Municipalidad de Galvarino, PLADECO, 2014). En esta comuna sólo el 4,7% alcanza la educación superior según datos de CASEN 2011 en PLADECO 2014. De acuerdo a los datos publicados por la I. Municipalidad de Galvarino existen 88 comunidades *mapuche* en la comuna (disponible http://www.transparenciagalvarino.cl/?s=comunidades+indigena). Todas estas, se ubican en zonas rurales y muchas de ellas con un acceso muy limitado, lo que nos llevó a priorizar la población por conveniencia, En el anexo 1 se puede apreciar el lugar en algunas fotografías que he incluido.

Las escuelas de la comuna de Galvarino están situadas en la zona rural y por tanto son multigrados (dos niveles por curso). Existe una escuela de educación básica ubicada en ‘el pueblo’, heredada de la colonia Suiza. ‘El pueblo’ en nuestro contexto es un espacio territorial pequeño ubicado en el centro de la comuna, donde su ubican los servicios públicos básicos: un centro de salud (Hospital), la municipalidad, un banco estatal, un cuartel de bomberos y carabineros, una plaza central y una oficina de correo. Es decir, ‘el pueblo’ no es una ciudad urbana moderna, pues no hay inversión de privados, no están presentes las grandes tiendas, ni los centros comerciales, no hay otros bancos, no hay cadenas de supermercados u otros, como los hay en las ciudades o comunas urbanas. Por tanto, esta comuna tiene el carácter de comuna rural (Berdegué, Jara, Modrego, Sanclemente y Schejtman, 2010) y por ende su centro cívico es conocido como ‘el pueblo’ a nivel de los ciudadanos.

Los estudiantes de estas escuelas y niveles son bilingües, ya sea español (chileno) y mapuzugun o español y suizo, o alemán, estos últimos en menor medida en la actualidad. Históricamente los colonos de esta zona fueron suizos y alemanes, quienes en una época de la historia unieron esfuerzos para la instalación de la primera escuela en la comuna, la actual escuela básica del pueblo ‘Rio Quillen’. Por lo tanto, históricamente en esta zona ha existido la interculturalidad desde sus orígenes, con una población mapuche que supera el 70% (INE, Censo, 2002), lo que se ha traducido en aulas interculturales y bilingües. Según el PLADECO 2014 el 90% de la población de esta comuna son de ascendencia mapuche y se concentra, mayoritariamente, en la zona rural con un 72% de su población, lo que la hace a la comuna, una comuna inminentemente rural. Aun con estas características de la población en esta comuna, recién el año 2013 se reconoce como lengua oficial el mapuzugun junto al español, es decir, oficialmente se declaró a la comuna como bilingüe.

En nuestro trabajo hicimos dos aplicaciones del ‘diseño didáctico situado’, lo que nos permitió realizar pequeñas mejoras entre una aplicación y la otra. La primera fue a modo piloto, si bien no se ejecutó como esperábamos, nos reportó antecedentes para la segunda aplicación. La primera aplicación se realizó en un curso multigrado, 1° y 2° básico, en una escuela rural con 12 estudiantes, 5 de 2° grado y 7 de 1° grado. Sus edades fluctúan entre 6 y 8 años; la ascendencia mapuche está presente en 6 estudiantes de los 12. Este grupo de estudiantes tenía características peculiares, pues en primer lugar, según las edades de los estudiantes, porque de acuerdo a nuestra normativa a los 6 años deben estar cursando 1º año y a los 8 años ya deben estar cursando 3º años de educación básica. Se aprecia un retraso en la escolarización de estos estudiantes, por cuanto se debiera entender que puede haber una madurez cognitiva mayor que los estudiantes que se corresponden con el nivel y la edad. Otro aspecto importante a señalar es la lectura de los estudiantes; sin importar el nivel, presentaban una lectura deficitaria. Los estudiantes de 2º año, leían muy poco en español y nada en mapuzugun, aun cuando ocupa los mismos grafemas, tal vez difiere en algunos fonemas. Los estudiantes de primer año, carecían completamente de lectura en español y en mapuzugun. Estas características de la población piloto, nos llevó a plantear en el grupo de matemáticas que la aplicación final se haría en 2° año básico de la escuela básica del pueblo, donde trabajaba la ET que participó de todo el proceso. Entonces, en la aplicación final participaron 20 estudiantes, 9 niños y 11 niñas, cuyas edades fluctúan entre los 7 y 8 años y de los cuales 9 tienen ascendencia directa mapuche, el resto es criollo o mestizo. El curso era más homogéneo en cuanto a su nivel de lectura y escritura, lo que facilitó la implementación (ver fotografías de la zona, los lugares que visitamos, las escuelas y las aulas en anexo 1)

Las características de la región, la comuna y sus habitantes nos llevó a focalizar nuestra investigación en esta zona. Aun cuando se enfrentaron muchísimas dificultades, este trabajo es un esfuerzo por conocer y comprender una de nuestras culturas originarias y su conocimiento ancestral. Las dificultades oscilaron entre el difícil acceso a las comunidades, la falta de vehículo idóneo para ese terreno, la falta de recurso para acceder a transporte y facilitar la participación de más población, y la falta de un equipo interdisciplinario que trabajara con la doctoranda; aun así, podemos concluir que ha sido una de las experiencias más enriquecedora y de aprendizaje en lo personal y profesional para la investigadora principal.

CAPÍTULO III

ESTUDIO EMPÍRICO 1. ESTUDIO PRELIMINAR

INTRODUCCIÓN

Siendo esta una investigación orientada al diseño de un proceso de instrucción matemática situada en contexto mapuche y enmarcada en la ID-EOS (Godino, Batanero, Contreras, Estepa, Lacasta y Wilhelmi, 2013), iniciamos nuestra investigación con el 'estudio preliminar'. Esta fase de la investigación ha sido fundamental, pues ella nos proporcionó los principales insumos para avanzar en las siguientes fases.

En este primer estudio empírico hemos caracterizado la aritmética mapuche y su potencial educativo, mediante la descripción de las prácticas matemáticas mapuche y el análisis de las convergencias entre la aritmética mapuche y escolar. Avanzando hacia la deconstrucción de un significado institucional en la cultura mapuche y un significado de referencia para escuelas situadas en comunidades mapuche. Estos incorporan el primer nivel de articulación de la aritmética mapuche y la aritmética escolar, de acuerdo a nuestros modelos de articulación de conocimientos y significados de referencia.

El capítulo se estructura de manera sucinta, con los siguientes apartados: antecedentes, que si bien hay un capítulo previo que enmarca en su totalidad la investigación, es importante señalar los antecedentes que motivaron este estudio empírico; enfoque teórico y metodológico, remitiéndonos a las herramientas teóricas del EOS utilizadas y la complementariedad; resultados, este apartado es el que lleva una mayor extensión, en tanto los anteriores nos permiten situamos para comprender estos resultados; finalmente las conclusiones, limitaciones y perspectivas, en tanto cada estudio empírico tiene su propio nicho que, perfectamente, podría ser una investigación propia.

1. ANTECEDENTES

Muchos ciudadanos de los pueblos originarios de nuestro territorio han ido perdiendo su lengua materna, producto de un proceso de hibridación cultural. Este proceso, por una parte, se caracteriza por la asimilación a la cultura dominante, para sacar su estigma de ser indígena, para tener mayor acceso a los bienes sociales y materiales; para acceder a la escolarización, que excluye el uso de la lengua de origen de los estudiantes; la migración de sus territorios a las grandes ciudades, entre otras cuestiones han sido las causas de la pérdida de su lengua vernácula. Por otra parte, la implementación de la JEC (Jornada Escolar Completa) que instaura la nueva democracia a partir de los años 90, implica que los estudiantes pasen mucho más tiempo en la escuela que en sus hogares. Entonces, todo esto ha contribuido a que las nuevas generaciones pierdan el uso de su lengua vernácula. Este fenómeno, en el caso mapuche, no se debe a que han olvidado su lengua, sino a la prohibición y desvalorización de las lenguas indígenas en nuestro territorio en los procesos de escolarización. Por tanto, el mapuche en su mayoría entiende su lengua, pero no la habla. Sólo en los espacios familiares y en zonas aisladas, se mantiene viva en la práctica discursiva, en tanto ahí no sufren de 'vergüenza'.

> (…) Nosotros éramos como automáticos, porque no tenía que hablar mapuzugun, no tenía que tocar el tema de la cultura mapuche. Porque siempre nos hablaron que eso era del pasado. Después yo, por mi trabajo en investigación en la Universidad de la Frontera me reforcé allí como mapuche y me sirvió, porque pude conocer mi historia, la de mi pueblo, conocí la cosmovisión del pueblo mapuche y eso me complemento como mapuche y dirigente mapuche (…) [E8-K9-CT].

Si bien las actuales políticas de la EIB no están facilitando la pervivencia de la lengua, han permitido que muchos chilenos tomemos conciencia de lo que está sucediendo con nuestros pueblos originarios. La Educación Intercultural Bilingüe, es para el pueblo mapuche, un programa que no representa sus verdaderas aspiraciones.

> (…) La EIB es como un espectáculo para gobierno, porque, y para todos los gobiernos de turno, no tiene plata, recursos y lo otro que no tiene ningún compromiso el programa con el pueblo mapuche para que le den participación como debería ser la educación intercultural. Ellos lo promueven, ellos lo miden y no hay participación. Es la tremenda falencia, entonces la exclusión del pueblo mapuche continúa en todo sentido. Ni a las organizaciones le dan participación en el tema de la educación, siguen haciendo todas las cosas entre 4 paredes (…) [E8-K9-CT].

> (…) Es más hoy en día está incluso como un taller no más, imagínese, como un taller dentro de la escuela. Entonces, eso es algo folklórico para nosotros, entonces, esa es la situación de nosotros como pueblo mapuche acá (…) [E8-K9-CT].

> (…) Nosotros hemos reflexionado y propuesto al MINEDUC, que si bien la EIB puede ser algo que no le interese a todo Chile ni a toda la región, pero acá es en nuestra comuna una gran demanda; entonces les decimos porque no nos toman en cuenta. Que consideren la particularidad de la comuna, en la que el 70% de la comunidad es mapuche, en varias escuelas el 100% de estudiantes es mapuche, ¿por qué no nos focalizan?, por ejemplo, los texto deberían ser enviados primero acá, capacitación primero acá, porque acá todos trabajamos en EIB(…) [E9-P1-DE].

> (…) Cuando llega implementación de la EIB, esto parte a partir de la discusión de la LGE y por otro lado, la gente involucrada en la EIB han sido los lingüistas, entonces, se ha orientado a la lengua. Lo mapuche es más amplio y no solo la lengua (…) [E9-P1-DE].

> (…) Aquí tenemos una auxiliar que habla mapuzugun, entonces yo hablo con ella mapuzugun, eso es darle funcionalidad a la lengua; que se use en los distintos espacios,

> hacerla visible, hablarla. Junto con el SLI hay que darle vida al mapuche *kimun* en otras asignaturas (…) [E9-P1-DE].

Hay muchos diálogos en nuestras entrevistas que pueden evidenciar los conflictos con la EIB en contexto mapuche. Además, evidenciar la necesidad de la transdiciplinariedad y revitalización del mapuzugun (lengua mapuche). Sin embargo, hay que notar que de acuerdo a los antecedentes revisados y los planteamientos en los discursos de nuestros entrevistados, agentes clave en la experiencia con la EIB en Chile, la política de educación intercultural en nuestro territorio no es una cuestión nacional. Es decir, aún persiste el racismo institucional, que insiste en que esta política educativa es sólo para los pueblos indígenas aminorados por el propio Estado. Pareciera, que se repite la política del pasado apartheid, es decir, los problemas de aprendizaje e identitario de los niños mapuche viene con ellos a la escuela desde su cultura, por tanto la escuela les puede compensar tales deficiencias, mediante una EIB sólo para ellos. Esta política de educación no incluye a toda la población como es el caso exitoso de Nueva Zelanda, para revitalizar la lengua maorí. Como lo expone Treviño et al. (2013) Nueva Zelanda ha implementado una serie de medidas y políticas que incluye a todo el pueblo neozelandés y no sólo al pueblo maorí, como por ejemplo:

> "*en 1991, crea la federación de Estaciones de Radios maoríes, en 2004 se instaura un servicio de televisión en lengua originaria, los espacios de inmersión total en el idioma y la cultura indígena. Su proyecto de revitalización lingüística contempla dos metas relevantes: al 2028 se espera que todos los maorí recuperen su idioma y al año 2040, que todos el pueblo neozelandés sea bilingüe, maorí-inglés*" (Treviño et al. 2013, p. 13)

Observamos que en Chile aún estamos muy lejos de alcanzar las experiencias de Nueva Zelanda, que sería ideal para la paz, armonía e identidad nacional. Sin embargo, creemos que la investigación puede aportar a esta reflexión. Por ello, desde la enseñanza de las matemáticas en la escuela, debemos generar estos espacios interculturales en que podamos aprender unos de otros.

Cuando se crea el programa de EIB en Chile, en 1996, se proponen como objetivos:

> "1) *mejorar la calidad de la educación de los estudiantes integrantes de los pueblos indígenas reconocidos por el estado chileno, fortaleciendo la identidad y autoestima de los niños y niñas; 2) mejorar los aprendizajes de los niños y niñas indígenas mediante la incorporación de contenidos didácticos pertenecientes a su realidad cultural, social e histórica; 3) fortalecer y propiciar el aprendizaje y valoración de las lenguas indígenas junto al castellano;4) incorporar a la familia y las comunidades indígenas en los procesos de construcción de las actividades curriculares de los establecimientos*

> *educacionales; 5) incorporar métodos de enseñanza/aprendizaje desarrollados por familias y comunidades indígenas*" (Treviño et al. 2013, p. 14)

Si estos objetivos planteados para EIB en nuestro territorio hubiesen sido promovidos por la propia institucionalidad, en estos momentos sería otro el escenario de la EIB, pues a lo largo de más de 20 años que se establecieron estos objetivos, en la práctica nada de ello se ha logrado, como lo señalan nuestros entrevistados. Quizás, en algunas zonas, debido a la autogestión local, se lograra avanzar en parte del objetivo 1), es decir, en torno a la autoestima de los estudiantes indígenas, como lo revela el discurso de E9-P1-DE de la comuna de Galvarino:

> (…) Si bien aún la educación actual afecta la identidad de los niños mapuche, creo que en algunos casos se ha avanzado. Ya no es la educación de los años 80, entonces, se ha avanzado. Alguna vez se habló que la EIB era artesanía, baile y canto, es decir, se folklorizó, pero a pesar de que hubiese sido así en una primera instancia, eso también ha sido importante. El hecho que se celebre el *wetxipantu*, puede que, un mapuche más fundamentalista diría no están folklorizando la cultura, pero se ha dado espacio una institución que era muy cerrada, se ha abierto en algunos casos y esto hace visible una cultura originaria. Hoy en día muchos niños ya se sienten orgullosos de ser mapuche (…) [E9-P1-DE].

No obstante, y retomando esos objetivos originales, el resto de los objetivos han estado más ausentes, pues no hay en la educación obligatoria ni en la EIB contenidos propios de cada cultura originaria y el hecho de estar sumidos a la presión de elevar los 'rendimientos' en la evaluaciones estandarizadas nacionales e internacionales, hace que el sistema se cierre aun más a incluir otros conocimientos a la escuela. Porque en Chile, actualmente la 'calidad de la educación' es el estandarte de los gobiernos de turno, desde que volvió la democracia en 1990. Puelles de (2012) lo explica muy bien cuando señala "*la calidad, según las políticas de la nueva derecha, suele identificarse con el rendimiento escolar de los alumnos y los centros escolares*" (p. 119). Es decir, que en toda la estructura del sistema, las escuelas y liceos sólo miran hacia 'el rendimiento escolar' en las evaluaciones estandarizadas y poco les importa mirar a su alrededor; todos los factores, las individualidades, la diversidad, las personas, los conocimientos, entre muchas otras cuestiones que co-existen en la escuela.

> (…) cuando asumió este alcalde mapuche, todas las escuelas pasaron a implementar el PEIB, por eso ahora son todas las escuelas 17 rurales 2 urbana y 1 liceo, son focalizadas por PEIB. Pero los profesores se siguen evaluando con el sistema de evaluación docente y los niños con las pruebas estandarizadas (…) [E9-P1-DE].
>
> (…) Entonces, la presión del currículo hace que los profesores no sean receptivos (…) [E9-P1-DE].

Todo esto evidencia la complejidad multireferencial de la educación mapuche en su contexto. Esto, lo afirma uno de nuestros entrevistados, quien nos señala que la mayor investigación se ha realizado desde la lingüística y la antropología, y no necesariamente sobre el conocimiento matemático mapuche y cómo éste puede aportar al aprendizaje del estudiante. Esto, sin mencionar los pésimos resultados que reportan el MINEDUC en las evaluaciones estandarizadas para la comuna de Galvarino, como lo vemos en la figura 1.8, del capítulo 1. Es decir, aun cuando sólo se trabaja para rendir en dichas evaluaciones, los resultados son negativos. Este escenario, por ende, genera lo que Quintriqueo, Torres, Gutierrez y Saez (2011) denominan 'distancia epistémica' entre conocimiento mapuche y escolar.

Una de las cuestiones que nos interesa es la necesidad de conocer, comprender y deconstruir parte del conocimiento aritmético mapuche. La investigación sobre los sistemas de numeración ha sido uno de los temas que hasta hoy constituye un problema en el ámbito de la enseñanza de la matemática. Godino, Font, Wilhelmi y Arrieche (2009), nos proporcionan una serie argumentos que nos hacen reflexionar sobre lo que ellos llaman 'pluralidad de significados' de los números (ver figura 2.6, capítulo 2). Expresan la necesidad de considerar el conocimiento matemático de origen como un conocimiento previo.

Los aportes de los enfoques de investigación socioculturales, han proporcionado evidencia de la existencia de una antropología cultural matemática (Vithal y Skovsmose, 1997). Algunos, nos plantean la exclusión de este conocimiento en los currículos eurocéntricos que dominan los Sistemas Educativos de todo el mundo (Quintriqueo, 2010). Una de las problemáticas que enfrentan las escuelas que implementan el programa de EIB en comunidades mapuche, es que el conocimiento cultural mapuche no se aborda de manera transversal. Es decir, las escuelas no están inmersas en la cultural local y por ende dicha cultura no es transversal a todas las asignaturas que se imparten en las escuelas situadas en comunidades mapuche. La educación matemática es una de las asignaturas que más se resiste a la inclusión de la cultura local, pues no valora el potencial educativo que pudiese tener un conocimiento matemático de origen de los estudiantes, como un conocimiento previo.

En este escenario, nos proponemos aportar evidencias del potencial educativo del conocimiento matemático mapuche para ser considerado en la educación escolar en contexto mapuche. En este estudio empírico, centramos nuestro interés en las prácticas matemáticas discursivas en mapuzugun, lengua mapuche, presentes en: registros históricos, para deconstruir el conocimiento matemático presente en la memoria individual y colectiva mapuche. Además, en los documentos oficiales del MINEDUC para la enseñanza de la matemática en la educación regular y los establecimientos educacionales con EIB, para la implementación del sector de aprendizaje SLI Mauzugun, en los primeros niveles de Educación Básica. Al iniciar este estudio, una de las dificultades que encontramos fue la usencia de literatura actual sobre el conocimiento matemático mapuche. Constatamos que mucho se dice de la formación de los profesores y la necesidad de incorporar el conocimiento mapuche a la escuela, entre otras cuestiones. Sin embargo, no hay antecedentes actuales que nos permita posicionarnos en un punto de partida, para iniciar este acercamiento epistémico referido a la articulación de entre conocimientos mapuche y occidental en las aulas en la enseñanza de las matemáticas.

> (I) ¿Cómo logran distinguir que *küla mari* es 30 y *mari küla* es 13, es decir cómo comprenden que si va después de la palabra *mari* (diez) se suma y cuando se antepone a *mari* se multiplica?
>
> (…) Yo he dicho, los mapuche eran grandes matemáticos; pero no tengo claridad cómo está estructurada nuestra matemática, por ejemplo yo digo todos los números tienen un sentido, pero tienen un sentido cosmológico (…) [E1-K1].
>
> (…) Un mapuche no puede dar una definición de lo que ellos saben, saben hacer, pero no pueden definir, por ejemplo un mapuche no puede definir lo que es un *gillatun*, pero sabe hacer un *gillatun*(…) [E1-K1].
>
> (…) Felix de Agusta ha hecho una descripción más detalla de la matemática en los años 1600, eso conocimiento se puede recuperar (…) [E9-P1-DE].
>
> (…) eso era un conocimiento innato, era perfecto, no hay nada registrado; todo estaba basado en la experiencia, en la racionalidad y en la enseñanza oral, por eso el mapuche dice que su palabra era ley (…) [E8-K9-CT].

Con estos antecedentes comenzamos a visualizar la primera problemática que debíamos abordar y el lenguaje mapuzugun como foco central. Entonces, definimos para este estudio abordar las interrogantes planteadas para la fase 1) de la ID-EOS, estudio preliminar, detalladas claramente hacia el final del capítulo 1 ‘Problemas de investigación’ de la fase 1 ID-EOS.

Apoyados en algunas herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) de Godino y colaboradores, en este estudio empírico 1, haremos un análisis epistémico de dichas prácticas, para dar respuesta a los objetivos específicos OE1 y OE2 planteados en el capítulo 1, de la ID-EOS. Responder estos objetivos específicos implica ‘deconstruir el conocimiento aritmético mapuche y su estructura aditiva'; 'describir la configuración ontosemiótica de las prácticas matemáticas en mapuzugun planteadas en los textos oficiales' y 'deconstruir un significado de referencia situado para escuelas situadas en contexto mapuche'.

2. ENFOQUE TEÓRICO Y METODOLÓGICO

El 'Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos' (EOS) es nuestra teoría base como lo hemos expuesto en el capítulo 2 de esta tesis, por ello en este apartado sólo describiremos algunas cuestiones específica, de manera sucinta, de las herramientas teóricas de este enfoque que hemos utilizado en este estudio empírico. Como ya lo hemos mencionado, en el capítulo anterior, la complejidad de nuestra investigación cualitativa nos ha llevado a utilizar la complementariedad de enfoques teóricos y metodológicos. Por ello, también describiremos las aportaciones del enfoque intercultural y crítico, en tanto proponen formas de acercamientos y valoración de los conocimientos indígenas en la institución escolar, en condiciones de igualdad epistémica.

2.1. ENFOQUE INTERCULTURAL Y CRÍTICO

Desde un enfoque educativo intercultural y crítico en la Didáctica de la Matemática es pertinente utilizar el término 'descolonizar el saber', 'descolonizar el currículo', entre otros, para referirnos a la relación dialógica que debe darse en las actuales aulas de matemáticas interculturales. En este sentido, desde la filosofía de interculturalidad crítica se reconoce que "*todas las culturas (...) son el resultado de un proceso complejo y largo de inter-trans-culturación*" (Estermann, 2014, p. 351). Es decir, en los tiempos actuales la 'descolonización' del saber y la construcción identitaria de las culturas, no puede significar la vuelta a un romanticismo de 'culturas no contaminadas' (Estermann, 2014). Sin embargo, y en concordancia con Estermann, nos posicionamos en las posturas de Quintriqueo y Torres (2013), en relación a los supuestos que debiera asumir la educación intercultural:

> "*las personas aprenden inmersas en un mundo social, aunque el acto de aprender se considere como un hecho predominantemente individual; las personas aprenden en las diferencias, lo cual constituye una riqueza de la producción humana que mejora la calidad de los aprendizajes, las oportunidades y las relaciones sociales; las prácticas pedagógicas interculturales tienen por objeto generar una relación dialógica entre los saberes populares, los saberes indígenas y los saberes y conocimientos*

> *escolares; y debiera centrarse en explicitar aquellos aspectos que son diferenciadores de ambas culturas en sus diferentes dimensiones y revalorizar las particularidades de cada una para generar una relación intercultural fundada en la deliberación*" (Quintriqueo y Torres, 2013, p. 215).

Por tanto, la dimensión humana del conocimiento es esencial desde nuestra postura como investigadores, en ella subyacen un amplio repertorio de conocimientos que se expresan en las prácticas de las experiencias culturales y que en el caso del pueblo mapuche han sido acumuladas a lo largo de su historia en la memoria social individual y colectiva, y que, se expresa en sus discursos orales (Quintriqueo y Torres, 2013).

Paulo Freire en los años 60 nos habla de la dimensión humana del conocimiento y de que la educación verdadera, en tanto praxis, reflexión y acción en contexto real como proceso de enseñanza y aprendizaje en que el sujeto está en continúa interacción con otros sujetos y el mundo natural que les rodea. Este autor en su experiencia, plantea la educación como una forma de cambiar a una actitud crítica, en tanto el sujeto que aprende no es sólo un espectador del acontecer en la realidad en que está inmerso, sino un sujeto cognoscente en la construcción de su propia realidad. Entonces, la posición del hombre en el mundo "*no sólo es estar en el mundo sino con él, y trabar relaciones permanentes con este mundo*" (Freire, 1978, p. 77). Es decir, se refiere a la relación específica, con la realidad y en la realidad, del sujeto (S)-objeto (O), de la cual surge el conocimiento que se expresa a través del lenguaje (Freire, 1879). La realidad como objeto, es percibido desde nuestro universo de significados, los que nos ayudan a formar esa imagen mental que lo caracteriza y cómo se conectan con nuestros intereses (Sacristán, 2002). Este autor nos plantea que "*no percibimos el mundo sólo en función de esquemas mentales y de las experiencias pasadas, sino que también lo entendemos en relación con nuestros proyectos*" (p. 11). Es decir que la relación S-O se entiende desde una noción del tiempo y espacio de manera cíclica y no lineal, en tanto los significados construidos en experiencias pasadas nos permiten actuar en el presente y proyectar el futuro que aún no llega. Una de las cuestiones interesantes del pueblo mapuche, es que ellos tienen muy claro esta concepción, pues su noción del tiempo-espacio es cíclica y les permite entender el orden natural del *wall mapu* (universo). En el caso del pueblo mapuche el pasado se ubica delante, pues es conocido y les indica el camino a seguir en el presente y el futuro, se ubica atrás, pues es algo desconocido que aún no llega y se desconoce (Quintriqueo y Torres, 2013). Muy interesante, pues nosotros olvidamos el pasado y creemos conocer el futuro a partir del presente, es decir, concebimos el tiempo de manera lineal, en tanto es la formación que hemos recibido en la escuela monocultural. Esta idea lineal del tiempo se inicia con el judeocristianismo, se afianza en el renacimiento y su importancia en los tiempos actuales viene de la época de la ilustración y la revolución Francesa. Es así como la concepción lineal del tiemplo , implica la acumulación de hallazgos en la historia, es sólo para la construcción de estadios más perfectos que nos conducen al bienestar social y material y a una salvación espiritual (Sacristán, 2002). Esto nos ha llevado a la hegemonía cultural y se ha impuesto sobre el conocimiento cultural de otras sociedades en todo el mundo y es lo que predomina en los sistemas educativos, en tanto a valores, creencias y tradiciones que se transmiten.

A partir de la apropiación de una cultura, es como elaboramos nuestros significados que dan sentido a nuestra realidad (Sacristán, 2002). El acto de conocer, en tanto asignar significado, es propio de la interacción S-O. Es así, como Quintriqueo y Torres identifican que la relación sujeto (S) que conoce y objeto (O) de conocimiento, es una de las problemáticas a bordar en la epistemología mapuche. Por ello, el objeto (O) debe situarse en la lógica epistémica del sujeto (S) que aprende, así podrá otorgar sentido y significado al (O) que debe aprender. Siguiendo la idea de Freire (1978), Izquierdo (1999), Hessen (1925), Quintriqueo y Cárdenas (2010) y Quintriqueo y Torres (2013), en la actualidad debemos entender la relación S-O, como un aspecto central en la construcción del conocimiento desde una visión epistemológica dual, reversible y crítica. Es decir, el sujeto no es objeto de conocimiento, como bien lo diría Freire, "*cuando es domesticado y acomodado: ya no es sujeto. Se rebaja a ser puro objeto*" (Freire. 1978, p. 6). El pueblo mapuche ha construido su conocimiento en base a esta relación dual S-O, siendo el 'O' la naturaleza, su entorno natural. Así, esta racionalidad dual permanente ha sido expresada en sus prácticas socioculturales a lo largo de su historia (Quintriqueo y Torres, 2013).

Ardoino, (1991) nos plantea el análisis multidiferencial "*como la lectura plural de los objetos que se quiere aprehender*" (p. 173), en tanto debemos reconocer que, el análisis de las prácticas, en una comunidad de prácticas específica, es compleja pues están en función de los sistemas de referencias de dichas prácticas (Ardoino, 1991). Por ello, nuestra atención a los significados, en tanto relación S-O, que están en interacción mutua en términos de prácticas en función del sistema de referencias culturales mapuche. Esta complejidad nos lleva a entender, que para nuestra investigación, debemos generar un modelo de articulación de los conocimientos que coexisten en una comunidad de prácticas, como son las escuelas situadas en comunidades mapuche.

Según Ardoino (2005) la articulación del conocimiento está ligada a la relación tiempo-espacio en un territorio determinado, lo cual define el contexto socio histórico en el que se desenvuelven los sujetos, para dar sentido y significado a la realidad. A partir de ello, elaboramos un modelo de 'articulación de conocimiento' que nos permita elaborar 'diseños didácticos situados' inclusivos y con pertinencia cultural. Para nuestro propósito hemos formulado un modelo de articulación, ver figura 3.1, del conocimiento mapuche y el escolar, que coexisten de hecho en el contexto socio histórico de las familias y comunidades mapuche (Quintriqueo y Torres, 2013).

En dicho contexto, la articulación del conocimiento parte desde la intersubjetividad que porta cada sujeto, para avanzar en un aprendizaje sobre la estructura del conocimiento matemático, lo cual permitirá al estudiante dialogar con las lógicas del conocimiento escolar organizado en el sistema educativo.

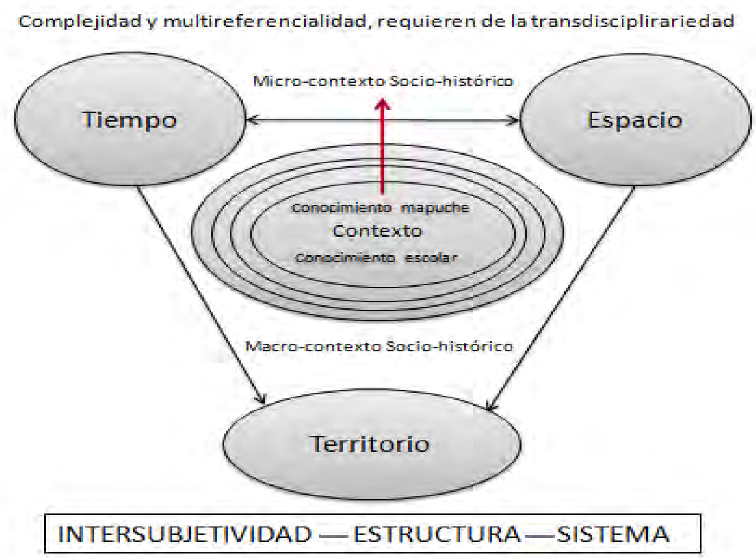


Figura 3.1. Modelo de articulación del conocimiento mapuche y escolar

La 'articulación de conocimientos' es un proceso que busca: 1) Implicación de los actores del medio educativo y social en la co-construcción del conocimiento; 2) Relación y seriación del conocimiento a enseñar; 3) Desarrollar capacidades para relacionar los conocimientos; 4) Progresión del estudiante en los diversos niveles de dominio del conocimiento para interactuar en distintos juegos de lenguajes.

Todos estos aspecto aportan a entender, desde una visión crítica, el significado de la 'educación matemática' en la escuela, que para nosotros está relacionada con la cultura del estudiante y el desarrollo de las competencias democráticas y el pensamiento crítico (Valero, 2002). Para nosotros en este micro-contexto socio-histórico, importa la visión que toman los sujetos que aprenden y el objeto de conocimiento, en contante relación con otros sujetos y los micro-contextos o macro-contextos socio-histórico, en educación matemática (Valero, 2002). Por ello, nuestra intención en la articulación tiene que ver con la praxis del pueblo mapuche sin desvincular esa realidad de otras realidades, como la escuela. Entonces, esta articulación de conocimientos, también, nos lleva a la articulación de micro-contextos, macro-contextos y entre ambos; centrando nuestra atención en el lenguaje de articulación como mediador del aprendizaje. Desde la lingüística se ha establecido que el lenguaje es un sistema de códigos que incluye la actividad de codificación y descodificación. La descodificación es el proceso por el cual organizamos la información recibida en signos (lenguaje, ícono, imagen, sonidos, experiencias, ideas significativas, símbolos, etc.), para ser guardada en nuestro cerebro. Esta organización, que realiza esta función del cerebro, es la que permite recuperarla para ser utilizada cuando es necesario. Cada vez que recibe información nuestro cerebro, debe descodificarla en signos y almacenarla organizadamente para luego codificarla en signos y utilizar dicha información. Si la unidad central de la codificación y descodificación es el signo y la función semiótica es comprender estos sistemas de signos, es entonces el signo en sus diferentes expresiones (hablado, escrito, simbólico, icónico, etc.) nuestra atención principal, como bien lo planteara Cassirer *(*1945) "*el signo es un instrumento del pensamiento*" (p.34). En otras palabras, descodificar es comprender lo que se nos está enseñando (comprender los códigos del emisor) y almacenarlo organizadamente (codificar) para luego representarlo o utilizarlo al enfrentar problemas reales en que se debe utilizar esta interpretación (descodificación) que realizó al recibir información (Alveal y Rubilar, 2012).

Las habilidades de codificación y descodificación han sido ampliamente investigada por la Neurolingüística estableciendo que son procesos cognitivos complejos y se ven afectados por los estímulos externos, los contextos y los actores de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Etchepareborda y Abad-Mas, 2005). Actualmente, han sido definidas como funciones cerebrales de orden superior por la Neuropsicología y son imprescindibles para otros aprendizajes (Geromini, 1997). Entonces, es importante que los problemas a presentar a los estudiantes sean de su entorno real, pues cuando es de la vida real del estudiante, éste no necesita reinterpretar o re-contextualizar, como lo explica Valero (2002). Dicho de otra forma, esto facilita la descodificación y posteriormente la codificación.

En nuestro modelo de articulación del conocimiento mapuche y escolar en este micro-contexto socio-histórico, nuestro interés se centra en la comprensión mutua de los signos y la función semiótica, en las diferentes formas de expresión de los lenguajes. Facilitando con ello la comprensión mediante la decodificación y codificación en la interacción de los sujetos con el objetos de conocimiento. Dicho de otra manera, nuestro análisis, desde el punto de vista de la semiótica, nos permite observar los sistemas de prácticas institucionales para el proceso de construcción de signos, su lectura e interpretación en el contexto escolar mapuche, donde tienen lugar sus usos. Abordando algunas implicancias de las dimensiones institucionales de la actividad matemática en la dimensión individual del aprendizaje de la matemática escolar. Entendiendo que el foco principal de la semiótica está "*sobre la actividad comunicativa en matemáticas usando signos. Esto implica tanto la recepción y comprensión de signos vía escuchar y leer, y la producción de signos vía hablar y escribir o dibujar*" (Ernest, 2006, p., 69). En este capítulo damos cuenta de las tres componentes planteadas por Ernest (2006) presente en los sistemas semióticos: un conjunto de signos (S) que pueden ser escritos, hablados o dibujados; luego hay un conjunto de reglas (R) para producir las señales que contienen los signos y finalmente hay un conjunto de relaciones entre los signos y su significado (M). Agregamos a esto, que los significados (M), siempre los observamos en términos de prácticas.

2.2. CONFIGURACIÓN ONTOSEMIÓTICA

Los bajos rendimientos en matemáticas en las últimas décadas del siglo pasado, han estado cargados de interpretaciones que tienen que ver con las características individuales de los sujetos y no han centrado la atención sobre los aspectos relacionados con la cultura del estudiante (Licón, 1997). Estas cuestiones han permitido, de alguna forma, que la escuela modifique la cultura de los estudiantes y sus familias, para mejorar las imperfecciones, principalmente de los inmigrantes. Este autor plantea el argumento de que "*el proceso de enseñanza y aprendizaje consiste en una interacción entre personas con el fin de elaborar y compartir significados. Lógicamente de ello se deduce que el lenguaje es fundamental para que se produzca el desarrollo y la negociación de los significados*" (Licón, 1997, p., 298).

La relación S-O planteada en el apartado anterior, se entiende en el EOS como el asignar significado al proceso de percepción e interpretación de los sistemas de signos que está recibiendo e incorporando a su cognición como objeto, lo que supone establecer una función semiótica. Los sistemas semióticos existen en los contextos socio-históricos en la dimensión estructural, por ejemplo la lengua, y en su rol funcional, por tanto evolucionan históricamente en el tiempo. Es decir, la dimensión estructural y funcional están ahí, en la práctica socio-histórica, donde los signos se utilizan en la vida real por los miembros de una comunidad de prácticas específicas (Ernets, 2006). Como bien lo define Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy (2009) "*los sistemas semióticos son relativos a las personas y grupos humanos que los usan y producen; son relativos a los juegos de lenguaje inmersos en formas de vida sociales*" (p. 3). Esto nos indica que una práctica no se puede entender sólo por su sistema semiótico, porque dejarían de lado muchos otros aspectos, como es el desarrollo histórico, cognitivos, etcétera. Es decir, los significados van cambiando de acuerdo al espacio y tiempo socio-histórico en que tienen lugar las prácticas.

Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy (2009), interpretan las prácticas "*en términos de acción reflexiva, situada, intencional y mediada por recursos lingüísticos y materiales*" (p. 2). Entonces, a nosotros nos interesan los sistemas de prácticas, discursivas y operativas en las comunidades de prácticas: mapuche y sistema escolar; para identificar la trama de objetos intervinientes y emergentes de dichas prácticas. Como también, la interacción de los distintos objetos que intervienen en estas prácticas, en términos de 'función semiótica'. La configuración ontosemiótica, que hemos descrito hasta aquí, en su conjunto se puede ver en la figura 2.2, del capítulo 2. Los tipos de significados institucionales y personales se pueden ver en la figura 2.3, del capítulo 2.

En el nivel de configuraciones ontosemióticas, el EOS plantea la triada de relaciones prácticas-objetos-funciones semióticas, en un trasfondo ecológico. Es decir en este nivel identificamos las prácticas que se realizan en la comunidad mapuche, los objetos interviniente y las funciones semióticas (significados, conocimiento, comprensión,…), siempre en un trasfondo ecológico (contexto material, bilógico y social). Entonces, para describir los objetos intervinientes en las prácticas matemáticas mapuche, utilizaremos la configuración de los objetos matemáticos establecidos por el EOS y tu interacción en dichas prácticas, ver figura 2.4, del capítulo 2.

Para el análisis de la configuración epistémica de las prácticas matemáticas mapuche, pondremos atención en los objetos primarios: lenguaje, situaciones, conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentos. En este proceso de análisis de los significados presentes en las prácticas, desde nuestra visión antropológica – sociocultural de las matemáticas, tenemos claro que podemos encontrar más de una configuración epistémica, lo que nos lleva a establecer la pluralidad de significados del objeto matemático y posibles conflictos semióticos (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011). Ramos y Font (2006) muestran dos configuraciones epistémicas, formalista y empirista, para un mismo objeto matemático desde el uso ecológico del constructo contexto y plantean "*que el uso ecológico del término contexto es que da a entender que hay diferentes lugares en los que se puede situar el objeto matemático*" (p.539). Godino et al. (2011), muestran la pluralidad de significados informales y formales del numero natural (Ver figura 2.6, capítulo 2), en tanto las diversas configuraciones epistémicas (institucionales) a lo largo de su historia en occidente (p. 5).

Describir y entender la pluralidad de significados, de los objetos matemáticos que intervienen en los sistemas de prácticas, es una oportunidad para identificar los conflictos semióticos, debido a múltiples funciones semióticas que un (S) establece sobre un (O) para su comprensión. Los conflictos semióticos pueden explicar las dificultades a que se enfrentan los estudiantes mapuche al resolver un problema matemático en la cultura escolar y que pueden dificultar el acoplamiento de significados. Es decir, nos permite dar una explicación de los errores, dificultades y obstáculos de los estudiantes para el aprendizaje de un contenido matemático, y en general, en las dificultades surgidas en la comunicación en el aula (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2009). Esta noción teórica del EOS, no solo nos resulta útil para identificar las cuestiones relativas al (S), también es útil para identificar la disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a un mismo objeto matemático por dos instituciones, en cuyo caso sería un conflicto semiótico de tipo epistémico; si la disparidad de significados sobre el (O) surge en la practicas personales de un mismo (S), hablamos de conflicto semiótico cognitivo; y si la disparidad de significados sobre el mismo (O) se produce en la interacción entre dos personas (entre estudiantes, entre profesor y estudiantes, entre profesores, etc.), estamos frente a un conflicto semiótico de tipo interaccional (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2009).

Para el caso de los significados atribuidos al objeto por el sujeto en interacción, en contexto mapuche, deconstruimos el significado institucional en dos comunidades de prácticas, comunidad mapuche y escolar. Sin embargo, para nuestro interés en la articulación de conocimiento, debemos centrar nuestra atención en el 'significado de referencia' propuesto por el EOS, que se define como: el sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido, es decir, lo que pretende conseguir un diseños didácticos para la enseñanza de la matemática (Godino, Batanero y Font, 2007).

Para elaborar nuestro diseño didáctico debemos establecer un 'significado de referencia situado', $S_R ES$, para las escuelas situadas en la comunidad mapuche, que se inscriba en nuestro modelo de 'articulación de conocimientos', que está concebido para comprender los problemas de la enseñanza y el aprendizaje en una realidad sociocultural compleja y multireferencial, desde un enfoque de transdisciplinariedad. En tanto, incorporar un quinto campo de estudio, la 'articulación de la etnomatemática mapuche y la matemática escolar', es una necesidad en el actual mundo multicultural y altamente tecnologizado. Con el fin de desarrollar competencias matemáticas que nos permitan desenvolvernos en cualquier escenario cultural, comprendiendo el saber del 'otro' e interactuando con ese saber.

En consecuencia, como el problema que nos propusimos investigar es cómo propiciar que el estudiante mapuche construya un significado personal de un objeto matemático (O), incorporando los significados propios de su cultura mapuche, $S_{CM}(O)$, respetando su identidad cultural y logrando que se apropie de los significados institucionales de la cultura escolar, $S_{CE}(O)$, es necesario deconstruir un significado de referencia para enseñar la matemática escolar en este contexto que incorpore ambas racionalidades, es decir un significado para las escuelas situadas, $S_{ES}(O)$. Nuestra interpretación de la noción de significado de referencia, para nuestro estudio, implica la inclusión del conocimiento matemático local o micro-contexto, ver figura 3.2.

Para ello, hemos caracterizado los significados de referencia de un objeto matemático 'O' en dos contextos culturales: significado de referencia, $S_R CM$, en la cultura mapuche (CM) y un significado de referencia, $S_R CE$, en la cultura escolar (CE). Con estos significados de O, se deconstruye un significado de referencia para las escuelas situadas, $S_R ES$, en comunidades mapuche (ES). Entonces nuestro modelo de análisis del significado institucional para las escuelas situadas en comunidades mapuche está dado por la conjunción de los diversos contextos de uso y sus distintas configuraciones en el seno de su cultura como vemos en la figura 3.2.

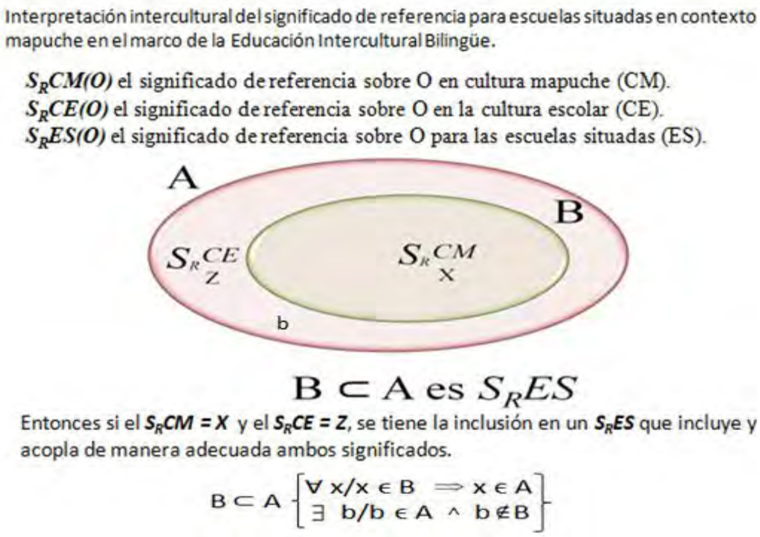


Figura 3.2. Modelo de deconstrucción de un significado de referencia para escuelas situadas.

Entonces, si el S_RCM = X y el S_RCE = Z, se tiene un S_RES que acopla de manera adecuada ambos significados. Esta inclusión del conocimiento matemático la modelamos: sea B el conjunto de significados en la cultura mapuche y A el conjunto de significados en la cultura escolar, se tiene que $B \subset A$ $\{\forall x/x \in B \Rightarrow x \in A\}$. Establecer los significados de un objeto matemático en distintos contextos de uso, es una oportunidad para el 'diseño didáctico situado' en un modelo de articulación que considera el macro y micro contexto socio-histórico en que se desenvuelven los sujetos. Los modelos de 'articulación de conocimientos' y de 'significado de referencia situado' son nociones claves para fundamentar el 'diseño didáctico matemático situado' para la enseñanza de la matemática inclusiva y con pertinencia cultural.

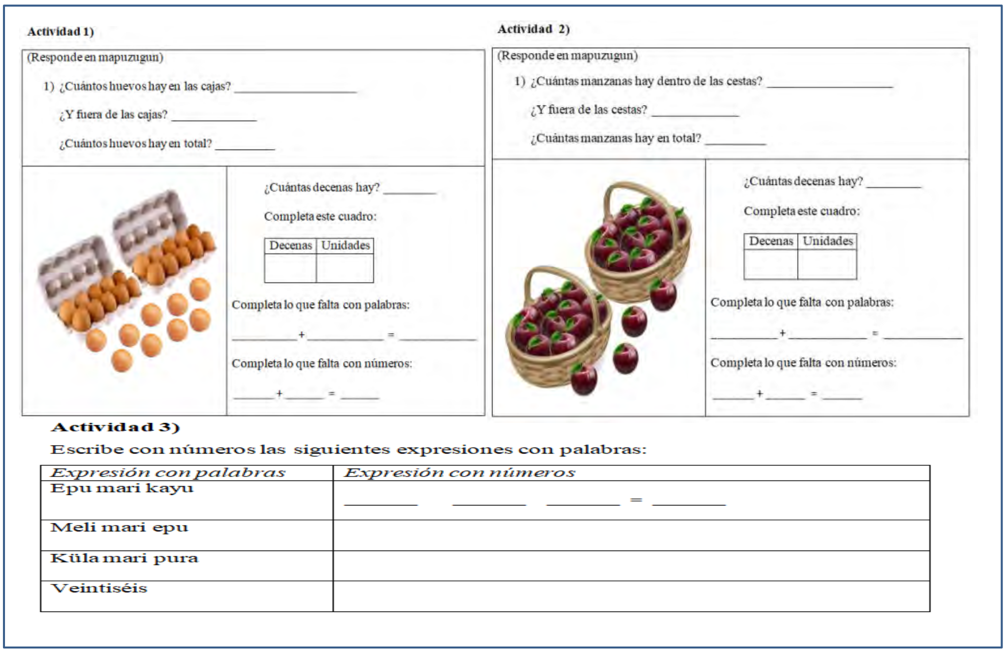
Con estos aportes de la complementariedad de enfoques teóricos, hemos podido construir un marco de referencia que nos permita comprender y analizar la complejidad del contexto de la enseñanza de la matemática en las escuelas situadas en comunidades mapuches en una comuna del Sur de Chile.

2.3. METODOLOGÍA

Esta fase de la investigación, estudio empírico I, es un estudio etnológico de la matemática mapuche y escolar, desde el enfoque hermenéutico y la etnometodología. En este estudio las unidades de análisis, serán las definidas en el capítulo anterior, en tanto están las presentes en los segmentos temáticos de los: textos históricos, textos actuales y los discursos de los ET, *Kimche* (sabio/a) y profesores. Que fundamentan la formalización del conocimiento aritmético mapuche. La complementariedad de enfoques teórico y metodológicos implicó un estudio socio-histórico con técnicas etnográficas, a fin de establecer y redefinir los significados de un objeto ‘O’ para las escuelas situadas, $S_{ES}(O)$, a partir de los significados en la cultura escolar, $S_{CE}(O)$, y los significados sobre el mismo objeto ‘O’ en la cultura mapuche, $S_{CM}(O)$.

Este capítulo se corresponde con la caracterización de la aritmética mapuche y sus significados. Para ello hemos iniciamos un trabajo de investigación socio-histórica documental para encontrar a los largo de la historia del pueblo mapuche su conocimiento matemático, específicamente el conocimiento relativo a la aritmética y en particular la estructura aditiva, en el pasado y su relevancia para el presente y futuro (Cohen y Manion, 2002). En esta fase se analizan textos como material empírico para reconstruir la teoría subjetiva de los sujetos, en tanto está presente en la memoria colectica (Flick, 2007). En esta exhaustiva revisión documental, mediante el análisis de contenido, pudimos establecer y deconstruir el conocimiento de la aritmética mapuche para su posterior análisis. Este primer análisis nos arrojó la estructura morfo-matemática de la numeración mapuche y para ello utilizamos el esquema planteado por Bengoechea (2009), desde un enfoque etnomatemático y sociocultural, el que aborda el significado y significante de las palabras numéricas y signos numéricos en un juego de lenguaje específico.

Con los resultados alcanzados en este estudio socio-histórico avanzamos a la exploración con dos casos-tipos (Sampieri, Fernández y Baptista, 2010) de estudiantes de ascendencia mapuche. La tarea exploratoria propuesta a los estudiantes consistió en una ficha de trabajo en la que se solicita contar el número de huevos representados en una figura y en otra el número de manzanas (Figura 3.3). En un primer momento se solicita responder en mapuzugun a las preguntas de recuento. En un segundo momento se solicita representar cuántas unidades y decenas de huevos hay en la figura; además, se pide completar en palabras y números la representación de la estructura aditiva de la cantidad total de huevos y de manzanas. Finalmente se presenta al estudiante la expresión con palabras (español y mapuzugun) de cuatro números y se solicita la expresión de la estructura aditiva en lenguaje simbólico matemático de éstos.



Actividad 1)

(Responde en mapuzugun)

1) ¿Cuántos huevos hay en las cajas? ________________

¿Y fuera de las cajas? ___________

¿Cuántos huevos hay en total? ________

¿Cuántas decenas hay? _______

Completa este cuadro:

Decenas	Unidades

Completa lo que falta con palabras:

________ + __________ = __________

Completa lo que falta con números:

_____ + _____ = _____

Actividad 2)

(Responde en mapuzugun)

1) ¿Cuántas manzanas hay dentro de las cestas? ________________

¿Y fuera de las cestas? ___________

¿Cuántas manzanas hay en total? ________

¿Cuántas decenas hay? _______

Completa este cuadro:

Decenas	Unidades

Completa lo que falta con palabras:

________ + __________ = __________

Completa lo que falta con números:

_____ + _____ = _____

Actividad 3)

Escribe con números las siguientes expresiones con palabras:

Expresión con palabras	*Expresión con números*
Epu mari kayu	_______ _______ _______ = _______
Meli mari epu	
Küla mari pura	
Veintiséis	

Figura 3.3. Ficha de trabajo presentada a los dos casos-tipos

Los resultados de los análisis de estas dos etapas descritas, investigación socio-histórica y análisis exploratorio de las prácticas matemáticas de dos casos-tipos, avanzamos al proceso de insertarnos en algunas comunidades mapuche para entrevistar a algunos agentes claves y conocer más sobre las prácticas matemáticas mapuche. Este trabajo empírico implicó la investigación sobre las comunas de La Araucanía que poseían mayor población mapuche y la mayor cantidad de escuelas con la EIB. Nos entrevistamos con agentes claves de la CONADI en la región de La Araucanía y del MINEDUC para recibir orientación. A partir de ahí, visitamos las comunas recomendadas y nos acercamos a los departamentos de educación, para plantear la posibilidad de hacer un trabajo de campo en su comuna. En este proceso nos dimos cuenta de las vías de acceso a las comunas y a las comunidades mapuche dentro de cada una, lo que nos llevó a tomar la decisión de trabajar con el Departamento de Educación de la comuna de Galvarino en la región de La Araucanía. No obstante, en este proceso tuvimos acceso a historiadores, *kimche* mapuche, de otras comunidades fuera de esta comuna. La comuna de Galvarino reunía dos criterios importante: es una de las comunas con mayor población mapuche y además oficializó el *mapuzugun* como lengua oficial junto al español en la comuna. El otro criterio que cumplía, era que el 100% de las escuelas y liceos implementaban la EIB. Luego a estos criterios se suman algunos que fueron emergiendo en el proceso, como: el acceso a la comuna, las facilidades otorgadas por el Departamento de Educación Comunal; la colaboración del personal de departamento para facilitar el acceso a las 7 comunidades mapuche y por último la disposición de la mayoría de las personas a colaborar para que se pudieran realizar las entrevistas, los grupos focales de trabajo, algunas reuniones, etcétera.

Esta etapa, de este estudio empírico, duró en total casi 6 meses, con alto y bajos, pero logramos realizar nuestra investigación. En el proceso surgieron muchísimas dificultades debido a la falta de experiencia en este tipo de trabajo de campo, desconocimiento del territorio, por ingenuidad, falta de recursos económicos, materiales y humanos; que de alguna manera condicionaron la mejor consecución del mismo. No obstante, este informe es reflejo del esfuerzo y el trabajo logrado. Con la complementariedad etnográfica, pudimos trabajar con agentes claves de esta comuna focalizada y que se describen en el capítulo anterior, en el apartado complementariedad metodológica. Fue mucha la información recogida, por ello a partir del segundo día en el trabajo de campo se comenzó con la triangulación, para iniciar el filtro de la información que nos permitiera ir seleccionando la que sería objeto de análisis para este estudio.

La población participante de esta etapa, fueron dos estudiantes y el resto personas adultas quienes por su propia voluntad y firmando el consentimiento informado, decidieron participar, como se detalla en capítulo 2. Las entrevistas, luego de varias escuchas, se seleccionan y se dividen en episodios, al interior del episodio se identifican segmentos que son los que se transcriben y se analizan, de acuerdo a las unidades de análisis definidas y explicadas en el capítulo 2. Los cuestionarios de los profesores han sido un insumo importante para la triangulación, como se explica en capítulo 2.

3. RESULTADOS

3.1. ARITMÉTICA MAPUCHE

3.1.1. Desconstrucción del sistema numérico

Matemática mapuche, aritmética mapuche y conocimiento matemático mapuche son términos que tal vez no representan el *rakin*[20] como parte del *Kimün* mapuche, como tampoco representa el significado occidental para estas mismas palabras. En este estudio utilizamos estos términos para referirnos a distintos componentes del conocimiento matemático del pueblo mapuche; por ello cuando decimos 'conocimiento matemático mapuche', nos referimos a un conocimiento más amplio relacionado con la

[20] Sistema numérico oral mapuche.

cosmovisión, cosmología y cosmogonía, entre otros conceptos de la cultura de este pueblo. 'Matemática mapuche', alude a un conjunto de conceptos, desde una visión occidental, que componen parte de este conocimiento, como lo es: la numeración oral, los cardinales, los ordinales, los quebrados, la geometría, etc.; y al decir 'aritmética mapuche' nos referimos a la numeración mapuche o sistema de conteo mapuche y en particular a la estructura aditiva. Para comprender y contextualizar la matemática mapuche, describiremos algunos aspectos de ésta que nos conducirán al conocimiento de la aritmética mapuche.

Toda sociedad y cultura ha desarrollado sus propias técnicas de recuento, al igual que el pueblo mapuche, que basa su recuento en unas palabras cuantificadoras que mantienen un orden lógico, es decir estas palabras en mapuzugun forman un conjunto ordenado en el que hay un primer elemento y un siguiente para cada una de ellas. Para obtener el cardinal del conjunto, se asigna a cada elemento contado una palabra numérica distinta y sólo una; la palabra asignada al último elemento contado representa el cardinal del conjunto (Cid, Godino *y* Batanero, 2003).

Todo ser humano aprende a contar elementos u objetos tangibles, no se aprende a contar en abstracto y la existencia de números en palabras son fruto de la necesidad de contar algo concreto. La tarea compleja de contar es coordinar el número en palabras con los dedos de la mano, la vista o con la técnica de tachar o marcar lo que se cuenta. El sistema de conteo del pueblo mapuche tiene su origen en la necesidad de contar y por ende, crearon el lenguaje numérico en palabras en la medida que tuvieron la necesidad de contar más y más elementos. Su sabiduría les permitió utilizar un grupo de diez palabras básicas con las cuales ampliaron el ámbito numérico. El valor de la cifra que forman dependerá de la ubicación de la palabra numérica. Incorporaron dos nuevas palabras para indicar unidades de segundo (decenas), tercer (centenas) y cuarto (unidad de mil) orden.

Las primeras descripciones de los numerales mapuche, usados como cardinal, se hicieron en el siglo XVII (1684) por el Padre Luis de Valdivia, quien en su obra describe los nombres de los números que los mapuches usaban al hablar, hasta el mil. Esta descripción es muy acertada con la actualidad, sólo existen algunas diferencias en la escritura de éstos, no obstante, la dificultad morfosintáctica existe hasta hoy, en tanto el habla mapuche posee características territoriales, es decir, de acuerdo a la zona geográfica en la que se recogen los datos varía la información sobre su habla y escritura (Belloli, 2009). Valdivia describe lo siguiente en su obra (…)

> *(...)Los nombres de nmero*[21] *que llaman Cardinales (por ſer principios de todo numero, conque ſe nobran los demàs) ſon eſtos. Quiñi.1. Epu.2. Quila. 3. Meli.4. Quecho.5. Cayo.6. Relge.1. relue.7. Pura.8. Aylla.9. Mari.10. Para dezir onze, dizen quiñe huente, y para dezir doze, dizen epu huente, y no es meneſter añadir la palabra mari, diziendo mari quiñe huente, porque haſta el numero 19, ſe entiende ſiempre el mari, aunque no ſe diga, por ſer fraſis elegáte dezir quiñe huente, que es vno encima, dos encima &c. Tanbien vſan dezir mari quiñe 11. Mari epu, 12. ſin poner huente. Epu mari. 20. Cula mari. 30. &c. Pataca 100. Para dezir 21. dicen Epu mari quiñe huete.1. epu mari quiñe. Epu mari epu.22. &c. Pataca quiñe huete 101. Huaranca- 1000. Huaranca quiñe pataca huente 110. Chucui.l. mivuy.l. ñivuy quantos? Preguntando. Raquin es contar, enturaquin descontar. Quiñemo elun, es ſumar. reſtar dizen, Epuhuey dos reſtan. Culahuey tres reſtan. Adulcan, multiplicar* (Valdivia, 1684, p. 65)

Luego hubieron otros misioneros que describieron los cardinales, como el Jesuita Febrés en 1765, el que plantea algunas diferencia de escritura sobre el siete e incorpora el adverbio de cantidad "*yom*" en *mapuzugun* en la conformación de los números, indicando por ejemplo que el número 12 se escribía *mari yom epu,* es decir diez más dos. Sin embargo, este aporte no ha tenido mayor impacto en la comunidad científica porque ningún otro investigador ha concordado con este hallazgo y el resto de las investigaciones corroboran que el principio aditivo ha estado siempre implícito en la oralidad del cardinal al verbalizar "*mari epu*" para referirse a doce.

Posteriormente la obra del Padre Augusta, en 1903, Misionero Apostólico Capuchino, describe más exhaustivamente la matemática del pueblo mapuche, abordando los cardinales, ordinales, partitivos, distributivos, colectivos, múltiplos, división utilizada por el pueblo mapuche. En este trabajo aparece un nuevo vocablo que es "millón", un concepto adquirido de la cultura occidental, ya que de acuerdo a la estructura regular de conteo en *mapuzugun*, un millón sería "*waragka waragka*[22]" (1.000 por 1.000). Este aporte es significativo, ya que no sólo describe la estructura sintáctica de los números cardinales sino que aborda otros aspectos de la matemática mapuche y de manera incipiente la forma de calcular del pueblo mapuche. Augusta (1903) describe los cardinales en la página 33 de su obra y señala que la composición de los números es tan

---

[21] Se mantiene la escritura tal cual aparece en los textos históricos, no son faltas ortográficas, pues en aquella época así escribían los eruditos.

[22] También se puede encontrar escrito como "*warangka" o "waranka*". El fonema es parecido a 'n' en español.

fácil que no requiere explicación. El sustantivo acompañado del numeral no necesita signo plural (…)

> *(...) 1 kiñe, 2 epu, 3 küla, 4 meli, 5 kechu, 6 kayu, 7 re,lge ó regle, 8 pura, 9 ailla, 10 mari ó kiñe mari, 11 mari kiñe o kiñe mari kiñe, 12 mari epu, 13 mari küla, 14 mari meli, 15 mari kechu, 16 mari kayu, 17 mari regle, 18 mari pura, 19 mari ailla, 20 epu mari, 21 epu mari kiñe, 22 epu mari epu, 23 epu mari küla, 24 epu mari meli, 30 küla mari, 40 meli mari, 50 kechu mari, 60 kayu mari, 70 regle mari, 80 pura mari, 90 ailla mari, 100 pataka ó kiñe pataka, 101 pataka ka kiñe, 102 pataka ka epu, 112 pataka kiñe mari epu, 195 pataka ailla mari kechu, 200 epu pataka, 300 küla pataka, 400 meli pataka, 900 ailla pataka, 1000 waranka ó kiñe waranka, 2000 epu waranka, 10000 kiñe mari waranka, 20000epu mari waranka, 100000 pataka waranka, 900000 ailla pataka waranka, 1000000 millon ó kiñe millón, 526 kechu pataka epu mari kayu, 6638 kayu earanka kayu pataka küla mari pura, 24621 epu mari meli waranka kayu pataka epu mari kiñe, 2702315 epu millón regle pataka ka epu waranka küla pataka kiñe mari kechu (...)(* Augusta, 1903, p. 33)

La utilización de las partículas "*ka" y "chi*", hacen alusión a los términos suma y multiplicación, respectivamente, pero habitualmente ellos no la explicitaban; es posible que esta incorporación en la escritura fuese producto de la aculturación. En la página siguiente Augusta nos describe los ordinales, y sus reglas de formación en mapuzugun:

> *(...) 1º Se forman los ordinales agregando el numeral cardinal, nelu, que es el participio del verbo nen, ó lelu.*
>
> *Aunque la lengua tenga numerales ordinales, parece que no se usan con frecuencia, excepto W∂nen é inan.*
>
> *2º Las formas en nelu y lelu son participios y se posponen al sustantivo; sustituyéndose lu por chi se adjetivan, entonces se le anteponen.*
>
> *Carles tercero, külanechi Karlos*
>
> *Fernando primero, w∂nen Fernando*
>
> *Lección doce, lección mari epu ó mari epunelu, ó mari epunechi leccion (....)*

Según este autor, los mapuches, sin tener conocimiento de fracciones eran capaces de expresar: medio pan, *kiñe raniñ kofke* (un medio pan); medio año, *kiñe raniñ tripantu* (un medio año) y hace mención a que (….)

> *Los indios no conocen las fracciones, pero parece que no habría inconveniente en adoptar las denominaciones que á continuación se expresan, ya que se asimilan al genio y á la índole del idioma*
>
> *⅓ küla w∂dkanṇelu ñi kiñe w∂dkan, esto es: lá cosa dividida en tres partes una de sus partes, ó al revés: ñi kiñe w∂dkan ta küla w∂dkanṇelu (...)* (Augusta, 1903. p. 35)

Luego analiza los múltiplos, en la misma obra, señalando que comprenden el sentido de dos veces, tres veces,… Nos explica que en frases como:

> *"dos veces más no se expresa el sustantivo "veces", y así dicen: epu fenten, küla fenten (verbalm: dos tantos, tres tantos), y transformando fenten en el verbo fentenn, ser tan grande, ó ser tanto, dicen: epu fenteni, es dos veces más grande; mari fenteni, es diez veces más grande*" (Augusta, 1903. p. 36).

Lo interesante aquí, es que Agusta, identifica ciertas partículas en lengua *mapuzugun* con significado matemático, occidental, tales como:

"Doble, *epu fenten* (= dos tantos); *triple, küla fenten*; el cuádruplo, *meli fenten*; el céntuplo, *pataka fenten.*

> *«Una vez, dos veces, etc.» Se puede expresar de varias maneras:*
>
> *1° por el cardinal respectivo, agregándole la partícula chi; v. gr.: kinechi, una vez; epuchi, dos veces; marichi, diez veces;*
>
> *2° traduciendo «vez», que es «naq, rupa, rütu», (mita en algunas regiones), y así dicen: kiñe naq, kiñe rupa, küla naq, küla rupa, meli rütu.*
>
> *Slgunas veces, kiñéke rupa (naq); á veces, kiñeké meu; cada vez, fillke rupa.*" (p. 35-36)

En el mismo párrafo plantea una forma en que los mapuches comprenden bien la multiplicación, es decir, ya se trabaja en la enculturación matemática, pero Augusta en esa época consideraba el conocimiento previo propio de la cultura del pueblo mapuche. Augusta en la página 36 propone para el aprendizaje de la multiplicación:

3 veces 4 son doce	*küla naq meli – mariepu*
	Küla naq meli ta mariepu
	Küla naq meli mariepu nei (Augusta, 1903. p. 36)

En relación al reparto, Augusta describe una forma en que entendían la división utilizando su concepción de la multiplicación, "...tengo tanto, tantas veces…". En este sentido, Augusta, buscaba una forma de interpretar el razonamiento matemático de la cultura indígena de la época. Completa esta descripción con el método de operar con la adición y sustracción. Mostrando que la adición era parte a parte, es decir cuando habían tres sumando, sumaban dos primeros y luego el resultado lo sumaban con el siguiente sumando. En el caso de la sustracción, cuenta Augusta, que del minuendo salía una cantidad y quedaba una diferencia, como vemos en la figura.

"4	*léase: meli ka küla-reqle ó reqle nei ó reqlei; reqle ka ailla-mari*
3	*kayu. – En lugar de «ka, y», se puede decir también yom, que*
9	*corresponde á «más» en castellano.*
16	

9 | *léase: ailla meu tripayüm kayu m∂lewei küla. De nueve al salir seis*
-6 | *sobran tres"* (Augusta, 1903. p. 36).
3

Luego de más de 70 años, la descripción de los numerales del pueblo mapuche realizada por Augusta, ha servido de base para investigaciones posteriores como la de Adalberto Salas (1980), que no aporta nuevos antecedentes; sin embargo, actualiza la investigación sobre el conocimiento matemático del pueblo mapuche e interpreta la composición de las palabras cuantificadoras, de acuerdo a los principios aditivos y multiplicativos que subyacen en ellas.

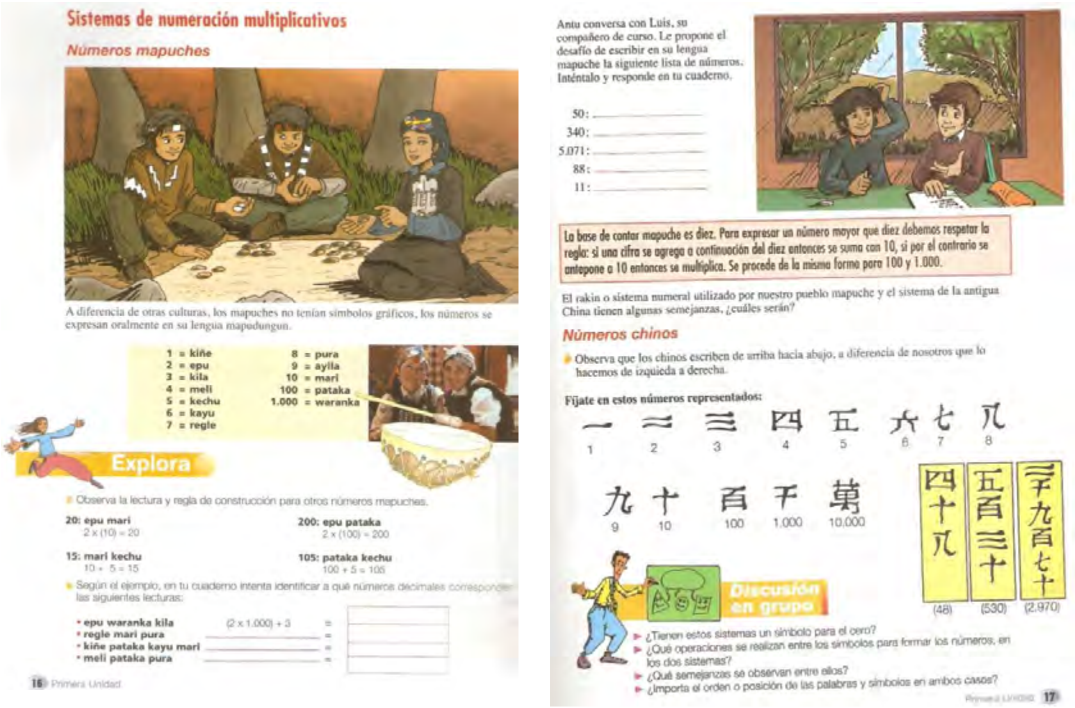
En el año 1987 la Sociedad de padres Canadienses realiza una recopilación del trabajo de Alonqueo, mapuche, cuyo mentor fue Agusta. Alonqueo, escribe e investiga sobre la lengua y cultura de su pueblo. Este libro se publicó luego de su muerte en 1982 y según explica el prefacio, que el escrito parece ser el primer ensayo de este autor que se sitúan entre los años sesenta y setenta, por ello la coincidencia con Agusta. Exponemos algunas cuestiones de este autor, aun cuando la gramática que utiliza es más cercana al español, según explica Francisco Bélec, que han adoptado la ortografía de la Sociedad Chilena de Lingüistas en 1988.

Alonqueo (1989) nos aporta algunas características de los ordinales: *wünelelu*, el que va adelante o *kiñengelu*, el primero,… por ejemplo: *melingelu.* Los partitivos o fraccionarios en *mapuzugun*: *rangiñ txipantu,* medio año o mitad de año; *txiran* es partir, entonces *meli txiran* es 4/4: con la palabra *fenten*, veces, y el número se puede expresar el doble, el triple,… ejemplo el *küla fenten*, tres veces o el triple. Con el *'chi'* se entiende más rápidamente 'vez', es decir *külachi*, tres veces. En este sentido las partículas *naq y rupa*, también se logra esta función, por ejemplo*: küla naq*, tres veces; *kïla rupa*, tres veces, y así con todos los numerales. Los distributivos se forman con el número y se agrega la partícula *'ke'*, por ejemplo *epuke*, cada dos años (Alonqueo, 1989). Este autor nos habla de las cuatro operaciones, al igual que Agusta, y expone:

> "*a la suma o adición le llama trapümün, juntar; a la sustracción le llama nentupeyüm; a la multiplicación le llama komfillnepeyüm y a la división le llama wüdamkan. Por ejemplo: suma, kayu ka meli mari ngey, seis más cuatro, diez son; la resta, mari mew entun meli kayulewey, a diez le saco cuatro queda seis; kïla naq meli mari epu puwi, tres veces cuatro alcanza doce; mari wüdamkangey kechu mew epukününgey, diez se divide por cinco se recibe de a dos*" (Alonqueo, 1989, p. 56)

En el nuevo contexto socio-político del país a partir de los años noventa, luego de la vuelta a la democracia, entre los años 1996 y 2009, el programa de estudios de Educación Matemática para 7º año básico, establecía la unidad didáctica denominada

‘Sistemas de numeración en la historia y actuales’ (MINEDUC, 2002). El tipo de actividad propuesto por el marco curricular de la época, propició que los textos escolares (MINEDUC, 2004) de ese entonces, incorporaran los números mapuche en dicha unidad de aprendizaje, como se aprecia en la figura 3.4.



Sistemas de numeración multiplicativos

Números mapuches

A diferencia de otras culturas, los mapuches no tenían símbolos gráficos, los números se expresan oralmente en su lengua mapudungun.

1 = kiñe
2 = epu
3 = kila
4 = meli
5 = kechu
6 = kayu
7 = regle
8 = pura
9 = ayila
10 = mari
100 = pataka
1.000 = waranka

Explora

Observa la lectura y regla de construcción para otros números mapuches.

20: epu mari
2 x (10) = 20

200: epu pataka
2 x (100) = 200

15: mari kechu
10 + 5 = 15

105: pataka kechu
100 + 5 = 105

Según el ejemplo, en tu cuaderno intenta identificar a qué números decimales corresponden las siguientes lecturas:

- epu waranka kila (2 x 1.000) + 3 =
- regle mari pura =
- kiñe pataka kayu mari =
- meli pataka pura =

16 Primera Unidad

Antu conversa con Luis, su compañero de curso. Le propone el desafío de escribir en su lengua mapuche la siguiente lista de números. Inténtalo y responde en tu cuaderno.

50:
340:
5.071:
88:
11:

La base de contar mapuche es diez. Para expresar un número mayor que diez debemos respetar la regla: si una cifra se agrega a continuación del diez entonces se suma con 10, si por el contrario se antepone a 10 entonces se multiplica. Se procede de la misma forma para 100 y 1.000.

El rakin o sistema numeral utilizado por nuestro pueblo mapuche y el sistema de la antigua China tienen algunas semejanzas, ¿cuáles serán?

Números chinos

Observa que los chinos escriben de arriba hacia abajo, a diferencia de nosotros que lo hacemos de izquieda a derecha.

Fíjate en estos números representados:

一 1, 二 2, 三 3, 四 4, 五 5, 六 6, 七 7, 八 8

九 9, 十 10, 百 100, 千 1.000, 萬 10.000

四十八 (48), 五百三十 (530), 二千九百七十 (2.970)

Discusión en grupo

- ¿Tienen estos sistemas un símbolo para el cero?
- ¿Qué operaciones se realizan entre los símbolos para formar los números, en los dos sistemas?
- ¿Qué semejanzas se observan entre ellos?
- ¿Importa el orden o posición de las palabras y símbolos en ambos casos?

Primera Unidad 17

Figura 3.4. Actividades Libro de texto 2004 (MINEDUC, 2004)

La actual Ley General de Educación (LGE) aprobada el año 2009, introduce nuevos ajustes curriculares y retira esta unidad didáctica del currículo de matemáticas. Por tanto, los libros de textos también retiran esta unidad y desde esa fecha no existe presencia de la etnomatemática mapuche en los programas de matemáticas para la educación obligatoria ni en los libros de textos que provee el MINEDUC a los establecimientos educacionales municipales.

Con estos antecedentes, avanzamos en la revisión y nos encontramos con que alguna vez el Programa Orígenes (PO) habría elaborado unos libros de textos en matemáticas para la EIB y apoyar la implementación del modelo de educación Intercultural Bilingüe en las primeras 162 escuelas focalizadas por el gobierno entre los años 2001 y 2005. Este material, según las fuentes consultadas del Ministerio de Educación, la CONADI y la Unidad de EIB del MINEDUC, sólo llegaron a algunas de las escuelas focalizadas y que se imprimieron pocos ejemplares, debido a la misma continuidad del programa. Estos textos fueron producto de un proceso de investigación del programa orígenes en la idea de apoyar la implementación de la EIB en las escuelas focalizadas, no siendo asumido como política educativa de nuestra institucionalidad, en tanto, el informe de evaluación del programa orígenes del año 2004 reporta:

> "*Respecto a los resultados SIMCE del año 2002 realizadas a alumnos de 4º básico, tanto en lenguaje como matemáticas, las escuelas focalizadas por el Programa Orígenes obtuvieron puntajes más bajos que el promedio nacional, siendo los atacameños los que presentan mejores puntajes relativos y los mapuches del Bio Bio y La Araucanía, los más bajos*". (Le-bert, 2004, p.54)

Luego de esta evaluación, el programa orígenes ha sufrido una serie de reestructuraciones, modificaciones y se ha focalizado en cuestiones específicas hasta su desaparición el año 2011. Lo lamentable es que de ese apoyo a la instalación de la EIB, sólo quedaron la 'guías pedagógicas para la implementación del SLI en la EIB y que se encuentran en la página web del MINEDUC.

Una comunicación presentada al Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos, analiza la idoneidad didáctica de la faceta ecológica de unos de esos textos del programa orígenes del año 2005, estableciendo que el contenido matemático se adapta al currículo, que la contextualización es adecuada al contexto mapuche y que se utiliza en algunos enunciados la lengua mapuzugun y el español (Reyes-Escobar, 2017). Lamentablemente es un material que jamás llegó a ser utilizado formalmente, a excepción de algunas escuelas cuyo dato se desconoce. Además, no hay registro alguno de su existencia desde la institucionalidad, no obstante, es interesante saber que hubo esfuerzos por adecuar la enseñanza de la matemática escolar al contexto mapuche. Sin embargo, aludiendo al informe del año 2004, hay que destacar que los bajos rendimientos en matemáticas de aquella época no se deban al uso de ese libro de texto adecuado a la cultura mapuche, en tanto hemos expuesto a lo largo de toda esta investigación, capítulo 1 y 4 con mayor información, que los bajos rendimientos en matemáticas en las evaluaciones estandarizadas de los estudiantes de las escuelas situadas, han sido y siguen siendo bajos en relación a la media nacional.

No obstante, esta información que hemos expuesto hasta aquí, es un poco de la historia para la reconstrucción de la aritmética mapuche. El año 2014 comenzamos a revisar todos los documentos oficiales vigentes para la educación regular básica y la EIB. En todos los documentos oficiales para la enseñanza de matemática escolar en todo Chile, no hay presencia alguna de la etnomatemática mapuche. Sin embargo, en los documentos oficiales para la implementación del SLI mapuzugun si hay indicios de esta aritmética mapuche, por tanto, la institucionalidad reconoce su existencia, como vemos en la figura 3.5.

Ejemplos de posibles respuestas de uso frecuente:

Regle horagey.	'Son las siete'.
Mari horagey punh mu.	'Son las diez de la noche'.
Kechu puwal kayugey.	'Son cinco para las seis'.
Melhi hora naqanthü.	'Son las cuatro de la tarde'.
Epu Mari minutu rupal kechu horagey, naqanthü.	'Son las cinco y veinte de la tarde'.
Mari kechu minutu rupal külha horagey	'Son las tres y quince minutos'.

Estas respuestas pueden ser presentadas de otra forma:

Reqlemalewpan anthüy	'Son las siete'.
Melhimalewpan anthüy	'Son las cuatro de la tarde'.

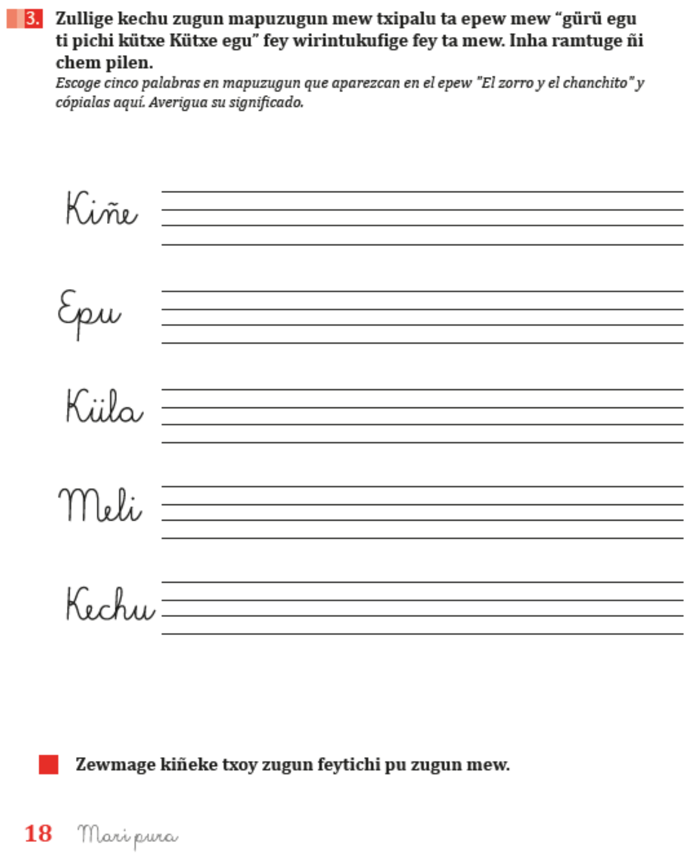
Figura 3.5. Actividad propuesta por el programa del SLI mapuzugun

Esta actividad se propone en SLI mapuzugun para 2° año básico (MINEDUC, 2011, p. 72) y plantea a los estudiantes la forma de preguntar la hora y responder, en mapuzugun y español. En la orientación didáctica de este documento se plantea al profesor y ET "*es necesario tener presente que Tunten y Chunten son dos conceptos que aluden a la idea de cantidad (¿cuánto?). Se usan indistintamente según el espacio territorial*" (p. 73).

Acá, ya empieza a surgir el reconocimiento actual de la institucionalidad chilena, de la existencia de un conocimiento matemático del pueblo mapuche. Con ello, la misma institucionalidad está advirtiendo, que existen palabras en mapuzugun con significado matemático.

Sin embargo, esto no es del todo beneficioso para el estudiante, pues al revisar los programas de matemáticas, no encontramos nada que aludiera al conocimiento matemático del pueblo mapuche y menos actividades integradoras de ambos conocimientos. Entonces, aquí empieza a surgir nuestra inquietud sobre los 'conflictos semióticos' del estudiante mapuche al enfrentar la enseñanza de la matemática escolar, cuando su pensamiento matemático de origen se refuerza en el SLI mapuzugun, en las escuelas con EIB. Más complejo aún se nos torna este escenario, pues en esta actividad hay múltiples funciones semióticas del estudiante de 2ª básico. Es decir, éste debe 'comprender cómo preguntar y decir la hora en mapunzugun' y relacionar este aprendizaje con un sistema de símbolos matemáticos: 1, 2, 3,...; con un sistema de numeración sexagesimal, horario, de base 60; con su conocimiento de origen del tiempo y el espacio (medio día, antes de la puesta de sol, al ponerse el sol, etc.); con un sistema de códigos lingüísticos en español: son las tres de la tarde, son las tres de la mañana, etc.; y finalmente asignar un significado al aprendizaje. Hasta aquí, sólo podemos decir que es un complejo escenario para el aprendizaje del estudiante mapuche en las escuelas situadas, pues a priori, la institucionalidad, asume que el estudiante trae consigo un conocimiento matemático de su cultura de origen y sólo se dan a la tarea de traducir de un lenguaje a otro. Hay otros ejemplos extraídos de los programas de estudio de lengua mapuzugun, que se pueden revisar en el anexo 6.

A partir de la información extraída de los programas de estudio del SLI, nos dimos a la tarea de revisar los libros de textos para el sector de aprendizaje SLI mapuzugun. En ellos encontramos variadas actividades en las que se utiliza la numeración mapuche, no como parte de la matemática mapuche, sino como parte de aprendizaje de la lengua mapuzugun que deben alcanzar los estudiantes en las escuelas situadas con EIB. También, se pueden ver más actividades extraídas de los libros de textos mapuzugun en el anexo 6, por ahora exponemos una de ellas para ejemplificar el uso de la numeración mapuche en ellos, como vemos en la figura 3.6.


3. **Zullige kechu zugun mapuzugun mew txipalu ta epew mew "gürü egu ti pichi kütxe Kütxe egu" fey wirintukufige fey ta mew. Inha ramtuge ñi chem pilen.**
Escoge cinco palabras en mapuzugun que aparezcan en el epew "El zorro y el chanchito" y cópialas aquí. Averigua su significado.

Kiñe

Epu

Küla

Meli

Kechu

Zewmage kiñeke txoy zugun feytichi pu zugun mew.

18 Mari pura

Figura 3.6.. Actividad para 2° año básico en SLI mapuzugun (Browne, 2015, p. 18)

Nuevamente, vemos en acción a la numeración mapuche en 2° año básico, en este caso (figura 3.6.) se utilizan para solicitar al estudiante las cinco palabras que debe investigar. Es decir, a priori se asume que el estudiante conoce la secuencia numérica en mapuzugun. Como se aprecia en la figura 3.6, también se utiliza la numeración para ordenar las respuestas de los estudiantes, es decir, uno, dos, tres,…, lugares en que deben responder los estudiantes. Además, si ponemos atención en la numeración de la página aparece el 18 junto a su representación en lengua mapuzugun. Así, sucede con todos los textos de mapuzugun en todos los niveles. Surgen aquí muchas interrogantes, por ejemplo: ¿cómo entrega la instrucción el profesor del SLI en mapuzugun o español?; ¿cómo identifica la página el estudiante, por su representación simbólica matemática o su representación en mapuzugun?; entre otras. Estas no son interrogantes de investigación, son dudas que nos surgen al revisar el material institucional; no obstante, en nuestra fase final de investigación surgirán cuestiones que pueden responder de estas interrogantes.

Luego miramos el documento oficial 'Orientaciones para la contextualización de Planes y Programas para la Educación Intercultural Bilingüe NB1' (MINEDUC, 2005), en su apartado para la enseñanza de la matemática. En él encontramos varias indicaciones didáctica y actividades que de alguna forma, involucra la aritmética mapuche, como por ejemplo:

> *"(...) es necesario que el docente, si no es hablante de lengua indígena, al menos se interiorice de la cosmovisión del pueblo de origen, preocupándose de conocer la forma de nombrar, contar y comprender el mundo….*"(MINEDUC, 2005, p. 140).
>
> *(...) el profesor debe tener presente que se está nombrando los números en dos lenguas, pero la escritura es en una sola.* (MINEDUC, 2005, p. 143.).
>
> *"los sistemas numéricos aymara, mapuche y lican antai son de base decimal y con características análogas al sistema occidental de base diez. Lo anterior, permite establecer correspondencias entre las regularidades de los sistemas de numeración sin caer en una simple traducción"* (MINEDUC, 2005, p. 130.).
>
> "*Se sugiere desarrollar la actividad jugando con el püron (nudo) como inicio para el pueblo mapuche y jugando con el quipu (nudo) para el mundo andino* (MINEDUC, 2005, p.140).
>
> *"En mapuzugun: Inche nien mari achawall, tañi ñuke eluenew epu. ¿Tuten nien fewla? Yo tengo 10 gallinas, mi mamá me regala 2 más. ¿Cuántas tengo ahora?"* (MINEDUC, 2005, p. 146)

Las actividades expuesta en este recorrido histórico, entre muchas otras, nos han permitido describir la 'antropología cultural matemática' de la aritmética mapuche' y a la vez deconstruir dicho sistema con su interpretación morfo-matemática (Bengoechea, 2009) o aritmética, como vemos en la tabla 3.1.

Tabla 3.1. Interpretación morfo-matemática de la numeración en mapuzugun

Símbolo Numérico	Mapuzugun	Interpretación aritmética		Símbolo Numérico	Mapuzugun	Interpretación aritmética	
1	Kiñe	1		11	Mari kiñe	10 + 1	
2	Epu	1 + 1		12	Mari epu	10 + 2	
3	Küla	2 + 1		13	Mari küla	10 + 3	
4	Meli	3 + 1		14	Mari meli	10 + 4	
5	Kechu	4 + 1		15	Mari kechu	10 + 5	
6	Kayu	5 + 1		16	Mari kayu	10 + 6	
7	Reqle	6 + 1		17	Mari reqle	10 + 7	
8	Pura	7 + 1		18	Mari pura	10 + 8	
9	Aylla	8 + 1		19	Mari aylla	10 + 9	
10	Mari	9 + 1	$(10)^1$	20	Epu mari	2(10)	
40	Meli mari	4(10)		5000	Kechu waragka	5(1000)	
50	Kechu mari	5(10)		2625	Epu waragka kayu pataka epu mari kechu	2(1000) + 6(100) + 2(10) + 5	
100	Pataka	10(10)	$(10)^2$	9999	Aylla waragka aylla pataka aylla mari aylla	9(1000)+9(100)+9(10)+9	
200	Epu pataka	2(100)		10000	Mari waragka	10(1000)	$(10)^4$
312	Küla pataka mari epu	3(100)+10+2		100000	Pataka waragka	100(1000)	$(10)^5$
400	Meli pataka	4(100)		500000	Kechu pataka waragka	5(100)(1000)	
500	Kechu pataka	5(100)		602014	Kayu pataka waragka epu waragka mari meli	6(100)(1000)+2(1000)+10+4	
1000	Waragka	10(100)	$(10)^3$	1000000	Kiñe waragka waragka	1(1000)(1000)	$(10)^6$

Fuente: Salas y Godino (2016)

Hemos realizado una interpretación aritmética de la numeración en mapuzugun, donde podemos inferir la existencia de objetos matemáticos 'no ostensivos', al igual que en español. Sin embargo, la regularidad y lógica en la conformación de las palabras numéricas en mapuzugun, nos permite evidenciar, más fácilmente, dichos objetos y la posición de los dígitos en la formación de cifras de dos y tres dígitos, como vemos en la figura 3.7. Según Salas (1980) se conoce una expresión oral limitada de los números mapuche, hasta el 9.999; en esta descripción y análisis morfo-matemático ampliamos su continuidad oral hasta un millón, siguiendo la lógica epistémica del conocimiento matemático mapuche.

No obstante, luego de esta revisión de los documentos oficiales de la EIB quedamos con la sensación que los programas de lengua mapuzugun no reflejan el espíritu de la EIB, en relación al fortalecimiento de la identidad del estudiante mapuche, en tanto hay contenidos matemáticos utilizados por estos programas que no son tratados con la importancia epistémica que tienen y se merecen. En nuestra revisión se constata la utilización permanente de expresiones orales que aluden al conocimiento aritmético mapuche, por lo que se hace imprescindible su estudio y comprensión. El comprender el significado institucional y personal de la aritmética mapuche presente en sus prácticas cotidianas, nos permitirá contar con herramientas analíticas para la articulación del conocimiento matemático mapuche y la matemática escolar, que promueva un aprendizaje significativo y crítico de las matemáticas actuales comprendiendo las ventajas y/o limitaciones de cada una en el juego de lenguaje en que tienen lugar sus usos (Wittgenstein, 1953).

En el siguiente apartado haremos la comparación entre la numeración oral en mapuzugun y español para encontrar regularidades e irregularidades, que nos permitan una mejor comprensión del escenario en que los niños mapuche inician su vida escolar aprendiendo las matemáticas escolares. También, para identificar potencialidades de la numeración mapuche, en tanto es un sistema de base diez, regular y lógico en su estructura.

3.1.2. Regularidades e irregularidades de los sistemas orales mapuche y escolar

Iniciaremos este apartado describiendo la numeración oral en español y su interpretación morfo-matemática o aritmética, con la que los estudiantes en Chile inician su aprendizaje matemático, en su recorrido escolar por el Sistema Educativo.

Tabla 3.2. Interpretación morfo-matemática de la numeración en español

Símbolo Numérico	Español	Interpretación aritmética		Símbolo Numérico	Español	Interpretación aritmética	
1	Uno	1		11	Once	1 +10	
2	Dos	1 + 1		12	Doce	2 +10	
3	Tres	2 + 1		13	Trece	3 +10	
4	Cuatro	3 + 1		14	Catorce	4 +10	
5	Cinco	4 + 1		15	Quince	5 +10	
6	Seis	5 + 1		16	Dieciséis	10 + 6	
7	Siete	6 + 1		17	Diecisiete	10 + 7	
8	Ocho	7 + 1		18	Dieciocho	10 + 8	
9	Nueve	8 + 1		19	Diecinueve	10 + 9	
10	Diez	9 + 1	$(10)^1$	20	Veinte	2(10)	
21	Veintiuno	2(10) + 1		5000	Cinco mil	5(1000)	
30	Treinta	3(10)		2625	Dos mil seiscientos veinticinco	2(1000) + 6(100) + 2(10) + 5	
50	Cincuenta	5(10)		9999	Nueve mil novecientos noventa y nueve	9(1000)+9(100)+9(10)+9	
100	Cien	10(10)	$(10)^2$	10000	Diez mil	10(1000)	$(10)^4$
312	Trescientos doce	3(100)+2+1(10)		100000	Cien mil	100(1000)	$(10)^5$
500	Quinientos	5(100)		500000	Quinientos mil	500(1000)	
900	Novecientos	9(100)		602014	Seiscientos dos mil catorce	600(1000)+ 2(1000)+4+10	
1000	Mil	10(100)	$(10)^3$	1000000	Un millón	1(1000000)	$(10)^6$

Fuente: Salas y Godino (2016)

En la tabla 3.2 podemos apreciar la complejidad de la estructura morfosintáctica de las palabras numérica en español y si observamos su estructura morfo-matemática podemos apreciar sus irregularidades a partir de la palabra “once”. No se aprecia explícitamente la participación del diez ni los ‘no ostensivos’ en términos de un aprendizaje inductivo. En este caso los objetos matemáticos ‘no ostensivos’ son la adición y multiplicación que están implícitas en la formación de una cifra de dos a más dígitos, no obstante, en la numeración oral en español cambia de ubicación de acuerdo a su irregularidad.

Entonces, al poner en juego los procesos de codificación y descodificación, la correspondencia entre la palabra numérica y el símbolo no se condicen, por ende puede llevar al estudiante a cometer errores o no comprender el valor del dígito de acuerdo a la posición de éste en las palabras numéricas y en la escritura simbólica matemática.

El resumen de los distintos segmentos de palabras, en español y mapuzugun, con significado matemático que representan un número en la conformación de las palabras numéricas en ambos idiomas, los presentamos en la tabla 3.3. Estos antecedentes nos pueden indicar las múltiples funciones semióticas que el estudiante mapuche debe establecer para comprender el sistema de numeración decimal posicional en otra lengua y cultura.

Tabla 3.3. Resumen segmentos de palabras con significado matemático

Dígito / Lengua	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
Español	uno	dos	tres	cuatro	cinco	seis	siete	ocho	nueve	diez	cien	mil	diez mil	cien mil	millón
	on	do	tre	cator	quin	ses	set	och	nov	ce	ciento(s)				millones
		ve		cuar	cincu					dieci	ientos				
										inte					
										inti					
										inta					
										enta					
Mapuzugun	kiñe	epu	küla	meli	kechu	kayu	reqle	pura	aylla	mari	pataka	waragka	mari waragka	pataka waragka	waragka waragka

Fuente: Salas y Godino (2016)

Las irregularidades en las palabras numéricas, en español, en tanto introducen variados segmentos de palabras que representan a un número, pueden ser una dificultad para la comprensión del sistema de numeración decimal posicional para el niño mapuche. En tanto, al igual que Bengoechea, creemos que para un hablante adulto puede ser fácil identificar que el segmento “ce” alude al diez y los segmentos “do”, “tre” y “cator”, aluden al dos, tres y cuatro respectivamente. Sin embargo, para a un estudiante que inicia su formación escolar no es tan obvio, lo que nos lleva a plantear que el sistema de conteo escolar oral en español posee muchas irregularidades sintácticas lo que complejiza la asociación del símbolo matemático que lo representa al superar el ámbito numérico de diez.

Alvarado y Ferreiro (2000) reportan en su estudio sobre los nombres de números, con niños de 4 y 5 años, en relación a la representación simbólica de los números respecto de la composición verbal de éstos. Estas autoras ya clasifican algunos nombres de números en español como regulares e irregulares y para su investigación utilizaron ocho regulares y seis irregulares. Se interesaron por la escritura convencional del número y el recorte oral en los números de dos dígitos. Por ejemplo, para el número catorce (14) encontraron dos recortes orales de los niños 'ca-torce y cator-ce (Alvarado y Ferreiro, 2000). Una de las cuestiones interesantes que plantean es la escritura del número con su silabeo, es decir, el recorte oral del número. Escriben el número que reconocen primero y dejan el espacio del que no reconocen, por ejemplo 36, reconocen el 6 y lo escriben primero y dejan el espacio para treinta. También las rotaciones de un dígito para otorgarle valor, por ejemplo el tres en 36, lo rotan para escribir treinta, pues reconocen la similitud con el tres. Concluyen que le es más sencillo escribir los números regulares en la expresión oral, incluso comentan que el 82 siendo un número grande, 18 niños de 20 lo escribieron correctamente. También, en algunos casos usan como comodín el 0, por ejemplo en el 18 lo escribieron correctamente 11 niños y 5 usaron el 0 como comodín al escribir el 18 como 108 (Alvarado y Ferreiro, 2000). Es decir, entienden de manera literal las palabras numéricas, dieciocho lo comprenden de manera literal esos 5 niños dieci (10) ocho (8). Los números más difíciles fueron 12, 15 y 20 pues no era tan fácil distinguir el digito literalmente. En el caso de los números irregulares, el 100% de los niños lo hacen de izquierda a derecha, es decir inician con la decena; en cambio los regulares de derecha a izquierda, es decir iniciar con las unidades. En el caso del 'doce' la mayoría inicia por lo que reconoce el 'do' (2). Estas autoras plantean cuestiones interesantes, en cuanto a la justificación que dan los niños en su escritura de los números (ver Alvarado y Ferreiro, 2000), que en su mayoría es silábica. Entonces, nuestras apreciaciones sobre el lenguaje oral en la enseñanza de la matemática escolar en contexto mapuche en los primeros años se fundamentan aún más.

A la luz de estos antecedentes podemos decir que la regularidad de la numeración oral en mapuzugun puede ser más beneficiosa para el aprendizaje de la matemática escolar en los primeros años de escolaridad para el niño mapuche y no mapuche. Por lo demás, si miramos los sistemas de numeración oral en otras partes del mundo, podemos encontrar algunas traducciones literales y otras que fueron acomodadas a su propio lenguaje. Por ejemplo, en francés aun cuando tiene las mismas irregularidades en *onze, douze, treize,…*, nos llama la atención que para decir 80 dicen *quatre-vingts y 90 quatre-vingt-dix*. Otro ejemplo diferente es el *quechua*, *chuca* (10) *ishcai* (2) para decir 12 se dice *chuca ishcai* y así sucesivamente; en decir, tiene la misma estructura lógica que el mapuzugun, con sus propias palabras. Del análisis que hace Bengoechea del castellano, catalán, gallego, euskera y romanó-kaló, las regularidades se aprecian más en el euskera y romanó-kaló, pues el resto sigue la lógica del español, claramente. No obstante, el euskera y romanó-kaló, igualmente, introducen algunos, aunque mínimos, segmentos de palabras en su lengua, por lo tanto no mantienen la misma regularidad que el mapuzugun y *quechua*.

Está demás, analizar lo que fácilmente podemos apreciar en las dos tablas de este apartado en comparación con la interpretación aritmética de las palabras numéricas en mapuzugun del apartado anterior. Pues las potencialidades del lenguaje mapuzugun se aprecian en su regularidad en la formación las palabras numéricas de manera explícita, lo que puede ser favorable para el niño mapuche y no mapuche. Entonces, cabe preguntarse sobre las implicancias del aprendizaje de los estudiantes mapuche, cuando deben aprender una configuración oral en una lengua que están aprendiendo y además deben asociarlo al símbolo numérico. Si agregamos a esto que todo aprendizaje está mediado por el habla y las habilidades que deben poner en juego en el proceso de descodificación y codificación del lenguaje son complejas, entonces, podemos decir que la numeración oral en mapuzugun posee un potencial como recurso educativo para el aula de las escuelas situadas en contexto mapuche. No obstante, se deben realizar exploraciones sobre qué sucede en el aula al incorporar el mapuzugun en la clase de matemáticas.

3.1.3. Relaciones entre etnomatemática mapuche y escolar

En este apartado describiremos las relaciones entre la etnomatemática mapuche y la matemática escolar, que puedan orientar el uso de la aritmética mapuche como recurso de aprendizaje de la aritmética escolar.

La necesidad de contar viene de tiempos prehistóricos; todas las sociedades estudiadas responden a preguntas como, ¿cuántos hay?, ¿cuántos son?, como también la necesidad de establecer un orden de actuación como, ¿quién es primero, segundo….? (Cid et al. 2003). Es así cómo se da respuesta sobre el tamaño de una colección de objetos (Cardinal) y el lugar que ocupa o debe ocupar un objeto en una colección ordenada (Ordinal). A partir de estas necesidades sociales de contar, se desarrollan diferentes técnicas de recuento que permitan distinguir en cada paso el subconjunto ya contado. Los mapuches han desarrollado su conocimiento matemático, el que satisface la necesidad de resolver problemas de su vida cotidiana y su cultura.

La habilidad de contar, en castellano o mapuzugun, está precedida de una coordinación, al mismo tiempo, entre los elementos a contar y las manos o la vista, y la emisión de la palabra cuantificadora en el orden establecido por ellos según la cultura correspondiente. Como plantea Cid et al. (2003), las técnicas de contar para obtener los cardinales, en el caso del pueblo mapuche, pone de manifiesto los principios necesarios para entender y contar correctamente:

- *Principio de orden estable*. Las palabras numéricas *kiñe, epu, küla*, ... deben recitarse siempre en el mismo orden, sin saltarse ninguna.
- *Principio de la correspondencia uno a uno*. A cada elemento del conjunto sometido a recuento se le debe asignar una palabra numérica distinta y sólo una.
- *Principio de irrelevancia del orden*. El orden en que se cuentan los elementos del conjunto es irrelevante para obtener el cardinal del conjunto.
- *Principio cardinal*. La palabra adjudicada al último elemento contado del conjunto representa, no sólo el ordinal de ese elemento, sino también el cardinal del conjunto.

Un ejemplo: *(...) Zullige kechu zugun mapuzugun(...), escribe cinco palabras en mapuzugun ..., kiñe, epu, küla, meli, kechu (...)* (Browne, 2015, p. 18).

El estudiante mapuche debe desarrollar estas habilidades en dos lenguajes al mismo tiempo. Al observar y conocer estos elementos de la matemática mapuche, podemos identificar que al contar en mapuzugun hay una correspondencia de cada elemento de un conjunto con los elementos de otro conjunto, vale decir la coordinabilidad. Se puede apreciar que subyace la biyección entre un conjunto de elementos a contar y el conjunto de números en palabras, en un contexto concreto no abstracto, es decir el 'uno a uno' (Cid et al. 2003).

En la medida de sus necesidades se ha ido ampliando su numeración, pues en los primeros diez números creados tenían el referente de los dedos de las manos y tal vez a eso obedece también el uso del 10 como base de su sistema de conteo. Frente a la necesidad de contar más de diez, se utiliza las mismas palabras numéricas, pero con ubicaciones específicas, veamos:

Hasta el 19 es *'mari'* (10) y cualquier otra palabra numérica y en ese caso se suma, por ejemplo *mari epu* es 10 + 2= 12 y el 'no ostensivo' presente es la adición (+). Entonces, lo podemos representar como 10 + n, siendo 'n' cualquier número del uno al nueve, es decir, en mapuzugun: '*mari* + n'.

Para los siguientes números aparece una nueva configuración, en el ámbito del 20 al 99. En mapuzugun sólo cambia la posición de la palabra numérica para saber si debo sumar o multiplicar, por ejemplo: *epu mari*, ya no es 12, ahora es 2(10) = 20, porque *epu* se antepone a *mari* (10) y en ese caso se multiplica; otro ejemplo, *epu mari epu*, es 2(10) + 2 = 22 porque *epu mari* es 20 y agregamos *epu*, entonces es *epu mari epu* (22). En estas situaciones, aparecen dos 'no ostensivos' la adición (+) y la multiplicación (*). Si queremos represan este ámbito, quedaría n (10) + n, siendo 'n'' cualquier número del uno al nueve, es decir n (*mari*) + n.

Cuando llegan a la necesidad de contar cien, introducen una nueva palabra, *pataka*, con la que forma los siguientes números hasta el 999 y que podemos representar como n (100) + n (10) + n, siendo 'n' cualquier número del uno al nueve, es decir n (*pataka*) + n *(mari*) + n; un ejemplo para entender sería el número 345: n(100) + n (10) + n = 3(100) + 4(10) + 5 y en *mapuzugun* sería n(*pataka*) + n (*mari*) + n= *küla pataka meli mari kechu*, ¡muy fácil!

Al llegar al mil, se requiere una nueva palabra, *waragka,* y se sigue la misma lógica.

En cuanto al doble, triple, …, podemos expresar dicha relación en mapuzugun de manera simbólica:

- *Epu fenten* (dos tantos) hacía referencia al doble $\longrightarrow$ 2n
- *Küla fenten* (tres tantos) hacía referencia al triple $\longrightarrow$ 3n
- *Meli fenten* (cuatro tantos) hacía referencia al cuádruplo $\longrightarrow$ 4n

Acá, también podemos usar el sufijo '*chi*' hace referencia a la palabra 'veces', es decir, podemos decir *epuchi,* dos veces, … También la palabra '*naq' y 'rupa'* cumplen la misma función. Entonces para expresar 2 por 3 se puede ir diciendo *epu naq küla*, dos veces tres; *epu rupa küla*, dos veces tres. Así lo plantea Agusta, *küla naq meli ta mari epu*, tres veces cuatro son doce (Agusta, 1903).

La división la comprendían asociando la multiplicación, por ejemplo: 24:6 = 4, entonces decían "*epu mari meli niei kayu meli naq ó naq kayu nei, es decir 24 tiene seis 4 veces ó 4 veces 6 tiene"* (Agusta, 1903, p. 36).

En este sentido podemos señalar que existen términos en mapuzugun con significados matemáticos, que podrían ser introducidos a la clase de matemáticas en las escuelas situadas.

Si los objetos matemáticos son símbolos de unidades culturales (D'Amore y Godino 2007), que emergen de los sistemas de prácticas de los individuos (Godino y Batanero, 1994), estamos frente a un sistema de prácticas matemáticas, mediadas por unas prácticas discursivas, las cuales no se aprecian en el currículo de matemáticas, pero si en el SLI (Sector de Lengua Indígena).

3.2. SIGNIFICADO PERSONALES E INSTITUCIONAL EN LA CULTURA MAPUCHE

En nuestro desarrollo investigativo, hemos podido constatar que en la matemática escolar de nuestro país, los conocimientos previos y la contextualización, no pasan de ser un discurso, ya que en los recursos que provee el Ministerio de Educación (programas, libros de textos y otros) no se visualiza el conocimiento previo del estudiante que viene con él a la escuela desde su cultura de origen; sino más bien visualizamos el énfasis en los conocimientos previos matemáticos que hacen referencia al nivel inmediatamente anterior. Si en Chile la educación obligatoria se inicia a los 5 años, cabe preguntarse, qué conocimientos se deben considerar como conocimiento previo. Concordamos con algunas investigaciones que plantean que existe relación entre la etnomatemática y la matemática escolar; sin embargo, creemos que es necesario analizar dichas relaciones, observar a los sujetos en la actuación matemática y aportar a la construcción de un saber matemático que pueda ser llevado al aula y que favorezca el aprendizaje, contribuyendo, además, a la revalorización cultural del conocimiento mapuche. Por ello en este apartado describiremos los significados institucionales en la cultura mapuche ($S_{CM}O$) de la aritmética mapuche, en tanto 'sistemas de prácticas discursiva y operativas' en distintas situaciones que analizamos en nuestra investigación. Iniciaremos con un trabajo exploratorio de las prácticas matemáticas de dos casos-tipos de niños con ascendencia mapuche. Luego, las prácticas matemáticas presentes en los libros de textos en mapuzugun. Seguiremos con las prácticas matemáticas discursivas presentes en las entrevistas a los *kimche* y los ET (educadores tradicionales). Haremos el análisis epistémico de una de las prácticas encontradas para ejemplificar los significados o la pluralidad de significados atribuidos al objeto matemático. Interpretamos las respuestas de los sujetos entrevistados como elementos representativos de la cultura mapuche.

3.2.1. Sistemas de prácticas estudio de casos-tipos

Nuestra primera exploración de la aritmética mapuche y el aprendizaje de la aritmética escolar lo realizamos con dos casos-tipos, un estudiante mapuche de escuela municipal con EIB en contexto mapuche, de la región de La Araucanía y otro estudiante mapuche de otra escuela municipal sin EIB en contexto no mapuche de Valparaíso. Nuestra motivación es realizar un primer acercamiento a las prácticas matemáticas de dos estudiantes mapuche de 2º año de primaria, para la comprensión fenomenológica del problema, a la luz de nuestro marco teórico. Para ello, realizamos un análisis epistémico-cognitivo de la resolución de un problema matemático que busca explorar qué está pasando en las aulas donde se escolarizan los estudiantes mapuche. El problema aritmético se elaboró teniendo en cuenta las orientaciones curriculares para contextos interculturales, libros de texto del primer ciclo de Educación Básica y la actividad sobre aprendizaje de la decena analizada en Godino et al. (2011).

La tarea exploratoria propuesta a los estudiantes consistió en una ficha de trabajo en la que se solicita contar el número de huevos representados en una figura y en otra el número de manzanas (Figura 3.3). En un primer momento se solicita responder en *mapuzugun* (lengua mapuche) a las preguntas de recuento. En un segundo momento se solicita representar cuántas unidades y decenas de huevos hay en la figura; además, se pide completar en palabras y números la representación de la estructura aditiva de la cantidad total de huevos y de manzanas. Finalmente se presenta al estudiante la expresión con palabras (español y *mapuzugun*) de cuatro números y se solicita la expresión de la estructura aditiva en lenguaje simbólico matemático de éstos

No se consideró entregar un ejemplo de resolución, dado que, según la revisión realizada del currículo y los libros de textos, se viene trabajando de esta forma desde el primer año. En nuestra aplicación, modificamos las colecciones a contar, huevos y manzanas, e introdujimos el *mapuzugun*, lengua originaria del estudiante mapuche.

Para realizar nuestro análisis a priori del significado personal de los estudiantes, hubo que establecer los significados de referencia situados, que nos permitieran confrontar ambos significados y poder concluir sobre posibles conflictos semióticos debido a la disparidad de significados.

Los significados de referencia situados están dados por la unión de los significados institucionales, en tanto 'objetivos de aprendizaje (OA)' que se establecen en los distintos documentos curriculares. Así, el significado de referencia del currículo de matemáticas lo podemos apreciar en tabla 3.4.

Tabla 3.4. Objetivos de aprendizajes e Indicadores en matemática 2° año básico

Objetivo de Aprendizaje (OA)	Indicadores de Evaluación de logros
Leer números naturales del 0 al 100 y representarlos en forma concreta, pictórica y simbólica (OA 2)	Escriben un número dado del 0 al 100, en cifras y en Palabras
Identificar las unidades y decenas en números del 0 al 100, representando las cantidades de acuerdo a su valor posicional, con material concreto,	Identifican que el valor de un dígito depende de su valor posicional dentro de un numeral. Representan un número dado hasta 50, en forma concreta, pictórica y simbólica con el uso de material multibase.

Objetivo de Aprendizaje (OA)	Indicadores de Evaluación de logros
pictórico y simbólico (OA 7)	Ejemplo: - □□□ •••• - 30+4 - 3 decenas y 4 unidades - 34 Indican decenas y unidades en un número de dos dígitos Describen un número dado de dos dígitos, en el ámbito hasta 50 de al menos dos formas. Ejemplo: 34 como 3 grupos de 10 con 4 unidades sobrantes ó 34 como 3 decenas con 4 unidades, y también 34 unidades.

Fuente: Ministerio de Educación (2013a)

El significado de referencia matemático para la cultura *mapuche*, en términos de objetivos de aprendizaje (OA) y los indicadores de logros para NB1[23], está dado por lo que establecen las orientaciones didácticas en matemáticas para la EIB, hemos escogidos del primer semestre para asegurar el aprendizaje de los OA alcanzados, como vemos en la tabla 3.5.

Tabla 3.5. Objetivos de Aprendizaje e Indicadores de la Orientaciones curriculares para la EIB

Objetivos de Aprendizaje (OA)	Indicadores
Manejan un procedimiento para contar hasta 30 objetos y reconocen la importancia del conteo; efectúan estimaciones y comparaciones de cantidades en dicho ámbito numérico.	Cuentan, en ambas lenguas, un conjunto de objetos presentados en variadas formas y contextos. Asocian el número obtenido al contar, en ambas lenguas, con la cantidad de objetos de un conjunto contado. Dan ejemplos de situaciones en las que el conteo les resulta necesario y útil
Reconocen el número que se forma a partir de una suma de dos números dados y expresan un número como la suma de otros dos, en el ámbito del 0 al 30.	Identifican un número del ámbito del 0 al 30, formado por la combinación de 10 ó 20, más un dígito. • Dan ejemplos, en forma oral y escrita, de números de dos cifras hasta el 30, formados a partir de la suma de 10, o de 20, más un dígito. • Dado un número menor que 30, lo descomponen de diversas maneras, en sumas de otros dos.

Fuente: MINEDUC (2005).

Estos OA debieran haberse trabajado en 1° año básico y reforzado el primer semestre de 2° año básico, nuestra aplicación la realizamos a finales del 2° año básico de estos estudiantes, el año 2014. Como podemos apreciar en la tabla 3.2, existen muchas más cuestiones implícitas que poseen un significado institucional que el profesor debe inferir para democratizar el conocimiento matemático escolar. Este significado promueve, desde el primer contacto con la escuela, el aprendizaje de la lectura y escritura de los números en dos lenguas (español y *mapuzugun*), asociados a la idea de cantidad. Se incluye también el aprendizaje del valor posicional en el lenguaje simbólico matemático y la representación descompuesta de una cifra en la suma del valor de sus dígitos. Sin

[23] NB1, hace referencia a los estudiantes que se encuentran en 1° y 2° básico.

embargo, no se aprecia la utilización del potencial educativo de la estructura morfo-matemática de la numeración oral en *mapuzugun* (Salas, Godino y Oliveras, 2015). Implícitamente, se espera que los estudiantes sean capaces de:

1. comprender la estructura morfo-matemática de las palabras numéricas en español y *mapuzugun*;
2. relacionar la escritura y verbalización de los números de dos dígitos en ambas lenguas;
3. asociar las palabras numéricas en ambas lenguas al lenguaje simbólico matemático.

En este apartado podemos evidenciar la compleja tarea del profesor de matemáticas en el contexto mapuche en los primeros niveles de la educación obligatoria. El profesor debe comprender e inferir el significado institucional de referencia de la cultura escolar (CE) y de la cultura mapuche (CM), para diseñar su planeación de enseñanza. Al diseñar la enseñanza debe responder a la demanda del currículo nacional de matemáticas, los estándares nacionales y las orientaciones curriculares para la EIB que insta al profesor a incorporar el lenguaje y contexto cultural mapuche. Una cuestión de interés para futuras investigaciones será explorar cómo puede el profesor articular estos aspectos en un diseño didáctico.

Con estos elementos hemos deconstruido el significado de referencia situado para este contenido matemático, en términos de prácticas operativas y discursivas:

1. Leer y comprender la tarea.
2. Contar el número de huevos y manzanas, representados en el dibujo.
3. Escribir el resultado de los recuentos de formas diferentes:
   - Lenguaje natural en *mapuzugun* o español.
   - Como la suma del cardinal de dos o más conjuntos (huevos dentro y fuera de las cajas).
   - Lenguaje simbólico matemático del cardinal.
   - Como la suma descompuesta de sus sumandos (canónica)
4. Identificar las unidades y decena del resultado y escribirlas en una tabla.
5. Escribir expresiones numéricas en palabras (*mapuzugun* y español) con lenguaje simbólico matemático, como la suma descompuesta de sus sumandos.

Luego proseguimos con el análisis a priori de la ficha a presentar a los estudiantes, para determinar el sistema de prácticas esperadas en la resolución de la tarea.

Análisis a priori

En este el análisis a priori sólo consideramos el análisis epistémico-cognitivo de las prácticas matemáticas:

- Los estudiantes mapuche muestran su conocimiento del conteo en mapuzugun al solicitarles responder utilizando su lengua de origen.
- Los estudiantes mapuche evidencian el aprendizaje del valor posicional y lo demuestran en sus representaciones simbólico matemáticas o en sus prácticas discursivas en español o mapuzugun.
- El estudiante que asiste a la escuela sin EIB, debe tener mayor conocimiento de la cultura matemática escolar. Sin embargo, esperamos, que aún pueda responder algunas cuestiones en mapuzugun.
- El estudiante que asiste a la escuela con EIB, debe responder, con mayor facilidad, a las cuestiones solicitadas en mapuzugun. Sin embargo, puede ser que presente dificultad en la representación simbólica matemática.
- En ambos casos, los estudiantes serán capaces de identificar las unidades y decenas, y representar las cantidades dadas en palabras de manera numérica de acuerdo al valor posicional y la yuxtaposición implícita en ellas.

Sistemas de prácticas de los dos casos-tipos de estudiantes mapuche. Para la identificación del estudiante de la escuela con EIB, hemos propuesto ‘escuela con EIB (E-CEIB)’ y para el estudiante de la escuela sin EIB hemos propuesto ‘escuela sin EIB (E-SEIB)’, como veremos en la figura 3.8.

En este acercamiento a las prácticas matemáticas de estos estudiantes mapuche, no hemos podido observar la forma en que ellos cuentan, ya que no se aprecia ninguna técnica auxiliar de recuento en la hoja de resolución. El estudiante con EIB (E-CEIB), aparentemente cuenta correctamente, identifica las decenas y las unidades, y las representa numéricamente de manera correcta. Sin embargo, el conocimiento de origen (escritura en mapuzugun) no se aprecia claramente, debido a que escriben algunas palabras correctamente, otras lo hace con errores y en otras no las escribe. Se aprecia que no comprende la formación de la cifra en *mapuzugun* (*epu mari* es 2 veces 10), ya que el estudiante lo escribe como 2020. Si bien muestra la representación como suma de dos subconjuntos de elementos, en otras instancias en que debía aplicar la misma representación, no lo hace. Cabe destacar que la mayor dificultad del E-CEIB se presenta cuando se involucran prácticas en lenguaje natural, lo que muestra un débil acoplamiento de los significados de las palabras numéricas en ambos lenguajes y su representación simbólica matemática de acuerdo a su estructura aditiva.

Escuela con EIB (E-CEIB) Escuela sin EIB (E-SEIB)

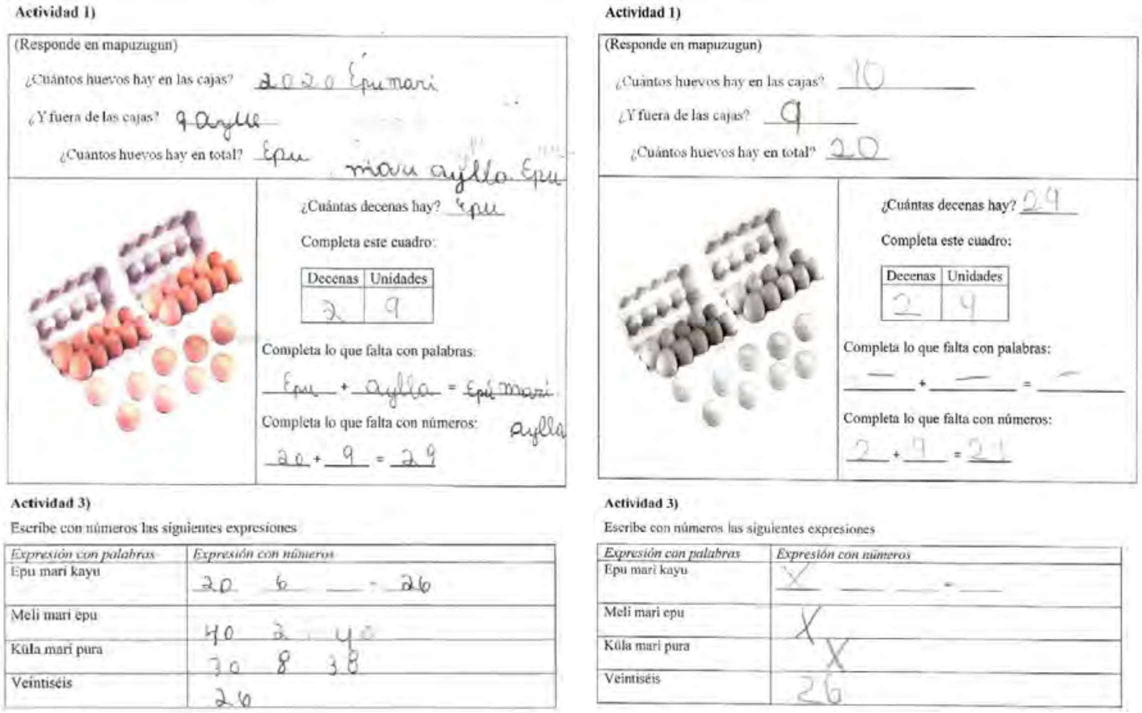


Figura 3.8. Respuestas de los estudiantes mapuche

El estudiante sin EIB (E-SEIB) no logra el recuento y sólo identifica el cardinal de las unidades. El significado personal de este estudiante indica que no distingue entre el valor relativo y absoluto de las cifras (2 decena son 20 unidades). No ha construido el significado esperado para las unidades de primer orden ni las de segundo orden (decenas). No muestra conocimiento de la representación como suma de dos o más colecciones de elementos. En cuanto a su conocimiento de origen, no muestra evidencia alguna que recuerde los números en mapuzugun u otro conocimiento en relación al tema abordado (Salas, Godino y Quintriqueo, 2016).

Esta inconsistencia no se puede valorar únicamente en términos dicotómicos, el alumno sabe-no-sabe. Por ello, con este trabajo exploratorio mostramos la complejidad semiótica que supone asociar las prácticas discursivas y los significados institucionales de la cultura escolar, la numeración oral en español y mapuzugun, y su asociación a la escritura simbólica matemática occidental.

Este análisis reafirma la complejidad del aprendizaje de la decena en los primeros años de escolaridad, resaltada por Godino et al. (2011) mediante el análisis de las prácticas, objetos y procesos involucrados en la resolución de una tarea similar a la que en este trabajo hemos utilizado. En nuestro caso, hemos revelado que esa complejidad ontosemiótica (reconocimiento de objetos intervinientes en las prácticas matemáticas requeridas y la puesta en funcionamiento de los procesos de semiosis implicados) es mayor en el caso del estudiante E-CEIB, que trae con él a la escuela un conocimiento de la numeración, desde su cultura de origen. Se requiere establecer nuevas funciones semióticas entre los términos numéricos de la lengua mapuzugun, el español, los símbolos indo-arábigos y las reglas de los respectivos sistemas de numeración.

En las respuestas de los estudiantes a la tarea se aprecia que el estudiante de escuela con EIB tiene mayor comprensión de lo que se le solicita responder. En cambio, en la actuación del estudiante de escuela sin EIB no se aprecia que comprenda el problema y por ello presenta más errores en sus respuestas. En ocasiones, las respuestas muestran una comprensión de los signos (S) que se les presenta, sin embargo no se aprecia la comprensión del conjunto de reglas (R) y menos aún la relación entre el signo y su significado (M). Ambos estudiantes muestran en sus prácticas el conflicto semiótico que representa la comprensión de la morfosintaxis de las palabras numéricas en español y mapuzugun, y su estructura morfo-matemática (Salas, Godino y Oliveras, 2015).

3.2.2. Sistemas de prácticas en libros de textos en mapuzugun

Luego del trabajo exploratorio anterior, iniciamos una indagación más profunda sobre los sistemas de prácticas matemáticas en la cultura mapuche. Para ello analizamos las prácticas matemáticas presentes en los libros de textos de la lengua mapuzugun. Nuestro foco de interés en estos recursos, ha sido la presencia de la numeración mapuche y sus usos en la resolución de un campo de problemas en el seno de esta institución, cultura mapuche. Consideramos importante extraer algunas situaciones en la que interviene el conocimiento matemático mapuche y escolar, pues son situaciones problemas que evocan el contexto real del niño mapuche, en los libros de textos en mapuzugun. Exponemos aquí dos cuestiones interesantes y para ello ocuparemos un ejemplo extraído del libro de texto mapuzugun de tercer año básico: primero el análisis epistémico y la pluralidad de significados intervinientes en la tarea propuesta a los estudiantes.

En la figura 3.9, vemos que se plantea a los estudiantes escuchar, leer y comentar una receta de cocina. Luego, se les pide crear su propia receta, para lo cual se le da una pauta igual al formato presentado en el texto (Texto estudiante mapuzugun 3º básico. 1º unidad, p. 18-19). Esta actividad se enmarca en el eje temático de "comunicación escrita" en el SLI mapuzugun.

Receta dulce de murta

Necesitas

Diez puñados de murta limpia
Diez cargas suaves de azúcar
Tres frascos con tapas

Preparación

Primero

- Hervir la murta con azúcar durante veinte minutos.

-Retirar del fogón.

Segundo

- Poner caliente en los frascos.
- Cubriendo bien

Tercero

-Entonces llevar al horno a fuego lento por quince minutos.
-Listo para comer con catuto o con pan.

Ahora crea tu propia receta y escríbela acá:

Figura 3.9.. Actividad propuesta al estudiante en 3º año básico en SLIM

Fácilmente podemos apreciar las prácticas de: enumerar pasos a seguir en *mapuzugun*, *Kiñe (1), Epu (2) y Küla* (3); seguido de la utilización de magnitudes arbitrarias *mari runa* (diez puñados), *mari panü* (diez cargas o medidas) y *küla fürasko* (tres frascos). Intervienen unidades de tiempo: *epu mari minutu* (veinte minutos) y *mari kechu minutu* (quince minutos). Para delimitar las configuraciones epistémicas en este problema, desde un análisis a priori, utilizaremos el planteamiento de preguntas que habitualmente se presenta a los estudiantes al resolver este tipo de problema matemático.

Configuración epistémica 1 (CE1)

La primera cuestión problema que debe enfrentar el estudiante es aplicar de manera competente su significado personal de número para determinar el cardinal de los conjuntos finitos de elementos involucrados en la elaboración de la receta. En la figura 3.10, mostramos la configuración epistémica 1(CE1) y cómo se relacionan entre sí los distintos objetos involucrados que se asocian al significado de número como cardinal del conjunto. La interrogación del texto nos delimita el campo de problemas implicado en la tarea en esta CE1.

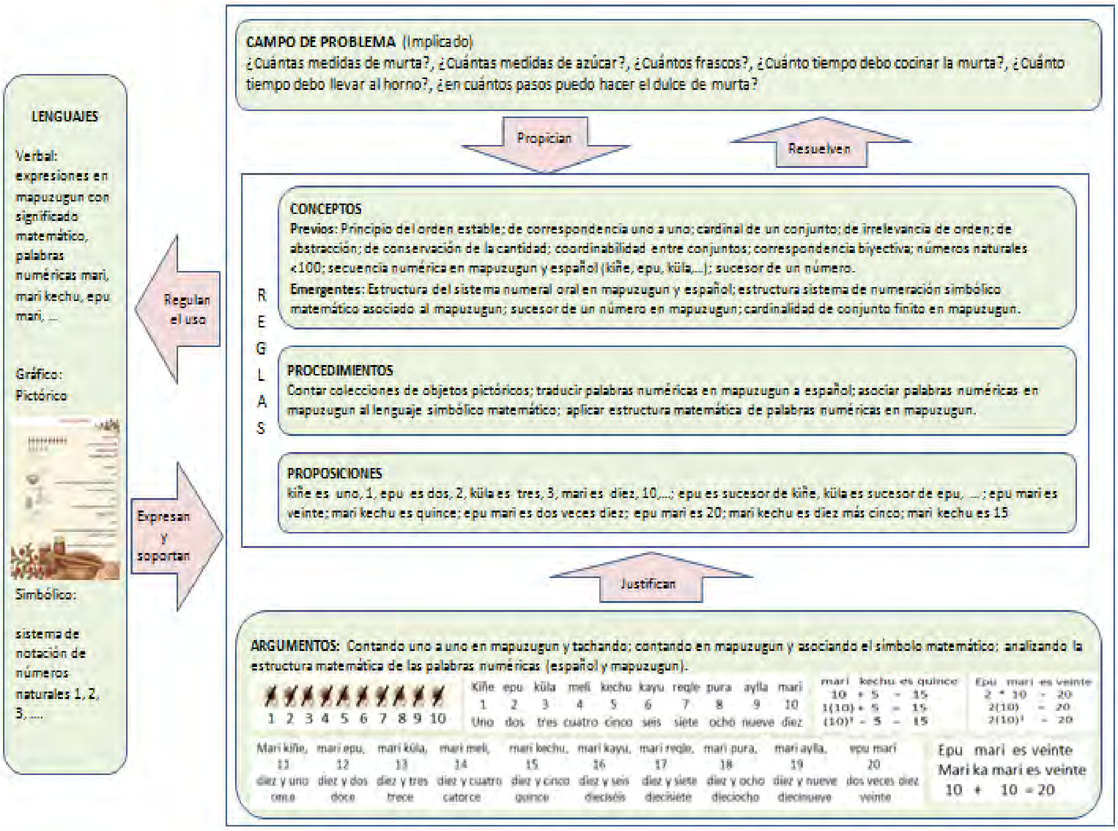


Figura 3.10. Objetos matemáticos implicados CE1
Fuente, Salas-Salinas (2018)

Configuración epistémica 2 (CE2) (Tabla 3.6)

Una segunda cuestión que enfrenta el estudiante es aplicar su significado de número, de manera competente, para determinar la fracción de tiempo horario involucrado en la tarea (ver tabla 3.6).

Tabla 3.6. Objetos matemáticos implicados CE2

Lenguaje	(Verbal) Palabras numéricas en *mapuzugun mari, mari kechu, epu mari*, … (Simbólico) 10, 15, 20, …. 60
Problema	¿Qué fracción de tiempo debo cocinar la murta?, ¿Qué fracción de tiempo debo llevar al horno?, *¿epu mari minutu*, a cuántos minutos de una hora corresponde?, *¿mari kechu minutu*, a cuántos minutos de una hora corresponde?, *¿epu mari y mari kechu* qué parte de una hora es?
Conceptos	**Previos**: Números naturales ..10, 15, 20, 60…; numeración en *mapuzugun mari, mari kechu, epu mari, kayu mari*,…; composición y descomposición de la cifra, sistema horario (sexagesimal). **Emergentes:** Estimación; multiplicación; división; fracción de un número; equivalencia entre numeración mapuzugun y sistema sexagesimal; unidades de medidas de tiempo; base de dos sistemas numéricos; estructura de los sistemas numéricos.

Tabla 3.6. Objetos matemáticos implicados CE2

Procedimiento	Traduciendo del mapuzugun al español; asociando numeración en mapuzugun al lenguaje simbólico matemático y el sistema de numeración sexagesimal; asociando el sistema de numeración decimal con el sistema horario (sexagesimal); partiendo un entero de hora; aplicar conocimiento en mapuzugun para fraccionar un entero; obteniendo la fracción de un número; estableciendo equivalencias entre sistemas numéricos orales y de notación simbólica;
Proposición	*Mari kechu* en quince, 15 minutos; *epu mari* es veinte, 20 minutos; *kayu mari* es sesenta, 60 minutos; 15 minutos es ¼ de hora; 20 minutos es 1/3 de hora.
Argumentación	*Mari* es 10; *mari kechu* es 10 + 5 entonces es 15 minutos; *epu mari* es 2 veces 10 entonces es 20 minutos; si una hora es *kayu mari* es 6 veces 10, entonces es 60 minutu; *mari kechu minutu* es un *kiñe txülan*, ¼ de hora; *epu mari minutu* es *kiñe wüzkan mew küla wüzkan*, una parte de tres partes de 1 hora; 1/3 de 60 es 20, porque 60:3= es 20; ¼ de 60 es 15, porque 60 partido en 4 cada parte queda en 15.

Fuente, Salas-Salinas (2018)

En la tabla 3.6, mostramos la configuración epistémica 2 (CE2) para esta misma actividad y detallamos los objetos primarios implicados asociado a un significado del número como fracción (racional). Al interrogar el texto emerge el campo de problemas matemáticos involucrados en esta CE2. De esta actividad mostramos dos configuraciones epistémica, sin embargo, podemos mencionar una configuración epistémica 3 (CE3) con significado de número como "magnitud" al trabajar con unidades de medidas arbitrarias y unidades de tiempo. Una configuración epistémica 4 (CE4), asociada al significado de número como ordinal, pues se establecen diferentes pasos a seguir en la elaboración de la receta *(kiñe, epu*,...). En la CE4, habría que profundizar en los adjetivos o participios en mapuzugun que ayudan a indicar el orden, por ejemplo *külangelu*, el tercero que sigue (Alonqueo, 1989).

Las configuraciones que hemos descrito muestran la pluralidad de los significados de un objeto matemático según el juego de lenguaje en que participa y que resumimos en nuestro modelo de pluralidad, adaptado del modelo propuesto por Godino et al. (2011), como vemos en la figura 3.11. Es decir, tal y como lo señalan estos autores, existe pluralidad de significados, según el nicho ecológico en que vive al interior de la cultura mapuche.

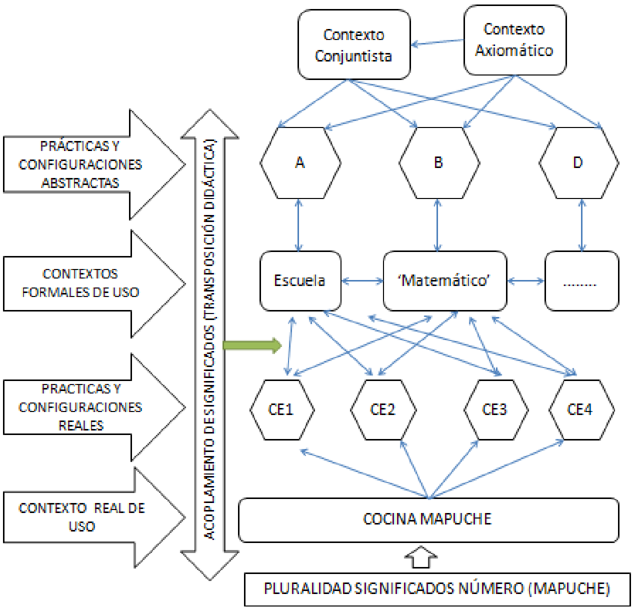


Figura 3.11 Pluralidad de significados del objeto 'número' en mapuzugun

Entonces, creemos que esta estructura podría seguir elevándose y poder entender que hay tantos contextos como prácticas y viceversa, no todo se reduce a dos contextos. No obstante, las configuraciones que hemos descrito en nuestro análisis muestra la trama ontosemiótica, compleja, que se pone en juego en el aprendizaje formal de la lengua mapuzugun. Creemos, que si estos significados no son debidamente abordados en la clase de matemáticas y articulados adecuadamente, pueden suponer, a priori, un conflicto semiótico en los estudiantes al construir los significados personales sobre estos objetos matemáticos.

Otra actividad analizada es la propuesta para segundo año básico en el programa SLI mapuzugun (MINEDUC, 2011, p. 72), como vemos en la figura 3.12.

ACTIVIDAD: Comparan la forma de ubicarse en el tiempo en la cultura mapuche tradicional y no tradicional.

Ejemplos:

- Establecen semejanzas y diferencias entre la concepción de tiempo entre la cultura mapuche y no mapuche. (Ver orientaciones al docente).
- Observan un reloj y una figura que muestra tiempo en mapuzugun (identifican las partes del día).
- Leen y comentan la pregunta: **¿Tunten pürapay anthü?** ('¿Cuánto ha subido el sol?)
- Responden a la pregunta según la hora que deseen decir.
- Las respuestas pueden ser:
  Puliwenhi, Pürapay anthü, ragianthüy, naqanthüy, konanthüy, punhi.
- Aprenden a preguntar la hora: **¿Chunten pürapay antü?** '¿Qué hora es?'

Figura 3.15. Actividad propuesta por el programa del SLI *mapuzugun* 2° año Básico

Las respuestas esperadas son:

- *Reqle horagey*, son las siete.
- *Mari horagey pinh* mu, son las diez de la noche.

- *Kechu puwal kayugey*, son cinco para las seis.
- *Meli hora naqanthü*, son las cuatro de la tarde.
- *Epu mari minutu rupal kechu horagey, naqanthü*, son cinco y veinte de la tarde.
- *Mari kechu minutu rupa külha horagey*, son las tres y quince minutos.
- *Reqlemalewpan anthüy*, son las siete.
- *Melhimalewpan anthüy*, son las cuatro de la tarde.

Si hacemos el análisis epistémico a la actividad nos encontramos, nuevamente con más de una configuración epistémica. Describiremos los objetos primarios involucrados y entendiendo que éstos están en interacción:

Lenguajes. Verbal con expresiones en español y mapuzugun con significado matemático: *tunten*, cuanto; *reqle*, siete; *püra*, ocho; *mari*, diez; *kechu*, cinco; *meli*, cuatro; *epu mari,* veinte; *mari kechu*, quince; *küla,* tres. Pictórico, la imagen de un reloj. Simbólico, sistema de notación de los números naturales 1, 2, …10, 20,…

Situación problema (Enunciado verbal en español y mapuzugun). ¿Cuántas horas tiene el día mapuche y no mapuche?, ¿cuántas horas tiene el reloj?, ¿cuántas vueltas debe dar el segundero para que sea una hora no mapuche?, ¿cuántos minutos son tres horas y quince minutos no mapuche?, ¿cuántas vueltas dio el minutero para marcar las tres y quince minutos?, ¿cuántas vueltas debe dar el minutero para que sea medio día mapuche?, ¿cuántos minutos son medio día mapuche?, etc.

Conceptos. Previos: Número natural < 100; numeración en mapuzugun y español; sistemas de base 10. Emergentes: Sistema sexagesimal, tiempo horario en base 60; tiempo horario mapuche; relación tiempo horario mapuche y occidental; conversión horas, minutos y segundos; comprensión de medio día en tiempo mapuche y no mapuche, proporcionalidad, etc.

Procedimientos. Previos: Agrupando conjuntos de horas, minutos y segundos, contar horas del día. Emergentes: Convertir horas a minutos, transformando horas del reloj al tiempo horario del día mapuche y no mapuche, sumando conjuntos de horas, minutos y segundos, multiplicando entre sistemas de distintas bases (10 y 60); estableciendo relación entre base decimal y sexagesimal; dibujando y proporcionando las horas y minutos, etc.

Proposiciones: 24 horas; 12 +12 horas; 12 horas que es medio día; 60 vueltas que es una hora; 195 minutos; 180 vueltas ; 180 y un cuatro de vuelva; 720 vueltas; 12

vueltas de la manecilla de la hora; 720 minutos, doce horas; ¼(60) = 15; ½ (24) = 12; ½(1440)=720; etc..

Argumentos: Contando, sumando, multiplicando, agrupando, dibujando y representando; proporcionando.

Si el reloj tiene 12 horas y es medio día, entonces el día tiene 24 horas, porque 12 más 12 es 24; si un minuto son 60 segundos, es decir, una vuelta del segundero, entonces 60 vueltas del segundero es una hora, porque una hora son 60 minutos; tres horas son 180 minutos, porque 60 + 60 + 60 es 180 y más 15 es 195 minutos; 60 x 3= 180 y 180 +15=195; si sumamos 12 veces 60 es 720; también 60 x 12=60; Si el reloj tiene 12 horas entonces eso es medio día y multiplicado por 60 minutos de cada hora son 720 minutos; ½(24) es 24:2= 12; ½(1440) es 1440:2= 720; ¼(60) es 60:4=15; dibujando el reloj y proporcionando; etc..

A partir de la descripción de los objetos matemáticos que pueden estar involucrados en la resolución de este problema, para el desarrollo del aprendizaje de la lengua mapuzugun en el SLI; podemos identificar:

Configuración epistémica 1 (CE-1), hace referencia al significado del objeto número como cardinal, pues deben ponerse en juego conocimiento y habilidades que les permita a los estudiantes realizar: agrupamientos, suma de colecciones de minutos, horas y segundos; contar vueltas de las manillas del reloj, etcétera.

Configuración epistémico 2 (CE-2), se relaciona con el significado del número como racional, al establecer fracciones de tiempo horario.

Configuración epistémica 3 (CE-3) se refiere al significado de número como una magnitud física, es decir a la unidad de tiempo en el sistema horario sexagesimal.

Sin ser exhaustivos, hemos expuesto los análisis epistémicos de dos actividades, una del libro de texto del estudiante y la otra del programa de estudios del SLI mapuzugun. Con esto queremos ir fortaleciendo la idea que existen prácticas mapuche, que pueden ser utilizadas para el aprendizaje de la matemática escolar. No obstante, debemos ser cuidadosos a la hora de enfrentar al estudiante a un nuevo aprendizaje, pues los análisis demuestran la trama compleja de objetos matemáticos que intervienen en la comprensión de conceptos culturales mapuche y eso no está siendo atendido en la escuela. Esta trama de objetos, implica multiplicidad de significados y, a la vez, implica múltiples funciones semióticas. Entonces, estamos convencidos que si estas cuestiones no son atendidas por las escuelas situadas, más que aprendizaje en los estudiantes, se están generando potenciales obstáculos de aprendizaje lo que afecta, además, la autodeterminación identitaria mapuche.

3.2.3. Practicas matemáticas mapuche en el discurso de los *Kimche* y ET

Luego de los trabajos anteriores y teniendo claro cuáles eran nuestros objetivos para el trabajo de campo en La Araucanía, nos adentramos a analizar la configuración epistémica de las prácticas matemáticas discursivas mapuche, presente en las entrevistas realizadas a los *kimche* y ET (educadores tradicionales) en 7 comunidades mapuche. Expondremos algunos diálogos, que nos permitirán mostrar el análisis epistémico, no obstante, en el anexo 3 se pueden ver todos los diálogos seleccionados.

Dialogo:

> [E3-K4] (…) *Nawel, amuge ka azkintumege tunten kuram tukuy chi tati piz-piz achawall,* Nahuel, anda y mira cuántos huevos puso la gallina castellana (...); (Niño) *Kuku, feychi achawall tukuy ta, küla kuram*, abuela, esa gallina tiene tres huevos (...) [E3-K4] *küpalelen kechu kuram, küla kazü achawall ñi kuram ka epu kagelu achawall ñi kuram*, tráeme cinco huevos, los tres de la gallina castellana y dos de otra gallina (…) [E3-K4-NC[24]]

Este dialogo, no sólo fue una práctica descursiva, sino que también fue una práctica operativa, pues la abuela le pidió a su nieto que le trajera unos huevos para cocinar. Luego, la investigadora le pide al ET1-K2 que le pregunte a la abuela qué edad tiene el niño y qué edad tiene ella; se produce el siguiente dialogo.

> [E3-ET1-K2] (…) *¿Tunten txipantu niey ti pichi wentxu*?, ¿cuántos años tiene el niño? [E3-K4] *meli txipantu*, 4 años. [E3-ET1-K2] *¿Tunten txipantu nieymi lamgen*?, ¿cuántos años tienes hermana?, [E3-K4] *kayu mari epu txipantu*, sesenta y dos años (…).

Luego, se sigue conversando sobre el conocimiento mapuche.

> (…) *Ñi sañwe koñi mari pichike sañwe niey,* mi chancha parió diez chancos (*Ñi sañwe mari koñi nentuy,* mi chancha se multiplicó diez veces) (…) [E5-ET4-K6].
>
> [E5-ET4-K6] (…) Para sembrar decían, vamos a sembrar *kiñe almur rayao*[25]. [E5-ET1-k2] Hay de 7 kilos y de 10 kilos. [E5-ET4-K6] Antiguamente usaban esa medida, con eso definían el rendimiento de la siembra en base al *almur* aun algunos lo ocupan (…).
>
> NC: El *almur* es un paralelepípedo de madera, abierto en una de sus caras, con que lo convierte en un cajón específico, como vemos en la imagen 3.1.

[24] Entrevista 3 (E3); educador tradicional 4 (ET4); nota de campo (NC).
[25] Se refieren a ‘a ras’.

Imagen 3.1. *almur* Mapuche (Fotografía trabajo de campo)

(…) Nosotros acá ocupamos el *almur* para medir el trigo, para nosotros es más práctico, porque sabemos cuánto podemos sembrar con un *almur*. Si usted quiere 100 kilos de trigo son 10 *almur*, ahí está, esos son de 10 kilos (imagen 3.1.) (…) [E3-ET2-K3].

(…) Cuando se hacían venta, por ejemplo venía el otro y preguntaba ¿cuánto pide por la vaca *txauke*[26]? Y le respondía: *küla pataka* y le mostraba con los dedos (dos); luego le decía quiere *epu* y le mostraba con dos dedos y *rañin* la mitad, *epu rañin*, dos mitades (…) [E3-ET1-K2].

(…) Alcancé a escuchar a mi abuelo, hacían nudos para saber cuánto años tienen los hijos, entonces tiene un año el hijo *kiñe püron, epu püron*,.....; así sabían qué edad tiene el hijo y cuándo irá al colegio (…) [E3-K4].

(…) Yo hago huerta aquí y de repente yo me preguntaba ¿por qué se secó? Claro porque yo lo veía grande con dos hojitas bonitas, pero no tenía las 4 o 5 hojitas que debía tener, obvio que se secaban cuando lo trasplantaba. El otro día cuando usted habló de la matemática, me acordé y dije con razón si todo era matemático, todo era contar (…) [E4-ET3-K5].

(…) En los calcetines *tunten kiñe* decía mi mamá, *pichike che* (niños) cada *tunten kiñe*…, ella los contaba ¿cuántas vueltas para adulto y cuánta vuelta para niño?, no podía ser un lado más grande que el otro, solo deben haber par, dual; no puede haber nones[27]. Si hay nones va mal el tejido (…) [E4-ET3-K5].

(…) Cuando se echa la gallina, se sabe que en *epu mari kiñe* nacen los pollos. El ganso tiene una fecha y la marcaban la fecha, luego contaba 28 días y nace el ganso. Si va a parir la chancha, se prepara el corral para que pueda parir la chancha. Ellos contaban y sabían la fecha (…) [E4-ET3-K5].

(…) Los niños cuentan, tengo *küla txewa*, 3 perros y tengo *küla kawell*, tres caballos, saben que son la misma cantidad, pero son diferentes. Observan primero, observar. Observar y de ahí ven las diferencias, en lo práctico. Esa es la pedagogía de nosotros, en la práctica (…) [E8-K9-CT].

(…) El uno es importante porque es el resultado del dos, es curioso esto, ¿por qué el uno es resultado del dos?, porque se está mirando a las personas y para que exista uno necesitamos dos, en la cosmovisión mapuche (…) [E1-K1].

(…) La medida sagrada, *kiñe witxan*, una estatura de pie. Las casas tenían que tener *reqle witxan*, 7 estaturas. Era una unidad de medida, entonces nosotros calculamos que el mapuche en promedio medía 1.60 m. y si lo multiplicamos por 7 son 11.2 m. Por ello, digo que todas la casa mapuche tenían 12 metros, más o menos, de largo y mirando hacia el Este (…) [E1-K1].

---

[26] Txauke : que trueca, cambia, comerciante.

[27] None se le llama al número impar, que si bien no es habitual escuchar el término en la ciudad, en las zonas rurales si es un término habitualmente usado.

> (…) en mi casa todos los días por la tarde guardamos los animales y yo le digo a mi hijo pequeño de 6 años: *fotüm, tunten pu kulliñ müley* (hijo, ¿cuántos animales hay?) y él va y cuenta los animales y me dice cuántos de cada uno han llegado al corral, (hijo) *mari meli kullin chacha, epu waka, kechu ufisha ka reqle sañwe*…. (14 animales papá, 2 vacas, 5 ovejas y 7 cerdos) (…) [GF2, ET1-K2].

Hemos extraído una muestra de fragmentos de los episodios que hemos seleccionados de las entrevistas y que están disponibles en los anexos 2 y 3. En este apartado exponemos algunos y dos de ellos lo analizaremos para determinar las prácticas, objetos y significados matemáticos, intervinientes. El caso del *almur*, lo hemos incluido, en tanto es un artefacto cultural que se utiliza en la actualidad y podría, en niveles superiores al que estamos trabajando, ser útil para comprender otro significado de número, por ejemplo, como unidad de medida. Además, de ser útil para geometría.

Configuración epistémica caso 1

El episodio del niño con su abuela nos parece adecuado para ilustrar el razonamiento matemático mapuche implicado en las prácticas de recuento. A partir del juego de lenguaje se puede establecer el significado asignado por el sujeto a los objetos matemáticos interviniente.

> (…) Nawel, *amuge ka azkintumege tunten kuram tukuy chi tati piz-piz achawall*, Nahuel, anda y mira cuántos huevos puso la gallina castellana (..); (Niño) *Kuku, feychi achawall küla kuram tukuy*, abuela, esa gallina tiene tres huevos (..); [E3-K4] *küpalelen kechu kuram, küla kazü achawall ñi kuram ka epu kagelu achawall ñi kuram*, tráeme cinco huevos, los tres de la gallina castellana y dos de otra gallina (…) [E3-K4-NC].

Qué hace el niño: *rakin kuram* (contar huevos). Qué dice el niño: *küla kuram* (tres huevos). Cómo lo hace el niño: *azkintun ka rakin kuram* (observa y cuenta huevos). Con qué lo hace: *rakizuam mew* (con su mente o pensamiento). Para qué: *afümgealu* (para cocinar). En la práctica de recuento analizada, el niño pone en juego un concepto de cantidad al contar los huevos de una gallina y no de todas las gallinas, por lo demás, asigna el cardinal del conjunto "*huevos de la gallina castellana*". Luego en la segunda parte de la petición de la abuela debe poner en juego cuántos huevos más debe coger de otra gallina para enterar los cinco huevos que pide *kuku* (abuela paterna). Es decir, de manera inductiva el niño adiciona dos huevos más a los tres huevos de la gallina castellana y además, para esta última acción sabe que el cardinal "*total de huevos*" que debe llevar a su abuela es 5. Por tanto, podemos inferir que el niño tiene un significado de recuento transitivo, independiente del conjunto de objetos que cuente (distintos animales, distintos huevos, ..). En la figura 3.13, vemos la configuración epistémica de esta práctica mapuche del caso 1, con los correspondientes objetos matemáticos puestos en juego y sus relaciones.

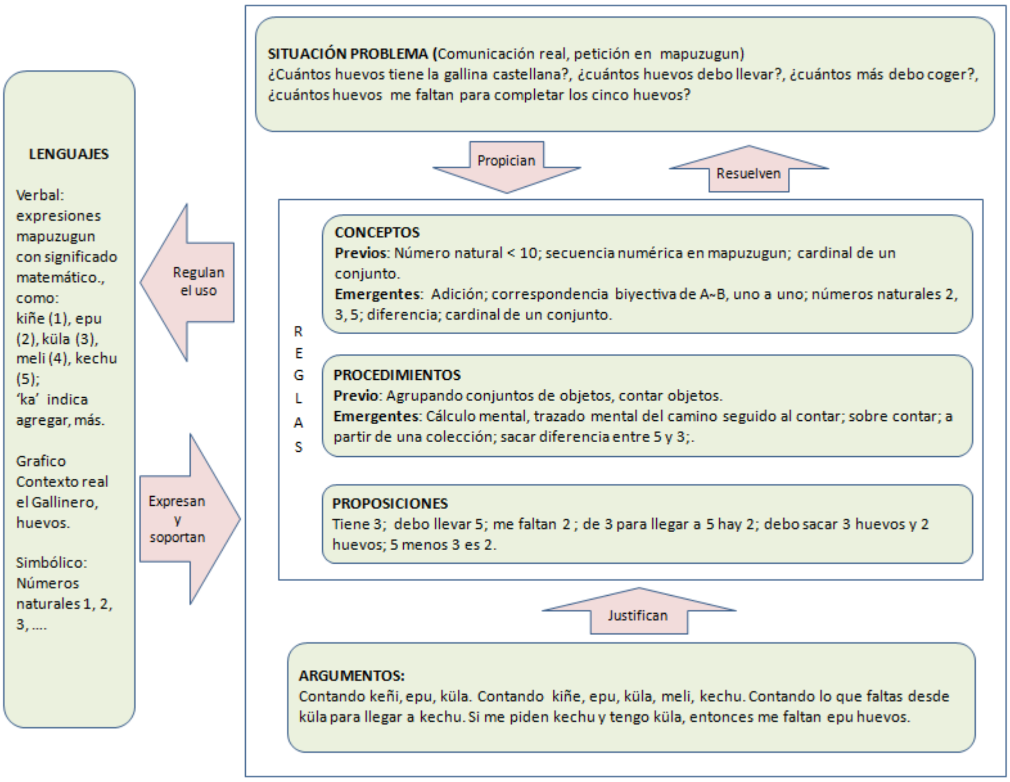


Figura 3.13. Configuración epistémica caso 1

Como podemos apreciar en la relación de los objetos primarios implicados en las prácticas matemáticas del caso 1, el significado asignado por el niño al resolver el problema es acorde a nuestra aritmética y su estructura aditiva. Es decir, asigna significado matemático a un problema en mapuzugun, que ellos no identifican como problema matemático; no obstante, para resolver la tarea el niño debe poner en juego algunos conceptos matemático como son: el cardinal de un conjunto; adicionar los cardinales de dos o más conjunto, sobre contar a partir de un conjunto los elementos faltantes para completar; los números naturales simbólicos, pues ellos no tienen representación simbólica de los números en *mapuzugun*; la correspondencia biyectiva de la coordinabilidad al contar y por último la diferencia, al razonar si me piden 5 huevos y la gallina castellana tiene 3, me faltan dos.

Entonces, podemos concluir que el significado atribuido al objeto número es como cardinal, sin embargo, este significado personal es pragmático, pues estamos observando una situación en un contexto socio-cultural y a las personas interactuando con el objeto. Con esto queremos decir que este significado que nosotros establecemos, no necesariamente es igual para el o los sujeto(s), pues el actuar de la abuela y del niño en su contexto y en su lengua tiene un ¿para qué cuento? En este caso en particular el niño ejecuta una orden de ir a buscar huevos para cocinarlos y comerlos en el momento, otras veces puede ser para venderlos. Con esto queremos decir, que si llevamos la situación problema al aula, incluso con el contexto evocado de la realidad, no podemos asegurar que la resolución sea igual o que simplemente no se pueda resolver en el contexto aula de matemática.

Veamos el siguiente caso, para cerrar más abajo este apartado con nuestra conclusión sobre la praxis en contexto mapuche.

Configuración epistémica caso 2

Elegimos para el análisis el caso del conteo de animales del niño de 6 años, el problema es:

> (…) en mi casa todos los días por la tarde guardamos los animales y yo le digo a mi hijo pequeño de 6 años: *fotüm, tunten pu kulliñ müley*, hijo, ¿cuántos animales hay? y él va y cuenta los animales y me dice cuántos de cada uno han llegado al corral, (hijo) *mari meli kullin chacha*, *epu waka, kechu ufisha ka reqle sañwe*, 14 animales papá, 2 vacas, 5 ovejas y 7 cerdos (…) [GF2, ET1-K2].

La tabla 3.7 muestra la trama de objetos primarios involucrados en las prácticas discursivas entre el padre y el niño, en una situación real.

Tabla 3.7. Objetos matemáticos en el recuento caso 2

Objetos	Descripción
Lenguaje	(Verbal) expresiones en *mapuzugun* con significado matemático: *mari meli, epu, Kechu, reqle, ka* Grafico: Contexto real ‘corral y animales’ Simbólico: número naturales 1, 2, 3, …,
Problema	¿Cuántos animales de cada tipo llegaron al corral?, ¿cuántos animales hay en total?, ¿falta algún animal?, ¿qué tipo de animal falta?
Conceptos	Previos: Números naturales <50; secuencia numérica en mapuzugun; cardinal de un conjunto. Emergentes: Adición; correspondencia biyectiva, uno a uno; composición y descomposición; clasificación
Procedimiento	Cálculo mental, trazado mental al contar, indicando y marcando el recuento con sus dedos o marcas; agrupando a los animales contados.
Proposición	Hay *mari meli* (14); hay *epu (2) waka*; hay (*kechu (5) kechu ufisha*; hay *reqle(7) sañwe*; no falta ninguno.
Argumentación	Contar cada subconjunto; contar la unión de todos los subconjuntos; *epu ka kechu ka reqle* 2 + 5 + 7 = *mari meli* 14; sobre contar a partir de una cantidad hasta alcanzar el total, *reqle, püra, aylla, mari, mari kiñe, mari epu*, luego de *mari epu* sigo a *mari küla y mari meli*; determinar la ausencia de un elemento; marcando // + ///// + /////// y contando el total *mari meli*

La práctica matemática del niño no lleva a suponer que tiene un significado personal de número asociado a la idea de cantidad, es decir cardinal. El niño debe poner en juego los conceptos matemáticos que conoce como cardinal de un conjunto y adicionar el conjunto de elementos en un nuevo conjunto asignando el nuevo cardinal. También debe poner en juego su conocimiento del sistema simbólico del número natural occidental; no obstante, igual que en el caso anterior hay un ¿para qué cuento?, ¿para qué sumo?, etcétera.

Es preciso hacer este alcance, pues no sabemos qué pasaría en la escuela, en el aula de matemáticas, si le presentamos esta situación de manera evocada. Nuevamente, estamos frente a solución de problemas matemáticos en la vida cotidiana en un contexto específico, en la praxis, pues reafirmamos que ellos no son conscientes del uso del conocimiento matemático en sus prácticas habituales.

Se reafirma lo dicho por muchos entrevistados, los mapuche no cuestionan porqué se cuenta así en mapuzugun ni cómo se conforma la estructura de su conteo. Tampoco porqué lo tejidos son de una u otra manera, sólo hacen, poniendo en juego un conocimiento pragmático que ha sido transferido oralmente de generación en generación y existe en la memoria social individual y colectiva.

Desde la lógica mapuche no hay una conceptualización matemática abstracta, sino más bien pragmática. Es decir, la cognición institucional se basa en la praxis. Entonces, estamos frente a un sistema de prácticas matemáticas mapuche, mediadas por unas prácticas discursivas propias del *konünpa kimün*, epistemología del conocimiento mapuche (Quintriqueo y Torres, 2013). Por tanto, podemos inferir un significado plausible de referencia institucional que, en este juego de lenguaje, es instrumental (funcional y utilitario) como se aprecia en las prácticas de recuento presentadas, en tanto el conocimiento matemático les es útil para las actividades de su vida diaria.

> (…) Un mapuche no puede dar una definición de lo que ellos saben, sólo saben hacer, pero no pueden definir (…) [E1-K1].

Esta utilidad de las matemáticas para resolver los problemas de la vida diaria, no es sólo cuestión de la comunidad mapuche, también lo es de muchos ciudadanos del mundo e incluso para nosotros mismo como investigadores y para los sistemas educativos. En Chile, nuestro Sistema Educativo justifica, todo lo referente al currículo de matemáticas, en esta utilidad práctica de las matemáticas. Como bien lo plantea Verschaffel (2012) "*las matemáticas proporcionan un conjunto de instrumentos para describir, analizar y predecir el comportamiento de sistemas en distintos dominios del mundo real*" (p. 27). Entonces, podemos decir que para todo el mundo tiene un sentido práctico, utilitario, funcional, de manera implícita no consiente, con excepción de aquel profesional que pertenece a esa comunidad de prácticas que ha creado un mundo, puramente, abstracto en que todo se reduce a un lenguaje simbólico.

3.2.4 Otras prácticas y artefactos culturales

Queremos destacar en este párrafo, la importancia de seguir analizando las distintas prácticas y artefactos culturales del pueblo mapuche, en tanto creemos que de esta forma dejamos un antecedente de un mayor abanico de posibilidades de articulación de conocimientos matemáticos, para llevar al aula de las escuelas situadas. En nuestro caso, disponíamos de tiempos acotados para la búsqueda de los objetos matemáticos que nos interesaba explicitar; no obstante, queremos señalar algunas prácticas y artefactos, que si bien no las analizaremos en esta investigación, se merecen una detenida reflexión y futura investigación.

Una de éstas evidencias encontradas son las prácticas de las tejedoras, en las cuales, sin ser exhaustivos sabemos que se implican prácticas para la reconstrucción del significados en las áreas de numeración, aritmética y geometría.

Imagen 3.2. Tejido y diseño mapuche (Fotografía trabajo de campo)

Una de estas prácticas es el tejido: desde la fabricación y uso del *witxal,* telar, hasta los *ñümin*, tejidos con dibujos; *ñümikan*, hacer dibujos en los tejidos; *wirin,* dibujar al tejer; *güren*, tejer en telar; *gütantu,* frazadas. Como se puede apreciar en la colección de fotografías en la imagen 3.2, recabadas en el trabajo de campo, si hay muchos elementos que merecen nuestra atención como investigadores.

Luego tenemos el '*rakin txipantu'*, conteo de años o calendario lunar mapuche, como vemos en la fotografía tomada en el trabajo de campo, imagen 3.3.

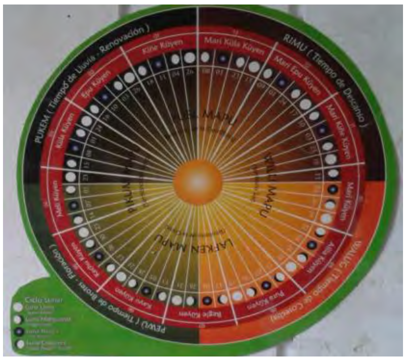


Imagen 3.3. Calendario *mapuche*

Es un conocimiento que está presente en la memoria individual y colectiva del pueblo mapuche; sin embargo, se guían por el calendario gregoriano como todo el mundo. No obstante, en el análisis que se podría realizar, subyacen muchos conocimientos de la cultura mapuche y de objetos matemáticos, que pueden ser llevados al aula en un modelo de articulación de significados. La interpretación de los fenómenos del universo a partir de esta observación, como los movimientos de rotación, *chünküz mapu*, y traslación, *tüway mapu*, de la tierra; el *meli witxan mapu* ó 4 espacios siderales del cosmos, conocido por la cultura *winka* como los 4 puntos cardinales; las 4 estaciones, primavera, *pewü*, verano, *walüg*, otoño, *rimü,* e invierno, *pukem,* etcétera. Sería de interés asociar este artefacto y el conocimiento incluido en él con la matemática escolar; entender y usar este conocimiento cosmológico, modelarlo y llevado al aula para fomentar la autodeterminación identitaria.

Luego tenemos uno de los artefactos más utilizados de este pueblo, el '*kultxug*', instrumento de percusión que representa la cosmovisión mapuche (Cañumil, Cañumil y Berretta, 2008). Es el instrumento por excelencia del o de la 'machi', sabio o sabia mapuche, que se utiliza en las rogativas.

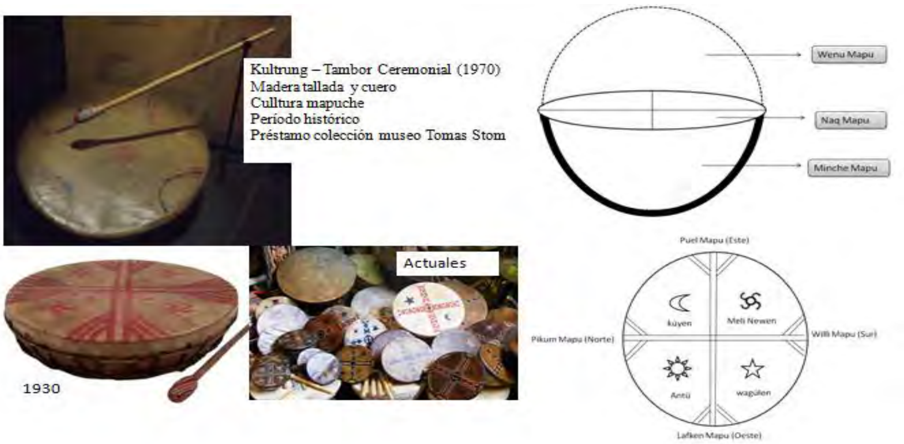


Imagen 3.4. *Kultxug* Mapuche (Elaboración propia)

En nuestra estancia en el trabajo de campo vimos y fotografiamos muchos *kultxug*, en la calle, en algunas ceremonias y en los museos. Optamos por utilizar tres fotografías para ilustrar que hoy son más elaborados y los que vimos en museos, eran más sencillos en sus diseños, como vemos en la imagen 3.4. En este instrumento aparecen varios números con significado cosmogónico/ cosmológico y retrata de alguna forma su cosmovisión. Por ejemplo, *küla* (3): el universo mapuche tiene, primero, tres dimensiones el *wenu mapu* o tierra de arriba, el *naq mapu* o tierra en que vivimos y el *münche mapu* o tierra de abajo (interior de la tierra). Apreciamos fuertemente la presencia de *meli* (4) en los 4 espacios en que se divide la superficie del *kultxun*, que tiene varios significados en su cultura: expresa los 4 espacios siderales o tirantes que sostienen el universo; las 4 energías o *newen* del cosmos, representadas por 4 personas: *Kuze*, anciana que representa a la tierra, *mapu*; *fücha*, anciano que representa al agua, *ko; ülcha*, doncella que representa al aire, *weche kürüf* , hombre joven que representa al fuego, *kütxal.* En esta idea del universo se plasma el Norte mapuche que para nosotros es el Este, es decir para el mapuche el punto cardinal de referencia es el Este, *Puel mapu*, ya que muchas prácticas se asocian a la importancia del Este, la salida del sol en nuestro territorio por ejemplo. También, la dualidad la observamos en todo lo que representa el *kultxüg:* día y noche; invierno, verano; primavera y otoño; anciano y anciana, doncella y joven; arriba y abajo. Es decir, para la aritmética, geometría y muchos otros conceptos matemáticos, podríamos introducir el modelamiento y comprensión de este artefacto cultural. En el nivel en que estamos trabajando, podría ser el significado de los números y su estructura, por ejemplo.

También pudimos observar en el trabajo de campo algunas ceremonias, en lugares específicos, los *rewe*. Impresiona, por ejemplo la altura de sus *che-mamüll*, que son una imagen de las cuatro deidades, hechas de maderas. En algunos lugares hay figuras más pequeñas y como si fueran escalas. Aun cuando son pocos los lugares que tienen estas figuras, debido al mismo proceso de aculturación del pueblo *mapuche*, es muy interesante profundizar en el conocimiento cultural y matemático que hay en la práctica, por ejemplo del *Guillatun*, la configuración de los *guillantuwe*, los elementos utilizados en el ritual, como estas figuras antropomorfas, etcétera. En la imagen 3.5 podemos ver la cuaternaria que aún se mantiene en Cerro Ñielol en Temuco y otros más pequeños que se ubican en la plaza principal del pueblo, en la comuna de Galvarino.

Imagen 3.5. *Che-mamüll* mapuche (Fotografía en trabajo de campo)

Se pueden apreciar distintas formas, reflejo de una cultura viva; sin embargo, también es posible trabajar en matemática abordando este conocimiento cultural, por ejemplo con magnitudes, formas, modelar el *guillatuwe*, entre otros objetos matemáticos.

No extenderemos más este apartado, aun cuando quedan muchísimas cuestiones que podríamos seguir describiendo y analizando; sin embargo, hemos querido presentar algunas ideas para ser abordadas en otras investigaciones y que, obviamente, tienen que ver con el significado de referencia situado, en matemáticas, para las escuelas situadas en contexto mapuche.

Síntesis

Hemos descrito el significado institucional y personal en la comunidad de prácticas, cultura mapuche (CM), mediante sus prácticas, discursivas y operativas, los objetos intervinientes y las funciones semióticas que involucran. Para ello, nos hemos apoyado en la idea de micro - contextos al interior de esta cultura. Es decir, en la comunidad de prácticas (CM) existen prácticas matemáticas y un conocimiento matemático vivo y reconocido por la institucionalidad. El que puede acoplarse al significado institucional escolar (CE) para establecer un significado institucional situado (ES). Además, todas estas prácticas constituyen el nicho ecológico, en nuestro micro-contexto socio histórico, en que tienen lugar los usos de la aritmética mapuche.

Este nicho ecológico posee características propias en el que nace, crece, se desarrolla y muere el ciudadano mapuche. Contexto marcado por prácticas culturales propias de este pueblo y artefactos culturales que fueron y que aún son utilizados, en lugares específicos. Este nicho ecológico posee una pedagogía mapuche propia de enseñanza, una pedagogía en acción, en contexto real y con problemas reales. Esta pedagogía utiliza dos métodos, el *inarumen*, observación y análisis, para entender y resolver, en armonía con el medio natural, los problemas que enfrentan cada día. Luego, la metodología de aprendizaje, *küme felen*, aprender haciendo en la praxis (Ñanculef, 2016). Una metodología en la praxis, que permite experimentar, equivocarse, mejorar, significar el aprendizaje y lo más importante mantener su visión de mundo en tanto relación hombre y ecosistema.

Las descripciones, desde la matemática, que hemos realizado se fundamentan en las facetas ecológica y afectiva del conocimiento didáctico matemático propuesto por el EOS. Ecológico, porque, no sólo es importante la adaptación de la enseñanza al currículo de matemáticas, sino también debe haber una apertura de la escuela a la innovación didáctica, que promueva la formación en los valores interculturales, el pensamiento crítico y la transdisciplinariedad. Afectivo, porque, el entorno social y cultural del estudiante debe estar presente en las modelaciones matemáticas para despertar el interés del estudiante por el aprendizaje. Promoviendo, con ello, el respeto por la cultura del otro y favoreciendo la toma de decisiones del estudiante al utilizar su conocimiento en la resolución de problemas. Esto posibilita un razonamiento crítico sobre las ventajas que le puede brindar el desarrollar competencias matemáticas para enfrentar las relaciones desiguales que se presentan entre personas de conocimientos y culturas diferentes.

Como lo plantean Godino et al. (2011), los sistemas de prácticas en el EOS son la manera de entender los significados de los objetos matemáticos, que serán situados y relativos al juego de lenguaje o institución en que tienen lugar sus usos, es decir, ligados a la resolución de ciertas situaciones problemas. En consecuencia, nuestra descripción de las distintas prácticas en el seno de la cultura mapuche, define por sí, los significados institucionales en ese nicho ecológico.

3.3. SIGNIFICADO INSTITUCIONAL EN LA CULTURA ESCOLAR

Para deconstruir un significo situado para las escuelas en comunidades mapuche, debemos describir los ‘significados institucionales’ del mismo objeto matemático en la cultura escolar. Para ello, hemos revisado y analizado las bases curriculares de matemáticas, los programas de estudio de matemáticas, los estándares nacionales en matemáticas y los libros de textos a nivel nacional que entrega el MINEDUC a las escuelas municipales, para el primer y segundo nivel de la educación general básica. En este caso y de manera más concisa, exponemos el significado de referencia, que se establece desde la institucionalidad para este nivel educativo.

3.3.1. Prácticas en programas de Estudio en Matemáticas

Los programas de estudio son el documento oficial en cada asignatura que facilita la implementación de las bases curriculares, para los establecimientos educacionales que no elaboren programas de estudios propios. En Chile son muy pocos los liceo y escuelas con programas de estudios propios, entre ellos están los establecimientos particulares pagados como los colegios Alemán, Inglés, entre otros. El resto de establecimientos municipales y particulares subvencionados trabaja con los programas de estudio del MINEDUC. Por ello, este documento es una propuesta de organización de la enseñanza, en tanto a secuenciar los objetivos de aprendizaje (OA) en interacción y por eje temático, el tiempo a destinar, sugerencias de actividades y por último los indicadores de evaluación de logros.

Este documento plantea que "aprender matemática ayuda a comprender la realidad y proporciona herramientas necesarias para desenvolverse en la vida cotidiana" (MINIDUC, 2013a, p.30). Promueve, principalmente, el desarrollo de habilidades y para ello establece cuatro habilidades fundamentales a desarrollar en todos los niveles con distinto grados de profundización, esta son: resolver problemas, modelar, representar y argumentar y comunicar. Plantea, además:

> "*el entorno social valora el conocimiento matemático y lo asocia a logros, beneficios y capacidades de orden superior. De esta forma, el aprendizaje de la matemática influye en el concepto que niños, jóvenes y adultos construyen sobre sí mismos y sus capacidades*" (MINIDUC, 2013a, p.31)

Define también los ejes temáticos en matemáticas: números y operaciones; patrones y álgebra; geometría; medición; datos y probabilidad. Define las actitudes a promover y entrega las orientaciones didácticas. Con orientaciones didácticas se refiere, específicamente a tener en cuenta en el proceso de enseñanza: las experiencias previas; el aprender haciendo y centrar el aprendizaje en el estudiante; utilizar material concreto; recurrir frecuentemente a metáforas; considerar la progresión de complejidad; aprendizaje en conexión; repasar ideas básicas y ejercitar; retroalimentar; comunicación y aprendizaje cooperativo; el uso de las tecnologías de la información y computación (TIC). Nuestro interés está en el primer eje, por tanto describiremos los OA y sus indicadores, que tienen directa relación con nuestro estudio, específicamente nos enfocamos en la Unidad 1 propuesta por el programa de estudios. En la tabla 3.8 podemos apreciar los OA en el eje números y operaciones, junto a sus indicadores de logros.

Tabla 3.8. Objetivos de aprendizaje e Indicadores 2° año básico

OA	Descripción OA	Indicadores
1	Contar números del 0 al 1 000 de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10 y de 100 en 100, hacia adelante y hacia atrás, empezando por cualquier número menor que 1 000.	› Cuentan de 2 en 2, de 5 en 5 y de 10 en 10, hacia adelante y hacia atrás. › Identifican y corrigen errores y omisiones en una secuencia con a lo menos 5 números. › Cuentan monedas hasta $100 pesos con monedas de $1, $5, $10 y $50 pesos. › Cuentan cantidades de elementos, usando grupos determinados de 2, 5 y 10 elementos.
2	Leer números del 0 al 100 y representarlos en forma concreta, pictórica y simbólica.	› Leen un número dado del 0 al 100, en cifras o en palabras. › Representan números en forma concreta, pictórica y viceversa, usando: - bloques multibase - tabla de 100 - monedas - bloques apilables › Escriben un número dado del 0 al 100, en cifras y en palabras.
3	Comparar y ordenar números del 0 al 100 de menor a mayor y viceversa, usando material concreto y monedas nacionales de manera manual y/o por medio de software educativo.	› Nombran los números que están antes y después de un número dado en la tabla de 100. › Ordenan un conjunto de números dados en forma ascendente y descendente y verifican el resultado, usando cubos, la tabla de 100 y la recta numérica, utilizando como referencia el valor posicional. › Resuelven ejercicios, usando software educativo interactivo
4	Estimar cantidades hasta 100 en situaciones concretas, usando un referente	› Componen números por medio de sumandos en forma concreta, pictórica y simbólica. › Descomponen números en forma aditiva, concreta, pictórica y simbólica.
5	Estimar cantidades hasta 20 en situaciones concretas, usando un referente. (Unidad 2)	› Estiman cantidades de objetos, con el uso del 10 como referente. › Seleccionan entre dos estimaciones posibles la que parece más adecuada y explican la elección.
6	Describir y aplicar estrategias1 de cálculo mental para adiciones y sustracciones hasta 20: › completar 10 › usar dobles y mitades › "uno más uno menos" › "dos más dos menos" › usar la reversibilidad de las operaciones	› Aplican estrategias de cálculo mental, como: - completan 10; por ejemplo, para calcular 8+6, piensan 8+2+4 - usan dobles y mitades; por ejemplo, para calcular 3+4, piensan 3+3+1, y para calcular 5+6, piensan 6+6-1 - usan la estrategia dos más dos menos en la realización de cálculos; por ejemplo, para sumar 18+2, piensan en

OA	Descripción OA	Indicadores
		20+2-2
7	Identificar las unidades y decenas en números del 0 al 100, representando las cantidades de acuerdo a su valor posicional, con material concreto, pictórico y simbólico.	› Identifican e indican las unidades y decenas de un número con el uso de material concreto como bloques apilables o dinero en el ámbito hasta 50. › Identifican que el valor de un dígito depende de su valor posicional dentro de un numeral. › Representan un número dado hasta 50, en forma concreta, pictórica y simbólica con el uso de material multibase. Ejemplo: - ___ _____ ____•••• - 30+4 - 3 decenas y 4 unidades - 34 › Indican decenas y unidades en un número de dos dígitos. › Describen un número dado de dos dígitos, en el ámbito hasta 50 de al menos dos formas. Ejemplo: 34 como 3 grupos de 10 con 4 unidades sobrantes o 34 como 3 decenas con 4 unidades, y también 34 unidades4 .
9	Demostrar que comprende la adición y la sustracción en el ámbito del 0 al 100: › usando un lenguaje cotidiano y matemático para describir acciones desde su propia experiencia › resolviendo problemas con una variedad de representaciones concretas y pictóricas, de manera manual y/o usando software educativo › registrando el proceso en forma simbólica › aplicando los resultados de las adiciones y sustracciones de los números del 0 a 20 sin realizar cálculos › aplicando el algoritmo de la adición y sustracción sin considerar reserva › creando problemas matemáticos en contextos familiares y resolviéndolos	› Cuentan diferentes situaciones cotidianas donde reconocen que necesitan agregar o quitar elementos para resolver el problema. › Suman y restan números con resultado hasta el 50 con la aplicación del algoritmo de la adición y la sustracción. › Resuelven todas las adiciones y sustracciones hasta 20 en forma mental (sin papel ni lápiz). › Crean un cuento matemático para una adición dada. › Resuelven problemas de adición y sustracción, luego expresan la solución con el uso de algoritmos. Ejemplo de algoritmo: 13+2=15 › Registran de manera simbólica adiciones y sustracciones. › Crean problemas matemáticos para adiciones y sustracciones dadas y lo resuelven.

Fuente: Programas de Estudio para 2° año Básico Matemáticas (MINIDUC, 2013a)

Este documento propone una serie de actividades para cada OA con las correspondientes habilidades a desarrollar (indicada con una letra minúscula). Sólo incorporamos en este apartado una actividad para su análisis epistémico en la figura 3.14, el resto de actividades se puede ver en el anexo 7. La actividad 1 da cuenta del OA 7 del eje temático y habilidades de: **representar**, (OA-h) Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas; **argumentar y comunicar,** (OA-d) Comunicar el resultado, (OA-e) Explicar las soluciones propias. Actividad 8 da cuenta del OA 7 del eje temático y habilidades de: **representar**, (OA-h) Elegir y utilizar representaciones concretas; **argumentar y comunicar**, (OA-d) Comunicar el resultado.

Actividad 9 da cuenta del OA 7 del eje temático y habilidades de: **argumentar y comunicar**, (OA-d) Comunicar el resultado.

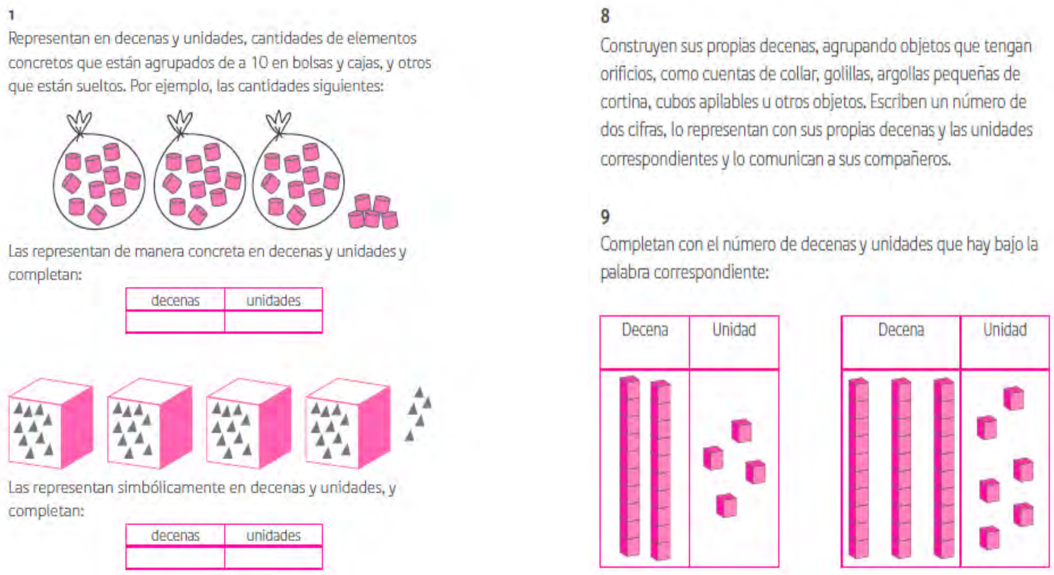


Figura 3.14. Actividad sugerida y habilidades a desarrollar (p.67)
Fuente: Programas de Estudio de Matemáticas 2° año básico (MINEDUC, 2013a)

Para nuestros fines, en este apartado, que es deconstruir un significado de referencia situado del objeto matemático en estudio, utilizaremos estas dos actividades para mostrar su análisis epistémico, en tanto serán utilizados en la articulación de conocimientos que co-existen en aula de matemáticas en las escuelas situadas. En la tabla 3.9, mostramos la configuración epistémica de la actividad 7. Esta actividades se sugieren al docente para llevar al aula, por ello la situación problema la determinamos interrogando el texto.

Tabla 3.9. Configuración Epistémica Actividad 7

Objetos	**Descripción**
Lenguaje	Verbal: español; Gráfico: Dibujos e imágenes; Simbólico: Números naturales 1, 2, 3, ….
Problema	¿Cuántos cilindros hay en cada bolsa?, ¿cuántos cilindros hay sueltos?, ¿cuántos cilindros hay en total?, ¿Cuántas decenas y unidades hay en total?, ¿cómo represento las unidades y decenas?
Conceptos	Previos: Números naturales <100; secuencia numérica en español; cardinal de un conjunto; unidades de primer y segundo orden. Emergentes: Número natural <100; adición de conjuntos; suma iterada; composición aditiva; ubicación y representación posicional del número de dos dígitos; terminología matemática en español; correspondencia biyectiva, uno a uno.

Procedimiento	Contar y agrupar con material concreto y pictórico (tachar y encerrar grupos); determinar cardinal de un conjunto; representar numérica y gráficamente unidades de primer y segundo orden; escritura posicional de base 10 en tabla posicional
Proposición	3 por 3 es 9 más 5 es 35; 3 veces 3 es 9 más 5 es 35; 30 más 5 es 35; en 35 hay tres grupos de 10 y 5 unidades sueltas; 35 = 30 + 5; 35 = 3D + 5U; 3D = 30 más 5U es 35
Argumentación	Si hay 3 bolsas de 10 cilindros, entonces hay 30 y agregamos los 5 sueltos hacemos 35 cilindros; si contamos uno a uno todos los cilindros son 35; si hay 35 cilindros, entonces hay 3 decenas en las tres bolsas y 5 unidades sueltas; si hay 3 D y 5 U, entonces en la tabla posicional dibujo 3 figuras en la parte de las decenas y 3 figuras en la parte de las unidades; si hay 3 D y 5 U, entonces en el tablero posicional dibujo el 3 en las decenas y el 5 en las unidades; si hay 35 cilindros, entonces hay 30 + 5; 30 + 5 es lo mismo que 3 D + 5 U;, porque 3 D son 30 unidades.

Las actividades 8 y 9, no presentan diferencias significativas en relación a la configuración epistémica de la actividad siete, Por ello enunciaremos lo que se agrega a la configuración en términos de objetos matemáticos primarios.

En el lenguaje se mantienen el verbal, gráfico y simbólico. En el problema, sólo, cambian los objetos de conteo y propone contar y agrupar en decenas: collar, golillas, argollas pequeñas de cortina, cubos apilables u otros objetos, estos elementos son importantes a la hora de ubicarse en el juego de lenguaje en que tendrán lugar sus usos, con ello me refiero al contexto y la contextualización. Los conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentos, no debieran variar pues sólo se está cambiando de colecciones. No obstantes, podrían aparecer nuevas representaciones, como el ábaco, por ejemplo.

Podemos concluir que el significado de número en estas prácticas está asociado a la idea de ‘cardinal’, con unidades de primer y segundo orden. Sin embargo, intenta desarrollar con ese significado institucional las habilidades de representar, comunicar y argumentar.

3.3.2. Prácticas en estándares Nacionales en Matemáticas

Los estándares nacionales han sido definidos en el marco de la Ley que establece el Sistema Nacional de Aseguramiento de la Calidad de la Educación Parvularia, Básica y Media y su Fiscalización. Así, el Estado chileno plantea:

> “*De este modo, el nuevo marco legal asigna a los Estándares un rol relevante, ya que constituyen el insumo principal de la Ordenación, según la cual el sistema determinará reconocimientos, libertades, apoyos y orientaciones para los establecimientos educacionales, y sanciones cuando corresponda*” (MINEDUC, 2013b, p.3).

En Educación Básica se han fijado estándares al término de 4° año básico y al término de la enseñanza básica, que actualmente está fijada en 6° año básico. También los hay para la enseñanza media. En nuestro caso nos interesa, por ahora, la enseñanza básica. Para guiar a los docentes en su tarea de enseñar las matemáticas escolares, este documento presenta los requisitos mínimos para alcanzar en los niveles ‘adecuado y elemental’, en todos los ejes temático. En la figura 3.15, se ilustran los establecidos para el eje ‘números y operaciones’.

Requisitos Mínimos Matemática 4° Básico

	REQUISITOS MÍNIMOS PARA ALCANZAR EL NIVEL DE APRENDIZAJE ADECUADO	REQUISITOS MÍNIMOS PARA ALCANZAR EL NIVEL DE APRENDIZAJE ELEMENTAL
	Para alcanzar el Nivel de Aprendizaje Adecuado, los estudiantes de cuarto básico deben demostrar evidencia consistente de que comprenden los conocimientos propios del periodo evaluado y aplican dichos conocimientos y las habilidades matemáticas en situaciones directas y en problemas rutinarios[1] de uno o dos pasos en los que se requiere seleccionar datos, organizar la información o establecer un procedimiento apropiado; de manera que pueden al menos:	Para alcanzar el Nivel de Aprendizaje Elemental, los estudiantes de cuarto básico deben demostrar evidencia consistente de que comprenden los conocimientos más elementales propios del periodo evaluado y aplican dichos conocimientos y las habilidades matemáticas en situaciones directas y en problemas rutinarios de un paso, con enunciados breves, en que los datos, conceptos y operación a utilizar se presentan de forma directa; de manera que pueden al menos:
NÚMEROS Y OPERACIONES	• Representar, comparar y ordenar números naturales y determinar el efecto de modificar la posición de los dígitos que forman un número. • Realizar composiciones y descomposiciones, de números naturales, aditivas en situaciones de cálculo o multiplicativas en contextos de dinero. • Realizar adiciones con reserva, sustracciones con canje, multiplicaciones, repartos equitativos con resto y divisiones exactas con números naturales. • Identificar y representar fracciones como parte de un todo o como parte de un grupo de elementos.	• Representar, comparar y ordenar números naturales e identificar el valor posicional de los dígitos que forman un número. • Reconocer composiciones y descomposiciones aditivas de números naturales en situaciones de cálculo. • Realizar adiciones con reserva, sustracciones sin canje, multiplicaciones hasta 10 x 10 y repartos equitativos sin resto con números naturales. • Identificar y representar fracciones propias como parte de un todo, con denominadores hasta décimos.

Figura 3.15. Requisitos mínimos de conocimiento y habilidades (MINEDUC, 2013b).

Estos estándares establecen lo que los estudiantes deben ser capaces de hacer al terminar 4° año de Enseñanza Básica; sin embargo, el MINEDUC ha generado un documento que se denomina ‘Progresión para matemáticas de 1° a 6° año básico’, en el cual se establece la progresión de los OA de las cuatro habilidades fundamentales establecidas en los entandares. En la tabla 3.10, exponemos la progresión para 2° año básico en las distintas habilidades establecidas:

Tabla 3.10. Progresión de OA de las habilidades y OA de números y operaciones

Habilidad	OA de Habilidades	OA eje Números y Operaciones
Resolver problemas	› Emplear diversas estrategias para resolver problemas: - por medio de ensayo y error - aplicando conocimientos adquiridos › Comprobar enunciados, usando material concreto y gráfico.	Contar números del 0 al 1 000 de 2 en 2, de 5 en 5 de 10 en 10 y de 100 en 100, hacia adelante y hacia atrás, empezando por cualquier número menor que 1000. Leer números del 0 al 100 y representarlos en forma concreta, pictórica y simbólica. Comparar y ordenar números del 0 al 100 de menor a mayor y viceversa, usando material concreto y monedas nacionales de manera manual y/o por medio de software educativo.
Argumentar y comunicar	› Describir situaciones de la realidad con lenguaje matemático. › Comunicar el resultado de descubrimientos de relaciones,	Estimar cantidades hasta 100 en situaciones concretas, usando un referente. Componer y descomponer números del 0 a 100 de manera aditiva, en forma concreta, pictórica y simbólica.

Habilidad	OA de Habilidades	OA eje Números y Operaciones
	patrones y reglas, entre otros, empleando expresiones matemáticas. › Explicar las soluciones propias y los procedimientos utilizados.	Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para adiciones y sustracciones hasta 20: › completar 10 › usar dobles y mitades ›“uno más uno menos” › “dos más dos menos”
Modelar	› Aplicar y seleccionar modelos que involucren sumas, restas y orden de cantidades. › Expresar, a partir de representaciones pictóricas y explicaciones dadas, acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático.	› usar la reversibilidad de las Operaciones Identificar las unidades y decenas en números del 0 al 100, representando las cantidades de acuerdo a su valor posicional, con material concreto, pictórico y simbólico. Demostrar y explicar de manera concreta, pictórica y simbólica el efecto de sumar y restar 0 a un número. Demostrar que comprende la adición y la sustracción en el ámbito del 0 al 100:
Representar	› Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para representar enunciados. › Crear un relato basado en una expresión matemática simple	› usando un lenguaje cotidiano y matemático para describir acciones desde su propia experiencia › resolviendo problemas con una variedad de representaciones concretas y pictóricas, de manera manual y/o usando software educativo › registrando el proceso en forma simbólica › aplicando los resultados de las adiciones y sustracciones de los números del 0 a 20 sin realizar cálculos › aplicando el algoritmo de la adición y la sustracción sin considerar reserva › creando problemas matemáticos en contextos familiares y resolviéndolos Demostrar que comprende la relación entre la adición y la sustracción al usar la “familia de operaciones” en cálculos aritméticos y la resolución de problemas. Demostrar que comprende la multiplicación: › usando representaciones concretas y pictóricas › expresando una multiplicación como una adición de sumandos iguales › usando la distributividad como estrategia para construir las tablas de multiplicación del 2, del 5 y del 10 › resolviendo problemas que involucren las tablas del 2, del 5 y del 10

Fuente: MINEDUC (2013c). Progresión para Matemática de 1º a 6º Básico. Disponible en http://www.curriculumnacional.cl/inicio/1b-6b/

Como podemos apreciar en la tabla 3.3 las habilidades son transversales al contenido matemático que se aborda en el eje temático ‘números y operaciones’. Esto es muy interesante, pues el énfasis de los estándares se centra en el desarrollo de competencias matemáticas, no obstante, el funcionamiento de la supervisión y evaluación estándar del sistema se centra en la cobertura del contenido.

3.3.3. Prácticas en el libro de texto del estudiante

Para operacionalizar estos OA y estándares, y llevarlos a la prácticas el MINEDUC entrega anualmente, de forma gratuita, a todos los establecimientos educacionales municipales el libro de ‘texto del estudiante’ en todas asignaturas. Por ello, para complementar este análisis, presentamos una de las actividades del texto del estudiante de 2° año básico en matemática utilizado el año 2016, año de realización de nuestro trabajo de campo en las comunidades mapuche.

El texto del estudiante de ese año, fue elaborado el Dr Fong Ho Kheong, Chelvi Ramakrishnan, Bernice Lau Pui Wah y Michelle Choo y publicado por Marshall Cavendish Education. Es una adaptación y traducción del título original My Pals are Here! Maths. Es un texto extranjero adaptado y traducido al español con el enfoque de Singapur y en español se denomina ‘Mi matemática’. Se estructura en unidades y mostraremos dos actividades propuesta de la unidad uno, que la denominan ‘números hasta 40’ (figura 3.16).

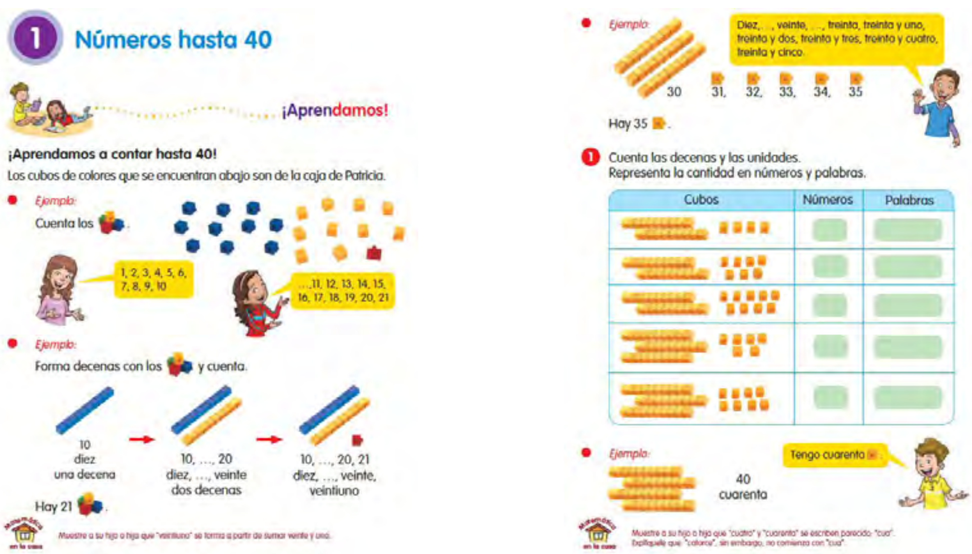


Figura 3.16. Actividades del Texto de matemáticas 2° año básico 2016.
Fuente: Kheong, Ramakrishnan, Wah y Choo, 2008, p. 6-7)

Se puede apreciar que este texto entrega, primero, el contenido matemático al estudiante, luego les plantean los ejercicios. En ambas actividades, se presenta la información y los ejemplos de resolución del problema, para luego llevar al estudiante a aplicar la misma técnica y ejercitar dicha técnica en ejercicios rutinarios.

De manera complementaria, este libro de texto, entrega al estudiante unos cuadernillos de trabajo. En la misma actividad del libro de texto, aparece una nota en la que se deriva al estudiante al cuaderno de trabajo, como se puede apreciar en el extremo bajo de algunas páginas, en nuestro caso, en la figura 3.17.

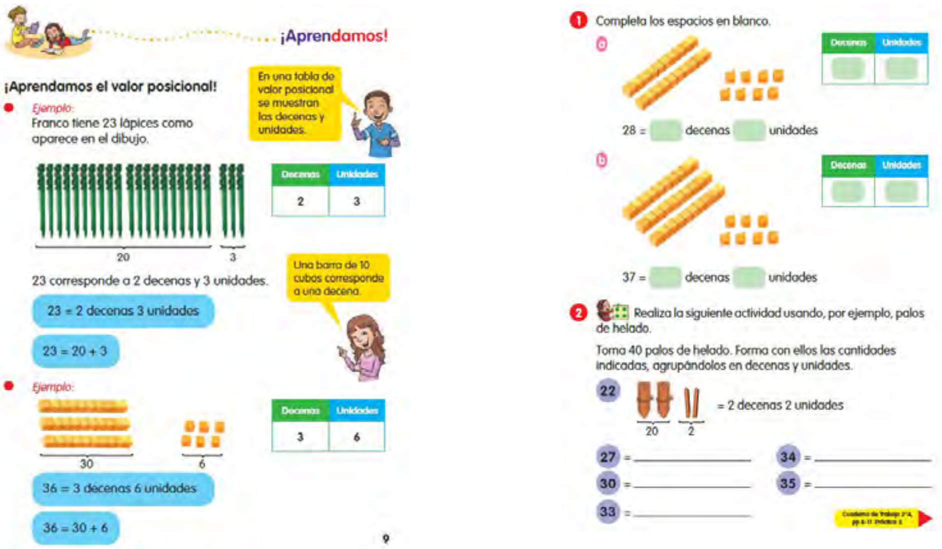


Figura 3.17. Actividades de Texto de matemáticas 2° año básico 2016.
Fuente: Kheong, Ramakrishnan, Wah y Choo, 2008, p. 9-10)

Es probable que tengamos discrepancias sobre las metodologías que presentan los textos, el contenido, la contextualización de los problemas, entre otras cosas. Sin embargo, para bien o para mal, esto es lo que brinda la institucionalidad y el uso del este material en Chile, es obligatorio. Según los equipos directivos, plantean que la supervisión de las escuelas, justifica la obligatoriedad de la utilización de los textos de los estudiantes en que el gobierno invierte muchos recursos en ellos, por tanto se deben utilizar. Entonces, poco a poco en nuestro país este material se ha convertido en el recurso didáctico por excelencia que utilizan los profesores en sus clases de matemáticas, pues como se puede observar viene todo listo, es sólo aclarar dudas.

Ahora, debemos reflexionar desde una visión sociocultural crítica, qué tan idóneos son estos textos para nuestro contexto nacional, regional, comunal y nuestro micro-contexto local. Sin embargo, el tema del contexto lo abordamos en la dimensión ecológica, entonces ahora nos enfocaremos en la configuración epistémica para la deconstrucción del significado de referencia situado.

Configuración epistémica

En la figura 3.18, describimos la configuración epistémica de ambas actividades, pues tiene continuidad y se refieren al mismo objeto matemático. Podemos ver en la figura como se relacionan estos objetos primarios, previos y emergentes, en las prácticas matemáticas propuestas por este libro de texto.

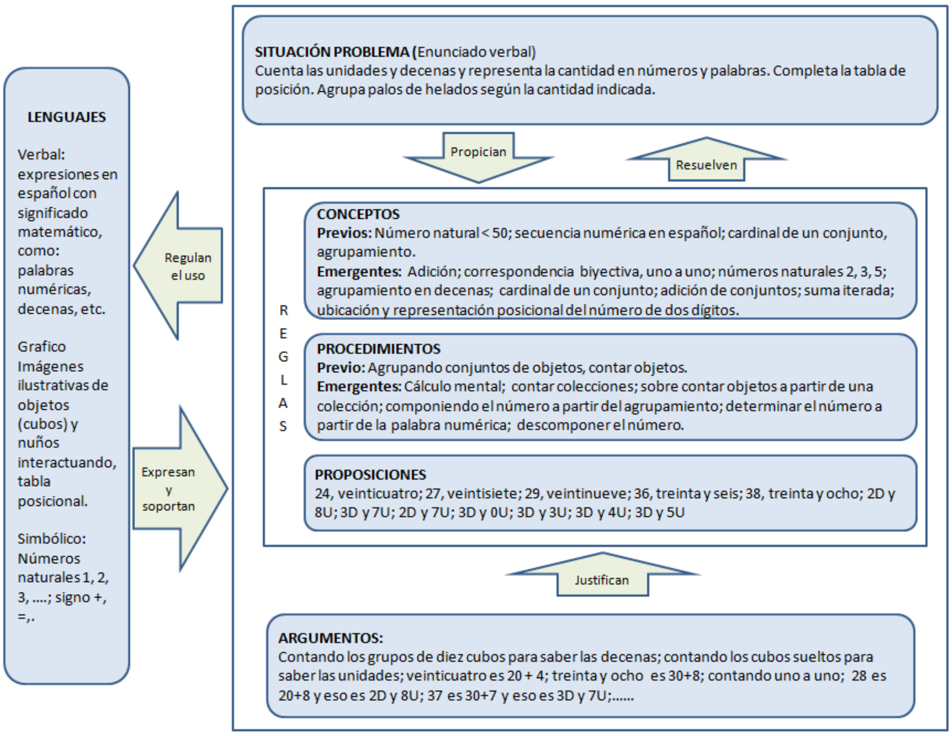


Figura 3.18. Configuración epistémica de las práctica matemáticas del libro de texto

La configuración epistémica da cuenta del significado institucional de la aritmética escolar, del objeto matemático como cardinal. Hemos seleccionado estas dos actividades, sin embargo las restantes que abordan el mismo contenido matemático de nuestro diseño, se pueden observar en el anexo 7.

Síntesis

Resumiendo las ideas principales de los documentos institucionales y sus significados, podemos decir que las prácticas matemáticas, discursivas y operativas, de la aritmética y su estructura aditiva se asocian al significado del número como cardinal y su estructura decimal.

Existe coherencia entre los programas de estudios, los estándares y los libros de textos en relación a este significado del objeto matemático. No obstante, pueden diferir en la forma de presentar el conocimiento, la contextualización de la situación-problema que permita el desarrollo de habilidades y la adquisición de nuevo conocimiento y la variabilidad de los lenguajes utilizados, aun cuando se utiliza el español en los tres documentos. Con esto de variabilidad, queremos hacer notar que el texto del estudiante utiliza más palabras en español con significado matemático, por ejemplo ‘decena’. Decena es un concepto complejo, pues en nuestra cultura utilizamos, muchísimo, en la vida cotidiana el concepto de ‘docena’, que se refiere a doce elementos. Si en Chile vas a comprar huevos, debes comprarlos por ‘docenas’ o ‘media docena’. Hay muchos ejemplos de docena y en nuestro trabajo de campo apareció este problema, como lo ilustramos con un dialogo:

> (…) Por el momento tendríamos decena como docena. Los huevos me llevan a la confusión, con eso de docena; veo los huevos y digo docenas y no decenas (…) [GF1-P1-DE].

Interesante el planteamiento de este profesor, cuando estábamos buscando el concepto en mapuzugun para decir 'decena', aparece este comentario, que no es menor, pues nuestro trabajo exploratorio utiliza cajas de 10 huevos, cuestión que no es habitual en Chile. En nuestro país las cajas de huevos son de 12 huevos, una docena, o bien de 6 huevos, media docena.

Ahora, en cuanto a la lengua y el contexto, podemos señalar que tanto lo que propone el programa como el libro de texto es ajeno a la cultura de los estudiantes mapuche de las escuelas situadas en comunidades mapuche. Es probable, que un niño mapuche que vive en las ciudades capitales de las regiones, tenga mayor acceso a este tipo de ilustraciones, pues puede ver en el comercio estos cubos plásticos, los palos de helados, etc. Sin embargo, la tabla posicional es algo muy poco imaginable concretamente para el niño en general, no solo el niño mapuche. Es una representación pictórica que no se puede apreciar en la vida real.

En el siguiente apartado presentamos un primer nivel de articulación de los significados de ambas culturas, pues en lo epistémico hay un significado intrínseco no explícito que podemos vislumbrar en ambas culturas a partir de los análisis, el número como cardinal y el valor posicional de la representación. En la cultura mapuche no es explicito ese conocimiento en la práctica cotidiana, como tampoco lo es en la práctica criolla. Sin embargo, en la escuela, si es explícito y todo gira en torno a alcanzar este significado de manera abstracta, principalmente, con material pictórico y simbólico, con problemas contextualizados en la cultura dominante y el lenguaje de instrucción, el español.

3.4. SIGNIFICADOS DE REFERENCIA PARA ESCUELAS SITUADAS

Por ser este un primer trabajo exploratorio, hemos definido un primer nivel de articulación incorporando dos aspectos de las prácticas mapuche, a un diseño didáctico matemático situado que se enmarca en nuestro modelo de articulación de conocimientos, para llevarlo al aula y observar qué sucede. Se trata de dos elementos que contribuyen a la construcción de los significados personales del estudiante mapuche y a la valoración de un conocimiento propio del pueblo mapuche. Este primer nivel, propone incorporar la lengua mapuche, como portadora de la sabiduría de este pueblo, y el contexto local, en la contextualización del campo de problemas de manera evocada.

Con todos estos elementos hemos deconstruido un significado de referencia institucional situado, $S_R ES$, para la enseñanza de la aritmética y su estructura aditiva en escuelas situadas en contexto mapuche. Como planteamos en nuestro modelo de articulación de conocimientos y el modelo de significado de referencia situado, describimos los OA situados y las habilidades, en la tabla 3.11, a plasmar en el 'didáctico matemático situado', que debemos elaborar en el siguiente estudio.

Tabla 3.11. Objetivos de aprendizajes situados y habilidades matemáticas

Objetivos de Aprendizajes situados	Habilidades matemáticas (*mapuzugun* y español transversal)
1. Contar transitivamente colecciones de objetos, de manera concreta y pictórica, en ambas lenguas. 2. Leer números en **mapuzugun** y representar en forma concreta, pictórica y simbólica. 3. Comprender la lógica de la estructura de la numeración oral en **mapuzugun**. 4. Leer números en **mapuzugun** y asociar el simbólico matemático y su pronunciación en español. 5. Comparar números y/o colecciones de objetos y determinar mayor y menor que. 6. Estimar cantidades en **mapuzugun** y español. 7. Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para el recuento de colecciones y adiciones: uno a uno, suma iterada, multiplicación. 8. Identificar unidades y decenas (agrupamiento mapuche). 9. Representar las cantidades de acuerdo a su valor posicional, con material concreto, pictórico y simbólico. 10. Representar las cantidades de acuerdo a su ubicación posicional con material concreto, pictórico y simbólico. 11. Componer y descomponer números de manera aditiva, en forma concreta, pictórica y simbólica. 12. Conocer parte del conocimiento matemático de su **cultura de origen** y asociarlo con la matemática escolar. 13. Conocer términos matemáticos en **mapuzugun** y relacionarlo con los términos matemáticos en español.	**Resolución de problemas**: -Emplean diversas estrategias para resolver problemas. -Explicar un problema con sus propias palabras. -Comprobar enunciados, usando material concreto y gráfico **Argumentar y comunicar**: -Comunicar el resultado de descubrimientos de relaciones, patrones y reglas, entre otros, empleando diferentes modos de expresión. -Explicar las soluciones propias y los procedimientos utilizados **Modelar:** -Aplicar modelos que involucren sumas, restas u otras que operaciones con cantidades. **Representar:** -Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para expresar enunciados, conceptos, procedimientos, proposiciones y/o argumentos. **Articular:** -Poner en correspondencia el lenguaje simbólico matemático con su lengua de origen del estudiante y la lengua de instrucción.

Con estos objetivos de aprendizaje y habilidades definidas, en el siguiente capítulo, estudio empírico 2, elaboramos un diseño didáctico matemático, para las escuelas situadas en contexto mapuche y aquellas que aun cuando no están situadas en contexto mapuche, pero implementan el SLI mapuzugun, puedan propiciar un acercamiento epistémico de los conocimientos matemáticos que co-existen en el aula de matemáticas.

Estas cuestiones, luego, son validadas en el siguiente capítulo, estudio empírico 2, donde al iniciar el trabajo en el grupo de matemáticas conformado para la elaboración del diseño didáctico situado, aparece como principal elemento a incluir en la clase de matemáticas el mapuzugun, debido a que su lengua es la portadora del conocimiento mapuche. Estas ideas se reflejan en los siguientes discursos del trabajo de campo:

> (…) Nosotros como cultura tenemos la necesidad de recuperar la cultura, recuperar la lengua para que no se pierda y la aprendan los chicos, pero a la vez también, sabemos que, producto de la sociedad global, necesitamos también que los chicos aprendan lo de la cultura chilena occidental (…) [E9-P1-DE].
>
> (…) A futuro, pretendemos tener escuelas de inmersión. Las escuelas de inmersión son aquellas escuelas donde no se enseña mapuzugun en una asignatura sino el mapuzugun se va usando en las diferentes asignaturas de tal manera que yo al final tendré que aprender a enseñar matemática "*winka*", por así decirlo, en mapuzugun, porque se supone que toda lengua me puede servir para expresar lo que yo quiera. Por ejemplo, la filosofía de Aristoteles, en un momento determinado yo la tendría que saber expresar en mapuzugun o un libro, por ejemplo "100 años de Soledad" tendría que yo poder escribirlo en mapuzugun. No hay un motivo que me diga que esa lengua está limitada para poder hacer uso de ella (…) [GF1-P1-DE].
>
> (…) La idea es que no pierdan su cultura pero aprendan la cultura dominante, tampoco queremos que se hable solo mapuzugun ni solo español, entonces, la gracia de la escuela de inmersión es que se utilizan los dos idiomas para la enseñanza dosificando los idiomas de acuerdo a los niveles y el conocimiento de las lenguas. También, se utilizan variados recursos gestuales, de espacio, del medio, etc… Por ejemplo en inglés usted enseña *this is the pencil* y lo muestra y continuamente lo refuerza (…) [GF1-P1-DE].
>
> (…) Otro doctorando que estuvo acá, hace un tiempo atrás, también detectó, eso, de que se desplazó la conversación de la interculturalidad al tema de la lengua como un imperativo. Entonces, eso generó algo en cierta forma en los chicos porque es una asignatura que se le pone cuesta arriba y no es fácil aprender mapuzugun, en los apoderados también porque de cierta forma los impela también... ¿yo no aprendí mapuzugun cómo le enseño a mi hijo?, aunque es el mismo problema que tienen con el inglés. Por eso, es pertinente hablar de que se escolariza la EIB y el SLI, pero en ese sentido, en el mal sentido de la palabra, ¡se escolariza! (…) [GF1-P1-DE].
>
> (…) El niño mapuche se está educando en una escuela que está implementando la interculturalidad y lo califican con 7 si el niño se desarrolla, si el niño aprende, si el niño pronuncia, si el niño cuenta, si el niño entiende y esa nota también le va a servir. Como mapuche le sirve para poder llevar su autoestima alta y decir en mapuzugun me saco un siete, en otros ramos no le va tan bien, pero, en mapuzugun sí; entonces quiere decir que está fortaleciendo su identidad (…) [E4-ET3-K5].
>
> (…) Ningún pueblo puede existir sin su lengua (…) [E4-ET1-K2].

Todos estos y otros diálogos ilustran la necesidad urgente del pueblo mapuche de revitalizar su lengua y esto requiere de la transdisciplinariedad en la educación formal. La interculturalidad implica la interacción de las culturas que co-existen en un contexto y la lengua como transmisor fundamental de los conocimientos. Moschkovich (2015) lo plantea claramente desde su experiencia como estudiante bilingüe y ahora como investigadora en la enseñanza de la matemática y el lenguaje de instrucción; lo importante es atender el objeto matemático y la riqueza está en utilizar el lenguaje que acomode a los estudiantes, aun una mezcla de su lengua de origen y la lengua de instrucción. Pues nada de ello es un obstaculizador para el aprendizaje de la matemática, sino al contrario, la dificultad está en forzar al estudiante a expresarse en un lenguaje que no domina. Entonces, los profesores debemos ser facilitadores para que nuestros estudiantes transiten de la manera más adecuada de un conocimiento a otro.

Resumiendo, los dos elementos culturales mapuche más relevantes para abordar en esta exploración son: la lengua como el principal mediador de todo aprendizaje, en este caso la lengua mapuzugun junto al español; el contexto local. Como una primera exploración de lo que sucederá en el aula y debido a la dimensión normativa, tendremos que contextualizar el campo de problemas de manera evocada al contexto local mapuche. Efectivamente, estamos obligados de alguna forma a seguir la lógica occidental.

4. LIMITACIONES, EXPECTATIVAS Y CONCLUSIONES,

4.1. LIMITACIONES

Somos conscientes de que estos antecedentes no son suficientes para establecer resultados concluyentes, ya que aun cuando la información expuesta proviene de datos empíricos recogidos en un trabajo de campo que utilizó técnicas etnográficas, consideramos que estas conclusiones son un primer aporte de tipo exploratorio. Las condiciones en que se desarrolla un trabajo de campo para una tesis doctoral están fuertemente marcadas, también, por la dimensión normativa de las distintas instituciones que participan en el proceso. Con ello queremos decir, que un trabajo de esta índole requiere de una investigación longitudinal, con mayor tiempo de investigación de campo y un equipo interdisciplinario. No obstante, pensamos que estos análisis parciales nos permiten visualizar el complejo escenario de la enseñanza de la matemática en la Educación Intercultural Bilingüe; el potencial educativo de la aritmética mapuche en colaboración con la aritmética escolar; y por último también nos abre la visión como investigadores a una metodología interdisciplinaria y de complementariedad de enfoques teóricos y metodológicos en el campo de la investigación en educación y en la didáctica de la matemática.

Tres cuestiones, fundamentales, marcan los resultados del trabajo de campo para este estudio empírico: uno tiene que ver con el tiempo que se dispone, que es limitado; el segundo tiene que ver con los recursos que se disponen para este tipo de trabajo, también limitados; y el último tiene que ver con los equipos de investigación , es decir, que por ser un estudio en el marco de la 'Didáctica de la Matemática', sólo participan 'matemáticos', o mejor dicho 'consumidores de matemáticas'. Entonces, con la experiencia vivida, debemos señalar y muy fuertemente, que la transdisciplinariedad debe ser nuestro nuevo paradigma de investigación, debemos formar equipos interdisciplinarios. Debemos dejar de pensar en el profesional polifuncional, eso no es calidad. Cómo queremos cambiar la escuela si nosotros mismo como investigadores actuamos en islas, sin interrelación entre distintas ciencias, investigando y respetando al otro y con el otro.

4.2. EXPECTATIVAS

El análisis realizado y presentado, da cuenta del pragmatismo del mapuche *kimün*, conocimiento mapuche, lo que nos permite inferir que la praxis es un foco central que debiera tener presente la educación matemática en las escuelas situadas en comunidades mapuche para un mejor acoplamiento de significados disciplinares. Permitiendo con ello la visibilidad del mapuche *kimün* y el fortalecimiento de la identidad del niño mapuche *y* no mapuche en una relación dialógica de respeto mutuo.

En relación al significado personal, es evidente que es instrumental y no epistemológico, es decir, cuento para resolver una cuestión que me involucra y me interesa en mi vida cotidiana. Entonces, hay que articular este significado de referencia pragmático con el significado institucional escolar mediante la matematización de cuestiones que puedan asignar sentido al aprendizaje de la matemática escolar. Es decir, una articulación en el juego de lenguaje en que participan y en una relación dialógica que respete la igualdad epistémica de los conocimientos que co-existen en el aula.

Nuestra propuesta presenta un avance en este largo camino a investigar, un primer nivel de articulación de los conocimientos mapuche y escolar. También, se estableció la prioridad de los mismos actores en el trabajo de campo de incorporar en este primer nivel el mapuzugun junto al español en una clase de matemáticas. Hay que seguir trabajando en esta línea y apoyar la inmersión de las escuelas con EIB desde la enseñanza de las matemáticas. Así, como enseñamos matemáticas en escuelas, particulares, con solo inglés, en que tenemos que trabajar con el inglés en la clase de matemáticas, ¿por qué no incorporar el mapuzugun a la clase de matemáticas?

Otro elemento interesante, es el aporte a la EIB, por cuanto desde este estudio de la enseñanza de la matemática, les estamos diciendo que algo anda mal con la enseñanza de la matemática en marco de la EIB. También, es importante señalar que este estudio aporta evidencia, para que el Estado tome conciencia de la complejidad del aprendizaje de la matemática escolar en estas escuelas. Pos tanto, quitar la presión de rendir en las evaluaciones estandarizadas podría ser una primera señal de esta toma de conciencia.

4.3. CONCLUSIONES

Estudios como este toman relevancia por la necesidad de democratizar el acceso al conocimiento. La toma de decisiones en la vida cotidiana está condicionada por el porvenir del ciudadano, entonces brindar mayores y mejores oportunidades de aprendizaje será una oportunidad para la toma de decisiones fundadas, con una actitud crítica de cara a diversos fenómenos sociales, culturales, económicos, políticos y ambientales, actuales. Ser competente en matemáticas no significa ser un buen consumidor de matemáticas, sino al contrario ser un ciudadano crítico que piensa y utiliza su competencia matemática para interpretar la realidad en la que está inserto y tomar las mejores decisiones de manera informada. Por ello, estamos convencidos que la evolución del significado matemático personal al institucional debe ser articulando los saberes y no imponiendo un saber sobre otro. El conocimiento de origen de cualquier estudiante, es un conocimiento previo que debemos respetar y considerar como un potencial recurso de aprendizaje de la matemática escolar. La tarea con este planteamiento es elaborar buenos 'diseños didáctico matemáticos situados' para que el aprendizaje de la matemática tenga sentido para el estudiante y sea él quien decida qué competencia matemática aplicar frente a los problemas que les presentará la vida.

Con este estudio, hemos demostrado que existe matemática viva (Oliveras, 2006) en el pueblo mapuche, que es posible articular con la matemática escolar. Hemos, entregado una manera de cómo articular estos conocimientos al situar el objeto matemático para las escuelas situadas. Esto es tarea de los investigadores en Didáctica de las Matemáticas, en tanto hay mucho que investigar para entregar antecedentes a los formadores de profesores de matemáticas y a los propios profesores de matemáticas. Este estudio ha sido fundamental para avanzar en los siguientes dos estudios, pues sin el significado de referencia situado, nos habría sido muy difícil elaborar un diseño didáctico situado.

CAPÍTULO IV

ESTUDIO EMPÍRICO 2. DISEÑO Y ANÁLISIS A PRIORI

INTRODUCCIÓN

La ingeniería didáctica basada en el marco teórico EOS (Godino et al., 2013) nos ha permitido desarrollar una investigación orientada al diseño de un proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en contexto intercultural. En el estudio empírico 1, abordamos la fase preliminar, la cual es fundamental para esta fase de diseño. En el primer estudio hemos caracterizado la aritmética mapuche y su potencial educativo, mediante la descripción de las prácticas matemáticas mapuche y el análisis de las convergencias entre la aritmética mapuche y escolar. Es decir, el estudio preliminar nos permitió deconstruir un significado de referencia institucional para escuelas situadas en comunidades mapuche que incorpora un primer nivel de articulación de la aritmética mapuche y la aritmética escolar.

La siguiente fase de esta ingeniería didáctica como lo hemos descrito en el Capítulo 2 Marco Teórico y Metodológico, es la elaboración del diseño de instrucción y su correspondiente análisis a priori. El diseño de instrucción no sólo implica definir una secuencia didáctica sino también implica definir el material didáctico, esto es, los recursos humanos, ecológicos y materiales a utilizar en el proceso. Luego de definir dicho proceso de instrucción corresponde realizar un análisis a priori de lo que se pretende con éste y para ello nos apoyamos en la noción de configuración didáctica e idoneidad didáctica de nuestro marco teórico base y el Marco para la Buena Enseñanza (MBE). Es decir, esta fase de diseño comprende: la selección del campo de problemas, secuenciación y análisis a priori de los mismos, con indicación de los comportamientos esperados de los estudiantes y de la planificación de intervenciones controladas del docente.

Hacia el final de este capítulo encontramos las conclusiones, limitaciones y expectativas, que consideramos importante plantear pues son emergentes de este estudio empírico.

1. ANTECEDENTES

Hemos dejado establecido a lo largo de este trabajo que la Educación Intercultural Bilingüe (EIB) en Chile es un escenario complejo para la enseñanza de la matemática escolar. Las características de la población estudiantil de la comuna en que trabajamos son heterogéneas como lo describimos en el capítulo 2. Las características de la comuna la posicionan como una comuna rural, según lo describe Berdegué, et al., 2010. Sin embargo, es la primera comuna del país que reconoce como lengua oficial el mapuzugun, lo que la destaca por reconocer su diversidad cultural y lingüística.

Estos argumentos son suficientes para justificar la necesidad de investigar sobre qué está pasando con la enseñanza de la matemática en estas aulas bilingües. Concordamos con los planteamientos de Planas (2014), en tanto el escaso trabajo de campo que hay en esta materia y consideramos necesario observar qué sucede con la incorporación de la lengua mapuzugun en la clase de matemática, en esta comuna. No obstante, sabemos que no existe un diccionario matemático en mapuzugun, pero esta investigación nos ha permitido encontrar en el estudio empírico 1, capítulo 3, algunas palabras en mapuzugun con significado matemático. Para observar esta situación, en primer lugar, debemos diseñar el modelo didáctico a aplicar en el aula, cuestión que nos ocupa en este estudio.

En Chile no hay investigación etnomatemática que aborde el complejo escenario a que se enfrentan los estudiantes mapuche al iniciar su educación obligatoria, pues tienen que incorporarse a una nueva comunidad de prácticas, con nuevas reglas y códigos ajenos a su cultura de origen. Tampoco hay investigación que aborde la cuestión de la enseñanza de matemática en contextos bilingües o multilingües. Es decir, qué sucede con el aprendizaje de la matemática cuando los estudiantes están aprendiendo, a la vez, la lengua de instrucción. Para nosotros es fundamental la noción de lenguaje, pues todo aprendizaje, en las distintas etapas de nuestra vida, siempre está mediado por el lenguaje, como lengua hablada en un contexto social, físico, geográfico y cultural. Por tanto, en esta primera propuesta de diseño se justifica un primer elemento intercultural a incorporar en la clase de matemática, la lengua mapuzugun articulada con las nociones matemáticas en estudio. No obstante, como lo señalamos anteriormente, consideramos importante observar qué sucede con la incorporación de la lengua mapuzugun en la clase de matemáticas en los primeros niveles de escolarización.

Al igual que lo descrito por Setati (2008) en su estudio en South África, la comunidad mapuche también enfrenta un conflicto cultural sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje. La comunidad mapuche considera importante aprender el lenguaje dominante en Chile, ya que el manejo de la lengua española es lo que les dará mejores accesos a bienes sociales y al campo laboral. Si hay algo que destacar de la incorporación de la EIB a nuestro Sistema Educativo, es que ha propiciado la investigación y el debate sobre la condición de nuestros pueblos originarios.

La actual hibridación cultural en que está inmerso el pueblo mapuche pone de manifiesto su conflicto cultural al posicionarse frente al lenguaje, pues ellos sienten la necesidad de revitalizar su lengua para rescatar el conocimiento cultural de su pueblo,

> (…) ¿Pero por qué no aprender matemática en mapuzugun? (…) [E8-K9-CT].

En el discurso se aprecia su posicionamiento frente al lenguaje, ya que plantean que en matemática pueden aprender mapuzugun. No hay inquietud por el aprendizaje del conocimiento matemático, sea éste el conocimiento matemático escolar o el de su propio pueblo.

> (…) Nosotros como cultura tenemos la necesidad de recuperar la cultura, recuperar la lengua para que no se pierda y la aprendan los chicos, pero a la vez también, sabemos que, producto de la sociedad global, necesitamos también que los chicos aprendan lo de la cultura chilena occidental. Pero eso no significa que pierda su lengua y cultura (…) [GF1-P1-DE]

En el proceso de recogida de datos consultamos a los profesores sobre el uso de la lengua mapuche y encontramos que el 79% de los profesores encuestados declaran que no se utiliza la lengua mapuzugun para la enseñanza de la matemática. El 18% desconoce el tema y el 4% dice que sí se utiliza. Este dato se condice con que el 75% de los profesores encuestados declaran que la clase de matemáticas se dicta en español. El 18% desconoce el tema y el 7% dice que se utiliza el mapuzugun. Por otra parte, el 72% de los profesores encuestados declaran que en general el personal de sus escuelas no habla mapuzugun. El 18% desconoce el tema y el 10% declara que algunas personas lo hablan. En relación a los estudiantes, el 68% de los profesores encuestados declaran que los estudiantes no hablan mapuzugun en la escuela. El 21% no tiene opinión al respecto y el 11% declara que los estudiantes utilizan su lengua materna en la escuela.

Cada lengua es portadora de una filosofía de vida en un contexto geográfico y cultural específico, por ello la importancia de incorporar el contexto mapuche como trasfondo ecológico en que tienen lugar las prácticas matemáticas. El trasfondo ecológico asigna sentido al aprendizaje de un objeto matemático y da vida al significado de éste en un juego de lenguaje, en términos de Wittgenstein. También, favorece que el estudiante se involucre en la solución de problemas matemáticos, valore sus raíces culturales y desarrolle un razonamiento matemático crítico. Es decir, la faceta cognitiva - afectiva se favorece con el trasfondo ecológico adecuado en el que se contextualiza el campo de problemas; como lo hemos venido señalando en los capítulos anteriores.

Hay muchos investigadores, Alsina, Planas, Valero, Martínez, Díaz y Poblete, entre otros, que se preocupan del tema del "contexto" en la enseñanza de la matemática, como lo hemos expresado en el capítulo 2. Por ello, en nuestro estudio el segundo elemento incorporado en este nivel de articulación ha sido el "contexto". Teniendo claridad de que existe una diversidad de contextos en el mundo real y abstracto, y conociendo las implicancias del contexto en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, para nuestro diseño nos posicionamos en la idea de que las prácticas matemáticas tienen lugar en distintos nichos ecológicos y que podemos situar, además, en nuestro modelo de articulación (ver figura 3.1, capítulo 3). De acuerdo al nivel y objeto matemático a abordar en el diseño y el micro-contexto socio histórico, creemos que puede ser favorable para introducir la enseñanza de la matemática escolar en los primeros niveles de la educación obligatoria.

La dimensión normativa de la educación matemática en nuestro país no favorece la utilización del contexto real (Martínez, 2003), por variadas circunstancias. Entonces, a priori sabemos que la contextualización del campo de problemas a presentar a los estudiantes será la de un contexto evocado de la realidad mapuche de esta comuna. En nuestro estudio los ET (Educadores Tradicionales) guiarán la contextualización del campo de problemas a presentar a los estudiantes en la clase que diseñaremos e implementaremos, para que éstos sean cercanos a los estudiantes.

Articular el conocimiento matemático escolar en español y mapuzugun en un primer nivel, para hacer evolucionar el significado personal del estudiante hacia un el significado de referencia situado pretendido con el diseño didáctico, supone dar respuestas a las cuestiones planteadas en la fase 2 de la ID-EOS y el OE3, planteados en el capítulo 1. Es decir, debemos elaborar un diseño didáctico situado y los recursos, para la enseñanza de la aritmética escolar en las escuelas situadas en contexto mapuche, incorporando su lengua y contexto. Luego, prever los posibles conflictos semióticos, a través del correspondiente análisis a priori de las sub-configuraciones didácticas:

epistémicas, instruccional y cognitiva-afectiva. Este análisis a priori permite prever: los objetos matemáticos previos y emergentes que se pondrán en juego; la gestión de aula o del proceso de instrucción; las motivaciones, las respuestas esperadas y la secuencia de prácticas esperadas de los estudiantes al resolver el campo de problemas. Los resultados de este segundo estudio empírico, es fundamental para avanzar al tercer estudio que será la aplicación de este diseño, su observación y correspondiente análisis a posteriori.

2. ENFOQUE TEÓRICO Y METODOLÓGICO

En este apartado haremos una descripción sucinta de los aspectos teóricos que sustentan la elaboración de nuestro diseño didáctico y las herramientas teóricas a utilizar en el análisis a priori del mismo. Nos apoyamos en el enfoque intercultural de la enseñanza de la matemática en contextos bilingües para fundamentar nuestras elecciones en el diseño didáctico elaborado. Continuamos con el enfoque teórico EOS, que nos provee de herramientas para el análisis a priori correspondiente.

Con los elementos aportados por nuestra complementariedad teórica y metodológica, hemos logado la particularidad de situar, tanto el diseño didáctico, como el análisis a priori del mismo. Para ello, hemos incorporado en este estudio dos marcos para elaborar o situar, los descriptores de idoneidad que hemos elaborado y que nos permiten valorar la relatividad de nuestro proceso de instrucción situado. El Marco para la Buena Enseñanza (MBE) (NINEDUC, 2003b) y los 'Indicadores de Idoneidad' didáctica del EOS (Godino et al., 2007; Godino, 2013). Ambas herramientas teóricas recogen diversas propuestas teóricas, principios y estándares para la enseñanza de la matemática a nivel internacional. Es decir, aquello que describe lo que es adecuado que suceda en el aula de instrucción matemática.

Continuamos describiendo los aspectos metodológicos utilizados para este estudio, en específico, lo que nos ha permitido un mayor rigor al trabajar con los datos, sus análisis y conclusiones.

2.1. MATEMÁTICA, LENGUAJE Y CONTEXTO

En la instrucción matemática, el lenguaje y el contexto de problematización matemática, son aspectos ampliamente investigados en Didáctica de la Matemática a nivel internacional. La perspectiva sociocultural y el lenguaje situado son enfoques que han permitido investigar qué sucede con la enseñanza de la matemática en aulas bilingües y multilingües, cuando la lengua de instrucción matemática es diferente a la lengua de origen del estudiante. Investigadores como Setati, Moschkovich, Planas, entre otros, nos entregan un panorama de esta problemática a nivel internacional.

En nuestro trabajo exploratorio, los casos-tipos, preguntamos a los profesores ¿Qué dificultades observa usted en los estudiantes mapuche al iniciar el aprendizaje de la matemática escolar? Una de las profesoras de una escuela con EIB de la región de La Araucanía del Sur de Chile, nos responde:

> (..) Cuando la familia fomenta el habla del mapuzugun en la casa, a los estudiantes les cuesta; ya que al tener que dominar el español y el mapuzugun se les enreda el contenido (…) [C1-PE-CEB-ECT][28]

Si queremos aportar a la democratización del conocimiento matemático y terminar con la exclusión, debemos investigar qué está pasando con la enseñanza de las matemáticas en aulas bilingües o multilingües y observar las prácticas de estos estudiantes para generar un conocimiento que pueda orientar a los profesores que imparten matemáticas en estas aulas y que no son bilingües, como bien lo señalan Setati, Moschkovich, Planas, Valero y otros. Nuestra intención es que los estudiantes mapuche aprendan la matemática escolar, por ello en este primer trabajo de investigación exploratoria pretendemos observar qué sucede al incorporar su lengua de origen en la clase de matemáticas.

Otro aspecto importante, ampliamente investigado es la contextualización del campo de problemas que se propone a los estudiantes en la clase de matemáticas. En el capítulo anterior, mostramos y analizamos una actividad del libro de texto en matemática que se utilizo el 2016, y muestra claramente lo que plantea Alsina (2007), ver capítulo 2. Es necesario que estos contextos evocados en los problemas que se presentan a los estudiantes, les permita establecer conexiones con los conocimientos que ellos tienen, ya sean matemáticos o de la vida real (Valero, 2002). Ambos enfoques fueron descritos más ampliamente en el capítulo dos, no obstante, lo señalamos acá para fundamentar, desde el conocimiento científico, nuestra decisión de incorporar el contexto y la lengua mapuzugun en nuestro diseño didáctico. Además, de situar este estudio, en específico, pues el análisis a priori, también, incorpora el contexto y la lengua mapuzugun.

---

[28] [C1-PE-CEB-ECT]: Cuestionario 1, C1; Profesor Escuela, PE; Con Educación Intercultural Bilingüe, CEIB; Estudio de Casos-tipos, ECT (Véase, anexo 11).

Estas cuestiones, nos llevan a la reflexión sobre qué tan idóneo son los procesos de instrucción. En el capítulo anterior describimos y analizamos prácticas matemáticas propuesta en el libro de texto de 2° año básico, diseñado y elaborados en el extranjero para ser utilizado en todas las escuelas municipales de nuestro país. Entonces, en un aula específica, no sólo se debe hacer una nueva transposición didáctica del saber matemático a enseñar, sino también se debe re-contextualizar el campo de problemas propuesto en los libros de textos.

En este estudio toman relevancia la lengua mapuzugun y el contexto, no sólo para el diseño, también para el análisis de las configuraciones didácticas planificadas. Por ello, incorporamos nuestro marco regulador de las prácticas docentes en Chile. Utilizando los descriptores del Marco para la Buena Enseñanza (MBE), para elaborar y readaptar nuestros 'descriptores de idoneidad' para las sub-configuración instruccional. Junto a este marco, está la herramienta teórica del EOS, los indicadores de idoneidad didáctica, que describiremos en el siguiente apartado. Los descriptores del MBA, los abordamos en este apartado, pues son parte de nuestro contexto cotidiano en la práctica docente, como marco regulador de la evaluación obligatoria de todos los profesores municipales que ejercen docencia de aula en la educación obligatoria.

En el capítulo 1, describimos el MBE con sus elementos macros, es decir, los dominios y los criterios por dominio. Sin embargo, es preciso señalar los descriptores por dominio, que estable este marco para el buen ejercicio de la práctica docente, que serán de ayuda para elaborar nuestros descriptores de idoneidad situados. La tabla 4.1 muestra los descriptores para cada dominio del MBE (MINEDUC, 2003b).

Tabla 4.1. Descriptores por Dominio del MBE.

DOMINIO A: Preparación de la enseñanza.	
CRITERIO A.1: Domina los contenidos de las disciplinas que enseña y el marco curricular nacional. Descriptores: Conoce y comprende los principios y conceptos centrales de las disciplinas que enseña. Conoce diferentes perspectivas y nuevos desarrollos de su disciplina. Comprende la relación de los contenidos que enseña con los de otras disciplinas. Conoce la relación de los contenidos de los subsectores que enseña con la realidad. Domina los principios del marco curricular y los énfasis de los subsectores que enseña.	**CRITERIO A.2:** Conoce las características, conocimientos y experiencias de sus estudiantes. Descriptores: Conoce las características de desarrollo correspondientes a las edades de sus estudiantes. Conoce las particularidades familiares y culturales de sus alumnos. Conoce las fortalezas y debilidades de sus estudiantes respecto de los contenidos que enseña. Conoce las diferentes maneras de aprender de los estudiantes.

CRITERIO A.3: Domina la didáctica de las disciplinas que enseña.
Descriptores:
Conoce variadas estrategias de enseñanza y actividades congruentes con la complejidad de los contenidos.
Conoce estrategias de enseñanza para generar aprendizajes significativos.
Conoce y selecciona distintos recursos de aprendizaje congruentes con la complejidad de los contenidos y las características de sus alumnos.
Conoce las dificultades más recurrentes en el aprendizaje de los contenidos que enseña.

CRITERIO A.4: Organiza los objetivos y contenidos de manera coherente con el marco curricular y las particularidades de sus alumnos.
Descriptores:
Elabora secuencias de contenidos coherentes con los objetivos de aprendizaje del marco curricular nacional.
Considera las necesidades e intereses educativos de sus alumnos.
Las actividades de enseñanza son coherentes con el contenido y adecuadas al tiempo disponible.
Las actividades de enseñanza consideran variados espacios de expresión oral, lectura y escritura de los estudiantes, relacionados con los aprendizajes abordados en los distintos subsectores.

CRITERIO A.5: Las estrategias de evaluación son coherentes con los objetivos de aprendizaje, la disciplina que enseña, el marco curricular nacional y permiten a todos los alumnos demostrar lo aprendido.
Descriptores:
Los criterios de evaluación que utiliza son coherentes con los objetivos de aprendizaje..
Las estrategias de evaluación son coherentes con la complejidad de los contenidos involucrados.
Conoce diversas estrategias y técnicas de evaluación acordes a la disciplina que enseña.
Las estrategias de evaluación ofrecen a los estudiantes oportunidades equitativas para demostrar lo que han aprendido.

DOMINIO B: Creación de un ambiente propicio para el aprendizaje.

CRITERIO B.1: Establece un clima de relaciones de aceptación, equidad, confianza, solidaridad y respeto.
Descriptores:
Establece un clima de relaciones interpersonales respetuosas y empáticas con sus alumnos.
Proporciona a todos sus alumnos oportunidades de participación.
Promueve actitudes de compromiso y solidaridad entre los alumnos.
Crea un clima de respeto por las diferencias de género, culturales, étnicas y socio económicas.

CRITERIO B.2: Manifiesta altas expectativas sobre las posibilidades de aprendizaje y desarrollo de todos sus alumnos.
Descriptores:
Presenta situaciones de aprendizaje desafiantes y apropiadas para sus alumnos.
Trasmite una motivación positiva por el aprendizaje, la indagación y la búsqueda.
Favorece el desarrollo de la autonomía de los alumnos en situaciones de aprendizaje.
Promueve un clima de esfuerzo y perseverancia para realizar trabajos de calidad.

CRITERIO B.3: Establece y mantiene normas consistentes de convivencia en el aula.
Descriptores:
Establece normas de comportamiento que son conocidas y comprensibles para sus alumnos.
Las normas de comportamiento son congruentes con las necesidades de la enseñanza y con una convivencia armónica.
Utiliza estrategias para monitorear y abordar educativamente el cumplimiento de las normas de convivencia.
Genera respuestas asertivas y efectivas frente

CRITERIO B.4: Establece un ambiente organizado de trabajo y dispone los espacios y recursos en función de los aprendizajes.
Descriptores:
Utiliza estrategias para crear y mantener un ambiente organizado.
Estructura el espacio de manera flexible y coherente con las actividades de aprendizaje.
Utiliza recursos coherentes con las actividades de aprendizaje y facilita que los alumnos dispongan de ellos en forma oportuna.

al quiebre de las normas de convivencia.	
DOMINIO C: Enseñanza para el aprendizaje de todos los estudiantes.	
CRITERIO C.1: Comunica en forma clara y precisa los objetivos de aprendizaje. Descriptores: Comunica a los estudiantes los propósitos de la clase y los aprendizajes a lograr. Explicita a los estudiantes los criterios que los orientarán tanto para autoevaluarse como para ser evaluados.	**CRITERIO C.2:** Las estrategias de enseñanza son desafiantes, coherentes y significativas para los estudiantes. Descriptores: Estructura las situaciones de aprendizaje considerando los saberes, intereses y experiencias de los estudiantes. Desarrolla los contenidos a través de una estrategia de enseñanza clara y definida. Implementa variadas actividades de acuerdo al tipo y complejidad del contenido. Propone actividades que involucran cognitiva y emocionalmente a los estudiantes y entrega tareas que los comprometen en la exploración de los contenidos.
CRITERIO C.3: El contenido de la clase es tratado con rigurosidad conceptual y es comprensible para los estudiantes. Descriptores: Desarrolla los contenidos en forma clara, precisa y adecuada al nivel de los estudiantes. Desarrolla los contenidos de la clase con rigurosidad conceptual. Desarrolla los contenidos con una secuencia adecuada a la comprensión de los estudiantes. Utiliza un lenguaje y conceptos de manera precisa y comprensible para sus alumnos.	**CRITERIO C.4:** Optimiza el uso del tiempo disponible para la enseñanza. Descriptores: Utiliza el tiempo disponible para la enseñanza en función de los objetivos de la clase. Organiza el tiempo de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes.
CRITERIO C.5: Promueve el desarrollo del pensamiento. Descriptores: Incentiva a los estudiantes a establecer relaciones y ubicar en contextos el conocimiento de objetos, eventos y fenómenos, desde la perspectiva de los distintos subsectores. Formula preguntas y problemas y concede el tiempo necesario para resolverlos. Aborda los errores no como fracasos, sino como ocasiones para enriquecer el proceso de aprendizaje. Orienta a sus estudiantes hacia temáticas ligadas a los objetivos transversales del currículum, con el fin de favorecer su proceso de construcción de valores. Promueve la utilización de un lenguaje oral y escrito gradualmente más preciso y pertinente.	**CRITERIO C.6:** Evalúa y monitorea el proceso de comprensión y apropiación de los contenidos por parte de los estudiantes. Descriptores: Utiliza estrategias pertinentes para evaluar el logro de los objetivos de aprendizaje definidos para una clase. Utiliza estrategias de retroalimentación que permiten a los estudiantes tomar conciencia de sus logros de aprendizaje. Reformula y adapta las actividades de enseñanza de acuerdo con las evidencias que recoge sobre los aprendizajes de sus estudiantes.
DOMINIO D: Responsabilidades profesionales.	
CRITERIO D.1: El profesor reflexiona sistemáticamente sobre su práctica. Descriptores: Evalúa el grado en que los alumnos alcanzaron los aprendizajes esperados. Analiza críticamente su práctica de enseñanza	**CRITERIO D.2:** Construye relaciones profesionales y de equipo con sus colegas. Descriptores: Promueve el diálogo con sus pares en torno a aspectos pedagógicos y didácticos. Participa activamente en la comunidad de

y la reformula, a partir de los resultados de aprendizaje de sus alumnos. Identifica sus necesidades de aprendizaje y procura satisfacerlas.	profesores del establecimiento, colaborando con los proyectos de sus pares y con el proyecto educativo del establecimiento.
CRITERIO D.3: Asume responsabilidades en la orientación de sus alumnos. Descriptores: Detecta las fortalezas de sus estudiantes y procura potenciarlas. Identifica las necesidades de apoyo de los alumnos derivadas de su desarrollo personal y académico. Propone formas de abordar estas necesidades tanto en el aula como fuera de ella.	**CRITERIO D.4:** Propicia relaciones de colaboración y respeto con los padres y apoderados. Descriptores: Informa a las familias sobre los procesos de aprendizaje que se abordarán en el curso. Informa periódicamente a las familias los avances de los aprendizajes de sus hijos. Contribuye a involucrar a las familias en actividades de aprendizaje, recreación y convivencia de sus alumnos.
CRITERIO D.5: Maneja información actualizada sobre su profesión, el sistema educativo y las políticas vigentes. Descriptores: Conoce las políticas nacionales de educación relacionadas con el currículum, la gestión educativa y la profesión docente. Conoce las políticas y metas del establecimiento, así como sus normas de funcionamiento y convivencia. Analiza críticamente la realidad de su establecimiento a la luz de estas políticas.	

Para desarrollar la planeación, aplicación y evaluación de nuestro ‘diseño didáctico situado’, es fundamental, contar con descriptores que puedan guiar los procesos. Estos descriptores, para la planeación, describen aquello que se espera del diseño. Para la implementación, favorecen la toma de conciencia de aquello que no debe suceder en el aula y aquello que debe estar presente en el aula, para favorecer los aprendizajes de los estudiantes. Finalmente, permite la evaluación del diseño y su implementación, en tanto orienta el análisis a posteriori y el análisis retrospectivo para identificar HDS que pueden suponer una ventaja o dificultad Para el aprendizaje de los estudiantes.

2.2. CONFIGURACIÓN DIDÁCTICA

La noción teórica “configuración didáctica” nos ha permitido modelizar el proceso de enseñanza y aprendizaje, con tres configuraciones parciales: configuración epistémica, configuración instruccional y configuración cognitiva - afectiva. La noción de ‘configuración didáctica’ y trayectoria didáctica, como vemos en la figura 2.7 del capítulo 2, Marco Teórico, es la herramienta teórica utilizada en este estudio. En el análisis a priori describiremos las configuraciones didácticas planificadas en sus facetas epistémica, instruccional y cognitiva – afectiva.

Habitualmente, estas nociones han sido aplicadas en estudios que analizan los procesos de instrucción matemáticos, esto es, un análisis a posteriori con sus correspondientes trayectorias didácticas. Sin embargo, consideramos interesante enfocarnos en las configuraciones didácticas previstas o planificadas para describir un análisis a priori que luego se pueda contrastar con el análisis a posteriori, permitiéndonos identificar conflictos epistémicos, cognitivos e instruccionales, que se originan en el desajustes entre el diseño del proceso instruccional y su implementación (Godino, Contreras y Font, 2006). La configuración epistémica hace alusión a los significados, instituciones pretendidos, para escuelas situadas en comunidades mapuche, deconstruidos en el estudio empírico 1. Estos significados se presentan en términos de sistemas de prácticas operativas y discursivas establecidas en el diseño. Nuestra mirada en este análisis es sobre lo previo y lo que se espera que emerja en el proceso. La configuración instruccional se apoya en las seis facetas del análisis didáctico y se presenta en tres dualidades: epistémica- ecológica, mediacional – interaccional y cognitiva –afectiva. En la configuración cognitiva y afectiva, describiremos la intencionalidad afectiva del diseño y el campo de problemas, junto a las respuestas y prácticas esperadas de los estudiantes al enfrentar la resolución de las tareas.

Teniendo claro que uno de los factores preponderante en los procesos de aprendizaje de las matemáticas radica en la práctica docente en el aula, nuestra investigación no intenta focalizar su atención en esta dimensión del proceso de instrucción. Aún cuando describiremos la configuración instruccional, la que aborda principalmente la interacción docente – discente, nuestro interés investigativo está en los HDS que pueden estar influyendo o no en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Si bien en esta investigación han participado profesores y ET, éstos no han sido definidos como sujetos de estudio. Aclararemos con mayor detalle este punto en el apartado de metodología.

Godino, Contreras y Font (2006) plantean que *como profesores de matemáticas estamos interesados por encontrar respuestas a las preguntas sustantivas que nos plantea la práctica de la enseñanza en el aula ¿qué matemáticas enseñar?, ¿cómo enseñar esas matemáticas?* (p. 42) para que todos los estudiantes de la clase aprendan. Efectivamente, estas interrogantes nos rondan a diario en nuestra práctica docente. Sin embargo, dar respuestas a estas preguntas es más complejo de lo que creemos y más aún cuando el contenido matemático que se pretende enseñar pertenece a una comunidad de prácticas diferente a la comunidad de práctica de los estudiantes. Esta complejidad se duplica en aulas multilingües, en que los estudiantes provienen de diferentes culturas, con edades distintas, en aulas multigrados y estudiantes con necesidades especiales. No obstante, estas preguntas nos orientan en la práctica docente para elaborar diseños didácticos, más o menos idóneos, para la enseñanza de la matemática. Para nuestro diseño, la primera pregunta la respondimos con los estándares y el currículo de matemáticas para el primer nivel de educación básica. La segunda pregunta la hemos respondido en la interacción del grupo de trabajo que se conformó para estos efectos en el trabajo de campo, teniendo claras las características del escenario en que se aplicaría este diseño.

Para observar la idoneidad del proceso en su conjunto, elaboramos nuestros descriptores de idoneidad situados. El EOS, propone la articulación coherente de las facetas o dimensiones: epistémica-ecológica, cognitiva-afectiva, interaccional-mediacional, como vemos en la figura 2.8 del capítulo 2 (Godino et al., 2007; Godino, 2013). Este componente valorativo es interpretado como relativo a las circunstancias temporales y contextuales, en tanto a la reflexión como investigadores de un proceso orientado al diseño de instrucción (Godino, 2014). La tabla 4.2, describe las seis facetas o dimensiones de la 'Idoneidad Didáctica' propuesta por el EOS y que nos ayudará a formular nuestros descriptores de idoneidad situados.

Tabla 4.2. Idoneidad Didáctica EOS

Facetas	Descripción
Idoneidad epistémica	Se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.
Idoneidad cognitiva	Expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados.
Idoneidad interaccional	Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales, y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.
Idoneidad mediacional,	Grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje.
Idoneidad afectiva	Grado de implicación (interés, motivación, . . .) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.
Idoneidad ecológica	Grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

Cada faceta o dimensión tiene sus componentes e indicadores para hacer operativa cada una de estas nociones. La idoneidad epistémica propone los siguientes componentes e indicadores:

Componente 'situaciones problemas' con los indicadores:

- Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación.
- Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización).

Componente 'lenguaje' con los indicadores:

- Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismas.
- Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación.

Componente 'reglas (definiciones, proposiciones y procedimientos)' con los indicadores:

- Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen.
- Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado.
- Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos.

Componente 'argumentos' con los indicadores:

- Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen.
- Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar.

Componente 'relaciones' con los indicadores:

- Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí.
- Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas.

La idoneidad cognitiva propone los siguientes componentes e indicadores:

Componente ‘conocimientos previos’ con los indicadores:

- Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio).
- Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes.

Componente ‘adaptaciones curriculares a las diferencias individuales’ con los indicadores:

- Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo.
- Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes.

Componente ‘aprendizaje’ con los indicadores:

- Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos pretendidos (incluyendo comprensión y competencia).
- Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva.
- La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia.
- Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.

La idoneidad afectiva propone los siguientes componentes e indicadores:

Componente ‘intereses y necesidades’ con los indicadores:

- Las tareas tienen interés para los alumnos.
- Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.

Componente ‘actitudes’ con los indicadores:

- Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.
- Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.

Componente ‘emociones’ con los indicadores.

- Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.
- Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

La idoneidad interaccional propone los siguientes componentes e indicadores:

Componente ‘interacción docente-discente’ con los indicadores:

- El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.).
- Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.).
- Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos.
- Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase.

Componente ‘interacción entre estudiantes’ con los indicadores:

- Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes.
- Tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos.
- Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.

Componente ‘autonomía’ con el indicador:

- Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos).

Componente ‘evaluación formativa’ con el indicador:

- Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos.

La idoneidad mediacional propone los siguientes componentes e indicadores:

Componente ‘recursos y materiales’ con los indicadores:

- Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido.
- Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.

Componente 'número de alumnos, horario y condiciones del aula' con los indicadores:

- El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida.
- El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora).
- El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.

Componente 'tiempo' con los indicadores:

- El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida.
- Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema.
- Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión.

La idoneidad ecológica propone los siguientes componentes e indicadores:

Componente 'adaptación al currículo' con el indicador:

- Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares.

Componente 'apertura hacia la innovación didáctica' con los indicadores:

- Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva.
- Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo.

Componente 'adaptación socio-profesional y cultural' con el indicador:

- Los contenidos contribuyen a la formación socio profesional de los estudiantes.

Componente 'educación en valores' con el indicador:

- Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico.

Componente 'conexiones intra e interdisciplinar' con el indicador:

- Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinares.

Estos componentes e indicadores (Godino, 2013), nos permiten adaptar al trasfondo ecológico el diseño y su valoración, como también el proceso de instrucción y el posterior análisis retrospectivo. En nuestro caso, no utilizamos los mismos indicadores, sin embargo utilizamos las dimensiones duales epistémica-ecológica, cognitiva-afectiva y la interaccional-mediacional. No obstante, con estos indicadores y los descriptores del MBE, elaboramos o readecuamos, éstos, en unos descriptores de idoneidad situados, para la enseñanza de la matemática situada.

Nuestro modelo de articulación socio-histórico de conocimientos nos permite, no sólo situar la enseñanza en el aula, sino también, situar su valoración. Esto, es un aporte al ´Sistema de medición de la Calidad de la Educación' en nuestro país, el que debiera ser, además, situado.

2.3. METODOLOGÍA

Este estudio se corresponde con la segunda fase de la ID-EOS, 'diseño de trayectorias didácticas', como lo hemos descrito con más detalles en el capítulo 2 de esta tesis. Incorporamos una etnometodología (Cohen y Manion, 2002), en tanto el debate en grupo permite las autocorrecciones para que los consensos sean compartidos socialmente y la toma de decisiones consensuadas (Flick, 2007).

Para ello, se conforma el grupo de matemáticas intercultural para resolver el problema de elaborar una propuesta de enseñanza de la noción de número, en el ámbito numérico hasta 100 y su estructura aditiva, progresando gradualmente desde la noción de cardinal de un conjunto hasta profundizar en el valor de unidades de primer y segundo orden. El grupo deberá dilucidar la mejor opción de contextualización del campo de problemas y la terminología matemática en mapuzugun.

Los participantes, se describen en detalle en el capítulo 2, sin embargo, hay que señalar que uno de los ET participantes de esta etapa del trabajo será quien implementará el diseño junto al profesor mentor de la misma escuela. También, en este proceso participan dos profesores externos, como consultores a modo de juicio de expertos.

Se realizaron seis sesiones de dos horas, las cuales se grabación en audio para su posterior análisis de contenido, de acuerdo a nuestra unidades de análisis. Las características de los estudiantes a quienes está dirigido el diseño didáctico son heterogéneas, pues a estas escuelas asisten niños y niñas de origen diverso. Estudiantes de diferentes edades, bilingües y con necesidades especiales. Entonces diseñar una propuesta didáctica para que todos los estudiantes aprendan, no es una tarea fácil. No obstante, el equipo de trabajo, consciente de estas dificultades se plantea el desafío de incorporar en esta propuesta de enseñanza de la matemática escolar, el contexto mapuche y la lengua mapuzugun.

3. RESULTADOS

Los resultados obtenidos en este estudio, han sido: en primer lugar una propuesta de enseñanza de la matemática escolar para los dos primeros niveles de la educación básica. Luego, la elaboración del material concreto, pictórico y simbólico a utilizar en la implementación de la propuesta. Por último, el análisis a priori del diseño didáctico elaborado.

3.1. ELABORACIÓN DEL DISEÑO

3.1.1. Descripción del proceso de elaboración de tareas

En el proceso de elaboración de tareas, se priorizó que éstas emergieran de la discusión del grupo de matemática, conformado para estos efectos en el Departamento de Educación Municipal. Para iniciar el trabajo, se presentó una experiencia previa realizada en una escuela de otra ciudad, se presentaron imágenes del material concreto, pictórico y simbólico, y a partir de allí se inició la discusión. El aporte de los educadores tradicionales era un aspecto fundamental, pues uno de ellos llevaría a cabo la aplicación.

La investigadora era la encargada de sistematizar las ideas trabajadas y digitalizar las propuestas hechas en consenso por el grupo de trabajo para llevarlas a la sesión siguiente, consultaba a los profesores externos para llevar propuestas a la siguiente sesión y realizaba aportaciones en el ámbito disciplinar y didáctico. Los ET y *kimche*, hablantes mapuzugun, debían aportar conocimientos mapuche para contextualizar el campo de problemas y términos en mapuzugun que pudiésemos utilizar en la clase de matemáticas. El profesor del departamento de educación (DE), aportaba su conocimiento en distintas áreas (curricular, EIB, disciplinar, etcétera) y se encargaba de facilitar las reuniones de trabajo, impresiones y fotocopias. Los gastos en que se incurrió para la preparación del material concreto a utilizar fueron cubiertos por la investigadora.

Teniendo conocimiento de la heterogeneidad de los estudiantes que podían ser desde cursos multigrado hasta con necesidades especiales, se plantea elaborar una propuesta que cumpla una doble función: por una parte, introducir un nuevo conocimiento, para quienes cursen el nivel correspondiente a su edad y por otra, afianzar conocimientos ya adquiridos para quienes ya cuenten con este conocimiento, los que se verán potenciados con el desarrollo de habilidades, como el razonamiento y la argumentación.

Al iniciar la primera sesión se conversó sobre algunos aspectos que aparecieron en el recorrido realizado por las distintas comunidades y escuelas de la comuna. Se consensuó la hibridación cultural del pueblo mapuche con la cultura chilena. Sin embargo, aún está presente en la memoria colectiva los conocimientos y las prácticas ancestrales de este pueblo. Así, se pudo concluir que lo más importante, en este momento, es revitalizar la lengua mapuche, porque ella es portadora del conocimiento mapuche.

Al inicio hay un proceso de planteamiento de ideas para llegar a la construcción de la clase. A continuación, presentamos un extracto de los episodios más significativos, que dieron las orientaciones para la elaboración del diseño.

> [I] ¿Los niños en 1º y 2º básico, entienden mapuzugun?
> (…) Si, los niños entienden. Por ejemplo, yo estoy trabajando con 1º y 2º básico el *chalin*, el saludo. La esencia del ser mapuche está en el *chalin*, el saludo y el *chalitun* el despedirse (…) [GF1-ET1-K2].
> [I]¿Es posible que los niños puedan entender una clase de matemática en mapuzugun?
> (…) Si. Una vez pasamos la numeración. Por ejemplo, yo les decía: si tengo *epu ufisha* y acá tengo *epu ufisha* y si las junto ¿cuántas tengo?, *meli ufisha* decían (…) [GF1-ET1-K2].
> (…) Si tengo *epu kawellu, küla waka* y si los junto ¿cuánto hago?, ¿*tunten kulliñ*?, hago *kechu.* En 1º y 2º básico, pero también tiene que pasar por la persona que está con los niños (…) [GF1-ET1-K2].
> (…) Yo vi un libro de Alonqueo que habla de las matemáticas mapuche, para sumar utiliza una palabra no recuerdo cuál, porque *rakin* es contar, pero utiliza una expresión para decir cuando se debe sumar y otra para cuando se debe restar, hace las 4 operaciones. Ahora lo que yo no sé si él está haciendo una traducción del español al mapuzugun o estaba de antes (…) [GF1-P1-DE].

(…) Usted don ET1-K2 si tuviera que hacerlo en mapuzugun, si dice que tiene *epu waka* y (…)[GF1-P1-DE].

(…) *Ka kiñe ufisha*, la palabra *ka* es como decir más (…)[GF1-ET1-K2].

(…) Si, *ka* es más (...)[GF1-ET6-K7].

(…) Ya, *inche nien epu waka*, por ejemplo le damos un problema a los niños, *inche nien epu waka ka kechu ufisha, ¿chunten kullin nien?* (...)[GF1-P1-DE].

(…) ¿*Tunten kullin nien*?, ¿cuántos animales tengo?, es un problema (…)[GF1-ET1-K2].

(…) Ahí estamos usando el *rakin* (...)[GF1-ET6-K7].

(…) Pero estamos usando la lógica occidental (...) [GF1-P1-DE].

La experiencia educativa mostrada a los participantes, para tener una idea de qué significaba elaborar este diseño didáctico situado fue una clase para primero básico en la que se ocupa una presentación en power point y se utiliza un ábaco magnético, fichas y cubos de madera, como vemos en la figura 4.2. Esta clase y material ha sido implementada en una escuela, de la municipalidad de Quilpué donde trabaja la doctoranda en la región de Valparaíso en Chile.

Figura 4.2. Experiencia de aula, 1º año básico. Quilpué 2011.

Se explican los conceptos tratados en esta clase al grupo y se consulta al P1-DE si las escuelas cuentan con algún tipo de material manipulativo o si las aulas tienen proyectores, ábacos o tablero posicional. Al respecto comenta:

> (…) No, esos tableros magnéticos no los he visto, hay pizarras interactiva, hay ábacos, pero no se ocupan. Sería interesante hacer una propuesta didáctica con materiales manipulativos porque en cierta forma, aunque parezca feo, obligamos a los profesores a utilizar material concreto. Un problema de la clase de matemática es que se enseña en la escuela de manera abstracta en una etapa en que el niño es concreto y la manipulación les ayuda (…) [GF1-P1-DE]

El grupo acuerda elaborar una propuesta similar y las primeras preguntas que se plantean entre ellos, son:

(...) ¿Qué cosas tenemos en mapuzugun que sean circulares?, algo que sea circular, ¿cómo le podemos decir a ese círculo [GF1-P1-DE].

(...) ¿Cómo le podemos llamar a ese círculo? (...)[GF1-P1-DE].

Aparecen diversos aportes de los participantes, pues nunca antes se habían preguntado sobre estas cuestiones. Ellos tratan de identificar en mapuzugun las palabras que podemos utilizar para nombrar estas fichas circulares como vemos en los siguientes diálogos.

(...) *Tragün* (...) [GF1-ET1-K2]

(...) *Azentun, azentun* es un dibujo, es cualquier dibujo, pero aquí tenemos una cosa específica (...) [GF1-P1-DE]

(...) Cualquier imagen es un *azentun* (...) [GF1-ET6-K7]

(...) Si, o sea *azentun* de niños, imagen de niños (...) [GF1-P1-DE]

(...) Esos son dos contenidos, por ejemplo el dibujo *azentun* que es dibujo, ahora es *colotun* la pintura, la figura del circulo sería *azentun* (...) [GF1-ET1-K2]

(...) El *chünküz* es una cuestión redonda que se pone en la rueca para que gire, una cuestión de greda circular (...) [GF1-ET6-K7]

(…) Cualquier cosa redonda es *chünküz*... cuestión circular. (...) [GF1-ET6-K7]

(…) El *chünküz* se usa en el telar o hilar que hacen las damas (...) [GF1-ET1-K2]

Nota de campo: El *chünküz* es una cualidad, a cualquier objeto redondo se le nombra por su nombre más *chünküz*.

(...) *Meli, pura, epu mari chünküz*, en ese caso *epu mari pichi chünküz*. *Pichi* porque son pequeñas (...) [GF1-ET6-K7]

Estos diálogos ilustran una secuencia de ideas en busca de cómo llamar en mapuzugun a una ficha redonda como las que vemos en la imagen de la Figura 4.2 En el anexo 2 se transcriben los episodios más relevantes de estas sesiones de trabajo del grupo. Se discutió sobre distintas formas de llamar a las fichas, pero no se llegó a un consenso pues la palabra ficha y el objeto en sí no existe en la vida cotidiana del niño mapuche. Entonces, optamos por buscar un elemento que fuese cercano para el niño y que pudiésemos materializar para su manipulación en el aula.

Uno de los participantes plantea la idea de usar estrellas y plantea un ejemplo para ilustrar algo que ya se vislumbraba, que la palabra *chünküz* era compleja. Para ello, dibuja dos círculos en una hoja y en uno de ellos dibuja cuatro estrellas, y dice:

(...) Si yo digo a los chicos voy a dibujar esto, que estoy dibujando (dibuja un círculo y luego dibuja otro circulo con 4 estrellas dentro) [GF1-P1-DE]

> (...) Esto se llama *wanqülen*, estrella (…) [GF1-P1-DE]
>
> (…) *Kiñe chünküz, epu chünküz* (…) [GF1-ET1-K2]
>
> (...) En este *chünküz müley wanqülen, wallon wangülen müley. Fachi chünküz ngelalay* (…) [GF1-P1-DE]
>
> (…) *Ngelay, ngelay* (...).[GF1-ET1-K2]
>
> (...) *Ngelay*, pero como decir que no hay nada (...)[GF1-P1-DE]
>
> (…) *Ngelay chem rume*, no hay nada, no hay ninguna cosa. Se puede decir también *chem rume ngelay*, se puede dar vuelta las mismas palabras, *chem rume ngelay, ngelay chem rume*, quiere decir no hay nada, está vacío, quiere decir el *chünküz* está vacío (...) [GF1-ET1-K2]
>
> ¿Con qué expresión pregunto, qué hay en el *chünküz*? [I]
>
> (…) Cuando yo pregunto se usa así, ¿*chem ngelay*? (...) [GF1-P1-DE]
>
> (...) ¿*Chem müley?, chünküz mew* y el niño va responder *meli wanqülen*, 4 estrellas. El niño va entender que es en el *chünküz*, al decir *chünküz* el niño va entender que es el universo, el todo del círculo (...) [GF1-ET1-K2]

Luego siguió el debate sobre si era bueno utilizar estrellas dentro de un círculo, pues a la hora de decir encierra en un circulo grupos de diez estrellas, podríamos generar un conflicto cognitivo, pues les presentamos un segmento del universo estrellado en un círculo. Entonces, se optó por sacar el círculo y presentar una imagen con una cantidad de estrellas. En primer lugar, se pensó en una distribución asimétrica, simulando de alguna forma el universo. Sin embargo, cuando lo presentamos al grupo observamos que no era tan fácil seguir un trazado mental del recuento, pues la dispersión nos llevaba a cometer errores en el recuento. Entonces, se optó por presentar un conjunto de estrellas ordenadas simétricamente de forma rectangular. Esto permitía ocupar distintas estrategias al contar la colección. Luego hubo un largo episodio, donde a partir de la imagen de las fichas aparecen una serie de preguntas posibles de plantear a los estudiantes en mapuzugun, algunos de estos diálogos planteaban:

> (…) Está enseñando matemática, pero está utilizando el mapuzugun, por ejemplo el ¿*Chunten o tunten?*, ¿cuántos? Hay expresiones que son útiles, ¿*tunten muley*?, ¿cuántos hay? (…) [GF1-P1-DE]
>
> (...) ¿*Tunten chünküz nien Nahuel*? (...) [GF1-ET1-K2]
>
> (...) ¿*Tunten chünküz nien Nahuel*?, ¿cuántos círculos tienen Nahuel? (…) [GF1-P1-DE]
>
> (...) Se pueden hacer otras preguntas como de qué color son los *chunküz, ¿chem az niey pu chünküz*? (…) [GF1-P1-DE]

> (…) ¿De qué color están compuestos los círculos?, ¿*chem az niey pu chünküz*?, ¿qué colores tienen los círculos? (...) [GF1-ET1-K2]
>
> (...) Claro, porque primero distinguen los colores, pero después por ejemplo, ¿*chunten karü chünküz muley*?, ¿cuántas fichas verdes hay? ¿*Tunten karü chünküz müley*?, ¿cuántos círculos verdes hay? (…) [GF1-P1-DE]
>
> (…) Por ejemplo, ¿*chunten choz chünküz muley*?, ¿cuántos círculos amarillos hay? (…) [GF1-ET6-K7]
>
> (...) Ken agregado a *tunten* forma la idea de cuántas de (…) [GF1-P1-DE]
>
> (....) ¿*Tunteken az müley*?, ¿cuántos de cada color hay? (…) [GF1-ET1-K2]

En esta discusión, el P1-DE le pregunta al *kimche* más anciano participante si entiende lo que se está discutiendo.

> (...) *Peñi*, qué entiende usted cuando le dicen ¿*tunteken az muley*? (...) [GF1-P1-DE]
>
> (...) ¿*Tunteken az muley*?... ¿cuántos de cada color hay?, cada color de *chünküz* (...) [GF1-ET6-K7]
>
> (...) ¡Se entiende! Él lo entendió inmediatamente, se entiende la pregunta. Interesante esto, porque él como sabio antiguo nos dice si se entiende o no, porque nosotros no somos hablantes nativos y así la frase la ponemos a prueba (...) [GF1-P1-DE]

Este extracto ilustra cómo emergen las palabras en mapuzugun con significado matemático, que posteriormente utilizaremos en el diseño. Además, de lo interesante de hacer este trabajo metacognitivo.

3.1.2. Materiales diseñados y objetivos

La secuencia de actividades en las diapositivas utilizadas se puede ver con mayor detalle en el anexo 5. El material concreto y pictórico utilizado se muestra de manera ampliada en el anexo 1. Para el diseño de la secuencia didáctica elaborada, hemos considerado el ‘significado de referencia situado establecido en el capítulo anterior, el Marco para la Buena Enseñanza (MBE) en el dominio preparación de la enseñanza y las investigaciones previas sobre el aprendizaje de la numeración y unidades de segundo orden (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011; Salas, Godino y Quintriqueo, 2016;), es decir, todo el análisis realizado en el capítulo 3, estudio empírico 1, en tanto situamos un significado de referencia.

En primer lugar describimos los objetivos de aprendizaje y las habilidades que se pretende desarrollar o potenciar, de acuerdo a los OA y habilidades para este nivel y la deconstrucción de un significado de referencia situado para el contexto mapuche.

Objetivos de aprendizajes

- Contar transitivamente colecciones de objetos, de manera concreta, pictórica y simbólica, en español y mapuzugun.
- Leer números en mapuzugun y representar en forma concreta, pictórica y simbólica.
- Comprender la lógica de la estructura de la numeración oral en mapuzugun.
- Leer números en mapuzugun y asociar al número simbólico y pronunciación en español.
- Comparar números y/o colecciones de objetos y determinar mayor y menor que.
- Estimar cantidades.
- Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para el recuento de colecciones y adiciones: uno a uno, suma iterada, multiplicación.
- Identificar unidades y decenas.
- Representar las cantidades de acuerdo a su valor posicional, con material concreto, pictórico y simbólico.
- Componer y descomponer números de manera aditiva, en forma concreta, pictórica y simbólica.
- Conocer parte del conocimiento matemático de su cultura de origen y asociarlo con la matemática escolar.
- Conocer términos matemáticos en mapuzugun y relacionarlo con los términos matemáticos en español en relación a sus significados.

Habilidades

- Resolución de problemas:
    - Emplear diversas estrategias para resolver problemas.
    - Explicar un problema con sus propias palabras.
    - Comprobar enunciados, usando material concreto y gráfico
- Argumentar y comunicar:
    - Comunicar el resultado de descubrimientos de relaciones, patrones y reglas, entre otros, empleando diferentes modos de expresión.
    - Explicar las soluciones propias y los procedimientos utilizados
- Modelar:

- Aplicar modelos que involucren sumas, restas u otras que operaciones con cantidades.

- Representar:
  - Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para expresar enunciados, conceptos, procedimientos, proposiciones y/o argumentos.
- Articular:
  - Poner en correspondencia el lenguaje simbólico matemático con su lengua de origen y la lengua de instrucción.

Luego del trabajo full time realizado por el grupo de matemática intercultural, aparecen los resultados de un diseño didáctico matemático situado en contexto y lengua. En la tabla 4.3 describimos la secuencia de tareas y el material utilizado en la clase. Las diapositivas se escriben en mapuzugun (algunas traducciones las incorporó al final la educadora tradicional que realiza la actividad). La clase se desarrollará en ambos idiomas, español y mapuzugun (se pueden ver las imágenes más ampliadas en el anexo 5.

Tabla 4.3. Secuencia de tareas

Tarea 1

¿Cuántas estrellas hay?

Tarea 2

Nahuel: Yo tengo 15 estrellas.
Yanara: Yo tengo 12 estrellas. Si juntan las estrellas,
¿Cuántas estrellas juntan Nahuel y Yanara?

Tarea 3

Juntando nuestras estrellas, ¿tenemos más o menos estrellas que las estrellas de la primera imagen?
Yanara: Yo digo que tenemos más que antes.
Nahuel: Yo digo que tenemos menos que antes.
¿Quién tiene la razón?, ¿por qué?

Tarea 4

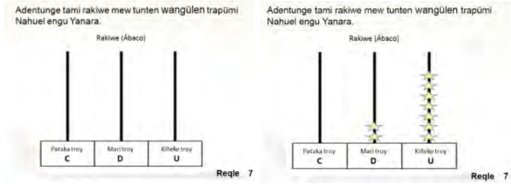
¿Cuántas estrellas más o menos tenemos?
Yanara: Yo digo que tenemos 8 más.
Nahuel: Yo digo que tenemos 10 más.
¿Quién está en lo correcto?, ¿por qué?

Tabla 4.3. Secuencia de tareas

Tarea 5

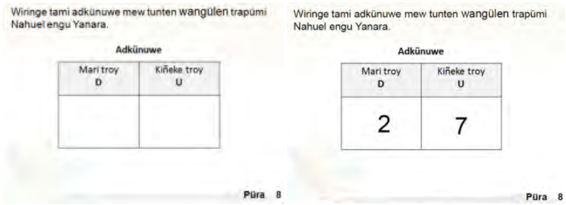
Ahora responde:
¿Cuántos grupos de 10 estrellas hay?
¿Cuántas unidades de estrellas sueltas quedan?

Tarea 6



Representa en el ábaco la cantidad de estrellas que juntaron Nahuel y Yanara.

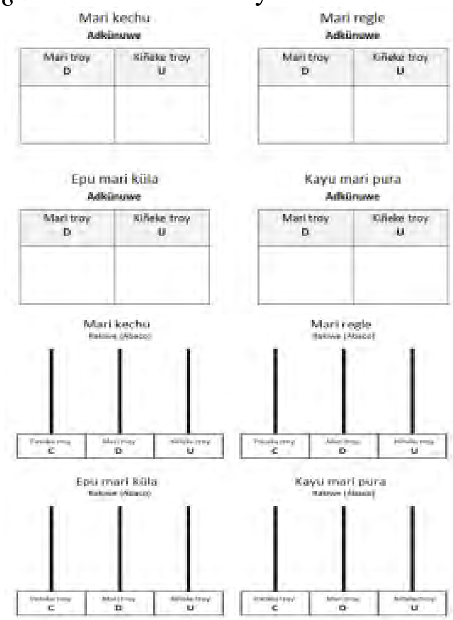
Tarea 7



Escribe en la tabla posicional la cantidad de estrellas que juntaron Nahuel y Yanara.

Tarea 8

Ahora, escribe en tu ábaco y tabla posicional las siguientes cantidades, indicando:
¿Cuántas decenas hay?
¿Cuántas unidades hay?



El recurso material que se utilizará en la clase sirve de soporte para la resolución del campo de problemas planteados a los estudiantes. Los recursos materiales, ver figura 4.3, se componen de: un ábaco y tablero posicional magnético; estrellas en material concreto para la manipulación de los estudiantes; estrellas magnéticas a utilizar en el ábaco magnético; números magnéticos a utilizar en el tablero posicional magnético.

Figura 4.3. Recursos materiales elaborados para la imlementación de la clase.

Junto al material descrito anteriormente, se elaboraron unas fichas de trabajo para aplicar al final de la clase, en la tarea 9. Estas fichas de trabajo, ver figura 4.4, serán desarrolladas por los estudiantes en un momento de trabajo individual, luego del trabajo realizado por el grupo curso. No obstante, se desconoce si los estudiantes tienen los conocimientos previos que hemos previsto y por ser, la enseñanza y aprendizaje de la matemática un proceso estocástico; sabemos que es probable que debamos modificar algunas cuestiones en el momento de la aplicación. Este material pictórico nos permite observar y evaluar el proceso mediante un análisis cognitivo a priori, lo que se espera, y a posteriori lo realizado.

Tarea 9

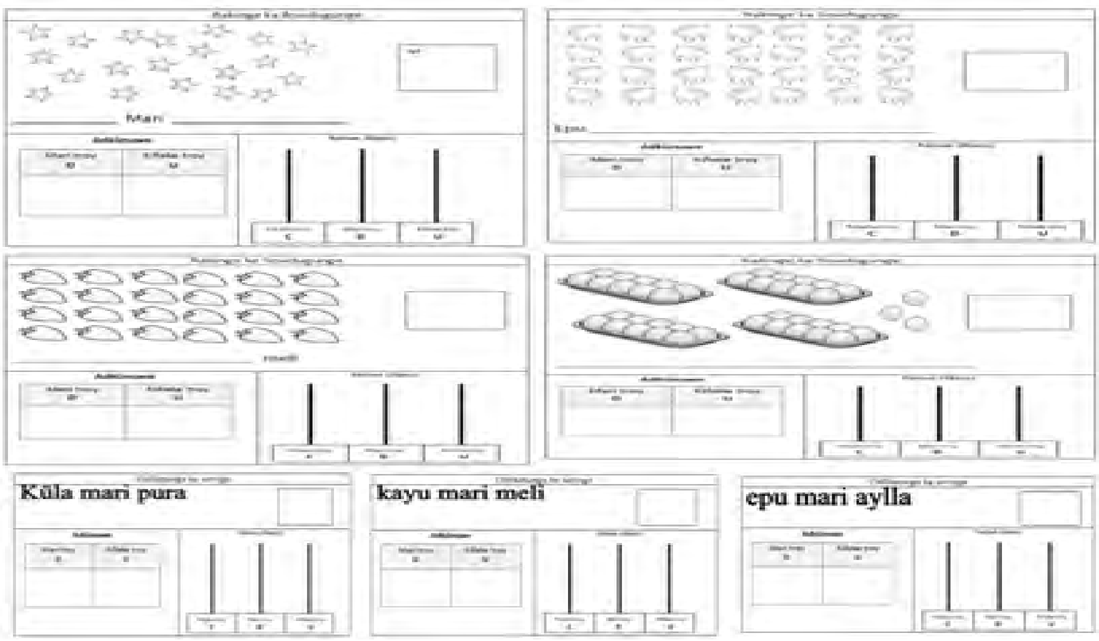


Figura 4.4. Fichas de trabajo tarea 9

3.2. ANÁLISIS A PRIORI. CONFIGURACIONES DIDÁCTICAS PREVISTAS

Se plantea iniciar la clase con una introducción a cargo de la ET (educador tradicional) y el PM (profesor mentor), luego una breve intervención de la investigadora para presentarse y establecer un vínculo con los estudiantes mediante la explicación breve sobre su visita y el trabajo a realizar. Luego los profesores iniciarán la clase mostrando y explicando los artefactos a utilizar y la imágenes en power point. Las tareas 1 a la 7 será un trabajo en el grupo curso. Para esto, los profesores deberán modelar la participación de los estudiantes a partir del conocimiento que tienen ellos de cada uno de los estudiantes y del grupo curso. Deben posibilitar en este momento la discusión y argumentación de los estudiantes en torno a las respuestas dadas a cada tarea. Cada vez que un estudiante salga a trabajar en el ábaco o tablero posicional magnético, será el momento para propiciar el debate y la argumentación de las opiniones de los estudiantes en torno a la pregunta ¿están de acuerdo?, ¿por qué?, explica, etc. Luego en la tarea 8, habrá un primer momento de trabajo individual, en parejas y luego una puesta en común en el grupo curso, siguiendo la misma lógica anterior. Por último, en la tarea 9, se entrega a los estudiantes unas fichas de trabajo para un momento de trabajo individual y confrontación en parejas. Con esta actividad se pretende monitorear el trabajo individual de los estudiantes para apoyar la comprensión y visualizar posibles conflictos semióticos. También, será posible apreciar la interacción docente-discente.

Para el análisis a priori pondremos la atención en las tres sub-configuraciones duales. Si bien la configuración cognitiva es relativa a la persona, en nuestro análisis a priori describiremos lo que se espera que el estudiante responda ante el campo de problemas propuesto. Estos antecedentes serán de vital importancia al contrastar los análisis a priori y posteriori, pues ello nos permitirá concluir sobre algunas cuestiones específicas, como aspectos emergentes que facilitan la comprensión, como también aspectos que requieren una mejora. Cada uno de estos análisis responde a cuestiones específicas que nos hemos planteado y que registramos en cada apartado.

3.2.1. Configuración epistémica

Como lo hemos planteado en el primer estudio empírico, el significado de referencia, de un objeto matemático, para las escuelas situadas en comunidades mapuche, $S_R ES$, están compuestos por la inclusión de los significados institucionales en la cultura mapuche ($S_R CM$) y los significados institucionales escolares ($S_R CE$). Entonces, en la configuración epistémica describimos los objetos primarios involucrados en el diseño, desde una perspectiva intercultural de la educación matemática. El contexto en que se contextualizan las situaciones problemas presentadas a los estudiantes, radica la capacidad de generar una situación en la que se implican objetos matemáticos, que sean relevantes para los estudiantes y que a su vez les permita realizar conexiones significativas con experiencias previas. A partir del contexto pueden identificar el objeto y las herramientas necesarias para dar solución al problema en un juego de lenguaje específico. Estos aspectos ecológicos introducidos en el diseño, contexto y lengua mapuzugun, se articulan con el lenguaje simbólico matemático y la lengua española, para propiciar la comprensión del objeto matemático en el contexto escolar, cuya instrucción se dicta en español.

La situación problema evoca una realidad del niño mapuche y se plantea en mapuzugun. Ilustra un situación entre dos niños mapuche que se enfrentan al conteo de una colección de estrellas y deben identificar unidades de primer y segundo orden, junto al cálculo de adición y diferencia entre conjuntos (ver anexo 5). En la situación problema el pragmatismo es importante, pues en la cultura mapuche siempre hay un para qué; en este caso se juega con ayudar a los niños mapuche a descubrir las respuestas correctas.

El análisis epistémico lo hacemos desde la lógica de la cultura matemática global, pues nuestra primera motivación es que los niños mapuche comprendan la matemática escolar a partir de su conocimiento de origen. Luego, buscamos reforzar la identidad mapuche mediante el uso de la lengua mapuzugun en la clase de matemática. Finalmente, valorar el conocimiento matemático mapuche al utilizar términos en mapuzugun con significado matemático.

La configuración epistémica a priori la entendemos en términos de los objetos matemáticos primarios que se deben poner en juego, previos y emergentes, en la resolución de las tareas planteadas, para luego llevarlos a la abstracción matemática propuesta por el programa de matemática para la educación obligatoria en Chile en los primeros niveles de la educación básica (primaria). Entonces, en específico damos respuestas a ¿qué objetos matemáticos, previos y emergentes, se deben poner en juego para resolver el campo de problemas matemáticos en mapuzugun?, ¿es posible prever a priori las practicas correctas y errores de los estudiantes, en tanto la intencionalidad afectiva del diseño? Estas interrogantes, más específicas para este apartado, se desprenden de la pregunta de investigación ¿Es posible prever la trayectoria didáctica del diseño elaborado en sus sub-configuraciones epistémicas, instruccional y cognitiva-afectiva?

Detallamos a continuación los distintos objetos primarios, previos y emergentes, que esperamos se pongan en juego en la resolución del campo de problemas propuesto.

Lenguajes

- Verbal: expresiones en español y mapuzugun con significado matemático. *Tunten,* cuántos; *txapümi (txapümün*; juntar), juntaron; *doy alün,* más que; doy pichi, menos que; mari troy, juntos de a 10; *kiñeke troy*, algunos sin juntar; numeración oral en *mapuzugun kiñe (1), epu (2), küla* (3), ...
- Gráfico: material pictórico (Power point, fichas) de niños interactuado para resolver problemas de conteo, adición, sustracción y determinación de unidades de primer y segundo orden; del ábaco y tabla posicional con animación.
- Simbólico: sistema de notación de números naturales 1, 2, 3, ….

Campo de problemas

- Situaciones de recuento de colecciones
- Cardinación de conjuntos
- Adición de colecciones
- Comparación de colecciones
- Cálculo y/o estimación de diferencia entre colecciones
- Identificación y determinación de unidades de primer y segundo orden
- Representación verbal, grafica y simbólica de colecciones.

Conceptos

- **Previos**: Números naturales menores <100; secuencia numérica en español y mapuzugun; estructura matemática de palabras numéricas (español y mapuzugun); cardinal de un conjunto; base del sistema decimal; representación verbal (español), gráfica y simbólica del número de dos cifras.

- **Emergentes**: Unidades de primer y segundo orden; suma iterada; multiplicación; mayor y menor que; adición y diferencia; valor posicional; composición y descomposición aditiva de distintas formas de representación del número de dos cifras, según valor y ubicación posicional del dígito;

representación verbal (mapuzugun), gráfica y simbólica del número de dos cifras.

Procedimientos

- **Previo**: Conteo intransitivo (secuencia numérica en mapuzugun y español); conteo uno a uno (tachando, marcando, con material concreto,..); conteo agrupando unidades de segundo orden; determinando el cardinal, verbal y numérica, de colecciones (español y mapuzugun*)*.
- **Emergentes**: Cálculo mental a partir de la disposición de la colección; adicionar colecciones de elementos; sustraer a un conjunto una cantidad de elementos; multiplicar y/o adicionar de manera iterada; representación verbal, gráfica y numérica del cardinal de un conjunto; escritura simbólica posicional; componer y descomponer números de dos cifras.

Proposiciones

- 4 (4) *meli naq meli o meli rupa meli* =16 *mari kayu*; 4 veces 4, *ka meli ka meli ka meli*, es 16 *mari kayu*; 4 + 4 + 4 + 4= 16; si a 15 le agrego 12, tengo 27; *mari kechu ka mari epu* 15 + 12 = 27 *epu mari reqle*; 3 por 9 es 27; 3 veces 9 es 27; 27 es mayor que 16, *epu mari reqle doy alün*; 16 es menor que 27, *mari kayu doy pichi*; la diferencia entre 16 y 27 es 11; 27 – 16 *epu mari reqle müntun mari kayu* = 11 *ütro mari kiñe*; a 16 le agrego 11 y entero 27; 16 + 11 = 27; en 27 hay dos grupos de 10, *epu mari txoy ka*, y, 7 unidades sueltas, *reqle kiñeke txoy*; 27 = 20 + 7; 27 = 2D + 7U; 2D = 20.

Argumentos

- Multiplicando las 4 filas por 4 estrellas que tiene cada fila; sumando 4 estrellas de 4 en 4 hasta completar cuatro veces; juntando los dos conjuntos de estrellas (15 y 12 estrellas) y contando el nuevo conjunto; Multiplicando las 3 filas de estrellas por 9 estrellas que tiene cada fila; contando al juntar los dos conjuntos de estrellas (15 y 12), 15, 16, 17,… hasta terminar de agregar el conjunto 12 estrellas y encontrando el nuevo cardinal del conjunto al enunciar último numeral del conteo; comparando las cantidades de los conjuntos 16 estrellas y el conjunto 27 estrellas, para indicar cuál de ellos tiene más y menos estrellas; quitando a 27 estrellas las primeras 16 estrellas y contando las que quedan;

contando las estrellas desde 16, 17, 18,…. hasta llegar a 27 estrellas, determinando las 11 estrellas agregadas a 16 estrellas; contando los grupos de 10 estrellas que hay en 27 estrellas y contando las unidades de estrellas sueltas; identificando directamente en el numeral 27 las unidades y decenas; dibujando dos estrellas en la barra de las decenas y 7 estrellas en la barra de las unidades, en el artefacto ábaco; dibujando en el tablero posicional el 2 en las decenas y 7 en las unidades.

En la figura 4.5 mostramos, con un ejemplo, la interrelación de estos objetos, previos y emergentes, que participan en una de las tareas propuesta a los estudiantes en el diseño didáctico, para propiciar el aprendizaje matemático.

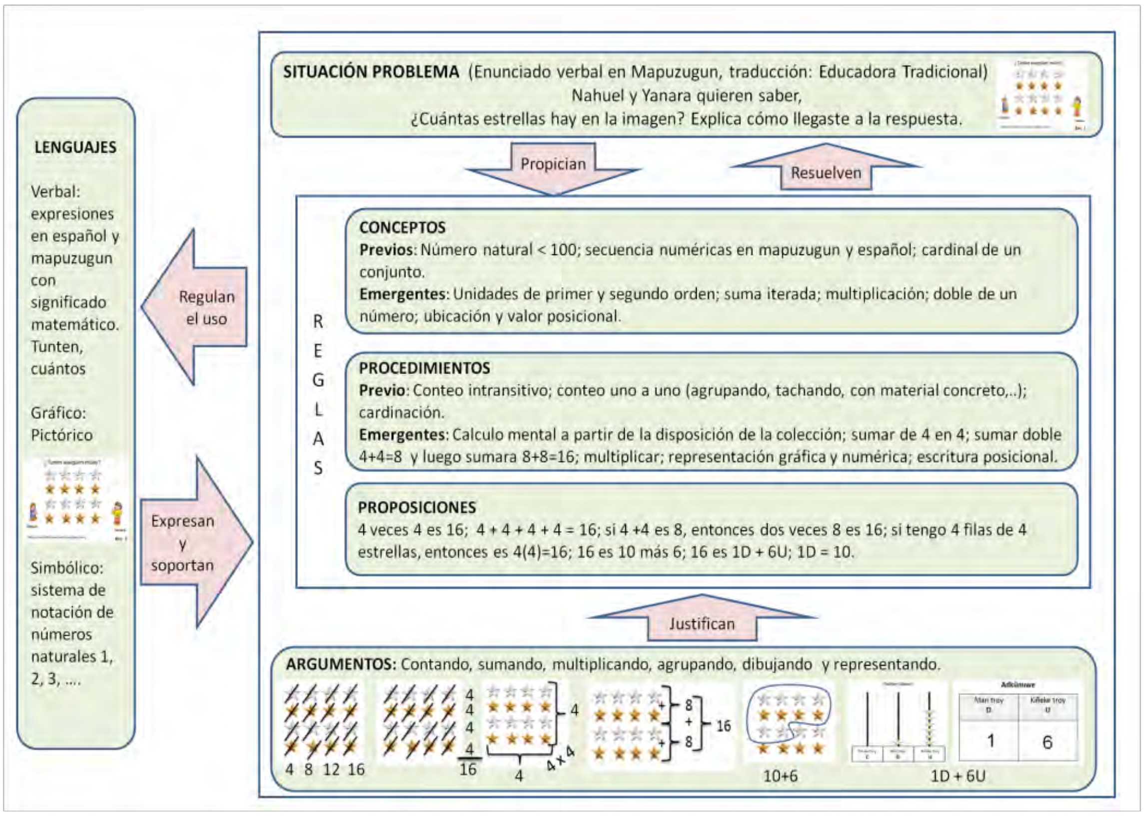


Figura 4.5. Configuarción objetos y procesos implicados en tarea 1 del diseño

Los objetos primarios nos permiten identificar todos los tipos de lenguajes que participarán en el proceso de instrucción. Estos tipos de lenguajes expresan y soportan los enunciados verbales del campo de problemas planteados, los conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentos previos y emergentes que participarán en el proceso diseñado. También el campo de problemas, los conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentos permite la regulación del lenguaje. Esto es, desde un análisis a priori, lo que se espera que suceda. El campo de problemas, propicia la emergencia de conceptos, procedimientos y proposiciones; como también permiten resolver el campo de problemas. Finalmente, vemos que los argumentos justifican los conceptos, procedimientos y proposiciones puestas en juego en la resolución del campo de problemas.

Con esta configuración ponemos en evidencia la convivencia armónica y respetuosa de términos matemáticos en dos lenguas, en el aula de matemática en la EIB en contexto mapuche. Nuestra idea es valorar todos los conocimientos y procedimientos para resolver problemas matemáticos en distintos contextos, poner en valor esos conocimientos al articularlos con la cultura matemática global para propiciar el acoplamiento de significados sin desraizar al estudiante de su cultura de origen. No obstante, esta articulación permite desarrollar un pensamiento crítico que les permita tomar decisiones a la hora de resolver problemas de la vida cotidiana en distintos contextos. La matemática, llamada occidental, es un conocimiento matemático global en el mundo actual y creemos necesario que todo ciudadano en el mundo acceda a este conocimiento para minimizar las actuales relaciones de poder existentes entre quien posee un conocimiento matemático y quien no lo posee. Democratizar la enseñanza de la matemática implica formar ciudadanos críticos de las actuales sociedades insertas en un mundo globalizado.

3.2.2. Configuración instruccional

En la configuración instruccional hacemos referencia a lo que se espera que suceda en el aula, para ello elaboramos y/o adecuamos los descriptores del Marco para la Buena Enseñanza (MBE), documento oficial en Chile, y los criterios de idoneidad didáctica del Conocimiento Didáctico Matemático (CDM) propuesto por el EOS, para observar un proceso de instrucción en contexto intercultural. En la tabla 4.4, sin ser exhaustivos, describimos algunos aspectos que se espera que sucedan en la clase, considerando que habrá dos expertos, el ET experto en el mapuche *kimün* y el PM que a su vez es profesor de educación básica con mención en interculturalidad. Con esta configuración, no pretendemos establecer a priori lo que debe suceder en el aula, sino más bien describir lo que la literatura y el MBE plantea sobre aquello que debe suceder en una buena clase. Esta descripción nos permitirá, comparar lo que se ha previsto que suceda y lo que realmente sucede en la clase, con el fin de identificar aspectos relevantes en el proceso de implementación que nos puedan orientar hacia la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Nos centramos en el rol docente, como el principal responsable de la gestión del aula, para proponer descriptores de la actuación esperada de éste en el proceso de instrucción matemática intercultural.

Tabla 4.4. Descriptores para una instrucción matemática en contexto Mapuche

Dimensión/Dominio	Descriptores
Epistémica – Ecológica Dominio A, B y C (MBE)	1. Pone en juego su conocimiento matemático común. 2. Pone en juego su conocimiento común sobre el pueblo mapuche. 3. Desarrolla el contenido con rigurosidad conceptual en ambas lenguas y es comprensible para los estudiantes. 4. Desarrolla secuencias didácticas adecuadas, de lo simple a lo complejo. 5. Utiliza el contexto local, regional y nacional para contextualizar las situaciones problemas. 6. Utilizar variedad de contextualizaciones (reales, evocadas, simuladas, matemáticas, etc.) y adecuadas para nivel y las edades de los estudiantes. 7. Traduce e interpreta conceptos matemáticos en ambas lenguas de acuerdo al nivel de los estudiantes. 8. Promueve el diálogo para valorar el conocimiento etnomatemático. 9. Articula los diferentes significados de los objetos matemáticos de manera adecuada. 10. Promueve la discusión sobre la utilidad del lenguaje simbólico matemático para cualquier contexto de uso. 11. Promueve la integración de la cultura matemática local y global en la clase. 12. Organiza las situaciones de aprendizaje considerando los saberes, intereses y experiencias de los estudiantes. 13. Utiliza variadas formas de representación de los contenidos. 14. Explica los enunciados y artefactos a utilizar en la resolución de las tareas en ambas lenguas. 15. Pone en juego su conocimiento interdisciplinar al explicar el contenido. 16. Utiliza los artefactos llevados a clases y los asocia a la cultura de los estudiantes. 17. Promueve la argumentación en los estudiantes. 18. Se detiene y profundiza en los conceptos claves del diseño. 19. Se detiene y profundiza en los conceptos que detecta significan una mayor dificultad para su aprendizaje.
Cognitiva - Afectiva Dominio B y C (MBE)	1. Demuestra conocer las características, la cultura, los conocimientos y las experiencias de sus estudiantes. 2. Demuestra conocer las distintas formas de aprender de sus estudiantes, adecuando la enseñanza a estas formas. 3. Utiliza tareas y material de interés para los estudiantes. 4. Utiliza tareas y material contextualizado a la cultura de los estudiantes. 5. Negocia con los estudiantes definiciones, proposiciones y procedimientos. 6. Promueve el pensamiento crítico al analizar las situaciones problemas. 7. Formula preguntas adecuadas para provocar reflexión y comprensión en los estudiantes.

Dimensión/Dominio	Descriptores
	8. Propone actividades que involucran cognitiva y emocionalmente a los estudiantes.
	9. Manifiesta altas expectativas sobre las posibilidades de aprendizaje y desarrollo de todos sus estudiantes.
	10. Aborda los errores como una oportunidad de profundizar en el aprendizaje.
	11. Escucha y valora todas las aportaciones de los estudiantes, sacando provecho de ellas.
	12. Promueve la autoestima e identidad de los estudiantes, valorando su participación, aciertos y errores (ambas culturas).
	13. Escucha, valora e incluye el conocimiento de origen de los estudiantes.
	14. Plantea devoluciones desafiantes, coherentes y significativas para los estudiantes.
	15. Promueve relaciones de igualdad, confianza y respeto entre estudiantes, y entre profesores y estudiantes.
	16. Aplica la evaluación de proceso a los estudiantes en relación a sí mismos en clase.
Interaccional – Mediacional Dominio B y C (MBE)	1. Comunica en forma clara y precisa el tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) en ambas lenguas.
	2. Reformula, en la gestión de aula, la enseñanza cuando emergen situaciones que modifican el diseño didáctico planificado.
	3. Establece un contrato didáctico y/o restablece el contrato didáctico cuando una de las partes lo rompe.
	4. Establece un clima de relaciones de aceptación, equidad, confianza, solidaridad y respeto.
	5. Incentiva la formación en los valores universales de manera transversal en clase.
	6. Establece y mantiene normas consistentes de convivencia en el aula.
	7. Establece un ambiente organizado de trabajo y dispone los espacios y recursos en función de los aprendizajes.
	8. Propicia relaciones de colaboración y respeto entre los estudiantes.
	9. Reconoce y resuelve los conflictos de los estudiantes (se hacen preguntas y se entregan respuestas sin dar la solución).
	10. Busca llegar a consensos con base al mejor argumento de los estudiantes.
	11. Implica y capta la atención de los estudiantes con variadas técnicas.
	12. Utiliza variadas estrategias para llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje (Grupo de experto, juegos de roles, discusión de grupo, plenaria, etc).
	13. Facilita la participación de todos los estudiantes en la clase.
	14. Favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes.
	15. Promueve la discusión de los estudiantes para convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas
	16. Evita cualquier forma de exclusión.
	17. Contempla distintos momentos de trabajo de los estudiantes (individual, en parejas, grupal).
	18. Evalúa y monitorea el proceso de comprensión y apropiación de los contenidos por parte de los estudiantes.

Dimensión/Dominio	Descriptores
	19. Optimiza el tiempo disponible para la clase y la enseñanza. 20. Orienta a sus estudiantes en la resolución de las tareas. 21. Utiliza los materiales manipulativos, informáticos y los artefactos culturales para abordar el campo de problemas diseñado. 22. Utiliza modelos concretos y visualizaciones para abordar conceptos y propiedades.

Fuente: Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino, 2013); Marco para la buena enseñanza. MINEDUC, C. P. E. I. P. (2003).

Estos descriptores nos ayudarán en el análisis retrospectivo al confrontar el análisis a priori y posteriori del proceso de instrucción realizado en al aula. Además, permitirán observar aspectos relevantes de la gestión de aula en los procesos de enseñanza de la matemática en un ambiente intercultural y bilingüe, que nos orienten hacia una mejor práctica docente en estos ambientes.

3.2.3. Configuración cognitiva y afectiva

En esta configuración a priori pretendemos describir lo que se prevé que el estudiante realice al enfrentar las tareas diseñadas. Por ello en la siguiente tabla 4.5 indicamos la intencionalidad afectiva de la tarea en cuanto a incentivar la participación de los estudiantes, las respuestas y prácticas esperadas de parte de los estudiantes y los posibles errores. Evocar una situación entre niños mapuche incentiva a los estudiantes a involucrarse en ayudar a estos niños mapuche a resolver las tareas presentadas y hacia el final de la clase llevarlos a resolver otras situaciones de recuento e identificación de unidades de primer y segundo orden de manera autónoma para sí mismos.

Tabla 4.5. Configuración cognitiva y afectiva

Tarea	Respuesta esperada	Secuencia de prácticas esperadas	Posibles errores
1  ¿Cuántas estrellas hay?	- *Mari kayu wangülen*. - dieciséis estrellas. - *kiñe mari txoy ka kayu kiñeke troy*. - Una decena y seis unidades.	Observar y comprender la imagen. Contar una a una. Contar por color. Suma iterada de 4 en 4. Multiplicar 4 x 4. Sumar por color y multiplicar por 2. Representar en el ábaco magnético las unidades y decenas.	- No comprender la lengua *mapuzugun*. - Cometer errores al contar uno a uno de manera visual. - Cometer errores en las distintas formas de representación.
2	- *epu mari reqle wangülen* - veintisiete estrellas.	Observar y comprender la imagen. Contar una a una. Contar cada grupo y	- No comprender la lengua *mapuzugun*. - Cometer errores al contar uno a uno de

Tabla 4.5. Configuración cognitiva y afectiva

Tarea	Respuesta esperada	Secuencia de prácticas esperadas	Posibles errores
 Nahuel: Yo tengo 15 estrellas. Yanara: Yo tengo 12 estrellas. Si juntan las estrellas, ¿Cuántas estrellas juntan Nahuel y Yanara?	- *epu mari txoy ka reqle kiñeke txoy*. - dos decenas y siete unidades	sumar. Contar por color y sumar. Multiplicar 3 por 5 y 3 por 4 y luego sumar resultados. Sumar 15 + 12 Representar en el ábaco magnético y encontrar resultado. Representar en ábaco magnético el resultado.	manera visual. Cometer errores en los cálculos. - Cometer errores en las distintas formas de representación.
3  Juntando nuestras estrellas, ¿tenemos más o menos estrellas que las estrellas de la primera imagen? Yanara: Yo digo que tenemos más que antes. Nahuel: Yo digo que tenemos menos que antes. ¿Quién tiene la razón?, ¿por qué?	*Yanara. Chumgelu, fewla doy nieyu.* Yanara. Porque, ahora tenemos más. *Yanara. Chumgelu fewla epu mari reqle nieyu ka mari kayu wünetu*. Yanara, porque ahora tenemos veintisiete al principio dieciséis. *Yanara, chumgelu epu mari reqle wünel chem mari kayu*. Yanara, porque veintisiete es mayor que dieciséis. *Yanara, chumgelu epu mari txoy wünel chem kiñe mari txoy*. Yanara, porque dos decenas son mayor que una decena.	Observar y comprender la imagen. Contar una a una. Contar cada grupo y sumar. Contar por color y sumar. Multiplicar 3 por 9. Comparar 27 y 16. Comparar decenas. Determinar mayor y menor. Representar en el ábaco magnético y encontrar resultado.	- No comprender la lengua *mapuzugun*. - Cometer errores al contar uno a uno de manera visual. Cometer errores en los cálculos. Cometer errores al aplicar mayor o menor que. - Cometer errores en las distintas formas de representación.
4  ¿Cuántas estrellas	*Iñey norume. Chumgelu mari kiñe doy nieyu.* Ninguno. Porque tenemos 11 más. *Iñey norume. Chumgelu ütxo epu mari reqle ka mari kayu, mari kiñe fey* Ninguno. Porque la diferencia entre 27 y 16 es 11.	Observar y comprender las imágenes. Contar una a una. Contar cada grupo y buscar la diferencia. Tachar y contar las que quedan. Comparar una a una Comparar decenas y unidades. Operar con las decenas y unidades.	- No comprender el enunciado en *mapuzugun* ni español. - Cometer errores al contar uno a uno de manera visual. Cometer errores en los cálculos. Cometer errores aplicar la diferencia. - Cometer errores en

Tabla 4.5. Configuración cognitiva y afectiva

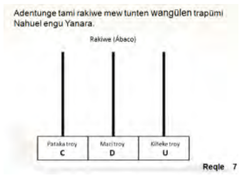
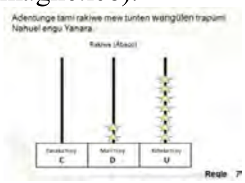
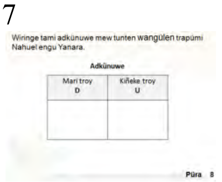
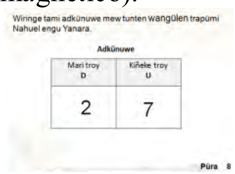
Tarea	Respuesta esperada	Secuencia de prácticas esperadas	Posibles errores
más o menos tenemos? Yanara: Yo digo que tenemos 8 más. Nahuel: Yo digo que tenemos 10 más. ¿Quién está en lo correcto?, ¿por qué?		Representar en el ábaco magnético y encontrar resultado.	las distintas formas de representación.
5  Ahora responde: ¿Cuántos grupo de 10 estrellas hay? ¿Cuántas unidades de estrellas sueltas quedan?	- *Epu mari txoy ka reqle kiñeke troy*. - Dos decenas y siete unidades. - Dos grupos de 10 y 7 sueltas. 	Observar y comprender la imagen. Contar una a una, marcando los grupos de 10. Tacha los grupos de 10 y cuentan las que quedan. A partir del total, determinan las decenas u unidades. A partir del número 27 determinan decenas y unidades. Representar en el ábaco magnético y encontrar resultado.	- No comprender el enunciado en *mapuzugun* ni español. - Cometer errores al agrupar de manera visual. Cometer errores en los cálculos. No reconocer unidades de primer y segundo orden en ambos idiomas. - Cometer errores en las distintas formas de representación.
6  Registra en el ábaco la cantidad de estrellas que juntaron Nahuel y Yanara.	- Colocan dos estrellas en las decenas y siete estrellas en las unidades (ábaco magnético). 	Observar y comprender la imagen. Representan en el ábaco magnético la cantidad.	- No comprender el enunciado en *mapuzugun* ni español. - Cometer errores en las distintas formas de representación.
7  Escribe en la tabla posicional la cantidad de estrellas que juntaron Nahuel y Yanara.	- Colocan el 2 en las decenas y el 7 en las unidades (Tablero magnético). 	Observar y comprender la imagen. Representan en el tablero posicional magnético la cantidad, indicando unidades y decenas.	- No comprender el enunciado en *mapuzugun* ni español. - Cometer errores en las distintas formas de representación.

Tabla 4.5. Configuración cognitiva y afectiva

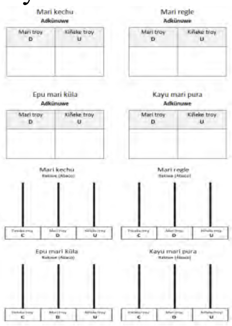
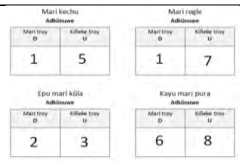
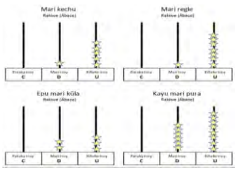
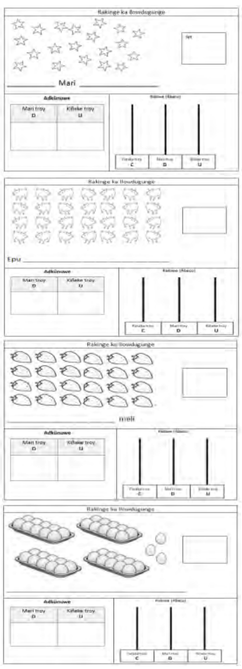
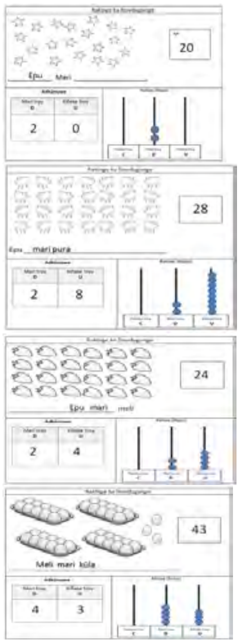
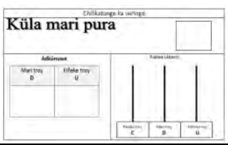
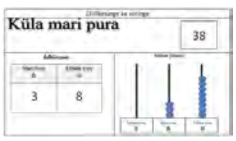
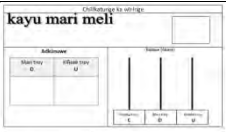
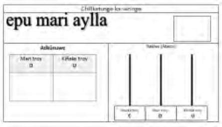
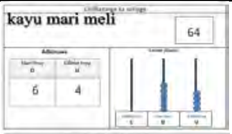
Tarea	Respuesta esperada	Secuencia de prácticas esperadas	Posibles errores
8  Ahora, escribe en tu ábaco y tabla posicional las siguientes cantidades, indicando: ¿Cuántas decenas hay? ¿Cuántas unidades hay? 	 	Leer y comprender la cifra en *mapuzugun*. Identificar y representar en el ábaco las unidades de primer y segundo orden. Leer y comprender la cifra en *mapuzugun*. Identificar y representar en el ábaco las unidades de primer y segundo orden.	- No comprender la cifra en *mapuzugun*. - No asociar la cifra en *mapuzugun* al español. - Cometer errores en las distintas formas de representación.
9 		Leer, escuchar y comprender el problema. Contar uno a uno Contar como suma iterada. Determinar la cifra con una multiplicación. Representar numéricamente la cantidad. Representar en lenguaje verbal (*mapuzugun*) la cifra. Representar numéricamente las unidades de primer y segundo orden en tabla posicional. Representar en el ábaco las unidades de primer y segundo orden.	- No comprender el enunciado en *mapuzugun* ni español. Cometer errores al contar. - Cometer errores al agrupar de 10. Cometer errores en los cálculos. No reconocer unidades de primer y segundo orden en ambos idiomas. - Cometer errores en las distintas formas de representación.
		Leer y comprender la cifra en *mapuzugun*.	No comprender la cifra en *mapuzugun*.

Tabla 4.5. Configuración cognitiva y afectiva

Tarea	Respuesta esperada	Secuencia de prácticas esperadas	Posibles errores
		Representar numéricamente la cifra. Representar numéricamente las unidades de primer y segundo orden en tabla posicional. Representar en el ábaco las unidades de primer y segundo orden.	- No asociar la cifra en *mapuzugun* al español. - No reconocer unidades de primer y segundo orden en ambos idiomas. - Cometer errores en las distintas formas de representación.

Intencionalidad cognitiva-afectiva

Utilizar el contexto local para contextualizar de manera evocada las situaciones problemas; integrar la cultura matemática *mapuche*; utilizar tareas y material contextualizado y de interés para el estudiante; simular un diálogo entre niños *mapuche*; utilizar el *mapuzugun* en la clase de matemáticas, permite:

- Que el problema sea cercano para el estudiante.
- Que se capte la atención del estudiante
- Que el estudiante se implique, se involucre cognitiva y emocionalmente en la resolución del problema.
- Que los estudiantes dialoguen, participen, discutan para plantear soluciones, argumenten y fundamenten sus proposiciones de manera respetuosa.
- Que los estudiantes se sientan escuchados, valorados, sin temor a equivocarse en sus intervenciones.
- Que los estudiantes muestren actitudes de respeto por sí mismo y por el otro, de saber escuchar, de reflexión, de aceptación, de confianza, de valorar su cultura e identidad, de trabajo colaborativo y de comprensión del contrato didáctico.

En esta configuración presentamos las respuestas y prácticas esperadas para resolver correctamente las tareas y algunos posibles errores. En lo referente a los posibles errores, no hemos sido exhaustivos pues consideramos que la presencia de dificultades o errores en la resolución, será un emergente del análisis a posteriori. Éstos podrán ser analizados como hechos didácticos o fenómenos didácticos a la luz de las teorías correspondientes. Por lo demás, estos hechos o fenómenos didácticos podrán aportar elementos interesantes sobre la incorporación de la lengua de origen del estudiante en el estudio de la matemática escolar. En relación a la intencionalidad cognitiva-afectiva, la hemos planteado de manera transversal a todas las tareas, pues siguen la lógica de incorporar la lengua y la cultura de los estudiantes.

3.3. DIMENSIÓN NORMATIVA

En el proceso de elaboración de la propuesta didáctica emergieron varias cuestiones que merecen ser planteadas en este apartado. En el desarrollo de este estudio emergieron aspectos que condicionaron el proceso de diseño y que exponemos a continuación, para tener en cuenta en el análisis retrospectivo y para futuras investigaciones de este tipo.

En Chile la investigación en Didáctica de la Matemática es escasa y la mayoría de estas primeras investigaciones se enmarcan en la formación de doctores en programas de doctorados, principalmente, en educación a nivel nacional e internacional. La investigación en educación matemática es un aspecto rezagado de nuestro sistema educacional, como lo menciona Oteiza (2015), (…) *la falta de impacto y el desarrollo limitado de la investigación en educación y en educación matemática, requiere un nuevo impulso* (…) (Oteiza, 2015, p. 54). Porque por largos años las universidades se han adaptado a las políticas educativas y no han sido lo suficientemente fuertes para revisar críticamente y proponer con base en el conocimiento y la investigación científica, los cambios que requiere nuestro sistema educativo en materia de formación docente, libros de textos, currículo, escuela, organización escolar y otros recursos (Oteiza, 2015).

Si las universidades no han sido capaces de involucrarse más en el proceso de investigación de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares, qué más podemos pedirles a los profesionales, que estas mismas universidades han formado. Las investigaciones en didáctica de la matemática que se están desarrollado en nuestro país están orientadas, principalmente, a formación inicial de profesores. Sin embargo, falta mucho por hacer en materia empírica con profesores en ejercicio o formación continua del profesorado, con estudiantes de educación primaria y secundaria y con formadores de profesores. En la actualidad, nos encontramos en un proceso, en que abordar la calidad de la educación requiere "*la existencia, capacidad y dedicación de los actores que hacen la educación, los centros de formación docentes, los programas para graduados, los centros de investigación y desarrollo, docentes de docentes, investigadores, sociedades científicas y profesionales y, naturalmente, los profesores*" (Oteiza, 2015, p. 63). En su capítulo Oteiza nos entrega un panorama claro del proceso histórico de la educación matemática en nuestro país y la actual investigación en materia de la enseñanza de la matemática. Esto nos ayuda a comprender la resistencia que aún existe en todos los niveles educativos a participar en proyectos de investigación.

Creemos, entonces, que aun falta mucha sensibilización sobre la importancia de investigar en nuestro territorio sobre lo que está pasando en la enseñanza actual de las matemáticas en nuestras aulas. Esta sensibilización implicaría mayor presencia de investigadores en didáctica de la matemática en trabajo de campo empírico con los propios actores, no sólo en las instituciones universitarias, sino en otros campos de estudio de la enseñanza de la matemática, como son los institutos, los liceos y las escuelas primarias. Más investigación de este tipo se traduciría en una mayor receptibilidad de los actores, como son los administradores de la educación, los directores de centros educativos, los docentes, estudiantes, padres y apoderados. Es decir, instalar una cultura de investigación, para que estos actores se interesen en participar en futuras investigaciones que por lo demás se debieran reflejar en nuevos cambios.

Hacemos esta reflexión, pues uno de los factores que condicionaron nuestra investigación, y específicamente, esta etapa del estudio fue precisamente la resistencia a participar de los distintos actores, por su desconocimiento sobre los beneficios que nos aportan las investigaciones científicas a la mejora de la enseñanza de la matemática. Nuestro estudio requería mayor participación de directores de escuelas, jefes de unidades técnicas pedagógicas, profesores de matemáticas o profesores de educación general básica que imparten matemática en los primeros niveles de educación, de manera voluntaria, en tanto no se dispuso de recursos económicos para retribuir dicha participación. Sin embargo, hubo mucha resistencia a participar por diversos motivos. Debido a ello, se trabajó con los actores que por voluntad propia accedieron a participar. Algunos profesores, sólo se ofrecieron a responder un cuestionario.

La resistencia de los profesores a participar no sólo se sucede por falta de conocimiento, también tiene que ver con su calidad de vida profesional y personal, cuestión que ha sido muy postergada en las distintas reformas educativas, como lo plantea Oteiza (2015):

> (…) *La profesionalización de la carrera de profesor y la calidad de la vida –profesional y personal– del docente, así como la posibilidad de proseguir estudios más allá del primer grado académico, es otro rezagado. También lo es la calidad desigual de los centros de formación inicial. La calidad de la vida de un profesional es determinante en el proceso de elección que hace un egresado de la educación secundaria. La calidad de la vida profesional y personal del docente es también un rezagado* (…) (p.53)

En los últimos años hay varios estudios científicos (Claro y Bedregal 2003; Valdivia, Avendaño, Bastías, Milicic, Morales, y Scharager 2003; Alvarado, Valdivia y Piñol 2010; Robalino y Korner 2006; Vidal 2011), entre otros, que avalan la pésima calidad de vida personal y profesional de los profesores de escuelas y liceos municipales en Chile. Entonces, es comprensible que la desesperanza esté arraigada en ellos, esto es, si con cinco años de formación profesional universitaria y años de formación continua no han conseguido una buena calidad de vida personal y profesional, no se convencen de que participando en investigaciones científicas pueden aportar a que sus estudiantes y nuevas generaciones de profesores tengan un mejor porvenir.

No obstante, concordamos con Oteiza en su planteamiento de que estas cuestiones no sólo requieren del compromiso de los profesores en ejercicio, sino es una red que parte desde las políticas educativas. Pues en la medida que tengamos mayor inversión en investigaciones educativas de tipo etnográfica y antropológica, se hará más visible la importancia que tienen éstas en la toma de decisiones para mejorar el sistema educativo y la enseñanza de la matemática. Esta cuestión la planteamos, porque este tipo de investigación requiere de fuerte presencia en el campo de estudio, requiere de más tiempo, requiere equipos interdisciplinarios y por ende una mayor inversión. No obstante, nuestro trabajo es un primer acercamiento a este escenario de la enseñanza de la matemática en contexto indígena, por lo que nos ha reportado información valiosa para futuras investigaciones.

Dejamos estos planteamientos para la discusión académica en el ámbito de la investigación, pues cuando hablamos de la enseñanza de las matemáticas, necesariamente, necesitamos de la participación de actores que están fuera de los grupos de investigación. Entonces, si queremos calidad en la participación no es suficiente el altruismo de algunos actores o las buenas intenciones, se requieren incentivos importante para la participación de los actores. Logrando con ello más estudios longitudinales que puedan aportar evidencia para la mejora sustancial de nuestra educación matemática. También es necesario que las universidades y centros de investigación tomen conciencia de la necesidad de investigaciones de calidad, aún cuando esto signifique tener menos proyectos, pero de mayor duración e impacto.

En nuestro caso, participaron ocho educadores tradicionales y tres profesores voluntariamente. Los educadores tradicionales son personas sabias en su cultura, *kimche*, pero no tienen formación profesional en matemática escolar y otros conocimientos que se abordan en la escuela. Por ende, este aspecto es una dificultad para el proceso de elaboración e implementación de cualquier diseño didáctico. La participación de profesores de matemáticas habría enriquecido la propuesta, porque en la discusión habrían emergido aspectos interesantes y se habría propiciado el aprendizaje entre pares. También, la participación de profesores y educadores tradicionales, habría permitido minimizar las tensiones que existen actualmente, pues los profesores presentan resistencia a que una persona que no estudió en la universidad haga clases en una escuela. En la encuesta realizada a los profesores, más del 80% de los profesores declaran que los educadores tradicionales debieran capacitarse en las materias escolares para favorecer la articulación de saberes. El 50% de los profesores declaran no saber si el educador tradicional es un *kimche* de la comunidad. Esto denota cierta ignorancia de los profesores sobre la cultura de sus estudiantes. El 68% declara que el educador tradicional no participa en la clase de matemáticas. Esto tiene una explicación y es la dimensión normativa, ya que los educadores tradicionales son contratados por la CONADI a honorarios[29], y sólo se les contrata para realizar 2 a 4 horas pedagógicas, dependiendo del nivel, de clases de mapuzugun en la asignatura SLI. Por tanto, administrativamente no pueden participar en la clase de matemáticas ni en otra clase, que no sea lengua indígena. Aún cuando las escuelas cuentan con recursos SEP (Subvención Escolar Preferencial), estos recursos no se invierten en este tipo de medidas. Frente a la afirmación "pienso que a todos los profesores les debiera acompañar un educador tradicional en sus clases para relacionar el aprendizaje con el mapuche *kimün*", el 18% de los profesores declaran estar de acuerdo. El 39% declara que no debe estar presente. Frente a estas respuestas, podemos deducir que los profesores creen que existen asignaturas que nada tienen en común con el mapuche *kimün* o la cultura mapuche de sus estudiantes. También, el que un gran porcentaje esté indiferente frente al tema, sugiere que hay un desconocimiento de los profesores sobre los distintos conocimiento del pueblo mapuche, por tanto, desconocen si es posible o no una articulación o adecuación curricular.

En el otro extremo encontramos a los educadores, quienes se sienten discriminados por los profesores y la escuela.

> (…) yo trabajo con dos profesoras mentoras. Entre ellas se entienden muy bien, pero entre profesora y educador no se entienden. A veces cuando están en la clase parece que no estuvieran, no ayudan con el curso y a veces interrumpen la clase porque se sientan en el escritorio a puro conversar y no dejan desarrollar la clase. Esto no pasa en todas partes porque en la otra escuela, donde trabajo, tengo un profesor mentor y él me ayuda a dirigir la clase, introduce el tema en español y con él trabajo muy bien. En cambio en

[29] Honorarios: Es una figura contractual en Chile, en que se emite una Boleta de servicios. Esta figura no otorga derechos a la atención en salud (sanitaria) ni a pensiones de ningún tipo, en la vejez.

> esta otra escuela pedí la misma ayuda a las dos profesoras mentoras y me dijeron que yo me creo profesora, que me estoy mandando las partes, que estoy faltando el respeto a las profesoras (...) [E4-ET3-K5-]

Este párrafo describe la experiencia de un ET; sin embargo, este sentir es de muchos educadores, pues en el proceso desarrollado en el trabajo de campo la investigadora asistió a una reunión de los educadores tradicionales de la comuna y ésta era una queja generalizada. En las entrevistas todos concuerdan en que no se les da espacio de participación, no pueden reunirse con los padres, dependen mucho de las decisiones del PM y nada lo pueden hacer por iniciativa propia. Se ven obligados a seguir el modelo de enseñanza que la escuela o el propuesto por el PM. Ellos sienten que no tienen autonomía y además, deben desenvolverse en un ámbito lleno de reglas y normas que en su cultura no existen. Entonces, ellos también son aprendices de un sistema de prácticas ajeno a su cultura.

> (…) Uno no tiene participación como educador, ¿cómo tener una participación más directa en la escuela?, eso es lo que no se puede hacer o uno no ve cómo, por el mismo hecho que uno no tiene participación ni en las reuniones con los padres. Uno no sabe qué dicen mis apoderados de mis niñitos a los que les hago clases, no lo sé porque nunca he estado en una reunión, nunca he tenido participación (…) [E4-ET3-K5]

> (...) Yo evalúo, pero en un cuaderno porque después ellos la bajan. Por ejemplo yo le pongo a un niño un 7 (calificación máxima) y ellos lo bajan a un 5, según la pedagogía que ellos estudiaron (...) [E4-ET3-K5] (Se refiere al PM)

> (…) La nota del educador tradicional debería respetarse, yo creo que es una calificación que debe respetarse (...) [E4-ET1-K2]

> (...) ¿Pero por qué lo hacen?, porque yo no tengo titulo pedagógico, eso es lo que dicen (...) [E4-ET3-K5]

> (…) Eso debería conversarse, porque eso tiene gran significado para el niño mapuche educándose en una escuela donde se está implementando la interculturalidad. (...)[E4-ET1-K2]

Podemos deducir que, si la dimensión normativa administrativa no favorece la creatividad ni la autonomía del profesor, menos aun favorecerá la de los educadores tradicionales que tienen una figura administrativa ambigua; existen en el sistema, pero a la vez no son parte del sistema. Entonces, todas estas restricciones dicen relación con su figura contractual y su formación profesional. Por lo demás, en el último discurso el ET plantea que la calificación en la asignatura SLI puede favorecer o perjudicar al niño mapuche. Efectivamente, el hecho que el ET asigne la nota máxima a un estudiante y luego el PM lo baje, eso es ‘racismo institucional, como lo plantea (Mampaey y Zanoni, 2015).

La idea original de este estudio, era que este grupo de trabajo lo conformaran profesores y educadores tradicionales. Porque, la interacción entre ambos habría propiciado la valoración y respecto por el 'otro' y su conocimiento, permitiéndoles reflexionar sobre el aporte que cada uno de ellos puede entregar y que ambos, unidos en un trabajo colaborativo, podrían elaborar mejores tareas matemáticas para sus estudiantes. En este trabajo no fue posible, por todas las restricciones que hemos mencionado anteriormente, que son externas a todos los sujetos involucrados en este estudio. Sólo, teníamos la opción de la participación voluntaria, fuera del horario laboral y en esta opción juegan los factores internos de los sujetos, pero que también han sido justificados anteriormente. Aún cuando hablamos de una comuna que cuenta con la lengua mapuzugun oficializada junto al español y con una población mapuche sobre el 70%, no se aprecia el compromiso del sistema educativo. No obstante, esta es una tarea abierta para futuras investigaciones.

4. LIMITACIONES, EXPECTATIVAS Y CONCLUSIONES

4.1. LIMITACIONES

El tiempo destinado al trabajo de campo, efectivo, para el proyecto de investigación doctoral fue de 4 meses y dos meses para el trabajo de búsqueda y coordinación de los lugares y contactos adecuados para la inserción en el campo; esto implica que el tiempo destinado a este estudio empírico ha sido muy limitado, 6 sesiones. No hubo tiempo ni recursos para generar un trabajo interdisciplinario, que es absolutamente necesario, pues se trata de un estudio que implica la complementariedad de enfoques teóricos y metodológicos. Es decir, no basta con saber matemáticas, ser didacta de las matemáticas para realizar una investigación empírica de estas características. No obstante, por ser un primer estudio exploratorio, nos reporta experiencia y hallazgos que pueden guiar futuras investigaciones.

En los liderazgos no hay una sensibilización sobre la importancia de investigar qué sucede en sus centros escolares, porqué no logran esos estándares y siguen una dinámica que no favorece el trabajo en equipo. La dimensión normativa es un proceso que debe estar presente en el debate académico de los distintos grupos de investigación en didáctica de la matemática, con el fin de que podamos potenciar la investigación de tipo etnográfica en educación y en otros campos de estudio como lo es la escuela, el instituto, el liceo, grupos profesionales, etcétera. Es decir, distintas comunidades de prácticas y no sólo la investigación en la formación inicial de maestros al interior de las universidades. Observar las prácticas de distintas comunidades de prácticas nos puede reportar una gran diversidad de formas de pensar y hacer matemáticas. Por lo demás, cada comunidad de prácticas tiene sus propias reglas y normas, por cuanto cada significado es situado en el juego de lenguaje en que participa. Conocer y aprender de esas prácticas nos permitirá mejorar nuestros diseños didácticos que propicien el acoplamiento de significados de la manera más idónea posible.

4.2. EXPECTATIVAS

El trabajo realizado por el grupo en esta etapa de la investigación, permitió diseñar una secuencia didáctica en mapuzugun, la que se implementará en el aula del primer sub-ciclo (1º y 2º) de la enseñanza básica en escuelas situadas en contexto mapuche. Si bien el trabajo fue arduo y complejo, porque los *kimche* mapuche no tienen en su estructura un conocimiento puramente matemático de su cultura, se logró identificar palabras en mapuzugun con significado matemático. Una reflexión importante que surgió de este trabajo en el grupo, fue explicitada por uno de los participantes.

> (…) Esto es muy interesante, hacer esto con los educadores porque hay metacognición con el propio idioma, porque no siempre hay palabras (…) [GF1-P1-DE].

El participante plantea, que el trabajo de ir creando el diseño didáctico en mapuzugun ha sido un ejercicio de metacognición de su propio idioma. Esta reflexión nos lleva a plantear este ejercicio como una estrategia de aprendizaje en matemáticas con los estudiantes en el aula. Es decir, que los propios estudiantes planteen problemas matemáticos en mapuzugun, o mezclando el mapuzugun y español. Luego que se resuelvan y se fundamente su resolución, en mapuzugun o mezclando los idiomas. Esto podría llevarlos a la reflexión sobre su propio conocimiento matemático, sus conceptos matemáticos y los de la escuela. Podrían discutir sobre ello y analizar cómo les es más fácil comprender un objeto matemático.

Por otra parte, a nivel de comuna, el departamento de educación debiera propiciar el encuentro y trabajo colaborativo entre profesores de matemáticas y educadores tradicionales. Sistematizar un trabajo comunal, para deconstruir el conocimiento matemático mapuche, sus conceptualizaciones, etcétera. Además, de ir construyendo un diccionario matemático en mapuzugun. En este sentido un participante plantea

(…) Deberíamos construir neologismo para construir las palabras matemáticas, más adelante podemos ir trabajando la construcción de palabras matemáticas con los educadores tradicionales (…) [GF1-P1-DE].

4.3. CONCLUSIONES

Hemos logrado nuestro objetivo de elaborar una propuesta didáctica para la enseñanza de la matemática escolar incorporando el mapuzugun y el contexto indígena. Este estudio es una segunda etapa de una ingeniería didáctica, por tanto, esta propuesta requiere re-evaluarse y mejorarse. La imagen de estrellas utilizado en la propuesta didáctica, es porque todo mapuche sabe que es un elemento del cosmos que ellos han observado por siglos. En el Sur de Chile observar una noche estrellada, es impresionante. Además, en el discurso mapuche hay una historia de *wagülen*

En este diseño hemos logrado articular la matemática escolar con la aritmética mapuche, específicamente su sistema de conteo, en un contenido específico y para un nivel determinado. Para nosotros este es un primer nivel de articulación, que obviamente requiere de más refinamiento y nuevos aportes. En el análisis a posteriori surgirán más elementos que puedan orientar las futuras investigaciones y futuras propuestas didácticas para escuelas situadas en comunidades indígenas. A la luz de nuestro enfoque teórico y de manera a priori, creemos que es posible incorporar el micro-contexto mapuche para problematizar la enseñanza de la matemática y utilizar el mapuzugun para explicar aquellas nociones matemáticas en que esta lengua así lo permita, Por lo demás, incorporar palabras en mapuzugun con significado matemático, como el *'tunten'*, puede ayudar a la comprensión del estudiante, pues es muy común que los niños escuchen esta palabra, en su vida cotidiana, asociada al cardinal de una colección de elementos.

La herramienta teórica "Configuración didáctica" nos ha permitido establecer a priori las configuraciones epistémicas, instruccional y cognitiva – afectiva involucradas en el diseño. Lo que nos permitirá realizar un análisis retrospectivo al confrontar este análisis a priori con el posteriori. En la configuración epistémica se generó una trama de objetos primarios interconectados unos con otros para facilitar la comprensión matemática en términos semióticos. En la configuración instruccional, apoyados en los componentes de la idoneidad didáctica y el MBE, hemos logrado establecer algunos descriptores que pueden guiar los procesos de la elaboración, aplicación y evaluación de la enseñanza de la matemática en la Educación Intercultural Bilingüe. Estos descriptores son un aporte al sistema de evaluación estandarizada de estudiantes y profesores en Chile, en tanto se señala la necesidad de situar estas evaluaciones al trasfondo ecológico en que se desarrollan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Por último, en la configuración cognitiva – afectiva hemos logrado prever las respuestas y prácticas matemáticas esperadas de los estudiantes junto a la intencionalidad afectiva de las tareas diseñadas para estimular la motivación del estudiante a involucrase en la resolución de las tareas diseñadas. También, hemos previsto algunas dificultades que pueden presentarse o posibles errores de los estudiantes al intentar resolver el campo de problemas.

Para terminar podemos decir que el aprender juntos unos de otros y con el otro, es algo que no está institucionalizado y es una buena estrategia.

CAPÍTULO V

ESTUDIO EMPÍRICO 3. APLICACIÓN DEL DISEÑO Y ANÁLISIS A POSTERIORI

INTRODUCCIÓN

Nuestra investigación intenta develar algunas cuestiones involucradas en el proceso de aprendizaje de la matemática escolar en las escuelas situadas en contexto mapuche en Chile. Por ello, esta investigación se divide en tres estudios empíricos, que si bien son partes de un mismo cuerpo poseen características propias como se ha expuesto en el capítulo 1 y 2. El primer estudio, capítulo 3, implicó establecer los significados de referencia situados (S_RES) para la enseñanza de la matemática escolar en los primeros niveles de la educación básica (primaria) para estas escuelas situadas en contexto mapuche, estableciendo además un primer nivel de articulación de los conocimientos mapuche y escolar, que permita el adecuado acoplamiento de significados y la disminución de la brecha epistémica entre ambos conocimientos. El segundo estudio, se enfocó en la elaboración de un diseño didáctico matemático situado que incorpora este primer nivel de articulación de conocimientos y que hemos reportado en el capítulo 4 de esta investigación, con su correspondiente análisis a priori. En el análisis a priori se establecieron tres configuraciones didácticas: epistémica, instruccional y cognitiva-afectiva, que deben ser observada en un proceso de implementación de este diseño. En este estudio, reportamos la implementación del diseño y su correspondiente análisis a posteriori, siguiendo los aspectos definidos en el análisis a priori. Para avanzar, finalmente, a nuestro último capítulo, que resumirá el análisis retrospectivo de esta primera exploración y las conclusiones globales de la investigación.

En este capítulo, describiremos los antecedentes que fundamentas nuestras decisiones sobre el problema que abordamos con este estudio y el objetivo que persigue el análisis a posteriori. En el apartado de enfoque teórico y metodológico haremos una descripción sucinta de los aspectos y herramientas teóricas y metodológicas utilizadas en los análisis y la interpretación de los hallazgos. Describiremos, nuestros sujetos y las unidades de análisis. En el apartado resultados describiremos los resultados obtenidos en una aplicación piloto y luego, de manera más extensa, los resultados obtenidos en la aplicación final del diseño. Hacia el final del capítulo presentamos algunos aspectos de la dimensión normativa que de alguna forma condiciona los procesos. Finalmente, planteamos algunas cuestiones como temas de discusión y hacemos una conclusión del apartado, sus limitaciones y alcances.

1. ANTECEDENTES

Luego de haber avanzado con nuestra investigación hasta este proceso final, estamos aun más convencidos que los procesos educativos en la escuela deben ser pertinentes y coherentes con las actuales demandas de esta sociedad multicultural. Por tanto, creemos que la enseñanza de la matemática escolar no puede estar al margen de este rol de la educación. Estamos de acuerdo con Quintriqueo y McGinity (2009) que plantean: "*sistematizar el conocimiento mapuche para situarlo como contenidos y finalidades educativas en la escuela, requerirá mucho más que una intención política, técnica y práctica en el plano del currículum escolar*" (185). Sin embargo, en relación al conocimiento matemático, somos conscientes que es necesario desarrollar investigaciones sistemáticas y longitudinales del conocimiento matemático del pueblo mapuche en Chile y su adecuada articulación con el saber escolar, en aras de mejores procesos de enseñanza y aprendizajes.

En el capítulo anterior, estudio empírico 2, hemos ilustrado nuestro interés por una educación matemática con pertinencia cultural, es decir, una educación matemática situada en el contexto y en la cultura de los estudiantes. Para ello, elaboramos un 'diseño didáctico matemático situado' en nuestro modelo de articulación socio-histórico y atendiendo a los significados de referencia situados (SRES) establecidos en el capítulo 3. Ahora, en este estudio nos corresponde, observar qué sucedió en el aula con la incorporación del mapuzugun a la clase de matemáticas y los sucesos en la interacción al implementar el diseño, para comprender mejor el escenario de enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar en las escuelas situadas en contexto mapuche. Concordamos con Coll y Sanchez cuando plantean la importancia del estudio de las prácticas educativa como una forma de construcción de conocimiento en una faceta epistemológica.

> *"De lo que se trata es más bien de subrayar que la construcción del conocimiento, así como su aprendizaje y su funcionalidad, es inseparable del contexto en el que se adquiere y se utiliza, lo que supone de nuevo una llamada*

> *de atención sobre la importancia del estudio de las prácticas educativas"* (Coll y Sanchez, 2008, p.20).

Por ello, en este apartado nos interesa observar las prácticas operativas y discursivas en una clase de matemáticas en la que se pone en juego un diseño didáctico situado, al contexto local y la cultura de origen de los estudiantes. Es una aplicación de tipo exploratoria, nunca antes implementada en Chile, o reportada científicamente, pues se intenta observar cómo se construye un conocimiento matemático y su aprendizaje en un juego de lenguaje específico.

Coll y Sanchez (2008) se refieren al aula como contexto de enseñanza y aprendizaje de la matemática, por ello consideramos que nuestra descripción de lo que sucedió en la implementación de la clase de matemática intercultural es un aporte a este foco de investigación sobre las prácticas educativa. Desde el EOS el contexto de aula es visto como una comunidad de prácticas en que dialogan los significados institucionales, representados por el profesor y los significados personales de los estudiantes, sobre un contenido matemático en estudio. Por tanto, nuestro foco será el discurso del PM (profesor mentor), el ET (educador tradicional) y los estudiantes (E), es decir, las interpretaciones que se pueden inferir a partir de los discursos de los participantes, pues en el uso del lenguaje verbal, gráfico o simbólico se podrá apreciar el significado declarado. Con esta descripción, también, abordaremos la faceta normativa que condiciona lo que sucede en el aula, pues los factores que influyen en el aprendizaje no sólo proceden de los actores involucrados en el aula, también proceden de la escuela, la sociedad, el currículo, el sistema educativo entre otros, es decir el trasfondo ecológico, en términos del EOS, en que tienen lugar las prácticas. Para Coll y Sanchez este trasfondo ecológico son los contextos socio-institucionales:

> (...) *Las prácticas educativas escolares, entendiendo por tales el conjunto de actividades que profesores y alumnos despliegan en las aulas, no son fenómenos autónomos que puedan estudiarse y comprenderse de forma plena al margen de los contextos socio-institucionales en los que tienen lugar*" (Coll y Sanchez, 2008, p.22)

Si bien nuestro foco de atención será la interacción en el aula, nuestra problemática no se sitúa en este ámbito de la instrucción matemática o más específicamente, en la idoneidad de las prácticas docentes. Estamos de acuerdo con la importancia que tiene la gestión de aula para el aprendizaje de los estudiantes, sin embargo, nuestra investigación intenta abordar la problemática de las ventajas y/o dificultades en el aprendizaje de la matemática escolar que puede suponer la aplicación de un diseño didáctico situado cultural y lingüísticamente. En un sentido amplio, intentamos comprender cómo aprenden la matemática escolar los estudiantes mapuche, es decir, qué significados, institucionales y personales, se ponen en juego en el aprendizaje situado de la matemática escolar en contexto mapuche. Con ello, podremos identificar en el proceso las ventajas que puede significar esta aplicación y las dificultades en términos de conflictos semióticos. Para ello, observaremos las cuestiones de tipo instruccional, epistémico y cognitivo-afectivo, de acuerdo a nuestro análisis a priori..

Con esta confrontación de un análisis a priori y posteriori, podemos orientar futuras investigaciones desde la Didáctica de la Matemática; sugerir aspectos a considerar en la EIB para una enseñanza de la matemática situada y evidenciar el potencial educativo de un conocimiento matemático histórico del pueblo mapuche.

Si bien las orientaciones curriculares para contextualizar la enseñanza de la matemática en contexto indígena en el marco de la EIB, no considera la dupla ET y PM, si plantea la necesidad de que el profesor incorpore el conocimiento cultural de sus estudiantes. No obstante, creemos que la interculturalidad es un tema de todos y no sólo de los pueblos indígenas y del sector de aprendizaje SLI. Entonces, la descripción que entrega Acuña, Silva y Lafferte (2012) sobre el perfil del PM y ET debe ampliarse a todos los profesores y a todas las asignaturas, es decir compartimos y ampliamos lo planteado por estos autores, que dice:

> *El desafío de la educación intercultural radica en la formación de maestros capaces de entender y manejar una propuesta educativa orientada a revalorizar la cultura de su pueblo y el potencial de los estudiantes como actores dentro de ella, articulando los saberes indígenas con los conocimientos y conceptos científicos occidentales. Los docentes deben estar abiertos a modificar las prácticas educativas y las actitudes personales –como prejuicios y predisposiciones hacia otras culturas–, a fortalecer sus conocimientos sobre la cultura y la lengua indígena, la educación intercultural y el mejoramiento de la calidad educativa* (Acuña, Silva y Lafferte, 2012, p.8)

En nuestro trabajo de campo nos dimos cuenta que no es fácil para los profesionales de la educación poner en marcha la EIB en las asignaturas a su cargo. Por ello, nos dimos a la tarea de indagar con los profesores qué tan preparados estaban para enseñar matemáticas en contexto mapuche y algunas de sus respuestas reflejan que los profesores de matemática y de educación general básica no están preparados para asumir tal desafío. Por ejemplo, consultamos a los profesores su opinión sobre la siguiente afirmación, 'los profesores de nuestra escuela explicamos a los niños la estructura matemática de las palabras numéricas en mapuzugun' y más del 40% de los profesores de escuelas situadas en comunidades mapuche, declaran no estar en conocimiento de que se explique la estructura matemática de las palabras numéricas en *mapuzugun* en clases de matemáticas. El 25% declara que los profesores sí explican la estructura matemática de las palabras numéricas en *mapuzugun*. Luego, les planteamos, "en mi formación inicial me entregaron el conocimiento de la lengua mapuche y del mapuche *kimün*, a lo que los profesores respondieron: más del 80% de los profesores declara que en su formación profesional no recibió formación sobre la lengua mapuche ni del mapuche *kimün*. Sólo un 11 % declara haber recibido esta formación intercultural. También preguntamos sobre su formación didáctico matemática con la afirmación 'en mi formación inicial me entregaron el conocimiento didáctico matemático para atender la diversidad cultural', los profesores respondieron: más del 70 % de los profesores de las escuelas situadas en comunidades mapuche declara no haber recibido formación didáctica matemática para atender la diversidad cultural y bilingüe. Sólo un 11 % declara haber recibido algo de formación en didáctica de la matemática. En relación a su formación matemática les planteamos, 'el conocimiento matemático recibido en mi formación inicial contemplaba en profundidad la Historia de las matemáticas y el conocimiento matemático de los pueblos originarios de Chile'; a lo que los profesores respondieron: más del 90% de los profesores de escuelas situadas en comunidades mapuche declaran no haber recibido en su formación inicial conocimiento sobre la historia de las matemáticas ni sobre el conocimiento matemático de los pueblos originarios de Chile. Sólo un 4% declara haber recibido esta formación. En estas respuestas se refleja una contraposición a lo que plantea en sus orígenes la EIB y nos muestra que los profesores que se desempeñan, actualmente, en las escuelas situadas, mayoritariamente, no tiene una formación académica situada en el contexto mapuche ni desde las didácticas específicas ni desde la epistemología matemática. Entonces, consideramos interesante contrastar esta información con la observación de las prácticas en el aula de la dupla PM y ET en una clase de matemática. Necesitamos información empírica que pueda aportar a una mejor implementación de la EIB, donde confluyan todas las asignaturas para una mejor formación de los estudiantes mapuche y no mapuche.

El ET es el representante de la comunidad mapuche en las escuelas situadas por tener las competencias lingüistas y culturales. Luego, quisimos indagar si el ET abordaba el conocimiento matemático mapuche en sus clases. Entonces, les planteamos la afirmación "el ET de nuestra escuela explica la matemática mapuche (estructura de las palabras numéricas, usos de los artefactos como el *püron*, *almur* u otro, la simetría en los *ñümin*, ...", los profesores responden: el 42% de los profesores declaran que el educador tradicional no explica a los estudiantes el conocimiento de la matemática mapuche ni la estructura de las palabras numéricas. El 39% declara no saber y el 18% declara que así es en su escuela. Con las respuestas a estas dos afirmaciones, ya nos podemos hacer una idea de que la implementación de nuestro diseño didáctico no será fácil, pues no hay antecedentes de que en la enseñanza de la matemática escolar se incorpore el conocimiento matemático mapuche.

Estas consultas a los profesores nos hizo reflexionar sobre la oportunidad de este estudio, de observar las prácticas en el aula de la dupla PM y ET en una clase de matemáticas, ya que, en este sentido no hay experiencias empírica previas. Por lo tanto, la información que nos brindará la observación de la interacción en aula, será de mucha riqueza para la enseñanza de la matemática escolar en escuelas situadas y en general para la EIB.

En el capítulo anterior, en la elaboración del diseño, hemos reportado la tendencia de la investigación sobre los conflictos que puede generar la lengua de instrucción dominante en aulas multiculturales y multilingües. En este estudio, pretendemos abordar las cuestiones planteadas en la fase 3 de la ID-EOS y dar repuesta al OE4, descrito en el capítulo 1.

Para dar respuesta a esta fase de la ID-EOS, deberemos analizar las prácticas operativas y discursivas de los distintos actores involucrados en la implementación del diseño didáctico matemático situado e identificar hechos didácticos significativos (HDS) según son conceptualizados en el EOS (Godino et al., 2014), en tanto pueden significar una ventaja o dificultad para el aprendizaje de la matemática. Además, describiremos los conflictos semióticos de acuerdo a nuestro análisis a priori realizado en el capítulo anterior.

2. ENFOQUE TEÓRICO Y METODOLÓGICO

Los enfoques teóricos que nos permiten analizar e interpretar de mejor forma los hallazgos de este capítulo son, principalmente, el EOS con las nociones de hecho didáctico significativo (HDS) y configuración didáctica y sus componentes. Luego utilizamos algunas nociones del Interaccionismo Simbólico y la Teoría de Situaciones Didácticas para referirnos a los patrones de interacción, normas sociales y sociomatemáticas, contrato didáctico, pedagógico y fenómeno didáctico.

Luego de esbozar de manera sucinta los aspectos teóricos utilizados en este capítulo, continuamos con la complementariedad metodológica.

2.1. CONTRATO DIDÁCTICO Y NORMAS

En un proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática siempre existe un contrato didáctico, explícito o implícito, que podemos observar mediante los patrones de interacción didáctica (Godino, 2010). Según Voigt (1985, en Godino y Llinares, 2000) dichos patrones de interacción son observables cuando se ponen en juego sin que éstos sean pretendidos ni reconocidos por los participantes. Aun cuando hemos sostenido que un proceso de instrucción es un proceso estocástico no determinista, creemos que en la medida que hacemos explícitos ciertos patrones de actuación podemos ir modificando ciertas conductas a través de la formación de hábitos, en todos los actores. Si bien las cláusulas de un contrato didáctico no pueden ser escritas ni se pueden establecer sanciones en el caso de ruptura del contrato (Brousseau, 2007), las rutinas diarias de actuación de los actores van estableciendo las normas sociales y socio-matemáticas de dicho contrato. Es el profesor el que debe ir dando pautas y negociando con los estudiantes los comportamientos esperados de cada uno de los actores, normas sociales y sociomatemáticas. Es decir, un profesor no sólo enseña la disciplina a su cargo sino también forma personas de manera integral y su principal herramienta es su propio comportamiento en la clase. Estas rutinas diarias en la clase, van modelando la ilusión de que existe un contrato para la actuación en el aula, donde maestro y estudiantes, tienen una idea de lo que cada uno de ellos espera del otro (Brousseau, 2007).

> Chevallard, Bosch y Gascón (1997) plantean que "*el contrato didáctico no rige todos los aspectos de la relación que se establece entre los alumnos y el profesor. Existe primero un contrato más general y visible, el contrato pedagógico, que regula las interacciones entre alumnos y profesores que no dependen del contenido del estudio. A su vez, el contrato pedagógico aparece como una parte específica de un contrato más amplio, el contrato escolar, que gobierna estas instituciones sociales particulares que llamamos escuelas*" (p.203)

Si bien, estamos de acuerdo que un contrato didáctico sólo puede existir cuando existe un contrato pedagógico y un contrato escolar (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997), creemos que a partir de un contrato didáctico se puede modelar un contrato pedagógico para modelar las posibilidades de interacción más beneficiosas para los estudiantes. En tanto el contrato pedagógico se va modelando y estableciendo, en la medida que las prácticas de esa comunidad de prácticas, llamada aula, se comparten y asumen por los sujetos de esa comunidad. En Chile existe un contrato escuela y se le llama 'manual de convivencia', el cual modela y supervisa el contrato pedagógico en todas las aulas de esas escuelas, no obstante, habitualmente el contrato didáctico está ausente. También, puede suceder que los contratos escuela y pedagógico, dificulten un adecuado y compartido contrato didáctico, en tanto se impone de manera vertical desde las macro normas a las micro normas. En nuestro contexto sucede, más habitualmente, que el contrato escuela dificulte el contrato didáctico, entonces y como bien lo señala Skovsmose (1999) se instalan prácticas docentes capaces de apaciguar y controlar la inquietud (de distinta índole) de los estudiantes.

Compartimos con D'Amore (2005) cuando señala el aula de clases de matemáticas como una micro – sociedad, que desde el EOS llamamos 'comunidad de prácticas'. D'Amore nos plantea la 'clase como sociedad', que ocupa un territorio (el aula) en la que los sujetos interactúan; en la que los sujetos participantes se sienten pertenecientes a esa micro – sociedad; comparten la micro cultura de aula, sus códigos, sus reglas, valores, etcétera y cuyas prácticas los identifican. Con esto queremos decir que en cualquier comunidad de prácticas se puede negociar un 'contrato didáctico' y que irá surgiendo no de manera vertical de arriba abajo, sino de manera horizontal a partir de la negociación en torno a los intereses compartidos de esa comunidad de prácticas.

En el EOS la dimensión normativa nos provee un marco que nos permite interpretar las nociones de contrato didáctico, contrato pedagógico, normas sociales y otras. Nos habla de una dimensión normativa que condiciona los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Lo interesante de esta herramienta, es que nos permite observar más allá de la situación de aula. D'Amore, Font y Godino, 2007 nos plantean que

> "*Las normas no sólo se ponen de manifiesto en los momentos o fases en que tienen lugar las interacciones profesor – alumnos (implementación), sino también en los momentos de planificación, evaluación, y en la fase de diseño curricular, donde se configuran los significados de referencia que orientan y condicionan los significados pretendidos, implementados y evaluados*" (D'Amore, Font y Godino, 2007, p. 57)

Además, observa el proceso en su conjunto, ver figura 2.9 del capítulo 2, en el cual se incorpora la afectividad de las personas que intervienen en el proceso, las relaciones con el entorno, entre otros. Esta visión, nos permite observar el origen de donde proceden esas normas que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Por tanto, es la herramienta teórica a utilizar para interpretar el tipo de norma, como lo hemos venido haciendo en los capítulos anteriores.

2.2. PATRONES DE INTERACCIÓN

En la revisión de literatura, como describimos de manera más amplia en el capítulo 2 de marco teórico, nos encontramos con investigaciones cuyo objeto de estudio es la interacción dialógica en el aula, apuntando sus conclusiones a evidenciar la frecuencia de aparición de cada patrón de interacción y el tiempo que ocupan éstos en una configuración didáctica. Serrano (2002) establece un tipo de patrón basados en actos de comunicación no matemáticos, interacción de tipo A, y actos de comunicación matemáticos, interacción de tipo B. A la interacción de tipo B la denomina 'Discurso Matemático'. Generando así tipos de patrones de interacción de las formas ABA, ABABA, ABBA, AABBA, etc. Este autor amplia la matriz de Lacombe-Adda-Beyer (MLAB) a la dimensión gestual (Ge) y corporal (C) a las que ya estaban establecidas: verbal (V), simbólico (S), gráfica (G) y material o mixta (M) (Serrano, 2002). Entonces la matriz queda ampliada a Lacombe-Adda-Beyer-Serrano (MLABS), la que aplica a su estudio estableciendo la frecuencia de los patrones de interacción y los niveles de actuación (Serrano, 2002). Martinic, Vergara y Huepe (2013) analizaron el uso del tiempo y las interacciones en clase de lenguaje y matemática, en el contexto del Sistema de Evaluación de Desempeño Profesional en Chile. Como hemos planteado en el capítulo 1, una de las obligaciones del docente de escuelas públicas, en nuestro país, es evaluarse cada 4 años. En el proceso de evaluación, uno de los productos a presentar es una clase grabada, por personal del MINEDUC, de 40 minutos. Estos autores analizaron 29 vídeos de este proceso de evaluación, ocupando para ello categorías macro y el patrón de interacción IRE que ellos definen como inicial (I), reactiva (R) y evaluativa (E). Finalmente, establecen que la mayoría del tiempo, lo ocupan los profesores para exponer contenidos y procedimientos, seguido del tiempo de silencio y un mínimo tiempo lo ocupan los estudiantes, principalmente, para responder preguntas de baja complejidad cognitiva, repetir o aprobar afirmaciones de los profesores (Martinic, Vergara y Huepe, 2103).

Otros estudios, más bien teóricos, que abordan la interacción en el aula buscan comprender cómo construyen el conocimiento matemático los estudiantes en la dinámica de interacción. Estos autores se focalizan en la identificación de los tipos de patrones de interacción para describir las regularidades que pueden ser interpretadas a la luz de una teoría y contribuir con ello a la comprensión del proceso de construcción del conocimiento matemático en la práctica educativa. Es así, como autores de la talla de Van Dijk, Voigt, Wood, Brousseau, Cobb, entre otros han descrito ciertas regularidades en la interacción dialógica o actos de habla, los que caracterizan a los patrones de interacción. Godino y Llinares (2000) describen algunos constructos del enfoque teórico Interaccionismo Simbólico y plantean algunas similitudes con la Teoría de situaciones didácticas. Estos autores describen la importancia de la interacción e interpretación de ésta para la construcción del significado desde el enfoque interaccionista. Es decir, la importancia del lenguaje para dar significado al aprendizaje situado en un contexto de aula específico (Godino y Llinares, 2000). Sobre estos efectos didácticos profundizaremos en el siguiente apartado junto a los hechos didácticos significativos (HDS) del EOS. Godino y Llinares, profundizan, además, en los patrones de interacción temáticos de Voigt, como patrones específicos de la clase de matemáticas (Godino y Llinares, 2000). Las relaciones que se establecen entre los actores en interacción en el aula de matemáticas, a propósito de un tema matemático en estudio, es para nuestro estudio fundamental. Pues, este patrón será una herramienta teórica que nos permitirá delimitar nuestras macro unidades de análisis. Por tanto, a nosotros no nos interesa obtener la frecuencia de los patrones de interacción presentes en el discurso dialógico de la clase implementada, como tampoco nos interesa en qué estado de la trayectoria didáctica visualizamos un patrón u otro de interacción. Sin embargo, si nos interesa identificar los HDS que se suceden a partir de las regularidades en los patrones de interacción en una clase de matemáticas intercultural y bilingüe. Concordamos con Voigt (1994) cuando plantea,

> *"En la actualidad, las dimensiones sociales no se excluyen ni se descuidan, sino que se toman en cuenta al realizar estudios de casos "etnográficos" para comprender el aprendizaje de las matemáticas en contextos usuales. La suposición básica es que las dimensiones sociales no son las condiciones periféricas para el aprendizaje de las matemáticas, sino que son intrínsecas al aprendizaje de las matemáticas"*(Voigt, 1994, p. 275).

La dimensión social en el aula es una de las condiciones que nos permiten observar cómo construye el conocimiento matemático el estudiante, a través de la interacción en la cultura escolar y más específicamente en la cultura del aula. En esta interacción es importante identificar los HDS, pues ellos nos permitirán describir las ventajas y/o dificultades, en el proceso de aprendizaje de la matemática situada en contexto y la negociación de significados. Esta mirada a los patrones de interacción en la clase implementada no busca enjuiciar la actuación de los actores, tampoco evaluar la idoneidad de la interacción en la clase, aun cuando utilizamos los descriptores definidos en el análisis a priori. Más bien, buscamos describir, para comprender, lo que sucede en el aula con el aprendizaje matemático de los estudiantes, en una exploración que propone implementar un diseño didáctico situado culturalmente. Los conflictos emergen de la disparidad de significados sobre el objeto matemático en estudio, por ello, analizar la interacción entre los sujetos en nuestra implementación nos ayudará a identificar esa disparidad de significados que suponen un conflicto de aprendizaje. El conflicto para nosotros, es un indicador que puede suponer una dificultad en el aprendizaje, como también, una potencialidad para el aprendizaje. Estos patrones de interacción, en nuestra exploración, nos facilitó la delimitación de cada episodio al interior de la clase y las configuraciones didácticas en el proceso implementado, las que serán, finalmente, las macro unidades de análisis. Por lo tanto, delimitaremos cada episodio y configuración didáctica, o subconfiguración para otros investigadores, observando el patrón de interacción "temático", en términos de Voigt (1994). Esto es, de acuerdo al "tema matemático" abordado en la interacción de los participantes en la que emerge una red de significados a compartir en la interacción dialógica. Las configuraciones didácticas, además, se delimitarán de acuerdo a la situación problema que se aborda de manera específica, como los plantean Godino, Contreras y Font (2006).

2.3. HECHO DIDÁCTICO SIGNIFICATIVO Y FENÓMENO DIDÁCTICO

En este trabajo usaremos la noción de HDS para identificar, en las distintas configuraciones didácticas, situaciones que nos permitan una interpretación para comprender el proceso de aprendizaje de los estudiantes mapuche en una clase de matemática situada. Esto es, observar cómo sucede la progresión del aprendizaje; la relación dialógica del S-O en un juego de lenguaje; el feedback dupla pedagógica, dupla pedagógica y estudiantes, estudiante y estudiantes; las dificultades; los conflictos semióticos. En una configuración didáctica podemos observar una serie de componentes que configuran la dinámica interna de una configuración, como vemos en la figura 5.1. El EOS representa la dinámica interna de una configuración didáctica en la triada configuración epistémica, cognitiva-afectiva e instruccional, es decir, el triángulo didáctico. Sin embargo, incorpora un trasfondo ecológico que da sentido o sitúa un proceso de enseñanza y aprendizaje en un juego de lenguaje específico.

Como podemos ver en la figura 5.1 en la dinámica de una configuración didáctica encontramos distintos estados y momentos didácticos, que transcurren en un tiempo y espacio específico de instrucción en el aula. Nosotros estamos interesados en los HDS que ocurren en estos estados y momentos al implementar un diseño didáctico situado. El fin último es poder analizar las prácticas operativas y discursivas de los estudiantes y profesores al implementar una clase de matemáticas que incorpora en un primer nivel de articulación, la lengua materna de los estudiantes, el mapuzugun, y el contexto mapuche. Nos interesan los HDS que podemos observar en esta dinámica interna para detectar ventajas y/o dificultades en este proceso de articulación de significados personales e institucionales de dos comunidades de prácticas distintas, cultura escolar y cultura mapuche.

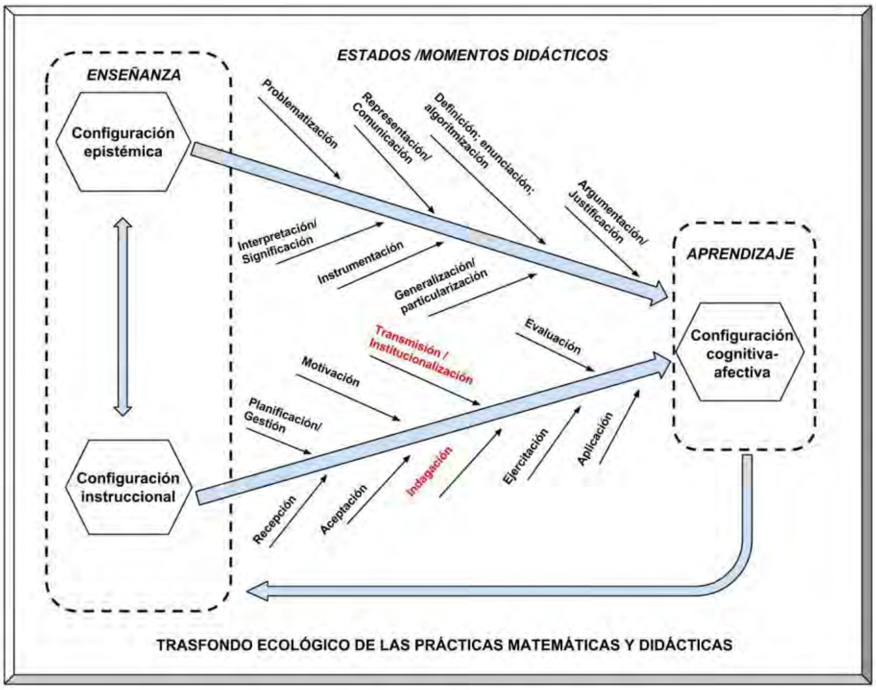


Figura 5.1. Componentes y dinámica interna de una configuración didáctica

Para identificar los HDS utilizaremos nuestros descriptores para una clase de matemática situada, descrito en el capítulo anterior, para luego interpretar a la luz de nuestro marco de referencia. Hay que señalar, que las características de esta investigación nos posicionan en la postura de complementariedad de enfoques teóricos, como lo hemos detallado al inicio de este informe. Por tanto, nuestra interpretación de los resultados, también utiliza esta complementariedad, en tanto hay HDS que pueden ser interpretados en la TSD, otros en el EOS, otros en la Etnomatemática; otros en la Matemática Crítica; otros en el enfoque Intercultural Crítico; etcétera. Esto nos permitirá una mejor comprensión e interpretación de los resultados, de esta compleja investigación.

2.4. METODOLOGÍA

Esta fase de la ID-EOS, implica la implementación del diseño y su correspondiente análisis a posteriori, como lo hemos descrito más detalladamente en el capítulo 2. Henos realizado una aplicación piloto (AP) del diseño, realizando algunas mejoras para la aplicación final (AF).

La aplicación piloto fue una escuela rural, multigrado, pues eran estudiantes que cursaban 1° y 2° año de Educación Básica, como se detalla en el capítulo 2; además, en esta escuela se realizó bastante trabajo de campo. Posteriormente, se reunió el grupo de trabajo y se evaluó la aplicación piloto en todos sus aspectos, lo que permitió hacer algunos cambios en el diseño final, los recursos y la implementación. De acuerdo a la experiencia en la aplicación piloto, decidimos focalizarnos en un 2º año de Educación Básica de una de las dos escuelas urbanas del pueblo de la comuna de Galvarino, más detalles de los sujetos en el capítulo 2. Ambas muestras fueron por conveniencia, facilidad de acceso. En la aplicación final, además, se agrega la disponibilidad del profesor mentor y la educadora tradicional. En esta escuela municipal hay dos cursos por nivel y se atienden a estudiantes desde el nivel de párvulos (infantil) hasta 8º año de Educación Básica (2º de la ESO), actualmente 8° de Educación Media (secundaria).

La clase se realizó en la asignatura de Lengua Indígena, estuvo a cargo del PM y la ET. La disposición de los estudiantes en el aula, era la tradicional: mirando todos al frente en filas. Era una sala pequeña, de material ligero;; el mobiliario básico para el estudiante; comose puede apreciar en la figura 5.2.

Figura 5.2. Mobiliario y disposición de los estudiantes en el aula (Fotografía propia)

La clase se divide en episodios de acuerdo al campo de problemas que aborda; se señalan los tiempos didácticos de inicio, desarrollo y cierre. Luego, cada episodio se divide en configuraciones didácticas (CD), numeradas correlativamente, de acuerdo a los patrones de interacción y los tiempos de trabajo del estudiante: grupal, en parejas o individual. En los momentos de trabajo con el grupo curso (GC), la delimitación de la

CD será definida a partir del patrón de interacción temático, es decir la situación problema que aborda. Para el momento de trabajo individual de los estudiantes, la CD será delimitada por los sujetos en interacción (estudiantes) y el patrón de interacción. Nuestras unidades de análisis serán las prácticas, las relaciones y los significados presentes en las interacciones de los sujetos y objetos al interior de cada configuración didáctica (CD) incluidas en cada episodio de clases, para identificar los HDS que suponen una ventaja y/o dificultad de aprendizaje. Aun cuando en el proceso de planeación del diseño la participación de la investigadora estuvo descrita como observador no participante en la clase, en ambas aplicaciones hubo que cambiar el rol a observador participante. En el experimento piloto, la investigadora, asumió la responsabilidad de improvisar una clase por las distintas circunstancias que se describen en los aspectos generales de la implementación piloto, más abajo. En la clase final, sólo debió hacer algunas intervenciones aclaratorias y de colaboración en el monitoreo en el momento de trabajo individual de los estudiantes. También, utilizaremos el patrón de interacción de tipo A y B, descrito por Serrano (2002), para destacar las potencialidades de la enseñanza de la matemática situada, para la formación de ciudadanos críticos, con identidad cultural, y respetuosos de la cultura del 'otro'.

3. RESULTADOS

3.1. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE IMPLEMENTACIÓN DEL DISEÑO DIDÁCTICO SITUADO

El estudio empírico 2, capítulo 4, nos permitió elaborar un diseño didáctico de manera participativa con distintos actores involucrados en la enseñanza escolar en contexto mapuche. En un primer momento, al tener ya una idea concreta, se optó por aplicarlo a modo de prueba piloto para prever aquellos cambios necesarios que permitieran mejorar el diseño. Describiremos los aspectos más relevantes de la experiencia piloto para fundamentar nuestras decisiones en la aplicación final. Lo central de este apartado está en la aplicación final y serán estos elementos los que nos permitirán el análisis retrospectivo final y las implicancias de nuestra investigación en el siguiente apartado.

3.1.1. Descripción de la implementación piloto

Esta escuela se eligió porque reunía características especiales: compromiso de la dirección del establecimiento con los aspectos culturales de sus estudiantes; el profesor de matemáticas de 5º a 8º grado es profesor de Educación General Básica con Mención en Interculturalidad para contexto mapuche, es mapuche y hablante de mapuzugun; un alto compromiso de la comunidad y los padres de los estudiantes en participar en la escuela, habiendo logrado varios cuestiones como construir una *ruka* (casa) en la escuela, un huerto orgánico, un huerto con plantas medicinales propias de la cultura mapuche, plantaciones de árboles nativos, un proyecto de recolección de agua de las techumbres, etcétera. El PM (profesor mentor) es también profesor de Educación General Básica con Mención en Interculturalidad en contexto mapuche, es mapuche, hablante de mapuzugun, vive en una comunidad mapuche de la comuna y es dirigente del Consejo Territorial Mapuche de la comuna en que trabajamos. En esta escuela se implementa el Programa de Mejoramiento Infantil (PMI), que atiende a los niños y niñas de 3 a 5 años. Era la escuela perfecta para aplicar el diseño, existía mucha conciencia sobre la EIB en contexto mapuche. Sin embargo, en esta escuela había mucha resistencia de los profesores a participar, más aún cuando se les explicó de qué trataba el trabajo de investigación. Incluso los dos profesores mapuche, aun cuando se comprometieron a participar, cuando llegaba el momento de hacerlo no lo hacían y se justificaban con variadas excusas. Aun así, la investigadora mantuvo su compromiso y cumplió con sus tareas para concluir con una aplicación del diseño; sin embargo, debido a las continuas excusas de los actores de esta escuela frente a sus compromisos asumidos, se optó porque la aplicación fuese a modo piloto.

Finalmente, el día de la implementación piloto la profesora encargada de aplicar el diseño optó por no hacerlo, debido a que no estaban los profesores mapuche. Los profesores mapuche no fueron a la escuela ese día, aunque se habían comprometido a aplicar el diseño junto a la profesora. Además, no se pudo acceder a los recursos informáticos ofrecidos, como estaba planificado, pues no estaba el encargado. El director del establecimiento educacional tampoco estaba el día de la aplicación, es decir, todo aquello que se había percibido como ideal, se esfumó. Sin más, la investigadora tuvo que improvisar y asumir un trabajo con los estudiantes que le permitiera vislumbrar las fortalezas y debilidades del diseño.

Se inicia el proceso con 5 estudiantes en la sala; la profesora hace callar a los 5 estudiantes presentes y les dice que la clase de hoy la hará una profesora visitante y le entrega el curso para presentarse y explicar la clase. La investigadora se presenta al grupo curso les comenta de qué trata su presencia ahí y les motiva a participar de manera ordenada, pidiendo la palabra, respetando y escuchando a quien esté hablando;

seguidamente les pide que se presenten. Se explican los artefactos, ábaco magnético y tabla posicional magnética. También les explica que en el material pictórico donde ellos trabajaran de manera individual aparecen estos artefactos. Les explica el significado de las letras U, D, C que aparecen en el ábaco y la tabla posicional.

La investigadora pregunta ¿conocen el ábaco?, a coro los estudiantes responden "*no*" (un no largo). La profesora, presente en aula, aclara 'lo habían visto pero de otra manera, Mari muéstrale el nuestro'. La niña, Mari, se dirige al armario de la sala y saca un ábaco de madera y se lo pasa a la investigadora. La investigadora coge el ábaco de madera y lo asocia al ábaco magnético, para que los estudiantes comprendan la ubicación de unidades, decenas y centenas en dichos artefactos. Luego, explica la tabla posicional con unidades y decenas; le pregunta a los estudiantes si la tabla posicional la han visto antes, los estudiantes responden 'no' (un no largo), 'no la conocemos'. Interviene, la profesora diciendo 'es la misma que aparece en el libro, Maty, cuando tienes que ordenar', el niño, Maty, responde '¡ah! (expresión larga), no me acuerdo'. La investigadora les dice que no importa, que ahora lo irán repasando. Haremos un ejemplo, les plantea: si tengo 3 decenas y 1 unidad ¿dónde ubico el 3 en la tabla de posición?, los estudiantes responden a coro en la D.

Se prosigue con el proceso y en el transcurso de éste fueron llegando más estudiantes que ingresan más tarde a la clase, eso significó una dificultad, puesto que al no conocerles se tornó difícil su integración al proceso y terminó por constituirse un distractor para los estudiantes que iniciaron el proceso. El total de estudiantes al final de la clase, 9:15 horas, fueron 12 estudiantes.

Para describir lo sucedido en la clase piloto no haremos un análisis detallado de acuerdo a nuestra estructura definida para la clase final, pues esta clase se desarrolló con el diseño planificado, parcialmente. Sin embargo, creemos interesante describir algunos HDS que fueron de gran utilidad en la discusión del grupo de trabajo para modificar algunas cuestiones en el diseño final a aplicar en otra escuela.

3.1.2. HDS en la implementación piloto

A continuación describiremos algunos hechos didácticos significativos (HDS), que fueron claves para guiar la implementación final. Identificaremos los HDS con el número de orden consecutivo e indicando el número de capítulo y la aplicación piloto con 'AP'. En el anexo 4 podemos ver más cuestiones de la aplicación piloto. La identificación de los estudiantes estará precedida por la letra 'E' y el número correlativo asignado, además se incluirá su edad y el nivel educativo que cursa, 1º o 2º, año de educación general básica. Por tanto, un ejemplo de la identificación del primer estudiante será E1-7-1º-AP, que significaría que se trata del primer estudiante, que tiene 7 años y cursa 1º año de educación básica de la aplicación piloto.

Hecho didáctico significativo HDS1-5AP

Al inicio de la sesión piloto, se comienza con el conteo en mapuzugun y español para indagar los conocimientos previos de los estudiantes. Luego de repasar la secuencia numérica de manera oral hasta 19 en mapuzugun, se pide a los estudiantes utilizar su material concreto y contar 10 estrellas. Se monitorea el trabajo individual y nos encontramos con un primer HDS. En la figura 5.3 presentamos una secuencia de imágenes para expresar y, posteriormente, explicar el HDS1-5AP

Figura 5.3. Hecho Didáctico Significativo 1-5AP

La estudiante E8-7-1°-AP, es una niña de 7 años y cursa, administrativamente, 1º año básico, sin embargo al contar una a una sus diez estrellas, recitó la secuencia numérica en español más rápido de lo que su dedo indicaba, produciéndose el error de contar dos veces la estrella cinco y por ello retira del grupo la última estrella creyendo que le sobró una. La E8-7-1°-AP tenía correctamente un grupo de 10 estrellas, pero, el conflicto semiótico se presenta en la habilidad de coordinación que aun no está completamente desarrollada y se produjo el error al contar. En las secuencia de imágenes en la figura 5.3, podemos apreciar que al iniciar tiene 10 estrellas en fila que son las que cuenta, pero al llegar a la quinta estrella dice cinco, seis, indicando la misma estrella como se ve en la primera imagen de la figura 5.3. En la segunda imagen, se marca que al verbalizar diez con las palabras numéricas en español, está indicando la estrella 9, por ello se aprecia en la última imagen que retira la última estrella porque piensa que le sobra una, pues se le había pedido contar solo diez estrellas en mapuzugun.

Hecho didáctico significativo HDS2-5AP

Luego del primer conteo individual, con material concreto, y monitoreo del trabajo de los estudiantes, se refuerza el concepto de grupo de diez o *mari* y formas de representación. Entonces se explica el ábaco magnético, la tabla posicional y se repasan los conceptos de unidades (U), decenas (D) y centenas (C). Se explica porqué no podemos poner 10 estrellas en la barra de las unidades. Seguido de este recordatorio, se pide que un estudiante salga adelante y ubique en el ábaco magnético ¿cuántos grupos de 10 estrellas formaron?

Se ofrece la estudiante E2-7-1°-AP para salir adelante y responder en el ábaco magnético, ésta ubica 1 estrella en la barra de las unidades en el ábaco magnético.

I: E2-7-1°-AP ¿dónde ubicarías la estrella si tenemos una decena?, ¿en qué barra del ábaco? (…) En la U (…) [E2-7-1°-AP].

Se pregunta al grupo curso si todos están de acuerdo, solo E10-8-2°-AP responde no. La E8-7-1°-AP pide la palabra y dice que está de acuerdo con la respuesta de la E2-7-1°-AP. La investigadora le plantea al grupo curso ¿tenemos una estrella o un grupo de mari, diez, estrellas?, entonces a coro responden '¡un grupo de diez estrellas!' La investigadora invita al E10-8-2°-AP para que ubique la estrella en el ábaco que represente que tenemos un grupo de diez estrellas. La figura 5.4 muestra al estudiante E10-8-2°-AP retirando la estrella de la barra de las unidades y ubicando correctamente una estrella en la barra de la decena en el ábaco magnético.

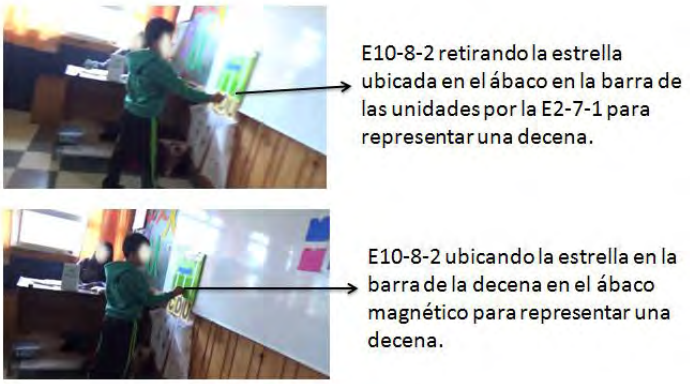


Figura 5.4. E10-8-2°-AP corrigiendo representación en ábaco magnético

Luego la investigadora vuelve a preguntar al grupo si están de acuerdo con lo realizado por el E10-8-2°-AP y responden a coro que sí. Se le pregunta individualmente a la E8-7-1°-AP y dice que sí, se le pregunta ¿por qué estás de acuerdo?, responde 'hay diez estrellas' [E8-7-1°-AP].

Entonces, en este HDS se presenta el conflicto semiótico en el estudiante E2-7-1°-AP y E8-7-1°-AP, pues aun no comprenden el sistema de agrupamiento de base diez y sus ventajas al contar colecciones, en este nivel educativo, lo que les llevas a cometer el error de representar una decena con una ficha en la unidad del ábaco. No obstante, aun cuando tienen 7 años y cursan 1° año básico, solo han recibido dos meses de instrucción, lo que puede explicar su error.

Luego al analizar el trabajo escrito individual de los estudiantes, en la última parte de la clase, nos encontramos con varios hechos didácticos que nos dan matices de la realidad específica de estos estudiantes. Hemos desglosado el trabajo en tres hechos didácticos, para agruparlos y poder concluir sobre algunas cuestiones que se observaron. El HDS3-5AP se enfoca en la representación en la tabla posicional pictórica del conteo que ellos y la investigadora fueron haciendo de manera grupal de tres colecciones de papeles pegados en la pizarra, 8, 13 y 17, en español y mapuzugun. El HDS4-5AP se enfoca en la representación en el ábaco pictórico de su ficha de trabajo individual, del mismo conteo y modo que hicieron con la representación en la tabla posicional. Lo que debían representar en sus ábacos era el mismo conteo que habían realizado de manera grupal para la representación en la tabla posicional, es decir ya tenían una representación del número en su ficha, sólo debían representarlo ahora en su ábaco. Por último, el HDS5-5Ap se enfoca en dos fichas en las cuales ellos debían contar una colección de objetos representados de manera pictórica, luego escribir el cardinal del conjunto y, finalmente, representarlo en la tabla de posición y en el ábaco pictórico en su ficha de trabajo. La muestra de hechos didácticos de las fichas se puede ver en detalle en el anexo 4, en este apartado sólo incluiremos un ejemplo para apoyar nuestras conclusiones.

HDS3-5AP; HDS4-5AP; HDS5-5AP

En la Tabla 5.1 presentamos el HDS 3, 4 y5 en la resolución un estudiante a las fichas de trabajo individual, en la aplicación piloto.

Tabla 5.1. HDS 3; 4, 5 aplicación piloto (AP)

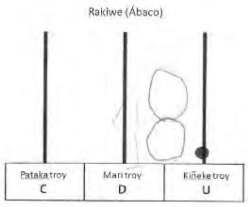
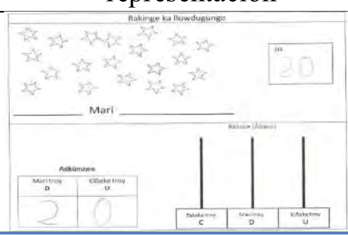
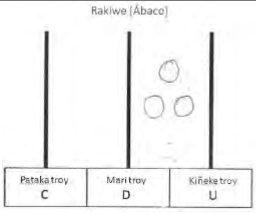
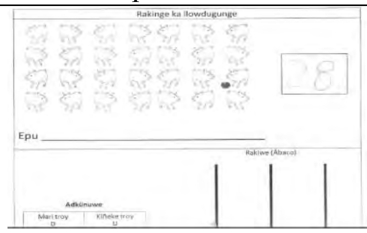
Estudiante	Ficha 1 Representación		Ficha 2
	HDS3-5AP Tabla posicional	HDS4-5AP Ábaco	HDS5-5AP Conteo y representación
E12-8-2º-AP			

Tabla 5.1. HDS 3; 4, 5 aplicación piloto (AP)

Estudiante	Ficha 1 Representación HDS3-5AP Tabla posicional	HDS4-5AP Ábaco	Ficha 2 HDS5-5AP Conteo y representación
			

Para concluir sobre los hechos didácticos significativos que nos orientaron en la aplicación final, haremos una descripción de los HDS en AP.

HDS3-5AP.

Aun cuando la profesora enfatizó la utilización de la tabla posicional en los libros de textos, se aprecia que los estudiantes no tienen la compresión del uso de esta representación pictórica, pues la tabla posicional no es un artefacto que existe o existiera en ninguna cultura (De acuerdo a la revisión bibliográfica). Esta representación para el ordenamiento de unidades de primer, segundo y tercer orden es producto de la imaginación de los expertos a lo largo de la historia para la enseñanza de la matemática. Todos los estudiantes cometieron errores en esta representación, aunque se explicó y reforzó su uso con ejemplos en la tabla magnética. Si bien trabajaron con un tablero posicional concreto, en el cual ubicaban números escritos en fichas magnéticas, etcétera, no significa que detrás de ello el estudiante asignara significado a su práctica de ubicar dígitos en ese tablero. Nosotros, profesores sabemos y asignamos significado a que el estudiante sea competente en ubicar los dígitos en un tablero posicional, pero los propios estudiantes no asignan significado a esta forma de representación de unidades de primer y segundo orden. Estamos entonces frente a un conflicto de tipo epistémico por cuanto no hay una significación de la representación, es decir, de expresión, representación tabular y el contenido, posición de acuerdo al valor absoluto del dígito. Luego, hay disparidad en el proceso de personalización e institucionalización, es decir los significados personales e institucionales están enfrentados sin un punto de encuentro para el acoplamiento adecuado. El significado institucional o de referencia de esta representación, no es igual al significado personal del estudiante de este tipo de representación.

HDS4-5AP.

Aun cuando los estudiantes conocen el ábaco y tienen ábacos de madera en su escuela, se vislumbra que no lo usan habitualmente, pues todos cometieron errores en la representación de una cantidad en el ábaco magnético y luego en ábaco pictórico, más aún no hubo un instante en que no preguntaran ¿qué tengo que hacer? En la cultura mapuche está *püron*, muy similar al *kipu*, también con ciertas variaciones en sus usos. En la utilización de este artefacto, no se aprecia la utilidad que puede prestar para la comprensión del valor absoluto del dígito de primer y segundo orden. En este sentido, hay también un asunto de significado detrás del aprendizaje. En las culturas milenarias que utilizaban el *kipu*, este artefacto cultural matemático tenía sentido para quién lo usaba y no era un niño, precisamente. En dichas culturas eran adultos los que llevaban registro de sus bienes y tal vez un niño podía hacer un nudo en el *kipu* o *püron*, pero no era él quien interpretaba lo que significaba dicho nudo en esa hilera de lana y no en otra. Sólo ejecutaba una acción sin significado personal para él. En este hecho incluso podemos ver cómo hay estudiantes que en una misma barra pintan una unidad y luego las otras no las pintan, esto puede significar que en la cultura mapuche no determinan las unidades de primer, segundo y tercer orden con lanas verticales como conocemos en algunos *kipu*, sino que muchos mapuche para indicar diez hacían un nudo más grande en la misma lana, como lo explica el siguiente relato.

> (...) Antiguamente para registrar dejaban amarrado nudos (*püron*) en hilos de colores, tenían registrado en lanas de colores con nudos y los dejaban colgados por ahí. Algunos tenías varios colores (…) [E3-ET1-K2].
>
> (...) Cuando llegaban a mari hacían un nudo más grande (…) [E3-ET1-K2].
>
> (...) Claro, así era (…) [E3-ET2-K3].
>
> (...) Si, y los sueltos eran nudos más chicos (…) [E3-K4].
>
> (...) Los nuevos nudos más chicos era ir agregando (…) [E3-ET1-K2].
>
> (...) También para contar los años de los hijos y ellos sabían qué color identificaba cada cosa, así sabían cuándo debían empezar la escuela (…) [E3-K4].

HDS5-5AP.

Al parecer todos tienen nociones de contar, pero no se aprecian técnicas de recuento. Al estar en la clase se dio orientación sobre agrupar de diez elementos, aun así muchos no los hicieron y otros agruparon lo que creyeron que había que agrupar. También se les orientó a tachar para contar, pero tampoco lo hicieron, esto quiere decir que la mayoría sigue un trazado visual de los objetos, lo que los lleva a cometer errores en el conteo uno a uno. El conteo de la estudiante E8-7-1º-AP reflejó la repetición en la coordinación, objeto indicado por su dedo y palabra numérica en español, también agrupó de 15 y 5 en el primer problema y en el segundo 21 y 7.Los estudiantes de segundo año tampoco utilizaron otras técnica de recuento, sólo el trazado visual o indicando con su dedo el objeto contado, lo que a varios les significó hacerlo en repetidas ocasiones y miraban lo que hacía el compañero y volvían a contar. Algunos estudiantes de segundo año agruparon correctamente de 10 en 10; sin embargo, esto no les ayudó en la representación del conteo en el ábaco ni el tablero posicional. Por lo cual se puede concluir que el agrupar de 10 en 10 es una acción que ellos consideran que deben aprender, pero no ven la utilidad que ello les presta para encontrar el cardinal de una colección de objetos, pues igual cometieron errores y no logran visualizar que cada grupo de 10 es una decena a representar en el ábaco o en el tablero posicional pictórico.

A modo de conclusión de esta experiencia piloto, antes de la aplicación final, podemos decir que ésta nos permitió tomar algunas decisiones como: a qué nivel aplicar el diseño, en que escuela aplicar el diseño, qué hacer con los artefactos en términos explicativos, etcétera. Mayores detalles de estas decisiones las explicaremos en la descripción general de la aplicación final.

Respecto a la dimensión normativa, hay que señalar que se evidenciaron normas sociales de origen ecológico e interaccional. Es así, cómo la habilidad básica de escuchar no estaba presente, por ende tampoco la de respetar el turno para hablar. Esto demuestra que no existe un contrato implícito o normas sociales. Aun cuando, la investigadora, intentó establecer ciertas normas sociomatemáticas, no se logró del todo. Esto refleja que los estudiantes no están acostumbrados a este tipo de clase participativa en la cual ellos son los principales protagonistas y deben argumentar o justificar sus proposiciones.

Eran niños como todos los niños, ávidos de aprender, inquietos como cualquier niño, pero estaban muy disminuidos en algunas competencias y comportamientos básicos. Sólo demandaban que se les dijera qué tenían qué hacer y cómo hacer. También, por cada cosa que hacían en su trabajo individual necesitaban un refuerzo positivo y para ello se paraban a preguntar si estaba bien y qué más debían hacer.

Esto fue una dificultad para la gestión de aula, pero no del todo extraño, ya que es habitual ver estas prácticas en las escuelas públicas, profesores sentados en su escritorio, estudiantes trabajando en el libro de texto y haciendo fila en los escritorios de los profesores para preguntar dudas. Las conductas y acciones de los estudiantes demuestran claramente las prácticas habituales, que se van institucionalizando en un contrato implícito. La conducta y práctica de los estudiantes refleja la conducta y práctica del profesor en un contrato pedagógico y didáctico implícito.

Habría sido interesante indagar más respecto a porqué estos estudiantes están tan disminuidos en su aprendizaje. En las escuelas públicas urbanas se llega a tener 35 a 45 estudiantes heterogéneos en clase, entonces es más difícil lograr los mismos niveles de aprendizajes en todos los estudiantes.

Esta exploración nos indica que el problema va más allá del contexto mapuche, como bien lo expresa uno de los profesores entrevistados en el siguiente extracto del trabajo con uno de los grupos conformados en el trabajo de campo.

> (…) Escolarizarse es hacer una clase tradicional, frontal, que es tomar una actitud frente a los chicos. Es decir, la relación de poder que se establece entre el profesor y los alumnos(…). Esa forma de ver lo escolar no me parece. Lo que yo entiendo hoy en día es que la educación necesita un cambio en ese sentido, no es que en mapuzugun nosotros vamos hacer más interactivo, vamos a trabajar más horizontalmente, vamos a promover el dialogo, vamos a salir más a terreno y en las otras clases no. Creo que eso es válido para las otras clases (…) [GF1-P1-DE].

Esta expresión refleja y resume que es de conocimiento público ciertas prácticas instaladas en educación primaria, las cuales se acentúan en zonas rurales por el difícil acceso. Además, en estas zonas alejadas de los centros urbanos, no existen opciones para la educación de los niños, es decir, por lo general hay una sola escuela municipal. En este sentido la responsabilidad de las escuelas rurales es mayor y no están cumpliendo con ella. Estas escuelas rurales ejercen una relación de poder incluso sobre la comunidad, porque se saben que son la única opción educativa en el sector.

Los resultados académicos de esta escuela a nivel interno es ‘buen rendimiento, como lo hemos reportado en el capítulo anterior. Específicamente en matemáticas los promedios anuales están sobre 5.0 de 7.0 (calificación máxima) e incluso los profesores de esta escuela dicen que sus alumnos tienen un buen rendimiento en matemática (encuesta estructurada). Sin embargo, en relación a los estándares nacionales, estos estudiantes se encuentran por debajo del nivel insuficiente, pues el último SIMCE registrado es de 212 puntos en 2015. Este puntaje es significativamente bajo en relación a la media regional de 253 puntos y la media nacional de 260 puntos; por lo demás, es significativamente bajo en relación al estándar mínimo, insuficiente, fijado por el MINEDUC que es de

245 puntos. Los estudiantes ubicados en el estándar insuficiente no comprenden los conceptos y procedimientos más elementales de los ejes números y operaciones, patrones y álgebra, geometría, medición, datos y probabilidad propios para el nivel. Esto se refleja en la falta de competencia para resolver problemas, representar, modelar, argumentar y comunicar.

Nuestra intención no es demostrar las buenas o malas prácticas en el aula, sino más bien describir y comprender lo que pasa con los estudiantes que participaron en la aplicación piloto y su disminuido desarrollo de habilidades y conocimientos matemáticos escolares. Con esto queremos poner de manifiesto que el problema de aprendizaje de la matemática escolar en contexto mapuche y/o rural, no sólo tiene que ver con el acervo cultural de los estudiantes, sino más bien con muchos otros factores. Más aún, si en el grupo de estudiantes que participó, había 6 estudiantes de ascendencia mapuche.

3.1.3. Descripción de la implementación final

La aplicación piloto nos permitió tomar algunas decisiones antes de aplicar el diseño final. Una de ellas es que decidimos aplicar el diseño final a un 2º año de educación básica en una escuela del pueblo. Esta decisión obedece a que por ser una escuela del pueblo el curso no sería multigrado y en este nivel por lo menos los estudiantes deben tener adquirida la lectura, suponemos en español y mapuzugun. Luego, nos dimos cuenta que era necesario asociar de una manera más sencilla el ábaco al *püron o kipu* de los pueblos originarios, para ver si con ello lográbamos dar más sentido al uso de este artefacto. Respeto del tablero posicional no encontramos nada similar con qué asociarlo y darle sentido a su uso, más que un significado institucional en un contexto puramente matemático, libros de textos.

Otros aspectos interesantes observados y que eran necesarios tener en cuenta en la aplicación final eran: la falta de rutinas, la falta de ciertas normas sociales y sociomatemáticas para una mejor gestión de la clase. Era importante insistir en algunas habilidades básicas, como escuchar y respetarse al hablar. En el aspecto epistemológico la aplicación piloto nos permitió orientar a quienes aplicarían el diseño final a jugar con el lenguaje en mapuzugun y español, pues en la experiencia piloto pudimos constatar que los estudiantes conocen muy poco de su lengua materna. Se solicitó a los aplicadores del diseño dar énfasis a la argumentación, insistiendo en que se le pregunte al estudiante ¿por qué?, ¿explica cómo lo hiciste?, ¿cuenta a tus compañeros por qué tú dices tal o cual cosa?, etcétera. Se pidió encarecidamente no dar la solución a los estudiantes, permitir que ellos debatan y encuentren las respuestas correctas, sólo repetirles las preguntas o guiar a los estudiantes mediante otras preguntas. También, se pidió dar más tiempo y espacio de participación a aquellos estudiantes de ascendencia mapuche que son más introvertidos.

La implementación de la clase se realiza en la asignatura de lengua mapuzugun de la ET que participó en todo el proceso de elaboración del diseño. Al iniciar la clase se encuentra presente el PM, ET y la investigadora (I). El profesor inicia con la rutina habitual, saludo en español y en mapuzugun. Prosiguen con la presentación de la investigadora al curso y los motivos de su presencia en la clase de aquel día. El PM y la ET dan la palabra a los estudiantes para interactuar con la investigadora. Luego, presentan la clase del día y los artefactos a utilizar, se les explica que abordarán un conocimiento matemático mapuche relacionado con lo que ellos aprenden en la clase de matemáticas. Se comenta el uso del artefacto ábaco magnético y se relaciona con el conocimiento cultural mapuche, el *püron*, especie de *kipu* mapuche. El tablero posicional sólo se relaciona con la imagen pictórica que aparece en los libros de textos.

Los recursos a utilizar en la clase son un campo de problemas que se proyectan en un power point y cada diapositiva enlaza una relación progresiva del contenido a tratar, de lo más simple a lo más complejo. El trabajo de las tareas 1 a la 7 es desarrollada con la interacción de los profesores y el grupo curso, siendo el profesor el moderador de la participación de los estudiantes. Se utilizará el ábaco magnético y la tabla posicional magnética para que los estudiantes salgan adelante a responder, propiciando el debate y la discusión del curso para que emerjan los argumentos o fundamentos que los estudiantes dan sobre sus respuestas. Se entrega material concreto a los estudiantes para que puedan simular la situación problema, resolver y responder. En la tarea 8 hay un trabajo individual, en parejas y en forma grupal. Finalmente, en la tarea 9 se utilizan unas fichas para el trabajo individual, momento en que los profesores monitorean el trabajo de los estudiantes, atendiendo sus consultas y haciendo devoluciones que les permita resolver la tarea. Esta última actividad, también cumple con el objetivo de apreciar los significados personales declarados y logrados.

En el anexo 8 podemos ver la transcripción completa de la clase final, en la que centramos nuestro análisis. Dicha transcripción se ha hecho dividiendo la clase en episodios y cada episodio en configuraciones didácticas, pues ello nos permite situarnos en determinados momentos y observar en detalle lo acontecido.

3.1.4. Episodios de clases y configuraciones

Observar la dinámica y gestión de la clase implementada, nos permitió identificar algunas regularidades que se suceden en la interacción dialógica y que pueden ser interpretadas como patrones de interacción. Este primer análisis de las prácticas discursivas, nos facilitó la identificación de algunos hechos didácticos significativos (HDS), que pueden significar una ventaja o dificultad para el aprendizaje. Al interior de un HDS podemos identificar, conflictos semióticos, que podemos interpretar como un indicador de una adecuada o no, relación S-O y S-S que potencie o dificulte un aprendizaje. Estos conflictos semióticos pueden ser de tipo epistémico (CE), instruccional (CI) y/o cognitivo-afectivo (CCA). La síntesis de HDS la presentamos en el siguiente apartado.

En nuestra implementación hemos apreciado distintos patrones de interacción, por ejemplo: ABA, ABABA, ABBA, AABBA (Serrano, 2002); IRE (Sinclair y Coulthard, 1975), IRF (Wells, 1999); conformidad – disconformidad, aceptación – rechazo (Anguera (1992); extractivo, discusión, embudo, patrones temáticos (Voigt en Godino y Llinares, 2010); focalización (Wood, 1994); datsit! (¡eso es!), arusure? (¿estás seguro?) (Sierpinska, 1997); actos del habla (Van Dijk, 1996); entre otros. Aun cuando, analizar los patrones de interacción es un tema interesante no profundizaremos en él, pues creemos que éstos están sujetos a una multiplicidad de factores sociales, contextuales, personales, entre otros. No obstante, las investigaciones realizadas sobre patrones de interacción, nos han ayudado a delimitar nuestras macro unidades de análisis, las configuraciones didácticas (CD).

Hemos podido desglosar nuestra clase en 6 episodios (EP), los que se definieron a partir de la situación o campo de problema a resolver y los tiempos didácticos de inicio, desarrollo y cierre de la clase. Los tiempos didácticos han sido definidos en base a la estructura establecida en las orientaciones curriculares en Chile para planificar la enseñanza, incluida en los programas de estudios de educación matemática y el MBE. Es así como el episodio 1 (EP1) se divide en tres configuraciones didácticas y corresponde al tiempo didáctico 'inicio de la clase'. Por ello, las actividades apuntan a la indagación y activación de los conocimientos previos de los estudiantes sobre la numeración oral en *mapuzugun* y la identificación de unidades de primer y segundo orden. También, incentivar a los estudiantes a involucrarse en la resolución de los problemas, valorar la identidad mapuche y establecer ciertas normas sociales. Los episodios 2 al 5 corresponden al tiempo didáctico 'desarrollo de la clase' y el episodio 6 corresponde al tiempo didáctico 'cierre de la clase', que la entendemos como el tiempo para la metacognición y/o institucionalización.

En cada episodio de clase encontramos algunas configuraciones didácticas, o sub-configuraciones, que son delimitados por un macro patrón de interacción que presenta un tema matemático u otro acorde al trasfondo ecológico y contempla un inicio, un desarrollo y un término. No obstante, al interior de este macro patrón de interacción pueden darse micro patrones de interacción, como los ya mencionados anteriormente. Explicaremos con un ejemplo la delimitación de la configuración didáctica (CD), como macro unidad de análisis para identificar los HDS. Para ello utilizaremos la CD1, del episodio 1 (EP1) en la cual intervienen el ET, PM, grupo curso (GC). El estudiante que se identifica con la letra 'E' seguido del número de estudiante (E1). Cada CD está enumerada de manera correlativa para indicar la línea (L1, 2,.…)

Episodio 1 (EP1), configuración didáctica 1 (CD1) (Tiempo didáctico: inicio de clase)

1.- ET (...) A ver antes de empezar, ¿hasta cuánto saben hacer *rakin*? (contar)

2.- GC (...) ¡Hasta veinte!, ¡hasta el diez!, tía yo hasta el veinte.

3.- PM (...) A ver, la *papay* (madre, señora) dirige, ¡escuchen!

Los niños comienzan a contar a coro en mapuzugun y llegan hasta *kula*, tres, luego no se acuerdan.

4.- ET (...) Entonces, ahora juntos, *kiñe, epu,... mari* (los niños repiten a coro luego de la ET).

5.- ET (...) *Mari* es diez ¿ya?, no es el saludo, no es el *mari mari*, sólo una vez *mari,* una vez mari ¿significa?

6.- E1 (...) *kiñe*

7.- ET (...) ¡No! (un no largo), significa diez, un grupo de diez

8.- ET (...) Y dos veces *mari* ¿cuántos grupos de diez son?

9.- GC (...) Veinte (a coro)

10.- ET (...) Pero, ¿cuántos grupos de diez?

11.- E7 (...) ¡Dos!

12.- ET (...) Dos. Dos grupos de diez

13.- ET (...) Y *mari kiñe* ¿cuánto sería?

14.- GC (...) Diez, quince (algunos niños dicen cantidades al azar)

15.- ET (...) ¡No! (un no largo), *epu mari kiñe*

16.- GC (...) Quince (algunos estudiantes)

17.- ET (...) *Kiñe* ¿sería?

18.- E12 (...) ¡Uno!

19.- ET (...) ¡Bien!, uno y *¿epu mari kiñe*?

20.- E12 (...) veintiuno

21.- ET (...) *Epu mari kiñe*, un grupo de diez y otro grupo de diez, ¿hacemos? *kiñe mari ka kiñe mari*, hacemos, *epu mari*, y si le ponemos *kiñe* más seria, *epu mari kiñe*. ¡Muy bien!, *epu mari kiñe...*

22.- PM (...) ¡Bien E12!

23.- ET (...) A ver y si tenemos un grupo de *mari*. Acá tenemos *mari* y le ponemos un *kechu* más ¿tenemos?

24.- E7 (...) quince

25.- ET (...) ¡Muy bien!, quince, *mari kechu* ¡ya! Porque 5 deditos hacen *kechu*, ¿cierto?

26.- ET (...) Pero, tomen atención porque después cada uno pasaran al pizarrón. Miren acá,

27.- ET (...) Tenemos *kechu*, escuchen miren acá, *kechu* y más *kechu*, ¿serían?

28.- E7 (...) *Mari*

29.- ET (...) *Mari, y kechu* más ¿seria?

30.- E7 (...) *Mari kechu*

31.- ET (...) *Mai kechu*, ¡muy bien!, *feley*, así es

La educadora tradicional explica, luego, lo que se hará en clase.

> ET (...) Entonces eso tenemos que hacer hoy, matemática pero en *mapuzugun*, pregunten, no tengan miedo, porque es la primera vez que lo vamos a hacer y con la tía[30] que ha venido, veremos cómo hacemos matemática en *winkazugun y mapuzugun*.

La CD1 obedece a un proceso introductorio de la clase del día, indagación y activación de los conocimientos previos de los estudiantes sobre el sistema de numeración oral en mapuzugun. También se les plantea a los estudiantes los objetivos de la clase y se les incentiva a la participación sin temor a equivocarse en el proceso.

Podemos apreciar que al inicio de esta configuración didáctica se plantea una situación problema, como podemos leer en la línea '1'. Esto marca el inicio de una configuración, pues luego hay una serie de eventos que se desencadenan, en el desarrollo, y que, además, tienen que ver con la misma temática que aborda la configuración. Es decir,

[30] Tía y tío, es un término muy habitual que utilizan los niños, en Chile, para referirse a un adulto que le es cercano y con el cual mantiene algún vínculo afectivo o de respeto. En la escuela, lo utilizan para referirse al profesor y el resto del personal.

aun cuando al interior de esta configuración, en el desarrollo del diálogo, hay varias sub-configuraciones (líneas 5, 8, 10, 13, 17, 19, 23), todas ellas apuntan a la misma temática: indagación y activación del conocimiento previo sobre la secuencia numérica en mapuzugun y la traducción entre mapuzugun y español. Al final de la configuración hay una evaluación o valoración que cierra la temática abordada (línea 31), seguida de una aclaración sobre lo que se hará en clase, para luego abordar otra cuestión. Al interior de la configuración podemos encontrar varios actos de habla que indican un patrón de valoración o evaluación (líneas 7, 12, 15, 19, 21, 25, 31), sin embargo en la línea 31 hay un cierre de la temática y se da paso a una nueva cuestión, como es informar lo que se hará en la clase, los objetivos y motivar a los estudiantes, es decir, hay un cambio de tema.

En la CD1 observamos variados patrones de interacción: indagación, interrogación, rechazo, evaluación, aclaración, etcétera; que pueden ser interesantes de analizar en profundidad, sin embargo nuestro interés es observar los HDS al interior de cada configuración didáctica y que pueden o no suponer una progresión de aprendizaje, una dificultad o ventaja para el aprendizaje; los aspectos normativos; entre otros. El HDS en la aplicación final lo identificaremos como HDS-CD-AF, HDS, seguido por la CD y el número correlativo y AF, que significa 'aplicación final; un ejemplo identificado en esta CD1 es:

HDS-CD1-AF 'la mayoría de los estudiantes no tienen incorporado en su conocimiento previo la secuencia numérica en mapuzugun'.

Este HDS se puede apreciar cuando inician a coro la secuencia pero se detienen en *küla*, tres, luego, repiten lo que la ET va diciendo. También, frente a cada pregunta de la ET los estudiantes responden en español, hacia el final de la configuración hay dos estudiantes que logran asociar y traducir las palabras numéricas en mapuzugun a español y lo comunican. Eso indica que estos estudiantes están estableciendo conexiones entre dos idiomas y la expresión oral de las palabras numéricas, como también, están activando un conocimiento previo sobre la numeración oral en mapuzugun.

Finalmente, hemos definido 28 configuraciones didácticas, en algunas de ellas se presenta el patrón de tipo A y de tipo B definidos por Serrano (2002); sin embargo, ello es, absolutamente, necesario en nuestra clase de matemáticas intercultural, pues estamos intentado la articulación de la matemática escolar en un trasfondo ecológico específico, escuelas situadas en comunidades mapuche. Por tanto, la interdisciplinariedad es una acción necesaria para la articulación del conocimiento mapuche*, kimün*, y la matemática escolar. Agregamos a esto, que la contextualización de la situación o campo de problemas al nicho ecológico, comunidad mapuche, debe ser explicada junto a la traducción de mapuzugun y español. Por lo tanto, este patrón de tipo A, no matemático y de tipo B, matemático, es necesario que confluyan en esta clase. Por ejemplo en la CD2, en las líneas 7 a la 12, se da un diálogo sobre *wangülen* (estrella). En este diálogo el profesor genera un espacio para que los estudiantes conecten lo que están viendo en matemática con lo que han visto en el estudio de la lengua mapuzugun. Si bien es un patrón de interacción de tipo A, no matemático, es un patrón que da cuenta de las competencias del PM para conducir un aprendizaje matemático situado, en contexto mapuche. También, aun cuando el tema que aborda esta configuración no es un tema matemático, como lo plantea Voigt para el patrón temático, podemos argumentar que en el aprendizaje situado, como se muestra en la figura 5.1 sobre la dinámica de una configuración didáctica, todo el proceso se desarrolla en un trasfondo ecológico y no en otro. Entonces, para hacer cercano el problema matemático al estudiante e implicarlo afectivamente en su resolución se debe interactuar con el juego de lenguaje en que tienen lugar sus usos. Como también lo planteamos en nuestro modelo de articulación de conocimiento, ver la figura 3.1, capítulo 3.

> 7.- PM (...) Entonces, ¿*wangülen* qué significa?, ¿se acuerdan de la historia de *wangülen*?
> 8.- GC (...) ¡No! (se escucha un no largo)
> 9.- PM (...) ¡Pero lo hemos visto antes y lo vimos en varias clases¡
> 10.- GC (...) No, tío[31] (nuevamente un no largo)
> 11.- PM (...) Ya, entonces lo repasaremos, después hablaremos de la historia de *wangülen*, eso queda pendiente
> 12.- ET (...) ¿*Wangülen*?, ¡estrella! (Extracto de diálogo de la CD-2, Anexo 8)

Con estos ejemplos queremos mostrar algunos tipos de patrones que se pueden dar en una clase de matemáticas intercultural y no tiene por qué ser visto como una ruptura del contrato didáctico, ya que en aulas interculturales deben confluir distintos conocimientos, distintas lenguas y distintas disciplinas. Si bien, en el extracto de

[31] Tía y tío, es un término muy habitual que utilizan los niños, en Chile, para referirse a un adulto que le es cercano y con el cual mantiene algún vínculo afectivo o de respeto. En la escuela, lo utilizan para referirse al profesor y al resto del personal.

dialogo mostrado de la CD2 no se observa un HDS relacionado con la enseñanza de la matemática, pero, si es un HDS que tiene que ver con las distintas dimensiones de la configuración instruccional definida en el análisis a priori. Es decir:

HDS-CD2-AF

‘el PM pone en juego sus competencias en las distintas dimensiones o dominios de la configuración instruccional’

Podemos apreciar la puesta en juego de una serie de descriptores que representan lo que podríamos considerar una ‘buena clase de matemáticas situada’ en contexto mapuche. Profundizaremos en ello en el apartado ‘análisis instruccional’.

Para resumir, los patrones de interacción nos muestran una gran variedad de cuestiones que suceden en el aula en una clase determinada y son herramientas plausibles de utilización para la delimitación, en nuestro caso, de las configuraciones didácticas que suceden en un espacio tiempo determinado. Por otra parte, cuando observamos una clase de matemáticas debemos hacerlo como un conjunto de dimensiones que en ella confluyen, más aún cuando hablamos de aulas multiculturales y multilingües. Es decir, no podemos enfocarnos sólo en los aspectos matemáticos, pues ellos emergen de las prácticas en un juego de lenguaje específico. Por lo demás, la interrelación de las facetas epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica definidas por nuestro marco teórico de base EOS para el análisis didáctico, promueve mejores opciones de desarrollo integral, mayor equidad y mejores oportunidades de aprendizaje para los estudiantes, independiente de su origen y condición social.

3.2. ANÁLISIS A POSTERIORI

En un proceso de instrucción matemática, entendiendo por ‘instrucción matemática’ el proceso de enseñanza y aprendizaje organizado y dirigido sobre un tema específico, se produce una experiencia única de aula en la que intervienen distintas configuraciones y trayectorias didácticas que se interrelacionan entre sí. Cada configuración didáctica la podemos describir, en el marco del EOS, como una secuencia interactiva en la que tienen lugar las distintas trayectorias muestrales empíricas (Godino, Contreras, y Font, 2006). Empíricas, en tanto son las trayectorias que, efectivamente, ocurren en la implementación de un proceso de instrucción matemático. En el estudio 2, capítulo 4, hemos previsto tres configuraciones en un análisis a priori, cada una de ellas nos permitirá fijar la atención en la implementación del diseño didáctico y describir los

HDS. Sin embargo, para dicha descripción debemos tener muy en cuenta lo planteado por Godino, Contreras y Font (2006):

> "*Un proceso de instrucción tiene unas características no deterministas. Incluso aunque la planificación haya sido cuidadosa, siempre hay elementos aleatorios que producen cambios en cada una de las trayectorias anteriores, por la necesidad de adaptar la enseñanza planificada a las características y requerimientos de los alumnos*" (Godino, Contreras y Font, 2006, p.44).

Como ya lo hemos mencionamos, si bien observamos las trayectorias y los patrones de interacción, no describiremos su estado ni su frecuencia ni su rol; nos enfocaremos en los HDS que se pueden interpretar como una ventaja y/o dificultad para el aprendizaje de la matemática escolar. El análisis de las dificultades que pueden suponer los conflictos semióticos, al interior de un HDS, lo analizaremos en las facetas epistémico, instruccional y cognitivo-afectivo. La faceta cognitiva-afectiva la abordaremos en conjunto por la complejidad intrínseca que implica observar la cognición y las emociones de los sujetos. Exponemos algunos ejemplos de análisis epistémico en el trabajo final de los estudiantes en la AF (aplicación final). Entonces, en el siguiente apartado describiremos algunos HDS que tienen relación con las configuración epistémica; instruccional y cognitivo-afectivo previstas en el análisis a priori, capítulo 4.

3.2.1. Análisis epistémico

El análisis epistémico describe los significados institucionales implementados, atribuidos al objeto matemático en estudio, en términos de sistemas de prácticas operativas y discursivas, que se ponen en juego o emergen en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Los sistemas de prácticas ponen en relación seis componentes como entidades primarias: lenguajes, situaciones problemas, conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentaciones. En el análisis a priori hemos previsto una configuración epistémica que da cuenta del significado de referencia situado (S_RES) pretendido con el diseño didáctico planificado.

Al presentar la diapositiva 2 con la pregunta ¿Cuántas estrellas hay?, se esperaban una serie de acontecimientos como se muestra en la trama de objetos y procesos de la figura 4.5 del capítulo 4, análisis a priori. Sin embargo lo sucedido en la clase modificó completamente la configuración epistémica prevista. En el proceso se desplegaron dos configuraciones didácticas, 2 y 3, en las cuales sucedieron situaciones que demuestran que el proceso de instrucción matemático es un proceso estocástico, no determinista.

Podemos acercarnos a lo que queremos y esperamos que suceda, en un análisis a priori, pero puede que no suceda como se ha previsto en una planeación de la enseñanza, pues los objetos emergentes del proceso van a depender de una multiplicidad de factores, relacionados o no, que es imposible predecir y controlar con exactitud de manera a priori. Por tanto, es inevitable la emergencia de conflictos semióticos de tipo epistémicos, instruccional y cognitivo-afectivo, más aún cuando la dimensión normativa del sistema educativo no promueve la 'preparación de una buena clase', preparación y no planeación. Preparar la clase es diferente a planificar un diseño didáctico, es decir, la planificación didáctica se hace sobre los significados institucionales y las distintas transposiciones didácticas que ha sufrido un 'saber matemático' para llegar al aula y ser enseñado a los estudiantes, cualquier estudiante sin importar sus singularidades. Nos referimos, a que la planificación se hace apoyada en el currículo, programas de estudio por nivel, libros de textos, recursos didácticos en la web. En cambio preparar una clase, es lo que hace cada profesor en solitario, tal vez en su hogar, para enseñar un contenido: preparar el material (guías o fichas de trabajo; material concreto, etcétera), la evaluación, la presentación del contenido (Pizarra y plumón, power point, pizarra interactiva, etcétera) y lo más importante, se prepara para un grupo de estudiantes determinado y no para otro. Preparar buenas clases es lo que se persigue con el enfoque japonés, el jyugyo-kenkyu o estudio de clases (Mena, 2009). Esta metodología no sólo permite planificar una unidad didáctica, sino también permite a un grupo de profesionales preparar las clases correspondientes para una unidad didáctica determinada, preparar los recursos (materiales, humanos y otros), prever los acontecimientos y posibles formas de abordar esos emergentes entre otras cuestiones. Toma relevancia en el estudio de clase, el conocimiento de los profesores sobre los estudiantes en todos sus aspectos: sociales, cognitivos y culturales. En nuestro caso, no es lo que sucedió, pues en el grupo de trabajo se planeó el diseño didáctico, recogiendo los aportes de distintos actores, pero no se preparó la clase de manera sistemática, no se hizo un guión, no se establecieron las devoluciones, el contrato didáctico, etcétera. Esto se debe, a que el escenario es un escenario de investigación de corto plazo y es una primera exploración sobre lo que podría suceder al incorporar el contexto y la lengua mapuzugun en la clase de matemáticas. Por lo demás, la dimensión normativa del 'Sistema Educativo en Chile' y la comuna en que se trabajó, no contemplan horas profesionales para preparar 'buenas clases', por lo que fue imposible trabajar todas las sesiones con los mismos actores e incorporar a profesores de matemáticas. Además, el trabajo del grupo se realizó en horario fuera de su jornada laboral, por tanto era, absolutamente, voluntario.

Se esperaba que los estudiantes tuvieran, como conocimiento previo, la secuencia numérica en mapuzugun, situación que no se observó con excepción de cuatro estudiantes que demostraron contar la colección de estrellas y dar una respuesta correcta. La mayoría contó hasta kechu, cinco, y luego debió repetir el conteo que realizó la ET como se muestra en el siguiente extracto de diálogo de la CD2, la que incluye el número de línea (transcripción).

13.- PM (...) Entonces respondamos, ¿cuántas estrellas hay?

14.- E19 (...) ¿Pero contando en *mapuzugun*?

15.- ET (...) *May* (si), mejor todavía

16.- GC (...) *kiñe, epu, küla, meli, kechu, aylla* (...)

17.- PM (...) Esperen, alto, a ver que viene después de *kechu*, pero todos juntos.

18.- PM (...) Los niños no se saben la secuencia numérica en *mapuzugun*

19.- E7 (...) ¡*Mari kayu*! (Grita la respuesta)

20.- ET (...) *Kechu, kayu, reqle, pura, aylla, mari, mari kiñe, mari epu, mari kula, mari meli, mari kechu, mari kayu*

21.- GC (...) *kechu, kayu, reqle, pura, aylla, mari, mari kiñe, mari epu, mari küla, mari meli, mari kechu, mari kayu*

22.- ET (...) ¿Quién dijo *mari kayu*?

23.- E7 (...) ¡Yo dije *mari kayu*!, dieciséis

24.- ET (...) E7 muy bien.

Entonces el HDS1-CE-5AF-CD2 (hecho didáctico significativo 1, configuración epistémica, capítulo 5 aplicación final y configuración didáctica 2) se presenta cuando:

> 'los estudiantes demuestran no conocer la secuencia numérica en mapuzugun o dicho de otro modo, no demuestran tener como conocimiento previo del conteo transitivo en mapuzugun'.

El conflicto semiótico epistémico se aprecia en:

'el desajuste en los significados de tipo empirista y escolar, en el estado lingüístico de la trayectoria epistémica'.

En tanto, los estudiantes, de origen mapuche, escuchan y utilizan a diario en sus hogares las palabras numéricas en mapuzugun, sin embargo nunca lo habían utilizado en la escuela. Al parecer, no tienen el conocimiento suficiente de su lengua materna como para comprender lo que se plantea en mapuzugun. Los estudiantes no hacen una conexión inmediata entre el uso en la vida real y el uso en un contexto escolar; esto nos indica que para incorporar el mapuzugun en la clase de matemáticas debemos realizar un trabajo sistemático desde el inicio de la vida escolar y con situaciones o problemas reales para el estudiante, no podemos escolarizar la matemática mapuche.

No obstante, este mismo conflicto semiótico epistémico propicia la emergencia del objeto 'secuencia numérica en mapuzugun' como un emergente de las prácticas de esta comunidad. Entonces, no permite procurar para una siguiente clase, incorporar este objeto matemático, de manera sistemática, en el aprendizaje situado.

Otro conflicto epistémico que se da en el estado lingüístico de la trayectoria epistémica, se muestra en el siguiente extracto de la CD2 del episodio 1.

1.- PM (...) Primero hay que leer la diapositiva en *mapuzugun* y luego hacemos la traducción. ¿Qué dice acá niños? (indica la pregunta en la diapositiva 2)

2.- GP (...) ¿*Tunten wangülen müley*?

3.- PM (...) ¡Qué bien!, mire cómo están leyendo *mapuzugun*

4.- ET (...) ¿Qué dice en *winkazugun*? (silencio, no hay respuesta de los estudiantes)

5.- ET (...) ¿Cuántas estrellas hay?

6.- E9 (...) Yo ya sabía que era una pregunta porque tiene el signo de interrogación

7.- PM (...) Entonces, ¿*wangülen* qué significa?, ¿se acuerdan de la historia de *wangülen*?

8.- GC (...) ¡No! (se escucha un no largo)

9.- PM (...) ¡Pero lo hemos visto antes y lo vimos en varias clases¡

10.- GC (...) No, tío (nuevamente un no largo)

11.- PM (...) Ya, entonces lo repasaremos, después hablaremos de la historia de *wangülen*, eso queda pendiente

12.- ET (...) ¿*Wangülen*?, ¡estrella!

Los diálogos presentados muestran claramente que los estudiantes aun no son bilingües mapuzugun – español, en tanto ser bilingüe implica 'pensar en otro idioma'. Podríamos decir, que se encuentran en proceso de aprendizaje formal de ambas lenguas. Son muchas cuestiones que confluyen en una tarea bilingüe en matemática y por ello, no es raro que se presenten conflictos semióticos relativos al lenguaje, conceptos, proposiciones y argumentos entre los significados institucionales atribuidos a las palabras numéricas con significado matemático, en dos comunidades de prácticas que co-existen en las aulas situadas en contexto mapuche. El PM solicita a los estudiantes que traduzcan *¿tunten wangülen müley*?, pero nos hay respuestas de los estudiantes. Los estudiantes leen, literalmente, la frase; sin embargo, no comprenden el significado de la expresión y menos su traducción al español.

Entonces el HDS2-CE-5AF-CD2 es:

> 'la mayoría de los estudiantes aun no es bilingüe, por tanto, no comprenden lo que se les pregunta en mapuzugun'

El conflicto semiótico se presenta por la función semiótica de asignar significados a las palabras en mapuzugun y español, que propician la emergencia de los objetos matemáticos, por ejemplo, *¿tunten wangülen müley*?, ¿cuántas estrellas hay?

Entonces el conflicto se origina al cambiar la lengua en el enunciado de los problemas, una lengua que también se están aprendiendo en este nivel. No obstante, propicia la emergencia de otros objetos, en los cuales los estudiantes se apoyan para enfrentar el problema. En este caso está el lenguaje pictórico y los signos de interrogación, que indican que algo se pregunta sobre esa imagen. El estudiante E9 lo verbaliza diciendo 'Yo ya sabía que era una pregunta porque tiene el signo de interrogación' [E9-L6-CD2-Ep1-AF], entonces, se propicia que emerjan estrategias, razonamiento, entre otras.

Luego, en la CD3 del mismo episodio 1, se busca las distintas formas de representación del cardinal del conjunto de estrellas. Se pide al estudiante E7 que pase adelante a representar en el ábaco magnético *mari kayu* y lo hace correctamente como vemos en la figura 5.5.

E7 trabajando en el ábaco magnético. Ubica una estrella en las decenas y seis estrellas en las unidades.

Figura 5.5. Representación en ábaco magnético en el momento de puesta en común en la AF.

Interesante lo que se produjo en el diálogo de la CD3-EP1, pues luego que este estudiante representara correctamente *mari kayu* (16), colocando una estrella magnética en las decenas y seis estrellas magnéticas en las unidades; el PM aprovecha la oportunidad para propiciar un debate y justificación de las opiniones, entonces propone otro ejemplo. Luego de contar hasta ocho en mapuzugun, pide a otro estudiante que pase al ábaco magnético a representar *püra wangülen*. La E19 lo hace correctamente, ubicando 8 estrellas magnéticas en el ábaco. El PM, nuevamente propicia la argumentación de los estudiantes (ver anexo 8) diciendo en la línea (L) 12 de la CD3 del EP1 en la aplicación final (AF): ¿Por qué, quién me explica? [PM-L12-CD3-EP1-AF]. Otorga la palabra al E4 y éste explica: (…) 'Porque ahí no hay ninguna decena, solo hay unidades por eso pone 8 unidades y se sabe que van en las unidades'(…) [E4-L13-CD3-EP1-AF]

En esta interacción podemos apreciar el HDS3-CE-5AF-CD3 en el que emerge una ventaja de aprendizaje, que favorece que el estudiante establezca funciones semióticas. El E4 expresa su significado matemático personal de las unidades de primer y segundo orden y además, establece conexiones con los significados institucionales establecidos en esa comunidad de prácticas, aula intercultural en contexto mapuche. Se aprecian en estas conexiones las funciones semiótica que establece el E4 sobre el objeto en estudio, cuando relaciona: *püra* con ocho y su expresión simbólica 8; luego establece conexiones con el valor posicional de primer y segundo orden; prosigue con la conexión que hace entre el 'número', como cardinal de un conjunto y su representación en un ábaco.

En el extracto de la CD7 del EP3, incluido a continuación, podemos apreciar como otros soportes en el lenguaje de instrucción (oral, escrito, gestual, gráfico, etc.) pueden ayudar a la comprensión cuando no se maneja el lenguaje en que se plantea el campo de problemas.

4.- ET (...) (Inicia nuevamente) La Yanara le dice al *Nahuel, Nahuel Trapümiyu tayu wangülen. Fewla ¿doy alü nieyu ka mi doy pichi nieyu wangülen tunten rakin mu?,* le dice: Nahuel si juntamos nuestras estrellas, ¡escuchen! Si juntamos nuestras estrellas, tenemos más que antes o menos que antes?

5.- GC (...) ¡Si! (un si largo), más (un más largo)

6.- ET (...) ¿Si?, ¿por qué?

7.- E6 (...) Tía yo ya sé cuántas son

8.- E1 (...) Porque hay nueve

9.- E9 (...) Es veintisiete tía

10.- E6 (...) Tía son veintisiete

11.- I (...) El compañero de atrás está pidiendo la palabra

12.- PM (...) Levanten la mano para responder, ¡ya!, E10 va a hablar, ¿por qué?

13.- E10 (...) Porque hay tres veces nueve

14.- PM; ET (…) ¡muy bien!

El HDS4-CE-5AF-CD7

‘el estudiante asigna significado a lo que escucha y observa y los conecta con sus conocimientos previos’

Aun cuando hay un conflicto semiótico relativo a la expresión, verbal en mapuzugun y español, y el contenido, diferencia entre conjuntos, en relación disparidad de significados en lengua mapuzugun y español, esta disparidad institucional generó en el estudiante la puesta en juego de funciones semióticas para resolver, comunicar y argumentar su solución. En tanto, primero establece el cardinal del nuevo conjunto de estrellas a partir de la disposición del conjunto, tres filas de nueve estrellas. Prosigue con la comparación de conjuntos, es decir, compara el conjunto 16 estrellas y el conjunto 27 estrellas, determinando el mayor que. Cuando se le pregunta ¿Por qué en el nuevo conjunto de estrellas hay más estrellas?, el estudiante argumenta su proposición de que hay más estrellas, diciendo:

(…) ‘porque hay tres veces nueve’ (…) [E10-L13_CD7-EP3-AF]

Más en concreto, el estudiante comprende la multiplicación o suma iterada; realiza cálculo mental; compara los cardinales de los conjuntos; comprende el mayor y menor que; hace un proposición y la argumenta. Este HDS pone en evidencia otra ventaja de la diversidad lingüística en el aula y que favorece el aprendizaje, en tanto se ponen en juego significados personales e institucionales acoplados idóneamente. No obstante, en la CD siguiente se pregunta ¿cuánto será tres veces nueve?, en mapuzugun, a lo que el E10 no responde. Es importante, porque acá el lenguaje como objeto primario y significante, nos indica un conflicto semiótico de tipo institucional, en tanto las prácticas discursivas en la cultura escolar son distintas a la cultura mapuche. No obstante, y como bien lo señala Moschkovich (2015), los objetos matemáticos emergen a partir de diversas formas de comunicación no sólo del texto oral y escrito, sino múltiples modos de representación y registros (lenguaje matemático, lengua de origen del estudiante, lenguaje matemático extraescolar, registro simbólico, icónico, etcétera), lo que facilita la comprensión de la situación problema, enfrentarla, resolverla y comunicar sus resultados argumentado sus proposiciones.

En el desarrollo del trabajo individual se presentaron algunos HDS; exponemos algunos para ejemplificar el análisis. El resumen de algunos HDS se puede ver en el anexo 9. La tabla 5.2, muestra algunos HDS en el estado de representación de la trayectoria didáctica. La representación de la palabra numérica en *mapuzugun* se debía hacer en la tabla de posición pictórica y en el ábaco pictórico. Si bien, en los anexos podrán visualizar que muchos estudiantes lo logran, hay que señalar que esto no se debe a una comprensión de la representación en estos artefactos pictóricos, sino más bien a una mecanización de esta representación. Con esto quiero decir, que a partir de un ejemplo, los estudiantes lo mecanizan sin reflexión como apreciaremos en algunas respuestas.

El PM pregunta a la investigadora si puede escribir el número simbólico en la ficha a los niños, porque la mayoría no conocen la numeración en mapuzugun. Se les orienta diciendo que es una decisión que ellos como profesores y conocedores de sus estudiantes deben decidir. El enunciado solicita un modo de expresión, tabular-simbólico, que se presenta en otro registro, verbal. Es decir, el estudiante debe comprender el número que se le expresa en palabras, mapuzugun, y representarlo en la tabla de manera simbólica con la posición de sus dígitos de acuerdo al valor de posición. Entonces la trama de funciones semióticas que debe poner en juego el estudiante es compleja. Debe codificar y decodificar en una lengua; hacer la comparación con otra lengua; traducir a un tercer lenguaje, simbólico matemático, identificar unidades de primer y segundo orden y finalmente representar en dos artefactos pictóricos.

Tabla 5.2. HDS en trabajo individual de los estudiantes en ficha 1 AF

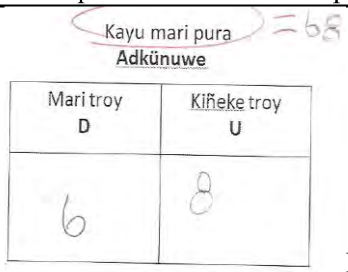
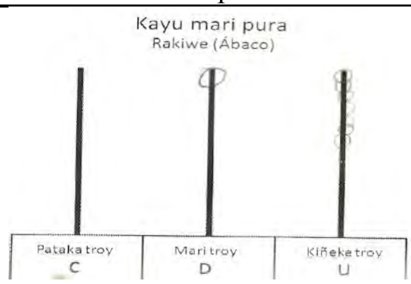
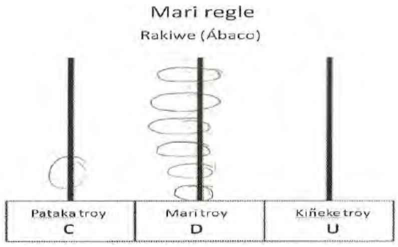
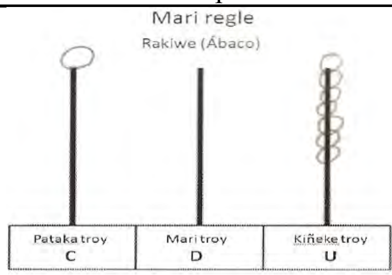
Representación tabla de posición	Representación ábaco
 E19	 E19
 E16	 E16

Tabla 5.2. HDS en trabajo individual de los estudiantes en ficha 1 AF

Representación tabla de posición	Representación ábaco
 E8	 E8

Se inicia el trabajo individual, pero con muchas dudas. Todos llaman al PM para que les explique personalmente, es imposible que pueda hacerlo. Entonces la ET también ayuda a monitorear y responder a las preguntas de los estudiantes. Los niños comentan que es difícil porque no pueden entender el número que se les presenta en mapuzugun ni traducirlo al español. Hay algunos estudiantes más aventajados que logran avanzar sin problema, sólo piden que le traduzcan al español (Nota de campo).

Podemos resumir estos HDS que suponen una dificultad de aprendizaje en términos de funciones semióticas que el estudiante establece sobre los objetos.

HDS5-CE-5AF-TI[32]

> 'los estudiantes no descifran los signos lingüísticos para interpretar la cantidad en lenguaje mapuzugun e interpretarlo en lenguaje simbólico y representarlo en artefacto pictórico'

El conflicto semiótico que podemos inferir a partir de las respuestas de los estudiantes es que no comprenden la expresión en mapuzugun, lo que implica que no pueden hacer la conexión con lo que han aprendido en español y en muchos casos se debió ayudar al estudiante con el número simbólico a un lado (E19 en tabla 5.2). Al darle esa indicación pareciera que se supera el conflicto semiótico. Es decir, la E19 ya puede conectar la representación 15, con las reglas de representación de unidades de primer y segundo orden. En otros casos en que no se registró el número en lenguaje matemático, la representación es incorrecta. No obstante, no podemos afirmar que sólo se deba a la significación de las palabras numéricas en mapuzugun, pues el mismo E19 muestra que su representación en el ábaco del número dado en mapuzugun, representado correctamente en la tabla posicional, es errónea. Podemos inferir que el conflicto semiótico identificado, se debe a que el estudiante no conecta la expresión simbólica

---

[32] HDS5-CE-5AF-TI: HDS5, hecho didáctico significativo 5: CE, configuración epistémica; 5AF, capítulo 5 aplicación final; TI, trabajo individual.

matemática de una cantidad con las reglas de representación de unidades de primer y segundo orden del sistema decimal posicional.

Otro conflicto semiótico que se aprecia y que conduce a cometer errores en la representación, es la significación que los estudiantes asignan a los signos ‘U, D, C’, ubicados en el ábaco pictórico. Estamos frente a otro conflicto de tipo expresión, U, D, C y el contenido, primer orden, segundo orde, tercer orden en el sistema posicional; y que puede tener más una explicación en una visión espejo, es decir la representación del estudiante E16 podría tener un significado de la representación de unidades en primer lugar de izquierda a derecha. Al igual que el estudiante E8, no comprende el significado de unidades ‘U’ y decenas ‘D’. Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy (2011), plantean un conflicto de este tipo, en tanto cuando se tiene un grupo de diez, forma una decena y se registra 1 en la decena o se dibuja un elemento en el ábaco en la barra de la decena ‘D’; el resto que no alcanza diez se llamará unidades y se registra la cantidad de unidades en la barra de las unidades o en la tabla en la parte de la derecha.

Para continuar nuestro análisis epistémico mostramos las respuestas de algunos estudiantes a una tarea en que debían: leer y comprender la tarea; contar la colección de objetos representados pictóricamente y escribir el resultado de los recuentos de 4 formas diferentes: lenguaje verbal en mapuzugun, lenguaje simbólico matemático, representados unidades ‘U’ y decenas ‘D’ en la tabla posicional, y representando la cantidad de unidades y decenas en el ábaco pictórico Ver tabla 5.3.

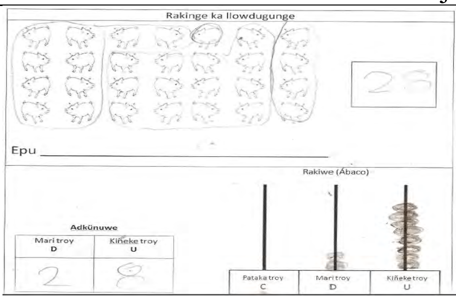
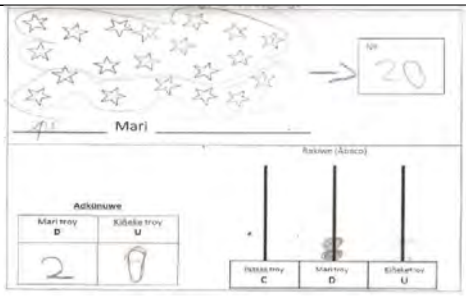
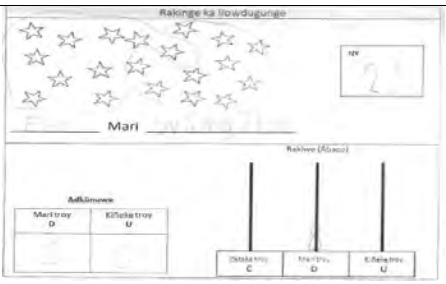
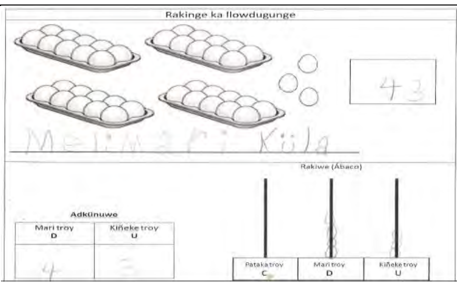
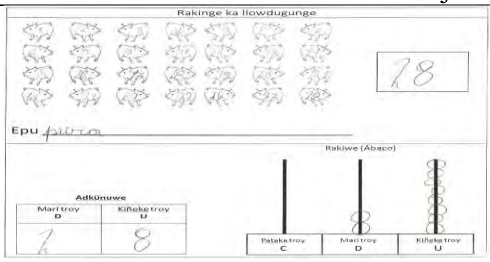
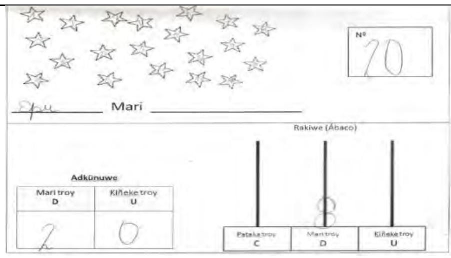
<table>
<tr><th colspan="2">Tabla 5.3. HDS en trabajo individual de los estudiantes en ficha 2 AF</th></tr>
<tr><td> E1</td><td> E1</td></tr>
<tr><td> E13</td><td> E13</td></tr>
</table>

Tabla 5.3. HDS en trabajo individual de los estudiantes en ficha 2 AF	
 E2	 E2

Identificamos primero algunas cuestiones en la resolución de los estudiantes: el estudiante E1 cuenta y representa correctamente la cantidad de cerdos y estrellas, pero no escribe el cardinal en mapuzugun, como también no agrupa de diez elementos. Los estudiantes E2 y E13, hacen todo correctamente y además, escriben mapuzugun.

Hay que señalar que esta ficha 2 de trabajo la respondieron muy pocos estudiantes como se puede apreciar en el anexo 10, al igual que la ficha 3 en el anexo 10. Los estudiantes que respondieron, son los estudiantes, que en Chile, se les reconoce como aventajados, en tanto captan ideas rápidamente. Sin embargo, ellos demandaron la traducción de la palabra numérica al español y la ficha 2 la resolvieron a partir del conteo de la colección. Luego de establecer el cardinal del conjunto en lenguaje simbólico matemático, procedieron a la representación, dejando al final la escritura en mapuzugun. Es decir, resuelven manipulando signos matemáticos y aplican sus reglas, entendiendo el significado. No obstante, para estos estudiantes la escritura del cardinal en mapuzugun la asumen como un desafío, como en el siguiente diálogo:

CD23; E7

7.- E7 (...) ¿Cómo se dice cuarenta en *mapuzugun*?

8.- ET (...) *Meli mari*

9.- E7 (...) *Meli mari* (escribe en su hoja *meli mari* correctamente)

Esta interacción demuestra que el estudiante E7, primero resuelve todas las tareas de la ficha a partir del conteo de la colección y al final se dedica a escribir en mapuzugun el cardinal. Es importante señalar que este estudiante tenía las habilidades de lectura y escritura desarrolladas para este nivel educativo, incluyendo mapuzugun. Varios de los que respondieron todo el trabajo, poseen estas características.

Ahora describimos algunos conflictos semióticos, que se dieron en el proceso de monitoreo y que merecen una interpretación.

Un HDS identificado se produce en la interacción dialógica entre el estudiante E4 y la investigadora (I), durante el monitoreo del trabajo individual de los estudiantes.

HDS6-CE-5AF- II[33]-CD18

‘El estudiante E4 no comprende la estructura de las palabras numéricas en mapuzugun ni en español, no tiene el conocimiento previo de que veintitrés es 2(10) +3, al igual que *epu mari küla* es 2(10)+ 3’

CD-18

1.- E4 (...) ¿Aquí hay que hacer algo? (indica el ábaco). Está muy difícil, ¿aquí no entiendo?

2.- E4 (...) ¡No entiendo!

3.- I (...) ¿qué te dice *mari kechu*?

4.- E4 (...) El uno y el cinco, pero ¡no! (un no largo) este de abajo (indica *epu mari küla*)

5.- I (...) Lo mismo, pero ahora dice *epu mari kula*

6.- E4 (...) ¿*Epu mari kúla*? (pone cara de interrogación y luego de pensar)

7.- I (...) Si, *epu mari kula*

8.- E4 (...) Pero entonces ¿son tres números? (no captan la estructura de las palabras numéricas en *mapuzugun*)

9.- I (...) Si, hay tres números en la escritura, pero indican una cifra de dos números. Primero *epu mari*, ¿cuánto es *epu mari*?

10.- E4 (...) ¿*Epu mari*?, ¿veintiuno?

11.- I (...) *Epu mari*, dos de diez.

12.- E4 (...) *Mari, mari, epu, kula. ¡Mari epu kula*!. ¡ah!, no sé. ¡Doscientos!, ¡ah!, no sé.

13.- I (...) Cien es *pataka,* si fuera doscientos diríamos *epu pataka* (E4 hace gesto con su cara de interrogación), pero dice *epu mari*. En la pizarra hay *epu mari reqle*, veintisiete.

14.- E4 (...) *Epu mari küla*

15.- I (...) Si, ahora es *epu mari kula*, ¿a qué número corresponde?

16.- E4 (...) ¡Mm! (un “m” largo y no contesta)

La investigadora hace un alto para recordar la estructura de los números mapuche. ¿Cuánto es *epu mari küla*?

En este espacio, se recuerda a todo el grupo curso qué significa que una palabra numérica se ubique antes de *mari* y después de *mari*. Luego de ello, el E4, prosigue con

[33] II: Interacción Individual.

su tarea y en la CD20 se aprecia que ahora sólo pregunta ¿a qué número se refiere *kayu*? Es decir, al parecer comprendió la estructura de la numeración en mapuzugun.

CD20

1.- E4 (...) Ahora la de abajo tengo un problema

2.- I (...) ¿*Kayu* qué número es?

3.- E4 (...) Seis

4.- I (...) Entonces, ¿*kayu mari* cuánto es?, si *epu mari kula* es veintitrés. Ahora escucha: *kiñe mari* es diez, *epu mari* es veinte, *kula mari* treinta,...., entonces ¿*kayu mari* es?

5.- E4 (...) ¡No!, pero *kayu mari pura*, ¿qué significa pura?

6.- I (...) Ok. Pura es ocho, entonces, ¿*kayu mari* ocho es?

7.- E4 (...) Entonces es ¿sesenta y ocho?

8.- I (...) ¡Muy bien!, sesenta y ocho

Entonces, un primer conflicto semiótico sigue siendo el de expresión en mapuzugun y el contenido matemático de la expresión, pero no solo con las palabras numéricas en mapuzugun, al parecer tampoco comprenden la expresión ve-inti-tres, como 2(10) + 3. Entonces, cuando se le presenta *epu mari küla*, piensa que son tres números sin relación de los no-ostensivos que están ahí, que sería un segundo conflicto semiótico, ostensivo – no-ostensivo. La diferencia es que el veintitrés, es una sola palabra, entonces, menos se visualizan los no-ostensivos y la asocian a un nuevo número del sistema de numeración, no comprenden que ese número veintitrés debiera leerse como dos diez tres, como es en la cultura mapuche. No obstante, es un estudiante reflexivo, pues genera cuestionamientos y debate. Luego, muy atento a la explicación que se dio al grupo curso, él avanza y demuestra su comprensión de la estructura e interpretación aritmética de las palabras numéricas en mapuzugun. Los ostensivos en las palabras numéricas en mapuzugun, son los nombres de los números de 1 a 9 y el 10, 100 y 1000; los no-ostensivos son la adición y la multiplicación, que une las palabras numéricas para formar una cantidad en mapuzugun, en tanto su ubicación en torno a la potencia de 10 indica suma o multiplicación.

Este hecho didáctico muestra la numeración en mapuzugun como una dificultad y una ventaja, en este caso particular. Esto indica que hay que seguir indagando al respecto, pues el estudiante entendió rápidamente esta estructura. Hay que señalar, que no se explicó la estructura de las palabras numéricas en español. En tanto es compleja e irregular.

3.2.2. Análisis instruccional

La trayectoria instruccional describe lo que efectivamente ha sucedido en el aula entre docente y discente. En esta trayectoria, nuestro foco es el rol de los profesionales encargados de orquestar una buena clase de matemáticas, como constructores y gestores del medio en el que el alumno interactúa para construir el conocimiento matemático (Godino, Contreras, y Font, 2006). El análisis lo haremos puntualizando dos cuestiones: primero, los conflictos de tipo instruccional presentes en los HDS identificados en los diálogos en cada configuración didáctica; segundo los HDS que suponen una ventaja para el aprendizaje de la matemática con pertinencia cultural o situada.

Sintetizaremos el análisis hacia el final de este apartado, pero partiremos analizando un HDS que supone un conflicto instruccional, que interpretaremos a la luz de los descriptores definidos en el análisis a priori en la configuración instruccional. Utilizaremos el episodio 1 (inicio de la clase), con la primera tarea que se presenta a los estudiantes en la diapositiva 2 para activar los conocimientos previos de los estudiantes en español y mapuzugun. La cuestión planteada es ¿cuántas estrellas hay?, sobre ello se genera en la CD-2 un diálogo desde las L16-27 como vemos en el extracto a continuación:

16.- GC (...) *kiñe, epu, küla, meli, kechu, aylla* (...)

17.- PM (...) Esperen, alto, a ver que viene después de *kechu*, pero todos juntos.

18.- PM (...) Los niños no se saben la secuencia numérica en *mapuzugun*

19.- E7 (...) ¡*Mari kayu*! (Grita la respuesta)

20.- ET (...) *Kechu, kayu, reqle, pura, aylla, mari, mari kiñe, mari epu, mari kula, mari meli, mari kechu, mari kayu* (toma la responsabilidad de contar en voz alta y luego el grupo repite)

21.- GC (...) *kechu, kayu, reqle, pura, aylla, mari, mari kiñe, mari epu, mari küla, mari meli, mari kechu, mari kayu*

22.- ET (...) ¿Quién dijo mari *kayu*?

23.- E7 (...) ¡Yo dije mari kayu!, dieciséis

24.- ET (...) E7 muy bien

25.- PM (...) En *winkazugun* ¿cuánto es *mari kayu*?

26.- E7 (...) ¡dieciséis!

27.- ET (...) ¡Muy bien!

Como podemos observar, la ET lleva la voz al contar la colección de estrellas y los estudiantes repiten a coro, esto significa que la que realiza la acción del recuento es la

ET. Esto no estaba planificado, pero son algunas de las cuestiones emergentes que no se pueden prever a priori. Mientras los niños repetían a coro un recuento intransitivo, una voz fuerte de un niño se hizo notar al gritar la respuesta (línea 19). El PM se acerca a la investigadora y comenta que los estudiantes no conocen la secuencia numérica en mapuzugun (línea 18).

El HDS7-CI-5AF-CD2

‘cambio de rol del ET de docente a discente’

En este HDS hubo un niño que sabía contar en mapuzugun y tal vez había otro, eso no lo podemos saber pues era el inicio de la clase y los profesores a cargo decidieron romper el contrato didáctico y resolver el problema planteado. Podría haber sucedido que permitieran que el estudiante E7 argumentara cómo sabía él que era *mari kayu*, dieciséis, y la configuración habría seguido su dirección de acuerdo a lo planeado.

Los profesores ignoran la respuesta del E7 y prosiguen con el conteo, uno a uno, de manera grupal propiciado por la ET, entonces no se pudo detectar qué procedimientos utilizan los estudiantes para contar una colección en mapuzugun o español, si hacen una traducción entre lenguajes (español-mapuzugun), qué conceptos se pusieron en juego al dar una respuesta y qué argumentos daban los estudiantes para justificar sus proposiciones. Nada de ello hubo en la configuración didáctica 2, pues luego de terminar el conteo grupal, la ET pregunta quién había dado la respuesta correcta y el estudiante E7 dice “yo” y luego se le pregunta cuánto es *mari kayu en winkazugun*, español, y nuevamente el E7 dice dieciséis (líneas 22 a la 27). Acá no se propicia ninguna profundización ni análisis, sólo se evalúa la respuesta del E7 y se cierra la configuración por parte de los profesores.

Antes de describir los conflictos de tipo instruccional, es necesario establecer algunas cuestiones. En este estudio asumimos un conflicto instruccional, como un indicador de idoneidad didáctica en las tres dimensiones o dominios establecidos en el análisis a priori: epistémica-ecológica; afectiva-cognitiva; interaccional-mediacional. Para identificar estas dimensiones en el análisis a posteriori nombramos conflicto instruccional (CI): conflicto instruccional epistémico-ecológico, como CIEE; conflicto instruccional de tipo cognitivo-afectivo, como CICA; conflicto instruccional de tipo interaccional-mediacional, como CIIM. Seguido del tipo de conflicto, mencionaremos qué descriptores están ausentes o presentes en el HDS, lo que supone el tipo de conflicto identificado. Ahora bien, en un HDS pueden presentarse más de un conflicto, es decir, siendo un CIEE, a la vez puede ser un CICA. Dicho de otro modo, en un HDS cualquiera, pueden presentarse un conflicto instruccional (CI) en cualquiera de las tres dimensiones EE, CA, IM. Cabe recordar, que nuestros descriptores en el capítulo 4, en cada dimensión, están numerados; por tanto, al identificar el CI y su tipo, agregaremos el número de descriptor ausente o presente, según se trate de un dificultad que los lleva a cometer un error, como si trata de una ventaja que lo lleva a potenciar el aprendizaje.

De acuerdo a nuestros descriptores en el HDS7-CI-5AF-CD2 podemos identificar los siguientes conflictos:

- En las líneas 17 y 18 se presenta un CIEE-19, pues el profesor detecta una dificultad y no se detiene a profundizar, al contrario endosa la responsabilidad al grupo curso. También hay un CICA-10, pues justifica el no conocimiento de los estudiantes y no saca partido al error o falta de conocimientos para provocar aprendizaje de la secuencia numérica en mapuzugun de manera transitiva. Luego con estos conflictos, se afianza la nueva norma sociomatemática de repetir a coro lo que la ET va contando (líneas 20, 21).
- Podemos decir que hay CIIM-3, ya que es el la dupla PM y ET quienes rompen el contrato didáctico y no lo restablecen;
- Hay un CIIM-21, ya que no utilizan el material concreto que tienen a disposición o la pizarra para reforzar y recordar un conteo transitivo en mapuzugun.
- En la línea 19 hay una respuesta de un estudiante; sin embargo los profesores prosiguen la clase y no sacan provecho del HDS, estamos entonces frente a CIEE-17, ya que en vez de promover la argumentación en este estudiante la coartan sin darle espacio para aprovechar su aporte. Lo mismo sucede con las líneas 22 a la 27, hay un HDS que supone un CIEE-8, en tanto no promueve el diálogo para valorar el conocimiento etnomatemático; un CIEE-9, en tanto no procuran la articulación de las palabras numéricas en mapuzugun y español y el CIEE-17, que ya se explicó.

Sin ser exhaustivos y apoyados en nuestro análisis a priori, hemos identificado algunos HDS que pueden suponer un conflicto instruccional, sea epistémico-ecológico, cognitivo-afectivo o interaccional-mediacional, para la mayoría de los estudiantes, ver anexo 9. Muchos de ellos tienen que ver con la práctica habitual de los profesores en clase, en cuanto a la gestión de aula, pues la mayoría prefiere clases muy controladas, sin mucha interacción participativa de los estudiantes. En un contexto específico, por ejemplo, cuando en el aula hay visitas externas o cuando se encuentran los profesores en proceso de evaluación docente, el contrato didáctico cambia. Aun así, el estudio de Martinic, Vergara y Huepe (2013) muestran que los discursos de los profesores, mayoritariamente, son de exposición de contenidos o transmisión directa del contenido. La de los estudiantes es repetir respuestas, aprobar afirmaciones del profesor o responder a preguntas del profesor que tienen que ver con lo que él ha expuesto, es decir, definen la actuación de los estudiantes como pasiva (Martinic, Vergara y Huepe, 2013). En nuestro caso, era una clase para una investigación y estaba presente la investigadora grabando, entonces estas condiciones modifican la actuación de los profesores.

En los HDS no sólo identificamos conflictos que dificulten un adecuado acoplamiento de significados, también hay HDS que promueven un aprendizaje situado. En nuestro caso, hay muchas interacciones que representan un HDS a favor del aprendizaje matemático situado de los estudiantes. A continuación describimos el análisis de dos ejemplos de estos HDS, por la presencia de los descriptores en las mismas dimensiones. La síntesis de los HDS que suponen un aprendizaje matemático situado, es decir con pertinencia cultural, se puede ver en el anexo 9.

Al ser el lenguaje y el contexto un primer nivel de articulación entre la matemática escolar y la matemática mapuche en las escuelas situadas en comunidades mapuches que imparten la EIB, es importante destacar aquellos HDS que favorecen la educación matemática situada. Para ello, nos apoyaremos en nuestros descriptores definidos en el análisis a priori, es decir, observaremos cómo se incorporan, positivamente, elementos de la cultura de origen del estudiante en el aprendizaje de la matemática escolar. Con ello, queremos transmitir que la educación matemática no tiene por qué estar ausente de los procesos de integración cultural en el marco de la EIB.

La lógica del análisis es igual a la que hemos realizado con los HDS en que detectamos un conflicto que puede suponer una dificultad, sin embargo nos referimos a cada dimensión de la siguiente manera: dimensión epistémica-ecológica, como DEE; dimensión cognitiva-afectiva, como DCA; y dimensión interaccional-mediacional, como DIM.

El primer elemento que queremos hacer notar es la transversalidad de la lengua mapuzugun, es decir, debiera estar presente en todas las asignaturas en las escuelas situadas adscritas al programa de Educación Intercultural Bilingüe (EIB), por tanto, nuestros descriptores promueven la presencia de la lengua mapuzugun.

Al iniciar la clase, episodio 1, lo primero que se realizó fue el saludo entre los estudiantes y la ET, PM y la investigadora. El saludo se realizó en mapuzugun. Esto indica que hay un compromiso con la revitalización de la lengua mapuche de todos los actores involucrados en las escuelas situadas, incluidos los profesores de todas las asignaturas. No puede ser que en una escuela con EIB el lenguaje no sea transversal, como lo es, en las escuelas inglesas, alemanas y francesas en Chile. Entonces nuestro primer HDS que favorece la EIB y el aprendizaje situado de los estudiantes lo podemos apreciar en el siguiente diálogo.

> ET (...) *mari mari püchikeche*
> GC (...) *mari mari papay...*
> PM (...) *mari mari püchekeche*
> GC (...) *mari mari kimeltuchefe* (profesor)
> I (...) Buenas tardes niños y niñas. *Mari mari püchekeche*
> GC(...) Buenas tardes tía[34]

Al saludar en mapuzugun y dar cualquier otra instrucción inicial en mapuzugun, favorece los procesos de enseñanza y aprendizaje integrales de los estudiantes. Entonces el HDS es:

HDS8-CI-5AF-CD-0

> 'Dupla pedagógica comprometida con la EIB y la transversalidad de lengua mapuzugun'

Este HDS al inicio de la clase promueve la utilización de la lengua mapuzugun y se muestran comprometidos con una lógica de articulación de los conocimientos mapuche y escolar, en el caso de las matemáticas. Entonces, podemos observar la presencia de:

Los descriptores de la DEE números 2 y 15; en DCA están presentes los descriptores 1, 8, 12 y 15; en DIM están presentes los descriptores 4, 5 y 16. Esta humanización de la

[34] Tía y tío, es un término muy habitual que utilizan los niños, en Chile, para referirse a un adulto que le es cercano y con el cual mantienen un vínculo afectivo o de respeto. En la escuela, lo utilizan para referirse al profesor y el resto del personal.

enseñanza de la matemática escolar favorece, principalmente, la dimensión cognitiva-afectica, pues permite que el estudiante sienta que se valora su cultura de origen lo que se traduce en una mejor autoestima y auto-concepto, por consiguiente un mayor compromiso con su aprendizaje.

Otro ejemplo lo podemos apreciar en la CD2 en la L1-12, que incluimos a continuación.

1.- PM (...) Primero hay que leer la diapositiva en *mapuzugun* y luego hacemos la traducción. ¿Qué dice acá niños? (indica la pregunta en la diapositiva 1)

2.- GP (...) ¿*Tunten wangülen müley*?

3.- PM (...) ¡Qué bien!, mire cómo están leyendo *mapuzugun*

4.- ET (...) ¿Qué dice en *winkazugun*? (Silencio, no hay respuesta de los estudiantes)

5.- ET (...) ¿Cuántas estrellas hay?

6.- E9 (...) Yo ya sabía que era una pegunta porque tiene el signo de interrogación

7.- PM (...) Entonces, ¿*wangülen* qué significa?, ¿se acuerdan de la historia de *wangülen*?

8.- GC (...) ¡No! (se escucha un no largo)

9.- PM (...) ¡Pero lo hemos visto antes y lo vimos en varias clases¡

10.- GC (...) No, tío (nuevamente un No largo)

11.- PM (...) Ya, entonces lo repasaremos, después hablaremos de la historia de *wangülen*, eso queda pendiente

12.- ET (...) ¿*Wangülen?*, ¡estrella!

En esta CD-2 se inicia el trabajo matemático leyendo en mapuzugun, traduciendo al español y asociando el mapuche *kümun* (conocimiento mapuche) al contexto de problematización matemática. Al utilizar el mapuzugun para presentar el problema matemático a resolver, se potencia: el pensamiento bilingüe, habilidad cognitiva superior; la valoración del conocimiento local y cultural de los estudiantes; incentiva al docente a interiorizarse de la cultura de sus estudiantes y poner en juego su conocimiento interdisciplinar en la clase de matemática. A la vez promueve la integración de la cultura local; involucra a los estudiantes cognitiva y emocionalmente; potencia la autoestima e identidad de los estudiantes; demuestra la valoración del conocimiento y cultura de sus estudiantes; promueve relaciones de igualdad cultural y epistemológica. Además, implica al estudiante en la resolución del problema, le aporta junto al desafío matemático el desafío del lenguaje, hace explícito que cualquier forma de exclusión es inadecuada y no debe existir en ninguna sociedad ni ambiente sociocultural. Resumiendo en este diálogo podemos apreciar la concurrencia de los descriptores 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 14, 15, 18 y 19 de la DEE; los descriptores 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14 y 15 de la DCA; los descriptores 1, 2, 4, 5, 6, 8, 11, 13, 14 y 16 de la DIM.

Es necesario señalar que el trabajo de la dupla PM y ET en la clase es una cuestión que debe ser estudiada e investigada, con la suficiente seriedad que ello amerita. Pues, en la gestión de aula, es muy importante que ambos actores estén en estrecha concordancia, pues el contrato didáctico con esta figura se torna más frágil aún. En la CD2 se presenta este HDS que supone muchísimas opciones positivas para la enseñanza de la matemática situada. Sin embargo desde las L16- 27 se produce un HDS que promueve un conflicto instruccional en las tres dimensiones CIEE, CICA y CIIM, como lo describimos anteriormente. Entonces, creemos que hay mucho por investigar y por hacer en la implementación de la EIB en nuestro país y la enseñanza de la matemática en las escuelas situadas en comunidades mapuche.

Este análisis instruccional es complejo, pues las interacciones se producen entre los estudiantes y la ET, por una parte y de los estudiantes con el PM, por otra. Si bien la ET es experta en su cultura, no evidencia competencias para conducir el aprendizaje matemático en la cultura escolar. Por otra parte el PM, siendo profesor de enseñanza general básica con especialidad en interculturalidad en contexto mapuche, tampoco muestra competencias claras de profundización en el conocimiento matemático en ambas culturas, escolar y mapuche. Esto dificulta definitivamente la articulación de conocimientos para un mejor aprendizaje de los estudiantes. Por otra parte, la pedagogía escolar es muy diferente a la pedagogía mapuche, por lo tanto hay muchos conflictos de tipo instruccional en la intervención de la ET, pues los efectos Topaze y Jourdain están claramente presentes en su actuación, pero no porque sea intencional, es por la disparidad de pedagogías de enseñanza en dos culturas diferentes, como lo explicamos en el marco teórico. Esta reflexión será profundizada en la dimensión normativa, más abajo, en tanto es la que condiciona estas prácticas.

Resumiendo, podemos decir que se presentan tanto HDS que favorecen el aprendizaje situado, como HDS que reflejan un conflicto para el aprendizaje. En el análisis retrospectivo, confrontaremos algunos resultados y conclusiones a la luz de nuestro marco de referencia. El material analizado nos muestra algunas evidencias que pueden orientar futuras investigaciones, la gestión de los establecimientos educacionales con el programa EIB y la gestión en las aulas de matemáticas en las escuelas situadas.

3.2.3. Análisis Cognitivo - Afectivo

Para el análisis cognitivo- afectivo al igual que hemos hecho en los análisis precedentes, utilizaremos nuestro análisis a priori, para corroborar aquello que hemos previsto y los conocimientos emergentes en el proceso de implementación del diseño didáctico final. El material principal, para el análisis, serán las fichas de trabajos individuales y algunos fragmentos de interacción que sucedieron en la clase, para describir los HDS que suponen un ventaja o una dificultad de aprendizaje de la matemática escolar con pertinencia cultural.

Observaremos el rol discente mediante la trayectoria cognitiva – afectiva para describir la actuación del estudiante y sus motivaciones. Es decir, las prácticas efectivamente realizadas por los estudiantes para resolver el campo de problemas presentados, su interacción con el medio en un juego de lenguaje específico y los posibles conflictos que se observan a partir de sus prácticas e interacciones.

El episodio 1 fue fundamental para diagnosticar algunas cuestiones que estuvieron presentes durante en todo el proceso. El primer aspecto es que los estudiantes no estaban acostumbrados a un tipo de clase participativa, no magistral, en la que los principales actores son los estudiantes. Aun cuando se les insistió en varias oportunidades, no se logró desarrollar una clase en la que los estudiantes participaran adecuadamente, discutieran sus proposiciones, argumentaran, etcétera. Por tanto, podemos afirmar sin duda alguna, que no existe un contrato pedagógico que establezca ciertas normas sociales básicas de participación, como por ejemplo: hablar uno a la vez, escuchar a los profesores y compañeros, pedir la palabra, etcétera. También, no existe un contrato didáctico que modele las normas sociomatemáticas como: argumentar sus proposiciones, no gritar respuestas al azar, explicar sus procedimientos, corregir a los compañeros argumentando sus respuestas y procedimientos, etcétera. Algunos diálogos que demuestran estos aspectos los exponemos a continuación:

EP1, CD1

1.- ET (...) A ver antes de empezar... ¿hasta cuánto saben hacer *rakin*? (contar)

2.- GC (...) ¡Hasta veinte!, ¡hasta el diez!, tía yo hasta el veinte.

3.- PM (...) A ver, la *papay* (madre, señora) dirige, ¡escuchen!

Nota: Los niños comienzan a contar a coro en *mapuzugun* y llegan hasta *kula*, tres, luego no se acuerdan.

4.- ET (...) Entonces ahora juntos, *kiñe, epu, ...,... mari*.. (los niños repiten a coro luego de la ET).

EP2, CD4

12.- ET (...) ¿Qué significa para ustedes *tukun*, alguien puede decir lo que significa?

Nota: hablan todos a la vez diciendo cualquier cosa.

13.- ET (...) ¡No! (un no largo), escuchen, eso significa yo puse o yo tengo quince estrellas.

14.- PM (...) *Mari kechu wangülen*.

15.- ET (...) *Inche tukun* dice el niño, Nahuel, *inche tukun mari kechu wangülen*, yo puse o tengo quince estrellas.

EP3, CD7

2.- ET (...) ¡Chicos ahora escuchen!, yo voy a leer acá, dice: Yanara le dice a Nahuel, ¡escuchen!, (...) la Yanara le dice (...)

3.- PM (...) Escucho a alguien que no para de hablar y no deja escuchar lo que dice la *papay* (ET), nos quedamos en silencio para escuchar a la *papay* ahora

4.- ET (...) (Inicia nuevamente) La Yanara le dice al Nahuel, Nahuel *Trapümiyu tayu wangülen. Fewla ¿doy alü nieyu ka mi doy pichi nieyu wangülen tunten rakin mu*?, le dice: Nahuel si juntamos nuestras estrellas, (niños hablan no escuchan), ¡escuchen! Si juntamos nuestras estrellas, tenemos más que antes o menos que antes?

5.- GC (...) ¡Sí! (un si largo), más (un más largo)

6.- ET (...) ¿Si?, ¿por qué?

7.- E6 (...) Tía yo ya sé cuántas son

8.- E1 (...) Porque hay nueve

9.- E9 (...) Es veintisiete tía

10.- E6 (...) Tía son veintisiete

Con estos diálogos, queremos describir que aun cuando nuestra intencionalidad era que los estudiantes participaran, dialogaran, discutieran, argumentaran, escucharan, se respetaran al hablar; no fue posible. Al contrario, se convirtió en una dificultad para la gestión de la clase. Sin embargo, esta actitud de los estudiantes denota que no es habitual este tipo de clases. Esto también, se reafirma por la disposición de los estudiantes como vemos en la figura 5.2, los que se ubican uno detrás de otro, aparentemente los más extrovertidos adelante y los más introvertidos y tímidos atrás.

Esto, también nos indica que no existe variedad de estrategias de enseñanza como grupo de expertos, trabajo en parejas, trabajo en grupo, plenarias, etcétera.

Otro aspecto emergente en el EP1, que finalmente se convirtió en un obstáculo, es que los estudiantes no son bilingües en mapuzugun y español. Es decir, la mayoría de los estudiantes, aun siendo de origen mapuche, no hablan ni leen mapuzugun, entienden algunas cuestiones mínimas, como el saludo y algunas palabras. Por tanto, muy pocos estudiantes conocían las palabras numéricas en mapuzugun y no conocían nada de otras palabras con significado matemático. Entonces, este hecho dificultó la autonomía del estudiante y modificó el diseño y las configuraciones didácticas previstas. Un ejemplo de estos aspectos lo vemos en el siguiente diálogo:

EP1, CD2

1.- PM (...) Primero hay que leer la diapositiva en *mapuzugun* y luego hacemos la traducción. ¿Qué dice acá niños? (indica la pregunta en la diapositiva 1)

2.- GP (...) ¿*Tunten wangülen müley*?

3.- PM (...) ¡Qué bien!, mire como están leyendo *mapuzugun*

4.- ET (...) ¿Qué dice en *winkazugun*? (Silencio, no hay respuesta de los estudiantes)

5.- ET (...) ¿Cuántas estrellas hay?

6.- E9 (...) Yo ya sabía que era una pegunta porque tiene el signo de interrogación

7.- PM (...) Entonces, ¿*wangülen* qué significa?, ¿se acuerdan de la historia de *wangülen*?

8.- GC (...) ¡No! (se escucha un no largo)

9.- PM (...) ¡Pero lo hemos visto antes y lo vimos en varias clases¡

10.- GC (...) No, tío (nuevamente un No largo)

11.- PM (...) Ya, entonces lo repasaremos, después hablaremos de la historia de *wangülen*, eso queda pendiente

12.- ET (...) ¿*Wangülen*?, ¡estrella!

13.- PM (...) Entonces respondamos, ¿cuántas estrellas hay?

14.- E19 (...) ¿Pero contando en *mapuzugun*?

15.- ET (...) *May* (si), mejor todavía

16.- GC (...) *kiñe, epu, küla, meli, kechu, aylla* (...)

17.- PM (...) Esperen, alto, a ver que viene después de *kechu*, pero todos juntos.

18.- PM (...) Los niños no se saben la secuencia numérica en *mapuzugun*.

Nota: Entonces la ET realiza el recuento en voz alta y los estudiantes repiten a coro. Esto que ocurrió en este episodio no estaba planificado, pero son las cuestiones emergentes que no se pueden prever a priori. Mientras los niños repetían a coro, una voz fuerte de un niño se hizo notar al gritar la respuesta. En el momento el PM se acerca a la investigadora y comenta

Hubo muchas otras interacciones que muestran que los estudiantes no manejan la lengua mapuzugun y por lo tanto, se convirtió en una dificultad para la construcción de su aprendizaje y también, en una oportunidad de aprendizaje de lengua mapuzugun.

Otro aspecto que emergió, es que los estudiantes no estaban familiarizados lo suficiente con el ábaco y tabla posicional, concretos o pictóricos, pues la mayoría tuvo dificultad para la representación y constantemente preguntaban que había que hacer en el ábaco y tabla de posición pictóricos. Este aspecto se solapa debido a que había estudiantes aventajados pues reconocían las unidades de primer y segundo orden, sin embargo, aun estos estudiantes presentaron dificultades en las distintas formas de representación en su trabajo individual. Como se puede ver en la transcripción, anexos 8, el estudiante E7 es uno de los estudiantes aventajados y participó activamente en todas las etapas de la clase. En la figura 5.6, tenemos un ejemplo de representación del E1, en el ábaco y tabla de posición pictórica. Este estudiante, con 7 años y 6 meses, muestra algunos errores en la interpretación de la cifra en mapuzugun, debiendo haber representado: primero 23 y luego 68. Sin embargo, en el trabajo en que debía contar y luego representar no comete errores, pues cuenta en español y no considera la escritura en mapuzugun, como vemos en la figura 5.6.

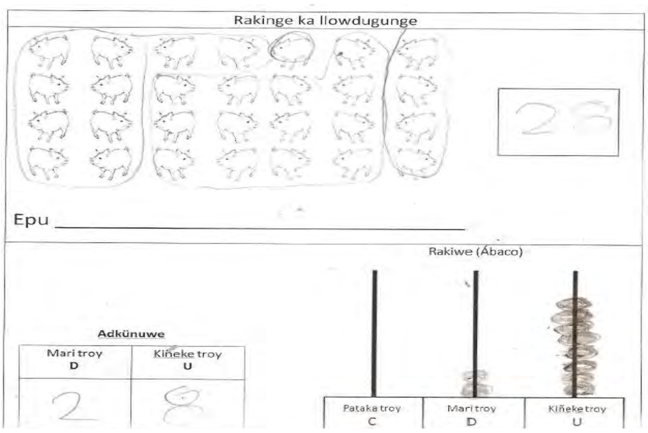


Figura 5.6. Trabajo personal E1. Cambio de representación

En esta ficha de recuento y representación no se entrega la cifra en palabras, ni en mapuzugun ni en español, por tanto, el estudiante cuenta en español y luego representa el cardinal en lenguaje simbólico y a partir de ahí desarrolla las dos formas de representación solicitadas.

Se podría inferir que la dificultad del estudiante en estas tareas, está en el lenguaje verbal y no en la representación. Podría ser que tiene adquirida la competencia matemática de la cultura escolar, aun cuando fue asistido por el PM en varias oportunidades. También, es probable que copiara la respuesta del E7 como podrán ver más abajo, pues el curso tiene asumido que el E7 es el 'que más sabe', según los estudiantes.

El E4 no realizó todas las actividades individuales, pero en la interacción de la primera parte del trabajo individual se hace notar la confusión que le supone la incorporación del mapuzugun en la clase de matemática, como se expuso en el HDS6. No obstante, luego de la interacción demuestra haber comprendido y se compromete con el trabajo.

Acá cabría preguntarse ¿el aprendizaje previo del sistema de numeración oral en español, podría ser un obstáculo epistemológico?, en términos de Brosseau, para el aprendizaje de la estructura matemática de las palabras numéricas en mapuzgun, ¡interesante! *Epu mari küla* en español es veintitrés, una sola palabra. Entonces el E4 al ver tres palabras y cada una de ellas indica un dígito de su sistema, piensa que es una cifra de tres dígitos; esto sucede porque el estudiante E4, por ejemplo, no conocía la estructura de la formación de la cifra en mapuzugun, que ocupa siempre las mismas palabras. Tampoco conoce que, cuando cambia de posición la palabra en relación a la potencia de diez, ésta se suma o multiplica a la potencia de diez. En este diseño, no incorporamos las palabras numéricas en español, porque ya sabemos que las tienen incorporada; sin embargo, sería interesante saber cómo interpretan el significado matemático de las palabras numéricas en español.

El E4 fue muy participativo, es un niño de 7 años 8 meses, muestra su capacidad para reflexionar y presentar las interrogantes que él piensa, es decir, hay un potencial en el estudiante y que es su capacidad de razonamiento. Él plantea cuestiones obvias, de acuerdo a lo que sabe para su nivel en matemáticas, sería un estupendo aporte al grupo curso si las clases de matemáticas tuvieran una dinámica de más participación y discusión. Lo que este estudiante planteaba, era una de las cuestiones que se esperaba que emergiera a nivel de curso.

Vemos en la figura 5.7 algo del trabajo del estudiante E16, quien fue asistido por la ET. Este estudiante al parecer no comprende la representación pictórica de las unidades de primer y segundo orden, aun cuando la ET le decía las respuestas como vemos en el siguiente diálogo.

Ep5, CD-23

1.- ET (...) *Kayu mari* es seis veces diez, cuenta diez, veinte, treinta, cuarenta, cincuenta, sesenta, sesenta y tres (le dice E15)

2.- ET(...) *Mari kechu*, una decena y cinco unidades (le dice a E14)

3.- PM (...) ¡Ha, ya!, pero lo que tienes que hacer es contar el total y ¿cuánto es?, ¡ya!, ahora escribe en *mapuzugn epu mari*, el veinte significa *epu mari, epu* es dos. Luego hay que dibujarlo aquí (indica el ábaco pictórico) y luego escribir cuántas decenas y cuántas unidades aquí (indica el tablero pictórico). ¡Bien! (dirigiéndose a E1)

4.- ET (...) *Epu mari kula sanwe*, escriba (le dice a E16)

5.- PM (...) ¡Se puede hacer materiales para enseñar matemática en *mapuzugun*! Eso falta acá, más compromiso con la cultura. Acá todo lo que sea mapuche lo cargan a la asignatura del *mapuzugun*.

6.- ET (...) Ahora ponemos *epu* decenas y pura unidad (le dice a E18)

La ET atendió a un grupo de estudiantes en que se encontraba el E16, pues a cada uno de ellos le indicaba las respuestas, como vemos en la interacción dialógica. En la cultura mapuche los niños aprenden haciendo, por tanto, los adultos les indican cómo hacer para que ellos realicen la acción y aprendan a hacer. La pedagogía escolar es diferente, es construir un conocimiento más abstracto, muchas veces no visto ni imaginado. Entonces, por ello se tiende a dar la respuesta, pensando que con ello es suficiente para que el estudiante comprenda. Si bien podemos identificar el efecto Topaze, descrito por Brusseau, en la actuación de la ET, esto puede tener muchísimas explicaciones, desde una disparidad de racionalidad cultural hasta en la dimensión normativa.

Ahora presentaremos algunos análisis cognitivo-afectivo del trabajo individual de los estudiantes, en términos de HDS. Cuando el conflicto cognitivo al que se expone el estudiante, esta intencionado por estar en la 'zona de desarrollo próximo' entonces, ese conflicto les permite al estudiante alcanzar un nuevo conocimiento. No obstante, otros factores como la interacción instruccional, la dimensión normativa, entre otros, puede propiciar un conflicto cognitivo que lleva al estudiante a generar un estancamiento en el desarrollo de su aprendizaje, un aprendizaje erróneo, un bloqueo para un aprendizaje siguiente y lo más importante y habitual 'frustración y apatía hacia las matemáticas'. Desde esta visión de conflicto cognitivo, que necesariamente se relaciona con lo afectivo, haremos esta descripción.

Ficha 1, representación tablero posicional

HDS9-CCA-5AF-TI[35]

> ‘manejo de la lengua *mapuzugun* y la estructura de las palabras numéricas en *mapuzugun*’

En este HDS, la principal dificultad era no leer el mapuzugun, no conocer la numeración oral mapuche y su estructura. Entonces, los errores que se prevén en el análisis a priori coinciden con las prácticas de los estudiantes. El conflicto puede ser interpretado como múltiples funciones semióticas que debe poner en juego el estudiante, como ser bilingüe por ejemplo, ya que esta competencia es de orden superior, en tanto se puede pensar en dos idiomas. No obstante, la exigencia que demanda el profesor del estudiante en una situación que requiere de esta habilidad, considerando que aun no se desarrolla, puede provocar frustración, desaliento, baja autoestima, entre otros.

En nuestro caso, la incorporación del mapuzugun tenía la intención de develar esta situación, pues se había previsto en al análisis a priori. Por ello se optó por facilitar de todas las formas posibles la comprensión del estudiante, llegando a traducir las palabras en mapuzugun al lenguaje simbólico matemático y español, para propiciar la progresión del aprendizaje. Las observaciones, la interacción y la metacognición al cierre de la clase muestran que el conflicto al que se vieron enfrentado con la introducción del lenguaje mapuzugun en la clase de matemáticas fue positiva, como podemos leer en el siguiente diálogo.

CD-28

1.- PM (...) Vamos a cerrar, metacognición

2.- PM (...) ¡Todos en sus puestos y callados! E4, ¿qué aprendieron hoy? E9, yo sé que tú sabes, pero quiero escuchar a otra persona. Haber, quiero escuchar a E12.

3.- E12 (...) Yo aprendí como se puede contar en *mapuzugun*

4.- PM (...) ¡Muy bien!, como se puede contar en *mapuzugun*, si ¡muy bien! E15 ¿qué aprendió?

5.- E15 (...) Hacer matemática en *mapuzugun*

6.- PM (...) ¡Bien!, hacer matemática en *mapuzugun*. ¿E2?

---

[35] HDS9-CCA-5AF-TI: Hecho didáctico significativo 9; conflicto cognitivo afectivo; capítulo 5 aplicación final; trabajo individual.

7.- E2 (...) Contar

8.- PM (...) Si, contar números en *mapuzugun*. Recuerden toda la clase, las estrella... Haber ¿E9?

9.- E9 (...) Aprendí a contar en *mapuzugun*

10.- PM (...) ¡Ya!, aprendió a contar en *mapuzugun*, piensen en otra cosa. ¿E14?

11.- E14 (...) A pronunciar números en *mapuzugun*

12.- PM (...) ¡Ya!, a pronunciar números en *mapuzugun*. Si, ¡bien! Ahora E20

13.- E20 (...) A escribir en mapuzugun

14.- PM (...) E9 ya habló, ahora quiero escuchar a E4

15.- E4 (...) A sumar en *mapuzugun*

16.- PM (...) A sumar en *mapuzugun*. E7 toma asiento. Haber, están hablando y no están escuchando. Haber, ¿qué es lo que más les gusto?, ahora los que no han hablado. ¿E11, qué le gusto más de la clase?

17.- E11 (...) La actividad

18.- PM (...) La actividad, ahora E3. Guarden silencio porque E3 habla bajito y quiero escucharla

19.- E3 (...) A contar

20.- PM (...) ¡Bien!, eso le gusto, a contar en *mapuzugun*. Ya, E1

21.- E1 (...) Hacer la tarea

22.- PM (...) ¡Bien!, hacer la tarea

23.- PM (...) Ya E9

24.- E9 (...) Me gustó conocer una tía nueva y hacer las tareas con estrellas

25.- PM (...) ¡Bien!, conocer una nueva profesora y trabajar con las estrellas. Pero, no quiero dar yo la respuesta, haber ¿qué más hicimos?, ¿E2?

26.- E2 (...) De las unidades y las decenas

27.- PM (...) ¡Muy bien!, unidades y decenas. ¿Quién lo había hecho antes?, nadie lo había hecho, ¿se imaginaron hacerlo en mapuzugun?

28.- GC (...) ¡No! (un no largo), ¡si! (algunos dicen si)

PM (...) Ya niños. Nos despedimos niños. *Peukallal pichike che*

GC (...) *Peukallal*.

En este espacio tiempo se pierde el momento de institucionalización más formal de la dupla pedagógica, pues los estudiantes están muy inquietos, preocupados de guardar sus cosas para salir de clase. Son las 15:30 horas y se siente el timbre que indica la salida, entonces el PM cierra ahí la clase.

Este dialogo, nos deja muy satisfechos con la experiencia. Una experiencia nueva, tanto para estudiantes como profesores y ellos lo reconocen y valoran. En lo relativo al aprendizaje de los estudiantes, podemos señalar, que aparentemente no generamos un conflicto cognitivo que obstaculice el aprendizaje, creemos que tal cual lo planificamos en el diseño didáctico situado, se cumplieron los objetivos y se abordó de manera adecuada lo previsto en el análisis a priori.

Sin embargo, debemos señalar un aspecto importante sobre los artefactos. Se puede señalar que en la representación puede haber un conflicto, que guarda más relación con la ubicación de unidades de primer orden que con su valor absoluto, puede ser producto de la no significación del artefacto 'tablero posicional' y 'ábaco'. Por una parte, la representación en el tablero posicional es producto de las múltiples transposiciones didácticas que sufre un 'saber' para llegar al aula. Entonces, se puede observar que esa habilidad es memorística, en esos niveles. Creemos, que hay que repensar formas de representación par el cambio de registro, que sean comprensibles para los estudiantes y le permita verdaderamente, aprender las reglas del sistema decimal posicional.

Resumiendo, afectivamente el diseño didáctico fue acertado, novedoso para los estudiantes, lo que permitió la implicancia de éstos en la participación y resolución de las tareas. Por otra parte, ellos mismos verbalizaron que nunca habían visto matemáticas en *mapuzugun*. Les gustó trabajar con material concreto, las estrellas, de hecho al final de la clase pidieron quedarse con ellas. Hay cuestiones, que se observan y nos orientan hacia los siguientes trabajos que han que seguir realizándose en este ámbito de la investigación en Didáctica de la Matemática.

3.3. DIMENSIÓN NORMATIVA

Es posible pensar, entonces, que hay un currículo oculto para niños de las ciudades urbanas y otro para los territorios rurales del país. Este estudio nos ha permitido vislumbrar una cuestión, que no sólo implica la enseñanza de la matemática en las comunidades rurales mapuche, sino en todos los territorios rurales del país. Sería interesante, abordar el aprendizaje de la matemática en zonas rurales, en investigaciones futuras desde la Didáctica de la Matemática, pues nuestra aplicación piloto nos arroja antecedentes que no sólo se relacionan con la cultura y la EIB, sino también, con lo rural.

Otra cuestión necesaria de plantear para reflexionar es sobre los tiempos necesarios que deben disponer los profesores para la preparación de clases. No estamos hablando de la planificación de la enseñanza, estamos hablando de la preparación de clase, cuestión que hasta hoy el profesor realiza de manera aislada, en solitario y en su hogar. Cuando consultamos a los profesores por el tiempo que disponían para preparar clases en cada asignatura que imparte, respondieron: el 50% de los profesores declara que no cuentan con 2 horas cronológicas, a lo menos, a la semana por asignatura para planear la enseñanza (planificación, material, preparación de clases, etc). El 20% declara contar con 2 horas semanales y el resto se distribuye en menos de 2 horas o ninguna. Es decir, si queremos buenas prácticas, buenas clases, debemos otorgar el tiempo necesario a los profesionales de la educación.

La gestación de la EIB es maravillosa en el papel, sin embargo cualquier investigador que observe la implementación de la EIB va a reportar lo que estamos reportando ahora. En la implementación operativa de la EIB, el MINEDUC transfiere la responsabilidad a las municipalidades o los sostenedores (empresarios) de las escuelas particulares subvencionada (concertadas). Este programa, sólo, aporta los recursos para pagar los servicios del educador tradicional (ET). Con esto queremos decir, que todo aquello que se detecte en la implementación de la EIB debe ser asumida por la escuela y sus administradores. Frente a este modelo, ninguna escuela municipal cuenta con los recursos necesarios para implementar adecuadamente este programa, pues se requiere capacitación para los profesores, para los educadores tradicionales y para todo el personal de la escuela. Se requieren recursos para materiales, para salidas pedagógicas, para profesionales que colaboren en la adecuada implementación de acuerdo al territorio. Es decir, hay una multiplicidad de recursos que se requieren para implementar la EIB adecuadamente.

Falta mucho por hacer, partiendo por trabajar en los territorios con equipos interdisciplinarios que ayuden a las comunidades mapuche y las escuelas a relacionarse en igualdad frente a los conocimientos que se impartirán y cómo se hará. Se debe formar profesores mentores con conocimientos de la cultura y la lengua. Es necesario que el PM cuenten con dedicación exclusiva a la EIB en todas las asignaturas, es decir en cada escuela debiera haber más de un PM y más de un ET, que acompañen en todas las asignaturas. Sin embargo, para ello el ET también necesita formación en la cultura escolar y los conocimientos que ella imparte, no puede ser que ambas culturas estén en enfrentamiento continuo, eso no favorece la formación de los estudiantes. Pues todos quieren lo mismo, que los estudiantes sin perder sus raíces y su identidad tenga buenas oportunidades de desarrollo y se procuren un mejor porvenir. Al respecto, consultamos también la opinión de los profesores: el 67% de los profesores declara que es necesario que profesores y educadores tradicionales cuenten con horas cronológicas de contrato para: planificar la enseñanza, preparar buenas clases, preparar material, trabajar con sus pares en la mejora de la enseñanza, evaluar, retroalimentar a los estudiantes. Es decir, hay disposición para un trabajar juntos entre profesores y educadores tradicionales.

4. LIMITACIONES, EXPECTATIVAS Y CONCLUSIONES

4.1. LIMITACIONES

Las limitaciones de este estudio empírico están dadas por los aspectos normativos, por ejemplo, el tiempo y los recursos, como ha sido en los tres estudios empíricos. Tiempo para hacer un trabajo en equipo interdisciplinar, para evaluar, para preparar buenos materiales, buenas clases, prever las interacciones entre los sujetos y entre los sujetos y el objeto de conocimiento, entre otras cuestiones. Desde un punto de vista investigativo, es obvio que disponer de un equipo de investigación en trabajo de campo podría habernos reportado muchas otras cuestiones ricas de analizar. Además, un solo investigador que debía grabar la clase en audio y vídeo, tomar notas, tomar fotografías, participar de la actividad y colaborar con el monitoreo no es beneficioso para la investigación. Esta situación fue una dificultad para recoger mejores registros de la interacción en el aula y por ende una limitación itrínseca del estudio.

4.2. EXPECTATIVAS

Las expectativas son muy positivas, a partir de que se logra evidenciar un escenario para la educación matemática situada. Luego, evidenciar que el bilingüismo, más que una dificultad es una oportunidad de aprendizaje para las matemáticas escolares y desarrollar habilidades de orden superior. También, evidenciar que hay que considerar medidas previas para la dupla pedagógica, profesor mentor y educador tradicional, en el aula de matemáticas. Luego, que hay que capacitar a la dupla, PM y ET, en co-docencia, el concepto no es claro en la práctica. Estas evidencias se proyectan con continuidad para investigaciones futuras, proyectar acciones orientadas a la instrucción matemática situada o a la mejora de la implementación de la EIB.

4.3. CONCLUSIONES

En este estudio empírico, hemos puesto a prueba nuestro diseño didáctico matemático situado. Al respecto podemos señalar, que aunque se reportan muchísimas cuestiones positivas, también, hemos encontrado cuestiones que implican la necesidad de mejora . Un primer elemento a modificar, para una próxima implementación es el contexto de problematización. En la cultura mapuche y nuestro modelo de articulación se aprecia claramente la territorialidad, es decir, los micro-contextos deben estar presentes en la contextualización del campo de problemas. Las escuelas visitadas son rurales, pero tienen características propias en su entorno, que deben ser aprovechadas, para problematizar el campo de problemas matemático. Para educación primaria hay muchos recursos, pondré algunos ejemplos de lo observado en el terreno (algunas fotografías se pueden ver en el anexo 1):

Primero, a partir de un recuento de especies nativas, se pueden generar muchas actividades didácticas que desarrollen habilidades y aprendizajes sobre objetos matemáticos como: número (cuantificar, ordenar, etc.), estadística (grafico, frecuencia, etc.), geometría (espacios geométrico, rotaciones, etc.), magnitudes (longitud, área, tiempo, temperatura, entre otras). Es decir, usar más el contexto real, aún más en zonas rurales, lugares que son más seguros, de grandes extensiones, etcétera y no como nuestras ciudades, muy congestionadas, con muchos riegos para salir de la escuela.

Un segundo aspecto es, la pedagogía. Es necesario incorporar otras metodologías de enseñanza y aprendizaje y no escolarizar todo lo que llega a la escuela desde la cultura local y mapuche. Es decir, nosotros ocupamos nuestra lógica occidental para desarrollar el diseño y la aplicación. No obstante, sería interesante tratar de racionalizar las experiencias desde la lógica de la cultura mapuche y así como negociamos significados, también podemos negociar métodos, estrategias, materiales, etcétera.

A partir de esta experiencia exploratoria, se hace necesario sistematiza la experiencia para hacerla llegar a la práctica real y no quede, solo, como una producción científica. Queremos decir, producir material y regresarlos al lugar, al territorio para su utilización.

Para poder mejorar los diseños didácticos situados, hay que conocer los territorios y trabajar con los actores que están en ellos. Los profesores de matemáticas y los investigadores, debemos ser más críticos con nuestras vestiduras y como bien lo plantea Araujo (2008), no sólo debemos aplicar nuestra óptica profesional en este tipo de análisis, pues la riqueza efectiva que hay detrás de esta experiencia es muchísimo más de lo que se ha dicho en este informe.

CAPÍTULO VI

ANÁLISIS RETROSPECTIVO Y REFLEXIÓN FINAL

INTRODUCCIÓN

En este capítulo presentamos una síntesis general de los aspectos más relevantes de la investigación iniciando por el análisis retrospectivo, en cual contrastamos el trabajo realizado en los tres estudios empíricos de nuestra ID-EOS. Para ello utilizamos los resultados obtenidos en los capítulos 3, 4 y 5. En el análisis retrospectivo presentamos dos apartados: uno en que confrontamos los análisis a priori y a posteriori, en tanto comentamos la idoneidad del proceso de instrucción matemático en las tres configuraciones establecidas y luego, en el mismo apartado, una reflexión sobre las mejoras que identificamos para una próxima ID y/o proceso de instrucción matemático en escuelas situadas en contexto mapuche.

El siguiente apartado incluye las conclusiones generales de la investigación, presentando nuestras respuestas a las preguntas de investigación y los objetivos planteados. En el mismo apartado hacemos una conclusión sobre nuestras expectativas de investigación. Cerramos este capítulo con algunos aspectos de la dimensión normativa en los que presentamos una reflexión socio-crítica sobre el macro y micro contexto en que se realizó la investigación.

1. ANÁLISIS RETROSPECTIVO

El análisis retrospectivo de los tres estudios, implica, en primer lugar confrontar los ‘significados de referencias institucional situados’ establecidos en el estudio empírico 1, capítulo 3, el ‘significado de referencia’ para las escuelas situadas con el que se realizó la elaboración del ‘diseño didáctico matemático situado’ y el ‘significado de referencia implementado’. En este mismo análisis, observaremos qué sucedió con la implementación del ‘diseño didáctico matemático’, confrontando los análisis a priori y posteriori. Esta comparación entre las configuraciones previstas y las verdaderamente implementadas, nos permite observar la idoneidad epistémica, cognitiva e instruccional, para deducir implicaciones de carácter explicativo en el proceso de situar la enseñanza de la matemática escolar en contexto mapuche.

Esta mirada a la idoneidad tiene como objetivo proponer recomendaciones para una siguiente oportunidad de elaboración de un 'diseño didáctico situado' y su implementación en el aula. Aportar conocimientos sobre la elaboración de diseños, implementación y evaluación, de procesos de enseñanza de la matemática escolar situados en contextos específicos. También, esta mirada a la idoneidad nos permite proponer recomendaciones a tener en cuenta por la dimensión normativa de la EIB en nuestro territorio, en tanto son escenarios complejos y requieren de una atención focalizada. Otro aspecto relevante es la puesta en juego en los análisis de nuestros descriptores de idoneidad, que son un aporte a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática situada.

La idoneidad la entendemos como un criterio global de pertinencia de un proceso de instrucción, relativo al contexto en que tiene lugar, cuyo principal indicador empírico es el grado de adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes y los significados institucionales pretendidos o implementados. En nuestro caso, utilizamos los descriptores de idoneidad situados, establecidos en el análisis a priori, en las configuraciones didácticas epistémica-ecológica, cognitiva-afectiva y mediacional-interaccional.

Al comparar nuestros análisis a priori y posteriori y contrastarlos con nuestro significados de referencia situados, hemos podido formular algunos conflictos semióticos que nos permiten deducir algunas implicaciones.

1.1. COMPARACIÓN ENTRE ANÁLISIS A PRIORI Y A POSTERIORI

1.1.1. Idoneidad epistémica

La idoneidad epistémica es el grado de adaptación entre los significados institucionales implementados y los significados de referencia situados en nuestro estudio, que supone la implementación de un diseño didáctico situado viable y pertinente, no sólo matemáticamente sino también culturalmente.

En el estudio empírico 1, capítulo 3, se estableció un ´significado de referencia situado, que se inscribe en nuestro modelo de articulación de conocimientos mapuche y escolar para las escuelas situadas. Entonces a partir de los análisis epistémicos realizados en el capítulo 3 y 4, inferimos algunos conocimientos que pueden orientar un próximo intento de situar el aprendizaje de la matemática escolar en distintas comunidades de prácticas.

La tabla 3.1 'Objetivos de aprendizajes situados y habilidades matemáticas' del capítulo 3 de este informe, nos muestra los 'significados de referencia situados' que incorporan un primer nivel de articulación de conocimientos que co-existen en las escuelas situadas en contexto mapuche. Así, nuestro modelo de articulación de conocimiento (Ver figura 4.1, capítulo 3) propone la interacción coherente entre un espacio y tiempo que influyen en un territorio al interior de un micro o macro contexto. Entonces, nuestro diseño didáctico situado propicia la emergencia de esta subjetividad en los actores para una puesta en común en la comunidad de prácticas escuela; plantea una relación y seriación de un objeto matemático, utilizando ambas lenguas en la clase, mapuzugun y español, lo que promueve la articulación de conocimientos expresados en destinas lenguas; para avanzar en la progresión del aprendizaje del estudiante y que comprenda que ambos conocimientos matemáticos pueden interactuar en distintos juegos de lenguajes, como lo hemos planteado en las habilidades matemáticas a potenciar en los estudiantes en nuestro significado de referencia situado.

Es decir, nuestro significado de referencia situado, cumple con estas expectativas. No obstante, debemos mirar el modelo de articulación específico de significados matemáticos al interior de éste. Para ello hemos propuesto un modelo de articulación de significados matemáticos de referencia de dos culturas, mapuche y escolar, en la figura 3.2, del capítulo 3. En este modelo proponemos, como un primer nivel de articulación, la inclusión de conocimientos matemáticos. En específico en esta investigación proponemos la inclusión de la numeración mapuche en lengua mapuzugun y un contexto evocado de la cultura mapuche para la contextualización del campo de problemas. Es así, que llegamos a establecer nuestro significado de referencia situado, que se ilustra en la tabla 3.11, del capítulo 3; junto a las habilidades matemáticas, que esperamos como primera expectativa, se puedan expresar en ambos idiomas, sin presionar el uso de una o de otra lengua.

La primera mirada está sobre qué tan idóneo es el diseño didáctico situado respecto del significado de referencia situado. Para ello, miramos la configuración epistémica del diseño en el capítulo 4, análisis a priori, y el significado de referencia situado, capítulo 3, tabla 3.11. Entonces, respecto a los objetos matemáticos primarios: lenguajes, situación problema, conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentos, podemos concluir que:

El primer nivel de articulación, lengua mapuzugun y contexto se incorporan en el diseño, de manera transversal, en el campo de problemas presentados. No obstante, al transitar de lo simple a lo complejo y de lo concreto a lo pictórico, emergen los HDS (hechos didácticos significativos) que se pueden interpretar como una ventaja o como una dificultad en el proceso de de elaboración del diseño y aplicación del mismo. Es decir, el diseño didáctico situado tiene una alta idoneidad con respecto del significado de referencia situado. No obstante, a continuación exponemos algunos conflictos en el proceso de elaboración y aplicación del mismo.

Un primer conflicto semiótico que identificamos en la elaboración y aplicación del diseño, es el conflicto de expresión en mapuzugun y el contenido matemático referido, pues como lo señalan Wilhelmi, Font y Godino (2005) "*cualquier contenido de una función semiótica (par, expresión-contenido) es un conocimiento para el sujeto (individuo o institución) que la establece, y que dicho contenido es el significado (o sentido) que el sujeto atribuye a la expresión*" (p. 7).

Los siguientes diálogos, de los participantes en la etapa de preparación, ejemplifican este conflicto.

> (...) *Peñi*, qué entiende usted cuando le dicen *¿tunteken az müley*? (...) [GF1-P1-DE]
> (...) *¿tunteken az müley*?, ¿cuántos de cada color hay?, cada color de *chünküz* (...) [GF1-ET6-K7]
> (...) ¡se entiende! Él lo entendió inmediatamente, se entiende la pregunta. Interesante esto, porque él como sabio antiguo nos dice si se entiende o no, porque nosotros no somos hablantes nativos y así la frase la ponemos a prueba (...) [GF1-P1-DE]
>
> La ciencia tradicional hace la separación entre los seres inertes y vivos y en la filosofía *mapuche* no existe esa separación, todo tiene vida hasta la piedra. (…) [GF1-P1-DE]

En este dialogo el participante reconoce la complejidad de la expresión en mapuzugun 'tunteken' y el contenido como significado que indica 'cuántas de', es decir el referente y el significados en dos racionalidades, institucionales, distintas y propone además un ejercicio de metacognición con el ET y *kimche* para comprender esa lógica. Los participantes forman a partir de la palabra tunten, cuántos, una nueva palabra para indicar otro significado. Para ello, el P1 valida esta palabra con un sabio mapuche mayor que está presente. Luego explica, que las racionalidades en ambas culturas para una misma cuestión, son diferentes y para ello expone el caso de los 'seres inertes y vivos' en las dos racionalidades culturales.

En el proceso de establecer algunos términos de como nombrar unidades y decenas, emergieron los siguientes diálogos:

> [GF1-P1-DE] (…) ¿Cómo sería un atado? (...)

[GF1-ET1-K2] (…) *Txarün. Kiñe wakall mamün* o así si está amarrado, *kiñe txarün pañüz mamüll*; un atado de leña amarrado (…)

[GF1-P1-DE] (...) Es que el *txarün* denota que está amarrado y *pañüz* denota que están juntos, atados. Por ejemplo el *txarün* va indicar algo que está amarrado y *pañüz* que están unidos, junto. Me da la idea más de conjunto (…)

[GF3-P1-DE] (...) Las unidades son *ñeke*, que son unas pocas solas; las decenas son *txarün mari*, atado de diez (...)

[GF3-ET3-K5] (...) *Mari txoy* tendría que ser ahí, en la decena.

[GF3-P1-DE] (...) *Txarün* de agrupar, amarrar

[GF3-ET3-K5] (…) *Kiñe txoy, kiñe* seria la unidad; *kiñe txoy* seria la unidad y *mari txoy* sería la decena. *Mari txoy* son 10 veces y *kiñe txoy* es una unidad, *kiñeke* es de a uno. *Kiñe* sería más fácil, grupo de tres de cuatro es *txoy*.

[GF3-ET3-K5] (…) *Txarün* no es como para decir los números, porque ahí estamos hablando de los números. *Txarün* sería para decir un atado de maíz, un atado de leña (...)

I (...) Lo que queremos identificar es que podamos expresar la idea de grupo, de diez, de cien (...)

[GF3-ET3-K5] (…) ¿*Tunten txoy kuram meli*?, ¿cuántos grupos de huevos? *Meli txoy, kechu txoy* (...)

I: Un ejemplo, supongamos que tenemos 4 grupos de 10 huevos y 6 sueltos. ¿Cómo pregunto cuántos grupos de 10 huevos y cuántos sueltos hay?

[GF3-P1-DE] (…) *Meli mary txoy* (…)

[GF3-ET3-K5] (…) ¿*Tunten txoy fülely*?, ¿cuántos quedaron fuera o están suelto o no están en el grupo? (...)

[GF3-P1-DE] (...) El concepto que ella tiene aquí, es el concepto de *troy* (...)

[GF3-ET3-K5] (...) *Kayu txoy fülüley*, seis sueltos.

[GF3-P1-DE] (...) Yo diría que está bien esta idea, porque en español se usa el concepto de unidad. Entonces, *kiñe txoy*, unidad, *mari txoy*, decena y *pataka txoy*, centenas (...)

Estos diálogos, expresan un conflicto semiótico de tipo epistémico, pues el referente en una institución no necesariamente cumplirá el mismo rol en otra institución, por consiguiente el significado cambia en una y en otra institución. Es decir, se produce la disparidad de significados institucionales para un mismo referente o antecedente, unidades y decenas. Otra cuestión es la disparidad de significados, desde un punto de vista territorial, al interior de institución mapuche. Los ET, son de distintas zonas y cambian los conceptos de acuerdo a cómo ellos los entienden. En nuestro caso, quedaron con la traducción del ET que aplicaría el diseño. Esto, no asegura la comprensión en la racionalidad institucional mapuche; sin embargo, es un avance al poner de manifiesto esta cuestión. En el GF1, son otros los términos para referirse a unidades y decenas, que los que finalmente, quedaron en el diseño.

El diseño didáctico, si bien representa los significados de referencia situados, en el marco de nuestro modelo de articulación, no garantiza que los estudiantes construyan el mismo significado y/o evolucionen desde un significado personal al institucional de referencia situado, como se pretende con el diseño. En el párrafo anterior, hemos podido observar que existe una disparidad de significados institucionales, que aun cuando se presentó en la elaboración del diseño, lo incorporamos en el diseño para observar qué sucede en la implementación.

Cuando se aplicó el diseño, se pudo constatar dicha complejidad en la interacción en el aula. No sólo para los estudiantes, sino también para la dupla pedagógica. Principalmente en el objeto primario lenguaje, como signo de expresión y mediador del aprendizaje en este nivel, pues tal cual sucedió en la elaboración, también sucedió en la implementación. En tanto el antecedente, expresión, en mapuzugun para los estudiantes no representaba el mismo significado, consecuente, o contenido matemático establecido en el significado de referencia. El dialogo que mejor refleja este conflicto semiótico es el del estudiante E4 en el HDS6-CE-5AF- II-CD-18 del capítulo anterior.

6.- E4 (...) ¿*Epu mari küla*? (pone cara de interrogación y luego de pensar)

7.- I (...) Si, *epu mari küla*

8.- E4 (...) Pero entonces ¿son tres números? (no capta la estructura de las palabras numéricas en mapuzugun)

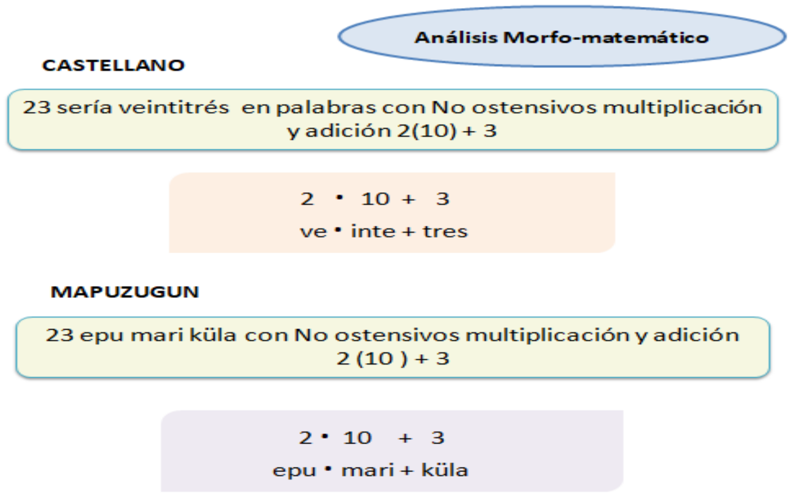


Figura 6.1. Conflicto semiótico institucional en escuelas situadas

Este estudiante, entiende que *epu mari küla* es una cifra de tres dígitos. No comprende el significado institucional en la cultura mapuche del número *epu mari küla*, que en español es veintitrés, una sola expresión escrita y oral. En la figura 6.1, mostramos el conflicto institucional de la interpretación aritmética de la palabra numérica 'veintitrés y *epu mari küla'*.

Otro conflicto semiótico que encontramos en el proceso de investigación y que reportamos en Salas y Godino (2016, p. 81), lo podemos apreciar en la figura 6.2. Este conflicto semiótico emergió en los análisis a priori de una de las actividades analizadas que se presentan en el documento oficial del MINEDUC 'Orientaciones para la enseñanza de la matemática en la EIB'. Es decir, lo que habíamos detectado en nuestro primer encuentro con la numeración mapuche y cómo lo abordaban la orientaciones curriculares en matemáticas para la EIB, no estaba lejos de suponer, también, un conflicto cognitivo como lo expresa el dialogo del estudiante E4 más arriba.

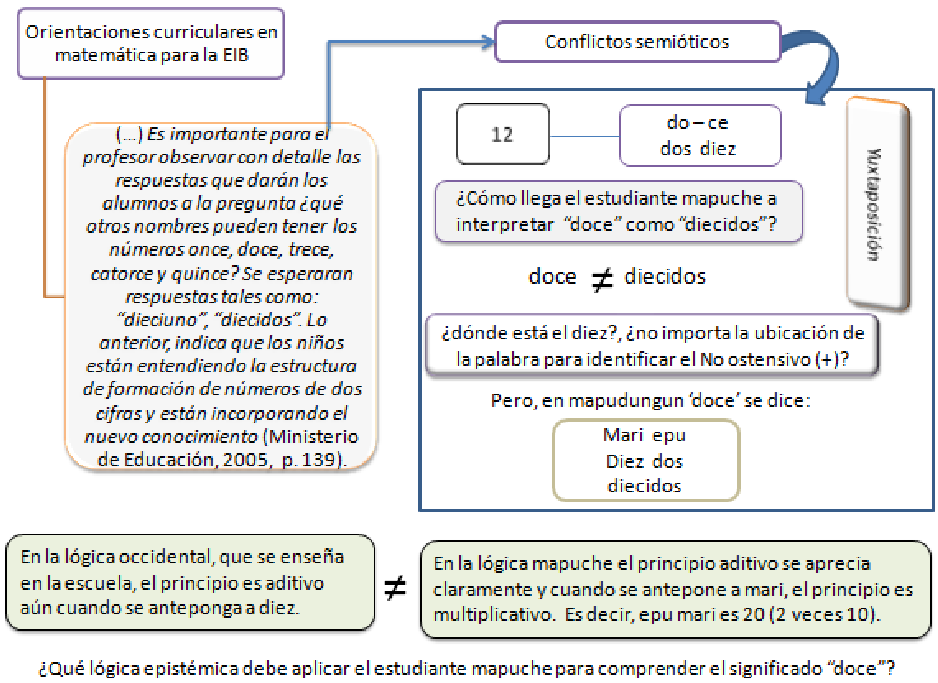


Figura 6.2. Conflicto semiótico institucional para escuelas situadas, análisis a priori.

Este documento propone para el primer y segundo nivel de enseñanza básica trabajar otras formas de nombrar los números en palabras irregulares en español como once, doce, trece, catorce y quince. No obstante, espera respuestas como dieciuno, diecidos,…. La interacción en el aula en nuestra aplicación muestra que no es tan fácil para un estudiante de este nivel comprender la estructura de las palabras numéricas en español, en tanto los estudiantes aprenden esas palabras, once, doce… como nuevas palabras y lo asocian a nuevos números del sistema de numeración decimal. No se identifica que comprendan la estructura del sistema decimal posicional que sólo tiene diez dígitos. Al parecer, los estudiantes ven al 11, 12, 13… como nuevos dígitos de un sistema y no como la formación de una cifra a partir del valor posicional de los dígitos.

El estudiante ya tiene una representación mental del número 'veintitrés', no así, del número *epu mari küla*; esto lleva a entender que la racionalidad occidental y la racionalidad mapuche de la estructura de las palabras numéricas no es la misma y debemos abordarla con cautela. Esto demuestra, cómo la aculturación temprana en la lengua dominante menoscaba el conocimiento de origen del estudiante. Entonces, se podría inferir que el obstáculo es de tipo epistémico, en tanto un aprendizaje previo, sin comprensión, en la cultura escolar obstaculiza la comprensión del sistema posicional decimal mediado por la lengua mapuzugun.

1.1.2. Idoneidad cognitiva

La idoneidad cognitiva la entendemos como la proximidad entre los significados de referencia situados, implementados, y los significados personales de los estudiantes, en tanto emergen en la práctica matemática. Wilhelmi, Font y Godino (2005) establecen que hay una idoneidad cognitiva cuando:

> *"El material de aprendizaje está en la zona de desarrollo potencial (Vygotsky, 1934) de los alumnos; con otras palabras, que el desfase entre los significados institucionales implementados y los significados personales iniciales sea el máximo abordable teniendo en cuenta las restricciones cognitivas de los alumnos y los recursos humanos, materiales y temporales disponibles*" (p. 3)

En nuestro caso, una primera mirada estará sobre los OA (objetivos de aprendizaje) situados pretendidos y los OA logrados, para ello nos apoyamos en los significados de referencia situados establecidos en la tabla 3.11 del capítulo 3.

Al respecto podemos concluir lo siguiente, sobre los OA situados:

1. Cuentan transitivamente colecciones concretas y pictóricas en ambas lenguas, mapuzugun y español. Se logra parcialmente, en tanto hacen recuentos con material concreto dispuesto, estrellas, que era el mismo material simbólico a contar en la contextualización del campo de problemas, evocado, pero sólo en español. A partir de la identificación del cardinal en español y con ayuda, podían traducir a mapuzugun. Hay estudiantes que si logran en su totalidad este OA.
2. Leen números en mapuzugun y los representan de forma concreta, pictórica y simbólica. Se logra parcialmente, pues no tienen un conocimiento y fluidez

lingüista en mapuzugun. Por tanto, se debió traducir al español para avanzar a la representación en la mayoría de los estudiantes; con algunas excepciones.

3. Comprenden la lógica de la estructura de la numeración en mapuzugun. Se logra en casos muy específicos (algunos estudiantes), pues el razonamiento mapuche no hace este cuestionamiento, sólo se utiliza. Entonces, los estudiantes que lograron comprender esta estructura, son estudiantes que tenían un conocimiento previo más evidente de ambas culturas, escolar y mapuche, por tanto, luego de una explicación junto a su reflexión, lograron comprender y resolver sin mayor dificultad.
4. Leen números en mapuzugun y asocian el simbólico matemático y su pronunciación en español. En este OA, sucede lo mismo que en el anterior; se logra parcialmente, sólo, en aquellos estudiantes que manifiestan un conocimiento previo de ambas culturas.
5. Comparan números y/o colecciones de objetos y determinan mayor y menor que. Se logra en la mayoría de los estudiantes, salvo en algunos pocos casos en que los estudiantes manifiestan un retraso pedagógico o alguna necesidad educativa especial (NEE). Cabe señalar, que el logro de este OA, está asociado a la traducción del mapuzugun al español.
6. Estiman cantidades. Al traducir al español la situación problema, no hubo dificultad con la estimación de cantidades.
7. Describen y aplican estrategias de cálculo mental para el recuento de colecciones y adiciones: uno a uno, suma iterada, multiplicación. Este OA se logra, parcialmente, en la mayoría de los casos, salvo los casos descritos en el OA 5. Los estudiantes con manejo de ambas lenguas incluso logran responder en mapuzugun; los que no tenían este manejo de su lengua materna, logran responder al traducir al español.
8. Identificar unidades y decenas.
9. Representar las cantidades de acuerdo a su valor posicional, con material concreto, pictórico y simbólico.
10. Representar las cantidades de acuerdo a su ubicación posicional con material concreto, pictórico y simbólico.

    Para los OA 8, 9 y 10, hay dos cuestiones que señalar: por una parte la disparidad de significados de las palabras numéricas en español y mapuzugun, como un conflicto de tipo epistémico entre dos significados de referencia institucionales, produce a la vez un conflicto cognitivo, en tanto el estudiante debe establecer múltiples funciones semiótica. El hecho de que su conocimiento previo de la aritmética mapuche, no sea racionalizado en su cultura ni en la escuela, generó una distancia respecto de su zona de desarrollo próximo. Por otra parte, los artefactos ábaco y tablero posicional, son dos objetos concretos y pictóricos que no tienen significación en ninguna de las dos culturas, para el estudiante. Entonces, los estudiantes que lograron la representación de unidades y decenas de manera concreta, pictórica y simbólica en ambas lenguas, son aquellos con conocimientos previos en ambas culturas. No obstante, estos estudiantes logran parcialmente la representación, en tanto era una reproducción automatizada a partir de un recuento de objetos en una colección, y no a partir del objeto primario lenguaje verbal. Sin embargo, se aprecia, que aun cuando hacen el recuento y asignan el cardinal del recuento, enfrentan conflicto en la representación de acuerdo al valor absoluto del dígito según la ubicación posicional de éste, pues el mismo número lo representan de manera diferente en el ábaco y la tabla de posición pictóricos. Más abajo ilustraremos con algunos ejemplos.

11. Componer y descomponer números de manera aditiva, en forma concreta, pictórica y simbólica. Este OA se logra parcialmente, pues algunos estudiantes solo logran representar la descomposición de manera concreta. Sin embargo, los estudiantes con conocimiento previos, que fueron muy pocos, en ambas culturas, si logran el OA.
12. Conocer parte del conocimiento matemático de su cultura de origen y asociarlo con la matemática escolar. Absolutamente logrado. Sin embargo, esta asociación es puntual para esta clase, lo que no significa que se incorporara a su cognición como un nuevo conocimiento, pues para ello habría que hacer seguimiento.
13. Conocer términos matemáticos en mapuzugun y relacionarlo con los términos matemáticos en español. Se logra sólo con algunas palabras numéricas y el *tunten*, cuántos. Es necesario señalar que este OA no se logra en la mayoría de los casos, pues todos los nuevos términos en mapuzugun no se asocian de manera fácil con el español. Recordemos, que incluso fue un desafío para los ET, bilingües, que buscaron los términos que mejor se asociaban al español, para expresar ideas matemáticas Sin embargo, algunos estudiantes más reflexivos y

participativos, logran esta asociación, sólo, para las palabras numéricas y el *tunten*.

En la configuración cognitiva prevista en el análisis a priori, ver tabla 4.4 del capítulo 4, se establecieron, las respuestas esperadas, la secuencia de prácticas esperadas, los posibles errores y la intencionalidad afectiva, involucradas en el diseño didáctico situado. En relación a las respuestas esperadas, sólo, un estudiante (E7) cuenta en mapuzugun y responde en mapuzugun de manera autónoma, junto a la traducción al español. El resto tienen nociones del recuento en mapuzugun; sin embargo, los números superiores a diez, no los tenían como conocimiento previo, situación prevista en la configuración epistémica como conocimiento previo. En este sentido, podemos señalar que uno de los errores establecidos en el análisis a priori 'no comprenden la lengua mapuzugun', se evidenció en todo el proceso de implementación. No obstante, este conocimiento, 'recuento intransitivo y transitivo en mapuzugun' se presenta como un objeto emergente de la práctica matemática situada. Si lo hubiésemos previsto como un objeto emergente de esta práctica en mapuzugun, nuestro diseño debiera haber iniciado el aprendizaje con las palabras numéricas en mapuzugun y su interpretación aritmética.

Respecto de las prácticas esperadas, los estudiantes en su mayoría presentan el recuento uno a uno, con algunas excepciones en que aplicaron la suma iterada y la multiplicación. No obstante, el uso del mapuzugun en esta clase es transversal, entonces con la dificultad detectada sobre el manejo de su lengua materna, las expresiones de los estudiantes, siempre se asociaron al español y luego a una traducción al mapuzugun por parte del ET. Como primera exploración, creemos que es inevitable esta situación, pues los estudiantes nunca antes habían hecho el ejercicio de interactuar matemáticamente con su conocimiento de origen en la escuela. Por tanto, podemos señalar que la intencionalidad afectiva del diseño, se cumple absolutamente en todo el proceso: los estudiantes se implicaron cognitiva y afectivamente con la resolución del campo de problemas presentados; se desarrolló un dialogo entre estudiantes, entre estudiantes y la dupla pedagógica PM y ET que propició el debate, el planteamiento de preguntas de parte del estudiante; la valoración del conocimiento matemático mapuche y que argumentaran sus proposiciones. En esta interacción, que esperábamos que sucediera emergieron otras nociones matemáticas en mapuzugun, por ejemplo, cuando el E10 plantea que hay veintisiete y argumenta 'porque hay tres veces nueve', la ET introdujo dos palabras que podían ayudar a interpretar esa oración '*naq* y *rupa'* y lo expresa '*küla* *rupa aylla'* [L7-CD8-AF], ver anexo 8. Este concepto es un emergente de la práctica matemática en mapuzugun.

Un HDS interesante es el que se produjo al plantear la pregunta *¿tunten wangülen doy kam doy*[36] *pichin nieyu?*, ¿cuántas estrellas más o menos hay?, en la diapositiva 4 (ver anexo, 8). Más allá de no entender la lengua mapuzugun, el HDS se presenta al traducir al español, pues ellos no comprenden la pregunta ¿cuántas más…? El ET aclara *tunten* más y sigue diciendo 'si habían *mari kayu*, dieciséis, y ahora hay *epu mari reqle*, veintisiete, ¿cuántas más hay?' [L8-CD10-AF]. No hubo respuesta de los estudiantes ante esa pregunta. Sin embargo, cuando el ET aclara ¿cuánto más se le agregó al dieciséis?' [L13-CD10-AF], cambia la trayectoria didáctica. En este dialogo se aprecia como al cambiar la pregunta se plantea la solución, pues al preguntar ¿cuántas más se le agregó?, dio la clave para la resolución y la E9 dice rápidamente la respuesta 'once' [L14-CD10-AF]. Esto demuestra un conflicto cognitivo con el enunciado ¿cuántas más…?, que es el tipo de preguntas en las evaluaciones estandarizas. Pues en ese enunciado, los estudiantes no tuvieron claro qué hacer para encontrar la respuesta, error que también habíamos previsto en el análisis a priori. Este conflicto semiótico se evidencia cuando se cambia el enunciado de la pregunta y se indica explícitamente que debe 'agregar' una cantidad de estrellas; ahí el estudiante comprende que, a la colección que tenía debía agregar una cantidad para alcanzar el cardinal del nuevo conjunto que se había formado. El estudiante no establece una función semiótica entre la expresión, cuánta más, y el contenido, $16 + X = 27$, en tanto no identifica el antecedente y el consecuente. No obstante, al romper el contrato didáctico, el ET, induce una asociación del antecedente y un estudiante reacciona.

En las interacciones con la mayoría de los estudiantes se aprecia el efecto Topaze, como vemos en los siguientes diálogos.

[L2-CD12-AF] PM (...) ¿Cuál era el primer número? (pregunta el PM a la estudiante E15 y ésta responde correctamente en español "dieciséis"), ya, cuenta 16 y después ¿se suma? (la estudiante no responde a esa pregunta), cuenta hasta llegar a veintisiete, eso se suma (el PM da la respuesta).

La E15 no comprende que a 16 se le suma una cantidad para obtener el total, es decir 16+ ___= 27; encontrar uno de los sumandos es un conflicto emergente, no previsto en

---

36 Doy: También se puede escribir zoy. En este caso el traductor utiliza el alfabeto con 'd' y no 'z'.

el análisis a priori. Esta modelación del problema nos permite inferir un conflicto entre el significado personal de la E15 y los significados del PM (institución) sobre este objeto.

En lo que sigue muchos niños preguntaban qué hacer; en un grupo se produjo el siguiente dialogo y que nuevamente demuestra el conflicto con la expresión ¿cuántos más?

CD-12
15.- E10 (...) Tía yo completé 27
16.- I (...) Niñas, miren acá y veamos qué hizo el compañero...
17.- E10 (...) Aquí tengo once y acá 16 y complete 27.
18.- I (...) Entonces, ¿cuántas más tienes en veintisiete?
19.- E10 (...) ¡Mm! (se queda en silencio frente a la pregunta)
20.- I (...) ¿Cuántas agregaste? (cambio la pregunta)
21.- E10 (...) ¡once!

Podríamos decir, que la expresión ¿cuántos más?, posee una interpretación más compleja que la expresión ¿cuántas agregas? El único estudiante que entiende ¿cuántas más que antes? es el E7, quien demostró en todo el proceso tener conocimientos previos afianzados de ambas culturas.

El E7 luego de manipular las estrellas dice en voz alta cuando la investigadora pasa por su mesa, '¡Me equivoque! [L4-CD12-AF] y luego prosigue:

7.- E7 (...) Aquí hay veintisiete
8.- I (...) ¿Cuántas más que antes?
9.- E7 (...) *Mari kiñe* (11)
10.- I (...) ¡Muy bien!

El trabajo de la ficha 2, reportado en HDS5-CE-5AF-TI del capítulo 5, implicaba leer y comprender la tarea en mapuzugun; contar la colección de objetos representados pictóricamente y escribir el resultado de los recuentos de 4 formas diferentes: lenguaje verbal en mapuzugun, lenguaje simbólico matemático, representando unidades 'U' y decenas 'D' en la tabla posicional, y representando la cantidad de unidades y decenas en el ábaco pictórico. La tabla 5.3, nos indica lo siguiente:

Muy pocos estudiantes llegaron a terminar este trabajo; sin embargo, en el trabajo de los estudiantes que realizan esta tarea se observa que: su primera acción es contar y establecer el cardinal del conjunto en lenguaje matemático y a partir de ahí se desarrolla todo su trabajo, dejando en última instancia la escritura del cardinal en mapuzugun.

Podemos agregar que estos estudiantes, reconocen la relación entre los objetos no ostensivos implicados en las expresiones ostensivas, pues sus representaciones son correctas para el caso de E13 y E2; no obstante para E1 no es lo mismo. E1, muestra una manera peculiar de agrupar, lo que indica que esa acción no es significativa para la determinación del cardinal. También, no escribe la cifra en mapuzugun, al parecer la asistencia a este estudiante por parte de la dupla pedagógica no propició la comprensión, aun cuando la representación en tabla posición y ábaco es correcta.

Para concluir este apartado, podemos señalar que si bien identificamos conflictos que suponen una dificultad para el aprendizaje, también identificamos HDS que suponen una ventaja para el aprendizaje, como el cuestionamiento del E4 que, si bien presenta un conflicto entre sus significados y el de referencia institucional, se convirtió en una oportunidad de aprendizaje y que luego evidenció. El HDS del desconocimiento de la aritmética mapuche se convirtió en una oportunidad para relacionar, muy básicamente, la racionalidad matemática mapuche y escolar, valorar el conocimiento mapuche y reforzar la identidad del niño mapuche.

1.1.3. Idoneidad Instruccional

El análisis instruccional en el capítulo 5, apoyados en nuestros descriptores de idoneidad establecidos en el análisis a priori, capitulo 4, nos reportó una visión global del proceso de instrucción implementado. Sin embargo, en este apartado queremos plantear algunas cuestiones adicionales a la luz de nuestro marco de referencia.

Una de las cuestiones que se presentaron durante el proceso de implementación del diseño didáctico situado es la 'ruptura del contrato didáctico', por parte del ET. Este HDS, se explica en la dimensión normativa que condiciona los procesos, pues el ET no tiene formación pedagógica en la cultura escolar. La escuela funciona bajo la lógica de la cultura occidentalizada y comparte los valores, creencias y racionalidad occidental. Entonces, la ruptura de contrato didáctico, no es intencional ni consciente, pues se desconoce los efectos que implican para el aprendizaje del estudiante. Por ejemplo, en la CD2-L17-21, podemos apreciar varios HDS, sin embargo queremos mostrar un análisis de un conflicto instruccional que indicaría una inadecuada idoneidad, en ese episodio de clase. En la CD2 se desarrolla el siguiente dialogo:

17.- PM (...) Esperen, alto, a ver que viene después de *kechu*, pero todos juntos.
18.- PM (...) Los niños no se saben la secuencia numérica en *mapuzugun*
19.- E7 (...) ¡*Mari kayu*! (Grita la respuesta)
20.- ET (...) *Kechu, kayu, reqle, pura, aylla, mari, mari kiñe, mari epu, mari küla, mari meli, mari kechu, mari kayu*
21.- GC (...) *kechu, kayu, reqle, pura, aylla, mari, mari kiñe, mari epu, mari küla, mari meli, mari kechu, mari kayu*

Hemos hablado de estas rupturas de contrato didáctico como un HDS7-CI-5AF-CD2, que reportamos en el capítulo 5, sin embargo queremos profundizar sobre algunas cuestiones puntuales, que nos llevan a suponer un conflicto instruccional. Como podemos apreciar la primera ruptura de contrato la genera el PM cuando propone reiniciar el recuento, todos juntos y reconoce que los estudiantes no saben la secuencia numérica en mapuzugun. Entonces se presentan los conflictos instruccional (CI) en las facetas cognitiva-afectiva (CA); interaccional-mediaciona (IM) y epistémico-ecológico (EE). En este análisis estamos usando la noción de conflicto semiótico como un indicador de idoneidad instruccional, pues consideramos que algunas actuaciones de la dupla pedagógica van hacia el lado opuesto de nuestros descriptores, es decir, la ausencia de los descriptores de la configuración instruccional definidos en el análisis a priori, capítulo 4, en una interacción docente-discente, es un conflicto instruccional, en tanto no permite el progreso del aprendizaje del estudiante. Veamos el ejemplo de acuerdo al dialogo:

CICA-10[37], se refiere a la ausencia del indicador 10 de dicha faceta dual, 'aborda los errores como una oportunidad de profundizar en el aprendizaje'; como apreciamos en el dialogo, el PM no resuelve de esta manera el conflicto, al contrario provoca el cambio de rol del ET a discente. Cuando retoman el recuento a coro los estudiantes lo hacen repitiendo de manera intransitiva el recuento que lleva en voz alta el ET.

CIEE-19 dice: 'Se detiene y profundiza en los conceptos que detecta significan una mayor dificultad para su aprendizaje'. En la actuación del PM debiera haber estado presente esta acción. Detener el recuento de los estudiantes y profundizar e institucionalizar la secuencia numérica en mapuzugun.

CIIM-3 dice: 'Establece un contrato didáctico y/o restablece el contrato didáctico cuando una de las partes lo rompe'. En la actuación del PM no se aprecia esta acción, pues luego de romper el contrato, acepta que el ET asuma el rol discente al llevar el recuento. Luego de ello no realiza una indagación si esta repetición intransitiva del recuento había provocado aprendizaje en los estudiantes. Por tanto, no restablece el contrato didáctico.

[37] CICA-10: Conflicto instruccional cognitivo-afectivo número 10 (Ver Configuración Instruccional en la dimensión cognitiva-afectiva del análisis a priori, capítulo 4.

CIIM-21 dice: 'Utiliza los materiales manipulativos, informáticos y los artefactos culturales para abordar el campo de problemas diseñado'. El PM, podría haber modificado el diseño en beneficio del aprendizaje de los estudiantes, y haber propiciado la utilización del material concreto, que se tenía disponible, para que los estudiantes realicen el recuento.

CIEE-17 dice: 'Promueve la argumentación en los estudiantes'. Un estudiante (E7) grita la respuesta mientras se sucedía esta ruptura de contrato, pero ambos docentes no aprovecharon la oportunidad para sacar partido a la respuesta del estudiante y promover la argumentación y el debate.

Nos podemos preguntar ¿qué sucede con estos conflictos?; al respecto podemos señalar que la ausencia de estos descriptores de idoneidad, no promueven los OA situados ni el desarrollo de habilidades matemáticas de orden superior para este nivel. Es decir, esto provoca e instala en las prácticas de aula, una cultura que lleva a los estudiantes a entender que el profesor es quién entrega las respuestas a los problemas y le dice cómo resolver los problemas matemáticos.

Ahora mostramos un ejemplo de conflicto semiótico como indicador de una adecuada idoneidad en la CD3.

> 8.- PM (...) Veamos otro ejemplo, contemos hasta acá (indica en la diapositiva hasta 8), ¿cuánto es?
> 9.- PM (...) ¿Quién pasará a indicar en el ábaco la cantidad?, ya la E19 levantó la mano primero, pase adelante.
> Nota: La niña pone 8 estrellas en la barra de la unidad en ábaco magnético.
> 10.- PM (...) Profesor pregunta ¿está bien? (se dirige al grupo curso)
> 11.- GC (...) ¡Si! (un si largo)
> 12.- PM (...) ¿por qué, quién me explica?, ya E4 te escuchamos. Niños escuchemos.
> 13.- E4 (...) Porque ahí no hay ninguna decena, solo hay unidades por eso pone 8 unidades y se sabe que van en las unidades
> 14.- E7 (...) ¡*Pura* unidades! (grita)
> 15.- ET (...) ¡Muy bien!, en *mapuzugun* sería *pura txoy*, ocho unidades es igual a *pura txoy.*

Para identificar la adecuada idoneidad nos nos centramos en identificar qué indicadores están presentes en la actuación del PM en este diálogo:

CIEE-1 dice: 'Pone en juego su conocimiento matemático común'. Efectivamente, sin ser profesor de matemáticas el PM pone en juego su conocimiento común de las matemáticas para este nivel y propone otra situación problema para evidenciar la comprensión de los estudiantes.

CIEE-16 dice: 'Utiliza los artefactos llevados a clases y los asocia a la cultura de los estudiantes'. En esta oportunidad se apoya en el artefacto, ábaco magnético llevado al aula y promueve la participación de los estudiantes.

CIEE-17 dice: 'Promueve la argumentación en los estudiantes'. A diferencia del conflicto anterior, en esta oportunidad el PM promueve la argumentación de los estudiantes y modera el contrato didáctico, preguntando (L12) ¿por qué, quién me explica?

CICA-7 dice: 'Formula preguntas adecuadas para provocar reflexión y comprensión en los estudiantes'. Consideramos que en esta ocasión las preguntas fueron acertadas, L12, pues provocó la reflexión y argumentación de los estudiantes sobre la respuesta de una compañera.

CICA-15 dice: 'Promueve relaciones de igualdad, confianza y respeto entre estudiantes, y entre profesores y estudiantes'. Al reforzar el silencio para escuchar al estudiante que fundamenta, está intencionadamente, modelando el contrato pedagógico, para que todos los estudiantes puedan participar.

CIIM-4 y 5 dicen: respectivamente, 'Establece un clima de relaciones de aceptación, equidad, confianza, solidaridad y respeto', 'Incentiva la formación en los valores universales de manera transversal en clase'. Durante todo el proceso de aplicación el PM instó a los estudiantes a escuchar al compañero, a los profesores, respetar sus turnos, cooperar con el compañero, entre otros.

CIIM-13 dice: 'Facilita la participación de todos los estudiantes en la clase'. El PM en su actuación, siempre trató de que todos los estudiantes participaran, incluso muchas veces él nombró al estudiante que debía responder.

Como hemos explicado, en este caso, estamos hablando de la manera en cómo se aborda un conflicto interaccional como indicador de idoneidad. Es decir, en la actuación del PM se aprecian claramente nuestros descriptores, en tanto estas acciones promueven el progreso de mejores aprendizajes en los estudiantes.

Veremos otro dialogo que implica un conflicto instruccional para el logro de una adecuada idoneidad.

CD-4

1.- PM (...) Otra actividad, vamos a leer todos juntos como la vez pasada (a coro lee el CG la diapositiva), ¿qué dirá ahí niños? (señala *wangülen*)

2.- GC (...) Estrellas
3.- PM (...) ¡Bien!, estamos hablando de estrellas, ¡muy bien!.
4.- PM (...) ¿Qué otra palabra conocemos?
5.- GC (...) *Mari*
6.- PM (...) *Mari*, muy bien, ¿mari cuánto es?
7.- E9 (...) diez
8.- E1 (...) *Kechu*, cinco
9.- PM (...) Ya, entonces ¿qué número será?
10.- E7 (...) Quince
11.- PM (...) Muy bien E7, muy bien todos en realidad.

En esta interacción identificamos los siguientes descriptores que están presentes en la actuación del PM en cada una de las dimensiones definidas en nuestro análisis a priori:

CIEE[38]: '1. Pone en juego su conocimiento matemático común', '2. Pone en juego su conocimiento común sobre el pueblo mapuche', '3. Desarrolla el contenido con rigurosidad conceptual en ambas lenguas y es comprensible para los estudiantes', '8. Promueve el diálogo para valorar el conocimiento etnomatemático', '9. Articula los diferentes significados de los objetos matemáticos de manera adecuada', '11. Promueve la integración de la cultura matemática local y global en la clase'.

CICA[39]: '5.Negocia con los estudiantes definiciones, proposiciones y procedimientos', '7. Formula preguntas adecuadas para provocar reflexión y comprensión en los estudiantes', '11. Escucha y valora todas las aportaciones de los estudiantes, sacando provecho de ellas', '12. Promueve la autoestima e identidad de los estudiantes, valorando su participación, aciertos y errores (ambas culturas)', '14. Plantea devoluciones desafiantes, coherentes y significativas para los estudiantes', '16. Aplica la evaluación de proceso a los estudiantes en relación a sí mismos en clase'.

CIIM[40]: '3.Establece un contrato didáctico y/o restablece el contrato didáctico cuando una de las partes lo rompe', '16. Evita cualquier forma de exclusión', '21. Utiliza los materiales manipulativos, informáticos y los artefactos culturales para abordar el campo de problemas diseñado', '22. Utiliza modelos concretos y visualizaciones para abordar conceptos y propiedades'.

Como podemos apreciar este dialogo ilustra, nuevamente, lo que se pretendía en el análisis a priori; que además, se fundamenta en lo que se considera una buena clase. El PM en esta oportunidad utiliza la diapositiva, para sacar provecho y propiciar en los estudiantes la conexión entre la numeración en mapuzugun y español. También,

---

[38] CIEE: Conflicto instruccional epistémico-ecológico.
[39] CICA: Conflicto instruccional cognitivo-afectivo.
[40] CIIM: Conflicto instruccional interaccional-mediacional.

establece un contrato didáctico que se respeta, valora la intervención de los estudiantes, plantea buenas devoluciones para propiciar el progreso en el aprendizaje, evita la exclusión de cualquier tipo al no establecer qué lengua ocupar, por ejemplo. Promueve la reflexión en los estudiantes, la autoestima y la valoración del conocimiento etnomatemático puesto en juego, negocia los significados y demuestra sus competencias profesionales sobre el conocimiento común de la matemática y la etnomatematica mapuche y establece la articulación entre ambas.

Los ejemplos expuestos, han sido la forma de explicar nuestra interpretación del conflicto instruccional, como indicador de idoneidad. En el proceso se pudieron identificar varios conflictos de tipo interaccional - mediacional que se resumen en el anexo 9.

1.2. REFLEXIÓN PARA MEJORAR EL DISEÑO DIDÁCTICO SITUADO

A partir de nuestros análisis realizados en los tres estudios, queremos reflexionar sobre las reales posibilidades de implementar un 'diseño didáctico matemático situado' en contexto mapuche. Si bien, hay varias carencias en el diseño elaborado, en tanto sigue la lógica escolar de nuestro sistema educativo occidentalizado, creemos que tiene potencialidades, si se logra mejorar algunas cuestiones que detectamos en el proceso.

Nuestro modelo de articulación, aun cuando incorporamos la lengua mapuche y el contexto, tiene las siguientes debilidades: homogeneizar la lengua mapuzugun*,* cuando no es igual en todos los territorios mapuche. Una primera recomendación es situar aun más el diseño, es decir, trabajar en su elaboración en cada escuela situada de cada comunidad mapuche, junto a los *kimche*, ET y profesores de esa comunidad. Porque, a partir de ello, se mejora la comunicación lingüística, el entendimiento del mapuzugun, la incorporación de prácticas matemáticas locales y, además, la contextualización del campo de problemas.

Una segunda falencia del diseño implementado, es la incorporación de los artefactos concretos y pictóricos, para la representación. Se recomienda rescatar otras formas de registro mapuche local; muchos hablan del *püron*, nudos en lanas. Quizás incorporar el *pürun* o *kipu*, podría ser una manera más adecuada de representación concreta y pictórica, para luego progresar a otras representaciones pictóricas. Respecto a la tabla posicional, creemos que no proporciona ni favorece la comprensión del valor del dígito, en tanto es una representación caducada. Caducada, pues tiempo atrás puede haber sido útil, cuando los bancos, por ejemplo, utilizaban formularios para depositar o girar dinero; porque de alguna forma ahí había una representación tabular, puesto que debíamos desglosar el registro del dinero de acuerdo a su valor posicional. Cuestión, que en la actualidad no existe en nuestro país, pues toda transacción bancaria se realiza electrónicamente o utilizando el número de identificación nacional. Por tanto, utilizando el concepto de Alsina (2007) de las realidades caducadas, es posible inferir que el uso de esta representación esté caducado. Se recomienda usar otras estrategias para comprender el valor posicional, como por ejemplo, indagar sobre la estructura de las palabras numéricas en mapuzugun, ya que tienen la lógica regular de un sistema posicional oral. Cambia el valor del dígito de acuerdo a la ubicación de la palabra en relación a las potencias de diez. También, podría ser en algún juego infantil, en el tejido mapuche, etcétera.

Otra falencia es la contextualización del campo de problemas, que bien pudo ser cercana para los estudiantes, es una realidad falseada como lo explica Alsina (2007), pues ningún niño puede contar 'tantas' estrellas en el cielo. Se recomienda el uso del contexto real asociado a la práctica real. Cada territorio tiene un entorno en el cual desarrollar habilidades matemáticas, además, realizar prácticas matemáticas reales, ayudará a la identidad del estudiante, asignar sentido al aprendizaje y a relacionar dos racionalidades del pensamiento,

2. CONCLUSIONES GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN

En este apartado nos referiremos exclusivamente a dar respuestas a nuestras interrogantes de investigación, los objetivos planteados y las expectativas de la investigación.

2.1. PREGUNTAS Y OBJETIVOS

El problema que nos propusimos estudiar es cómo hacer evolucionar el significado personal del niño mapuche sobre O (numeración) hacia el significado institucional escolar, $S_{CE}(O)$, de manera que el proceso de acoplamiento sea lo más idóneo posible. Esto requiere partir de los significados personales previos, propios de la cultura *mapuche*, respetar su identidad cultural y lograr que el niño mapuche se apropie de los significados institucionales, $S_{CE}(O)$, requeridos para interactuar en condiciones de igualdad en la cultura escolar. Al mismo tiempo se pretende aportar conocimientos para la enseñanza y aprendizaje de los saberes mapuche y no mapuche, procurando establecer una relación dialógica entre significados y sujetos de culturas distintas, como planteamos en la figura 1.15, del capítulo 1.

Para abordar esta problemáticas nos plateamos dos macro preguntas de investigación:

Macro-problemas de investigación

> ¿En qué medida el uso de los números mapuche, puede significar una dificultad o ventaja para el aprendizaje de la matemática escolar?, ¿podemos identificar a priori algún conflicto semiótico en el aprendizaje?
>
> ¿Es posible introducir cambios en los significados institucionales escolares $S_{CE}(O)$ que permitan el acoplamiento idóneo de los significados personales iniciales de los niños mapuche $S_{pcm}(O)$? ¿Cuáles podría ser tales cambios?

Las respuestas a estas macro preguntas las exponemos al final de este apartado, pues cada una de ellas fue descompuesta para abordar los tres estudios empíricos que reportamos en los capítulos 3, 4 y 5 y que forman parte de las distintas fases de una ingeniería didáctica basada en el EOS (ID-EOS). A continuación iremos exponiendo los problemas y objetivos de cada fase de la ID-EOS y sus correspondientes respuestas.

También nos planteamos un objetivo general como hilo conductor de toda nuestra investigación. Este objetivo general lo descompusimos en varios objetivos específicos de acuerdo a las fases de la ID-EOS y los correspondientes estudios empíricos.

Objetivo General

Describir y comprender la aritmética *mapuche*, para su articulación con la aritmética escolar en los primeros niveles de Educación Básica.

Fase 1 ID-EOS, estudio empírico 1, capítulo 3 de este informe:

Caracterización de la aritmética *mapuche* y sus significados, que se corresponde con la fase 1) de la ID-EOS ‘Estudio preliminar’.

Micro-Problemas de investigación de la fase 3 ID-EOS:

¿Cuáles son los nichos ecológicos en los que vive esa aritmética mapuche?, ¿qué características tiene esta aritmética?, ¿existe semejanza con la aritmética escolar?

¿Qué significados tienen las prácticas matemáticas discursivas en mapuzugun presentes en los textos históricos y oficiales?, ¿qué significados tienen las prácticas matemáticas discursivas en mapuzugun presentes en la memoria individual y colectica de los ET y *kimche* mapuche?, ¿qué conflictos semióticos plantean a los estudiantes las prácticas matemáticas encontradas y analizadas?

Las respuestas a estas interrogantes se lograron mediante un largo proceso de investigación empírica que implicó un trabajo documental y etnográfico. Pudimos establecer los nichos ecológicos en que vive la aritmética mapuche, tales como: las prácticas discursivas y operativas presentes en la memoria, individual y colectica, de los *kimche* mapuche y ET mapuche; los documentos oficiales para la EIB como los programas de estudio del SLI, las orientaciones curriculares para la enseñanza de la matemática en escuelas con EIB y los libros de textos de lengua mapuzugun; por último, el nicho histórico, que desde la época de la colonia en Chile, se escribe cómo entienden la matemática los mapuche.

Estos elementos nos permitieron la deconstrucción de la aritmética mapuche para establecer las semejanzas con la aritmética escolar. Para ello se hizo una análisis morfo-sintáctico y su interpretación aritmética, morfo-matemático, con lo cual se establecieron las regularidades de la numeración oral mapuche y las irregularidades de la numeración oral en español.

Luego, avanzamos a los análisis de las prácticas matemáticas mapuche para establecer un significado de referencia en esa cultura. Para ello, se realizaron los análisis epistémicos, desde nuestra lógica occidentalizada, de los objetos matemáticos primarios intervinientes en dichas prácticas. Junto con ello, se estableció la complejidad semiótica para los estudiantes mapuche, que deben poner en juego múltiples interpretaciones para alcanzar los aprendizajes. Además, el currículo de lengua mapuzugun y los libros de texto mapuzugun, dan por hecho los conocimientos previos de la aritmética mapuche en los estudiantes y como pudimos observar en nuestra implementación, no es así. Por tanto, esto complejiza más las conexiones que debe establecer el estudiante entre la racionalidad de la matemática escolar y mapuche, cuando en las tareas deben aplicar ambos conocimientos e intervienen distintos significados, como vimos en el análisis de las actividades de los libros de textos y el currículo de lengua mapuzugun.

Los objetivos específicos que perseguimos con esta primera fase de la ID-EOS son:

OE 1: Describir prácticas matemáticas mapuche, su potencial educativo y/o posibles conflictos semióticos en el aprendizaje de la matemática escolar.

OE 2: Describir y analizar articulaciones entre la aritmética mapuche y la aritmética escolar y las posibilidades de ser tenidas en cuenta en la EIB.

En relación a los objetivos específicos planteados para esta fase de investigación, logramos alcanzar ambos objetivos: la descripción de la aritmética mapuche y su potencial educativo para ser incorporado formalmente en la enseñanza de la matemática escolar en las escuelas situadas en contexto mapuche. Para la articulación de estos conocimientos, logramos establecer un modelo de articulación en los micro-contextos socio-históricos y un modelo de acoplamiento de significados para establecer significados de referencia situados, para estas escuelas.

Creemos que esta fase de la ID-EOS nos ha reportado mucha información para posteriores acciones de investigación o de instrucción matemática. Este estudio, deconstruye un conocimiento y lo formaliza para ser tenido en cuenta. ¿El cómo?, dependerá de la dimensión normativa y las características del territorio. Con esto queremos decir, que nuestra intención tampoco es homogeneizar la enseñanza de la matemática en las escuelas situadas en contexto mapuche; sino más bien plantear dos modelos que pueden guiar el aprendizaje de la matemática situado y con pertinencia sociocultural, sin dejar de enseñar la matemática escolar.

Fase 2 ID-EOS, estudio empírico 2, capítulo 4 de este informe:

Elaboración del ´diseño didáctico situado' con su correspondiente análisis a priori, que se corresponde con la fase 2) de la ID-EOS 'diseño de trayectorias didácticas'.

Micro-Problemas de investigación de la fase 2 ID-EOS:

¿Es posible diseñar tareas matemáticas con pertinencia cultural?, ¿es posible incluir la lengua mapuzugun en las tareas matemáticas?, ¿es posible incluir el contexto local en la problematización de las tareas matemáticas?

¿Es posible prever la configuración didáctica del diseño didáctico elaborado en sus sub-configuraciones epistémicas, instruccional y cognitiva-afectiva?

A partir de esa segunda pregunta, fijamos la atención en dos cuestiones:

> ¿Qué objetos matemáticos, previos y emergentes, se deben poner en juego para resolver el campo de problemas matemáticos en mapuzugun?, ¿es posible prever a priori las practicas correctas y errores de los estudiantes, en tanto la intencionalidad afectiva del diseño?

En esta fase dos, se utilizó la técnica de grupo focal para la elaboración del ‘diseño didáctico situado, que pondríamos a prueba para observar qué sucedía con ello. Por tanto, podemos afirmar que es posible diseñar tareas matemáticas con pertinencia cultural, incluyendo la lengua mapuzugun y el contexto mapuche. Incluso, podemos señalar, que se pueden elaborar mejores diseños didáctico matemático situados, pues en nuestro caso era un contexto de investigación, lo que de alguna forma, también condiciona el proceso. Sin embargo, si las municipalidades de estas comunas forman equipos interdisciplinarios, pueden lograr buenos diseños y mejorar los aprendizajes matemáticos y apoyar la revitalización de la lengua mapuzugun, como patrimonio nacional.

También, hemos previsto las configuraciones posibles de implementar en un análisis a priori, observando los objetos matemáticos previos y emergen de las prácticas matemáticas propuestas en el diseño. Esto, amerita un compromiso de la institucionalidad chilena, en mejorar las condiciones de los actores de los procesos de enseñanza y aprendizaje, en tanto requieren tiempo y equipos de trabajo, que puedan seguir con la espiral de lo que significa una ingeniería o diseño didáctico, es decir, aplicar, analizar, mejorar y volver a aplicar.

También es necesario destacar, que los elementos incorporados en el diseño promueven el desarrollo de habilidades matemáticas, lingüísticas en mapuzugun y socioculturales. Este aspecto es muy interesante, pues la EIB debiera considerarlo para una real educación intercultural.

El objetivo específico para esta fase de la ID-EOS es:

OE 3: Diseñar recursos didácticos para la enseñanza de la aritmética escolar que incorpore el primer nivel de articulación de la aritmética mapuche y escolar para segundo año básico, y prever posibles conflictos semióticos.

En relación a nuestro objetivo específico podemos señalar que se logró. Sin embargo, los análisis posteriores a la aplicación, nos han demostrado que aun falta alcanzar una mejor idoneidad en el diseño situado, en tanto a situar territorialmente los significados, mejorar la contextualización y los recursos materiales, como los artefactos culturales.

Fase 3 ID-EOS, estudio empírico 3, capítulo 5 de este informe:

Implementar y evaluar el uso del material y diseño didáctico situado en el aula y sus implicaciones en el aprendizaje de la matemática escolar de los estudiantes, con su correspondiente análisis a posteriori, que se corresponde con la fase 3) de la ID-EOS 'Implementación de la trayectoria didáctica y Análisis retrospectivo'.

Micro-Problemas de investigación de la fase 3 ID-EOS:

¿Qué ventajas y/o dificultades, supone para los estudiantes, enseñar matemáticas escolares utilizando su lengua materna?, ¿qué ventajas y/o dificultades supone la incorporación del contexto mapuche en la clase de matemáticas?

¿Qué ventajas y/o dificultades, implicó para la dupla pedagógica PM (profesor mentor) y ET (educador tradicional), enseñar matemáticas escolares en mapuzugun y español?, ¿qué conflictos semióticos de tipo epistémico, instruccional y cognitivo-afectivo, se pudieron observar en la aplicación del diseño didáctico situado?

¿En qué aspectos, personales e identitarios, beneficia al estudiante la incorporación de su lengua materna en la clase de matemáticas?

Las respuestas a las preguntas que guían esta fase de investigación son basadas en los HDS (hechos didácticos significativos) identificados en el proceso. Es así, como podemos señalar que la revitalización de la lengua mapuzugun debe ser un imperativo para las escuelas con EIB y para el país. Pues, en la actualidad, más que hace 20 años atrás, somos un país pluricultural y todos los conocimientos que llegan a la escuelas desde el origen del estudiante deben ser valorados como un conocimiento previo, más aun los que representan a las raíces culturales de nuestro territorio, como son nuestros pueblos indígenas.

La incorporación de la lengua mapuzugun en la clase de matemáticas, implicó varios HDS, algunos suponían una dificultad para el aprendizaje y otros una ventaja. Sin sumar ni restar entre ellos, pues nuestro fin no es valorar si es bueno o malo, si es adecuado o inadecuado, si es lo correcto o lo incorrecto; podemos decir que la experiencia nos dejó un grato sabor. En tanto, logramos evidenciar una realidad compleja a la que se enfrentan los estudiantes mapuche en las escuelas situadas. Poner de manifiesto la distancia epistémica entre el conocimiento matemático mapuche y escolar, como lo han reportado Quintrique, Quilaqueo, Torrres y muchos otros, en otras áreas del conocimiento. Estas distancias deben estrecharse para mejorar los aprendizajes de estudiantes mapuche y por ende su porvenir. Logramos, además identificar algunos conflictos semióticos, usados como indicadores de idoneidad, para tener en cuenta en los diseños, en tanto implican disparidad de significados o generan una dificultad y/o ventaja de aprendizaje. Es decir, no queremos sólo señalar que se puede incorporar este nivel de articulación en la enseñanza de la matemática escolar, además, damos argumentos para señalar que sería beneficioso para los estudiantes y , además, que hay que prever la mejoras de aquellos aspectos que pueden significar una dificultad. Los análisis realizados, respaldan nuestras sugerencias y afirmaciones. Por tanto, hemos dado respuesta a los interrogantes y además reportamos evidencia de los hallazgos.

El objetivo específico para esta fase de la ID-EOS es:

OE 4: Implementar en el aula un diseño didáctico situado y analizar las prácticas matemáticas de estudiantes mapuche de 2º año básico, identificando ventajas y/o dificultades de aprendizaje en este proceso de articulación.

En relación al último objetivo específico, podemos decir que lo hemos logrado y que nos ha entregado mucha más información que la que esperaban nuestras expectativas como investigadores.

Síntesis

Si bien se enfrentaron muchísimas dificultades, que de alguna manera influyeron en la mejor consecución de los tres estudios empíricos, el trabajo realizado reporta bastante evidencia para que los investigadores en didáctica de la matemática, las universidades, los centros de investigación, entre otros, tomen conciencia de que existe una problemática que requiere más investigación en pro de lograr mejores oportunidades de aprendizajes para los estudiantes de ascendencia indígena en nuestro país.

También, queremos señalar que la dupla pedagógica es una figura interesante, en la que ambos actores son importantes. Sin embargo, hay que trabajar por una mejor cohesión y para ello hay que compartir conocimientos, procedimientos y metodologías, en un espacio tiempo común.

Otro aspecto a señalar es que en las escuelas situadas en contexto mapuche, confluyen dos problemáticas. Por una parte es una cultura diferente a la criolla chilena y por otro lado también les afecta el hecho de que son escuelas rurales. Hay muchos elementos que siguen manteniendo este ‘racismo institucional’ en términos de Mampaey y Zanoni (2016), pues aun cuando se emiten leyes, se hacen reformas, se crean organismo para supervisar, entre tantas otras cuestiones, la educación rural y la EIB no tienen la atención que se merecen. No obstante, son medidos y evaluados al igual que todos los estudiantes y establecimientos del país. Entonces, es necesario abordar esta problemática desde la institucionalidad.

2.2. HIPÓTESIS INTERPRETADAS COMO EXPECTATIVAS

"Como expectativa de respuesta o hipótesis de investigación hemos propuesto que es posible seleccionar actividades de enseñanza y aprendizaje situadas para planear 'diseños didácticos matemáticos situados' en contexto mapuche que permita el aprendizaje de la numeración y la aritmética en la escuela ordinaria y que tengan en cuenta los significados personales iniciales de los niños mapuche sobre tales contenidos. La implementación de dichas actividades permitirá la evolución de los significados personales hacia los significados de referencia institucionales escolares situados, y en consecuencia potenciar las relaciones de igualdad del niño mapuche en la cultura escolar ordinaria".

En relación a nuestra expectativa de investigación debemos señalar que la hemos superado con creces. El incorporar una articulación de conocimientos que co-existen en el aula de matemática, en distintas racionalidades, es una oportunidad de desarrollo del pensamiento y habilidades matemáticas. En nuestro caso, aun cuando los estudiantes no eran bilingües, es decir, pensar en ambos idiomas, la incorporación del mapuzugun implicó la activación de sus conocimientos previos y la adquisición de nuevos conocimientos. No obstante y como lo hemos descrito en la dimensión normativa, para incorporar cambios en esta materia, se requiere mucho más que buenas intenciones de los actores.

3. DIMENSIÓN NORMATIVA. REFLEXIÓN SOCIO-CRÍTICA

En Chile la cobertura de la educación obligatoria ha llegado a su máxima expresión, pues prácticamente todos los niños del país se encuentran asistiendo a las escuelas y liceos, es decir, todo un éxito en cobertura. No obstante, y como hemos descrito en el capítulo 1, esta expansión de cobertura sumado al proceso de privatización de la educación, desde 1980, nos ha llevado a un tremendo problema sobre la 'calidad de la educación con equidad'. No entraré en detalle, sobre la calidad de la educación, pues dar respuesta a ¿qué es calidad?, es una cuestión que merece un capítulo completo. Como bien lo señala Puelles (2012) la 'calidad' es sinónimo de 'buen rendimiento estandarizado'. Efectivamente, Chile habiendo sido en palabras de Puelles, el "*verdadero laboratorio en que se aplicó la privatización (y descentralización) en su* *versión más drástica neoliberal*" (Puelle, 2012, p. 102), durante más de 3 décadas, ha significado un inmenso detrimento del sistema educativo y del derecho a la educación que tiene todo ciudadano.

La segregación de la sociedad está, absolutamente, marcada y perpetuada en el sistema educativo, pues quién se educa en una escuela municipal está condenado de por vida a ser el ciudadano modelo que hoy mantiene el sistema capitalista en Chile o dicho en palabras de Skovsmose (2012), pertenecer al 'cuarto mundo'. Porque, desde que termine su educación obligatoria a los 17 años, pasará a ser un deudor de la banca si quiere seguir estudiando y si no sigue estudiando, trabajará por un sueldo mínimo o siendo optimista, podrá alcanzar como máximo unos 700 dólares aproximadamente. Esto significará, que toda la vida tendrá que estar pagando créditos a la banca, pues con ese dinero que ganará, sólo ,le alcanzará mensualmente para alimentarse, pagar su salud y vestirse, en el Chile de hoy, en tanto es un país cada vez más caro. Este panorama lo describen claramente Durán y Kremerman (2018), en su informe de agosto de 2018 sobre los verdaderos sueldos de Chile. Estos autores, siguiendo los análisis del INE para la Encuesta Suplementaria de Ingresos (ESI), que aplica regularmente esta institución, concluyen que más del 70% de los trabajadores en nuestro territorio recibe menos de 800 dólares y el 50% no alcanza a recibir 500 dólares. Ellos exponen:

> *En noviembre de 2017, la línea de la pobreza por ingresos en Chile para un hogar promedio de 4 personas, es de $417.348. Si consideramos sólo a los asalariados del sector privado que trabajan jornada completa, el 50 % gana menos de $402.355, esto quiere decir que ni siquiera podrían sacar a su grupo familiar de la pobreza* (p. 3).

Es decir, la línea de pobreza está cerca de los 600 dólares y más del 50% de los trabajadores de este país, recibe menos de lo mínimo para sobrevivir. Por lo demás, otro dato interesante que entregan estos autores, economistas de la Universidad Católica de Chile, dice relación con el endeudamiento, para lo cual señalan que más del 70% de la población en Chile está endeudada (Los datos de endeudamiento, estos autores, también los obtienen del INE). Es decir, se intenta retratar la realidad, de lo que se conoce como clase social media en Chile; que si bien puede alcanzar objetivos, pero sin la mínima calidad de vida, pues trabajan para pagar a la banca. Exactamente, como lo dice Puelles (2012) "*Tal es la concepción "bancaria" de la educación que el único margen de acción que se ofrece a los educandos es el de recibir los depósitos, guardarlos y archivarlos*." (pág. 62).

Esta reflexión se inicia a partir de la formulación del modelo de articulación, en el cual vemos a nuestros estudiantes no sólo desde el punto de vista cognitivo, sino también desde el punto de vista sociocultural, territorial e histórico, es decir como un sujeto 'político' (Valero, 2002). Concordamos plenamente con los planteamientos de Valero (2002) sobre nuestros estudiantes, los que son personas con una "*existencia física y temporal, con sentimientos, con múltiples razones para involucrarse (o no) en el aprendizaje de las matemáticas, y con una vida que trasciende los límites del aula y de la escuela*." (p. 55). Entonces, atender otros aspectos, no sólo los cognitivos, es la visión sociopolítica que expone esta autora. Nuestra realidad escolar la describe muy bien Valero, sin vivir nuestro contexto educacional municipal, pues efectivamente en nuestras aulas tenemos estudiantes que se comportan mal, por diferentes causas y/o razones; no se alimentan adecuadamente; se enferman en sus hogares por las condiciones de vida; muchos no tienen padres y viven en hogares de acogidas; otros, por sus edades, están más preocupados de lo que está de moda que por aprender matemáticas; otros no les interesa aprender matemáticas, pues no visualizan un mejor porvenir (Skovsmose, 2012), pues vienen de las zonas más marginales de nuestra sociedad. Asumir lo que Valero denomina una 'postura política' es sinónimo de rescatar esta complejidad y ubicarla en el centro de nuestra reflexión como investigadores.

Otra cuestión que nos ha penetrado profundamente en nuestra reflexión, es la visión clásica que teníamos de los obstáculos de aprendizaje. En nuestro sistema educativo, la didáctica francesa se ha posicionado, fuertemente, desde los años noventa, marcando nuestro currículo, nuestra formación inicial y continua como docentes, nuestra evaluación docente, entre otras cuestiones. No obstante, lo que plantea Skovsmose (2012), es una nueva visión, muy interesante, de "obstáculo" de aprendizaje. Esta visión se entrecruza con la visión de la etnomatemática, en cuanto a la "exclusión" que provoca un modelo de currículo monocultural e universal. Skovsmose (2012) nos plantea que la noción clásica de obstáculo, podría ser un disfraz de exclusión y para ilustrar su postulado de "política de obstáculo de aprendizaje" nos narra su investigación sobre los obstáculos de los niños negros en el pasado apartheid de Sudáfrica. Concluyendo que los investigadores de esa época interpretaron que los problemas de aprendizaje de los niños negros venían con ellos a la escuela, lo que no pasaba con los niños blancos. Es decir, se instaló la política de establecer de antemano los obstáculos de aprendizaje de los niños negros por tanto la escuela les podía compensar tales deficiencias culturales. Para quienes trabajamos a diario con estudiantes diversos, este postulado es un llamado a la reflexión sobre la política del obstáculo de aprendizaje. El no considerar la cultura de origen de nuestros estudiantes al ingresar a la educación “formal”, puede ser asumido cómo una “política de obstáculo de aprendizaje”; el que puede sepultar su porvenir y arruinar el porvenir de un grupo de niños es un acto sociopolítico (Skovsmose, 2012).

En nuestro territorio, al igual que en otras partes del mundo, la occidentalización de los currículos ha sido la herramienta principal de la homogenización ciudadana. Como plantea Akkari (2009), este proyecto monocultural ha tenido las siguientes fuentes para su origen: 1) La sustitución de la educación religiosa por la alfabetización de masas; 2) El positivismo y la herencia filosófica de la Ilustración, orientadas a combatir la ignorancia de los hombres y conseguir su progreso y emancipación, con valores universales que se superponen a los marcos de vida de territorios particulares; 3) La consolidación del nacionalismo y la formación del espíritu patriótico de los futuros ciudadanos. Es así, cómo las tres fuentes identificadas han configurado los lineamientos de la educación escolar que ha sido masificada en todo el mundo, instituyendo los parámetros para construir sociedades homogéneas. En este sentido, Mampaey y Zanoni (2015), al estudiar el caso de la educación en Flandes (Bélgica), identifican tres tipos de prácticas de educación monocultural. La primera es la práctica de la educación monolingüe, sostenida en una enseñanza en la lengua oficial de la sociedad mayoritaria, dedicada a fomentar exclusivamente las habilidades lingüísticas de la mayoría y prohibiendo a los estudiantes de grupos minoritarios comunicarse de manera informal en su propia lengua. La segunda práctica se relaciona con la exclusión de las minorías religiosas de los ambientes escolares, principalmente de las minorías no occidentales. La tercera práctica implica el uso de programas curriculares eurocéntricos, que tienen por objetivo socializar el conocimiento occidental. Cada una de estas prácticas tienen como finalidad, que los estudiantes de grupos minoritarios y minorizados adquieran las normas, valores y conocimientos de la sociedad mayoritaria, reproduciéndose el racismo epistémico institucional y perpetuando relaciones desiguales de poder (Tubino, 2015). Este racismo institucional se refiere a actos discriminatorios estructurales, como por ejemplo la exclusión del conocimiento de nuestros pueblos originarios del currículo nacional, no implementar las escuelas inmersas con la EIB, entre otras.

En esa perspectiva, los profesores de origen mapuche y no mapuche han sido formados en un sistema educativo único nacional monocultural, por lo cual no poseen la formación idónea para incorporar conocimientos educativos mapuche a la educación escolar (Quintriqueo, 2010). Así, el desarraigo cultural de los profesores mapuche puede ser el resultado de la universalidad del currículo occidentalizado, en las distintas áreas del conocimiento, que no atiende la diversidad cultural y el conocimiento propio de los estudiantes. Quilaqueo y Quintriqueo (2010) nos plantean que, en contexto mapuche, la educación monocultural "*ha sido el actual método de colonización y formación de los estados*" (p. 353). Sin embargo, la dominación o método de colonización en la actualidad no ha detenido su avance, pues ahora podemos ver otras formas de colonización y dominación como lo es 'la globalización' y todo lo que ella impone en tanto a valores, maneras de vivir, de pensar, entre muchas otras. Skovsmose (2012) plantea:

> "*De manera similar a como las primeras olas de colonización europea de los siglos XIV al XVIII trajeron nuevos idiomas, religiones y órdenes sociales que atropellaron a las culturas indígenas, la nueva colonización global impone también nuevas maneras de vivir, de producir y de pensar*" (Skovsmose, 2012, p. 27)

Por otra parte el propio sistema monocultural acusa su propio fracaso al comunicar los devastadores resultados en sus evaluaciones estandarizadas, como los bajos rendimientos en matemáticas. Estos bajos rendimientos en matemáticas no sólo reflejan el fracaso de los modelos monoculturales de educación matemática sino, además, reflejan la discriminación social existente en relación a la distribución democrática del conocimiento matemático y el fracaso del Sistema Educativo neoliberal y mercantilista. Según Díaz y Druker (2007), la democratización del conocimiento en el aula escolar implica romper con la hegemonía del conocimiento escolar monocultural, para dar espacio y valor epistémico a las prácticas socioculturales fundadas, conocimiento propio de los niños de ascendencia indígena y no indígena. Proceso marcado, fuertemente, por la dimensión normativa institucional, que, en definitiva, condiciona el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula en el actual modelo educativo monocultural.

La educación matemática debe hacer frente a la 'exclusión' del conocimiento de las comunidades locales y nacionales, que a través de su discurso dominante premia la inclusión global de los estados a la comunidad internacional. Por otra parte la educación matemática debe poner atención a la actual reproducción de las formas de poder que promueve, en tanto enaltece la importancia de las matemáticas como una cualificación que nos permitirá mejorar nuestra calidad de vida. No obstante, no se hace cargo del acceso democrático a esa cualificación por parte de todos los ciudadanos de una nación (Vithal y Valero, 2012). Como bien lo planeta Skovsmose y Valero (2012) las ideas matemáticas poderosas, como la abstracción desde un punto de vista lógico, la podemos apreciar en la idea dominante de que *"los currículos matemáticos alrededor del mundo se han estructurado en listas de ideas matemáticas (como objetos matemático) poderosas que deben ser aprendidos"* (p. 37). El acceso democrático a las ideas matemáticas poderosas "*designa la posibilidad de ingresar a un tipo de educación matemática que favorezca la consolidación de las relaciones sociales democráticas*" (Skovsmose y Valero, 2012, p.48). Dicho acceso democrático debe tener lugar en el aula, la organización escolar y la sociedad local y global.

En el capítulo hablamos de la dimensión normativa, como herramienta de análisis de las cuestiones que de alguna forman condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje. Hay autores que nos dicen 'rara vez se cuestiona la norma' y es cierto, más en los estudios en Didáctica de las Matemáticas. En estas investigaciones, es habitual situar los factores que influyen en el aprendizaje de la matemáticas en los más conocidos: los profesores, las interacciones en el aula, los materiales, entre otros; no obstante, son pocos los autores, que desde un enfoque crítico, abordan la dimensión normativa. En este capítulo, hacemos alusión a las macro normas que condicionan los procesos y que de alguna forma no permiten la 'descolonización del saber' ni salir del 'cuarto mundo'. Hemos expuesto, cómo los organismos internacionales marcan las directrices que deben seguir los currículos de matemáticas en todo el mundo; los estándares que todos los países deben alcanzar en materia de rendimiento en matemáticas. El nuevo orden social marcado por estas directrices curriculares, marcan de alguna forma el tipo de ciudadano que se requiere para esta nueva configuración mundial globalizada y tecnologizada. Esta postura crítica tiene que ver específicamente con la distribución de las posibilidades que otorga el Estado. Skovsmose (2012) se refiere a las escuelas negras en Sudáfrica, como pertenecientes al 'cuarto mundo' en una sociedad con una distribución desigual de los recursos; entonces, podríamos decir que las escuelas municipales en nuestro país, y todos quienes estudian y trabajan en estas escuelas, también pertenecen a este 'cuarto mundo' y la educación se encarga de aquí sea. En nuestro país, la mayoría de las aulas de matemáticas de las escuelas municipales son marginales. Con marginales me refiero a varias cuestiones, entre ellas la infraestructura no es adecuada, son inhóspitas, no hay recursos para materiales ni insumos. Las condiciones en que los profesores trabajan, son pésimas, como lo mencionamos en el capítulo 4, lo que los lleva a tener muchas enfermedades profesionales. Podría enumerar un sin fin de cuestiones que demuestren la marginalidad en su máxima expresión, pues al igual que nuestros estudiantes municipales, las condiciones para desarrollar la gran labor de enseñar y para los estudiantes aprender, son las peores en la mayoría de las comunas del país, obviamente hay excepciones, las comunas élite donde vive la gente élite. Estamos convencidos que la política de obstáculos no sólo afecta el aprendizaje de los estudiantes, sino también la labor del enseñante. Por otra parte, el racismo institucional, cruza y permea nuestro sistema educativo, pues la educación 'particular' en Chile, es muy diferente, desde la infraestructura hasta las condiciones para el aprendizaje y la enseñanza. Por ello, la dimensión política en la educación matemática debe ser un tema emergente. Considerando, además, que en la práctica educativa, de estas escuelas, hay cuestiones más importantes que abordar que un rendimiento en una evaluación estandariza, como, por ejemplo, sacar a un estudiante de una situación de maltrato, violencia, drogadicción, entre otras.

Estas cuestiones de inequidad e injusticia social, no hacen sentido cuando relacionamos la 'dimensión normativa' del EOS cruzada por la visión sociopolítica y crítica de la enseñanza de la matemática. Entonces, podemos concluir que estamos insertos en una máquina de reproducción de inequidad e injusticia social, de la cual nosotros mismos somos víctimas y victimarios, lamentablemente, en un Chile injusto y desigual.

PUBLICACIONES

Salas, S., Godino, J. D., y Oliveras, M. L. (2014). Números mapuche en el currículo de la lengua mapuzugun en la Educación Básica de Chile. En *Proceedings of the 5th International Congress on Ethnomathematics ICEm5. Journal of Mathematics and Culture*, 8(1), 60-62.

Salas, S., Godino, J. D., y Oliveras, M. L. (2015). Números mapuches en el currículo de la lengua mapuzugun en la educación básica chilena. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 8*(2), 194-213.

Salas, S. S. y Godino, J. D. (2016). Potencial educativo de la aritmética mapuche en Chile. En Rosas, A. (Ed.). *Avances en Matemática Educativa. Tecnología y Matemática* (pp. 72-84). México: Instituto Politécnico Nacional.

Salas, S. S., Godino, J. D. y Quintriqueo, S. (2016). Análisis Exploratorio de las Prácticas Matemáticas de dos Estudiantes Mapuches en Colegios con y sin Educación Intercultural Bilingüe. *Bolema, 30*(55), 481-501.

Salas, S. y Godino, J. (2015). Investigando el conocimiento matemático mapuche: una propuesta metodológica. En Almeida, B., *XVII Evento Internacional La Enseñanza de la Matemática, la Estadística y la Computación*. Varadero, Cuba. Disponible en: http://cict.umcc.cu/repositorio/directorio_eventos/MATECOMPU%202015/res/sonia_salas.pdf

Salas, S. S. (2017). Hacia un significado de referencia del sistema de numeración mapuche. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

Salas-Salinas. S. (2018). Conocimiento matemático Mapuche en libros de textos de lengua Mapuzugun. *6° Coloquio Nacional de Investigación Educativa. ReDIE*. Durango. Mexico. (En prensa)

Salas-Salinas, S. y Quintriqueo, S. (2018). Elementos claves para el diseño didáctico situado en contexto indígena. *XXI Jornada Nacionales Educación Matemática*, Universidad de Tarapacá. Arica, Chile. (En prensa)

Salas-Salinas, S. y Quintriqueo, S. (2018). Hacia un modelo de articulación del conocimiento matemático mapuche y el escolar. *XXI Jornada Nacionales Educación Matemática*, Universidad de Tarapacá. Arica, Chile. (En prensa)

Salas-Salinas, S. y Quintriqueo, S. (2018). Descriptores de idoneidad para el diseño, implementación y evaluación de una clase de matemáticas situada en contexto mapuche. *6° International Congress of Ethnomathematics, ICEm 6*, Medellín, Colombia. (En prensa)

REFERENCIAS

ACE (2016a). *Base de datos Nacionales Categorías de Desempeño 2016*. Disponible en http://informacionestadistica.agenciaeducacion.cl/#/bases

ACE, (2016b). *Resultados Nacionales SIMCE 2016*. Disponible en http://www.agenciaeducacion.cl/evaluaciones/que-es-el-simce/

ACE, (2018a). *Nuevo Sistema Nacional de Evaluación de Aprendizajes. La evaluación al servicio de los aprendizajes*. Santiago: autor. Recuperado en: http://www.agenciaeducacion.cl/evaluaciones/mirada-amplia-calidad/

ACE, (2018b). *Evaluaciones Nacionales e Internacionales de Aprendizaje Periodo 2004-2016*. Santiago: autor. Recuperado en: http://www.agenciaeducacion.cl/estudios/investigacion/

Acuña, M., Silva, C., y Lafferte, M. (2012). *Perfil de educadores tradicionales y profesores mentores en el marco de la implementación del Sector de Lengua Indígena*. Santiago: Unicef.

Akkari, A. (2009). *Introduction aux approches interculturelles en éducation*. Genève: Université de Genève, Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation. Recuperado en: https://archive-ouverte.unige.ch/unige:21763

Alonqueo, M. (1987). *El habla de mi tierra*. Temuco: Ediciones Kolping.

Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 85-101.

Alvarado, M., y Ferreiro, E. (2000). El análisis de nombres de números de dos dígitos en niños de 4 y 5 años. Lectura y Vida. *Revista Latinoamericana de Lectura, 21*(1), 6-17.

Alveal, F. R. y Rubilar, P. R. S. (2012). Habilidades de codificación y descodificación de tablas y gráficos estadísticos: un estudio comparativo en profesores y alumnos de pedagogía en enseñanza básica. *Revista da Avaliação da Educação Superior, 17*(1), 207-235.

Alvarado, R., Valdivia, L., y Piñol, D. (2010). *Salud mental en los docentes de escuelas municipalizadas y resultados en la prueba SIMCE*. (Centro de Estudios del MINEDUC). Recuperado en: https://centroestudios.mineduc.cl/wp.../07/InformeFinal-Uchile-RubenAlvarado.pdf

Angrosino, M. (2012). *Etnografía y observación participante en investigación cualitativa*. Madrid: Morata

Anguera, M. (1992). *Metodología de la observación en las ciencias humanas*. Madrid: Cátedra.

Araujo, A. (2008). Una propuesta metodológica en Etnomatemáticas. *Revista UDCA Actualidad y Divulgación Científica, 11*(1), 67-76.

Ardoino, J. (1991). El análisis multirreferencial. *Recherches et Sciences de l'education*, 87, p. 173-181.

Ardoino, J. (2005). *Complejidad y formación: Pensar la educación desde una mirada epistemológica*. Buenos Aires: Novedades Educativas.

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno y P. Gómez (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*, (p. 33-59). Bogota: Una empresa docente.

Assis, A., Godino, J. D., y Frade, C. (2012). As dimensões normativa e metanormativa em um contexto de aulas exploratório-investigativas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 15*(2), 171-198.

Augusta, A. F. J. de (1903). *Gramática araucana*. Disponible en Memoria Chilena, Biblioteca Nacional http://www.memoriachilena.cl/602/w3-article-8186.html

Belloli, L. (2009). Algunos aportes al conocimiento de la numeración Mapuche. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias, 4*(2), 1-6.

Bengoechea, N. de (2009). *Etnomatemáticas, métodos y objetos culturales*. Tesis de Máster. Documento no publicado, Universidad de Granada. España

Berdegué, J., Jara, E., Modrego, F., Sanclemente, X. y Schejtman, A. (2010). *Comunas Rurales de Chile.* (Documento de Trabajo N° 60*)*. Rimisp. Recuperado en: www.superacionpobreza.cl/wp-content/uploads/2014/03/comunas-rurales-chile.pdf.

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural* (Vol. 49). Barcelona: Editorial Paidós.

Bravo, J. (2011). SIMCE: pasado, presente y futuro del sistema nacional de evaluación. *Estudios públicos,* 123, 189-211.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. *Recherches en Didactique des Mathematiques, 7*(2), 33-115.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

Browne, M. M. (2015). *Texto de estudio lengua Mapuzugun 2° básico*. Santiago: Trama

Cañulef, E., Fernández, E., Galdames, V., Hernández, A., Quidel, J., y Ticona, E. (2002). *Aspectos generales de la educación intercultural bilingüe (EIB) y sus fundamentos*. Santiago: MINEDUC.

Cassirer, E. (1945). *Antropología filosófica* (1983). México: Fondo de Cultura Económica.

Chevallard, Y., Bosch, M., y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Editorial Horsori

Christiny, D. C. (2012). Educación para mapuches en la araucanía durante el periodo reduccional 1884-1929. *Boletín de la Academia Chilena de la Historia, 78*(121), 19-60.

Cid, E., Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada. Disponible en, http://www.ugr.es/local/jgodino/

Clarkson, P. C. (2006). Multicultural classrooms: Contexts for much mathematics teaching and learning. Ethnomathematics and Mathematics Education. En Favilli, F. (2006) *Ethnomathematics and Mathematics Education*. TEP: Pisa.

Claro, S., y Bedregal, P. (2003). Aproximación al estado de salud mental del profesorado en 12 escuelas de Puente Alto, Santiago, Chile. *Revista médica de Chile, 131*(2), 159-167.

Cohen, L. y Manion, L. (2002). *Método de investigación educativa*. Madrid: La Muralla.

Coll, C. y Sánchez, E. (2008). Presentación. El análisis de la interacción alumno-profesor: líneas de investigación Presentation. The Analysis of the Pupil-Teacher Interaction: Researching Lines. *Revista de educación, 346*, 15-32.

Comité Técnico Asesor del Diálogo Nacional sobre la Modernización de la Educación Chilena y Comisión Nacional para la Modernización de la Educación. (1995). *Los desafíos de la educación Chilena frente al Siglo XXI*. Santiago: Editorial Universitaria.

CONADI, (2005). *Azümchefe. Hacia la Escritura del Mapuzugun*. Temuco, Chile. Autor.

Consejo Nacional de la Cultura y las Artes (2012). *Conociendo la cultura Mapuche*. Santiago: Quad/Graphics

Cox, C., González, P. S., Nuñez, I. P., y Soto, F. R. (1997). *160 años de educación pública: Historia del Ministerio de Educación*. Santiago: MINEDUC. Disponible en: http://www.memoriachilena.cl/602/w3-article-66197.html

D'Ambrosio, U. (1999). La transferencia del conocimiento matemático a las colonias: factores sociales, políticos y culturales. *Llull, 22*(44), 347-380.

D'Ambrosio, U. (2000). Las dimensiones políticas y educacionales de la etnomatemática. *Números*, (43), 439-444.

D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa.

D'Amore B. (2005). Pratiche e metapratiche nell'attività matematica della classe intesa come società. Alcuni elementi rilevanti della didattica della matematica interpretati in chiave sociologica. *La matematica e la sua didattica*. 3, 325-336.

D'Amore, B. y Godino, J. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 10*(2), 191-218.

D'Amore, B., Font, V. y Godino, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Paradigma, XXVIII*, Nº 2, 49-77.

Díaz A. T., y Druker, S. (2007). La democratización del espacio escolar: una construcción en y para la diversidad. *Estudios pedagógicos, 33*(1), 63-77.

Díaz, M. V., y Poblete, Á. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números*, 45, 33-41.

Donoso Díaz, S., y Schmal Simon, R. (2002). Los modelos de financiamiento de la educación pública en Chile y sus requerimientos de adecuación. *Revista electrónica de investigación educativa, 4*(2), 46-84.

Durán, G., y Kremerman, M. (2018). *Los verdaderos sueldos de Chile. Panorama actual del valor de la fuerza del trabajo usando la ESI*. Santiago, Chile: Fundación Sol. Recuperado de: http://www.fundacionsol.cl/estudios/sueldos-chile-2018/

Ernest, P. (2006). A semiotic perspective of mathematical activity: The case of number. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1-2), 67-101.

Estermann, J. (2014). Colonialidad, descolonización e interculturalidad. Apuntes desde la filosofía intercultural. *Polis. Revista Latinoamericana, 13*(38), p. 347-368.

Etchepareborda, M. C., y Abad-Mas, L. (2005). Memoria de trabajo en los procesos básicos del aprendizaje. *Revista de Neurología, 40*(1), p. 79-83.

Febres, A. (1765). *Arte de la lengua general del reyno de Chile, con un dialogo chileno-hispano muy curioso: a que se añade la doctrina christiana, esto es, rezo, catecismo, coplas, confesionario, y plàticas; lo más en lengua chilena y castellana: y por fin un vocabulario hispano-chileno, y un calepino chileno-hispano más copioso*. Disponible en: http://www.memoriachilena.cl/602/w3-article-8486.html

Flick, U. (2007). *Introducción a la investigación cualitativa*. Ediciones Morata. Madrid.

Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97–124.

Freire, P. (1978). *La educación como práctica de la libertad*. Madrid: Siglo XXI.

Gajardo, A. (2012). *Caracterización del rendimiento escolar de niños y niñas mapuches: contextualizando la primera infancia*. Tesis doctoral. Universidad de Valladolid. España. Disponible en: http://uvadoc.uva.es/handle/10324/2726

Gallego, F. A., y Sapelli, C. (2007). *Análisis de las fortalezas y debilidades del esquema de financiamiento de la educación en Chile y propuestas para mejorarlo*. Santiago: Pontificia Universidad Católica de Chile.

Gee, J. (1999). *An introduction to discourse analysis: Theory and method*. New York: Routledge.

Geertz, C. (1996). *Interpretación de las culturas*. Barcelona: Gedisa. (Traducción de la obra original The Interpretation of Cultures (1973) por Bixio, A.).

Geromini, N. G. (1997). Diagnóstico diferencial en Neuropsicología: las alteraciones del lenguaje infantil. *Revista de la Fundación Dr. Roberto Villavicencio*, 4, 118-123.

Gerdes, P. (1996). Ethnomathematics and mathematics education. En, A. J. Bishop et al. (Eds.) *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 909-943). Springer Netherlands.

Giraldo, Y. N., Otálvaro, D. E., y Moncada, J. D. (2006). La deconstrucción de las relaciones entre bibliotecología y educación: una dialéctica de la alteridad. *Revista Interamericana de Bibliotecología, 29*(1), 63-83

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 22*(2/3), 237-284.

Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 11*, 111-132.

Godino, J. D. (2014). *Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos: motivación, supuestos y herramientas teóricas*. Universidad de Granada. Disponible en,

http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/sintesis_EOS_2abril2016.pdf

Godino, J. D. (2017a). Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

Godino, J. D. (2017b). Articulación de teorías socio-culturales en educación matemática desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. *Conferencia plenaria. RELME 31*, Lima, Perú. Disponible en,

http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/JDGodino_Conferencia_RELME31.pdf

Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 14*(3), 325-355.

Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques, 26* (1), 39-88.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39, 127-135.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., y Arrieche, M. (2009). ¿Alguien sabe qué es el número. Unión, *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 19, 34-46.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., y Castro de, H., C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias 27*(1), p. 59-76.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Lurduy, O. (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics 77* (2), 247-265.

Godino, J. D. y Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. *Educación Matemática, 12*(1), 70-92.

Godino, J. D., Batanero, C., Contreras, Á., Estepa, A., Lacasta, E., y Wilhelmi, M. R. (2013). La ingeniería didáctica como investigación basada en el diseño. Versión ampliada en español de "Didactic engineering as design-based research in mathematics education" In *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2810-2819). Universidad de granada. Disponible en: https://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm

Godino, J. D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A. y Wilhelmi, M. R. (2014). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico - semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 34* (2/3), 167-200.

González, P. (2003). *Estructura institucional, recursos y gestión en el sistema escolar chileno*. Santiago: Ediciones Universitaria.

Gorgorió, N., Prat, M. y Santesteban, M. (2006). El aula de matemáticas multicultural: distancia, normas y negociación. En Goñi, J., Albertí, M., Burgos, S., Díaz, R., Dominguez, G., Fioriti, et al. (Ed.), *Matemática e Interculturalidad* (pp 7-23). Barcelona: GRAÓ.

Gysling, J., y Meckes, L. (2011). Estándares de aprendizaje en Chile: Mapas de progreso y niveles de logro SIMCE 2002 a 2010. *PREAL, disponible en: www.grade.org.pe/forge/descargas/PREALDOC54.pdf*

Hessen, J. (1925). *Teoría del conocimiento* (José Gaos, trad.). Recuperado de https://gnoseologia1.files.wordpress.com/2011/03/teoria-del-conocimiento1.pdf.

Himmel, E. (1998). Social impact of educational performance evaluation systems: the case of chile. *Evaluation and educational reform*, 115.

Hirmas, C., Hevia, R., Treviño, E. y Marambio, P. (2005). *Políticas educativas de atención a la diversidad cultural: Brasil, Chile, Colombia, México y Perú*. Santiago. UNESCO.

I. Municipalidad de Galvarino (2014). *Plan de Desarrollo Comunal (PLADECO)*. Disponible en: http://www.transparenciagalvarino.cl/?page_id=4602

INE (Chile). (2002). *Censo 2002*. Santiago: INE. Disponible en: http://www.ine.cl/estadisticas/censos/censos-de-poblacion-y-vivienda

Informe Especial (10 de octubre de 2013). *Chile: Cementerio de Talentos* [Archivo de vídeo]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=zSjmbEH-4Co

Izquierdo, A. (1999). Espacio temporalidad y complejidad: una aproximación epistemológica. *Nómadas*, 241-248.

Jamioy, J. N. (1997). Los saberes indígenas son patrimonio de la humanidad. *Nómadas* (7), p. 64-72.

Kheong, F. H., Ramakrishnan, C., Wah, B. L. P y Choo, M. (2008). *My pals are here. Maths*. Edición especial para El Ministerio de Educación de Chile (Adaptado y traducido del título original My Pals are Here! Maths. Santiago: RR Donnelley.

Kremerman, M., y Páez, A. (2016). *Endeudar para gobernar y mercantilizar: El caso del CAE.* Santiago: Fundación Sol.

Le-bert, J. M. (2004). *Informe final de evaluación Programa Orígenes Ministerio de Planificación y Cooperación*. Recuperado de: http://www. dipres.gob.cl/574/articles-14937_doc_pdf.

Licón Khisty, L. (1997). La creación de la desigualdad: problemas del idioma y de los significados en la enseñanza de las matemáticas con alumnos hispanos. En Secada, W., Fennema, E. y Adajian, L. B. (Comps). *Equidad y enseñanza de las matemáticas: nuevas tendencias*. (p. 297-315). Madrid: Morata

Mampaey, J. y Zanoni, P. (2016) Reproducing monocultural education: ethnic majority staff's discursive constructions of monocultural school practices. *British Journal of Sociology of Education*, 37(7), 928-946, DOI: 10.1080 / 01425692.2014.1001059

Martínez, M. (2003). *Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado*. Tesis doctoral. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona. Disponible en: https://ddd.uab.cat/record/38242

Martinic, S., Vergara, C. y Huepe, D. (2013). Uso del tiempo e interacciones en la sala de clases: un estudio de casos en Chile. *Pro-Posições, 24*(1), 123-135. https://dx.doi.org/10.1590/S0103-73072013000100009

Mena, A. (2009). El estudio de clases japonés en perspectiva. *Colección Digital Eudoxus*, (18).

Milla E., Z. (1990). *Introducción a la semiótica del diseño andino precolombino*. Asociación Cultural Amaru Wayra (Eds.) Lima: CONCYTEC.

MINEDUC, (2002). *Currículum Educación Matemática para la Educación Básica*. Santiago: Autor

MINEDUC, (2003a). *Evaluación de Aprendizajes para una Educación de Calidad, Comisión para el Desarrollo y Uso del Sistema de Medición de la Calidad de la Educación*. Santiago: Autor

MINEDUC, (2003b). *Marco para la buena enseñanza*. C. P. E. I. P. Santiago: C y C impresores

MINEDUC, (2004). *Texto escolar Educación Matemática 7º año básico*. Santiago. Cal y Canto.

MINEDUC, (2005). *Orientaciones para la contextualización de Planes y Programas para la Educación Intercultural Bilingüe NB1*. Santiago: Autor.

MINEDUC, (2007). *Orientaciones para el uso de los Mapas de Progreso del aprendizaje*. Santiago: Autor.

MINEDUC, (2008). *Niveles de Logro 4º Básico para Educación Matemática SIMCE*. Santiago: Autor.

MINEDUC, (2009a). *Ley General de Educación. Ley N° 20.370*. Santiago: Autor.

MINEDUC, (2009b). *Marco Curricular Lengua Indígena para la Educación Básica*. Santiago: Autor.

MINEDUC, (2011). *Programa de Estudio de Lengua Mapuzugun para 2º año de educación básica*. Santiago: Autor.

MINEDUC, (2012a). *Comunicado sobre retiro de mapas de progreso del aprendizaje*. Santiago: Autor.

MINEDUC, (2012b). *Anuario Estadístico 2012*. Santiago: Autor

MINEDUC, (2013a). *Programa de Estudio de Matemáticas para 2º año de educación básica*. Santiago: Autor.

MINEDUC, (2013b). *Estándares de Aprendizajes en Matemáticas 4° Básico.* Santiago: Autor.

MINEDUC (2013c). Progresión para Matemática de 1º a 6º Básico. Disponible en http://www.curriculumnacional.cl/inicio/1b-6b/

MINEDUC, (2014). *Hacia un sistema completo y equilibrado de evaluación de los aprendizajes en Chile*. *Informe Equipo de Tarea para la Revisión del SIMCE*. Santiago: Autor.

MINEDUC, (2016). *Estadísticas de la Educación*. (Anuario Estadístico 2016*)*. Santiago: Autor. Disponible en: https://centroestudios.mineduc.cl/publicaciones-ce/publicaciones-estadisticas-2/publicaciones-nacionales/

MINEDUC, (2017). *Programa de Educación Intercultural Bilingüe 2010 – 2016*. Santiago: Autor. Disponible en http://peib.mineduc.cl/recursos/programa-de-educacion-intercultural-bilingue-2010-2016/

MINEDUC y OEI (1993). *Sistema Educativo Nacional de Chile*. Disponible en http://www.oei.es/quipu/chile/#sis

Ministerio de Planificación y Cooperación, (1993). *Ley de protección, fomento y desarrollo Indígena*. *Ley Nº 19.253*. Santiago: Autor.

Moschkovich, J. N. (2015). Academic literacy in mathematics for English Learners. *The Journal of Mathematical Behavior*, 40, 43-62.

Ñanculef, J. (2001). We txipantu - we txipan antü wiñol txipantu. El regreso del sol, el solsticio de invierno. Cátedra indígena, U. Chile indígena saberes y docencia. Disponible en: http://www.uchileindigena.cl/el-ano-nuevo-de-los-pueblos-originarios-en-el-cono-sur-de-america-el-encuentro-con-la-naturaleza/

Ñanculef, J.(2016). *Tayiñ Mapuche Kimün. Espistemología Mapuche – Sabiduría y Conocimiento*. Santiago: Universidad de Chile

OECD, (2004). *Revisión de Políticas Nacionales de Educación: Chile, Revisión de Políticas Nacionales de Educación*. París: OECD. Disponible en; http://dx.doi.org/10.1787/9789264021020-es.

O'Halloran, K. L. (2010). The Semantic Hypers pace: Accumulating Mathematical Knowledge across Semiotic Resources and Modalities. In Christie, F. & Maton, K. (eds). *Disciplinarity: Functional Linguistic and Sociological Perspectives*. London: Continuum, 217-236.

Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Editorial Comares

Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas: de la multiculturalidad al mestizaje. En Goñi, J., Albertí, M., Burgos, S., Díaz, R., Dominguez, G., Fioriti, G., et al. (Ed.), *Matemática e Interculturalidad*. (p. 117-149). Barcelona: Editorial GRAÓ.

Oliveras, M. L., y Godino, J. D. (2015). Comparando el programa etnomatemático y el enfoque ontosemiótico: Un esbozo de análisis mutuo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática 8*(2), 432-449.

ONU, (2015). *Agenda de desarrollo sostenible*. Disponible en http://www.un.org/sustainabledevelopment/es/la-agenda-de-desarrollo-sostenible/

Oteiza, F. (2015). Una visión acerca de la educación matemática en Chile: cómo caracterizar su presente, los principales hitos del proceso de llegar allí y cómo pensar el futuro. En Ruiz, X. M., y Gallardo, P. C. (2015). *La educación matemática en el siglo XXI*. Mexico: Instituto Politécnico Nacional.(p. 39-64)

Pino-Fan, L., Godino, J. D. y Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. *Educação Matemática Pesquisa 13*(1).

Planas, N. (2014). Hacia una noción situada de lengua para la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7*(2), 151-169.

Popkewitz, T. (2002). Whose heaven and whose redemption? In P. Valero, y O. Skovsmose (Eds.), *Proceedings of the Third International Mathematics Education and Society Conference, Addendum* (p. 1-26). Copenhagen: Centre for Research in Learning Mathematics.

Puelles, M. de (2012). *Problemas actuales de política educativa*. Madrid: Morata.

Quilaqueo, D. y Quintriqueo, S. (2008). Formación docente en educación intercultural para contexto mapuche en Chile. *Revista Cuadernos Interculturales, 6*(10), p. 91-110.

Quilaqueo, D. y Quintriqueo, S. (2010). Saberes educativos mapuches: un análisis desde la perspectiva de los kimches. *Polis, 9*(26), 337-360.

Quintriqueo, S. (2010). *Implicancias de un modelo curricular monocultural en contexto mapuche*. Santiago: Lom Ediciones

Quintriqueo, S. y Cárdenas, P. (2010). Educación Intercultural en contextos mapuches. Articulación entre el conocimiento mapuche y el occidental en el ámbito de las ciencias. En D. Quilaqueo, C. Fernández y S. Quintriqueo (eds.), *Interculturalidad en contexto mapuche* (p. 91-128). Neuquén: Educo.

Quintriqueo, S., y Maheux, G. (2004). Exploración del conocimiento sobre la relación de parentesco como contenido educativo para un currículum escolar intercultural en comunidades mapuche. *Revista de Psicología, 13*(1),73-91.

Quintriqueo, S. y McGinity, M. (2009). Implicancias de un modelo curricular monocultural en la construcción de la identidad sociocultural de alumnos/as mapuches de la IX región de La Araucanía, Chile. *Estudios pedagógicos, 35*(2), 173-188.

Quintriqueo, S., Quilaqueo, D., Gutiérrez, M. y Peña-Cortés, F. (2015). *Enseñanza de la Historia, Geografía y Ciencias Sociales: hacia una perspectiva intercultural*. Temuco: Universidad Católica de Temuco.

Quintriqueo, S., y Torres, H. (2013). Construcción de conocimiento Mapuche y su relación con el Conocimiento Escolar. *Estudios pedagógicos, 39*(1), 199-216.

Quintriqueo, S., Torres, H., Gutiérrez, M., y Sáez, D. (2011). Articulación entre el conocimiento cultural mapuche y el conocimiento escolar en ciencia. *Educación y Educadores, 14*(3), 475-492.

Ramos, A. B. y Font, V. (2006). Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una prospettiva ontosemiotica. *La Matematica e la sua didattica*, 20(4), 535-556.

Reyes-Escobar, M. E. (2017). Análisis didáctico de dos textos escolares diseñados con un enfoque intercultural. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

Rivas, H. (2014). *Idoneidad didáctica de procesos de formación estadística de profesores de educación primaria*. Tesis Doctoral publicada y disponible en: www.ugr.es/~batanero/documentos/Tesis_HRivas.pdf

Rivas, H., y Godino, J. D. (2015). Hechos didácticos significativos en el estudio de nociones probabilísticas por futuros maestros. Análisis de una experiencia formativa. *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria, 2*, 339-346.

Robalino, M., y Korner, A. (2006). *Condiciones de trabajo y salud docente: estudios de casos en Argentina, Chile, Ecuador, México, Perú y Uruguay*. Santiago: Alfabeta Artes Gráficas.

Rother, T. (2005). Conflicto intercultural y educación en Chile: Desafíos y problemas de la educación intercultural bilingüe (EIB) para el pueblo mapuche. *Revista Austral Ciencias Sociales* (9), 71-84

Sacristán, G. (2002). *Educar y convivir en la cultura global*. (2 ed.). Madrid. Morata.

Salas, A. (1980). El Sistema de numeración en el Mapuche Chileno. *Revista la Matemática en el colegio* (4), 5-13. Universidad Católica de Chile.

Salas-Salinas. S. (2018). Conocimiento matemático Mapuche en libros de textos de lengua Mapuzugun. *6° Coloquio Nacional de Investigación Educativa. ReDIE*. Durango. Mexico. (En prensa)

Salas, S. S. y Godino, J. D. (2016). Potencial educativo de la aritmética mapuche en Chile. En Rosas, A. (Ed.). *Avances en Matemática Educativa. Tecnología y Matemática* (p. 72-84). México: Instituto Politécnico Nacional

Salas-Salinas, S. y Quintriqueo, S. (2018a). Elementos claves para el diseño didáctico situado en contexto indígena. *XXI Jornada Nacionales Educación Matemática*, Universidad de Tarapacá. Arica, Chile. (En prensa).

Salas-Salinas, S. y Quintriqueo, S. (2018b). Hacia un modelo de articulación del conocimiento matemático mapuche y el escolar. *XXI Jornada Nacionales Educación Matemática*, Universidad de Tarapacá. Arica, Chile. (En prensa).

Salas, S. S., Godino, J. D., y Oliveras, M. L. (2015). Números mapuches en el currículo de la lengua mapuzugun en la educación básica chilena. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 8*(2), 194-213.

Salas, S. S., Godino, J. D. y Quintriqueo, S. (2016). Análisis exploratorio de las prácticas matemáticas de dos estudiantes mapuches en colegios con y sin Educación Intercultural Bilingüe. *Bolema, 30*(55), 481-501.

Sampieri, H. R, Fernández, C. y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación. Quinta edición*. México: Mc Graw Hill

Sandín, P. M. (2010). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. Madrid. Mc Graw Hill.

Schleppegrell, M. J. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading & Writing Quarterly, 23*(2), 139-159.

Serrano G., W. (2002). El discurso matemático en el aula. Un análisis desde la observación del curso Sistemas Numéricos. Sapiens. *Revista Universitaria de Investigación, 3*(1).

Setati, M. (2008). Access to mathematics versus access to the language of power: The struggle in multilingual mathematics classrooms. *South African Journal of Education, 28*(1), 103-116.

Setati M. & Moschkovich N. J. (2013). Mathematics Education and Language Diversity: A Dialogue across Settings. *Journal for Research in Mathematics Education, 44*(1), 119-128. doi:10.5951/jresematheduc.44.1.0119

Sierpinska, A. (1997). Formats of interaction and model readers. *For the learning of mathematics, 17*(2), 3-12.

Sinclair, J. M., y Coulthard, R. M. (1975). *Towards an analysis of discourse: The English used by teachers and pupils*. London: Oxford University Press.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Traducción de VALERO, P. Bogotá: Una Empresa Docente.

Skovsmose, O. (2012). Porvenir y política de los obstáculos de aprendizaje. En, P. Valero y O. Skovsmose, (Eds.). *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Una Empresa Docente, 2012. p. 131-147.

Skovsmose, O. y Valero, P. (2012). Acceso democrático a ideas matemáticas poderosas. En P. Valero y OP. Skovsmose, (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 25-61). Bogotá:

una empresa docente.

Treviño, E., Donoso, F., Aguirre, E., Fraser, P., Godoy, F., Inostroza, D., et al. (2013). *Educación para preservar nuestra diversidad cultural: desafíos de implementación del Sector de Lengua Indígena en Chile*. Santiago: Centro de Políticas Comparadas de Educación, UNICEF y MINEDUC.

Tubino, F. (2015). El trasfondo epistémico de los conflictos interculturales. *Contextualizaciones Latinoamericanas*, (11).

Tylor, E. B. (1871). Cultura primitiva. Madrid: Ayuso. (Traducida por Suarez, M. (1977) *Primitive Culture*. Londres: J. Murray).

UNICEF. (1990). *Declaración Universal de los Derechos del Niño*. Ratificada por Chile en 1990. Santiago: Autor

Valdivia, L. (1684). *Arte y gramática general de la lengua que corre en todo el Reyno de Chile: con un vocabulario, y consessionario*. Sevilla. Disponible en Memoria Chilena, Biblioteca Nacional http://www.memoriachilena.cl/602/w3-article-8485.html

Valdivia, G., Avendaño, C., Bastías, G., Milicic, N., Morales, A., y Scharager, J. (2003). *Estudio de la salud laboral de los profesores en Chile*. Santiago: Pontificia Universidad Católica de Chile.

Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante, 11*(1), 49-59.

Van Dijk, I. J. K. (1996). *Estructuras y funciones del discurso*. Madrid: Siglo XXI

Van Dijk, T. (2001). Algunos principios de una teoría del contexto. *Revista Latinoamericana de Estudios del Discurso, 1*(1), 69-82.

Vidal, C. (2011). *Profesores municipales con precaria salud mental. Centro de investigación y desarrollo de la educación*. Universidad Alberto Hurtado. Recuperado de: http://biblioteca. uahurtado. cl/ujah/reduc/pdf/pdf/txt792. pdf.

Vithal, R., y Skovsmose, O. (1997). The end of innocence: a critique of 'ethnomathematics'. *Educational Studies in Mathematics, 34*(2), 131-157.

Vithal, R. y Valero, P. (2012). La investigación en educación matemática en situaciones de conflicto social y político. En P. Valero y O. Skovsmose (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (p. 217-268). Bogotá: una empresa docente.

Voigt, J. (1994). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 26*(2-3), 275-298.

Wells, G. (1999). Dialogic inquiry: *Towards a socio-cultural practice and theory of education*. Cambridge University Press. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/245919622_Dialogic_Inquiry_Towards_a_Sociocultural_Practice_and_Theory_of_Education [consultado el 28 de agosto de 2017].

Wilhelmi, M. R., Font, V. y Godino, J. D. (2005). Bases empíricas de modelos teóricos en didáctica de las matemáticas: Reflexiones sobre la Teoría de Situaciones Didácticas y el Enfoque Ontológico y Semiótico. Traducción de “Bases empiriques de modèles théoriques en didactique des mathématiques: réflexions sur la théorie de situations didactiques et le point de vue ontologique et sémiotique”, presentada en el *Colloque International « Didactiques : quelles references epistemologiques? »*, AFIRSE, Bordeaux, France del 25 al 27 de mayo. [Disponible en: http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm].

Williamson, G. (2012). Institucionalización de la educación intercultural bilingüe en Chile: Notas y observaciones críticas. *Perfiles educativos, 34*(138), 126-147.

Williamson, G., y Flores, F. (2015). *Estado del arte de la Educación Intercultural Bilingüe en Chile, 1990-2013*. Temuco: ICIIS y Ediciones Universidad de La Frontera.

Wittgenstein, L. (1953). *Investigaciones filosóficas*. Barcelona: Crítica, 1988.

Wood T. (1994) Patterns of interaction and the culture of mathematics classrooms. En, S. Lerman (Ed.), *Cultural Perspectives on the Mathematics Classroom*. Mathematics Education Library, vol 14. Dordrecht: Springer.

ARTICULACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS MAPUCHE Y ESCOLAR EN EL CASO DE LOS CONOCIMIENTOS ARITMÉTICOS

Tesis doctoral

Sonia Salas Salinas

ANEXOS

ANEXO 1

Imágenes del Trabajo de campo


Aillinco


Mañiuco


Ñilpe


Quinahue

Imágenes del Trabajo de campo


Trabunquillem


Trif-trifco

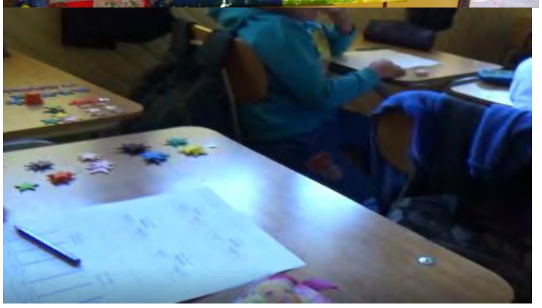
Pelantaro

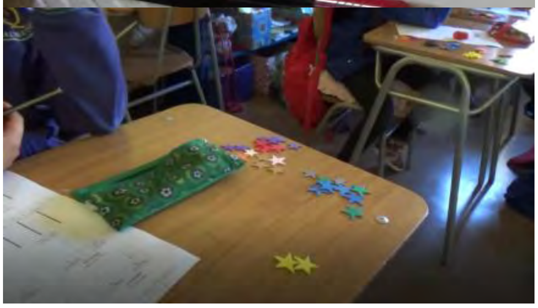



Pueblo

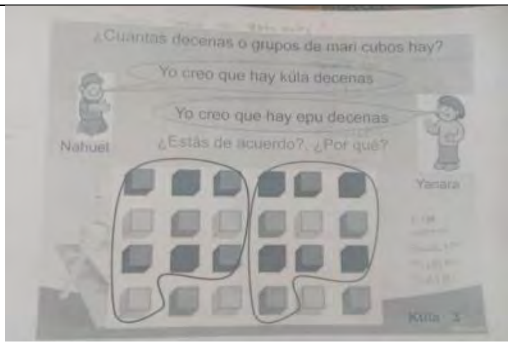
Imágenes del Trabajo de campo

Escuela Rural

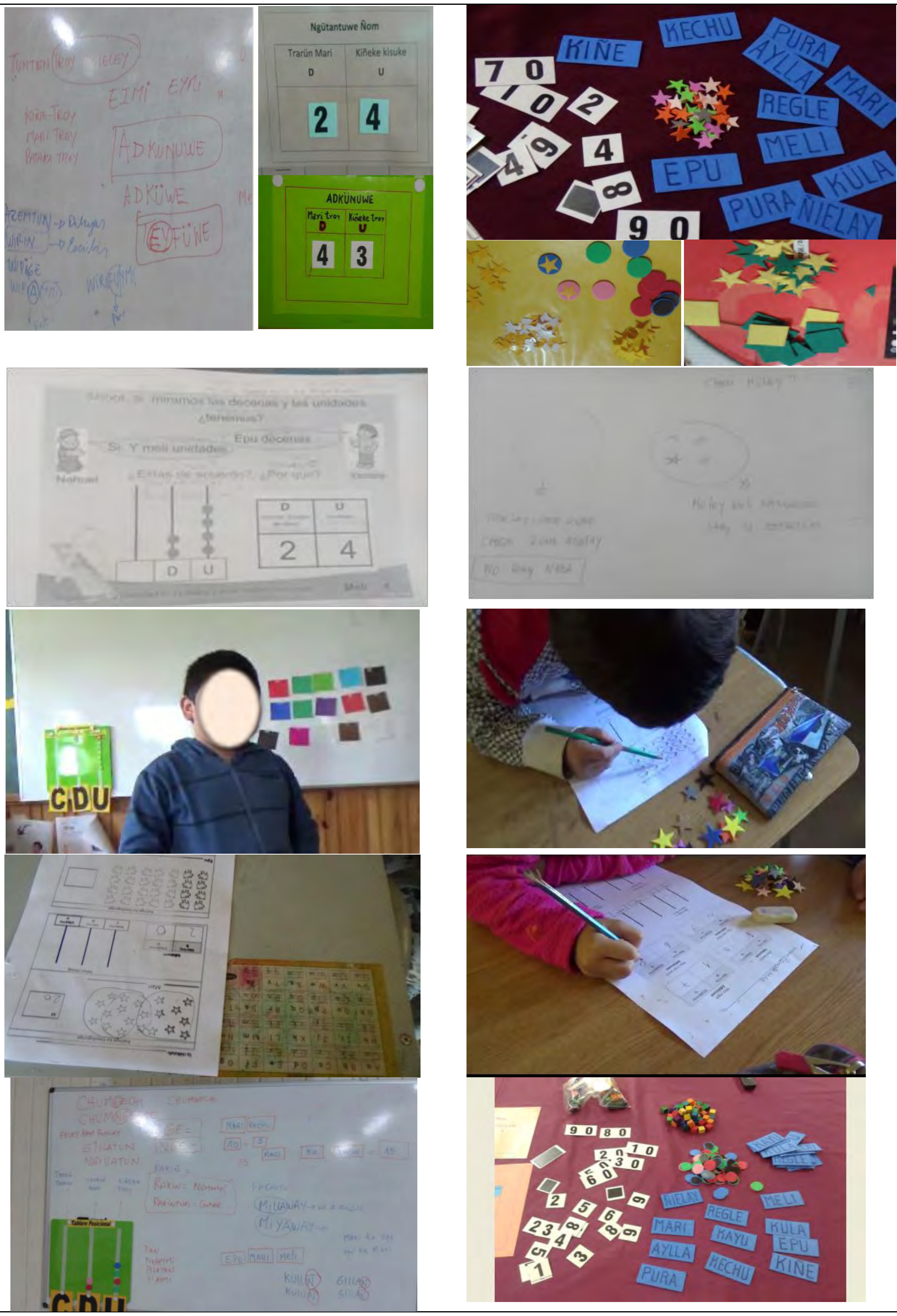




Escuela Pueblo



Imágenes del Trabajo de campo



Materiales en elaboración, terminados y aplicados.

ANEXO 2

TRANSCRIPCIÓN DIÁLOGOS GRUPOS FOCALES

Elaboración del diseño didáctico situado

Transcripción audio y vídeo del trabajo realizado en tres grupos focales, conformados para elaborar el 'Diseño didáctico situado'. Cada grupo se formó de manera natural, pues no podían participar siempre, todos, en el mismo horario y lugar. En cada grupo se establecieron diálogos que fueron formando parte del diseño, hasta llegar a la propuesta final. Para identificar en específico los segmentos utilizados en el escrito explicaremos la nomenclatura utilizada para referirnos a los sujetos de acuerdo a ciertas características, pues no todos son ET ni todos son *Kimche*, entre otras cuestiones. Entonces:

GF	Grupo Focal
ET	Educador Tradicional
K	*Kimche*
P	Profesor
I	Investigadora
CT	Consejo Territorial
DE	Departamento de Educación

Ejemplo: [GF1-ET1-K1-CT] Indica que se trata de un Grupo Focal 1 (GF); participa un educador tradicional 1 (ET); que es *kimche* 1 (K); y que además pertenece al Consejo Territorial mapuche (CT). Cada uno de estas siglas irá acompañada de un número que indica que sujeto está hablando.

Grupo Focal 1 (GF1)

Este grupo lo conforman el ET1-K2; el ET6-K7; el P1-DE; y la investigadora (I).

En la primera sesión se presentaron algunos antecedentes recogidos en el trabajo de campo, específicamente, en las entrevistas. Se plantean ideas y acuerdos para sistematizar el trabajo del grupo. Se habla de algunos aspectos de EIB en la comuna.

[GF1-P1-DE] (…) En el trabajo agrícola, cuando hablan de ellos ¿se evidenció alguna matriz o lógica distinta de razonamiento a la matemática tradicional? (…).

[I] Lo que pudimos apreciar y escuchar es que en la actualidad han adoptado los artefactos de la cultura global, tecnologías y las estandarización de las medidas. Un artefacto cultural mapuche que aun ocupan es el *almur*, por ejemplo.

Almur mapuche. Paralelepípedo utilizado en siembra.

[GF1-P1-DE] (…) Por ejemplo y la forma de dimensionar el tiempo, el tiempo pasado, desde un punto de vista histórico, podría ser como una forma de entender numéricamente o ¿sería muy forzado? (…).

[I] Es una cuestión compleja, porque la idea no es complicar más al estudiante sino facilitarle el aprendizaje. Según los relatos antiguamente los niños caminaban a la escuela, algunos desde bien lejos, se hacían sus buenos kilómetros caminando. Eso ayudaba al niño a calcular el tiempo, las distancias, entre otras cuestiones. Actualmente, dicen que los vehículos municipales trasladan a los niños a sus escuelas, entonces ya no es importante para ellos hacer estimaciones, pues la responsabilidad está en el conductor municipal.

Otra cuestión que plantearon es que, los avances tecnológicos y la TV, han dañado de alguna forma sus prácticas. Antes se visitaban, ahora se llaman por teléfono, por ejemplo. Dicen que ahora no se juntan a conversar, porque todos ven la comedia en la TV. Entonces dicen, que esas cuestiones son un avance social, pero va en detrimento de sus prácticas ancestrales.

[GF1-ET1-K2] (…) Lo importante es revitalizar la lengua (…).

[I] Bueno, eso apareció muchísimo. La mayoría concuerda que la revitalización de la lengua mapuzugun es primordial, porque ella es la portadora del conocimiento.

[GF1-P1-DE] (…) El *rakizua* la forma de entender, el conocimiento es el *kimün*. Entonces, el *rakizuam* es más la forma de razonas, ¿no son lo mismo? (…)

[GF1-ET1-K2] (…) El *rakizuan* está en el pensar en cómo hacer las cosas, meditar, reflexionar (…).

[GF1-P1-DE] (…) El conocimiento es el *kimün*, el *rakizua* es la forma de entender y pensar, a través de la lengua. Pero el *rakizuam* es la forma de razonar, ¿qué diferencia hay entre ambos, no son lo mismo? (…).

[GF1-ET1-K2] (….) *Rakizuam* está en pensar, meditar, reflexionar en hacer bien las cosas. El niño mapuche siempre en el momento, cuando le preguntan, el niño piensa; no es porque le cueste y tiende a bajar la cabeza para pensar, sino porque piensa y luego elige una opción, elige una respuesta adecuada (…).

[I] (…) Cuando se enfrenta a un problema matemático ¿qué sucede con un niño mapuche? (…)

[GF1-ET1-K2] (…) El niño mapuche demora más tiempo, porque lo que se le pregunta no es parte de su realidad; es decir, necesitan más tiempo por la reflexión que hacen. Hacen *rakizuam* y se cree que el niño mapuche tiene problema de aprendizaje, pero sólo es más tiempo para razonar. Algunos no piensan, el niño mapuche piensa, se demora para elegir la opción, lo que hace que sea más lento, requiere mucho más tiempo y va respondiendo (…).

[GF1-ET1-K2] (…) En la escuela de Quichaltue, hay un niño que en el último SIMCE demoró mucho más tiempo que los otros niños, pero fue el puntaje más alto de la comuna. Ese niño vive con sus abuelos y hace *rakizuam* (…).

[I] Los profesores, la escuela o el Departamento de Educación ha indagado sobre cómo resuelve el niño, qué razonamiento hace al resolver problemas matemáticos ajenos a su cultura.

[GF1-P1-DE] (…) No, no lo hemos hecho, pero sería súper interesante identificar patrones de razonamiento (…).

[GF1-ET1-K2] (…) La mayoría de los niños mapuche se tardan más en responder, pero lo están pasando al programa PIE (Programa de Integración Escolar), como dificultad de aprendizaje. Pero esos niños están haciendo *rakizuam* y la escuela y los profesores lo toman como problema de aprendizaje. Además, las evaluaciones, los instrumentos que tienen para hacer la evaluación, a veces no miden los elementos propios de la cultura mapuche. Hay elementos propios de la cultura mapuche, no en todos los lugares, pero puede haber en una escuela 4 o 5 niños que tienen su *rakizuam*. Porque estos niños viven con sus abuelos, entonces es otro aprendizaje, ellos reflexionan y piensan todo para decidir. Esos niños mapuche generalmente viven con abuelos que son machi o *lonko*, por eso se notan diferentes y la escuela los toma como niños con problema de aprendizaje (…).

[GF1-P1-DE] (…) Los instrumentos que miden a los niños son de otro contexto, de hecho el test psicométrico es de otro contexto histórico de mediados del siglo XX, incluso fueron hecho para niños occidentales; entonces no se adaptan al tiempo ni al contexto, por ello muchos niños, según ellos, están con problemas de aprendizaje (…).

[I] ¿Qué pasa con los ET?

[GF1-P1-DE] (…) Se adopta la cultura dominante, ahí es donde se produce la escolarización. Es decir, en un mal sentido de la palabra, porque asumimos que escolarizarse es hacer una clase tradicional, frontal, que es tomar una actitud frente a los chicos. Es decir, la relación de poder que se establece entre el profesor y los alumnos, todo eso es para nosotros escolarizado. Es decir, esa forma de ver lo escolar no me parece. Lo que yo entiendo hoy en día es que la educación necesita un cambio en ese sentido, no es que en mapuzugun nosotros vamos hacer más interactivo, vamos a trabajar más horizontalmente, vamos a promover el dialogo, vamos a salir más a terreno y en las otras clases no. Creo que eso es válido para las otras clases, promover el dialogo, promover relaciones más horizontales, de no quedarse sólo encerrado en la sala, sea la asignatura que sea. Entonces, la idea es que las otras asignaturas puedan acercarse al cambio que necesita la educación en general y no solo lo mapuche (…).

O sea no puede pasar invicta la educación en general así como está ahora.

Se sigue con una reflexión sobre el aprendizaje del valor posicional en los primeros niveles, se plantea los conceptos que hay que aprender en estos niveles.

[GF1-P1-DE] (…) El problema que esta instaurado, es que dicen las escuelas. No me puedo salir de esto porque es lo que está escrito en el currículo y si me salgo de esto, el ministerio sanciona, el MINEDUC me va a reclamar porque no he pasado todo el currículo. Entonces es difícil (…).

(…) El profesor puede hacer su propio programa, la escuela o la comuna de acuerdo a las necesidades de los alumnos y del territorio. Pero, esas son las respuestas y además se requieren equipos interdisciplinarios (…).

[I] ¿Los niños entienden mapuzugun en 1º y 2º año básico?

[GF1-ET1-K2] (…) Si, los niños entienden. Por ejemplo el *chalin*, el saludo. La esencia del ser mapuche está en el *chalin*, el saludo y el *chalitun* el despedirse (…).

[I] ¿Es posible que los niños puedan entender una clase de matemática en mapuzugun?

[GF1-ET1-K2] (…) Si. Una vez pasamos la numeración. Por ejemplo, yo les decía: si tengo *epu ufisha* y acá tengo *epu ufisha* y si las junto ¿cuántas tengo?, *meli ufisha* decían (…)

[GF1-ET1-K2] (…) Si tengo *epu kawellu, küla waka* y si los junto ¿cuánto hago?, ¿*tunten kulliñ*?, hago *kechu.* En 1º y 2º básico, pero también tiene que pasar por la persona que está con los niños (…)

[GF1-ET1-K2] (…) En mi casa todos los días por la tarde guardábamos los animales y yo le decía a mi hijo pequeño de 6 años: *fotüm, tunten pu kulliñ müley* (hijo, ¿cuántos animales hay?) y él contaba los animales y me decía cuántos de cada uno habían llegado al corral, (hijo) *mari meli kullin chacha, epu waka, kechu ufisha ka reqle sañwe*…. (14 animales papá, 2 vacas, 5 ovejas y 7 cerdos) (…).

(…) Muchos *peñi* y *lamgnen* siguen el texto, los llevan a dibujar y escrito, pero dejan la práctica oral y veo que eso lo importante, veo que la práctica oral es lo más importante, porque aprende más rápido (…).

[GF1-P1-DE] (…) Yo vi un libro de Alonqueo que habla de las matemáticas mapuche, para sumar utiliza una palabra no recuerdo cuál, porque *rakin* es contar, pero utiliza una expresión para decir cuando se debe sumar y otra para cuando se debe restar, hace las 4 operaciones. Ahora lo que yo no sé si él está haciendo una traducción del español al mapuzugun o estaba de antes (…)

[GF1-P1-DE] (…) Usted don ET1-K2 si tuviera que hacerlo en mapuzugun, si dice que tiene *epu waka* y (…)

[GF1-ET1-K2] (…) *Ka kiñe ufisha*, la palabra *ka* es como decir más (…)

[GF1-ET6-K7] (…) Si, *ka* es más (...)

[GF1-P1-DE] (…) Ya, *inche nien epu waka*, por ejemplo le damos un problema a los niños, *inche nien epu waka ka kechu ufisha, ¿chunten kullin nien?* (...)

[GF1-ET1-K2] (…) ¿*Tunten kullin nien*?, ¿cuántos animales tengo?, es un problema (…)

[GF1-ET6-K7] (…) Ahí estamos usando el *rakin* (...)

[GF1-P1-DE] (…) Pero estamos usando la lógica occidental (...)

GF1-P1-DE] (…) A futuro, pretendemos tener escuelas de inmersión. Las escuelas de inmersión son aquellas escuelas donde no se enseña mapuzugun en una asignatura sino el mapuzugun se va usando en las diferentes asignaturas de tal manera que yo al final tendré que aprender a enseñar matemática "*winka"*, por así decirlo, en mapuzugun, porque se supone que toda lengua me puede servir para expresar lo que yo quiera. Por ejemplo, la filosofía de Aristóteles, en un momento determinado yo la tendría que saber expresar en mapuzugun o un libro, por ejemplo "100 años de Soledad" tendría que yo poder escribirlo en mapuzugun. No hay un motivo que me diga que esa lengua está limitada para poder hacer uso de ella (…).

[GF1-P1-DE] (…) Nosotros como cultura tenemos la necesidad de recuperar la cultura, recuperar la lengua para que no se pierda y la aprendan los chicos, pero a la vez también, sabemos que, producto de la sociedad global, necesitamos también que los chicos aprendan lo de la cultura chilena occidental. Pero eso no significa que pierda su lengua y cultura (…)

GF1-P1-DE] (…) La idea es que no pierdan su cultura pero aprendan la cultura dominante, tampoco queremos que se hable solo mapuzugun ni solo español, entonces, la gracia de la escuela de inmersión es que se utilizan los dos idiomas para la enseñanza dosificando los idiomas de acuerdo a los niveles y el conocimiento de las lenguas. También, se utilizan variados recursos gestuales, de espacio, del medio, etc… Por ejemplo en inglés usted enseña *this is the pencil* y lo muestra y continuamente lo refuerza (…).

[I] ¿Hay profesores mentores (PM) de matemáticas?

[GF1-P1-DE] (…) Los profesores mentores no son de matemática. Porque la asignatura está orientada hacia la lengua y no a la cultura mapuche. Esto es lo que estamos tratando de hacer con las adecuaciones curriculares (…).

[I] ¿Integran a la comunidad en sus prácticas escolares?

[GF1-P1-DE] (…) No, porque se rige con el actual sistema. Nadie entra a la sala, cada profesor hace su tarea. Hay un planteamiento al ministerio, que al final no se ha implementado la EIB así como se gestó, porque todo se va hacia la lengua como un imperativo. Aunque es el mismo problema que pasa con el inglés, entonces la idea se escolarizo, en mal sentido, la EIB se escolarizó (…).

[GF1-P1-DE] (…) Otro doctorando que estuvo acá, hace un tiempo atrás, también detectó, eso, de que se desplazó la conversación de la interculturalidad al tema de la lengua como un imperativo. Entonces, eso generó algo en cierta forma en los chicos porque es una asignatura que se le pone cuesta arriba y no es fácil aprender mapuzugun, en los apoderados también porque de cierta forma los impela también... ¿yo no aprendí mapuzugun cómo le enseño a mi hijo?, aunque es el mismo problema que tienen con el inglés. Por eso, es pertinente hablar de que se escolariza la EIB y el SLI, pero en ese sentido, en el mal sentido de la palabra, ¡se escolariza! (…).

[I] ¿Hay capacitación para los profesores, enfocado hacia la lengua, para que contextualicen la enseñanza de la matemática?

[GF1-P1-DE] (…) A veces se hacen, pero tenemos el inconveniente que no pueden salir de la escuela los dos, o sale el educador o sale el profesor (…).

Ahora iniciamos la reflexión sobre el diseño.

[GF1-P1-DE] (...) ¿Qué cosas tenemos en mapuzugun que sean circulares?, algo que sea circular, ¿cómo le podemos decir a ese círculo (…)

[GF1-P1-DE] (...) ¿Cómo le podemos llamar a ese círculo? (...)

[GF1-ET1-K2] (...) *Txarün* (...)

[GF1-P1-DE] (...) *Azentun, azentun* es un dibujo, es cualquier dibujo, pero aquí tenemos una cosa específica (...)

[GF1-ET6-K7] (...) Cualquier imagen es un *azentun* (...)

[GF1-P1-DE] (...) Si, o sea *azentun* de niños, imagen de niños (...)

[GF1-ET1-K2] (...) Esos son dos contenidos, por ejemplo el dibujo *azentun* que es dibujo, ahora es *kolotun* la pintura, la figura del circulo sería *azentun* (...)

[GF1-ET6-K7] (...) El *chünküz* es una cuestión redonda que se pone en la rueca para que gire, una cuestión de greda circular (...)

[GF1-ET6-K7] (…) Cualquier cosa redonda es *chünküz*... cuestión circular. (...)

[GF1-ET1-K2] (…) El *chünküz* se usa en el telar o hilar que hacen las damas (...)

[GF1-ET1-K2] (…) Cómo está el sol o la luna, *chünküz kelü*, está redondo o redonda. Está hecha en forma circular; rueda es *chünküz*, en forma circular (…)

Nota: El *chünküz* es una cualidad, a cualquier objeto redondo se le nombra por su nombre más *chünküz*.

[GF1-ET6-K7] (...) *Meli, pura, epu mari chünküz*, en ese caso *epu mari pichi chünküz*. *Pichi* porque son pequeñas (...)

[I] ¿Cómo puedo decir decena en mapuzugun?

[GF1-ET6-K7] (…) *Kiñe mari*, una decena (…).

Nota: A partir de la idea presentada se define la importancia del concepto del valor posicional, que es complejo de entender

[I] Treinta y dos para el niño es en mapuzugun *küla mari epu*

[GF1-ET6-K7] (…) *küla mari ka epu* (…).

[I] ¿*Ka* sirve para sumar y la multiplicar?

[GF1-ET6-K7] (…) No primero es, *mari ka mari epu mari*, eso lo va sumando. Luego *ka mari, küla mari* (…)

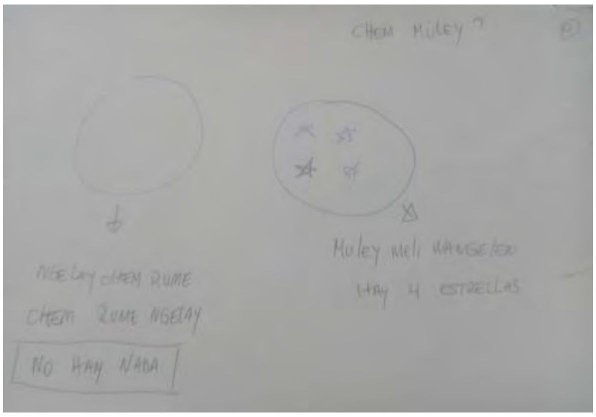
[GF1-P1-DE] (…) *Azentum* es la imagen de una cosa. *Chünküz*, redondo y ¿el contorno? (…).

[GF1-ET6-K7] (…) *Wallon, wallontu*, contorno (…).

[I] ¿Qué palabra se usa para decir no hay?

[GF1-ET6-K7] (…) *Ngelay*, no hay, *ñielay* (…).

[GF1-P1-DE] (...) Si yo digo a los chicos voy a dibujar esto, que estoy dibujando (dibuja un círculo y luego dibuja otro circulo con 4 estrellas dentro) (…).



Dibuja y explica el problema [GF1-P1-DE]

[GF1-P1-DE] (...) Esto se llama *wangülen*, estrella (…)

[GF1-ET1-K2] (…) *Kiñe chünküz, epu chünküz* (…).

[GF1-P1-DE] (...) En este *chünküz müley wangülen, wallon wangülen müley. Fachi chünküz ngelalay* (…).

[GF1-ET1-K2] (…) *Ngelay, ngelay* (...).

[GF1-P1-DE] (...) *Ngelay*, pero cómo decir que no hay nada (...)

[GF1-ET1-K2] (…) *Ngelay chem rume*, no hay nada, no hay ninguna cosa. Se puede decir también *chem rume ngelay*, se puede dar vuelta las mismas palabras, *chem rume ngelay, ngelay chem rume*, quiere decir no hay nada, está vacío, quiere decir el *chünküz* está vacío (...)

[I] ¿Con qué expresión pregunto, qué hay en el *chünküz*?

[GF1-P1-DE] (…) Cuando yo pregunto se usa así, ¿*chem ngelay*? (...)

[GF1-ET1-K2] (...) ¿*Chem müley?, chünküz mew* y el niño va responder *meli wanqülen*, cuatro estrellas. El niño va entender que es en el *chünküz*, al decir *chünküz* el niño va entender que es el universo, el todo del círculo (...)

[I] ¿Pero el cielo, el universo es redondo?, ¿eso no complica al niño mapuche?

[GF1-ET1-K2] (…) Para el mapuche el universo es *chünküz*, circular. Según el pensamiento y el saber mapuche lo de arriba es redondo, circular, *chünküz müley*, que está dando vuelta en forma circular, *chünküz müley mapu*, que la tierra redonda y está dando vuelta (…).

[I] Si usamos esta idea, ¿en las escuelas tienen estas pizarras magnética o tabla posicional y ábaco?

[GF1-P1-DE] (…) No, esos tableros magnéticos no los he visto, hay pizarras interactiva, hay ábacos, pero no se ocupan. Sería interesante hacer una propuesta didáctica con materiales manipulativos porque en cierta forma, aunque parezca feo, obligamos a los profesores a utilizar material concreto. Un problema de la clase de matemática es que se enseña en la escuela de manera abstracta en una etapa en que el niño es concreto y la manipulación les ayuda (…)

[GF1-P1-DE] (…) Está enseñando matemática, pero está utilizando el mapuzugun, por ejemplo el *¿Chunten o tunten?*, ¿cuántos? Hay expresiones que son útiles, *¿tunten müley*?, ¿cuántos hay? (…)

[GF1-ET1-K2] (…) Ahí la respuesta sería *müley meli wangülen* (…).

Nota: Han propuesto estrellas en cambio de la ficha que es poco representativa en la cultura mapuche.

[GF1-P1-DE] (…) La respuesta sería completa, que generalmente no se da, porque los niños dan respuestas cortas; pero si el profesor va instruyendo los niños pueden dar respuestas completas. En el caso de las fichas, ¿cómo podemos preguntar? (…).

[GF1-ET1-K2] (...) *¿Tunten chünküz nien Nahuel*? (...)

[GF1-P1-DE] (…) *¿Tunten chünküz nien Nahuel*?, ¿cuántos círculos tienen Nahuel?, la respuesta sería, *mari epu chünküz niey Nahuel*, en la lógica de la gramática en mapuzugun (…).

[GF1-P1-DE] (…) Se pueden hacer otras preguntas como de qué color son los *chünküz, ¿chem az niey pu chünküz*? Tenemos que*: karü* es verde; *choz*, amarillo; *kalfü*, azul; *kurü*, negro; *koñol*, violeta (…).

[GF1-ET1-K2] (…) Puede preguntar por el color también, *¿tunten choz*? y también se aprende el color de los círculos (…).

[GF1-ET1-K2] (…) ¿De qué color están compuestos los círculos?, *¿chem az niey pu chünküz*?, ¿qué colores tienen los círculos? (...)

[GF1-P1-DE] (…) Claro, porque primero distinguen los colores, pero después por ejemplo, *¿chunten karü chünküz müley*?, ¿cuántas fichas verdes hay? *¿Tunten karü chünküz müley*?, ¿cuántos círculos verdes hay? (…)

[GF1-P1-DE] (…) Entonces esto se puede ir mostrando láminas y nos ponemos de acuerdo con los niños que esto es un *chünküz*, la primera pregunta podría ser ¿qué colores hay? (…).

[I] Podría preguntar a los niños en mapuzugun ¿cuántos de cada color hay?

[GF1-P1-DE] (…) Preguntar, ¿cuántos de cada color hay?, es más difícil para los niños de primero. ¿Cuántos *chünküz* de cada color hay? *Kiñeke* (…).

[GF1-ET1-K2] (…) *Chunteken* (…).

[GF1-ET6-K7] (…) *¿Chunten chünküz*?, por ejemplo, si hay dos o tres *karü*, *¿chunten chünküz karü chünküz müley*?, si hay dos o tres, ¿Cuántos? (…).

[GF1-ET6-K7] (…) Por ejemplo, *¿chunten choz chünküz müley*?, ¿cuántos círculos amarillos hay? (…).

[GF1-P1-DE] (…) Esta es una pregunta que engloba lo anterior, *¿Tunteken az chünküz müley*?, ¿de cuántos colores son los círculos? Pero esta pregunta es más complicada, es mejor preguntar por cada color (…).

[GF1-P1-DE] (...) *Ken* agregado a *tunten* forma la idea de cuántas de (…)

[GF1-ET1-K2] (....) *¿Tunteken az müley*?, ¿cuántos de cada color hay? (…)

[GF1-P1-DE] (...) *Peñi*, qué entiende usted cuando le dicen *¿tunteken az müley*? (...)

[GF1-ET6-K7] (...) *¿Tunteken az müley*?... ¿cuántos de cada color hay?, cada color de *chünküz* (...).

[GF1-P1-DE] (…) ¡Se entiende! Él lo entendió inmediatamente, se entiende la pregunta. Interesante esto, porque él como sabio antiguo nos dice si se entiende o no, porque nosotros no somos hablantes nativos y así la frase la ponemos a prueba (...).

[GF1-P1-DE] (…) Esto es muy interesante, hacer esto con los educadores porque hay metacognición con el propio idioma, porque no siempre hay palabras (…).

[GF1-P1-DE] (…) El *ka* es una partícula en mapuzugun que tiene múltiples interpretaciones. En este caso don ET1-K2, yo digo: *Inche niey küla chünküz* ka ..... *ka* cómo y le quito o me quitan (…).

[GF1-ET6-K7] (…) *Llankün* (…).

[GF1-ET1-K2] (…) *Ka* significa sumar y le quitan no puede ser, *ñamün*, *llankün*, si (…).

[GF1-ET6-K7] (…) *Llankün*, *llankü* (…).

[GF1-P1-DE] (…) Cómo digo le saco uno, *kiñe llanküy ka kiñe llanküy (müntun* en Raquileo es quitar) (…).

[GF1-ET1-K2] (…) *Kiñe llankün*, sacar uno o puede ser *kiñe weñen*, roban uno (…).

[GF1-P1-DE] (…) ¡Ha! *Ka kiñe weñen* es lo que se usa, robar, es lo que he visto (…).

[GF1-ET6-K7] (…) *kiñe llankün ñümin* (…).

[GF1-ET1-K2] (…) *Inche niey küla chünküz ka kiñe weñen. Tunten niey weñen*, cuánto me quedan (…).

[GF1-ET1-K2] (…) *Ka kiñe ñamün*, uno se perdió. *Ka kiñe llankün*, se cayó uno (…).

[GF1-P1-DE] (…) Estos ejemplos en los que se usa la matemática, podría ser una alternativa para plantear problema, utilizando esto. Ahora hay que hacer, por ejemplo esto de la fichas. Estamos hablando que tiene que ser contextualizado se puede ver que usar pero que sea algo cercano para los niños, porque estas fichas aunque es concreto siguen siendo irreales porque no está en el medio cercano del niño, quizás cambiar con animales, utensilios de la casa y después entrar al concepto de ficha. Las fichas aunque concretas no son cercanas para el niño, es irreal (…).

[GF1-P1-DE] (…) Sería bueno utilizar líneas temáticas, por ejemplo los animales. Por ejemplo yo voy a presentar los animales de casas, los muestro para contextualizar (…).

[I] Entonces habría que utilizar elementos del medio rural, animales, veamos. ¿Cómo se dice pollo?

[GF1-ET1-K2] (…) Si hablamos de más de un pollo es *pichike, ¿tunten pichike achawuall müley*? (…).

[GF1-P1-DE] (…) ¿Cómo se llama la gallina con pollitos? (…).

[GF1-ET1-K2] (…) *Chawüm achawall* (…).

[GF1-ET1-K2] (…) La gallina es *achawall, chawüm achawall*, gallina con sus pollos. *Pichi achawall* si hablamos de un pollito, pero si hablamos de varios pollitos es *pichike achawall, ¿tunten pichike achawall müley?* (…).

[I] Un conejo saltando, ¿el conejo es conocido, ellos han visto el salto del conejo?

[GF1-P1-DE] Si.

[I] ¿Se puede poner en pictórico?

[GF1-P1-DE] Si.

[GF1-P1-DE] (…) Ellos han visto el salto del conejo en el campo, la situación del salto del conejo se puede presentar en pictórico, es muy cercano a ellos (…).

[I] Para el caso del conejo, podemos decir que cuando no ha dado ningún salto es ¿gelay saltos?, ¿cero saltos?

[GF1-P1-DE] (…) ¿Cómo es salto *peñi*? (…).

[GF1-ET1-K2] (…) Salto es *rinkün, Tunten rinkün*, cuántos saltos. El conejo es introducido, pero liebre es mara. Entonces, ¿*tunten rimküy mara*? ¿Cuántos saltos dio la liebre? (…).

[I] ¿Por qué cambia de *rinkün*, saltar, a *rinküy*?

[GF1-P1-DE] (…) Porque es la tercera persona: él saltó, se cambia n por y (…).

[GF1-ET1-K2] (…) Hay que marcar el inicio y el final para que el niño cuente, también poner palos en cada salto, para decir cuántos palos saltó*, küla rimkün, meli rimkün* (…).

[GF1-P1-DE] (…) Pero, con saltos nada más, para qué complicarlo, más (…).

[GF1-P1-DE] (…) Ahora quiero plantear otro ejemplo: Yo tengo tres fichas y me dieron dos, *Inche nien küla kumküz ka epu elungen, ¿tunten nien fewlla?*, ¿cuánto tengo ahora? Un ejemplo de suma (…).

Nota: se analizan lluvias de ideas.

[I] ¿Cómo le podemos decir a los grupos de mari?, a las decenas.

[GF1-ET1-K2] (…) *kiñe mari*, un grupo de diez, un entero (…).

[GF1-P1-DE] (…) Pero cómo le decimos a un concepto de grupos de diez, por ejemplo se dice una decena son diez, dos decenas son veinte, tres decenas son treinta. Entonces la idea es cómo decir decena, en mapuzugun (…).

[GF1-P1-DE] (…) En ese caso cuando hay conceptos que no están en una lengua... hay dos opciones: o lo creas o tomas el préstamo. Por ejemplo, antes en la cultura mapuche no existía la pizarra, pero la lengua mapuche tiene cualidades para formar palabras, sobre todo cuando son instrumentos. Es decir, aquel asunto que me sirve para... Eso se hace con segmentos en mapuzugun que se introducen (…).

[GF1-P1-DE] (…) En este caso decena, no es un concepto que esté en mapuzugun. Podemos decir mari que es diez, a lo mejor se puede decir...., hay que optar (…).

[GF1-ET1-K2] (…) *kiñe felen*, un entero (…).

[I] Pero cuando llegamos a *pataka* seria otro entero y otro entero mayor, entonces, ya no podríamos ocupar *felen* como entero, porque *pataka* también seria entero.

[GF1-P1-DE] (…) *Kiñe felen* no lo podemos ocupar para decena porque es un entero. Pero podría ser *kiñe* decena, *epu* decena,... (…).

[GF1-P1-DE] (…) *Folil* es raíz, ya existe la palabra para raíz. Deberíamos construir neologismo para construir las palabras matemáticas. Más adelante podemos ir trabajando la construcción de palabras matemáticas (…).

Nota: Se reflexiona sobre crear con los educadores las palabras necesarias para abordar la matemática, pero sería una tarea para más adelante. Por ahora se acuerda utilizar préstamos.

[I] ¿Cómo se dice grupo o conjunto de cosas?

[GF1-ET1-K2] (…) *kiñe txarün* (…).

[GF1-P1-DE] (…) ¿Y cuándo está atado el trigo?, ¿cuándo está amarrado el trigo cómo se dice? (…).

[GF1-ET1-K2] (…) *kiñe txarün*, ese el atado de trigo *txarün* casilla (…).

[GF1-P1-DE] (…) Si. *Txarün*, casilla (…).

[GF1-P1-DE] (…) ¿Y un atado de leña?, cuando la amarran la leña ¿tienen nombre?, porque *txarün* es amarrado. Por ejemplo los bueyes cuando van amarrado es *txariñ manzun* (…).

[GF1-ET1-K2] (…) Si. *Txariñ manzun* (…).

[GF1-P1-DE] (…) La idea de estar juntos amarrados es *txarün*, la yunta de bueyes se dice *txarüñ manzun*. Para los dulces se dice *Kochükofke*, a la bebida dice *kochiko*, ahí hay un neologismo *kochiko*, para cualquier bebida es *kochiko* (…).

[GF1-ET1-K2] (…) Todo los dulces queques, panqueques... etc... es *kochükofke* (…).

[GF1-P1-DE] (…) Por ejemplo un neologismo que se está ocupando acá en Galvarino y que se entiende es *mütxümwe* y se entiende, que es el *kullkull* y se utiliza también para el celular. Todos los educadores hablan del *mütxümwe* es un neologismo, en otro contexto hace 100 años atrás, *mütxümwe* era una cosa que sirve para comunicarse, *kullkull*, *mütxümwe* (…).

[I] Un artefacto, para los artefactos se puede crear palabras.

[GF1-P1-DE] (…) Es muy fácil crear palabras para los artefactos, por ejemplo, más específico *mütxümwe pelin*, ¿*pilin* sirve para...? (…)

[GF1-ET1-K2] (…) *Mülelche pelin*, donde se comunica con la gente (…).

[GF1-P1-DE] (…) Otro ejemplo, *püra püra pelin*, así lo colocan en los hospitales, para las escaleras (…).

[GF1-ET1-K2] (…) *Püra püra pelin*, escalera (…).

[I] Entonces *txariñ* para grupo y cuando las cosas no están amarradas, que están sueltas, ¿cómo digo?

[GF1-ET1-K2] (…) *Wakal mamüll, kiñe txariñ wakal mamüll*, un atado de leña (…).

[GF1-P1-DE] (…) *Wakal*, ese yo creo que es más para las decenas yo creo que sería el concepto *wakal* (…).

[GF1-ET1-K2] (…) *Wakal*, es atado (…).

[GF1-P1-DE] (…) ¿Se puede usar *wakal* para trigo?, ¿*wakal mamüll* o no se usa así?, porque hay algunas palabras que usan con unas cosas y hay otras que se usan con otras cosas. Por eso hay que buscar y corroborar con diferentes hablantes, cómo lo hice yo antes, cuando don ET1-K2 inventó una palabra y yo le pregunté a don ET6-K7 y él lo tradujo en forma natural, entonces luego hay que validar todo (…).

[GF1-P1-DE] (…) ¿Cómo sería un atado? (...)

[GF1-ET1-K2] (…) *Txarün. Kiñe wakal mamüll* o así si está amarrado, *kiñe txarün wakal mamüll*; un atado de leña amarrado (…)

[GF-1P1-DE] (…) Es que el *txariñ* denota que está amarrado y *wakal* denota que están juntos, atados. Por ejemplo el *txarüñ* va indicar algo que está amarrado y *wakal* que están unidos, junto. Me da la idea más de conjunto (…)

[GF1-P1-DE] (…) Así como los mapas de progreso, que costó un mundo que se entendiera y cuando se aprendieron los sacaron (…).

[GF1-P1-DE] (…) Por ejemplo, tenemos la vaca, el caballo y la oveja: esos qué tienen en común los tres, los tres tienen 4 patas. Eso los une, que es distinto a los pollos, los gansos que tienen dos patas. Entonces estos que tienen 4 patas los puedo agrupar y puedo decir estos son un tipo de animales y estos son de otro tipo de animales. Entonces, ¿cómo puedo decir yo, estos son de un tipo y estos son de otro tipo?, ¿cómo se categorizan los animales en la cultura mapuche? (…).

[GF1-ET1-K2] (…) ¿*Chem az nien tufa chi pu kulliñ*? (…)

[GF1-P1-DE] (…) ¿Qué características tienen estos animales?, las personas tienen az y son las características (…).

[GF1-ET1-K2] (…) ¿*Chem az nien pu kulliñ*? (…).

[GF1-P1-DE] (…) ¿Qué características tienen? (…).

[GF1-P1-DE] (…) Ahí describirían todas sus características y cuál es la diferencia entre uno y otro, para que hagan la diferencia y no para que me lo describan o qué diferencia hay entre los dos (…).

[I] Hay muchas diferencias, es muy general. Si nosotros queremos que cuenten debemos preguntar de manera más específica.

[GF1-P1-DE] (…) Por el momento tendríamos decena como docena. Los huevos me llevan a la confusión, con eso de docena; veo los huevos y digo docenas y no decenas (…).

Nota: Buen punto, porque lo huevos se venden por cajas de docenas o media docena.

[GF1-P1-DE] (…) Cuando los animales andan sueltos. *Pachiq mamüll*, que están desparramados, *pachiq (pachill) leygün*. Eso sería lo contrario de estar juntos, como dijimos estar juntos, *wakal*. Esto es muy interesante hacer esto con los educadores, hay metacognición con el propio idioma porque siempre uno lo usa no más (…).

[GF1-P1-DE] (…) No siempre hay palabras para expresar, además es distinto, Uno trata de hacer la distinción pero a lo mejor esa distinción no hace en mapuzugun; en mapuzugun se hace otro tipo de distinción. El problema de adecuar es que los conocimientos pertenecen a dos filosofías diferentes, por ejemplo las categorías en ciencia. La ciencia tradicional hace la separación entre los seres inertes y vivos y en la filosofía mapuche no existe esa separación, todo tiene vida hasta la piedra. Entonces eso ya no se puede adecuar y a eso llegamos en ese análisis cuando hicimos las adecuaciones curriculares en ciencia, es decir, llegamos a la conclusión que hay objetivos que se pueden adecuar pero hay otros que no se pueden. Hay contenidos que se pueden adecuar y otros que no (…).

[GF1-P1-DE] (…) Entonces cuando decimos esto lo tomaremos de otra manera ya no estamos adecuando sino estamos haciendo planes propios, ya que no todo se puede adecuar. En matemáticas, ese es un ejercicio que habría que hacer para darse cuenta que no todo se puede adecuar. Es posible que pase lo mismo, por ejemplo, en geometría las figuras *ñimün* y la numeración, habría que ver (…)

[GF1-P1-DE] (…) En Mañiuco hay una tejedora, hay que hablar con ella, preguntarle como hace sus cálculos. En turismo hay un taller y se puede conversar con la Natalia Chiqueicura, ahí están aprendiendo la mecánica de este asunto. La gracia de esta ñaña es, que se nota que es tejedora de familia, es una persona de oficio, culturalmente no ha aprendido en talleres, a esa persona hay que preguntarle. Qué lógica usa para no equivocarse. Algunas se hacen a máquina, pero acá en Galvarino aún tejen a mano, en *witxal*. También como se hacen eventos, entonces en todos lados deben tener su mantas y a las tejedoras no le va tan mal. Acá están inventariados los autóctonos, la Natalia en turismo tiene los datos (…).

Grupo Focal 2 (GF2)

Este grupo lo conforman el ET1-K2; el P1-DE; y la investigadora (I).

[GF2-ET1-K2] (…) *Millaguay*, que va andar. *Tekul*, tejo (…).

[I] El aprendizaje a abordar es el recuento, el valor posicional.

[GF2-ET1-K2] (…) *Kiñe txokiñ*, un grupo (…).

[I] Hoy en la maña trabajamos con ET1-K2 y pensamos en la idea de agrupamiento. Entonces, por ejemplo: *aylla txokiñ mari ka aylla*, sería 9 grupos de 10 más 9.

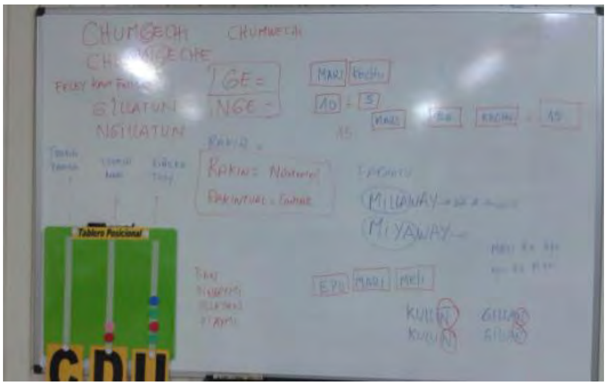
[GF2-ET1-K2] (…) *Kiñe txokiñ mari*, un conjunto de diez, *epu txokiñ mari. Kiñe txokiñ pataka*, un conjunto de cien unidades (…).

[GF2-ET1-K2] (…) *Almur*, era como cubo (…).

[I] ¿Qué significa *epu mari meli*?

[GF2-ET1-K2] (…) *Epu txokiñ mari ka meli*, dos conjunto de diez más cuatro (…).

Nota. Se habla de lo que se podía hacer para detectar los aprendizajes.



Buscando palabras para U, D y C.

[I] Los niños cuentan cosas, ¿cuentan en español o mapuzugun?

[GF2-ET1-K2] (…) Por ejemplo en Fortin, le daba tarea a los niños de 5° y 6°, que escribieran en mapuzugun, 350, 680, 310. *Küla pataka ka mari*, igual muchos tienen dificultades, pero otros captan rápido. En 3° y 4°, escriben los números del 1 al 100, por ejemplo: *mari kechu*, quince (…).

[I] Usted cuando aprendió, por ejemplo *küla mari*; ¿cómo lo aprendió?, ¿en qué pensaba o cómo lo pensaba?

[GF2-ET1-K2] (…) Para nosotros era muy importante llegar a mari, a diez, 10. Había que grabarse eso en la cabeza. Si *epu mari* son dos diez, *küla mari* son tres diez, *küla txokiñ mari*, tres grupos de diez (…).

[I] Si cambia la palabra cambia el valor, *epu mari* son dos grupos de diez. Entonces si ponemos *txokiñ mari*, hablamos de grupos de diez. *Txokiñ pataka*, grupos de cien y las unidades ¿cómo sería?

[GF2-ET1-K2] (…) *Txokiñ mari*, grupos de diez. Unidades ¿podría ser? (…).

[I] Entonces, podríamos hacer tarjetas con las palabras, para asociar. Haré las tarjetas con las palabras, para la próxima sesión.

[I]	Por ejemplo, *mari kechu* y que ellos lo escriban con las tarjetas y que lo pasen a números, pero ¿cómo debo decir?, para que escriban 10+5.
[GF2-ET1-K2]	(…) *Mari ka kechu*, si están aprendiendo (…).
[I]	Entonces con tarjetas, *mari ka kechu*, habría que hacer tarjeta con la partícula *ka*.
[GF2-P1-DE]	(…) Ese, es un buen sistema. Las tarjetas (…).
[GF2-ET1-K2]	(…) Podríamos agrandar el cuadradito y decirles, ahí dejamos un vacio y acá ponemos el total por ejemplo (…).

Nota: en este comentario del participante se refiere a propiciar la incógnita en uno de los sumandos, es decir, propone esto (*ka* es más):

$$\textit{mari} \quad \textit{ka} \quad \underline{\qquad} \quad = \quad 16$$

[I]	También, así evitamos usar el español para propiciar primero la comprensión de la estructura, utilizando el lenguaje matemático. Entonces, también, vamos a necesitar tarjetas con los números.
[GF2-P1-DE]	(…) Ya, y si yo digo que tenemos *meli más. Epu mari y meli* más (…).
[I]	Bueno, si ponemos *epu mari meli*, aparece otro concepto dos veces.
[GF2-P1-DE]	(…) Es dos veces *mari* más *meli* (…).
[I]	Cuando digo *epu mari* tengo claro que son dos grupos, la decena sería *txokiñ mari* y la centena sería *txokiñ pataka*, la unidad no la hemos encontrado aun.
[GF2-P1-DE]	(…) ¿Cómo es, cuándo es uno solo? (…).
[GF2-ET1-K2]	(…) *Kiñe..., wiring* (…).
[GF2-P1-DE]	(…) *Kiñe müten*, que está solo (…).
[GF2-ET1-K2]	(…) *Kiñe felen, kiñe txokiñ* (…).
[GF2-ET1-K2]	(…) Que está solo, *kisu kiñe* (…).
[GF2-ET1-K2]	(…) *Kiñe kisu txoy* (…).
[GF2-P1-DE]	(…) Ahí puede ser (…).
[GF2-ET1-K2]	(…) *kiñe kisu txoy* (…).
[GF2-P1-DE]	(…) *¿Kiñe kisu?, kisu* es solo (…).
[GF2-ET1-K2]	(…) *Kiñe kisu,* si, solo (…).
[GF2-ET1-K2]	(…) *Kisu troy*, un objeto solo. *Kisu txoy* (…).
[GF2-P1-DE]	(…) *kisu* ley, está solo (…).
[GF2-ET1-K2]	Si.
[I]	Consulta, si quiero decir 4 unidades, tendría que decir *¿meli kisu*?
[GF2-ET1-K2]	(…) *Meli kisu txoy*, cuatro solas (…).
[I]	*Troy* significa ¿solo?
[GF2-P1-DE]	(…) Significa, una parte de (…).
[GF2-ET1-K2]	(…) Si, una parte de... (…).
[I]	Una parte de..., podría ser. Si pensamos en un grupo de diez, como un todo.

[GF2-ET1-K2] (…) *Meli kisu txoy*, kisu, que está solo; troy que es una parte de algo. *Meli kisu txoy*, una parte de diez que están solos (…).

[I] Cuatro partes de algo solas, entonces si identificamos la unidad como *kisu txoy*, ¿el niño podría entender que van los sueltos, sin grupo de 10?

[GF2-ET1-K2] (…) Si, entienden. *Kisu txoy*, kisu ley, que esta solo. *Meli kisu txoy*, cuatro solos parte de algo (…).

[GF2-P1-DE] (…) Cuatro quedaron solos (…).

[I] ¿Hay aluna palabra que me indique veces?

[GF2-ET1-K2] (…) *Ka kiñe* una vez, *mari ka mari ka mari, mari* más (…).

[GF2-P1-DE] (…) ¿Tres veces diez? (…)

[GF2-ET1-K2] (…) Tres veces diez, directo *küla mari*, para que el niño identifique que es *mari ka mari*... (…).

[GF2-ET1-K2] (…) *Epu mari ka kayu*, es más seis (…).

[I] ¿Qué pasa si digo *epu ka mari*? ¿Cuál sería la respuesta?

[GF2-ET1-K2] (…) Dos mas diez es doce (…).

[I] Perfecto, es doce. Pero, *epu mari* es veinte ¡cuidado!, no podemos usar la misma palabra, porque un ejemplo: cuando llegamos a *pataka, waranka* y decimos *aylla waranka kechu pataka kula mari*... Ese es un número muy grande, el niño no puede sumar esa cantidad iteradamente. Por eso la importancia de encontrar un térmico para 'veces' o para la multiplicación, que es la suma iterada o repetida y que no sea '*ka'*.

[I] En español el doce es: dos y diez y se suma, pero es una palabra numérica irregular. En cambio, en mapuzugun es regular, por ejemplo: *epu mari meli*, es dos de diez más cuatro.

[GF2-ET1-K2] (…) Si, *epu mari meli* es dos veces diez más cuatro (…).

[GF2-P1-DE] (…) Pero en matemática después no importa el orden, para sumar por las propiedades (…).

[I] Efectivamente, por eso hay que tener cuidado. Porque la propiedad conmutativa dice por ejemplo que dos más diez es igual que diez más dos; y en mapuzugun sería *epu ka mari* es igual a *mari ka epu*. Es lo que les planteaba hace un momento, por eso no podemos usar '*ka'* para la multiplicación o para 'veces'.

[GF2-ET1-K2] (…) (Nota: se ríe por lo que estamos analizando) No entiendo (…).

[GF2-P1-DE] (…) Mire ahí, está aplicando la propiedad conmutativa en mapuzugun, ¡qué bien! (…).

[I] Don ET1-K2, esto se ve más adelante con los cursos. Pero es interesante de analizar para elegir bien las palabras, en el fondo necesitamos una palabra para la multiplicamos. En el año 1600 ya multiplicaban los mapuche, debe haber una palabra, miraremos algunos libros.

[GF2-P1-DE] (…) Sigamos, en la primera sería *tunten* cubo *müley* (…).

[GF2-ET1-K2] (…) Si, *yaku, tunten yaku müley* (…).

[GF2-ET1-K2] (…) *Tunten txokiñ mari müley*, cuántos grupos de diez hay (…).

[GF2-P1-DE] (…) Para introducir lo colocamos entre comilla, es un concepto. *Tunten txokiñ mari yaku müley*, cuantos grupos de diez cubos hay (…).

[GF2-P1-DE] (…) Yo creo que no hay, ¿cómo digo? *Inche melelay, inche* ... cómo se dice yo pienso que hay *küla txokiñ mari* (…).

[GF2-ET1-K2] (…) *Inche pilen müley küla txokiñ mari*, yo creo, digo, que hay tres grupos de diez. Después, *inche pilen müley epu txokiñ mari* (…).

[GF2-P1-DE] (…) *Feley mülelay* (…).

[GF2-ET1-K2] (…) *Pilan pilan, pian pileymi pilelan piaymi*, acepta o no acepta, quiere o no quiere, de acuerdo o descuerdo (…).

[GF2-P1-DE] (…) ¿Estás de acuerdo?, *feley* (…).

[GF2-ET1-K2] (…) ¿Estás de acuerdo?, *feley* (…).

[GF2-P1-DE] (…) ¿Por qué?, ¿es *chumgelu*? (…).

[GF2-ET1-K2] (…) Si, por qué es *chumgelu. Pian pileymi pilelan piaymi* (…).

[GF2-P1-DE] (…) *Pian pileymi pilelan* ...(…).

[GF2-ET1-K2] (…) *Inche pilen müley küla txokiñ mari*, yo creo que hay tres grupos de diez (…).

[GF2-P1-DE] (…) *Inche pilen müley epu txokiñ mari, feley y chumgelu* (…).

[GF2-P1-DE] (…) *Fewla*, si miramos las decenas (…).

[GF2-ET1-K2] (…) *Fewla, pefiliyiñ kachi txokin mari ka kisuke txoy*, tenemos, niein (…).

[GF2-P1-DE] (…) ¿Puede ser *chunten nieyiñ*...? (…).

[GF2-ET1-K2] (…) *Chunten nieyiñ*...cuanto tenemos...*epu txokiñ mari feley ka meli kisu txoy* (…).

[GF2-P1-DE] (…) En vez de *feley* puede ser *may* (…).

[GF2-P1-DE] (…) ¿Estás de acuerdo?, hay una expresión que se usa en mapuzugun, *feley kam felelay*, es así o no es así (…).

[GF2-ET1-K2] (…) Así es o no es así, *feley kam* (...).

[GF2-P1-DE] (…) ¿*Chumgelu*? (…).

[GF2-P1-DE] (…) Cómo se puede representar, cómo se puede hacer, cómo se puede hacer esto en la casa con los elementos (…).

[I] Después de las palabras, pasamos a cambiar de registro, hacemos la descomposición con las palabras y después con los números, aunque nos falta la palabra para multiplicación.

[GF2-P1-DE] (…) *Kagelu* (…).

[GF2-ET1-K2] (…) *Ka füw, Kechu nagchi* (…).

[GF2-P1-DE] (…) *Kagelu*, algunos *kiñeke* (…).

[GF2-ET1-K2] (…) *Kiñeke* (…).

[GF2-P1-DE] (…) *Kiñeke txoy*, de uno, algunos, algunos solos, algo solo (…).

[I] ¿Sera mejor que kisu?

[GF2-ET1-K2] (…) *Kiñeke txoy* (…).

[I] Entonces, ¿sólo, no nos sirve?

[GF2-ET1-K2] (…) *Kiñeke* (…).

[GF2-P1-DE] (…) Ya, *kiñeke* (…).

[I] ¿Lo cambiamos?

[GF2-P1-DE] (…) Si, unidades *kiñeke txoy* (…).

[GF2-ET1-K2] (…) *Epu rupa mari*, ahí puede ser, *epu rupa mari, epu rupa mari* (…).

[I] ¿Eso es?

[GF2-ET1-K2] (…) Es como dos veces diez, *epu rupa mari*, dos veces diez, dos por diez. Que pasa dos veces, quiere decir que pasa dos veces (…).

[GF2-P1-DE] (…) Es *rupa*, es con u. Hay una consigna (…).

[GF2-ET1-K2] (…) *Rupa epu rupa mari, küla rupa mari*, pasamos diez veces (…).

[GF2-P1-DE] (…) Así se comprende y está bien la idea de multiplicación como suma iterada (…).

[GF2-P1-DE] (…) ¿Esta, cómo se diría representar?, ¿*azentum*? *Chungechi azentuyiñ, azentuafiyiñ may fachi rakin, rakintuan* (…).

[GF2-ET1-K2] (…) *Chungelu azentuafimy*, cómo puedo representarlos. *Azentuafiyiñ may fachi rakin, rakintual* (…).

[I] Sería, ¿*rakin rakintuam*, la acción de contar?

[GF2-P1-DE] (…) Si, terminación al, *rakintual* (…).

[GF2-ET1-K2] (…) *Rakin*, *rakiñ* es rana (…).

[GF2-P1-DE] (…) El le coloca algo para darle el sentido de representar, a cómo usted puede representar. *Chumgechi azentuafkymi tüfachi rakin... azentuafuymi...* (Un poco de escritura de mapuzugun) *mapucezugun*. El grafemario que ocupamos acá es el *Azümchefe* (…).

Grupo Focal 3 (GF3)

Este grupo lo conforman el ET3-K5; el P1-DE; y la investigadora (I).

[GF3-P1-DE] (…) Las unidades son *kiñeke*, que son unas pocas solas; las decenas son *txarüm mari*, atado de diez (…).

[GF3-ET3-K5] (…) *Mari txoy* tendría que ser ahí, en la decena (…).

[GF3-P1-DE] (…) *Txarüm* de agrupar, amarrar (…).

[GF3-ET3-K5] (…) *kiñe txoy, kiñe* seria la unidad; *kiñe txoy* seria la unidad y *mari troy* sería la decena. *Mari troy* son diez veces y *kiñe troy* es una unidad, *kiñeke* es de a uno. *Kiñe* sería más fácil, grupo de tres de cuatro es troy (…).

[I] Entonces, ¿grupo sería troy?

[GF3-ET3-K5] (…) *Txarüm* no es como para decir los números, porque ahí estamos hablando de los números. *Txarün* seria para decir un atado de maíz, un atado de leña (...)

[I] Lo que queremos identificar es que podamos expresar la idea de grupo, de diez, de cien.

[GF3-ET3-K5] (…) ¿*Tunten txoy kuram meli*?, ¿cuántos grupos de huevos? *Meli txoy, kechu txoy* (...)

[I] Un ejemplo, supongamos que tenemos cuatro grupos de diez huevos y seis sueltos. ¿Cómo pregunto cuántos grupos de diez huevos y cuántos sueltos hay?

[GF3-P1-DE] (…) *Meli mari txoy* (…)

[I] ¿Cómo pregunto cuántos sueltos quedaron, que no alcanzan un grupo de diez?

[GF3-ET3-K5] (…) ¿*Tunten txoy fülüley*?, ¿cuántos quedaron fuera o están suelto o no están en el grupo? (...)

[GF3-P1-DE] (…) ¿Tunten txoy fülüley?, cuántos quedaron sin grupo de diez (…).

[GF3-P1-DE] (…) *Fülüley*. El concepto que ella tiene aquí, es el concepto de *troy*. Para responder ¿cómo sería? (…).

[GF3-ET3-K5] (…) *Kayu txoy fülüley*, seis sueltos (…).

[I] Entonces, ¿cómo decimos unidades?

[GF3-P1-DE] (…) Yo diría que está bien esta idea, porque en español se usa el concepto de unidad. Entonces, *kiñe* txoy, unidad, *mari txoy*, decena y *pataka txoy*, centenas (...)

[GF3-ET3-K5] (…) En la matemática, para contar los números se usa la palabra *txoy*, se usa *txoy* (…).

[I] Entonces, ¿grupo sería *troy*?

[GF3-ET3-K5] (…) *Pataka txoy* de cien, *kiñe pataka troy*, una decena de cien. *Kiñe pataka txoy*, una decena de cien. *Kiñe mari txoy*, una decena de diez (…).

Nota: Acá hay un ejemplo de la racionalidad del pensamiento, estamos hablando de grupo de cien unidades y se entiende como una decena de cien. Hay que investigar más sobre este pensamiento.

[I] Pero cuando ustedes dicen dos de diez, es epu mari. Entonces, ¿cómo dirían epu Kiñe troy?... No usan el kiñe antes de la potencia, sólo dicen epu mari. Cuando dicen 104, dicen pataka meli, no dicen kiñe pataka meli.

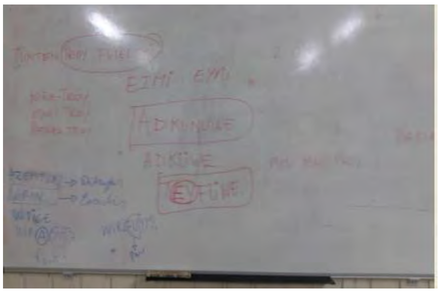
[GF-P1-DE] (…) Igual que en español. No se dice un ciento cuatro, sólo ciento cuatro (…).

[GF3-ET3-K5] (…) Pero si es ciento cuatro seria *kiñe pataka meli* (…).

[GF-P1-DE] (…) Ha, pero ahí dice las unidades (…).

[GF3-ET3-K5] (…) Para contar seria kiñe pataka meli, las unidades (…).

[GF3-P1-DE] (…) *Pataka txoy* seria donde están las centenas y *mari txoy* para las decenas. Si va a contar las decenas seria *kiñe mari txoy*, *epu mari txoy*,...... ya, lo dejamos así (…).



Cambio a la denominación final de U, D y C.

[I] Entonces se cambia el concepto *txarün* por *txoy*

[GF3-P1-DE] (…) Inche *txokintun*…, ¿qué quería decir ahí? (…).

[I] Ahí queríamos decir, yo pienso que hay *küla txoy*, ¿cómo lo decimos en mapuzugun? Y al curso se les pregunta si están de acuerdo con las respuestas de los niños.

[GF3-P1-DE] (…) Ya, en la primera ficha pusimos, *inche feypin*.... yo pienso, lo ocupamos en la siguiente (…).

[GF3-ET3-K5] (…) *Trapümy*, me interesa (…).

[GF3-P1-DE] (…) Ya, listo, entonces quedaría así: *Inche feypin chem doy nieyu*, yo pienso que hay (...).

[GF3-ET3-K5] (…) No. *Inche feypin müley* (…).

[GF3-P1-DE] (…) Le sacamos el *chem* (…).

[GF3-ET3-K5] (…) *Inche feypin müley*, yo pienso (...).

[GF3-P1-DE] (…) Ya, *fülüley*, ¿es así o no es así? (…).

[GF3-ET3-K5] (…) También se puede decir, es verdad, *feley*, está bien o mal y *feygey* es verdad o no es verdad (…).

[GF3-P1-DE] (…) *Fewla...fülüley*....ahí siguen con el concepto... entonces este es *mari txoy* (...).

[GF3-ET3-K5] (…) *Fewla, may* (…).

[I] Si ahora observamos o miramos…. los grupo de diez y las unidades…

[GF3-P1-DE] (…) *Chuntey nieyu*... para que quede más claro (...).

[GF3-ET3-K5] (…) *Fewla*..... Ahora estudiemos las unidades (…).

[GF3-P1-DE] (…) Lo que se quiere decir... Aquí con estos se puede ver cuántos grupos y cuántos sueltos. Entonces aquí integramos cuántos sueltos y colocamos ¿*Chunten txoy fülüley* (...).

[GF3-ET3-K5] (…) *Chunten yaku fülüley* (...).

[GF3-P1-DE] (…) Esta imagen es la que sirve, acá cambia (...).

[I] Para las unidades ¿cómo sería... *meli txoy*? sueltos.

[GF3-P1-DE] (…) No. Hay que usar *fülüley, meli txoy fülüley. Meli yaku fülüley* (…).

[I] Ahora, ¿no usamos el termino *txoy*?

[GF3-ET3-K5] (…) Tendríamos que decir...*inche feypin epu yaku füleley, trape*…, en cada grupo hay dos sueltos (…).

[GF3-P1-DE] (…) Pero ahora vamos a ver un solo total que hay que agrupar, entonces, hay que arreglar la imagen, porque se podría entender por separado en cada grupo. Eso puede ser una confusión, la imagen visual es importante (…).

[GF3-P1-DE] (…) Listo, ahí está bien (…).

[GF3-ET3-K5] (…) Inche (...).

[GF3-P1-DE] (…) Después, ¿*Chumuelu am*?, ¿por qué? (…).

[GF3-ET3-K5] (…) Si, después se pregunta ¿por qué? (…).

[GF3-P1-DE] (…) Listo, ahora acá se puede representar de otra forma los grupos y las unidades, dice la pregunta. *Fewla*, que mires las unidades sueltas y después le decía cuantos tienen (…).

[I] ¿Cuánto hay en total?

[GF3-ET3-K5] (…) ¿*Tunten nieyu*?, ¿cuánto tenemos? (…).

[GF3-P1-DE] (…) Entonces (...).

[GF3-ET3-K5] (…) Pero *epu mari* es veinte (…).

[GF3-P1-DE] (…) Si, ese es el valor. Esa tabla es la clave para el agrupamiento posicional (…).

[I] ET3-k5, dijo algo muy importante.

[GF3-P1-DE] (…) Si, hay que cambiar aquí, este concepto de juntar a este lamien. Ese está incorrecto (…).

[I] Aquí estamos preguntando, por la ubicación posicional, no el valor absoluto del dígito. En palabras epu antes de mari y con mari es 2(10) es 20, pero epu después de mari vale 2. ¿Qué nombre le ponemos a este artefacto, para representar cuando preguntamos por el valor y a esta parte cuando preguntamos por la ubicación?

[GF3-P1-DE] (…) El cuadro, el título dice para qué sirve el cuadro, para desarmar. El concepto de tabla, es *txafla*, entonces sería, tabla para ordenar (…).

[GF3-ET3-K5] (…) Tabla para ordenar, ¿para ordenar y desordenar?, sería *adkünuwe*, para ordenar; así pongo esto ordenado (…).

[I] ¿Para armar y desarmar?

[GF3-ET3-K5] (…) *Teyfü, teyfüwe*, descomponer (…).

[GF3-P1-DE] (…) Esto ya es la suma, mejor lo sacamos (…).

[I] ¿Cómo podemos representar?

[GF3-ET3-K5] (…) *Chumechy* am, ¿cómo tiene que decir en español? (…).

[I] ¿Cómo podemos representar la cantidad en el *teyfüwe?*.

[GF3-ET3-K5] (…) *Chum* (...).

[GF3-P1-DE] (…) Los conceptos fundamentales están listos (…).

[I] Un ejemplo, el 24. De qué otra manera lo podemos representar, ¿cómo le pregunto al niño eso?, para que me responda 20 + 4; 2(10)+4; *epu mari meli*.

[GF3-ET3-K5] (…) *Epu rupachy*, dos veces *ka*, más, *epu rupachy mari ka meli*; dos veces diez más cuatro (…).

[GF3-ET3-K5] (…) *Eymu Kimneymi kay*, veinticuatro… ¿Quién tiene la razón?, está bien así, *iney nien* (…).

[GF3-ET3-K5] (…) *Kom* es ficha, juego, cualquier juego. En el curso de geometría, en la universidad, nos dijeron eso (…).

ANEXO 3

TRANSCRIPCIÓN ENTREVISTAS INDIVIDUALES Y GRUPALES

Kimche y Educadores Tradicionales

Transcripción de audios, del trabajo de entrevistas realizado en las comunidades mapuche. En cada entrevista participaron *kimche* (K) 1, 2,…; educadores tradicionales (ET) 1, 2,…; algunos *kimche* son dirigentes territoriales a los de se identifica CT, consejo territorial. Se expondrá en este anexo, algunos diálogos, que ha sido utilizados o no en esta investigación.

Entrevista 1

Participantes: *Kimche* [E1-K1], historiador mapuche; Investigadora [I]. Tromen.

[E1-K1] (…) En el fondo lo que se llama educación intercultural en Chile es casi una alza de precisión bilingüe, porque no hay EIB. No es la educación indígena la que se incluye, sino que incluye la educación occidental y de pasada, la hace bilingüe (…).

[E1-K1] (…) El *kipu* está definido como *aymara*, pero los mapuche lo tenían también. Yo sostengo que es una palabra mapuche, los *aymara* dicen que es una palabra *aymara*. Tenemos varias coincidencia, por ejemplo *waragka*, *pataka*, son igual en ambos pueblos. Entonces ¿quién le prestó a quién?, no lo podemos afirmar ahora. Con el *kipu* pasa igual. El *püron* es el puntito (.), hemos inferido que el puntito es un nudo, pero por analogía *püron* es nudo. Se dice que el *kipu* era como el de los museos, tenía varias lanas de colores, al parecer el color indicaba un determinado elemento o una posición como unidad o decena. Igual era todo un enredo, no es tan fácil comprenderlo (…).

[E1-K1] (…) La EIB en Chile, lo que en el fondo se llama educación intercultural en Chile es casi una alza de precisión bilingüe, porque no hay. No es la educación indígena la que se coloca, sino que se está colocando la educación occidental y de pasada haciéndolo bilingüe (…).

[E1-K1] (…) Yo he dicho, los mapuche eran grandes matemáticos; pero no tengo claridad cómo está estructurada nuestra matemática, por ejemplo yo digo todos los números tienen un sentido, pero tienen un sentido cosmológico (…).

[E1-K1] (…) Un mapuche no puede dar una definición de lo que ellos saben, saben hacer, pero no pueden definir, por ejemplo un mapuche no puede definir lo que es un *gillatun*, pero sabe hacer un *gillatun* (…).

[E1-K1] (…) El uno es importante porque es el resultado del dos, es curioso esto, ¿por qué el uno es resultado del dos?, porque se está mirando a las personas y para que exista uno necesitamos dos, en la cosmovisión mapuche (…).

[E1-K1] (…) La medida sagrada, *kiñe witxan*, una estatura de pie. Las casas tenían que tener *reqle witxan*, 7 estaturas. Era una unidad de medida, entonces nosotros calculamos que el mapuche en promedio media 1.60 m. y si lo multiplicamos por 7 son 11.2 m. Por ello, digo que todas la casa mapuche tenían 12 metros, más o menos, de largo y mirando hacia el Este (…).

[E1-K1] (…) Un mapuche no puede dar una definición de lo que ellos saben, sólo saben hacer, pero no pueden definir (…).

[E1-K1] (…) Después viene el tres por la triada digamos, muchas cosas que tienen que ver con la terciaria. Después viene el 4, para que decir el 4 por los 4 puntos cardinales, el 4 por los 4 elementos, las 4 personas que representan las 4 energías y esto *Müñal tay Txawüluwi meli newen fey mülekey ta mogen-che*, esto me lo enseñaron las machis, solo cuando convergen las 4 energías hay vida humana (…).

[E1-K1] (…) La matemática, para mí es más complejo y vuelvo al tema de la integralidad, vuelvo y se me mezcla todo otra vez, matemática, cosmovisión, astronomía. Cuando yo te hablo del sol y la luna, te fijas, cuando yo te digo después el *Wüñülfe* que corresponde a Venus. Pero no toda la gente sabe que a lo que ellos llaman *Wüñülfe* es el planeta Venus, la gente en el campo dice *wüñülfe* no más y no tiene que estar comparando con nada; yo sé que es Venus. Entonces nosotros decimos: la estrella de 8 puntas, sabemos que tiene que ver con las 8 posiciones de la tierra debido a su inclinación terráquea. Entonces el número ocho se transformaba en el paradigma de de la suma (no se entiende) de la multiplicación, porque de decían 8 más 8 es 16, 16 más 16 es 32 y 32 más 32 es 64, entonces el 64 eran 64 vueltas que se da a caballo cuando se hace un *gillatun* en dos días: 16 vueltas en la mañana 4 x 4 y 16 vueltas al mediodía 4 x 4, tienes 32 vueltas. Entonces yo iba y preguntaba a los viejitos ¿por qué se da 32 vueltas?, porque así se hacía antes *peñi*, me respondían y se enojaban y no querían nada más, porque así se hacía antes (…).

Entrevista 2

Participantes: Educador Tradicional 1, *Kimche* 2 [E2-ET1-K2]; Investigadora [I]. Pelantaro.

[E2-ET1-K2] (…) Las posibilidades hoy en día son otras, hay mayor conectividad, hay más facilidad hay tecnología. El cien por ciento de los niños maneja la tecnología, entonces no podemos decir que el niño no es capaz si es capaz, si nosotros fuimos capaces de salir adelante ¿por qué nuestros hijos nuestra familia o nuestro lugar territorial no puede salir adelante? (…).

[E2-ET1-K2] (…) Galvarino cumplió 128 años y nunca había tenido un alcalde mapuche y nosotros las comunidad somos el 70% mapuche aquí en la comuna y éramos gobernado por los, *winka*, por la minoría de la comuna (…).

Este entrevistado, participo de todas las entrevistas, entonces hemos considerado, mejor dejar su intervención en cada territorio, como podrán apreciar en las siguientes entrevistas.

Entrevista 3

Participantes: Educador Tradicional 2, *Kimche* 3 [E3-ET2-K3]; *Kimche* 4 [E3-K4]; Educador Tradicional 1, *Kimche* 2 [E3-ET1-K2]; Investigadora [I]. Quinahue.

[E3-ET2-K3] (…) En algunas partes registraban con el nudo en lanas, en otras partes con distintas semillas, también se ha escuchado por ahí que hacían marcas. Contaban y registraban, pero en todas partes no se hacía igual (…).

[E3-ET1-K2] (…) Decían *kuify*, hace mucho tiempo, para registrar dejaban amarrado en lanas de colores con nudos y los tenía colgados por ahí. Algunos tenían varios colores, por eso le decía ¿por qué tendrá tanta cosa de brujo?, por tanto nudo de colores que tenía colgados. Eso de que era cosa de brujo se aprendió del *winka*, pero ahora sabemos que era su forma de registrar (…).

[E3-K4] (…) También para contar los años de los hijos y ellos sabían que color identificaba cada cosa, y así sabían cuándo debían empezar la escuela (…).

En segundo plano se produce una conversación entre K4 y un niño que es el nieto. La traducción es del [ET1-K2].

[E3-K4] (…) *Nawel, amuge ka azkintumege tunten kuram tukuy chi tati piz-piz achawall*, Nahuel, anda y mira cuántos huevos puso la gallina castellana (...); (Niño) *Kuku, feychi achawall küla kuram tukuy*, abuela, esa gallina tiene tres huevos (...); [K4] Küpalelen *kechu kuram, küla kazü achawall ñi kuram ka epu* *kagelu achawall ñi kuram*, tráeme cinco huevos, los tres de la gallina castellana y dos de otra gallina (…)

[E3-ET1-K2] (…) ¿*Tunten txipantu niey ti pichi wentxu*?, ¿cuántos años tiene el niño? (…)

[E3-K4] (…) *Meli txipantu*, 4 años (…).

[E3-ET1-K2] (…) ¿*Tunten txipantu nieymi lamgen*?, ¿cuántos años tienes hermana? (…).

[E3-K4] (…) *kayu mari epu txipantu*, sesenta y dos años (…).

[E3-ET2-K3] (…) Nosotros acá ocupamos el *almur* para medir el trigo, para nosotros es más práctico, porque sabemos cuánto podemos sembrar con un *almur*. Si usted quiere 100 kilos de trigo son 10 *almur*, ahí está, esos son de 10 kilos (…).

NC: El *almur* es un paralelepípedo de madera, abierto en una de sus caras, es decir un cajón específico, como vemos en la imagen 3.1.

Imagen 3.1. *almur Mapuche* (Fotografía trabajo de campo)

[E3-ET1-K2] (…) Cuando se hacían venta, por ejemplo venía el otro y preguntaba ¿Cuánto pide por la vaca t*xauke*[1]? Y le respondía: *küla pataka* y le mostraba con los dedos (tres); luego le decía quiere *epu* y le mostraba con dos dedos y *raniñ* la mitad, *epu raniñ*, dos mitades (…)

E3- [K4] (…) Alcancé a escuchar a mi abuelo, hacían nudos para saber cuánto años tienen los hijos, entonces tiene un año el hijo *kiñe püron, epu püron*,.....; así sabían qué edad tiene el hijo y cuando va ir al colegio (…).

[E3-ET1-K2] (...) Antiguamente para registrar dejaban amarrado nudos (*püron*) en hilos de colores, tenían registrado en lanas de colores con nudos y los dejaban colgados por ahí. Algunos tenías varios colores (…).

[E3-ET1-K2] (...) Cuando llegaban a *mari* hacían un nudo más grande (…).

[E3-ET2-K3] (...) Claro, así era (…).

[E3-K4] (...) Si, y los sueltos eran nudos más chicos (…).

[E3-ET1-K2] (...) Los nuevos nudos más chicos era ir agregando (…).

[E3-K4] (...) También para contar los años de los hijos y ellos sabían que color identificaba cada cosa, así sabían cuando debían empezar la escuela (…)

Entrevista 4

Participaron: Educador Tradicional 3, *Kimche* 5 [E4-ET3-K5]; Educador Tradicional 1, *Kimche* 2 [E4-ET1-K2]; Investigadora [I]. Mañiuco.

[E4-ET3-K5] (…) Yo hago huerta aquí y de repente yo me preguntaba ¿porqué se seco? Claro porque yo lo veía grande con dos hojitas bonitas, pero no tenía las 4 o 5 hojitas

[1] *Xafkintun* trocar, cambiar (alfabeto Raguileo) (Cañumil, T., CAñumil, D. y Berretta, M.,2008)

que tenía que tener, obvio que se secaban cuando lo trasplantaba. El otro día cuando usted habló de la matemática, me acordé y dije con razón si todo era matemático, todo era contar (…).

[E4-ET3-K5] (…) En los calcetines. *tunten kiñe* decía mi mamá, *pichike che* (niños) cada *tunten kiñe*…, ella los contaba: ¿Cuántas vueltas para adulto y cuántas vueltas para niño?, no podía ser una lado más grande que el otro, solo deben haber par, dual; no puede haber nones[2]. Si hay nones va mal el tejido (…).

[E4-ET3-K5] (…) Cuando se echa la gallina, se sabe que en *epu mari kiñe* nacen los pollos. El ganso tiene una fecha y la marcaban la fecha, luego contaba 28 días y nace el ganso. Si va a parir la chancha, se prepara el corral para que pueda parir la chancha. Ellos contaban y sabían la fecha (…).

[E4-ET3-K5] (…) El niño mapuche se está educando en una escuela que está implementando la interculturalidad y lo califican cuando con 7 si el niño se desarrolla, si el niño aprende, si el niño pronuncia, si el niño cuenta, si el niño entiende y esa nota también le va a servir. Como mapuche le sirve para poder llevar su autoestima alto y decir en mapuzugun me saco un siete, en otros ramos no le va tan bien, pero, en mapuzugun sí; entonces quiere decir que está fortaleciendo su identidad (…).

[E4-ET1-K2] (…) Ningún pueblo puede existir sin su lengua (…).

[E4-ET3-K5] (…) El *püron*, nudos. Antes registraban con el *püron* decía una *papay* (mujer anciana), eran los nudos en lanas, por ejemplo si yo voy a tener ovejas; para que la viejita no se perdiera, entonces, ellos hilaban y al hacer media con los *winka*, el *winka* le daba un papel en el que dejaban escrito en español, pero ellos para no perderse también le daban hacían *kiñe puron, epu puron* (...).

[E4-ET3-K5] (…) Cuando una oveja paria, los *awal*, la semilla más grande o la semilla más chica, también usaban eso, cada semilla representaba un animal (...).

Entrevista 5

Participan: Educador Tradicional 4, *Kimche* 6 [E5-ET4-K6]; Educador Tradicional 1, *Kimche* 2 [E5-ET1-K2]; Investigadora (I). Ñilpe.

Al llegar a la casa de ET4-K6, al entrar y nos encontramos con una tremenda chanca (cerdo) y sus crías que le estaban mamando. En eso don ET4-K6 le dice a don ET1-K2 algo en mapuzugun.

La chancha (Cerdo) y su crías, al entrar al casa del ET4-K6

[E5-ET4-K6] (…) *Ñi sañwe koñi mari pichike sañwe* niey (…)

[E5-ET1-K2] (…) Mi chancha parió diez chanchos (…).

[2] None se le llama al número impar, que si bien no es habitual escuchar el término en la ciudad, en las zonas rurales si es un término habitualmente usado.

También, luego don ET1-K2 dice que también puede indicar *ñi sañwe marinentuy koñi* que quiere decir que la chancha se multiplicó diez veces.

[E5-ET1-K2] (…) Antiguamente medíamos con pasos, con trancos, cuántos trancos tenían una hectárea (…)

[I] ¿Cómo registraban?

[E5-ET4-K6] (…) No se sabe. Por lo menos, yo no he escuchado eso claramente. Sólo he escuchado que con la mentalidad; también dicen que con nudos, en hilos (…)

[E5-ET1-K2] (…) Yo he escuchado que con nudos en hilo, un nudo podía ser diez ovejas. Como también podía ser diez nudos, en lanas de colores, no se tiene muy claro cómo era (...)

[E5-ET4-K6] (…) Mental o con nudos, también alcance a escuchar que hacían marca en un árbol, con rayas… Entonces hacían marcas en el árbol y luego al revisar los animales marcaban una raya cruzada los que estaban y una raya quedaba sin cruzar si faltaba ese animal. Así he sabido que se hacía, hoy día es uno, dos, tres... (…).

[E5-ET4-K6] (…) Yo viví con mi abuela, que no hablaba nada de castellano, sólo mapuzugun y ella me enseño. Murió de 120 años (...).

[E5-ET1-K2] (…) También para tejer debían contar de dos en dos, para hacer la manta, poncho. Era de par en par, para que quedara igual (…).

[E5-ET2-K3] (…) Mi abuela me contaba cómo era la vida, en ese tiempo. Todavía vivíamos sometidos, nos miraban en menos, no podíamos hablar mapuzugun; en la escuela éramos discriminado. Tanto tiempo callados y ahora, ya se han olvidado cosas. Ella contaban sólo en mapuzugun y me enseño a contar en mapuzugun: *kiñe, epu, küla*, ..., pero hay cosas que se olvidan; me enseño muchas cosas, pero hay cosas que se olvida, tanto tiempo que ha pasado y tanto tiempo con la colonización (...).

[E5-ET2-K3] (…) También, cuando hacían la cancha del *palihue*. Lo medían con trancos, después por ahí en el año 75, se empezó a usar la cuerda, la cuerda y la vara. En esa época ya empezamos, nosotros, a someternos al castellano, a usar el castellano (…).

[E5-ET1-K2] (…) Yo he preguntado por ahí, por ejemplo, para construir una casa median con *colihue*: un *colihue* para allá, otros dos para acá. También, había que cuadrar la casa, ahí también se hace matemática, por ejemplo: un *colihue* de tres trancos y estacaban, todos los lados tenían esa medida (…).

[E5-ET2-K3] (…) Había unas rucas semi redondas y la puerta por aquí, mirando el sol (...).

[E5-ET2-K3] (…) Siempre la puerta hacia el sol saliente, sólo una puerta. No conozco con más puerta, era una sola puerta (...).

[E5-ET1-K2] (…) Si una sola puerta, la de mi abuela también una sola puerta (...).

[E5-ET2-K3] (…) Ahora, las construyen como casa con más puertas, dos, tres; pero siempre igual pensando hacia el sol (...).

[E5-ET2-K3] (…) Porque no la construye el mapuche, ahora la municipalidad y va a depender del espacio y la medida de la casa, por ejemplo, para hacer los tijerales: no era tan perfecto, pero ponían varas bien amarrado, porque no habían clavos. Tomaban las medidas con una garrocha y quedaba perfecto (...).

[E5-ET1-K2] (…) Por ejemplo una garrocha podía tener 4 trancos, todas tenían que tener 4 trancos (...).

[E5-ET2-K3] (…) Para hacer el techado, cortaba un palo similar al *colihue*, de una medida exacta y lo usaban para medir la separación entre una vara y la otra, todas quedaban a la misma medida para tejer con la paja el techo; la medida exacta, quedaban todas a la misma distancia (...).

NC. Trabajaban con el concepto de paralelas, sin saberlo.

[E5-ET1-K2] (…) Yo todavía uso el palo, para una medida. Cuando hago un cerco por ejemplo, es más fácil y se ocupa un palo de una medida determinada, así todos quedan a la misma distancia. Por ejemplo, de 40 cm, que son dos cuartas, entonces se corta un palo de dos cuartas y se usa como medida, después con una estaca se marca para el palo del cerco (…).

[E5-ET2-K3] (…) Otra medida era el pie, tres pies era una medida (...).

[E5-ET1-K2] (…) La matemática estaba en el cuerpo de la persona: un brazo, medio brazo, un pie (...).

[E5-ET2-K3] (…) Se han perdido cosas, igual la medida del trigo. Hablaban de *almur*, *llepü*; el *llepü* es como un lavatorio para lavar trigo (circular); para sembrar decían, vamos a sembrar *kiñe admur rayao* (…).

[E5-ET1-K2] (…) Decían un *almur* rayao, que podía ser de 7 kilos de 10 kilos (…).

[E5-ET4-K6] (…) Para sembrar decían, vamos a sembrar *kiñe almur rayao*[3] (…).

[E5-ET4-K6] (…) Antiguamente usaban esa medida, con eso definían el rendimiento de la siembra en base al *almur*, aun algunos lo ocupan (…).

[E5-ET4-K6] (…) Hoy en día la cuestión es diferente, por ejemplo, usted puede sembrar 20 sacos de trigo y va a sacar la misma cantidad de siempre y antiguamente, con un almur pasaban todo el año (...).

[E5-ET1-K2] (…) Actualmente sembrar un *almur* de trigo sería, un para un espacio de quince por quince, treinta metros cuadrado; para eso alcanza un *almur*. Quince para allá y quince para allá. Quince por cuatro son sesenta metros cuadrado, el espacio, más o menos. Eso era lo que sembraban, sin químicos, todo natural (...).

[E5-ET1-K2] (…) Antiguamente se sembraban, como máximo, dos *almur*, porque no había maquinas, entonces había que cortarlo, pasar el buey o el caballo para poder moler, había que molerlo después. En una tierra de 60 metros cuadrados era suficiente, si después se corta y hace un montón de trigo y tenia para todo el año (...).

[E5-ET2-K3] (…) Ahora se siembra y a penas es capaz asomar el trigo, apenas es capaz de salir el trigo (...).

[E5-ET1-K2] (…) Hay que sembrar con abono químico, porque de lo contrario es mejor no sembrar, es trabajo perdido. Cuando hay una tierra buena por ahí, crece el haba y la linaza por de manera natural (...).

[E5-ET2-K3] (…) Hoy en día se habla de kilos: 200 kilos, 100 kilos; antes no, era la medida un *almur* (…).

[E5-ET1-K2] (…) También se usaba el *chaywe* (...).

[I] ¿Trabaja con el profesor en las clases de matemática en 1° 2° básico?

[E5-ET2-K3] (…) No, solo lengua indígena, no pasamos matemáticas. A veces yo les pregunto a los estudiantes, cómo sería una cantidad en mapuzugun, pero eso nada más. Es más la lengua mapuzugun (…).

[3] Se refieren a 'a ras'.

Entrevista 6

Participantes: Educador Tradicional 5 [E6-ET5]; Educador Tradicional 1, *Kimche* 2 [E6-ET1-K2]; Investigadora [I]. Aillinco.

[E6-ET1-K2] (…) No hay orden en la enseñanza con el mapuzugun (...).

[E6-ET5] (…) Por ejemplo, decir: hoy vamos a aprender matemática en mapuzugun o, hoy vamos a hacer lenguaje en mapuzugun, como los pronombres, los verbos, algo así (...).

[E6-ET1-K2] (…) Creo que tendría mayor connotación, si el educador trabajara así, más ordenado; matemática en matemática, ciencia en ciencia. Por eso, a algunos niños no les gusta mucho la clase de mapuzugun, porque uno hace todo mezclado (...).

NC. Se aprecia, que hay una cierta orientación a querer enseñar el mapuche kimün de acuerdo al conocimiento que se trata, es decir, ciencia en ciencia, historia en historia y no ver todo en la asignatura de SLI.

[E6-ET5] (…) Por ejemplo, cuando uno está haciendo *natuzugun*, está haciendo historia (...)

[E6-ET1-K2] (…) Si, *natuzugun* está hablando de su historia, de su familia, su territorio y eso deberían verlo en historia. Ahora con las adecuaciones en algunas escuelas el profesor de historia les dice a los niños, dibuja el territorio donde vives, tu casa y tus vecinos, es lo único (…)

[E6-ET5] (…) También, identifica el Norte, el Sur; eso es historia; nosotros igual lo hacemos, pero en mapuzugun y en el SLI y no lo vemos como historia, lo vemos como lengua mapuzugun. Es como traducir lo que ven en historia del castellano al mapuzugun (…).

[I] ¿Cuál es la función del PM?

[E6-ET5] (…) Ellos aportan en ayudarnos en cómo hacer para enseñar un tema que yo quiero enseñar; como lo puedo hacer en etapas; ellos dicen, sistematizar una clase. Ayudan también en el orden, la tecnología; por ejemplo esto mismo en un power point y algunos ayudan en el *zugun*. Porque en mi caso, una PM habla mapuzugun, pero no todos; porque me toca con otro PM y no habla y algunos ni entienden en mapuzugun. A nosotros nos dicen, usted como educadora tiene que hacer toda la clase en mapuzugun y si el PM no entiende, va a ser como estar hablando en chino, sólo me entenderé yo y el resto se aburrirá, por eso es obligación hablar en mapuzugun y después traducir al castellano (...).

[I] Los niños que están en 6°, ¿vienen desde 1° con mapuzugun?

[E6-ET5] (…) Si, desde primero y en 6° no hablan mapuzugun, porque sólo se quedan con esas 4 horas de la escuela. Después fuera de la escuela en la casa no usan el mapuzugun. Es complejo, porque se avergüenzan y a veces pasa que si habla en la casa, los papas le dicen: ya empezaste con tu cuestión, entonces, qué ganas le queda al niño de aprender. La asignatura es obligatoria y vuelvo a repetir que el apoderado es la base, la familia, la comunidad; como era antiguamente. Ahora pasa lo mismo que en inglés, después del aula no hay con quien hablar mapuzugun, que le ayude al niño a ir desarrollando su comunicación y entendimiento ni en el transporte escolar se habla mapuzugun (...).

[E6-ET5] (…) Pero eso pasa en este sector, porque hay niños en otros sectores que hablan muy bien el mapuzugun, pero, en sus casas sus papas también lo hablan y eso ayuda mucho al niño. Yo me siento un poco frustrada, porque en este sector es así, al final con lo que yo me quedo es que los niños aprenden nuestras costumbres, por ejemplo: que hay que respetar el cerro, el rio, el árbol; eso lo saben, también la naturaleza. Si los padres hablaran mapuzugun sería otra la situación (…).

[E6-ET5] (…) Pero es complejo, por ejemplo: en historia, en la cultura occidental hablar de historia es un triunfo y para nosotros es una derrota, entonces como voy a contradecir lo que dice el profesor; es difícil, cómo consensuar con el profesor y ese profesor se educó y se formó con ese conocimiento y lo da por verdadero, él asegura que eso es así y después viene un ET a contradecirlo; yo veo que es complicado (...).

[E6-ET5] (…) En ciencia pasa igual, porque no se valora el conocimiento natural mapuche; lo occidental es fármaco y nosotros somos todo natural. Entonces, cómo consensuamos y articulamos eso, para mi es complicado (...).

[E6-ET5] (…) Si vamos desmenuzando esto, nos damos cuenta que la EIB es compleja, ahora lo bueno es que hay un espacio y hay que aprovecharlo (...).

[E6-ET5] (…) Lo primero es sensibilizar a la comunidad, luego el habla y después más detalles, así lo veo; sobre todo a las familias, que son generaciones jóvenes (...).

[E6-ET5] (…) No, no se puede hacer reunión con los padres; no nos dan el tiempo para ello ni autorización; no nos invitan a reuniones de padres y apoderados; no nos dan permiso y el PM tampoco lo hace. Sólo puede ocurrir en los casos en que el PM es mapuche o le interesa el tema. En cada nivel hay distintos PM. Pero este año, los padres y apoderados están más interesados en lo mapuche, algo está pasando positivamente. Nosotros con la PM mapuche, nos hemos saltado todo el protocolo y realizamos algunas clases al aire libre, hemos invitado a los padres y apoderados; a la comunidad; hemos observado la flora nativa, plantas medicinales, fauna nativa. Porque no conocen su entorno los estudiantes.

La mayoría de los padres trabaja fuera de la comunidad y eso también complica; trabajan de temporeros[4], hombre y mujeres; en las forestales y otros se van a Santiago (capital). Acá sucede mucho que los abuelos se hacen cargo de los niños, porque los padres deben irse a trabajar fuera de la zona; también, algunos estudiantes son hijos de madre soltera y eso es complejo, porque, cómo lo abordamos ahora, si en nuestra cultura se enseña la ascendencia territorial patrilineal y matrilineal, es complejo (…).

[E6-ET5] (…) Los mayores tienen conocimiento del mapuche kimün, pero los jóvenes no tienen conocimiento, entonces no apoyan a sus hijos en el aprendizaje (…)

[E6-ET1-K2] (…) La generación hasta los 45-50 está muy perdida (...).

[E6-ET5] (…) Hay que trabajar con los padres, a veces asisto a la reunión de la comunidad y nada de mapuzugun (…)

[E6-ET5] (…) Acá se dice de diferente manera, se usa mapuzugun y otros mapudungun. Raquileo es lo original. A nosotros nos dijeron: como ET deben trabajar con el grafemario *Azümchefe*, pero yo, personalmente, encuentro más fácil el *Azümchefe*, aunque el Raquileo es el original (…).

[E6-ET1-K2] (…) También, se dice que cada mapuche escriba como lo habla, porque igual se entienden entre mapuche (...).

[E6-ET5] (…) La verdad, todo es complicado, porque cómo le explicamos al niño que el MINEDUC dice una cosa para todos los mapuche y nosotros hablamos de lo territorial. Entre nosotros nos entendemos, pero le llevamos la contraria al

[4] Temporero es un trabajo por la temporada, por ejemplo la cosecha uva.

gobierno. Por ejemplo los mapuche *pewenche* dicen *chezugun*, cómo lo hacemos ahí (…).

[E6-ET1-K2] (…) Los mapuche *williche* dicen *mapunche* (...).

[E6-ET5] (…) Si, mapuche *williche*, mapuche *pewenche*, mapuche *pikunche*, mapuche *lafquenche*. Algunos dice *mapuchezugun*, todo es de acuerdo al territorio (...).

[E6-ET5] (…) La observación, para la educación mapuche es lo más importante; porque de acuerdo al fenómeno de la naturaleza, cada cosa es diferente. Por ejemplo, un día asoleado o nublado es diferente el sonido del agua, de las aves, es decir la naturaleza nos habla (…).

[E6-ET5] (...) Yo tengo aún a mi mamá y a mi suegra, que me enseñan y yo le transfiero a mis hijos. En la medida que avanza en edad el mapuche, avanza también el conocimiento. La juventud de ahora es diferente, no se visitan todo lo hacen con la tecnología, por teléfono se mandan hasta fotos, hablan (...).

[I] ¿Por qué cada vez que hablan de mapuche kimün, no hablan del conocimiento matemático?

[E6-ET5] (…) Porque, nuestra cabeza solo ve el signo peso (nuestra moneda), entonces ahí se visualiza la matemática. Ahora, todo está disponible: las herramientas *winka* para medir; la tecnología. A veces, usamos nuestros números para contar, yo hablo de esta zona (...).

[E6-ET5] (…) También, como ahora todo va con símbolos, números, todo cambia. Porque, antes sólo era oral y a veces se decía *kuyfü*, hace mucho tiempo y se sabía que era lejano (...).

[E6-ET5] (…) La matemática, mi mamá me dice, por ejemplo: antes se media por trancos, pie, brazadas (...).

[E6-ET1-K2] También, *kiñe witxan*, el porte de una persona; era una unidad de medida (...).

[E6-ET5] (…) Antes cuando se daban ovejas en media, se contaban... en el *füw*, hilo, hacían los nudos, *püron*, por ejemplo: doce ovejas, esta era una lana y la persona que daba la ovejas en media entonces hacia los nudos en la lana de acuerdo a las ovejas que se daban en media y se hacían dos lanas, una para cada persona. Después en la esquila, *keziñün*, se repartían la ganancia de las doce ovejas (hacía doce nudos en una lana) y se marcaban (...).

[E6-ET5] (…) Antes aquí en la comunidad toda la gente tenía animales, habían como trescientas ovejas; no habían árboles de forestales; entonces, abundaba el agua y había mucha tierra, sólo con árboles nativos. Hoy, no hay agua, porque todo está lleno de eucalipto y pino de las forestales y han secado la tierra. Entonces, ya no se puede tener animales (...).

Entrevista 7

Participan: Educador Tradicional 6, *kimche* 7 [E7-ET6-K7], Trabunquillen; Educador Tradicional 7, *Kimche* 8 [E7-ET7-K8], Trif-Trifco; Educador Tradicional 1, *kimche* 2 [E7-ET1-K2]; Investigadora [I].

[E7-ET6-K7] (…) La mamá es champurria, cuando es sangre mezclada (...).

Nota: Habla de su tierra, de su historia personal anecdótica con un vecino *winka*.

[E7-ET6-K7] (…) Hay mapuche en todo Chile, porque los jóvenes se van del territorio (...).

[E7-ET6-K7] (…) Cuando hicieron la cancha del *palin*, lo hicieron tranqueando: tanto tranco para allá y ponían una estaca, luego para acá y otra estaca. Después con una yunta de buey tiraban la línea derechita, después tanta tranca para allá y tanta tranca para acá y ahí dividían la mitad. Con el tiempo, se aprendió del *winka* a medir e hicimos cancha de futbol, con huincha, los que volvían con estudio (...).

[E7-ET6-K7] (…) Cuando yo era niño, acá sólo había ruca (casa mapuche antigua). Medían con cordel y ponían estaca; antes del cordel ponían un *colihue* largo y no había clavo, entonces, era todo amarrado. Aprendí yo con mi papá a trabajar y buscábamos paja; mi papá hacia *rucatun*, los amigos ayudaban y había que tenerle una fiesta con vino, para comer. En aquella época, la carne era poca y para alimentarse había maíz y mucha sopa de poroto (alubia) y maíz, ahora ya se perdió esa costumbre (…).

[E7-ET6-K7] (…) Yo llegué a la escuela y sabía contar sólo en mapuzugun, pero en castellano no entendía nada (...).

[I] ¿Qué contaban?

[E7-ET6-K7] (…) De todo, por ejemplo: los animales, cuántos bueyes, terneros. El papá y la mamá, enseñaban (...).

[I] ¿Cómo le explicaban, cuando la palabras está antes de mari y después de mari?

[E7-ET6-K7] (…) Por ejemplo: si eran muchos animales, *mari kameli* es igual que sumar y tenía que sumar (...).

[I] ¿Tenía una *ka*?

[E7-ET6-K7] (…) *Kameli, mari kameli y meli mari*, cuatro veces diez. Enseñaban, enseñaban con los dedos. Cuando estaban aprendiendo hablar recién los niños. *Kiñe, epu, küla, meli, kechu.......; mari kiñe, kiñe rupa mari, epu rupa mari – epu mari* (...).

[E7-ET1-K2] (…) Dos veces (…).

[E7-ET6-K7] (…) *Küla rupa - kula mari, epu rupa kamari, meli rupa - meli mari*. Así le enseñaban, hablando (…).

[E7-ET1-K2] (…) *Meli rupa mari* (...).

[I] ¿*Rupa* es?

[E7-ET6-K7] (…) *Meli rupa* es cuatro veces, cuatro veces diez, *meli rupa mari* (...).

[E7-ET1-K2] (…) *Meli rupa mari*, cuatro veces diez; *meli rupa mari*. Yo vi también con palitos, le enseñaba de grupo de palitos de *mari*, que hay *kiñe, epu mari*; le juntaba de mari: küla*, meli rupa mari, kechu rupa mari* serian cincuenta, cinco veces diez (…).

[E7-ET6-K7] (…) Nosotros cuando éramos niños, ya sabíamos contar y nos mandaban a cuidar los chanchitos (...).

[E7-ET1-K2] (…) Lo que hacían también, cuando paría una chancha, mi abuela me llamaba y me contaba: *tunten niey*, cuántos tuvo la chancha y ella me decía, me contaba. Entonces, aprendíamos a contar porque la gente adulta llevaba a su niño al corral (…).

[E7-ET1-K2] (…) Todos iban al corral cuando paría la chancha y la abuelita le decía *tunten niey, raki afyn*, vamos a contar los chanchitos y la abuelita nos enseñaba: *kiñe, epu, küla*, y todos repetíamos: *kiñe, epu* y por eso aprendíamos a pronunciar, también, el conteo (...).

[E7-ET6-K7] (…) Después contar solos (...).

[E7-ET1-K2] (…) La abuelita decía, dígalo usted: *kiñe... tunte niey, mari. Mari* y ahí la abuelita le mostraba los dedos, *mari*; entonces, sabíamos que habían *mari* chanchitos y si, se perdía uno, todos sabíamos que faltaba uno (...).

[E7-ET6-K7] (…) A los diez años, mi papá me decía: tiene que ir a vigilar los animales (...).

[I] ¿Cómo registraba?

[E7-ET6-K7] (…) Contando, si no había papel, tenían hilo y cada animal era un nudo, dos tres nudos y los diferenciaban por animal (...).

[I] ¿Cuándo eran más de diez?, ¿cómo era el nudo?

[E7-ET6-K7] (…) Por ejemplo: el diez era número principal, los nudos eran más grandes. Entonces, los números más chicos eran nudos más chicos; once, doce, así, eran nuditos más chicos (...).

[E7-ET1-K2] (…) También, con hilo de colores, con palitos; por ejemplo: la ovejas con palitos, los chancos con hilo y así, con piedras. Por eso después dijeron, *kalku*, ellos mismo se trataron de brujo porque tenían registrado cosas y tanta cosas (...).

[I] ¿Registraban agrupando de a diez nudos o registraban todos los nudos hasta diez?

[E7-ET1-K2] (…) Tenían hartas lanas y cada una con diez nudos y así los juntaban; luego, agrupaban hasta diez lanas con diez nudos, las juntaban y colgaban. En la misma lana no hacían más nudos, sólo hasta diez. Luego, si tenían diez lanas, las juntaban y seguían armando otro grupo de diez y así seguían (...).

[E7-ET6-K7] (…) El *almur*, mi papá lo usaba rayao; yo tengo *chaywe* para pelar mote (...).

[E7-ET6-K7] (…) Yo he trabajo con el profesor de matemáticas, entonces cuando me toca matemática me dejan los niños y yo le hablo en mapuzugun y en la pizarra para enseñarle a sumar, por ejemplo: *trawülün*, sumar; entonces le hago en la pizarra escrito *kiñe kakula, ¿chunten?,* el resultado (…).

[E7-ET7-K8] (…) Yo les digo a los niños, ustedes tienen que irse bien preparados y con la frente bien en alto, porque si usted anda con vergüenza que no sabe mapuzugun, aunque no sea mucho, háblele al profesor y tienen que responder. Porque si el *peñi*, le pregunta, por preguntar, le puede decir: haber cuánto es esto, en mapuche, en matemática, *¿tunten*?, por ejemplo: *pura* más *aylla*, *¿tunten*?, el resultado. Entonces esas preguntas los niños deben saber responder (...).

[E7-ET1-K2] (…) También, *kechu* más *kechu*; *kechu nieyfü füka kechu niey, ¿tunten niey*?, *trapü, mari* (…).

[E7-ET1-K2] (…) Por ejemplo para la diferencia en edad de dos niños. Este niño tiene diez y este niño tiene 7, cuánta diferencia hay en edad; *fachi pichiu entru may trüpan nien, fany regle tunten faltay lituafachi txipantu;* cuánto le falta a este niño para que llegue a la misma edad, *¿tunten falta ley?, küla txipantu* (...).

NC Finalmente con esta entrevista acabo de entender el origen del cambio de posición de las palabras, no era una cuestión posicional. Se refería literalmente a grupos de nudos de diez. Entonces, ahí está el origen del cambio de ubicación de la palabra, porque si alguien preguntada cuánto tenia; ello sin pensar decían *kiñe mari* o *epu mari*, si habían formado dos grupo de diez nudos y si estaban llenando hola lana decían lo que llevaban. Así nace, por ejemplo, *epu mari meli*, dos grupos de diez nudos y cuatro más, porque era literal, lo que veían sus ojos y como no tenían más palabras, usaron las mismas y agrupaban de diez porque hasta ahí contaban y luego repetían.

Entrevista 8

Participan: *Kimche* 9, Consejo Territorial Mapuche [E8-K9-CT]; Investigadora [I]. Pueblo.

[E8-K9-CT] (…) Yo soy de la zona de la comunidad indígena Mateo Caniupil de ese tronco familiar de esa comunidad vengo yo, nacido y criado allá, formado como gente de comunidad y estudié en el campo. Finalmente cuando terminé mis estudios me dedique a ser dirigente porque en realidad, nuestra gente, nuestra comunidad es muy cerrada en el tema de información y es muy vulnerable socialmente. Por esa causa por la vulnerabilidad de la sociedad mapuche, fui y me forme como dirigente (…).

[E8-K9-CT] (…) Para poder colocar algunos temas, que son nuestros, que no son políticos, sino nuestros, no es partidista tampoco, sino que son nuestros, siguen siendo nuestros; entonces como yo tengo estudios, fui capaz de colocarlos en la mesa como demanda. Finalmente, después nos agrupamos entre distintas comunidades y ahí nos formamos acá como *kalpurun*, ahí fue más colectiva la demanda de la cultura, del rescate de identidad y junto con eso promover el *wetxipantu*, año nuevo mapuche, instalar un *rewe* en la plaza y hoy eso ha dado sus frutos. Porque hoy en día, los colegios lo han hecho suyo, las instituciones públicas lo han hecho suyo, entonces yo creo que fue un buen trabajo (…).

[E8-K9-CT] (…) Hoy en día hay un tremendo esfuerzo por recuperar el conocimiento que se perdió y que se perdió justamente en los colegios, en los colegios se perdieron los conocimientos, los colegios se encargaron de absolver el conocimiento mapuche y de ignorarlo, entonces, ahí nos impusieron otro conocimiento (…).

[E8-K9-CT] (…) Nosotros éramos como automáticos, porque no tenía que hablar mapuzugun (lengua mapuche), no tenía que tocar el tema de la cultura mapuche. Porque siempre nos hablaron que eso era del pasado. Después yo, por mi trabajo en investigación en la universidad de la frontera, me reforcé allí como mapuche y me sirvió, porque pude conocer mi historia, la de mi pueblo, conocí la cosmovisión del pueblo mapuche y eso me complemento como mapuche y dirigente mapuche (…).

[E8-K9-CT] (…) No se ha avanzado mucho, porque las instituciones públicas tienen su resistencia. El mismo municipio siendo liderado por un alcalde mapuche está muy sometido. No tiene cómo hacer más todavía, porque todas las instituciones públicas tienen resistencia. El sistema pone muchas trabas y por eso no se ha avanzado en la oficialización del mapuzugun. Solamente es la noticia, pero no se ha podido llevar a la práctica (…).

[E8-K9-CT] (…) Ser mapuche ha sido difícil, ha sido difícil porque gran parte del conocimiento mapuche, el estado se encargó de bloqueárselo, ahora somos como un celular (móvil) desbloqueado y cuesta, cuesta bastante. La tremenda falencia de hoy es la exclusión del pueblo mapuche en todo sentido (…).

[E8-K9-CT] (…) Los medios de comunicación son un tremendo poder, que se encargan de seguir desprestigiando al pueblo mapuche. Todos los gobiernos de turno se encargan de usar los medios de comunicación, como un poder tremendo, para desprestigiar al pueblo mapuche y para no seguir siendo mapuche (…).

[E8-K9-CT] (…) La EIB es como un espectáculo para el gobierno, porque, y para todos los gobiernos de turno, no tiene plata, recursos y lo otro es que no tiene ningún compromiso el programa con el pueblo mapuche para que le den participación como debería ser en la educación intercultural. Ellos lo promueven, ellos lo miden y no hay participación. Es la tremenda falencia, entonces la exclusión del pueblo mapuche continúa en todo sentido. Ni a las organizaciones le dan participación en el tema de la educación, siguen haciendo todas las cosas entre 4 paredes (…).

[E8-K9-CT] (…) Es más, hoy en día está incluso como un taller no más, imagínese, como un taller dentro de la escuela. Entonces, eso es algo folklórico para nosotros, entonces, esa es la situación de nosotros como pueblo mapuche acá (…).

[E8-K9-CT]	(…) Si yo dejara de ser, de sentirme como mapuche, mis hijos serían no continuantes. Por eso con algunos reglamentos, con algunas resoluciones, el estado no va a poder cortar hoy el movimiento mapuche. Porque si la educación fue una de la causa que nos absorbió, también nos desbloqueo y de alguna manera siguen desbloqueándose hoy más mapuche. Además, con mas conocimiento, porque, con conocimiento occidental y que es todavía mejor para nosotros, porque con las armas que nos dan, con la misma arma le damos (…)
[E8-K9-CT]	(…) Hoy en día en el colegio que va mi hija aquí en Galvarino, hace mapuzugun una persona que no sabe hablar mapuzugun y eso es una tremenda falta respeto (…).
[E8-K9-CT]	(…) La idea sería que los colegios tuvieran un grado de compromiso con el pueblo mapuche y pudieran enseñar como corresponde la educación intercultural, cosa que hoy en día no está presente en las escuelas (…).
[E8-K9-CT]	(…) La cosmovisión para el mapuche es como la biblia del no mapuche; nos dirige la vida; están los poderes de nuestros ancestros; esta la línea de tiempo; el equilibrio de la persona con la naturaleza. Entonces, eso también tiene que ver con lo que es la salud y la enfermedad; el mapuche antes controlaba el tiempo; controlaba la naturaleza; tenía un vinculo único y directo con la naturaleza y con la biodiversidad. Hoy eso se perdió el hombre ya no es hombre, sino que es artificial, perdió lo espiritual, por eso digo que es casi artificial la persona porque me ha tocado conversar con algunos mapuche que sabe menos que los *winka* (…).
[E8-K9-CT]	(…) Se ha perdido el respeto: el respeto hacia el papá, hacia la mamá, hacia el vecino, hacia la autoridad tradicional. Hoy, estamos con un pueblo destruido, gracias a la educación que hemos recibido (…).
[E8-K9-CT]	(…) Por ejemplo, en lo que es matemática, ellos lograron controlar: los meses, sabían en que tiempo iban a sembrar y en qué tiempo iban a cosechar; sabían el estado de la luna; la fertilidad de la luna; contar cuántos meses tenía el año; contar cuántos días tenía el mes; el *puken*, tiempo de la cosecha; el otoño. Entonces todo ese conocimiento, hoy no está en el pueblo mapuche, en la comunidad no está y es un dolor grande, porque no lo tienen (…).
[E8-K9-CT]	(…) Toda la cosmovisión se ha perdido, porque se perdió el habla mapuche. En el mundo mapuche no habían cárceles, jueces ni carabineros, era un pueblo son (...).
[E8-K9-CT]	(…) Mi papá tiene casi 90 años, él mira la luna y me dice: en tanto días más va llover y ¿dónde estudió él?, no sabe leer ni escribir. Pero, él sabe y reconoce en la forma de la luna, si trae agua o no trae agua. Entonces, la universidad no tiene ese conocimiento, en el colegio tampoco lo enseñan. Mi papá lo tiene por los años de experiencia y yo, ahora, estoy aprendiendo de él (…).
[I]	¿Sus padres tienen conocimiento de algún sistema de registro?
[E8-K9-CT]	(…) El calendario era de trece meses y también, mucho tenía que ver con la línea de tiempo, con los cambios climáticos. Lo grabaron en el *kultxun*, ahí hay un ejemplo: el *kultxun* es el signo milenario y cada dibujo tiene un significado. Aprendieron a contar: *kiñe, epu, küla, meli, kechu, kayu, regle* y una infinidad de números (…).
[E8-K9-CT]	(…) Eso era un conocimiento innato, era perfecto, no hay nada registrado; todo estaba basado en la experiencia, en la racionalidad y en la enseñanza oral, por eso el mapuche dice que su palabra era ley (…).
[I]	¿Cree que es posible vincular la matemática escolar al saber mapuche?

[E8-K9-CT] (…) Si. Sería muy importante; cobraría más valor cultural; más valor espiritual; sería más completa la enseñanza; complementaria. Lo mismo que en la salud intercultural, uno puede hacer una casa dentro del hospital, pero si tienen mapuche *kutxan*, enfermedad natural no se va a mejorar. Tiene que salir a la machi, tiene que ir a la *gütamchefe*, porque la salud en tanto como la matemática son complementario, pueden complementar y sería mucho mejor (…).

[I] ¿El profesor de matemáticas en las escuelas situadas, debiera aprender vuestra cultura y aprender mapuzugun?

[E8-K9-CT] (…) Sería lo básico, sería un compromiso del estado o del sistema; marcaría un respeto y valor social, cultural. Porque, hoy en día llegan los profesores no saben dónde están. Una vez en una capacitación le pregunté a un seños Director ¿cómo se llamaba la comunidad? y ni siquiera sabía cómo se llamaba la comunidad donde trabaja (…).

[E8-K9-CT] (…) Las universidades están en una tremenda deuda con el pueblo mapuche, debieran impartir lo básico, es decir incorporar el conocimiento mapuche si están formando profesionales que irán a trabajar a las comunidades mapuche. No se entienden los profesionales con el usuario, no es pertinente la educación (…).

[I] ¿Por qué piensa usted que la evaluación SIMCE es tan baja en estas escuelas?

[E8-K9-CT] Porque no es pertinente. Vivimos en un mundo y otros vienen a enseñar otra cosa que no es nuestro. Por ejemplo: en la evaluación psicomotor que hace el PIE, le traen o muestran al niño un elefante; le muestran otras cosas que no tienen nada que ver con su mundo. Pero si educaran al niño con lo tenemos y somos, sería diferente. Eso es una educación pertinente (…).

[E8-K9-CT] (…) Porque cuando le dicen te voy a enseñar a contar, el niño por ser mapuche tiene otra noción. No saben lo que le están diciendo, pero si le dijeran*: inche azümüela rupa rakin*. El niño le presta atención, porque le están enseñando a contar. Él sabe que *rakin* es contar pero cuando le dicen locamente contar no. Si usted le da la instrucción en mapuzugun es mejor, lo toma emocionalmente; es favorable contar en mapuzugun y más rápido para aprender. Eso ayudaría mucho, porque sabe lo que está haciendo, sabe lo que quiere, sabe lo que va hacer y eso sería el aporte de la enseñanza en matemática (…).

[I] ¿Qué cuentan los niños en sus comunidades?

[E8-K9-CT] (…) Cuentan pollos, ovejas, cerdos, huevos, gallinas, cuánto camino hay; en lo práctico (…)

[E8-K9-CT] Así cuentan, en la práctica en su vivencia, no mostrándole imágenes. En la práctica ellos le toman aprecio a su identidad (…).

[E8-K9-CT] (…) Los niños cuentan, tengo *küla txewa*, 3 perros y tengo *küla kawell*, tres caballos, saben que son la misma cantidad, pero son diferentes. Observan primero y de ahí ven las diferencias, en lo práctico. Esa es la pedagogía de nosotros, en la práctica (…).

[I] ¿Cómo utilizan la suma y la resta?

[E8-K9-CT] (…) La resta cuando se pierde algo; cuando se pierde un animal y quedan tantos. Cuando llegan más animales es la suma; en esos casos, ellos entienden cuánto queda o cuánto falta. Cuánto animales faltan; cuando son puros números más puros números, símbolos no más, que no tiene ningún significado, ellos no entienden (…).

[E8-K9-CT]	(…) Mi hija me dice *kiñe, epu, küla, meli, kayu, regle, pura, aylla, mari*. Indica el símbolo y los dice en mapuzugun. Cuando contamos cosas yo le pregunto cuántos perros tenemos y ella me dice *epu* y me muestra dos deditos de su mano. Yo creo que el lenguaje no es pertinente en la escuela, nosotros en la casa contamos en mapuzugun y en la escuela cuentan en español, eso confunde al niño (…).
[E8-K9-CT]	(…) Hoy en día hace falta en los colegios la educación intercultural, mucha falta. Para elevar el autoestima, porque cuando uno sabe su identidad tiene su autoestima alto y eso influye en todo, especialmente cuando uno se está desarrollando. Si uno no sabe dónde está, quién es, no sabe lo que quiere y eso aumenta la inseguridad (…).
[E8-K9-CT]	(…) la lengua mapuzugun debiera ser transversal, por ahora la lengua mapuzugun es un taller y optativo. Actualmente, la educación es marginal, es colonizadora, es racista, no considera el factor cultural, no considera el entorno social, no contempla en contexto cultural, no respetan el convenio 169 (…).
[E8-K9-CT]	(…) A mí, el colegio me mato culturalmente y ahora sigue pasando en la educación (...).
[E8-K9-CT]	(…) Aquí hay un fuerte centralismo, la idea de colocar furgón para los estudiantes, es traerlos al pueblo y así ir terminando con la educación rural y la cultura territorial. Antiguamente, al menos en el colegio rural había más convivencia familiar (...).
[E8-K9-CT]	(…) Otro problema es que no hay educadores tradicionales competentes. Los que hay han sido educados igual que yo, fuimos educados en la cultura occidental. En la comuna no hay personas competentes en nuestra cultura, que sean educadores tradicionales (...).

Entrevista 9

Participa: Profesor Departamento Educación [E9-P1-DE]; Investigadora [I]. Pueblo.

[E9-P1-DE]	(…) Cuando asumió este alcalde mapuche, todas las escuelas pasaron a implementar el PEIB, por eso ahora son todas las escuelas 17 rurales 2 urbana y 1 liceo, son focalizadas por PEIB. Pero los profesores se siguen evaluando con el sistema de evaluación docente y los niños con las pruebas estandarizadas (…).
[E9-P1-DE]	(…) Mi cargo es una cualidad de esta municipalidad, ya que el programa de EIB no pone recursos para contratar personal para la implementación del PEIB. Esto es más una motivación de la actual administración municipal, de hecho cuando asumió este alcalde mapuche, todas las escuelas pasaron a implementar el PEIB, por eso ahora son todas las escuelas 17 rurales 2 urbana y 1 liceo, son focalizadas por PEIB (…).
[E9-P1-DE]	(…) Trabajo con los ET, apoyar a lo ET y al PM, que es la pareja pedagógica en las escuelas. Claro también les ayudo en sus trámites a los ET con su contrato con el MINEDUC (…).
[E9-P1-DE]	(…) Los ET son contratados por el MINEDUC y el PM es contratado por el municipio. Al PM no se le aumenta las horas para dedicarse a la mentoría, se le distribuyen las horas contratadas (…).
[E9-P1-DE]	(…) La mentoría es como la tiña del colegio, es algo que los profesores no quieren tomar. La mayoría de os profesores de la comuna no son mapuche, y por lo tanto desconocen la lengua y la cultura y fuera de eso el MINEDUC no ha apoyado a los PM, que implique darles herramientas sobre lo que implica ser un PM. Estos profesores no han sido preparados para ello con didácticas o

metodologías, tampoco tenemos muchos profesores con especialidad, son en su mayoría de general básica (...).

[E9-P1-DE] La mentoria no es el trabajo que más se pelean los profesores, la mayoría no lo quiere, eso es una parte del problema. Ahora se está dando que los directores están pidiendo un profesor especialista en el área y en la región están los profesores de educación básica egresados de la Universidad Católica de Temuco, con mención en interculturalidad mapuche y muchos de ellos son mapuche y conocen algo de la lengua mapuche. A la larga ellos serán un potencial, la mayoría de esos profesores trabajan en una escuela no solo cumplen la función de PM, también hacen otras asignaturas o ayudantes de aulas, con costo para esta administración (...).

[E9-P1-DE] (…) Los recursos del PEIB lo único que aporta es la contratación de los ET y algunas capacitaciones a nivel central, nacional, no aporta recursos para nada más ni para materiales (…).

[E9-P1-DE] (…) El PEIB está mal, en tanto en el MINEDUC no tiene vida propia. Otro problema es que los ET no son profesionales, no tienen formación pedagógica ni disciplinaria; no tienen herramientas para llevar a cabo su labor formativa. El MINEDUC no ha sido sistemático para apoyar a los ET (…).

[E9-P1-DE] (…) Nos quedamos pegados en 4 básico y deberíamos ir en 6º básico, entonces, de 1º a 4º básico es legal, tienen planes y programas y los colegios están obligados a incluir SLI en el horario de clase. Pero de 5º a 8º básico no está obligado por ley, porque no hay planes ni programas, ahí tenemos un vacio y por el momento esos cursos son talleres en la JEC y eso bien fundamentado lo financia el MINEDUC. Muchos colegios no lo implementan porque no están obligados, el máximo de horas de contrato de un ET es 28 horas (...).

[E9-P1-DE] (…) No tienen horas de planificación, hacen lo mismo que con el profesor, le juntan los 15 restantes de cada hora (…).

[E9-P1-DE] (…) En cuanto a la política de textos escolares del MINEDUC, lo único que he visto en estos tres años es que llega el de 1° básico en mapuzugun, con suerte, porque un año me llegaron diez ejemplares de 3º básico. ¿Qué hacemos con diez ejemplares para todas las escuelas? (…).

[E9-P1-DE] (…) Nosotros hemos reflexionado y propuesto al MINEDUC, que si bien la EIB puede ser algo que no le interese a todo Chile ni a toda la región, pero acá es en nuestra comuna es una gran demanda; entonces les decimos porque no nos toman en cuenta. Que consideren la particularidad de la comuna, en la que el 70% es mapuche, en varias escuelas el 100% de estudiantes es mapuche, ¿por qué no nos focalizan?, por ejemplo, los texto deberían ser enviados primero acá, capacitación primero acá, porque acá todos trabajamos en EIB (…).

[I] ¿Los textos de matemáticas vienen contextualizados?

[E9-P1-DE] (…) No, eso es un tema. Acá llegan los textos que llegan a todo chile (...).

[E9-P1-DE] (…) Otro tema urgente es lo que pasa con los ET: cuando reciben el texto de mapuzugun, ellos no se sienten identificados con él; porque encuentran que el nivel es muy exigente para el nivel de los niños. Ellos necesitan aterrizar los contenidos; es decir, un gran tema ¿quién define el currículo mapuzugun? Es extenso, es una cantidad enorme de contenido versus lo que realmente se podría trabajar con los niños. Entonces, me voy a la cobertura curricular según los programas, obviamente no voy a cumplir con esa cobertura, porque el nivel es muy alto y muy extenso; eso pasa también con los libros de textos. Además, aunque sea mapuche, no todos los mapuche son iguales, en todos lados. Es distinto la zona *lafquenche* con la *pewenche* y aquí que estamos en una zona intermedia, una zona de transición; hay gente que se declara *nache*, pero está muy mezclado lo *nache* con lo *wenteche*, no es claramente, por ejemplo, Lumaco, ahí es claramente *nache*, pero aquí es una mezcla entre *nache* y *wenteche*. Los ET ellos dicen que necesitan hacer sus propios materiales con las características de su territorio y su lenguaje; eso implicaría hacer con ellos un conjunto de materiales didácticos. Es decir, el SLI mapuzugun también requiere adecuación curricular o planes propios (...).

[E9-P1-DE] (…) El diagnóstico que hacemos nosotros es el siguiente: al implementar el SLI, las escuelas tendieron a que todo lo que tenga que ver con los mapuche se lleva al SLI y a los actores que están ahí, es decir, en vez de generar una escuela desde una perspectiva intercultural, arrinconamos la EIB a una asignatura. Por eso, nosotros decimos que hay que transversalizar la EIB a través de todas las asignaturas (…).

[E9-P1-DE] (…) Cuando llega implementación de la EIB, esto parte a partir de la discusión de la LGE y por otro lado, la gente involucrada en la EIB han sido los lingüistas, entonces, se ha orientado a la lengua. Lo mapuche es más amplio y no solo la lengua (…).

[E9-P1-DE] (…) Aquí tenemos una auxiliar que habla mapuzugun, entonces yo hablo con ella mapuzugun, eso es darle funcionalidad a la lengua; que se use en los distintos espacios, hacerla visible, hablarla. Junto con el SLI hay que darle vida al mapuche *kimün* (conocimiento mapuche) en otras asignaturas (…).

[E9-P1-DE] (…) Hay pocos niños hablantes, conozco al hijo de una directora de 12 años, no sé si habla fluido, pero entiende el mapuzugun. En los pequeños, no, no llegan hablando mapuzugun, por lo menos que se detectara. La situación es porque, los hablantes son los mayores, las generaciones intermedias que son los padres ahora, muchos de ellos entienden pero no hablan y los niños ni hablan ni entienden. Acá aún hay padres que son hablantes, pocos, peros los hay (…).

[E9-P1-DE] (…) Hay cosas que son contradictorias, por ejemplo, la gente acá está consciente que el progreso está en continuar estudios, que vallan a la universidad; el problema es que esos muchachos no vuelven a sus comunidades y hoy en día la gente quiere que vuelvan a sus comunidades, pero están consientes que eso pasa por un cambio en la situación socio-económica que vive el pueblo mapuche. Es decir, una familia con 8 hijos y una hectárea de terreno, como le dicen al hijo que vuelva al campo; si, qué pueden hacer con una hectárea esa familia, es inviable. También es inviable que nosotros dijéramos un discurso demagógico que con cultivos innovadores van a poder desarrollarse si al lado tienen un monstruo que son las forestales. El tema de las forestales, dejó de ser un asunto de propiedad privada pasó a ser un asunto de salud pública, pasó a ser asunto de desarrollo social. Acá en La Araucanía es impensable el desarrollo, teniendo a las forestales al lado, porque si no tenemos agua es inviable. El agua es fuente de vida, si no tiene agua podemos hacer cosecha de agua u otra, pero si seguimos con las forestales no vamos a llegar a ninguna parte (…).

[E9-P1-DE] (…) Por lo menos, una expectativa es que se desarrollen por la vía de estudio, pero no vuelven al campo, porque no hay expectativas en el campo (...).

[I] ¿Qué me puedes decir sobre el conocimiento matemático?

[E9-P1-DE] (…) Yo creo que todavía hay mucho que no se ha investigado en profundidad y que tiene un potencial en la comuna. Por ejemplo, en historia, naturales, estructura social. Existe, en La Araucanía, se está viendo un tema de revitalización cultural, hay todo un movimiento (...).

[E9-P1-DE] (…) Sobre las matemáticas, creo que es más complejo, porque las matemáticas tiene una funcionalidad en la cultura occidental, que explica porque su desarrollo; porque es la bese de la ingeniería y ha permitido todo el desarrollo industrial. Entonces, la matemática tiene una funcionalidad una razón instrumental, aunque todo pueblo tiene su conocimiento el nivel de desarrollo es diferente (...).

[E9-P1-DE] (…) Por ejemplo, los grandes matemáticos, digamos sus conceptos no fueron originarios sino que vinieron de las culturas árabes, hindú, asiáticas; entonces, hay otros pueblos que por sus características también tienen su conocimiento. Por ejemplo, esto es interpretación mía: las grandes civilizaciones Inka, Maya y Azteca también tenían un patrón de dominación. Estas culturas vivían, principalmente, de la explotación de la tierra y no de otras culturas, es decir, con otra concepción. Entonces, también por ahí puede ser que la utilidad de las matemáticas no fuera tan necesario desarrollarlas, porque cuando yo no acumulo no necesito tantos números; mientras más acumulas necesitas números para expresar millones. En cambio, para ellos, las estrellas eran muchas, no necesitaban contarlas (...).

[E9-P1-DE] (…) Hoy la matemática es una herramienta funcional para las comunidades, como se trabaja con proyectos de INDAP (Instituto de Desarrollo Agropecuario) por ejemplo. Antes los *lonko* que mandaban a sus hijos a la escuela, les decían que tenían que aprender a leer, escribir y las 4 operaciones básicas, eso era la funcionalidad de la escuela en esos tiempos (...).

[E9-P1-DE] (…) Hay ciertas cosas que yo relativizo, por ejemplo, decir que la lengua mapuche, hoy, es oral y no escrita, es relativo; si lleva 500 años que se viene escribiendo, desde la llegada de los españoles. Los misioneros, entre otros, incluso hay mapuche muy conocidos detrás de ellos; es decir, ellos figuran como autores de esos libros, pero nosotros sabemos y conocemos a esos cronistas, como Augusta, etc (...)

[E9-P1-DE] (…) Felix de Agusta ha hecho una descripción más detalla de la matemática en los años 1600, eso conocimiento se puede recuperar (…).

[E9-P1-DE] (…) Lo que pasa es que no todos tienen ese conocimiento, porque no se tiene como conocimiento válido. Lo mismo pasa en otros conocimientos como historia.

[E9-P1-DE] (…) Entonces, la presión del currículo hace que los profesores no sean receptivos (…).

E9- [P1-DE] (…) Si bien aun la educación actual afecta la identidad de los niños mapuche, creo que en algunos casos de ha avanzado. Ya no es la educación de los años 80, entonces, se ha avanzado. Alguna vez se hablo que la EIB era artesanía, baile y canto, es decir, se folklorizó, pero a pesar de que hubiese sido así en una primera instancia, eso también ha sido importante. El hecho que se celebre el *wetxipantu* (año nuevo mapuche), puede que, un mapuche más fundamentalista diría nos están folklorizando la cultura, pero se ha dado espacio una institución que era muy cerrada, se ha abierto en algunos casos y esto hace visible una cultura originaria. Hoy en día muchos niños ya se sienten orgullosos de ser mapuche (…).

[E9-P1-DE] (…) Nosotros estamos aportando a un cambio de currículo, es decir, vamos paso a paso. Pero a la larga debe haber un cambio nacional. Nosotros, creemos en la descentralización del currículo. En particular yo creo que la EIB es fundamental para todo el país, para las nuevas generaciones, para entender el mundo, la multiculturalidad, este mundo globalizado (…).

[E9-P1-DE] (…) Nuestra población indígena en menor que Perú, Bolivia, Brasil; de cierta forma, eso ayudó a que el Estado instalara en el colectivo la idea de que éramos iguales. La clase dominante genera en el imaginario nacional la idea de nación única, que comparte una lengua y una historia común. La educación fue un artífice de eso, en general. Esa mentalidad de un nacionalismo unicultural, a pesar de que la realidad nos indicaba que no era así, pero era un discurso más sostenible, que en otras realidades, como por ejemplo acá, en nuestro país, fue más fácil instalas. Demográficamente hablando, los criollos eran más y los indígenas menos (...).

[E9-P1-DE] (…) Nosotros estamos abiertos a que todos los niños, mapuche y no mapuche, tengan la misma oportunidad. Por ello, creemos que debe ser una política nacional. Otra cosa que recalcamos es que hay que tener cuidado, porque muchos dicen sí; entonces, hay colonia suiza hay que enseñar suizo, alemanes, hay que enseñar alemán, etc. Ahí esto se desvirtúa lo que nosotros queremos y que tiene que ver con la gente originaria de estas tierras, chilenos. Por lo demás, las colonias tengan sus escuelas, como lo han tenido siempre. Pero no podemos trivializar el discurso de los pueblos originarios, porque es un derecho (...).

[E9-P1-DE] (…) Además, son cuestiones incomparables, porque, por ejemplo: el alemán no necesita espacios, porque ya los tiene y además goza de prestigio. Esto, de nuestros pueblos indígenas, tiene que ver con lo propio, que no tiene espacio ni reconocimiento (...).

Entrevista 10

Participan: Profesor 2 de Matemática en escuela rural [E10-P2-ER]; Investigadora [I]. Santa Margarita.

[E10-P2-ER] (…) Soy profesor de Educación Básica y decidí trabajar en matemáticas, porque es un ramo que se ve con miedo y los niños también. Vemos en los libros de hoy que viene una receta, entonces, es fácil y entendible la matemática. Ahora, yo creo que va en cómo se enseña, digamos la didáctica (…).

[E10-P2-ER] (…) Los libros de hoy te hablan del elefante, porque no enseñar mejor con lo que tenemos aquí; es decir, hay que hacer ese trabajo extra, de adecuar. Acá cuando empezamos el proyecto, igual hubo mucha resistencia. Hoy nos encontramos con que, enseñar mapuzugun es enseñar una nueva lengua. Da pena escuchar que tú misma gente no sepa de su cultura y se nota en los niños, pues el niño de hoy se ha criado entre pinos y eucaliptos, entonces, ni la flora nativa conocen (...).

[E10-P2-ER] (…) En una conferencia escuché, que los profesores se guían mucho por los libros y ocupan láminas de animales que no tenemos, entonces, me pregunté ¿por qué no enseñar con lo que tenemos? (...).

[E10-P2-ER] (…) Faltan proyectos de escuelas, nosotros tenemos acá: huerto; agua, un proyecto aunque las napas ya están gastadas con tanta contaminación; abono, empezamos con lo orgánico y a elaborar humus para llevarlo a la tierra y ayudarla (…).

[E10-P2-ER] (…) El SIMCE está hecho para los niños occidentalizados, yo mismo vi una prueba SIMCE y en una pregunta decía: ¿dónde has visto este pato? Y se mostraba una imagen; las opciones eran: en el lago, en el campo, en la cordillera. Los niños de acá lo ven en el campo y no necesariamente en el agua, entonces marcaron la opción en el campo. Nosotros tenemos patos de campo, es probable que un niño de Santiago (Capital) diga en el lago o en mar. Los niños acá marcaron en el campo y se las marcaron malas (...).

[E10-P2-ER] (…) En ciencia, separa la materia viva de la no viva. No considera que en el conocimiento mapuche hasta una piedra tiene vida; el conocimiento occidental dice que no tienen vida y no lo discutimos, pero en nuestra cultura si tiene vida. Entonces, como lidiamos con eso, que le decimos al niño que marquen en una prueba: que no tiene vida y en la clase de mapuzugun se dice que la piedra tiene vida, cómo lo hacemos. El niño entra en confusión tiene vida o no tiene vida y al final el niño ahí va perdiendo su identidad, porque empieza a comprender que lo que dice el conocimiento occidental es el válido y reconocido; además, lo debe aprender, porque le abrirá las puertas a mejores condiciones. Entonces, dice para que debo aprender que en mi cultura se dice que la piedra tiene vida, eso no lleva a ninguna parte y es lo que de alguna forma se trasmite en las familias, porque el sistema le interesa que todos los estudiantes compartan ese conocimiento como el verdadero, pues lo dice un sistema educativo, entonces, ¿cómo lidiamos con eso? (…).

[E10-P2-ER] (…) En mi carrera de profesor intercultural se enseña mapuzugun, 1, 2, 3 4; luego hay una didáctica. Siendo crítico con los profesores de la universidad, ellos deben mejorar la didáctica, porque hay mala didáctica, eso es una crítica; porque, se rigen por el mismo sistema, no apoyan a los estudiantes, los califican mal cuando no aprende mapuzugun en vez de apoyar para perder el miedo; critico que se enseña igual que como se enseña la matemática, al final se le toma miedo y no se aprende nada (...).

[E10-P2-ER] (…) Lamentablemente la educación se hace desde fuera, es decir, se dice: hace esto o aquello, pero nos preguntamos ¿cómo? y ellos no pueden decirnos ¿cómo?, porque tampoco saben. Un estudiante en la universidad espera ver en sus profesores un modelo, pero no hay un modelo, es decir, te dicen el mapuche *kimün* y ellos no lo conocen; entonces, es algo que no es lógico (...).

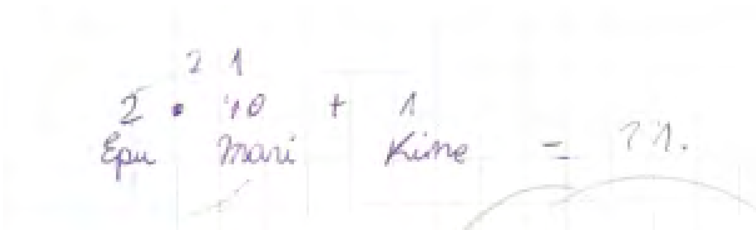
[E10-P2-ER] (…) Luego, te dicen en las prácticas: hay que rescatar el mapuche kimün y no dicen cómo. No hay formación en investigación, no hay buenas lecturas, es difícil, no hay en que apoyarse para partir con esto de la EIB en contexto mapuche (...).

[E10-P2-ER] (…) Imparto matemáticas de 3º a 8° año básico, en una escuela rural.

[I] ¿Qué opinas, sobre la afirmación: es importante que los niños mapuche aprendan la matemática actual en la escuela?

[E10-P2-ER] (…) Si, estoy de acuerdo. Es importante, pero no sólo la matemática occidental o de la mano la otra parte, la cultura. Creo que para dar un paso se debe incorporar todo, es decir, transversalizar nuestra cultura desde el nivel de párvulo (infantil). Por ejemplo: en 1º empiezan a conocer los números, a contar, ordenar, formar conjugaciones de números y eso se puede ir trabajando de dos formas. Combinando los conocimientos, luego debería comenzar a trabajar la lectura de la matemática. Para mi saber matemática, son las 4 operaciones básicas, al fin y al cabo te lleva a resolver todo lo que se desprende de ello. Entonces, que el niño sepa sumar, restar, multiplicar y dividir, y que sepa la aplicación de estas operaciones, es decir, dónde lo ocupa, que resuelva problemas y para resolución de problemas el niño debe comprender lo que lee. Si ellos comprenden lo que leen podemos avanzar y luego considero los conocimientos culturales (…).

[E10-P2-ER] (…) En lo relacionado con los conocimientos culturales, para enseñar matemática: puedo ir enseñando la nueva lengua, que no sea una asignatura que esta por allá y otra por acá; que entre el mapuzugun a la clase matemática. Por ejemplo si vamos a decir veintiuno, hay una operación matemática (figura) ..

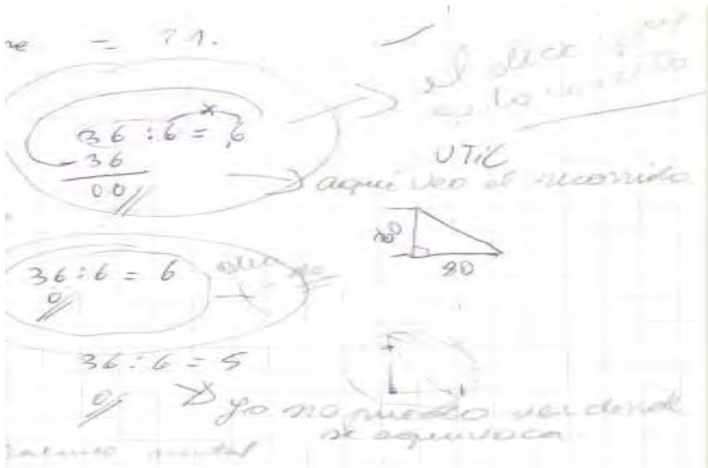


Explicación veintiuno P2-ER

(…) yo le digo al niño, una suma: 21 como lo puedo escribir y les decía ‘*epu mari kiñe*’. Tengo dos veces diez más uno. Si están viendo la multiplicación les digo dos por diez más uno. ¿Qué van aprendiendo aquí?, primero van aprendiendo lengua, van aprendiendo operaciones matemáticas y también la conjugaciones, por ejemplo: que yo diga dos veces diez más uno, son veintiuno. Es lo mismo que ellos van haciendo aquí (muestra la operación) (...).

[E10-P2-ER] (…) Ahora yo voy trabajando el COPICI, por ejemplo: que vayan representando. Me he dado cuenta que no hay una sola forma de hacer matemática, es decir, una sola forma de llegar al resultado, hay varias formas de resolver. Hice un estudio, cuando llegue aquí, me mandaron hacer cálculo mental. Entonces, me dije ¿cómo se toma el cálculo mental, para qué?, ¿para dejarlo guardado? Investigue y descubrí que para desarrollar distintas formas de resolver, un niño llega a entender de una forma y otros de otra forma y para eso ayuda el cálculo mental (...).

[E10-P2-ER] (…) Igual a los apoderados empecé a hacerles matemáticas y al decirles, por ejemplo (figura) ..



Explicación división P2-ER

(…) la división, cuando yo llegue los niños tenían esta forma de dividir: 36:6=5 resto 0 (figura) y les decía, esto para mí no es matemática; llego al resultado pero para mí la matemática requiere ser ordenado, primero que nada y que cada cuadrito que está es para algo. Les decía que está involucrado aquí, hay una operación matemática que es una división a primera vista, después de esto hay una multiplicación, luego hay una resta y después (...). Entonces, que vean así yo veo lo que el niño puede decir, quizás lo hizo en su cabeza y no lo veo aquí.

Entonces, por ejemplo: usted me hizo esto y me puso aquí un 5, le digo, aquí yo no puedo ver dónde se equivoca, no puedo ver el camino como llegó al resultado y dónde se equivoca. Acá, no puedo ver el proceso, y les digo: como cuando usted viene a la escuela, hay varias cosas que hace; entonces, les digo marquen el camino, para ver dónde se equivoca y poder ayudarlo (...).

[E10-P2-ER] (…) Primero el ordenamiento y luego me voy a la parte cultural, otro ejemplo:

Explicación, de lo que hace con el *kultxun* P2-ER

(Dibuja *kultxun*) (...) les digo este es un *kultxun*, dentro de este *kultxun* podemos ver las estaciones del año y lo vemos en ciencias y en historia. Les hablo que sucede en esta etapa, luego les digo, podemos encontrar matemática, ¿dónde? Entonces, los llevo a terreno y les digo aquí hay ángulos, hay fracciones y qué otra cosa más: divisiones, operaciones matemáticas, el sistema de conteo con las plantas. Entonces, el niño va aprendiendo los símbolos, nombres de los símbolos, a decir las estaciones en dos lenguas, las características de las plantas en dos lenguas. Quizás, aquí me falta investigar en mapuzugun, los términos, por ejemplo: sumar en mapuzugun, para dividir yo digo *rañü*, habría que buscar, investigar si nuestros antepasados usaban estos términos. Yo se que los usaban, por algo tenían un sistema en el que se puede encontrar mucha matemática (...).

[E10-P2-ER] (…) También, asociado a eso hago que el niño vea la utilidad de las matemáticas, por ejemplo: si decimos vamos a cuadrar, esto lo vemos en geometría. Al niño le decimos calcular el área, el ángulo; entonces, les digo la regla de tres simple que ocupan en la construcción. Cuando construyen la casa, lo ocupan sus padres, para cuadrar. Les digo, algunos usan la huincha, escuadra; pero si no tienen esos instrumento, ¿cómo pueden llegar a esto? Entonces, les hablo de la regla de tres simple, por ejemplo del 60 del 80 y acá te da el metro cuadrado. Eso lo vimos en geometría y los llevamos a la ruca y le dijimos cuadremos la ruca: usted se encarga de medir aquí y plantar un palo primero, y de ese palo medir para allá 60; usted el otro, me mide 80 y se van moviendo hacia allá y ustedes hacia acá. Luego, a otro le digo: usted va a medir con un metro y va a decir quién se corre y quien no se corre, y al ver eso entendieron para que les sirve la regla de tres simple. Pero, si lo ven sólo en teoría dicen, esto me sirve para cuadrar, en una clase expositiva; algunos puede entender, pero no todos (...).

[E10-P2-ER] Algunos se preguntan ¿pero, qué cuadro?, en terreno lo aplican y eso para mí es un conocimiento didáctico, tradicional y práctico. Ahora cuando calculamos la circunferencia, el sistema de medición en mapuzugun: la cuarta, el palo y que se va dando vuelta. No recuerdo como se llama ese instrumento, pero voy asociando esas medidas. Aun cuando no está en la práctica actual, pero es historia de nuestro pueblo, habría que sistematizar este conocimiento (...).

[E10-P2-ER] Por ejemplo: hoy con el GPS se mide el perímetro y área de un terreno, antiguamente, se hacía con estas maneras históricas y habría que rescatar ese conocimiento. Pero, creo que considerar esto ayuda al niño, él está razonando en matemática y ve la utilidad, ve cómo se usa y puede, también, ayudar a que haya menos sedentarismo (…).

[E10-P2-ER] (…) Aquí, me he encontrado, aunque algunos colegas reclaman, con que enseño matemática para que le vean la utilidad, por ejemplo: cuando nos mandaban a comprar, antiguamente, el niño desarrollaba un lenguaje, el *werkün*, yo te preparo para.... una cantidad de cosas y el niño tenía que ser capaz de almacenar todo lo que tenía que decir; y llevar el mensaje de la misma forma que yo lo digo. Hoy, le digo a un niño, mañana trae a tu apoderado (padres, abuelos, tío o persona adulta encargada del niño) y el niño llega a la casa y dice: el profesor me tiene mala y el apoderado llega a pelear con el profesor. Por eso, hay que revitalizar el *werkün*, para mejorar el mensaje, yo le digo te paso tanto dinero y te pido ir al supermercado a comprar cosas específica y quedan ahí en blanco, porque no van a comprar. Pero, luego les digo: cuando seas adulto y la cajera del supermercado te dice, por esta zanahoria paga 10.000 pesos; me responden, pago, porque eso vale. Pero, cómo, les digo la cajera los está estafando, porque vale menos y les pregunto: entonces, ¿qué harían? y me dicen ¡nada! Ahí les respondo, no, tienen que aplicar sus conocimientos y decirle vale tanto y me tiene que dar de vuelto tanto; así desarrollas tu personalidad, también, y no te harán trampa (...).

[E10-P2-ER] (…) También, cumplo el rol de UTP (Unidad Técnico Pedagógica) y tengo otras responsabilidades, de documentos: PEI, PME y mucha documentación que hay que preparar para la fiscalización de la ACE, la SE y hay que tener evidencia en papeles, fotos, etcétera. Además, si falta un profesor y no llega a trabajar, tengo que cubrir a ese profesor, o cualquier otro profesor, en su tiempo no lectivo. Es decir, no tenemos tiempo para trabajar en lo pedagógico. Los profesores en general, trabajamos con planificaciones hechas antes, en matemática tomamos el libro de texto, porque viene la receta: paso 1, 2, 3..., ahora hágalo usted y, además, viene con el solucionario. A mí me gusta el texto, yo le digo al niño haga ese, 22:2. Antes veían el solucionario y me daban la respuesta, entonces, ahora que ya llevo tiempo aquí, les digo miren el solucionario no importa, porque yo revisaré el desarrollo, como llegaron al resultado, el camino como llegaron (…).

[E10-P2-ER] (…) El tiempo para preparar clases, es nada, no tenemos ese tiempo. En mi caso, me pagan con la SEP, ni siquiera el MINEDUC, entonces, eso se puede acabar en cualquier momento; porque la plata SEO es momentánea y se evalúa año - año. Además tengo la figura de ayudante, porque esta ley no permite ejercer como profesor, entonces yo hago clases porque no hay más profesores contratados, pero es ilegal (...).

[E10-P2-ER] (…) El sistema no cambia, habla de inclusión, interculturalidad, pero eso no existe en la práctica. Es como una bandera, pero en la práctica es una mentira. Acá, como en todas partes, hay que cumplir al ministerio y la ACE, ellos nos dijeron ustedes son los mejores trabajando la interculturalidad, se puede observar, ….; pero y sale el tremendo PERO, no están cumpliendo con los resultados SIMCE (…).

[E10-P2-ER] (…) También, nos mandan cualquier personal, nosotros no tomamos decisiones y vemos de todo, puestos políticos, favores.... Yo estaba tan ilusionado de ser profesor, llevo tres años y la universidad te muestra lo lindo, pero no te dice cómo funciona el sistema; y cuando llegas a la escuela y te encuentras con cada disparate y todo lo tenemos que resolver nosotros, los profesores. Debemos ser nana (cuidadora), ser papá, ser enfermero, cocinero, psicólogo, de todo y más encima, lidiar con el sistema (…).

[E10-P2-ER] La ACE, nos dice: el resultado SIMCE. Le plantee a la ACE el año pasado, 2015, les dije: ustedes querían buenos resultados en matemática, pero el 2015 ustedes cometieron un error y usted como supervisores piensan que todo funciona bien. Pero, el año 2015 circularon como pasarela los profesores de matemática…Pasaron 5 profesores, cada uno con su forma de enseñar… Ahí empezó la bajar el promedio, desde esto (…).

[E10-P2-ER] Entonces, le pregunté ¿es nuestro problema o es de la administración de la educación? (…); ya basta de culparnos a nosotros. Ahora, los apoderados apoyan nuestro proyecto intercultural, entonces, hablamos con el DAEM: los apoderados pidieron un solo profesor de matemáticas. Nosotros planteamos que ellos eran tan o más responsables que nosotros por los resultados y así logramos que me quedara como profesor de matemática, pero aún con una figura ambigua (...)

[E10-P2-ER] (…) A la ACE sólo le interesa el SIMCE, no le interesa nada más. Para desentenderse del problema nos dice: hay escuelas peores que ustedes y obtienen mejores SIMCE. Les dije, pero esa no es la respuesta; porque lo que nos plantea es 'entrenar personas', que formemos máquinas para responder pruebas; que nos olvidemos de trabajar lo ambiental, la cultura, etc... y solo que entrenemos a los niños para rendir el SIMCE (...).

[E10-P2-ER] (…) Nos obligan a eso, a entrenar personas, y mientras el sistema no cambie, nosotros no podemos hacer nada. El problema no es sólo el resultado, hay otros aspectos importantes. Les digo, ustedes consideran las respuestas que dan los niños, pero su SIMCE no está adecuado a esta realidad. Su SIMCE está hecho para niños de Santiago, no está adecuando a la realidad de nuestros niños. Su SIMCE está malo, pregunta cuestiones que son lejanas para el niño (...).

[E10-P2-ER] (…) Acá llegó una prueba de diagnóstico que manda el Gobierno donde salía un problema con el metro; yo les pregunté ¿acá en el campo dónde se ve el metro? Le pregunté a los niños ustedes conocen el metro y me respondieron: si, el metro es para medir. Esa respuesta es correcta, en este contexto, pero el MINEDUC la corrige como mala respuesta (...).

[E10-P2-ER] (…) Yo estoy comprometido con mi pueblo y pienso que si yo no hago algo, no puedo esperar que otro lo haga. Para mí la interculturalidad es para todos, no es solo chileno, no es solo mapuche, es para toda la gente que no da importancia a la interculturalidad, al medio ambiente (...).

[E10-P2-ER] (…) Un apoderado me dijo: un peuco me come las gallinas, lo voy a matar en cuanto lo sorprenda. Le respondí: no, no puede hacer eso; usted permite que lleguen los cazadores a su tierra, a casar tórtola, perdices. Codornices. ¿De quién es la culpa?, usted permite que esos cazadores maten la comida del peuco; entonces el peuco tiene que comerse sus gallinas. Usted no tiene que permitir eso, tiene que ayudar a que la naturaleza busque su equilibrio natural y me mira con cara de interrogación; y le digo, así es el ciclo natural de la vida (...).

[E10-P2-ER] (…) Espero, que los jóvenes que salen ahora de la universidad, tomen más opciones. Cuando me titulé tenía dos opciones: hago lo que hacen todos o marco la diferencia. Aquí estoy, con toda la cuestión en mi contra y de mis colegas, aunque hay gente, poca, que nos apoya (…).

[E10-P2-ER] (…) Aquí empecé el 2014 y iniciamos con un proyecto y poco a poco algunos profe0ores se están interesando. Estoy implementando el taller de mapuzugun y digo: *ñochi keche amüley rüpü küra new*, que despacito nos vamos por las piedras. Aquí no se trata de decir, vamos a hacer esto y se hace; al contrario, hay que ir avanzando despacito, ir sensibilizando despacio, para no inquietar a ninguno; eso es ir poco a poco sensibilizando para llegar a un momento en podamos hacer el cambio (...).

[E10-P2-ER] (…) realizo taller de lengua para mis colegas, entonces en los actos yo hablo en mapuzugun y otro profesor en castellano y así vamos poco a poco. En matemática, les hablo en mapuzugun. A los apoderados, que participen en organizar el *wetxipantu* con sus mismos niños; así poco a poco se ha ido integrando (…).

[E10-P2-ER] (…) Sobre el *kipu*, cada nudo tenía significado; es complejo, conocí uno que era una cuerda larga y tantos nudos y había separaciones. También, otro con el sistema de colores: cada cosa y color tenía su significado, por ejemplo el sector *williche* hacia la cordillera, ellos usan mucho el amarillo. Yo soy *manquehue*, allá usamos mucho el blanco y el azul (...).

[E10-P2-ER] (…) Al final yo estoy haciendo etnomatemática y no sabía que eso era etnomatemática, ahora lo sé y seguiré haciendo etnomatemática mapuche (...).

ANEXO 4

APLICACIÓN PILOTO

SÍNTESIS EPISODIOS DE CLASE Y CONFIGURACIONES DIDÁCTICAS

En este anexo sólo incluimos dos episodios de clases y dos configuraciones didácticas. Con el fin de ilustrar algunas cuestiones que nos permitieron tomar algunas decisiones para la aplicación final. Acá, hay interacción de la investigadora (I) y un grupo de estudiantes (GC) multigrado (1° y 2°), de una escuela rural. Cada estudiante se identifica con la letra E y el número correlativo, la edad y el nivel que cursa.

Episodio 1 (Tiempo didáctico: inicio de clase)

(P) Explica los artefactos a utilizar, de manera concreta y pictórica, se muestran la figura del ábaco y el ábaco magnético y se les pregunta, si lo conocían. Los estudiantes responden no. Entonces, la investigadora explica que se utiliza para registras las unidades, decenas y centenas, que podamos contar.

(P) La profesora interrumpe diciendo, (…) lo habían visto pero de otra manera, Mari muéstrale el nuestro.

NC. La niña muestra un ábaco de madera que tienen en la estantería

La Investigadora asocia el ábaco magnético con el ábaco de madera que muestra la profesora y explica en ambos donde se ubican las unidades, las decenas y las centenas.

Luego, la investigadora explica la tabla de posición magnética y les muestra la tabla pictórica. Nuevamente pregunta si la conocen y los estudiantes responden que 'no', 'no la conocemos'. Nuevamente, interviene la profesora y les recuerda (P) (…) es la misma que aparece en libro niños, Maty tú la conoces. El niño responde (…) ¡ah!, no recuerdo. La profesora le responde, (…) cuando tienes que ordenar las unidades y decenas. El estudiante no responde.

Se pregunta si saben la secuencia de los números en mapuzugun y responden que no. Entonces, en este tiempo inicial, se repasa con los estudiantes la secuencia numérica en mapuzugun y español hasta 20, se prosigue con hacerles contar utilizando el material concreto, estrellas. Se asocian los números en mapuzugun con el español.

Episodio 2 (Tiempo didáctico: Desarrollo)

Configuración didáctica 1

1.- I (...) Cada uno debe contar diez estrellas y dejarlas a un lado. (Se monitorea el recuento que hacen los estudiantes)

NC Al monitorear el recuento el primer HD es que ningún estudiante cuenta en mapuzugun, todos cuentan en español.

2.- E4-7-1° (...) uno, dos, tres, cuatro, cinco seis, siete, ocho, nueve, diez.

3.- I (...) ¿Te ha sobrado una? (La E4 retira la estrella que sobró). ¿Estás segura?

4.- E4-7-1° (…) Si.

NC la estudiante tenía correctamente la diez estrellas, pero al contar cuando la I, pregunta, ella dice; cinco seis, al mismo tiempo que indica con su dedo la estrella cinco. Se le refuerza el agrupamiento, se le pide contar nuevamente despacio y logra contar diez.

5.- I (…) Vamos a representar en el ábaco. ¿Quién quiere pasar?, levanten la mano. Listo, E2-7-1°, pase adelante. ¿Dónde ubicarías la estrella si tienes una decena?

6.- E2-7-1° En la U. (Ubica una estrella en la barra de las unidades)

7.- I (…) Pregunta al grupo curso ¿están de acuerdo?, ¿cuántas estrellas tenemos, una o un grupo de diez estrellas?

8.- GC (…) ¡Un grupo de diez estrellas!

9.- I (…) E10-8-2°, pase a arreglar la ubicación en el ábaco y le explica a sus compañeros ¿por qué?

10.- E10-8-2° (…) Porque hay diez estrellas, un grupo de diez estrellas.

11.- I (…) E8-7-1° ¿qué dice tú?

12.- E8-7-1° (…) Sí.

13.- I (…) ¿Por qué estás de acuerdo?

14.- E8-7-1° (…) porque 'hay diez estrellas'

Configuración didáctica 2

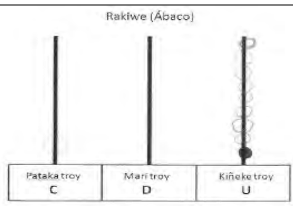
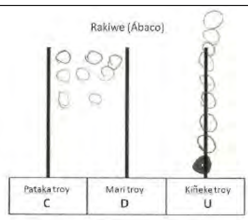
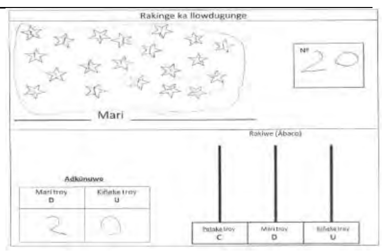
Se le entrega una ficha individual con la imagen del ábaco pictórico y se pegan 8 papeles de colores. Previamente se habían hecho dos recuentos y se había representado en el ábaco pictórico y el tablero posicional pictóricos.

1.- I (…) Contaremos todos juntos a coro en mapuzugn. (Realizan el recuento a coro: kiñe, epu, küla, meli, kechu, kayu, reqle, pura). Ahora deben representar la cantidad en su ábaco y tabla de posición.

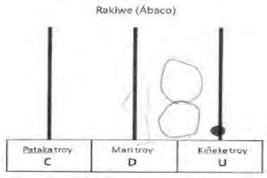
En este momento, los niños sólo preguntan qué deben hacer y dónde hacer, cómo hacer. Se monitorea el trabajo y aparecen muchos conflictos. Sólo E10, logra algunas cuestiones.

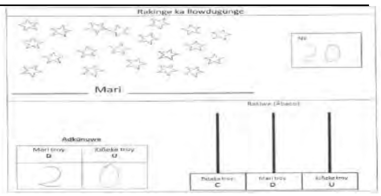
Luego de contar 8 papeles, se pegan 13 y 17 papeles de colores para dos recuentos y que procedan a la representación.

Finalmente, se les entregan dos fichas en las cuales deben contar la cantidad de objetos en la colección y escribir el cardinal con números, luego presentar en el ábaco y en la tabla de posición, finalmente escribir el cardinal en mapuzugun.

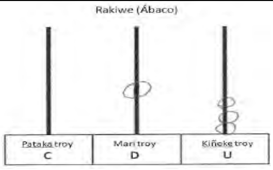
Estudiante	Representación Ficha 1		Conteo y representación Ficha 2
	Tabla posicional	Ábaco	
E1-7-1°			
E7-8-2°			

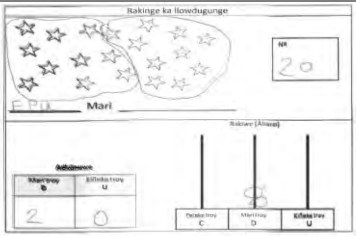
E12-8-2º





E11-8-2º





2.- E1-7-1° (…) El 1 del 13 va en la unidad

3.- (I) (…) ¿por qué?

4.- E1-7-1° (…) Porque tiene menos unidades por eso va primero.

5.- E10-8-2° (…) El 1 va en la decena, porque el 1 tiene que estar primero, porque si el 3 esta primero sería 31

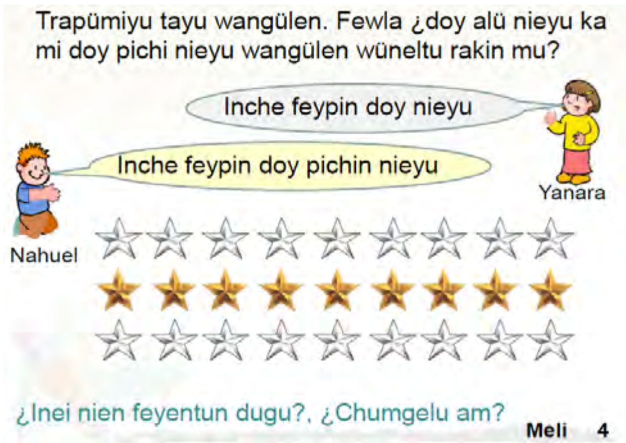
6.- E11-8-2º (...) Porque el 1 es la decena del 10 y 3 es la unidad.

Hay un HDS interesante. Sucede que los estudiantes de primero aprenden con los estudiantes de segundo (curso multigrado). Los estudiantes de 2° entregan las respuestas primero que los de 1°, entonces, los de primero sólo escuchan a sus compañeros y no participan.

Esta situación, puede ser una ventaja en ocasiones bien trabajadas y en otras una dificultad para los estudiantes de primer curso. Lo interesante de esta experiencia, es que nos ayudó a decidir ciertas cuestiones para la aplicación final.

ANEXO 5

Secuencia de tareas matemáticas situadas.

Campo de problemas	Episodio y tiempo didáctico
Tarea 1  ¿Cuántas estrellas hay?	Episodio 1 Trabajo grupo curso
Tarea 2  Nahuel: Yo tengo 15 estrellas. Yanara: Yo tengo 12 estrellas. Si juntan las estrellas, ¿Cuántas estrellas juntan Nahuel y Yanara?	Episodio 2 Trabajo grupo curso
Tarea 3  	Episodio 3 Trabajo grupo curso

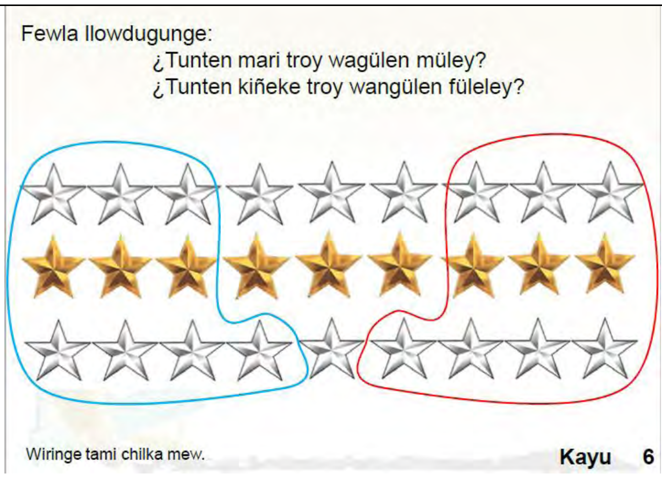
Si juntamos nuestras estrellas, ¿tenemos más o menos estrellas que en la primera imagen?
Yanara: Yo digo que tenemos más que antes.
Nahuel: Yo digo que tenemos menos que antes.
¿Quién tiene la razón?, ¿por qué?

Tarea 4

¿Cuántas estrellas más o menos tenemos?
Yanara: Yo digo que tenemos 8 más.
Nahuel: Yo digo que tenemos 10 más.
¿Quién está en lo correcto?, ¿por qué?

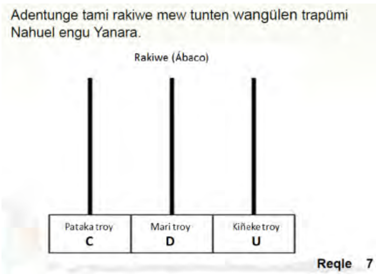
Tarea 5

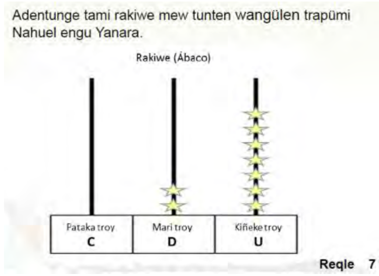
Episodio 4
Trabajo grupo curso



Ahora responde:
¿Cuántos grupos de 10 estrellas hay?
¿Cuántas unidades de estrellas sueltas quedan?

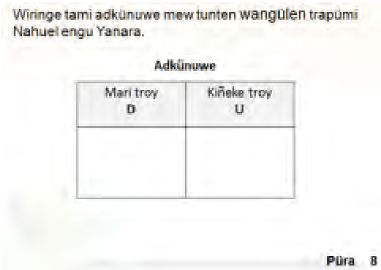
Tarea 6





Representa en el ábaco la cantidad de estrellas que juntaron Nahuel y Yanara.

Tarea 7



Escribe en la tabla posicional la cantidad de estrellas que juntaron Nahuel y Yanara.

Tarea 8

Episodio 5
Trabajo individual

Fewula, wiringe tami adkünuwe ka azentunge tami rakiwe:

¿Tunten mari troy wangülen müley?
¿Tunten kiñeke troy wangülen füleley?

Mari kechu

Mari regle

Epu mari küla

Kayu mari pura

Ahora, escribe en tu ábaco y tabla posicional las siguientes cantidades, indicando:
¿Cuántas decenas hay?
¿Cuántas unidades hay?

Mari kechu
Adkünuwe

Mari troy **D**	Kiñeke troy **U**

Mari regle
Adkünuwe

Mari troy **D**	Kiñeke troy **U**

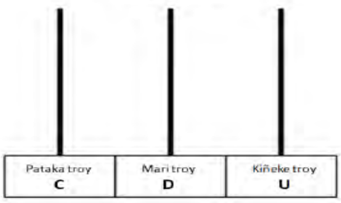
Epu mari küla
Adkünuwe

Mari troy **D**	Kiñeke troy **U**

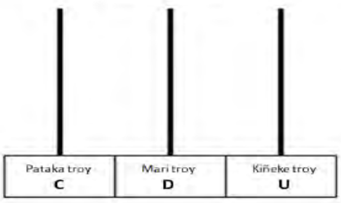
Kayu mari pura
Adkünuwe

Mari troy **D**	Kiñeke troy **U**

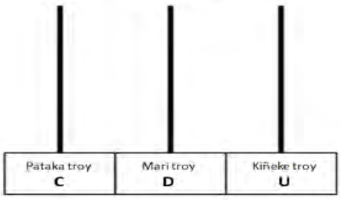
Mari kechu
Rakiwe (Ábaco)



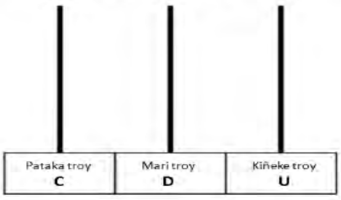
Mari regle
Rakiwe (Ábaco)



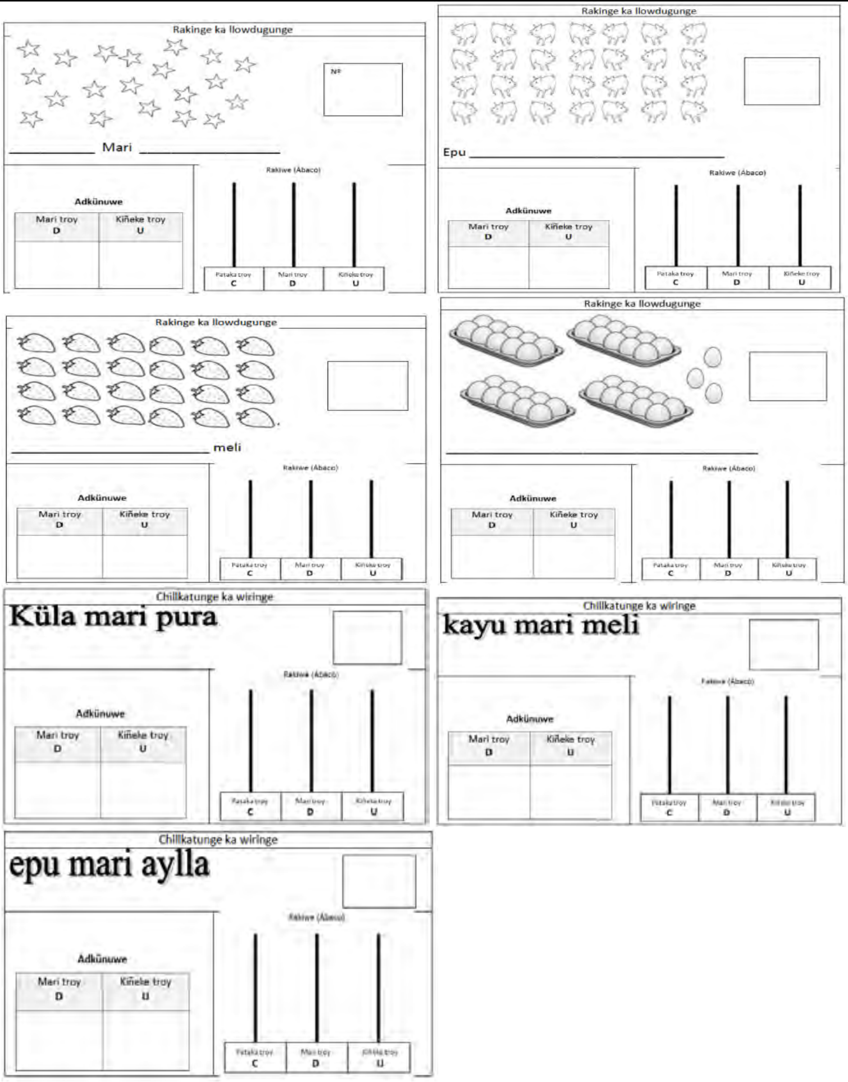
Epu mari küla
Rakiwe (Ábaco)



Kayu mari pura
Rakiwe (Ábaco)



Tarea 9


Rakinge ka llowdugunge
Mari
Nº
Adkünuwe
Mari troy D
Kiñeke troy U
Rakiwe (Ábaco)
Pataka troy C
Mari troy D
Kiñeke troy U
Rakinge ka llowdugunge
Epu
Rakinge ka llowdugunge
meli
Rakinge ka llowdugunge
Chillkatunge ka wiringe
Küla mari pura
Chillkatunge ka wiringe
kayu mari meli
Chillkatunge ka wiringe
epu mari aylla

ANEXO 6

Actividades Sector de Lengua Indígena Mapuzugun

Programa de Estudio SLI Mapuzugun

ACTIVIDAD: Comparan la forma de ubicarse en el tiempo en la cultura mapuche tradicional y no tradicional.

Ejemplos:

- Establecen semejanzas y diferencias entre la concepción de tiempo entre la cultura mapuche y no mapuche. (Ver orientaciones al docente).
- Observan un reloj y una figura que muestra tiempo en mapuzugun (identifican las partes del día).
- Leen y comentan la pregunta: **¿Tunten pürapay anthü?** ('¿Cuánto ha subido el sol?)
- Responden a la pregunta según la hora que deseen decir.
- Las respuestas pueden ser:
  Puliwenhi, Pürapay anthü, ragianthüy, naqanthüy, konanthüy, punhi.
- Aprenden a preguntar la hora: **¿Chunten pürapay antü?** '¿Qué hora es?'

Ejemplos de posibles respuestas de uso frecuente:

Regle horagey.	'Son las siete'.
Mari horagey punh mu.	'Son las diez de la noche'.
Kechu puwal kayugey.	'Son cinco para las seis'.
Melhi hora naqanthü.	'Son las cuatro de la tarde'.
Epu Mari minutu rupal kechu horagey, naqanthü.	'Son las cinco y veinte de la tarde'.
Mari kechu minutu rupal külha horagey	'Son las tres y quince minutos'.

Estas respuestas pueden ser presentadas de otra forma:

Reqlemalewpan anthüy	'Son las siete'.
Melhimalewpan anthüy	'Son las cuatro de la tarde'.

Programa de Estudio para 2° año Básico SLI Mapuzugun , p. 72.

Ejemplos:

- Preguntan en sus hogares o comunidad algunos **plchlke txoy zugu** 'versos cortos' y **ketxokantun zugu** 'trabalenguas'; como por ejemplo:

  Melhi antü lhalu mogeltukefin, kaz kaz, kaz kaz, kaz kaz.
  'Revivo a los que mueren después de cuatro días, kaz kaz kaz'.

  Kiñe pichi achawall epe kurami kosh kich kach piyawi.
  'Una pollita está casi por poner, anda diciendo kosh kich kach'.

Programa de Estudio para 1° año Básico SLI Mapuzugun, p. 50

Txem mawiza

Fütxa kuyfi afi mapu, tamu epu waragka txipantu femi zewma. Feychi kuyfimu kiñe machi pewtuwi pewma mew, günemapun feypifi, kiñe weya zugu mülealu, afalu mapu ko mu fütxa lhafkengetuay mapu, pigerki. Feypiaymi tami pu che pürayaimün tiechi mawiza mu txem mawiza pigelu Porvenir pituy wigka fewla. Feychi mawiza mu puwülaymün tamün pu kullin, awka kullin kom.

Ti machi txawuli ñi pu che ka feypifi afalu mapu ko mu, pürayaymün mawiza mu, puwülaymün tamün awka kullin egu.

Akuy ti anthü meli mari anthü mawi

La montaña que crece

Hace mucho tiempo, hará como dos mil años, se acabó la tierra. Esa vez una **machi** a través de un sueño supo, que la tierra sería terminada por el agua. Los poderes de la tierra le dijeron que todo se convertiría en un gran mar. También le dijeron que avisara a toda su gente, que subiera a la montaña que crece, hoy llamada por los no mapuche: "Porvenir". Además, le dijeron que tenían que traer a esta montaña sus animales, incluyendo animales salvajes.

Se supo la noticia por esta **machi** quien juntó a su gente y avisó la mala noticia.

Llegó el día anunciado, llegó la lluvia, llovió du-

Programa de Estudio 3° año Básico SLI Mapuzugun, p. 57.

MINEDUC, (2011). *Programa de Estudio de Lengua Mapuzugun para 1º año de educación básica*. Santiago: Autor

MINEDUC, (2011). *Programa de Estudio de Lengua Mapuzugun para 2º año de educación básica*. Santiago: Autor.

MINEDUC, (2012). *Programa de Estudio de Lengua Mapuzugun para 3º año de educación básica*. Santiago: Autor

Texto del Estudiante SLI Mapuzugun

3. Zullige kechu zugun mapuzugun mew txipalu ta epew mew "gürü egu ti pichi kütxe Kütxe egu" fey wirintukufige fey ta mew. Inha ramtuge ñi chem pilen.
Escoge cinco palabras en mapuzugun que aparezcan en el epew "El zorro y el chanchito" y cópialas aquí. Averigua su significado.

Kiñe

Epu

Küla

Meli

Kechu

Zewmage kiñeke txoy zugun feytichi pu zugun mew.

18 Mari pura

Texto del Estudiante 2° año Básico SLI Mapuzugun, p.18.

Fewla wirintukuge kiñe pepilkawam zewma iyaelal tüfa mew:

Receta dulce de murta

Necesitas

Diez puñados de murta limpia
Diez cargas suaves de azúcar
Tres frascos con tapas

Preparación

Primero

- Hervir la murta con azúcar durante veinte minutos.

-Retirar del fogón.

Segundo

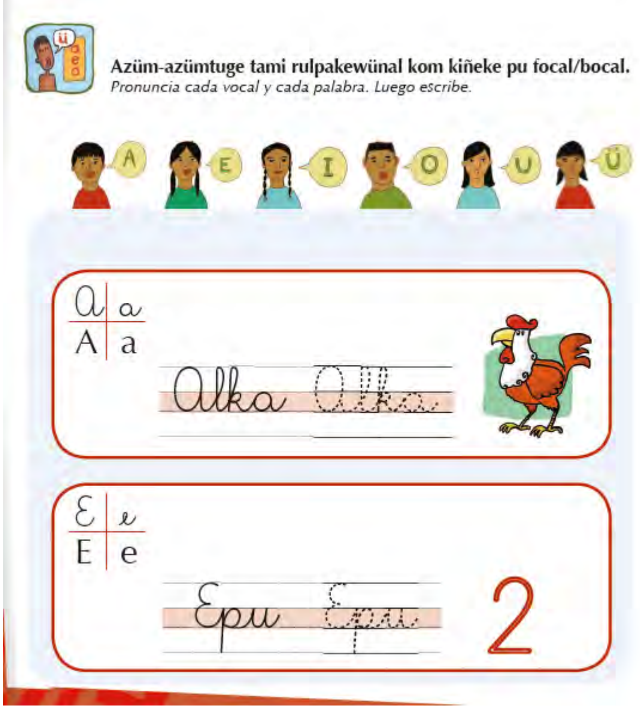
- Poner caliente en los frascos.
- Cubriendo bien

Tercero

-Entonces llevar al horno a fuego lento por quince minutos.
-Listo para comer con catuto o con pan.

Ahora crea tu propia receta y escríbela acá:

Texto del Estudiante 3° año Básico SLI Mapuzugun, p. 18-19



Texto Estudiante 1° Babico SLI Mapuzugun, p. 18.

Huenchulaf, E., Huenupil, P., San Martín, L., Ñancupil, J., González, B., y Caballero, A. (2015). *Texto de estudio lengua Mapuzugun. 1° básico.* Concepción: Pehuén. Trama

Browne, M. M. (2015). *Texto de estudio lengua Mapuzugun 2° básico*. Concepción: Trama

Bascuñan, J. F., Loncon, E., Rodríguez, Olivia, V., Nahuelpán, E., y Huenupe, M. (2014). *Texto de estudio lengua Mapuzugun. 3° básico*. Concepción: Trama

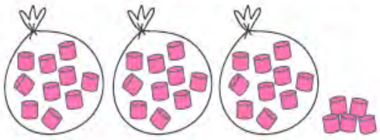
ANEXO 7

Actividades Sector Educación Matemática

Programa de Estudio Matemática

1

Representan en decenas y unidades, cantidades de elementos concretos que están agrupados de a 10 en bolsas y cajas, y otros que están sueltos. Por ejemplo, las cantidades siguientes:



Las representan de manera concreta en decenas y unidades y completan:

decenas	unidades

Las representan simbólicamente en decenas y unidades, y completan:

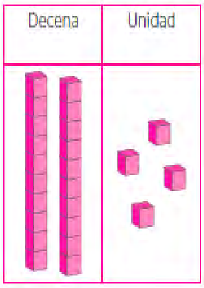
decenas	unidades

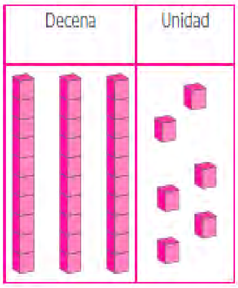
8

Construyen sus propias decenas, agrupando objetos que tengan orificios, como cuentas de collar, golillas, argollas pequeñas de cortina, cubos apilables u otros objetos. Escriben un número de dos cifras, lo representan con sus propias decenas y las unidades correspondientes y lo comunican a sus compañeros.

9

Completan con el número de decenas y unidades que hay bajo la palabra correspondiente:





Programa de Estudio para 2° año Básico Matemática, p. 67.

Actividades 1, 2 y 3

ARGUMENTAR Y COMUNICAR

Comunicar el resultado de patrones, empleando expresiones matemáticas. (OA e)

2

Utilizan la tabla de 100 para contar números hasta 50:

› de 2 en 2
› de 5 en 5
› de 10 en 10

diciendo los números en coro en el caso del conteo de 2 en 2 y de 5 en 5, y de 10 en 10.

Observaciones al docente:

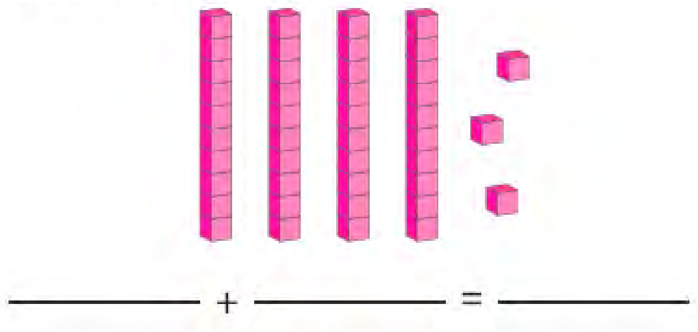
La tabla de 100 es un cuadro que está formada por los números del 1 al 100 distribuidos en 10 filas de 10.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Programa de Estudio para 1° año Básico Matemática, p. 54

3

Indican números que están representados de distintas maneras.
Por ejemplo, el número que está representado en bloques multi-base con 4 barras y 3 cubos:

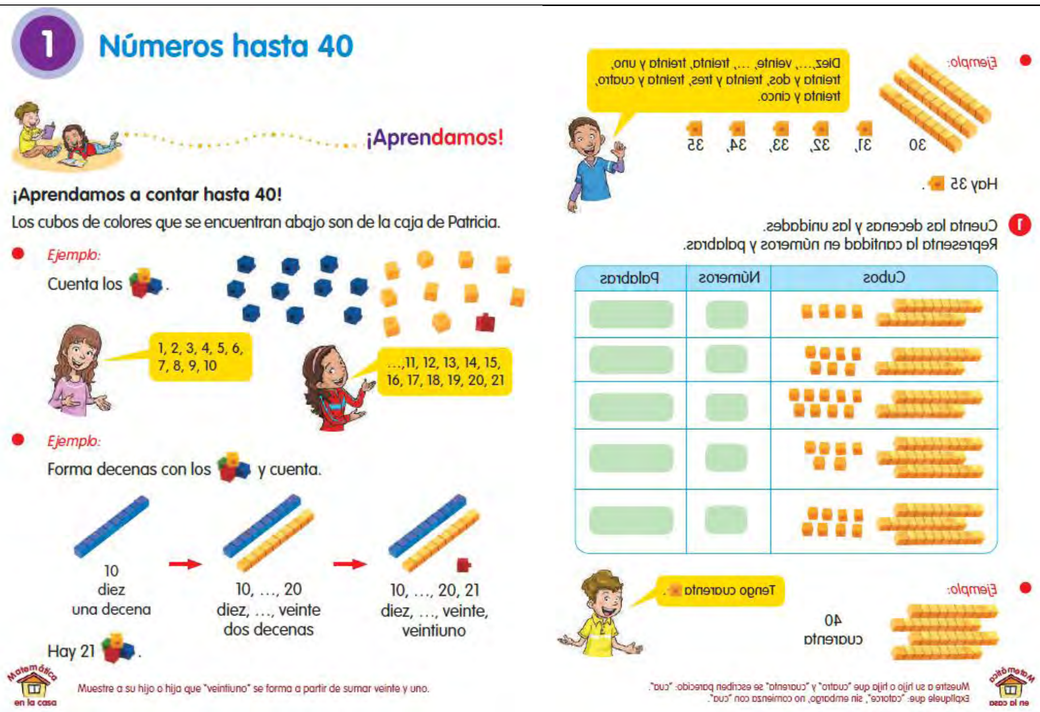


Programa de Estudio 2° año Básico Matemática, p. 68.

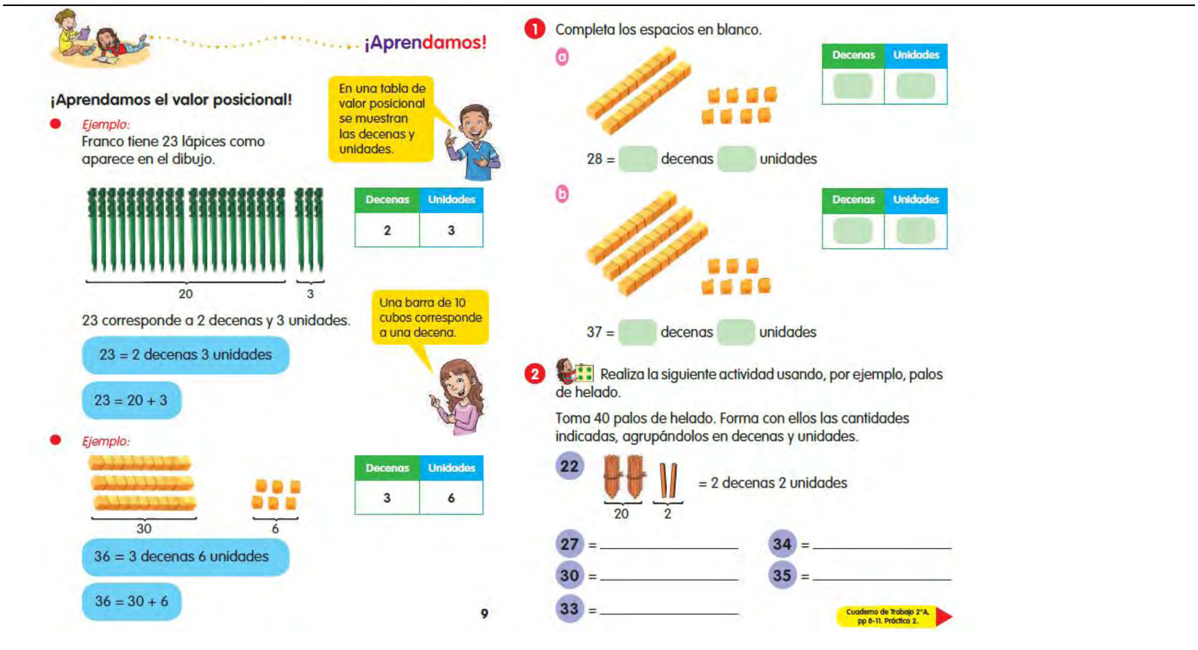
MINEDUC, (2013d). *Programa de Estudio de Matemáticas para 1º año de educación básica*. Santiago: Autor

MINEDUC, (2013a). *Programa de Estudio de Matemáticas para 2º año de educación básica*. Santiago: Autor.

Texto del Estudiante Matemáticas



Texto del Estudiante 2° año Básico Matemática, p.6-7



¡Aprendamos!

¡Aprendamos el valor posicional!

Ejemplo:
Franco tiene 23 lápices como aparece en el dibujo.

En una tabla de valor posicional se muestran las decenas y unidades.

Decenas	Unidades
2	3

20 3

23 corresponde a 2 decenas y 3 unidades.

23 = 2 decenas 3 unidades

23 = 20 + 3

Una barra de 10 cubos corresponde a una decena.

Ejemplo:

Decenas	Unidades
3	6

30 6

36 = 3 decenas 6 unidades

36 = 30 + 6

9

1 Completa los espacios en blanco.

a

Decenas	Unidades

28 = decenas unidades

b

Decenas	Unidades

37 = decenas unidades

2 Realiza la siguiente actividad usando, por ejemplo, palos de helado.

Toma 40 palos de helado. Forma con ellos las cantidades indicadas, agrupándolos en decenas y unidades.

22 = 2 decenas 2 unidades

20 2

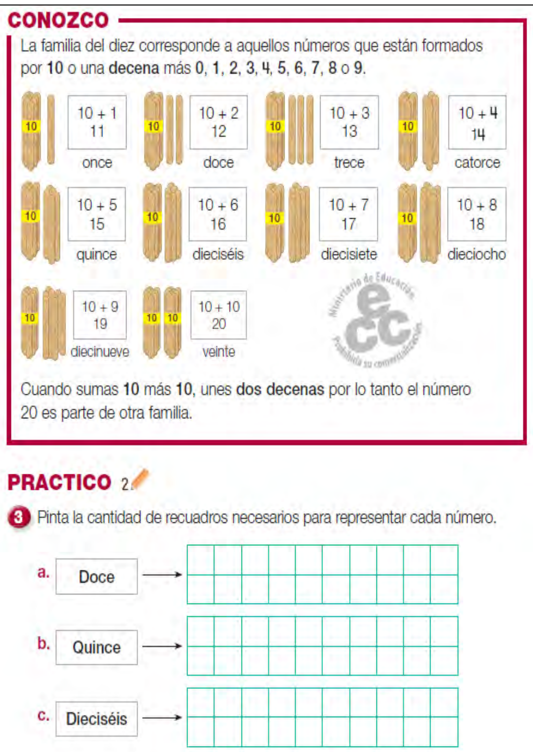
27 = ______ 34 = ______

30 = ______ 35 = ______

33 = ______

Cuaderno de Trabajo 2°A, pp. 8-11, Práctica 2.

Texto del Estudiante 2° año Básico Matemática, p. 9-10



CONOZCO

La familia del diez corresponde a aquellos números que están formados por **10** o una **decena** más **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **5**, **6**, **7**, **8** o **9**.

10 + 1 11 once	10 + 2 12 doce	10 + 3 13 trece	10 + 4 14 catorce
10 + 5 15 quince	10 + 6 16 dieciséis	10 + 7 17 diecisiete	10 + 8 18 dieciocho
10 + 9 19 diecinueve	10 + 10 20 veinte		

Cuando sumas **10** más **10**, unes **dos decenas** por lo tanto el número 20 es parte de otra familia.

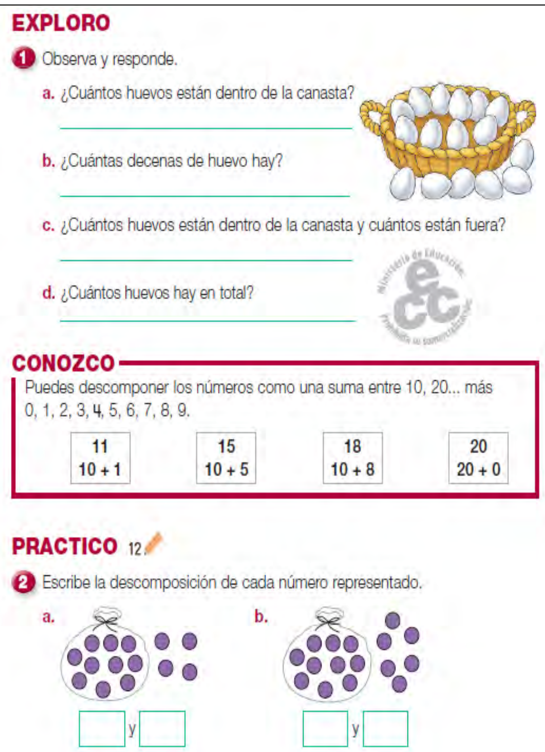
PRACTICO 2

3 Pinta la cantidad de recuadros necesarios para representar cada número.

a. Doce →

b. Quince →

c. Dieciséis →



EXPLORO

1 Observa y responde.

a. ¿Cuántos huevos están dentro de la canasta?

b. ¿Cuántas decenas de huevo hay?

c. ¿Cuántos huevos están dentro de la canasta y cuántos están fuera?

d. ¿Cuántos huevos hay en total?

CONOZCO

Puedes descomponer los números como una suma entre 10, 20... más 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

11	15	18	20
10 + 1	10 + 5	10 + 8	20 + 0

PRACTICO 12

2 Escribe la descomposición de cada número representado.

a. y

b. y

Texto Estudiante 1° Básico Matemática, p. 108. Texto Estudiante 1° Básico Matemática, p. 116

Texto del Estudiante Matemática 1° año Básico
Camila Cortés Toro
Santiago: Cal y Canto

Texto del Estudiante Matemática 2° año Básico
Dr Fong Ho Kheong, Chelvi Romakrishnan, Bernice Lau Pui Wah y Michelle Choo
Santiago: Marshall Cavendish

ANEXO 8

EPISODIOS DE CLASE Y CONFIGURACIONES DIDÁCTICAS

Transcripción audio y vídeo de episodios y configuraciones didácticas que se sucedieron en la implementación final del diseño didáctico planificado. La clase tiene una duración total de una hora con treinta minutos. Se incorporan en el relato algunas notas de campo de tipo aclaratorias y observaciones de la investigadora. La clase se estructura en tres tiempos didácticos: inicio, desarrollo y cierre. El trabajo escolar contempla los momentos de trabajo individual, en grupos pequeños (auto-gestionados por los estudiantes o definidos por la disposición de los estudiantes en el aula) y trabajo con el grupo curso (GC). Cada configuración didáctica contempla la numeración consecutiva del diálogo que se establece entre educador tradicional (ET), profesor mentor (PM), investigadora (I) y los estudiantes numerados consecutivamente (E1, E2, ...). El curso es un 2º año de educación general básica (primaria).

Episodio 1 (Tiempo didáctico: inicio de clase)

Saludo en mapuzugun, saluda primero la ET y todos los niños responden a coro. El PM interrumpe y pide hacerlo de nuevo para que entiendan lo que están haciendo.

ET (...) *Mari mari püchike che*

GC (...) *Mari mari papay...*

PM (...) *Mari mari pücheke che*

GC (...) *Mari mari kimeltuchefe* (profesor)

Nota: El PM presenta a la investigadora como una visita que tienen en la clase de hoy, les pide saludar. Propicia un espacio de conversación.

I (...) Buenas tardes niños y niñas. *Mari mari pücheke* che

GC (...) Buenas tardes tía[5]

Nota: La investigadora explica brevemente de que trata su visita y lo que se quiere hacer en la clase de hoy.

Configuración didáctica 1

1.- ET (...) A ver antes de empezar ¿hasta cuánto saben hacer *rakin*? (contar)

2.- GC (...) ¡Hasta veinte!, ¡hasta el diez!, tía yo hasta el veinte.

3.- PM (...) A ver, la *papay* (madre, señora) dirige, ¡escuchen!

Los niños comienzan a contar a coro en mapuzugun y llegan hasta *küla*, tres, luego no se acuerdan...

4.- ET (...) Entonces ahora juntos, *kiñe*, *epu*, ...,... mari (Los niños repiten a coro luego de la ET).

5.- ET (...) *Mari* es diez ¿ya?, no es el saludo, no es el *mari mari*, sólo una vez *mari*, una vez *mari* ¿significa?

6.- E1 (...) *kiñe*

7.- ET (...) ¡No! (un no largo), significa diez, un grupo de diez.

8.- ET (...) Y dos veces *mari* ¿cuántos grupos de diez son?

9.- GC (...) Veinte (a coro)

---

[5] Tía y tío, es un término muy habitual que utilizan los niños, en Chile. Para referirse a un adulto que le es cercano y con el cual mantiene algún vínculo afectivo o de respeto. En la escuela, lo utilizan para referirse al profesor y al resto del personal.

10.- ET (...) Pero, ¿cuántos grupos de diez?

11.- E7 (...) ¡Dos!

12.- ET (...) Dos. Dos grupos de diez

13.- ET (...) Y mari *kiñe* ¿cuánto sería?

14.- GC (...) Diez, quince (algunos niños dicen cantidades al azar)

15.- ET (...) ¡No! (un no largo), y ¿*epu mari kiñe*?

16.- GC (...) Quince (algunos estudiantes)

17.- ET (...) *Kiñe* ¿sería?

18.- E12 (...) ¡Uno!

19.- ET (...) ¡Bien!, uno y ¿*epu mari kiñe*?

20.- E12 (...) veintiuno

21.- ET (...) *Epu mari kiñe*, un grupo de diez y otro grupo de diez, ¿hacemos?, *kiñe mari ka kiñe mari*, hacemos, *epu mari*, y si le ponemos *kiñe* más seria, *epu mari kiñe*. ¡Muy bien!, *epu mari kiñe*...

22.- PM (...) ¡Bien E12!

23.- ET (...) A ver y si tenemos un grupo de *mari*. Acá tenemos mari y le ponemos un *kechu* más ¿tenemos?

24.- E7 (...) quince

25.- ET (...) ¡Muy bien!, quince, mari *kechu* ¡ya! Porque 5 deditos hacen *kechu*, ¿cierto?

26.- ET (...) Pero, tomen atención porque después cada uno pasaran al pizarrón. Miren acá,

27.- ET (...) Tenemos *kechu*, escuchen miren acá, kechu más kechu, ¿serían?

28.- E7 (...) *Mari*

29.- ET (...) *Mari*, y *kechu* más ¿sería?

30.- E7 (...) *Mari kechu*

31.- ET (...) *Mari kechu*, ¡muy bien!, *feley*, así es

Luego, la ET les comenta a los estudiantes (...) 'entonces eso tenemos que hacer hoy, matemática pero en mapuzugun, pregunten, no tengan miedo, porque es primera vez que lo vamos a hacer y con la tía que vino veremos cómo hacemos matemática en *winkazugun* y mapuzugun' (...)

Se proyecta la primera imagen en el proyector

Diapositiva 2

¿Cuántas estrellas hay?

Continua la clase y toma la palabra el PM

PM (...) Vamos a trabajar con este material y como hay escritura en mapuzugun usted *papay* (madre, mujer mayor) nos ayuda con la traducción para ir asociando

ET (...) *May*, ya

Configuración didáctica 2

1.- PM (...) Primero hay que leer la diapositiva en mapuzugun y luego hacemos la traducción. ¿Qué dice acá niños? (indica la pregunta en la diapositiva 1)

2.- GP (...) ¿*Tunten wangülen müley*?

3.- PM (...) ¡Qué bien!, mire como están leyendo mapuzugun

4.- ET (...) ¿Qué dice en *winkazugun* (español)? (Silencio, no hay respuesta de los estudiantes)

5.- ET (...) ¿Cuántas estrellas hay?

6.- E9 (...) Yo sabía que era una pegunta porque tiene el signo de interrogación

7.- PM (...) Entonces, ¿*wangülen* qué significa?, ¿se acuerdan de la historia de *wangülen*?

8.- GC (...) ¡No! (se escucha un no largo)

9.- PM (...) ¡Pero lo hemos visto antes y lo vimos en varias clases¡

10.- GC (...) No, tío (nuevamente un No largo)

11.- PM (...) Ya, entonces lo repasaremos, después hablaremos de la historia de wangülen, eso queda pendiente

12.- ET (...) ¿*Wangülen*?, ¡estrella!

13.- PM (...) Entonces respondamos, ¿cuántas estrellas hay?

14.- E19 (...) ¿Pero contando en mapuzugun?

15.- ET (...) *May* (si), mejor todavía

Nota de campo: A coro comienzan a contar (...) *kiñe, epu, küla, meli, kechu,..aylla* (...). Los niños se equivocan porque no conocen la secuencia numérica en mapuzugun, sólo algunos estudiantes tiene este conocimiento.

16.- GC (...) *kiñe, epu, küla, meli, kechu, aylla* (...)

17.- PM (...) Esperen, alto, a ver, que viene después de *kechu*, pero todos juntos.

Nota de campo: Entonces la ET cuenta y los estudiantes repiten, esto significa que la ET realizó el recuento. Lo que ocurrió en este episodio no estaba planificado, pero son las cuestiones emergentes que no se pueden prever a priori. Mientras los niños repetían a coro, una voz fuerte de un niño se hizo notar al gritar la respuesta.

18.- PM (...) Los niños no se saben la secuencia numérica en mapuzugun (comenta a la investigadora)

19.- E7 (...) ¡*Mari kayu*! (Grita la respuesta)

20.- ET (...) *Kechu, kayu, reqle, pura, aylla, mari, mari kiñe, mari epu, mari küla, mari meli, mari kechu, mari kayu*

21.- GC (...) *kechu, kayu, reqle, pura, aylla, mari, mari kiñe, mari epu, mari küla, mari meli, mari kechu, mari kayu*

Nota de campo: El estudiante E7 dice la respuesta correcta, pero la ET y el PM lo pasaron por alto y siguieron el recuento a coro hasta mari *kayu*.

22.- ET (...) ¿Quién dijo *mari kayu*?

23.- E7 (...) ¡Yo dije *mari kayu*!, dieciséis

24.- ET (...) E7 ¡muy bien!

25.- PM (...) En *winkazugun* ¿cuánto es *mari kayu*?

26.- E7 (...) ¡dieciséis!

27.- ET (...) ¡Muy bien!

Configuración didáctica 3 (Tiempo: desarrollo de la clase)

La investigadora pide al estudiante que ha dado la respuesta correcta que pase a trabajar al ábaco magnético y represente las unidades y decenas que hay en *mari kayu*. El estudiante lo hace correctamente. Entonces el PM se dirige al curso.

1.- PM (...) ¿Están de acuerdo con lo que hizo E7?

2.- GC (...) ¡Sí! (un si largo)

3.- PM (...) ¿por qué?

4.- PM (...) A ver, porque tenemos una decena y seis unidades

5.- ET (...) *kayu txoy* seria en mapuzugun, seis unidades y *mari txoy* es la decena.

Nota de Campo: Nuevamente la ET asume un rol discente.

6.- PM (...) ¿Por qué?, ¿quién me puede explicar porqué es así?, *kiñe mari ka kayu wangülen*

7.- ET (...) En mapuzugun un grupo de diez seria mari troy y las unidades sería *kayu txoy*

8.- PM (...) Veamos otro ejemplo, contemos hasta acá (indica en la diapositiva hasta 8), ¿cuánto es?

9.- PM (...) ¿Quién pasará a indicar en el ábaco la cantidad?, ya la E19 levantó la mano primero, pase adelante.

Nota: La niña pone 8 estrellas en la barra de la unidad en ábaco magnético.

10.- PM (...) Profesor pregunta ¿está bien? (se dirige al grupo curso)

11.- GC (...) ¡Sí! (un si largo)

12.- PM (...) ¿por qué, quién me explica?, ya E4 te escuchamos. Niños escuchemos.

13.- E4 (...) Porque ahí no hay ninguna decena, solo hay unidades por eso pone ocho unidades y se sabe que van en las unidades

14.- E7 (...) ¡Pura unidades! (grita)

15.- ET (...) ¡Muy bien!, en mapuzugun sería pura troy, ocho unidades es igual a *pura txoy*.

Episodio 2 (Desarrollo de la clase)

El episodio 2 se desarrolla con la diapositiva 2 la que plantea como problema ¿cuántas estrellas juntan Nahuel y Yanara?

Diapositiva 3

Nahuel: Yo tengo quince estrellas
Yanara: Yo tengo doce estrellas
¿Cuántas estrellas juntan Nahuel y Yanara?

Configuración didáctica 4

1.- PM (...) Otra actividad, vamos a leer todos juntos como la vez pasada (a coro lee el CG la diapositiva), ¿qué dirá ahí niños? (señala *wangülen*)

2.- GC (...) Estrellas

3.- PM (...) ¡Bien!, estamos hablando de estrellas, ¡muy bien!

4.- PM (...) ¿Qué otra palabra conocemos?

5.- GC (...) *Mari*

6.- PM (...) *Mari*, muy bien, ¿mari cuánto es?

7.- E9 (...) diez

8.- E1 (...) *Kechu*, cinco

9.- PM (...) Ya, entonces ¿qué número será?

10.- E7 (...) Quince

11.- PM (...) Muy bien E7, muy bien todos en realidad.

12.- ET (...) ¿Qué significa para ustedes *tukun*, alguién puede decir lo que significa? (hablan todos a la vez diciendo cualquier cosa).

13.- ET (...) ¡No! (un no largo), escuchen, eso significa yo puse o yo tengo quince estrellas.

14.- PM (...) *Mari kechu wangülen*.

15.- ET (...) *Inche tukun* dice el niño, Nahuel, *inche tukun mari kechu wangülen*, yo puse o tengo quince estrellas.

16.- ET (...) Abajo hay otra personita, Yanara, ¿qué dice Yanara?, lean todos juntos (los niños nuevamente leen a coro lo que dice Yanara)

17.- E7 (...) yo puse quince estrellas

18.- ET (...) ¡No! (un no largo)

19.- E4 (...) Yo puse doce estrellas

20.- ET (...) ¡Muy bien!, yo puse doce estrellas, *inche tukun mari epu wangülen*, yo puse doce estrellas.

Configuración didáctica 5

1.- ET (...) Uno puso quince y el otro puso doce, ¿cuánto *wangülen* hacen?

2.- PM (...) A ver, yo no escuche lo que dijeron los niños, no entendí lo que dicen los niños, quien puede decirlo. *Papay* (ET) quien puede explicarlo.

3.- ET (...) Señala a un estudiante.

4.- PM (...) A ver, E13, ¿qué dice acá? (indica lo que dice Nahuel en la diapositiva)

5.- E13 (...) *Inche*...

6.- PM (...) ¡Ha! (un a largo), ya. Sí, pero yo lo leí en mapuzugun, ahora yo quiero que me lo expliquen, haber E7

7.- E7 (...) Yo puse doce estrellas

8.- PM (...) Yo puse doce estrellas.

9.- E9 (...) Quince estrellas

10.- PM (...) Primero, quince estrellas y ¿el de abajo?

11.- GC (...) Yo puse doce estrellas

12.- PM (...) Yo puse doce estrellas, entonces ahora viene la pregunta.

13.- PM (...) Entonces, llegó Nahuel y dice, yo puse quince estrellas y luego Yanara dice yo puse (...) ¿cuántas puso Yanara?, se me olvidó.

14.- E4 (...) Doce

15.- PM (...) Bien, doce. Tenemos aquí un montón de estrellas. Qué se pregunta acá (indica la pregunta en la diapositiva, los niños leen a coro, pero no se entiende)

16.- ET (...) ¿*Tunten wangülen trapümi Nahuel engu Yanara*?, ¿qué quiere decir?, ¿cuántas estrellas juntaron entre Nahuel y Yanara?, ya, ¿*tunten trapu*?, (cuántas juntaron)

17.- PM (...) A ver, E12 pase adelante (E12 no quiere pasar). Ya, E20 ¿sabe la respuesta?, pase hacerla acá (se refiere al ábaco), después tiene que dar la respuesta en mapuzugun, si no la sabe la podemos ayudar.

Nota: La E20 sale adelante y pone dos estrellas en las decenas y siete estrellas en las unidades El PM le pregunta ¿cuánto es en mapuzugun? Y la E20 no puede responder, el PM pide ayuda al GC y algunos estudiantes se atreven a responder.

18.- E7 (...) *epu mari..*

19.- E9 (...) *epu mari....epu mari kechu*

20.- E7 (...) *epu mari kechu*

21.- ET (...) ¡No! (un no largo), porque no hay *kechu*

22.- E9 (...) *Reqle*

23.- E7 (...) *Epu mari reqle*

24.- ET (...) ¡Muy bien!, *epu mari reqle*

Configuración didáctica 6

1.- ET (...) Miren, la decena, *epu mari txoy*, decena *kiñe txoy*, *epu txoy* (cuenta una decena, dos decenas) *ka regle txoy*

2.- PM (...) Quién puede decir lo mismo que dice la *papay* (ET), pero en winkazugun.

3.- ET (...) *Epu mari* decena *ka regle txoy*

4.- E7 (...) Dos decenas y siete unidades

5.- PM (...) Dijo *epu mari* que significa dos decena *y regle txoy*, siete unidades. ¿Entendieron?,

6.- GC (...) (a coro) ¡sí! (un si largo)

7.- PM (...) ¿Cómo digo una unidad?

8.- E7 (...) *kiñe*

9.- PM (...) ¡Bien!, *kiñe* y qué más, *kiñe* (...), ¿qué representa al diez, a la decena?

10.- E7 (...) *Mari txoy*

11.- PM (...) *Mari txoy*

12.- E7 (...) *Epu mari txoy*

13.- PM (...) *Epu mari txoy*

14.- E9 (...) ¿mari, es diez?

15.- PM (...) Si son diez, ¡a! (un “a” largo) acá hay veinte, si, *epu*. Por eso decía *epu mari txoy*

Episodio 3 (Desarrollo de la clase)

El episodio 3 se desarrolla con las diapositivas 4, 2 y 5, pues hay una comparación. El problema que se plantea a los estudiantes es: Si juntamos nuestras estrellas ¿tenemos más o menos estrellas que antes o que en la primera imagen (Diapositiva 1)?, luego, ¿cuántas estrellas más o menos tenemos?

Diapositivas 4 y 2

Ahora, si juntamos nuestras estrellas ¿tenemos más o menos estrellas que antes?
Yanara: Yo digo que tenemos más
Nahuel: Yo digo que tenemos menos
¿Quién crees que dice lo correcto?, ¿por qué?

Diapositiva 5

¿Cuántas estrellas más o menos tenemos?
Yanara: Yo digo que tenemos ocho más
Nahuel: Yo digo que tenemos diez más
¿Quién tiene la razón?, ¿por qué?

Este episodio implica que los estudiantes comparen dos conjuntos de colecciones y puedan determinar si hay más o menos elementos. Luego al fundamentar su respuesta debieran responder la pregunta ¿cuántas estrellas más o menos hay? En la diapositiva 4 Yanara dice que hay ocho más y Nahuel dice que hay diez más y se pregunta ¿quién tiene la razón?, ¿por qué?

Configuración didáctica 7

1.- ET (...) Ahora arriba hay que leer, atento aquí

2.- ET (...) ¡Chicos ahora escuchen!, yo voy a leer acá, dice: Yanara le dice a Nahuel, ¡escuchen!, (...) la Yanara le dice (...)

3.- PM (...) Escucho a alguien que no para de hablar y no deja escuchar lo que dice la *papay* (ET), nos quedamos en silencio para escuchar a la *papay*, ahora.

4.- ET (...) (Inicia nuevamente) La Yanara le dice al Nahuel, Nahuel *Trapümiyu tayu wangülen. Fewla ¿doy alü nieyu ka mi doy pichi nieyu wangülen tunten rakin mu?,* le dice: Nahuel si juntamos nuestras estrellas, (niños hablan no escuchan), ¡escuchen! Si juntamos nuestras estrellas, tenemos más que antes o menos que antes?

5.- GC (...) ¡Sí! (un si largo), más (un más largo)

6.- ET (...) ¿Si?, ¿por qué?

7.- E6 (...) Tía yo sé cuántas son

8.- E1 (...) Porque hay nueve

9.- E9 (...) Es veintisiete tía

10.- E6 (...) Tía son veintisiete

11.- I (...) El compañero de atrás está pidiendo la palabra

12.- PM (...) Levanten la mano para responder, ¡ya!, E10 va a hablar, ¿por qué?

13.- E10 (...) Porque hay tres veces nueve

14.- PM; ET (…) ¡muy bien!

Nota campo: En la respuesta de E10 aparece un nuevo concepto "tres veces nueve", si bien no fundamenta la respuesta de manera completa, se entiende que él comparó las multiplicaciones a partir de la disposición de los dos conjuntos, es decir:

El estudiante compara los dos conjuntos y fundamenta que ahora más porque "hay tres veces nueve". Aún cuando su fundamentación no es más elaborada y complementada, podemos inferir dos cuestiones: primero, realizó el cálculo y comparó los resultados; segundo, observó la disposición de los dos conjuntos y en su representación mental observa que efectivamente se ven más porque horizontalmente ya no hay cuatro sino nueve y aunque pusiera una fila más de cuatro, ahora serían más. Es como superponer mentalmente las representaciones.

Configuración didáctica 8

1.- I (...) ¿Cuánto sería en mapuzugun tres veces nueve?

Nota de campo: Acá sucede que el E1 no comprenden la pregunta, pues la idea es que diga el resultado en mapuzugun, no que traduzcan la frase "tres veces nueve" al mapuzugun, como veremos en el dialogo. La intervención espontánea de E1 modifica la configuración didáctica:

2.- E1 (...) *küla*

3.- ET (...) Eso, *küla*

4.- E1 (...) *Küla epu*.

5.- ET (...) ¡No! (un no largo) *küla*, tres, ¿veces? (...)

6.- PM (...) Ya pero empezamos bien. ¡Muy bien E1!, quién le ayuda a E1, *küla* (...)

7.- ET (...) ¡No! (un no largo), escuchen, *küla rupa aylla*, tres veces nueve. Porque nueve es *aylla* y dijo tres veces, *küla rupa aylla*, tres veces nueve.

Dialogo entre I y PM (0:21:53)

I (...) Aquí aparece otro concepto, "tres veces nueve". Esta palabra "*rupa o naq*" en mapuzugun (magnética) nos puede ayudar.

PM (...) ¿Qué significa *naq*?

I (...) Veces, igual la palabra “*rupa*”. Ambas palabras indica “veces”

PM (...) O sea, ¡“*naq*” nos serviría para multiplicar!

Nota de campo: En este dialogo personal del PM y la I podemos apreciar, que aún cuando el PM es especialista en Pedagogía Básica Intercultural en Contexto Mapuche, carrera que dicta una Universidad tradicional, semipública, en la ciudad de Temuco, éste desconoce muchos aspectos de la cultura mapuche. Esto, nos indica que en la formación inicial de estos profesionales no se aborda el conocimiento etnomatemático del pueblo mapuche.

Configuración didáctica 9

1.- ET (...) ¿*Tunten nien tuyu*?, ¿cuánto serán tres veces nueve?

Nota: Acá la ET traduce “tres veces nueve” y replantea la pregunta ¿cuánto es tres veces nueve?, en mapuzugun.

2.- E7 (...) Veintisiete, *epu reqle*.

3.- ET (...) ¡No! (un no largo). *Epu mari* (...)

4.- E7 (...) *Epu mari reqle*

5.- ET (...) En mapuzugun, *epu mari regle*

Configuración didáctica 10

1.- I (...) Ustedes dicen que hay más que antes, entonces (...)

La investigadora pide a la ET que traduzca la pregunta ¿*tunten wangülen doy kam doy pichi nieyu*?, ¿cuántas estrellas más hay?

2.- ET (...) *Tunten wangelen muley tufa?, fewla*, ¿Cuántas estrellas hay acá?, ahora

Nota: Acá hay un error en la traducción de la ET y los niños comienzan a dar distintas respuestas.

3.- E1 (...) ¿Cuantas estrellas hay?

4.- ET (...) ¡Eso!, ¿cuántas estrellas hay?

5.- ET (...) ¿Cuántas estrellas más hay?, *tunten* más.

6.- E7 (...) Tía yo se...

7.- PM (...) ¡Bien E1! (Nota: acá el PM refuerza la participación de E1 al iniciar la traducción de la pregunta en la configuración didáctica anterior)

8.- ET (...) Si habían mari *kayu*, dieciséis, y ahora hay *epu mari reqle*, veintisiete, ¿cuántas más hay?

9.- ET (...) ¡Chicos pero ustedes escuchen por mi amor!

10.- E19 (...) Veintisiete

11.- ET (...) ¡No! (un no largo)

12.- I (...) Ahora hay veintisiete

13.- ET (...) Pero habían dieciséis, *mari kayu* y ahora pusimos *ka epu mari reqle* ahí. Total epu *mari reqle*, ¿cuánto más se le agregó al dieciséis?

14.- E9 (...) ¡Once!

15.- ET (...) Once más

Nota de campo: Aquí la ET entrega la clave para resolver al utilizar la palabra “agregar a...”, entonces la E9 rápidamente dice once. Este es otro fenómeno didáctico descrito por Brosseau, que sucede al romper el contrato didáctico, el llamado efecto Topaze, cuando las devoluciones entregan pista del procedimiento para resolver el problema.

16.- I (...) Escuchemos a E9, ¿por qué once?

17.- E9 (...) ¡once!

18.- I (...) ¿cómo se dice once en mapuzugun?

19.- E9 (...) ¿*mari* (con i largo) *kiñe*?

20.- ET(...) *Mari kiñe*, ¡muy bien!, *mari kiñe wangülen*

21.- E9 (...) *mari kiñe wangülen*...

22.- ET(...) ¡Muy bien!

Nota: Aquí la ET, cierra el problema dando la afirmación y el refuerzo positivo a la E9. Sin embargo, hay estudiantes que siguen dando respuestas, por ello se propicia una nueva configuración y se retoma la fundamentación.

Configuración didáctica 11

1.- E7 (...) Yo sé cuántas más hay

2.- I (...) (Se dirige al curso y pregunta) ¿están todos de acuerdo?, ¿hay *mari kiñe wangülen*? E7 ¿qué dices tú?, ¿estás de acuerdo con lo que dice tu compañera?

3.- PM (...) Parece que no

4.- ET (...) No, porque él está contando todo en general.

Nota de campo: La ET vuelve asumir rol discente.

5.- I (...) (Insiste) E7 ¿qué dices tú?, ¿estás de acuerdo, hay *ka mari kiñe wangülen*?

6.- E7 (...) Que hay *kayu* más, seis más

7.- I (...) Veamos, E7 dice que hay *kayu* más, seis más, ¿alguien tiene otra respuesta? E7 dice que hay *kayu* más y E9 dice que hay *mari kiñe* más.

8.- E1 (...) *Mari kiñe* más

9.- ET (...) ¿Quién más dice *mari kiñe* más?, ¿por qué? A ver, E13

Nota de campo: Acá, al contrario de otras intervenciones, la ET propicia la fundamentación al preguntar ¿por qué?, porqué dice mari kiñe más. Esto nos da indicios que con capacitación y trabajo colaborativo entre profesores y educadores tradicionales, los ET podrían ser un gran aporte.

10.- E13 (...) *Reqle* más

11.- ET (...) ¿*Reqle* más?, ¡ha!

12.- I (...) (Interviene) Hay que fundamentar las respuestas, hay tres respuestas, veamos quién tiene la razón. E7 dice *kayu*, seis más, E9 dice *mari kiñe*, once más y E13 dice reqle, siete más.

13.- I (...) Vamos a escuchar a E9 ¿por qué dices que hay mari *kiñe* más?

14.- E9 (...) De 16 para llegar a 27 son 11 (y cuenta mentalmente, luego se apoya con los dedos), hay once, faltan once para llegar a 27

Nota: cuando E9 comienza a contar mentalmente y apoyada con sus dedos, el curso comienza a contar desde 16 en español en voz alta, pero algunos se pasan 28, 29...

15.- ET (...) ¡No! (un no largo), hasta 27 no más, ¿cuánto más se le agregaron?

16.- PM (...) A ver, vamos a tener que contar otra vez parece

Nota: La investigadora propone a los profesores que se les entregue el material concreto, estrellas de goma para que resuelvan y puedan fundamentar su respuesta al decir quién de sus compañeros tiene la razón y porqué. Interesante, el problema que se plantean los niños en la diapositiva se transfiere al curso, ya nadie se recuerda lo que decían los niños de la diapositiva sino que todos quieren saber quién de sus compañeros, en la clase, tiene la razón.

PM (...) Vamos a tener que pasarle estrellas a todos

I (...) Si, no hay problema, alcanzan las estrellas para todos.

Configuración didáctica 12 (Monitoreo trabajo individual y grupal)

1.- ET (...) Cuenten primero dieciséis, un grupito de 16, *kiñe pichi trokiñ mari kayu* (un pequeño grupo de dieciséis) y le agregamos para llegar a veintisiete, *epu mari reqle*

Nota de campo: En esta instrucción se está dando el procedimiento para resolver. Nuevamente se rompe el contrato didáctico.

Comienzan a contar, algunos niños preguntan qué deben hacer. En este espacio tiempo la investigadora recorre los puestos de los estudiantes junto al PM y la ET, para guiar a los estudiantes. La mayoría comienza contando un primer grupo de 16.

2.- PM (...) ¿Cuál era el primer número? (pregunta a la estudiante E15 y responde correctamente en español “dieciséis”), ya, cuenta 16 y después ¿se suma? (la estudiante no responde a esa pregunta), cuenta hasta llegar a veintisiete, eso se suma

Nota: El estudiante E7 tiene dos grupos en su mesa y le dice a la investigadora (...) ¡me equivoque! (con un largo e). La investigadora no se percata de que el E7 está diciendo que se equivocó en su respuesta anterior, pues ella cree que le está diciendo que se equivocó al contar los grupos que tenía en su mesa y le responde, “no importa cuenta nuevamente”.

La mayoría de los niños cuenta un grupo de 16 y le agregan hasta llegar a 27. El E1 cuenta 27 y le saca 16 y cuenta lo que queda.

3.- E9 (cuenta un grupo de 11) (...) aquí hay once y le voy a sumar todo lo otro, o sea, tengo 16 y le sumo once y cuento cuánto es. Aquí tengo los once y ahora voy a contar dieciséis y después cuento todo

4.- E7 (...) (Dice nuevamente en voz alta cuando la investigadora pasa por su mesa) ¡Me equivoque!. Aquí hay dieciséis y aquí once, en total son veintisiete (Nota: cuenta desde 16 hasta llegar a 27). ¡Agregue once!

5.- I (...) Espera, un momento (La investigadora estaba asistiendo a otro estudiante cerca de E7 y observó lo que hacía, pero le respondió que iría a su puesto)

6.- E7 (...) Tía ya sé (se dirige a la investigadora)

Nota: En ese momento la I se da cuenta que anteriormente cuando este estudiante le decía ¡me equivoqué!, se refería a que se había equivocado en su respuesta. Entonces la I se detiene en el puesto de E7

7.- E7 (...) Aquí hay veintisiete

8.- I (...) ¿Cuántas más que antes?

9.- E7 (...) *Mari kiñe* (11)

10.- I (...) ¡Muy bien!

Nota: El E7 es un estudiante talentoso, es rápido, comprende rápidamente las instrucciones, reconoce sus errores, le gustan los desafíos, su memoria a corto plazo es rápida, retiene información y la utiliza al instante.

Nota: El PM refuerza constantemente a los niños diciendo ¡muy bien! y la ET refuerza constantemente el conocimiento en mapuzugun.

11.- E10 (...) Tía yo completé 27

12.- I (...) Niñas, miren acá y veamos qué hizo el compañero...

13.- E10 (...) Aquí tengo once y acá 16 y complete 27.

14.- I (...) Entonces, ¿cuántas más tienes en veintisiete?

15.- E10 (...) ¡Mm! (se queda en silencio frente a la pregunta)

16.- I (...) ¿Cuántas agregaste?

17.- E10(...) ¡once!

Nota de campo: En el monitoreo de la investigadora, observa que la mayoría de los estudiantes tiene problema para entender la pregunta ¿cuántas más?, porque al preguntarle ¿cuántas agregaste?, responden más fácilmente. Esto está marcado por la instrucción de la ET al inicio de la actividad y da cuenta que no es habitual para ellos responder a preguntas tales como: cuántas más, cuántas menos, etc. Al inicio, cuando se plantea la pregunta ¿cuántas estrellas más hay ahora que antes?, ningún estudiante levantó la mano, ni dio una respuesta. La respuesta correcta, salió automáticamente cuando la ET reformula la pregunta diciendo ¿cuántas más se le agregó a dieciséis para completar veintisiete?

22.- E9 (...) Aquí tengo once y estas son dieciséis, tengo dieciséis y le sumo once me dan veintisiete.

Nota: E9 tiene 8 años y ayuda a su compañera, dice que le cuesta, la investigadora le pide contar a la E8, que cumplirá los 7 años en unas semanas, y cuenta correctamente hasta 10. Cuando llega a diez, se pasa al 20, E9 le corrige once y le cuesta seguir el conteo, no recuerda la secuencia numérica en español. Entonces, con la ayuda de E9 siguen contando once, doce, etc.. Luego al llegar a 16, la investigadora le dice ahora sigue contando desde 16 hasta llegar a 27, la E8 sigue pero se equivoca y E9 la corrige y con la ayuda de E9 logra llegar a 27 y separa las 16 para contar las que quedaron y responde once.

(Esta estudiante está muy disminuida, es muy tímida, se distrae con facilidad y la compañera, E9, le ayuda mucho, demasiado, al punto que termina resolviendo el problema por ella.

Tiempo de compartir resultados (Se pide a los estudiantes poner atención)

23.- ET (...) Ahora poner atención, ¿Quién tenía la razón?

Investigadora recuerda las proposiciones de los tres estudiantes.

24.- ET (...) ¡Ya!, ¿quién tenía la razón?

25.- GC (...) La E9

26.- ET (...) ¡Muy bien!, E9 tenía la razón.

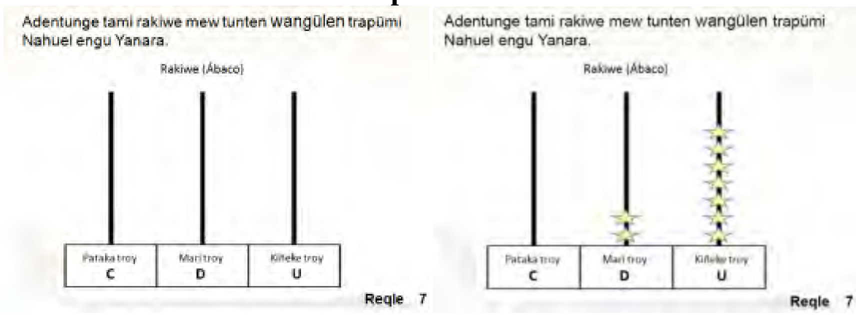
Episodio 4 (Desarrollo de la clase)

El episodio 4 se trabaja con las diapositivas 6, 7 y 8 con las que se busca, primero, responder a las preguntas ¿cuántas decenas hay en la imagen (27)?, ¿cuántas unidades hay? Luego, se busca dos formas de representación, en el ábaco magnético y en la tabla posicional. Se confirman las respuestas de los estudiantes mostrando en las diapositivas las respuestas correctas.

Diapositiva 6

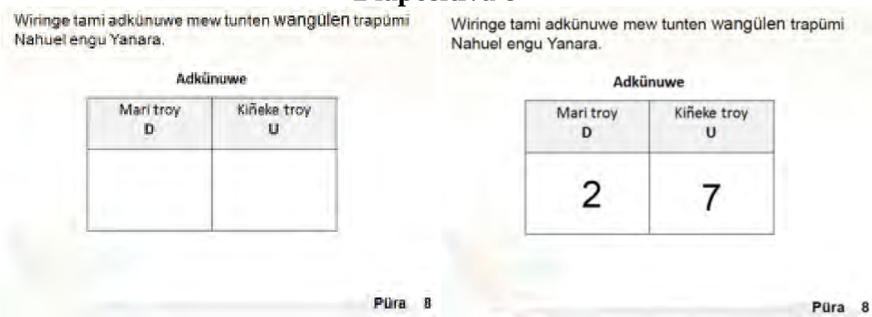
Ahora responde
¿Cuantas decenas de estrellas hay?
¿Cuántas unidades de estrellas hay?

Diapositiva 7



Representa en el ábaco cuántas estrellas juntaron Nahuel y Yanara.

Diapositiva 8



Representa en el tablero posicional cuántas estrellas juntaron Nahuel y Yanara.

Configuración didáctica 13

1.- PM (...) No están escuchando. *Tunten mari txoy*?, ¿qué está preguntando ahí?, ¿se acuerdan qué era *mari txoy*?, ¿quién se acuerda?, ¿E17?

2.- E17 (...) Las decenas (E17 habla muy bajo, no se escucha)

3.- ET (...) *¿tunten mari txoy wangülen müley*?, ¿cuántas decenas de estrellas hay?

4.- E6 (...) (Repite la respuesta de E17) las decenas (habla fuerte, es el niño más inquieto de la clase)

5.- PM (...) Las decenas.

6.- ET (...) (Repite) *tunten mari txoy wangülen müley*?, ahora, juntando los dos grupos, dieciséis y once, ¿cuántos *txoy* hay?, *mari txoy*, ¿cuánto *mari txoy?, ¿kiñe o epu?*

7.- E1 (...) *Epu*

8.- ET (...) ¡Sí! (un si largo).

9.- E6 (...) *Kiñe*

10.- ET (...) *Epu mari txoy ka reqle txoy, epu mari txoy reqle txoy*, ¿sí o no?

11.- ET (...) ¿Dos veces diez son?

12-- GC (...) Veinte

13.- ET (...) Veinte, *epu mari troy ka reqle troy*, veinte más siete en mapuzugun

La investigadora plantea comprobar las respuestas y muestra en las diapositivas el agrupamiento de dos grupos de 10, quedando sueltas 7.

14.- ET (...) Ahí están los dos grupos, ahí se juntaron y eso fue lo que dio.

La investigadora al mostrar el agrupamiento nombra un grupo de diez, *kiñe*, y dos grupos de diez, *epu. Epu mari txoy* y ¿cuántas quedaron sueltas?

15.- ET (...) Si, ¿las sueltas son?

16.- E7 (...) Siete unidades

17.- ET (...) Siete, *reqle*. *Reqle* unidad son los *mari txoy, reqle txoy*, que diga, y los *mari txoy* son las decenas, ¿ya?, ¿*feley*?

18.- GC (...) *Feley*

19.- ET (...) ¿Entendieron bien?

20.- GC (...) Si (un si largo).

21.- ET (...) ¿A alguien le quedo alguna duda?

22.- GC (...) No (un no largo)

Nota: los estudiantes tienden a distraerse con el material concreto, entonces, se les pide dejar de jugar con las estrellas porque se distraen. Esto denota que no acostumbran a trabajar con material concreto, porque su impulso es a jugar con el material.

23.- E9 (...) (Pide la palabra) Ahí habían siete sueltas y no habían diez.

24.- ET (...) ¡No!, eran veintisiete. Por eso *epu mari* significa veinte y *epu mari reqle* significa 27 y los *reqle* son las unidades que están sueltas y los epu mari son las decenas.

25.- GC (...) (Repiten en mapuzugun) *Reqle*

26.- ET (...) *Reqle txoy*, unidades. Acá (indica las decenas en el tablero magnético), *epu, epu mari txoy.*

27.- PM (...) A ver, si tenemos el dos en las decenas ¿cómo es mapuzugun?

28.- E7 (...) *Epu mari txoy*

29.- PM (...) ¡Bien!, porque tenemos (muestra las estrellas en la barra del ábaco) *kiñe*, *epu mari txoy*. Ahora en el tablero posicional. La E9 pasa adelante a ubicar los números en el tablero

Nota: La estudiante pasa adelante y ubica correctamente los números.

30.- ET (...) Este tablero lo llamaremos *rakiwe*, el ábaco.

31.- PM (...) Qué números puso

32.- E9 (...) El dos y...

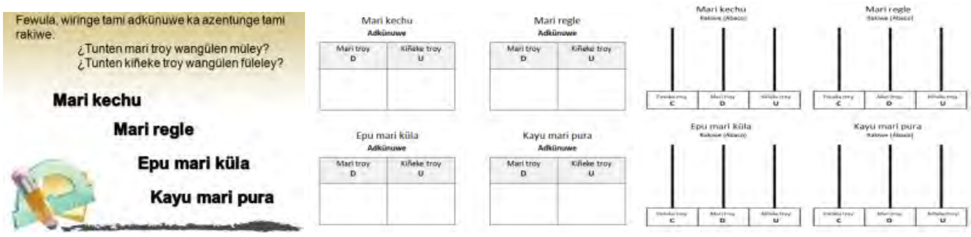
33.- PM (...) Estamos en mapuzugun, dígamelo en mapuzugun, un epu y ¿un?

34.- E9 (...) Un *reqle*

35.- PM (...) ¡Bien!

36.- ET (...) ¡Muy bien mi niña!

Episodio 5 (Trabajo individual de carácter evaluativo hacia el final del desarrollo de la clase)



Ficha de trabajo 1. Representa los números escrito en mapuzugun.

En esta ficha de trabajo se presenta a los estudiantes cuatro números en mapuzugun y ellos deben representar simbólicamente en el ábaco y tabla de posición pictóricos, las unidades de primer y segundo orden involucradas en las palabras numéricas en mapuzugun. Se apoya con la última diapositiva para que los profesores expliquen la actividad.

Configuración didáctica 14

1.- ET (...) Haremos un trabajo individual.

Se les entrega las fichas de trabajo.

2.- E1 (...) ¿Es una prueba?

3.- PM (...) ¡No!, es para practicar lo que aprendimos hoy.

4.- ET (...) Lo primero es poner tu nombre, ahí dice poner tu nombre

5.- PM (...) A ver, ¿qué significaba *ugli*?, la fecha dice la E15

6.- E18 (...) ¡Nombre!

7.- PM (...) Nombre, ¡muy bien E18! (el PM constantemente refuerza a los estudiantes positivamente)

8.- PM (...) ¡Ah! (un ah largo), *chilkatufe* son ustedes. *Chilka* viene de libro y junto *chilkatufe* significa el que estudia los libros. Entonces, ustedes son los que saben leer bien, por eso *chilkatufe*.

Configuración didáctica 15

1.- PM (...) Entonces la actividad que tenemos que hacer acá, es escribir los números, ¿cierto? (profesor pregunta a la investigadora lo que hay que hacer, ésta le explica y él lo transfiere a los estudiantes, ya que el PM tampoco lee mapuzugun)

2.- PM (...) Niños acá arriba, (muestra la ficha) abajo de *ugli*, aquí dice *mari kechu*. ¿Todos leyeron *mari kechu*?

Nota, el profesor monitorea que todos estén en mari *kechu*, les pregunta si lo encontraron y los asiste.

3.- PM (...) ¿E12 lo encontrarte?

4.- E12 (...) Si

5.- PM (...) ¡Bien!

6.- PM (...) *Mari kechu* es un número, ¿ya?

7.- E7 (...) Es el quince

8.- PM (...) ¿Ese número es?, ¡ya!, E7 lo dijo antes. Es el quince, pero vean, ¿*mari kechu* es el quince o no es el quince?, ¿tenía razón E7?, ¿E12 tenía razón E7?

9.- E12 (...) Si

10.- PM (...) ¡Ya!, ese número lo tienen que hacer aquí abajo (indica en la ficha la representación pictórica de la tabla posicional), en los cuadritos, pero repartiendo las decenas que contiene ese números y las unidades. ¿Entendieron?, ¡ya! vamos a usar a E7 de ejemplo.

Nota: Un niño comenta en voz alta, ¡ya salió el E7! Esto denota que el E7 siempre participa y los profesores no controlan la participación de todos los estudiantes. Esta exclamación sobre el estudiante E7 no es por su participación en esta clase, es algo acumulativo, es decir debe pasar en todas las clases. Ya se comentó anteriormente que el E7 es un estudiante aventajado.

11.- PM (...) Listo. *Mari kechu* ¿cuántas unidades tiene? (se dirige a E7)

12.- E7 (...) Una

13.- PM (...) ¿Por qué tiene una unidad?

14.- E7 (...) Porque es diez

15.- PM (...) Porque tiene diez, ¿más el ....?

16.- E7 (...) Cinco

17.- PM (...) Cinco, a ver y ahí ¿no alcanzamos otra unidad?, ¿cierto?, ¿qué sería ese cinco?

18.- E7 (...) Unidades

19.- PM (...) Unidades

20.- E6 (...) Y decenas

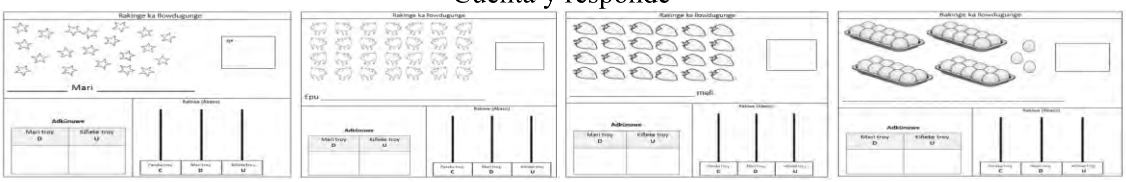
21.- E7 (...) Y decenas

22.- PM (...) Si y decenas

Comienzan a trabajar en forma individual y se monitorea el trabajo, acá se producen varias configuraciones didácticas entre los estudiantes y los profesores de manera individual o en pequeños grupos.

Luego se utilizan cuatro fichas en las que se presenta a los estudiantes una colección de elementos que deben contar, luego representar de tres formas distintas: en lenguaje simbólico matemático con un número de dos cifras; luego en la tabla posicional pictórica, indicando las unidades de primer y segundo orden; prosigue la representación de la cantidad en el ábaco pictórico; finalmente escribir el número en lenguaje verbal en mapuzugun.

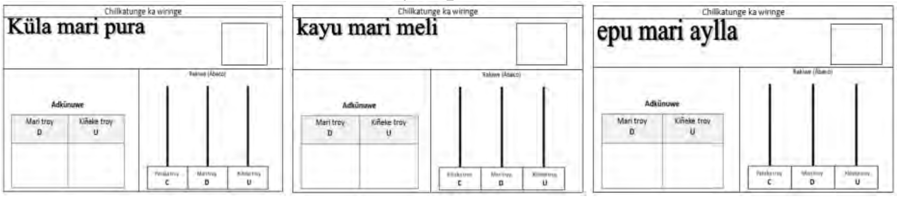
Cuenta y responde



Fichas de conteo y representación.

Finalmente se presentan tres fichas en las cuales se les presenta a los estudiantes tres números en mapuzugun, ellos deben representarlos en lenguaje verbal español, en lenguaje simbólico matemático, en la tabla de posición pictórica y en el ábaco pictórico.

Lee y representa



Fichas de representación de lenguaje verbal a otras formas de representación trabajadas.

Configuración didáctica 16

Nota: El E7 lo hace fácilmente, la investigadora le pregunta:

1.- I (...) En *mari kechu* ¿cuántas dibujas en la unidades?

2.- E7 (...) Cinco

3.- I (...) ¿En las decenas?

4.- E7 (...) Una

5.- I (...) ¡Bien!

Configuración didáctica 17

1.- PM (...) E2, ya mira aquí. Mari pelotitas, ¿diez cierto?

2.- E2 (...) Si

3.- PM (...) ¿E2, pero *mari kechu*?, *kechu* significa 5, ¡ya! No importa que no te sepas los números, *mari* es un grupo de diez, es decir, decena y *kechu* son cinco, no alcanza a *mari*, entonces son unidades. Una decena tiene diez y *kechu* ¿cuántas unidades?

4.- E2 (...) cinco

5.- PM (...) Hay que poner los números en decenas y unidades

Nota de campo: Hay muchas dudas sobre qué hacer y cómo hacer, se vislumbra que no están acostumbrados a trabajar con ábaco ni tablero posicional pictórico, lo encuentran difícil y más aún si agregamos la dificultad del mapuzugun. La lengua en la clase de matemática ha sido un nuevo aprendizaje para los estudiantes, pues ellos no demuestran ser hablantes de su lengua materna.

Configuración didáctica 18

1.- E4 (...) ¿Aquí hay que hacer algo? (indica el ábaco). Está muy difícil, ¿aquí no entiendo?

2.- E4 (...) ¡No entiendo!

3.- I (...) ¿qué te dice mari *kechu*?

4.- E4 (...) El uno y el cinco, pero ¡no! (un no largo) este de abajo (indica *epu mari küla*)

5.- I (...) Lo mismo, pero ahora dice *epu mari küla*

6.- E4 (...) ¿*Epu mari küla*? (pone cara de interrogación y luego de pensar)

7.- I (...) Si, *epu mari küla*

8.- E4 (...) Pero entonces ¿son tres números?

Nota de campo: no captan la estructura de las palabras numéricas en mapuzugun. Acá cabría preguntarse ¿el aprendizaje previo del sistema de numeración oral en español, podría ser un obstáculo, en términos de Brosseau, para el aprendizaje de la estructura matemática de las palabras numéricas en mapuzugun.

9.- I (...) Si, hay tres números en la escritura, pero indican una cifra de dos números. Primero *epu mari*, ¿cuánto es *epu mari*?

10.- E4 (...) *¿Epu mari*?, ¿veintiuno?

11.- I (...) *Epu mari*, dos de diez.

12.- E4 (...) *Mari, mari, epu, kula. ¡Mari epu kula*!. ¡ah!, no sé. ¡Doscientos!, ¡ah!, no sé.

13.- I (...) Cien es *pataka*, si fuera doscientos diríamos *epu pataka* (E4 hace gesto con su cara de interrogación), pero dice *epu mari*. En la pizarra hay *epu mari reqle*, veintisiete.

14.- E4 (...) *Epu mari küla*

15.- I (...) Si, ahora es *epu mari kula*, ¿a qué número corresponde?

16.- E4 (...) ¡Mm! (un “m” largo y no contesta)

La investigadora hace un alto para recordar la estructura de los números mapuche.

Configuración didáctica 19

1.- ET (...) *Epu mari kula*, ¿cuánto es?

2.- I (...) Acá habían *epu mari reqle* (indica el tablero posicional magnético) y ahora *epu mari kula*.

3.- E9 (...) ¡Veintitrés!

4.- ET (...) ¡No!, *epu mari y kiñe mari* es diez y otro *kiñe mari* serian veinte y se dice *epu mari* y más le ponemos *kiñe epu kula,* seria *epu mari kula*.

5.- E4 (...) Entonces es veintitrés

6.- ET (...) ¡Muy bien!, es veintitrés.

Nota: En este diálogo la ET no capta que la respuesta de la E9 estaba correcta y le responde que No y prosigue con su exposición, que no fue del todo clara. El E4 luego dice la misma respuesta que la E9 y ahí la valida como correcta la ET.

El PM comenta a I que a los niños les cuesta porque no saben qué número es, le pregunta si puede escribirles el número para que hagan el ejercicio, por ejemplo *mari kiñe* es 11. La investigadora le responde que ellos conocen mejor a los estudiantes, por lo tanto ellos pueden evaluar los casos en que consideran pertinente decirles el número.

Configuración didáctica 20

1.- E4 (...) Ahora la de abajo tengo un problema

2.- I (...) *¿Kayu* qué número es?

3.- E4 (...) Seis

4.- I (...) Entonces, *¿kayu mari* cuánto es?, si *epu mari kula* es veintitrés. Ahora escucha: *kiñe mari* es diez, *epu mari* es veinte, *kula mari* treinta,...., entonces *¿kayu mari* es?

5.- E4 (...) ¡No!, pero *kayu mari pura*, ¿qué significa pura?

6.- I (...) Ok. *Pura* es ocho, entonces, *¿kayu mari* ocho es?

7.- E4 (...) Entonces es ¿sesenta y ocho?

8.- I (...) ¡Muy bien!, sesenta y ocho

Configuración didáctica 21

El PM le comenta a la investigadora, “tienen que saber la numeración en mapuzugun”, como no la saben les cuesta más.

1.- E9 (...) *¿Kayu* mari pura?

2.- I (...) *kayu* es seis, mari diez y pura ocho, entonces *¿kayu mari pura* es?

3.- E9 (...) ¡Sesenta y ocho!

4.- I (...) ¡Muy bien!

Configuración didáctica 22

En el episodio anterior observamos que la E8, compañera de banco de E9, tiene dificultades para desarrollar las tareas. De acuerdo a la información de E9 le cuesta. Por ello, intentamos guiarla y ver qué sucede con una tutoría personalizada.

1.- I (...) Ya sabe que *kayu* mari pura es sesenta y ocho, ahora escriba el número sesenta y ocho. ¿Sabes escribir con números el sesenta y ocho?

2.- E9 (...) Tía hay que decirle los números. No sabe.

3.- I (...) Bueno. Pero ahora deja que ella me responda, ¿te parece?

4.- E9 (...) Si tía.

5.- I (...) Ahora, en el sesenta y ocho ¿cuántas decenas hay?

6.- E8 (...) Seis

7.- I (...) ¿En las unidades?

8.- E8 (...) El ocho

9.- I (...) ¡Muy bien! Escríbalos.

10.- I (...) Ahora, estos números los debes representar en ábaco. Debes dibujar las estrellas en las unidades y las decenas. Has el primero, *mari kechu*, ¿cuántas dibujará en las unidades?

11.- E8 (...) Cinco

12.- I (...) ¡Bien!, y ¿en las decenas?

13.- E8 (...) Uno

14.- I (...) ¡Muy bien!, ahora puedes seguir con el siguiente.

Nota: A la E8 se le debe nivelar. Está muy disminuida en el aprendizaje, sin embargo, al guiarla con preguntas de manera individual logra dar con las respuestas correctas. Con una buena atención la niña puede lograr el aprendizaje para el nivel. Es muy tímida, habla muy bajo, no pregunta, entonces este tipo de niño pasa desapercibido en clase y no es atendido como se debe, más aún cuando hay algunos estudiantes aventajados que no se les ha guiado bien en su forma de participación en grupo. Además, la ubicación de la niña en el grupo curso no es la más adecuada, debiera estar adelante, sentada con un estudiante medianamente superior que sea un soporte para la interacción y no que le realice la tarea. Esta niña se queda con las dudas, aún cuando con la ayuda de su compañera tiene las respuestas correctas. La investigadora la observó y atendió y la niña algo logró hacer correctamente, sin darle la respuesta. Muchos de estos estudiante son derivados a los programas de educación diferencial por problemas de aprendizajes, porque lo primero que se diagnóstica es que el estudiante tiene problemas, pero no se estudia el estudiante en su contexto de aprendizaje, ni las metodologías de gestión de aula.

15.- E9 (...) Tía, ¿sabe porqué me siento con la E8?

16.- I (...) No, ¿por qué?

17.- E9 (...) Porque la tía me dijo que la ayude, porque yo era la mejor amiga de la E8.

Nota: Los profesores no pueden endosar la responsabilidad de enseñar a los estudiantes, acá la E9 se siente responsable de que su compañera aprenda o, mejor dicho, que realice la tarea correctamente, aun cuando ella deba hacerle el trabajo. Faltan mayores conocimientos sobre estrategias de aprendizaje, como por ejemplo “el grupo de expertos”. El grupo de expertos, convierte a todos los estudiantes en expertos, es una excelente estrategia para que todos los estudiantes aprendan.

Configuración didáctica 23

1.- ET (...) *Kayu mari* es seis veces diez, cuenta diez, veinte, treinta, cuarenta, cincuenta, sesenta, sesenta y tres (le dice E15)

2.- ET(...) *Mari kechu*, una decena y cinco unidades (le dice a E14)

Nota: la ET tiende a dar la respuesta, se nota su falta de preparación pedagógica. También regula bastante a los estudiantes a que se respeten y refuerza siempre la lengua mapuzugun.

3.- PM (...) ¡Ha, ya!, pero lo que tienes que hacer es contar el total y ¿cuánto es?, ¡ya!, ahora escribe en mapuzugn *epu mari*, el veinte significa *epu mari*, *epu* es dos. Luego hay que dibujarlo aquí (indica el ábaco pictórico) y luego escribir cuántas decenas y cuántas unidades aquí (indica el tablero pictórico). ¡Bien! (dirigiéndose a E1)

4.- ET (...) *Epu mari kula sanwe*, escriba (le dice a E16)

5.- PM (...) ¡Se puede hacer materiales para enseñar matemática en mapuzugun! Eso falta acá, más compromiso con la cultura. Acá todo lo que sea mapuche lo cargan a la asignatura del mapuzugun.

6.- ET (...) Ahora ponemos *epu* decenas y pura unidad (le dice a E18)

Nota: la mayoría de los niños tienden a contar uno a uno, E4 suma de manera iterada las potencias de 10.

Nota de campo: Ningún niño sabe escribir los números en mapuzugun, a todos los niños hay que ayudarles con la escritura.

7.- E7 (...) ¿Cómo se dice cuarenta en mapuzugun?

8.- ET (...) *Meli mari*

9.- E7 (...) *Meli mari* (escribe en su hoja *meli mari* correctamente)

Nota: El E6, compañero de E7, es un niño que aprende rápido, su problema es la atención e hiperactividad. Sin embargo, si trabajas con él y le guías con preguntas él piensa y responde. También logró muchas cosas de manera individual, pero en lo grupal tiende a distraerse, responder antes, es decir, le cuesta concentrarse.

Configuración didáctica 24

1.- I (...) Si hay veinte, ¿cuántas decenas hay?

2.- E6 (...) Dos (escribe 2 decenas y 0 unidades en la tabla).

3.- I (...) Ahora en el ábaco cuántas dibujas en las decenas

4.- E6 (...) Aquí dos y aquí cero (indicando el cero en la unidad)

5.- I (...) ¡Excelente!

Configuración didáctica 25

1.- E9 (...) ¡Aquí es *mari reqle*!, pero al dibujar ¿dibujo diez?

2.- I (...) ¿En mari kechu, cuánto hay en la decena?

3.- E9 (...) Diez

4.- I (...) ¿ese es el diez? (le indica el uno en la decena).

5.- E9 (...) ¡No!, es el uno. Pero *mari* es diez, ¿dibujo diez?

Nota de campo: En estas preguntas se nota cierta confusión, quizás producto del mapuzugun que no discrimina entre diez y decena; también, podría ser que aún no comprenden porqué al llegar a 10 se escribe uno y cero, al parecer creen que es un nuevo número y no se aprecia la comprensión del principio de agrupamiento posicional.

6.- I (...) ¿Cuántos de mari hay en *mari kechu*?

7.- E9 (...) ¡ah! (un ah largo), uno. Ya entendí. ¡En ninguno hay centenas!

8.- I (...) Efectivamente, no hay centenas.

Configuración didáctica 26

1.- I (...) ¿Cuántas decenas hay ahí? (indica *mari kechu*, quince)

2.- E10 (...) Una

3.- I (...) Entonces dibuje las decenas ahí (indica el ábaco pictórico) y ¿cuántas unidades?

4.- E10 (...) Cinco

5.- I (...) Entonces dibuje las unidades (indicando el ábaco)

Nota de campo: El E10, confunde las decenas y centenas, Entonces podemos inferir dos explicaciones: una es que al estar escrito en mapuzugun y no lo conoce ni lo lee ni lo habla, no puede identificar qué hacer y cómo hacer. Otra, es que al ver tres barras, en el ábaco pictórico, comienza a establecer de izquierda a derecha, desde su visión el mismo orden de la tabla pictórica, que solo tiene dos posiciones, D y U. Entonces, la decena la ubica en la barra de la centena en el ábaco. Esto denota también poco trabajo sobre el agrupamiento y el valor absoluto del dígito, es decir, falta profundizar en la enseñanza del sistema numeral en español. Los niños creen que el 10 es un dígito del sistema, es decir, no parecen comprender que el diez es uno y cero y se forma porque no hay digito para ese cardinal en el sistema. Entonces, al no comprender el sistema posicional no establecen conexiones, algunos intentaban dibuja 10 círculos en una barra del ábaco. También se aprecia la falta de trabajo concreto y pictórico, porque todo era muy llamativo para ellos, aun cuando la tabla la han visto en los libro de texto en matemáticas.

6.- I (...) Ahora, *kayu mari pura* (E10 cuenta con los dedos)

7.- E10 (...) ¡*Kayu* es seis!

Nota: Un elemento fundamental, es que no conocen los números en mapuzugun lo que les dificulta el trabajar de manera autónoma.

8.- I (...) ¿Pura, cuánto es?

9.- E10 (...) ¿Diez, nueve?

10.- I (...) Cuenta (E10 cuenta con los dedos de la mano)

11.- E10 (...) Ocho

12.- I (...) ¡Bien!

Configuración didáctica 27

1.- E19 (...) ¿Qué se hace aquí? (señala el ábaco pictórico)

2.- I (...) Lo mismo que en la tabla pero dibujas las cantidades. ¿Cuántas decenas hay y cuántas unidades?

3.- E19 (...) Cinco

4.- I (...) Entonces dibujas en la barra de las unidades del ábaco

5.- E19 (...) ¿Estrellas?

6.- I (...) Lo que te sea más fácil, pueden ser rayitas, estrellas, pelotas...

Nota: Esta estudiante y su compañera no asocian las barras del ábaco pictórico a las unidades y decenas de la tabla pictórica.

7.- I (...) Parece que aquí hay un error, veamos. Si es *kayu* ¿cuántas decenas son?, puedes contar desde *kiñe*

8.- E19 (...) *kiñe, epu, ... kayu* (Cuenta con sus dedos hasta *kayu*). ¡Seis!

9.- I (...) ¿Y pura?

10.- E19 (...) (La niña sigue contando desde *kayu*) ¡Ocho!

11.- I (...) ¡Bien! Ahora continúen ustedes.

Nota: lo que más les costó es el uso del ábaco y la tabla posicional pictóricos, porque a pesar de que lo hicieron muchas veces, cada vez que se enfrentaban a ello preguntaban qué debían hacer, con excepción del E7.

Episodio 6 (Metacognición y despedida. Tiempo didáctico: Cierre de la clase audio)

Configuración didáctica 28

1.- PM (...) Vamos a cerrar, metacognición

2.- PM (...) ¡Todos en sus puestos y callados! E4, ¿qué aprendieron hoy? E9, yo sé que tú sabes, pero quiero escuchar a otra persona. A ver, quiero escuchar a E12.

3.- E12 (...) Yo aprendí como se puede contar en mapuzugun

4.- PM (...) ¡Muy bien!, como se puede contar en mapuzugun, si ¡muy bien! E15 ¿qué aprendió?

5.- E15 (...) Hacer matemática en mapuzugun

6.- PM (...) ¡Bien!, hacer matemática en mapuzugun. ¿E2?

7.- E2 (...) Contar

8.- PM (...) Si, contar números en mapuzugun. Recuerden toda la clase, las estrella... Haber ¿E9?

9.- E9 (...) Aprendí a contar en mapuzugun

10.- PM (...) ¡Ya!, aprendió a contar en mapuzugun, piensen en otra cosa. ¿E14?

11.- E14 (...) A pronunciar números en mapuzugun

12.- PM (...) ¡Ya!, a pronunciar números en mapuzugun. Si, ¡bien!. Ahora E20

13.- E20 (...) A escribir en mapuzugun

14.- PM (...) E9 ya habló, ahora quiero escuchar a E4

15.- E4 (...) A sumar en mapuzugun

16.- PM (...) A sumar en mapuzugun. E7 toma asiento. A ver, están hablando y no están escuchando. A ver, ¿qué es lo que más les gusto?, ahora los que no han hablado. ¿E11, qué le gusto más de la clase?

17.- E11 (...) La actividad

18.- PM (...) La actividad, ahora E3. Guarden silencio porque E3 habla bajito y quiero escucharla

19.- E3 (...) A contar

20.- PM (...) ¡Bien!, eso le gusto, a contar en mapuzugun. Ya, E1

21.- E1 (...) Hacer la tarea

22.- PM (...) ¡Bien!, hacer la tarea

23.- PM (...) Ya E9

24.- E9 (...) Me gustó conocer una tía nueva y hacer las tareas con estrellas

25.- PM (...) ¡Bien!, conocer una nueva profesora y trabajar con las estrellas. Pero, no quiero dar yo la respuesta, haber ¿qué más hicimos?, ¿E2?

26.- E2 (...) De las unidades y las decenas

27.- PM (...) ¡Muy bien!, unidades y decenas. ¿Quién lo había hecho antes?, nadie lo había hecho, ¿se imaginaron hacerlo en mapuzugun?

28.- GC (...) ¡No! (un no largo)

En este espacio tiempo se pierde el momento de cierre e institucionalización, pues los estudiantes están muy inquietos, preocupados de guardar sus cosas para salir de clases. Son las 15:30 horas y se siente el timbre que indica la salida, entonces el PM cierra ahí la clase.

Se despide la investigadora, se les agradece a los niños y profesores.

PM (...) Nos despedimos niños. *Peukallal pichike che*

GC (...) *Peukallal*.

ANEXO 9

HDS en la aplicación final

1. ‘La mayoría de los estudiantes demuestran no conocer la secuencia numérica en mapuzugun o dicho de otro modo, no demuestran tener como conocimiento previo del conteo transitivo en mapuzugun’.
2. ‘La mayoría de los estudiantes aun no es bilingüe, español y mapuzugun’.
3. ‘El PM, propicia la argumentación de los estudiantes’.
4. ‘Algunos estudiantes reflexiona y argumentan sus respuestas en español’.
5. ‘Los estudiantes no descifran los signos lingüísticos para interpretar la cantidad en lenguaje mapuzugun e interpretarlo en lenguaje simbólico y representarlo en artefacto pictórico’.
6. ‘Muchos estudiantes no comprende el significado de unidades ‘U’ y decenas ‘D’.
7. ‘Algunos estudiantes resuelven manipulando signos matemáticos (escritura simbólica del numero) y aplican sus reglas, entendiendo el significado’.
8. ‘Ningún estudiantes comprende la estructura de las palabras numéricas en mapuzugun ni en español, no tiene el conocimiento previo de que veintitrés es 2(10) +3, al igual que *epu mari küla* es 2(10)+ 3’.
9. ‘Algunos estudiantes reflexionan, cuestionan y debaten, haciendo que emerja un objeto de estudio estructura numeración oral mapuzugun’.
10. ‘Hay ruptura del contrato didáctico que no se restablecen’.
11. ‘Hay cambio de rol del ET de docente a discente’.
12. ‘En ocasiones el profesor detecta una dificultad y no se detiene a profundizar, al contrario endosa la responsabilidad al grupo curso’.
13. ‘La dinámica establece nueva norma sociomatemática, repetir a coro lo que la ET va haciendo’.
14. ‘No se utiliza el material concreto que se tiene o la pizarra para reforzar y recordar un conteo transitivo en mapuzugun’.
15. ‘En ocasiones los profesores prosiguen la clase y no sacan provecho de la respuesta de los estudiantes para profundizar o compartir conocimientos’.
16. ‘Refuerzan constantemente las respuestas correctas de los estudiantes’.

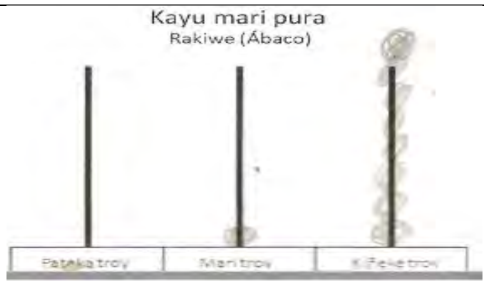
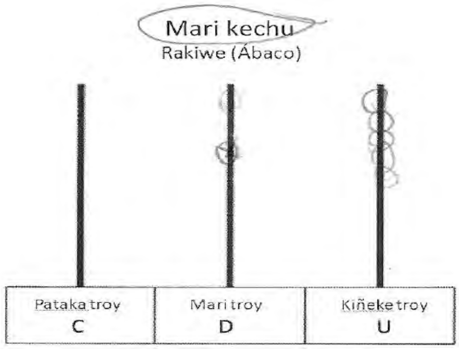
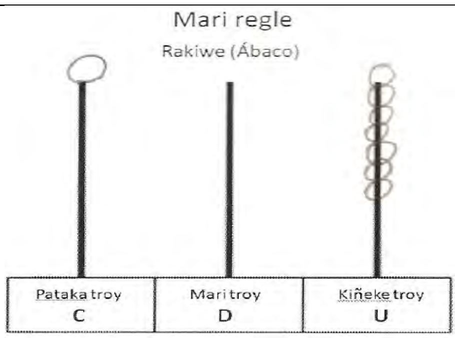
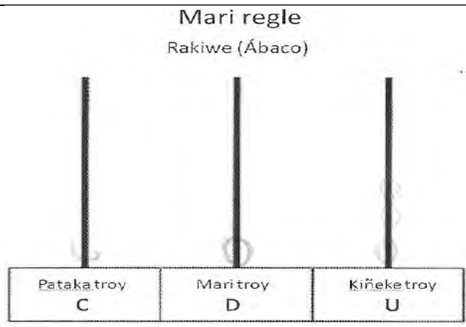
17. ‘Dupla pedagógica comprometida con la EIB y la transversalidad de lengua mapuzugun e intenta articulación’.
18. ‘Se promueve la lectura en mapuzugun y traducción al español’.
19. ‘Se promueve la asociación del mapuche *kümun* (conocimiento mapuche) al contexto de problematización matemática’.
20. ‘En ocasiones en la actuación del ET se evidencian los efectos Topaze y Jourdain’.
21. ‘En ocasiones en la actuación del PM se evidencia falta de conocimiento de matemático de ambas culturas’.
22. ‘No siempre se evidencia un contrato pedagógico’.
23. ‘En varias oportunidades los estudiantes hablan todos a la vez, no piden la palabra y muchas veces no se escuchan entre ello’.
24. ‘El estudiante asigna significado a lo que escucha y observa y los conecta con sus conocimientos previos’.
25. ‘La diversidad lingüística en el aula matemática favorece el aprendizaje, en tanto se ponen en juego significados personales e institucionales acoplados idóneamente’.
26. ‘Los estudiantes no asignan significados a la representación en ábaco y tabla posicional, concretos o pictóricos’.
27. ‘Algunos estudiantes cuentan en español y luego escribe el cardinal en lenguaje matemático y a partir de ahí desarrolla las dos formas de representación solicitadas’.
28. ‘No conoce las reglas de formación de las palabras numéricas en mapuzugun, en tanto cuando cambia de posición la palabra en relación a la potencia de diez, ésta se suma o multiplica a la potencia de 10’.
29. ‘En la cultura mapuche los niños aprenden haciendo, por tanto los adultos les indican cómo hacer para que ellos realicen la acción y aprendan a hacer’.
30. ‘No leer el mapuzugun, no conocer la numeración oral mapuche y su estructura, puede ser una dificultada o una ventaja para el aprendizaje’.
31. ‘No ser bilingüe español mapuzugun puede ser una dificultad o una ventaja’.
32. ‘Introducir el lenguaje mapuzugun en la clase de matemáticas fue más una ventaja que una dificultad’.

33. ‘Un *kimche* mapuche, conoce su cultura pero no tiene las competencias para articular el conocimiento que se enseña en la cultura escolar con el conocimiento mapuche’.
34. ‘Se puede revitalizar el mapuzugun si las escuelas son inmersas’.
35. ‘Los PM no están formados con conocimientos de la cultura y la lengua mapuche’.
36. ‘Los profesores y educadores tradicionales de distintas asignaturas no preparan clases juntos’.
37. ‘Los estudiantes no comprenden el significado de ‘cuántos más’ en español y por tanto no pueden responder a esta cuestión?.

ANEXO 10

Trabajo individual de los estudiantes en fichas 1, 2 y 3

Ficha 1 Aplicación Final

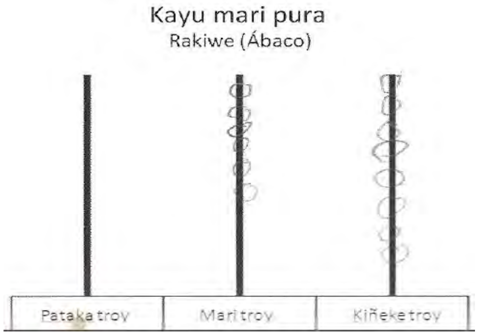
Nº	Representación posicional Ficha 1	
	Tabla posicional	Ábaco
E1		
E4		
E8		
E10		

E12

Kayu mari pura = 69

Adkünuwe

Mari troy D	Kiñeke troy U
6	8

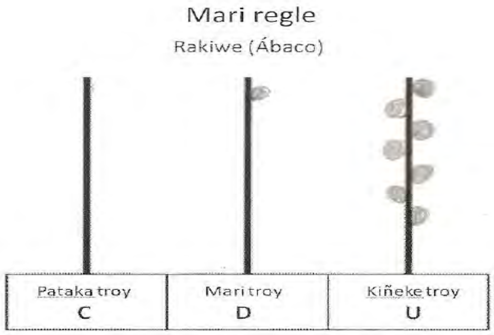


E14

Mari regle = 17

Adkünuwe

Mari troy D	Kiñeke troy U
1	7

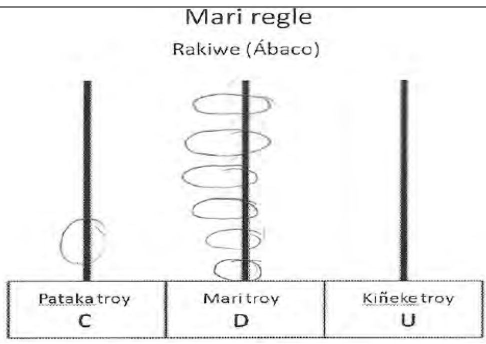


E16

Mari regle

Adkünuwe

Mari troy D	Kiñeke troy U
1	7

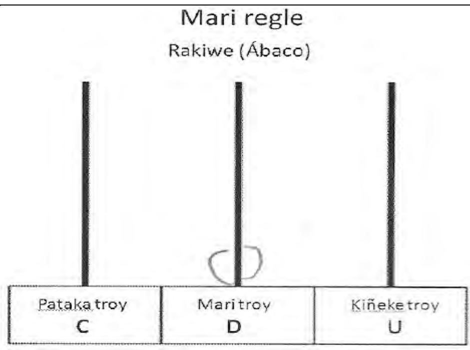


E17

Mari regle =

Adkünuwe

Mari troy D	Kiñeke troy U
1	8

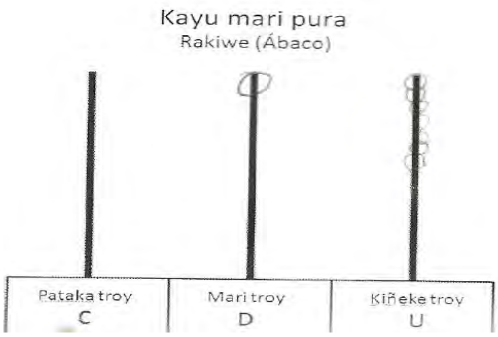


E19

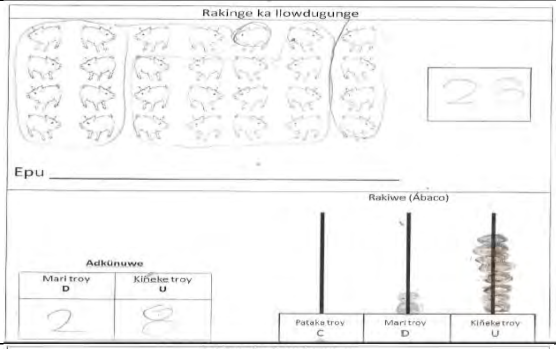
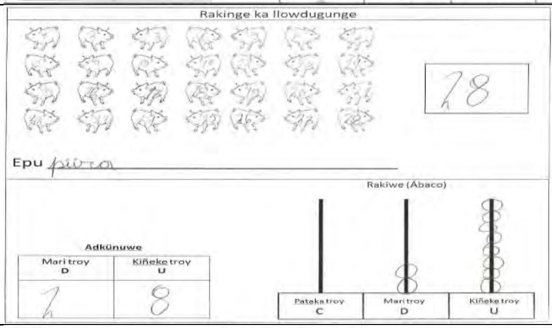
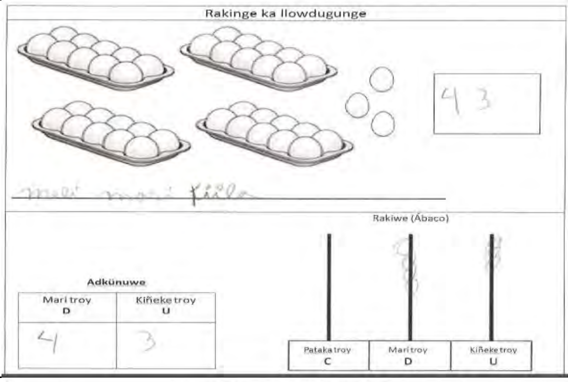
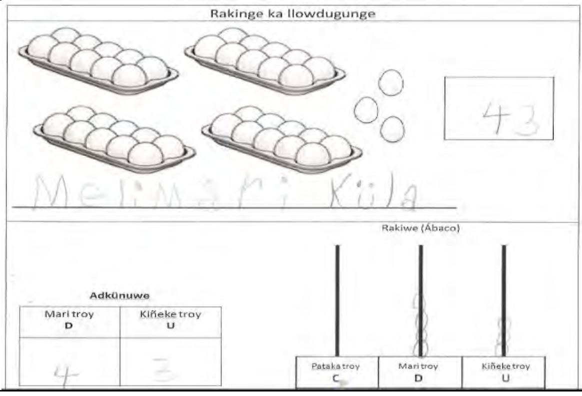
Kayu mari pura = 68

Adkünuwe

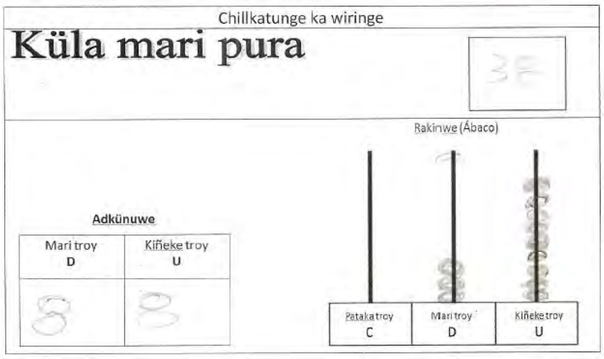
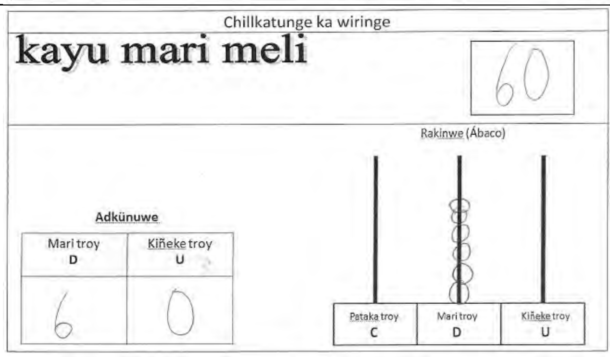
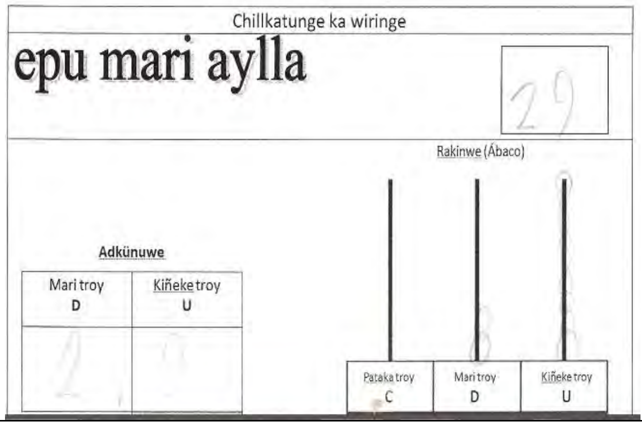
Mari troy D	Kiñeke troy U
6	8



Ficha 2 Aplicación Final

Nº	Ficha 2 Conteo y representación
E1	
E2	
E7	
E13	

Ficha 3 Aplicación Final

Nº	Cambio de representación
E1	
E2	
E13	

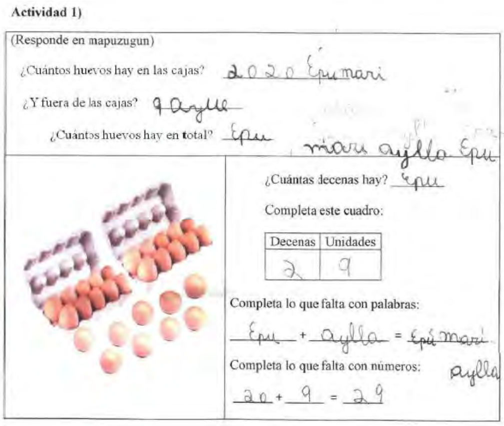
ANEXO 11

Exploración casos-tipos estudiantes mapuche

Estudiantes mapuche de 2 ° año Educación Básica en escuela del Sur de Chile con Educación Intercultural Bilingüe (E-CEIB) y estudiante de Valparaíso sin Educación Intercultural Bilingüe (E-SEIB)

Respuestas de los estudiantes

Estudiantes con EIB (E-CEIB)


Actividad 1)

(Responde en mapuzugun)

¿Cuántos huevos hay en las cajas? 2 0 2 0 Epu mari

¿Y fuera de las cajas? 9 Aylla

¿Cuántos huevos hay en total? Epu mari aylla Epu

¿Cuántas decenas hay? Epu

Completa este cuadro:

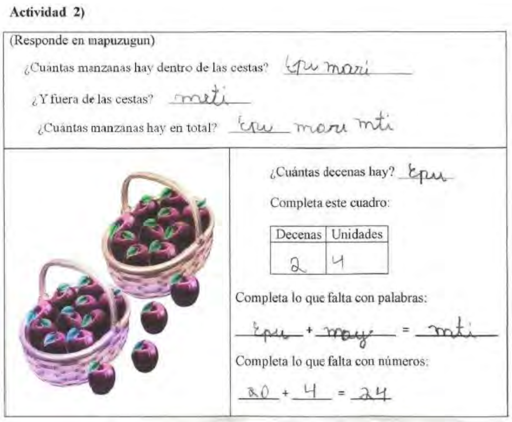
Decenas	Unidades
2	9

Completa lo que falta con palabras:

Epu + aylla = Epu mari aylla

Completa lo que falta con números:

20 + 9 = 29


Actividad 2)

(Responde en mapuzugun)

¿Cuántas manzanas hay dentro de las cestas? Epu mari

¿Y fuera de las cestas? meli

¿Cuántas manzanas hay en total? Epu mari mli

¿Cuántas decenas hay? Epu

Completa este cuadro:

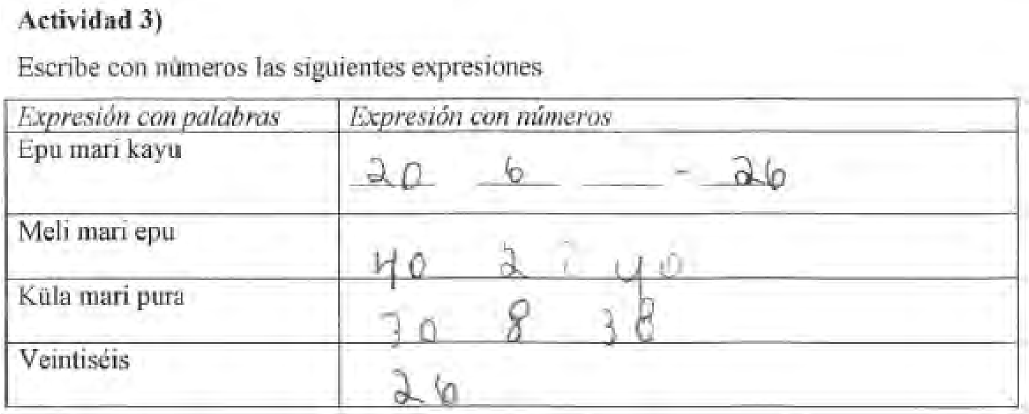
Decenas	Unidades
2	4

Completa lo que falta con palabras:

Epu + mari = mli

Completa lo que falta con números:

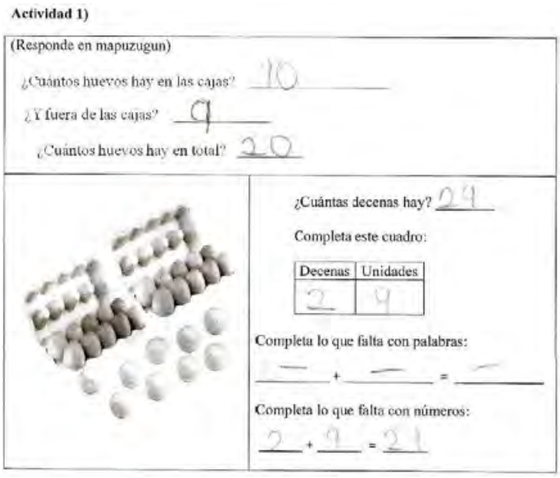
20 + 4 = 24


Actividad 3)

Escribe con números las siguientes expresiones

Expresión con palabras	*Expresión con números*
Epu mari kayu	20 6 - 26
Meli mari epu	40 2 2 40
Küla mari pura	30 8 38
Veintiséis	26

Estudiante sin EIB (E-SEIB)


Actividad 1)

(Responde en mapuzugun)

¿Cuántos huevos hay en las cajas? 10

¿Y fuera de las cajas? 9

¿Cuántos huevos hay en total? 20

¿Cuántas decenas hay? 29

Completa este cuadro:

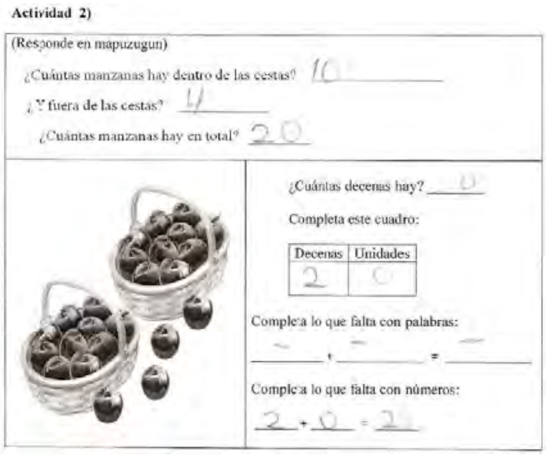
Decenas	Unidades
2	9

Completa lo que falta con palabras:

— + — = —

Completa lo que falta con números:

2 + 9 = 21


Actividad 2)

(Responde en mapuzugun)

¿Cuántas manzanas hay dentro de las cestas? 10

¿Y fuera de las cestas? 4

¿Cuántas manzanas hay en total? 20

¿Cuántas decenas hay? 0

Completa este cuadro:

Decenas	Unidades
2	0

Completa lo que falta con palabras:

— + — = —

Completa lo que falta con números:

2 + 0 = 2

Actividad 3)

Escribe con números las siguientes expresiones

Expresión con palabras	*Expresión con números*
Epu mari kayu	X ____ ____ = ____
Meli mari epu	X
Küla mari pura	X
Veintiséis	26

Respuestas de las profesoras a cargo de los estudiantes.

Profesor de estudiante con EIB (E-CEIB)

1) En su formación de grado, ¿recibió el conocimiento didáctico-matemático para atender la diversidad cultural, en el ejercicio de su profesión? Explique brevemente.

Solo un poco, se nos enseño a contextualizar los contenidos según la necesidad del estudiante o ubicación del establecimiento, ya que la mayor cantidad de estudiantes mapuche se encuentran en las zonas rurales

2) El conocimiento matemático recibido en su formación profesional, ¿abordaba la historia de las matemáticas y específicamente el conocimiento matemático de las culturas originarias de Chile?

Aborda historia de matemática pero del mundo un porcentaje muy poco sobre las culturas originarias en chile, la mayoría lo realiza cuando hace algún tipo de investigación a parte

3) ¿Qué dificultades observa usted en los estudiantes mapuches al iniciar el aprendizaje de la matemática escolar (tradicional)?

Cuando la familia fomenta el habla del mapuzugun en la casa a los estudiantes les cuesta ya que al tener que dominar en español y el mapuzugun se les enreda el contenido, esto sucede en un porcentaje muy poco a nivel regional, pero al no ser así es lo mismo que todos los niños y niñas

4) ¿Cuándo usted contextualiza un problema matemático a la cultura mapuche y utiliza la lengua mapuzugun para dar instrucciones y referirse a los números, observa en los estudiantes más atención y mejor comprensión de los problemas que se les plantean? Explique brevemente.

En mi establecimiento y en la mayoría no se habla mapuzugun para explicar las clases, se hacen en español, los estudiantes dominan solo un poco cuando son rurales, pero los urbanos es nulo el habla, a nivel nacional y regional el mapuzugun en el aula es más que nada bilingüismo (traducir palabras) o enseñar a los estudiantes a tener sentido de pertenencia de su propia cultura

5) ¿Considera usted importante iniciar el estudio de los números naturales a partir del conocimiento matemático de la cultura mapuche y luego abordar la matemática escolar establecida en el currículo nacional? Explique brevemente.

Viendo la realidad en los establecimientos y la postura del gobierno en Chile es mejor abordar la matemática escolar establecida en el currículo nacional y luego asociarla al conocimiento

Profesor de estudiante con EIB (E-CEIB)

matemático de la cultura mapuche.

6. Según su experiencia, el aprendizaje del valor posicional de las cifras en el sistema de numeración enseñado en la escuela, ¿supone alguna dificultad especial o ventaja para el niño mapuche que se pueda atribuir al sistema de palabras numéricas de la lengua mapuzugun, y a la manera en que se cuenta y calcula en la cultura Mapuche?

No hay dificultad, lo que sirve es la relación con base diez ya que la mayoría de los números en mapuzugun van acompañado con diez ej.: epu mari: 20: dos diez, *kechu mari*: 50: cinco diez.

7. Si su respuesta es afirmativa a la cuestión 6, por favor, explique cuáles son dichas dificultades o ventajas y la manera cómo las aborda en sus clases.

8. Le agradecemos que incluya cualquier comentario adicional a lo anterior, relacionado con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los primeros niveles de enseñanza en el contexto de la cultura Mapuche.

Puedo decir que las matemáticas mapuche se ven cuando el profesor quiere contextualizar los contenidos o la escuela se encuentra inserta en una comunidad mapuche, ya que por currículo oficial no se solicita hacer este hincapié en la numeración o conocimiento matemático mapuche, se trabaja con lo oficial de los planes y programas.

Profesor de estudiante sin EIB (E-SEIB)

1) En su formación de grado, ¿recibió el conocimiento didáctico-matemático para atender la diversidad cultural, en el ejercicio de su profesión? Explique brevemente.

no recibí conocimiento para atender la diversidad cultural de mi país.

2) El conocimiento matemático recibido en su formación profesional, ¿abordaba la historia de las matemáticas y específicamente el conocimiento matemático de las culturas originarias de Chile?

no

3) ¿Qué dificultades observa usted en los estudiantes mapuches al iniciar el aprendizaje de la matemática escolar (tradicional)?

no veo dificultad pues en esta región (5ª) los niños están integrados a la sociedad normal, no estudian ni hablan su lengua.

4) ¿Cuándo usted contextualiza un problema matemático a la cultura mapuche y utiliza la lengua mapuzugun para dar instrucciones y referirse a los números, observa en los estudiantes más atención y mejor comprensión de los problemas que se les plantean? Explique brevemente.

no uso la lengua.

5) ¿Considera usted importante iniciar el estudio de los números naturales a partir del conocimiento matemático de la cultura mapuche y luego abordar la matemática escolar establecida en el currículo nacional? Explique brevemente.

Considero que sería importante estudiar como parte del programa la lengua mapuche, ahora no se da.

6. Según su experiencia, el aprendizaje del valor posicional de las cifras en el sistema de numeración enseñado en la escuela, ¿supone alguna dificultad especial o ventaja para el niño mapuche que se pueda atribuir al sistema de palabras numéricas de la lengua mapuzugun, y a la manera en que se cuenta y calcula en la cultura Mapuche?

no observado.

7. Si su respuesta es afirmativa a la cuestión 6, por favor, explique cuáles son dichas dificultades o ventajas y la manera cómo las aborda en sus clases.

no observado.

8. Le agradecemos que inclaya cualquier comentario adicional a lo anterior, relacionado con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los primeros niveles de enseñanza en el contexto de la cultura Mapuche.