

Rol que le asignan los docentes a los ejercicios y problemas en las clases de aritmética. Un trabajo exploratorio

Virginia Montoro, Martha Ferrero y Cristina Ferraris

Resumen: Se trata de un trabajo exploratorio, basado en observaciones de clases de aritmética, en San Carlos de Bariloche, provincia de Río Negro (Argentina). El análisis y la discusión se centran en los ejercicios y problemas utilizados por los docentes en el tratamiento del tema y se determinan categorías respecto al uso que de éstos hacen los docentes.

Palabras clave: Rol, problemas, aritmética, docentes, matemática.

Abstract: This is an exploratory work, based on observation of arithmetic classes in San Carlos de Bariloche, Rio Negro, Argentina. The analysis and discussion focus on exercises and problems used by the teachers during the development of the theme, determining categories on the use they make of them.

Key words: Role, teachers, problems, arithmetic, mathematics.

INTRODUCCIÓN

Con origen en un movimiento que tiene por pionero al matemático G. Polya y basándose fundamentalmente en sus trabajos *How to solve it* (1945/1957); *Mathematics and Plausible Reasoning* (1954) y *Mathematical Discovery* (1962-1965/1981), desde comienzos de la década de los ochenta parece haber un acuerdo general en cuanto a que la resolución de problemas debe desempeñar un papel importante en la matemática escolar.

Hoy resulta un objetivo aceptado de la instrucción matemática convertir a los estudiantes en resolutores competentes de problemas. Sin embargo, la expresión “resolución de problemas” ha sido usada con múltiples significados que van desde “trabajar sobre ejercicios” hasta “hacer matemática como un profesional”.

Schoenfeld (1992) distingue dos polos en la interpretación de esta expresión. El primero se refiere al sentido de ésta como ha sido usado tradicionalmente en

Fecha de recepción: abril de 1999.

la instrucción matemática; son más bien *ejercicios rutinarios* organizados como práctica en una técnica matemática particular que ha sido recientemente mostrada a los estudiantes. El otro extremo se refiere a la resolución de problemas como los que encuentra un matemático en su actividad de construcción del conocimiento (a estos problemas Schoenfeld los llama de la “clase perpleja”).

Sobre la base de una revisión histórica acerca de la utilización de la resolución de problemas, Stanic y Kilpatrick (1988) resumen las referencias encontradas en tres grandes temas: *como contexto* (medio para lograr otros objetivos); *como habilidad* y *como arte*.

Para estos autores, lo tradicional en la enseñanza es que la resolución de problemas sea vista *como medio para lograr otros objetivos*. Esto sucede cuando los problemas son empleados como vehículos al servicio de otros objetivos curriculares (en el sentido de tareas requeridas para ser resueltas). De acuerdo con estos objetivos, los autores identifican cinco clases:

- a) Como *una justificación para la enseñanza de la matemática*. Algunos problemas relacionados con las experiencias de la vida real pueden convencer a docentes y estudiantes del valor de la Matemática.
- b) Como *motivación específica para los tópicos de la disciplina*. Los problemas son usados para introducir tópicos con el entendimiento implícito o explícito de que, “una vez que has aprendido la lección que sigue, serás capaz de resolver problemas de este tipo”.
- c) Como *recreación*. Los problemas recreativos son propuestos como motivación en un sentido más amplio que en (b). Muestran que “la Matemática puede ser divertida”.
- d) Como *un medio de desarrollar nuevas destrezas*. Los problemas cuidadosamente secuenciados pueden introducir a los estudiantes en un nuevo tema de la disciplina y proveer un contexto para las discusiones de las técnicas de éste.
- e) Como *práctica*. Se les muestra una técnica a los estudiantes y luego se les dan problemas para practicar, hasta que hayan dominado la técnica.

En cualquiera de estos roles, los problemas son vistos más bien como entidades que permiten lograr uno de los objetivos antes mencionados. Es decir, la resolución de problemas no se ve generalmente como un objetivo en sí mismo, pero resolver problemas es visto como facilitador para el logro de otros objetivos. La resolución de problemas tiene una interpretación minimal: trabajar las tareas que han sido presentadas e ilustrar el uso que puede darse a los conceptos.

En el segundo rol que, según estos autores, puede adquirir la resolución de problemas, ésta es vista como una habilidad en sí misma, que debe ser enseñada de manera independiente. Así, se constituye en una jerarquía de destrezas que serán adquiridas por los estudiantes, tendencia educativa que se manifiesta en forma explícita a partir de la década de los ochenta.

El tercer rol al que hacen referencia estos autores, y que da una visión en fuerte contraste a las dos previas, sostiene que la verdadera resolución de problemas (esto es, trabajar los problemas de la clase “perpleja”) es la actividad matemática central. En esta visión, los grandes problemas que han permanecido sin resolver por décadas y cuya solución da a los resolutores una notoriedad significativa, difieren sólo en escala de los problemas encontrados día a día en la actividad matemática y, por ello, las experiencias matemáticas de los estudiantes deberían prepararlos para enfrentar tales desafíos.

Por otra parte, cabe mencionar que las teorías de Didáctica de la Matemática correspondientes a la corriente francesa toman como la actividad matemática esencial la resolución de problemas y la reflexión sobre ellos. Según Charnay (1988), las nociones matemáticas se hacen aparecer como herramientas para resolver problemas a través de las cuales los alumnos construyen el sentido de esos saberes y, sólo después, estas herramientas podrán ser estudiadas por sí mismas. Es decir se le asigna a la resolución de problemas el muy importante rol de dar sentido a los saberes matemáticos.

En cuanto a las diversas posiciones que el docente puede adoptar respecto al rol y el lugar que asigna a la actividad de resolución de problemas, Charnay (1988) resume:

- a) *El problema como criterio del aprendizaje:* como mecanismos se utilizan lecciones (adquisición) y ejercicios (ejercitación) y el sentido del problema es la utilización de los conocimientos por parte del alumno y de control para el docente.
- b) *El problema como móvil del aprendizaje:* Se motiva al estudiante a través de una situación basada en lo cotidiano. Los mecanismos usados son aporte de conocimiento, práctica, ejercicios. Los problemas atienden a la resignificación de la situación.
- c) *El problema como recurso de aprendizaje:* La resolución de problemas como fuente, lugar y criterio de la elaboración del saber.

Este trabajo centra su atención en el rol que le asignan los docentes a las tareas que podemos llamar ejercicios o problemas en una situación de clase, to-

mando como base para el análisis la clasificación provista por Stanic y Kilpatrick (1988). El mismo se encuadra en un proyecto más amplio cuyo objetivo general es “identificar estrategias de enseñanza utilizadas por docentes en el tratamiento inicial de la aritmética¹ en la escuela media”.

Se trata de una exploración, que no pretende resultados generalizables, sino más bien un primer acercamiento al uso que los docentes dan en sus clases de todos los días a los ejercicios o problemas. Nuestra intención es llamar la atención sobre procesos, circunstancias y tendencias que, por cotidianos, podrían pasar inadvertidos.

METODOLOGÍA

Se realizaron registros de observaciones etnográficas de 20 clases correspondientes a tres docentes, elegidos entre aquéllos a cargo de los cursos donde se tratan los temas de aritmética y que, contactados en los respectivos colegios, mostraron disponibilidad e interés en colaborar con esta investigación.

Las observaciones de las clases fueron realizadas durante el periodo en el que los docentes desarrollaron el tema de nuestro interés, en los cursos que ellos eligieron y basándose en sus propias planificaciones.

Los registros se llevaron a cabo por dos de las autoras simultáneamente, con toma de notas, copia de lo realizado en el pizarrón y grabación. Cabe aclarar que las intervenciones generales de los alumnos en las puestas en común fueron tenidas en cuenta particularmente, pero no se tomaron registros de las actividades individuales de éstos (carpetas o evaluaciones), ya que el estudio se centra en la gestión docente. Las clases fueron transcritas en su totalidad, siguiendo las notas y recurriendo a las grabaciones sólo en caso de dudas.

Para el análisis de los datos, se realizó una primera lectura de todas las clases tomando nota de los aspectos más relevantes; a partir de los cuales se confeccionó una plantilla que serviría de guía para una segunda lectura. Ésta se realizó consignando en la plantilla, para cada ejercicio o problema, las apreciaciones de las investigadoras respecto al rol asignado por los docentes a los ejercicios y problemas, para ello se adoptó el punto de vista descrito por Stanic y Kilpatrick (1988), adaptándolo a nuestro estudio de casos.

¹ Entenderemos por aritmética el estudio de los números enteros respecto a los siguientes temas: divisibilidad, números primos, algoritmo de la división; máximo común divisor; números coprimos; mínimo común múltiplo; teorema fundamental de la aritmética.

Luego se procedió a la discusión conjunta de cada una de las plantillas, en busca de un consenso en las categorizaciones, que sólo llevó a ajustes menores, ya que se dieron en general pocas diferencias.

Por último se realizó la discusión de éstas a fin de llegar a las conclusiones generales.

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

La totalidad de las tareas observadas son utilizadas *como medio para lograr otros objetivos*. En ningún caso se proponen problemas como arte y tampoco se enseña específicamente a resolver problemas.

Entre estos fines hemos encontrado:

1. Como *motivación específica para los tópicos de la disciplina*, 2 casos.

Ejemplo: En el momento de introducir el concepto de MCD, se propone la siguiente consigna: Agrupar las fichas de esta manera:

- 1) colocar el mayor número de fichas en cada grupo.
- 2) cada grupo debe tener fichas de la misma forma.
- 3) cada grupo debe contener la misma cantidad de fichas
¿Cuántas fichas deben colocar en cada grupo?

La profesora entrega primero el material (figuras geométricas de cartulina) y luego dicta la consigna. Propone un cuadro para organizar la información. Hace una síntesis de lo que revelan los cuadros formulando los resultados en un lenguaje conjuntista y utilizando el concepto de divisor. Establece que el resultado es $\text{MCD}(16,28)$. Luego del desarrollo de este ejemplo establece la definición de máximo común divisor.

2. Como *un medio de desarrollar nuevas destrezas*, 12 casos.

Ejemplo: A fin de ilustrar el algoritmo “Criba de Eratóstenes”, la profesora propone leer una fotocopia donde se cuenta una breve historia de él y se explica, paso a paso, cómo se construye. Propone la consigna: “Confeccionar la criba de Eratóstenes para hallar los primos menores que 100” para ser realizada en grupos. En la clase siguiente se hace una puesta en común donde la profesora va realizando en el pizarrón cada paso enunciado en la fotocopia. Discute con

los alumnos sobre algunos casos particulares, como por ejemplo, 49 y dice: ¿49 es múltiplo de qué número? Y luego lo tacha. Anotan en el pizarrón los primos encontrados. Se detienen en 100, porque era lo que pedía el enunciado, mostrando que esta técnica provee un método para encontrar primos.

3. Como *práctica*, 35 casos

Ejemplo: Esta tarea se propone luego de institucionalizar el concepto de mínimo común múltiplo; es realizada por los alumnos en el pizarrón, siguiendo la estrategia propuesta por la profesora (hallar los primeros múltiplos de cada número, resaltar los comunes y buscar el menor).

Hallar el m.c.m. de

- a) m.c.m. (135, 150, 45) =
- b) m.c.m. (121, 77, 22) =
- c) m.c.m. (410, 287) =
- d) m.c.m. (6,5, 15,10) =
- e) m.c.m. (18,42,6) =
- f) m.c.m. (25, 8) =

4. *Recreación*, 1 caso (fue propuesto pero no desarrollado en clase).

Ejemplo: Curiosidad numérica: Toma un número cualquiera de tres cifras. Escríbelo dos veces consecutivas. Comprueba que el número es divisible por 7, 11 y 13. Pues $7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001$ y un número ABC multiplicado por 1001 no es otra cosa que ABCABC.

El siguiente cuadro muestra estos mismos datos consignados por el profesor.

	Motivación específica	Desarrollar nuevas destrezas	Práctica	Recreación	Total
Profesor I	2	5	9	0	16
Profesor II	0	2	13	0	15
Profesor III	0	4	14	1	19
Total	2	11	36	1	50

Vemos cómo, en la amplia mayoría de los casos, se toman los ejercicios o problemas como *práctica*, es decir, un uso centrado exclusivamente en los contenidos por tratar. Si bien hay 11 casos en los cuales se utilizan para desarrollar nuevas destrezas, éstas, en su mayoría, se tratan de algoritmos de cálculo.

En el caso de dos profesores, la mayoría de los ejercicios (12 de 16 y 11 de 15) podemos considerarlos como ejercicios rutinarios (Schoenfeld, 1992), es decir, responden al siguiente esquema: el profesor muestra las nociones, las introduce, provee ejemplos y propone los problemas de aplicación. Mientras que en el tercer profesor encontramos que sólo dos ejercicios se ajustan a este esquema, en cuanto que no proveía un ejemplo modelo, resultando más activa la participación de los alumnos. Es de destacar que ésto se desprende del análisis de las observaciones, ya que los enunciados de los problemas propuestos por los tres profesores no difieren en sintaxis o dificultades respecto de los requerimientos a los alumnos.

CONCLUSIONES

Como dijimos, no pretendemos en este trabajo resultados generalizables, sino un primer acercamiento al uso que los docentes dan en sus clases a tareas que podemos llamar ejercicios o problemas. Si bien no consideramos que los docentes observados constituyan una muestra representativa, no tenemos motivos para pensar que se trata de casos raros ni excepcionales, por lo que creemos que pueden aportar datos para llamar la atención sobre procesos, circunstancias y tendencias que, de otro modo, podrían pasar inadvertidos. Somos conscientes de que se trata de una primera discusión de estos resultados que, sin duda, deja abierta la posibilidad de una mayor profundización.

Pensamos que el rol de la actividad matemática en la escuela es contribuir no sólo a la adquisición de las herramientas conceptuales propias de la disciplina, sino a la de su metodología de utilización y comprensión de su potencialidad en la resolución de problemas. En este sentido, la Educación Matemática debe apuntar a que los estudiantes lleguen a ser capaces de trabajar con el método matemático, desarrollando habilidades relacionadas con la comprensión de conceptos, el razonamiento lógico y el descubrimiento de relaciones, especialmente a través de la resolución de problemas. El proceso de construir el conocimiento matemático involucra buscar soluciones, no sólo memorizar algoritmos o reproducir lo hecho por el docente; explorar modelos, no sólo memorizar fórmulas; formular conjeturas, no sólo hacer ejercicios.

Encontramos que, en la mayoría de los casos estudiados, los docentes se centran principalmente en ellos como práctica de los conceptos recién enseñados. Esta situación parecería responder a lo que Charnay (1988) llama modelo “nor-

mativo”: centrado en el contenido y donde el docente elige lecciones y ejercicios para transmitir un conocimiento ya construido. Sin embargo, esta forma de trabajo es aceptada socialmente, ya que valora el conocimiento, permite clases ordenadas y hace fácil la evaluación, pero encierra peligros como el de no permitir que los alumnos elaboren estrategias convenientes, el de poner énfasis en la reproducción de los contenidos y que se estereotipen las guías de trabajos prácticos con su correspondiente falta de motivación en los alumnos (Hanfling y Savón, 1997).

Nuestras conclusiones parecen estar de acuerdo con un trabajo de D. Lerner (1992), en el cual se menciona que la mayoría de los docentes de matemática entrevistados afirmó que enseñar matemática consiste en explicar, y aprenderla es ejercitar lo enseñado y llegar a reproducirlo.

Esta modalidad muestra a la Matemática como producto acabado, que puede ser transmitido y memorizado para ser reproducido, no como oportunidad de encontrar buenos problemas, buscar buenas soluciones, establecer conjeturas, sentir la necesidad de justificar los razonamientos, reflexionar sobre lo hecho.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bressan A. M. (1997), “¿Por qué? ¿Cuál? Hacia una mejor comprensión de los CBC de Matemática para la EGB”, en *Los CBC y la enseñanza de la matemática*, AZ editora.
- Bressan A. y B. Costa de Bogjsic (1997), “Matemática”, en *Diseño Curricular. EGB 1 y 2. Versión 1.1*, Consejo Provincial de Educación. Provincia de Río Negro, Argentina.
- Butts, T. (1980), “Posing problems properly”, en S. Krulik (ed.), *Problem Solving in School Mathematics*, Yearbook of NCTM, Reston.
- Charnay, R. (1988), “Aprender (por medio de) la resolución de problemas”, en Parra y Saiz (comps.), *Didáctica de matemática. Aportes y reflexiones*, Paidós, Educador, Argentina, 1994.
- Polya, G. (1962), *Mathematical Discovery*, Princeton, N. J., Princeton University Press.
- (1945), *How to solve it*. Princeton, NJ., Princeton University Press.
- (1954), *Mathematics and Plausible Reasoning*. Princeton, N. J., Princeton University Press.
- Schoenfeld, A. H. (1992), “Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics”, en The University of Ca-

- lifornia, Berkeley, *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, NTCS, Macmillan, Nueva York, 1992, pp. 334-370.
- (1985), *Mathematical Problem Solving*, Orlando, FL, Academic Press.
- (1989), “Teaching Mathematical Thinking and Problem Solving”, en L. B. Resnick y L. E. Klopfer (comps.), *Toward the Thinking Curriculum: Current Cognitive Research. 1989 ASCD Yearbook*, USA: Association for Supervision and Curriculum Development, pp. 83-103.
- Stanik, G. y J. Kilpatrick (1988), “Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum”, en R. Charles y E. Silver (eds.), *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, pp. 1-22.

DATOS DE LAS AUTORAS

Virginia Montoro

Departamento de Matemática, Centro Regional Universitario Bariloche,
Universidad Nacional de Comahue, Argentina
vmontoro@crub.uncoma.edu.ar

Martha Ferrero

Grupo de Investigación en Educación Matemática, Departamento de Matemática,
Centro Regional Universitario Bariloche, Universidad Nacional de Comahue, Argentina
mferrero@crub.uncoma.edu.ar

Cristina Ferraris

Departamento de Matemática, Centro Regional Universitario Bariloche,
Universidad Nacional de Comahue, Argentina
cferrari@crub.uncoma.edu.ar

