

Recebido em 13 de Março de 1984

Modelos de exaurimento.

1 – Bases teóricas e sua avaliação e aplicação em Hidrologia

por

LUIS SANTOS PEREIRA

Professor Catedrático do Instituto Superior de Agronomia
Investigador do Centro de Estudos de Engenharia Rural da UTL

RESUMO

Partindo dos trabalhos clássicos de Boussinesq, são analisados os modelos de exaurimento hídrico e os seus fundamentos teóricos, com particular incidência na significação conceptual dos seus parâmetros. Abordam-se os casos de aquíferos livres profundos e sem profundidade, de aquíferos confinados e de origens de água complexas, como é o caso dos cursos de água. São analisados, e avaliados estatisticamente, os resultados da aplicação de diversos modelos a numerosas curvas de exaurimento em pequenas bacias. Finalmente, são tratados os diversos aspectos das utilizações destes modelos em Hidrologia. Conclui-se:

a) os modelos de exaurimento simples devem ser escolhidos de acordo com a natureza dos aquíferos e/ou dos problemas a tratar;

b) os modelos de exaurimento composto obtidos por introdução de novos parâmetros nos modelos de exaurimento simples têm um interesse limitado dada a sua natureza empírica;

c) Os modelos de exaurimento composto obtidos por conjugação de modelos simples têm significação precisa e são de grande utilidade na interpretação dos dados de escoamento e na modelação hidrológica.

(*) Este artigo reproduz, com ligeiras modificações, uma comunicação apresentada ao Simpósio Luso-Brasileiro sobre Simulação e Modelação em Hidráulica e Recursos Hídricos (Associação Brasileira de Recursos Hídricos, Blumenau, SC, Brasil, Novembro de 1983).

RESUME

On analyse les modèles de tarissement à partir des recherches classiques de Boussinesq et, concernant les études plus récentes, en cherchant la signification conceptuelle de leurs paramètres. On étudie les cas des nappes libres profondes et sans profondeur, des aquifères captifs et des eaux souterraines à des origines complexes, comme c'est le cas des cours d'eau. Par la suite on fait l'évaluation statistique des résultats d'application de plusieurs modèles à de nombreuses courbes de tarissement de petits bassins versants de montagne. Finalement, on fait la discussion des applications hydrologiques de ces modèles. On a conclu:

a) les modèles de tarissement simple doivent être choisis d'après la nature des aquifères et/ou selon les problèmes à traiter;

b) les modèles de tarissement composé obtenus par l'introduction de nouveaux paramètres dans les modèles de tarissement simple ont un intérêt restreint étant donnée sa nature empirique;

c) les modèles de tarissement composé obtenus par la combinaison de modèles simples ont une signification précise et, donc, sont à utiliser pour l'interprétation des composants de l'écoulement et pour la modélisation hydrologique.

SYNOPSIS

Recession models are analysed starting from the classic research of Boussinesq and by considering the conceptual meaning of their parameters. Are studied the cases of deep free aquifers, shallow free aquifers and confined aquifers as the cases of multiple sources of water flow (water courses). The results of application of different models to recession in small catchments are analysed and statistically evaluated. Finally, the uses of such models in Hydrology are discussed. It is concluded:

a) the simple recession models must be chosen according to the nature of aquifers or in relation to problems under study;

b) complex recession models built through the introduction of new parameters in the simple recession models have a limited interest given their empirical structure;

c) complex recession models built by combination of simple models have a precise meaning and are of great value for interpretation of flow data and for hydrological modelling.

1. INTRODUÇÃO

São muito numerosas as aproximações utilizadas para o estudo das curvas de exaurimento e para tratamento deste regime em simulação, modelação ou na simples análise de hidrogramas. A intenção do presente estudo é realizar uma análise e avaliação dos modelos clássicos de exaurimento e do interesse actual na sua utilização.

2. MODELOS DE EXAURIMENTO SIMPLES

O emprego de modelos de exaurimento com base científica deve-se aos trabalhos de Maillet (1902, 1905) e de Boussinesq (1904 a e b). O primeiro autor utilizou uma via semi-empírica, enquanto o segundo se baseou no estudo do escoamento bidimensional da água em meio poroso saturado não sujeito a recarga.

Assim, considerando um lençol livre, com declive suave, tanto do fundo como da superfície, Boussinesq (1904 a) deduziu a equação que rege a ordenada $h(x, y, t)$ da superfície do lençol freático relativamente ao nível base do exutório (nascente ou emissário)

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K (D + h) \frac{\partial h}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ K (D + h) \frac{\partial h}{\partial y} \right\} \quad (1)$$

em função da espessura D do aquífero, da condutividade hidráulica K e da porosidade eficaz S . Esta equação, conhecida como equação de Boussinesq, caracteriza os lençóis livres profundos, isto é aqueles em que a sua espessura D não é, em condição alguma, negligenciável relativamente à ordenada h .

O escoamento na nascente ou no emissário é uma função do declive dh/dx da superfície do lençol freático. Em condições não influenciadas pela recarga constata-se que os declives da superfície se tornam mais fracos que os declives do fundo, pelo menos na proximidade do nível de descarga. Neste caso h torna-se desprezável relativamente a D e, assim, o binómio $(D + h)$ reduz-se a D . Utilizando apenas o primeiro termo da série de Fourier para resolver a equação (1) assim simplificada, Boussinesq (1904 a) deduziu para o caudal unitário (por unidade de largura do exutório) a expressão

$$q = \frac{\pi KD}{2L} C e^{-at} \quad (2)$$

O escoamento não influenciado é assim função das condições iniciais

$$q_0 = \frac{\pi KD}{2L} C \quad (3)$$

definidas pelas características do aquífero, K, D e L (comprimento ou valor da abcissa na fronteira oposta ao exutório) e pela constante arbitrária C, função das mesmas características e das condições iniciais da superfície, portanto de h (x, y, 0).

O escoamento é igualmente função do coeficiente de exaurimento

$$\alpha = \frac{\pi^2 KD}{4 SL^2} \quad (4)$$

definido pelas características geométricas e hidráulicas do aquífero e que rege a variação temporal do escoamento em período não influenciado.

Quando se trata de lençóis livres sem profundidade, espessura D pode desprezar-se relativamente a h. A equação (1) de Boussinesq toma então a forma

$$2S \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial h^2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial h^2}{\partial y} \right) \quad (5)$$

Nestas condições existirá a relação

$$h = \frac{h_0}{1 + \alpha t} \quad (6)$$

entre a ordenada h no instante t e a ordenada h₀ no instante inicial. Resulta então

$$q = q_0 \frac{1}{(1 + \alpha t)^2} \quad (7)$$

com o coeficiente de exaurimento definido por

$$\alpha = \frac{3 c^2 K H_0}{2 S L} \quad (8)$$

em que H₀ é a profundidade inicial do lençol freático à distância L do exutório e c é uma constante (c = 0,86236).

Qualquer das duas expressões (2) e (7) traduzem o exaurimento de um aquífero único em regime não influenciado, que designamos por *exaurimento simples* dado traduzir apenas o escoamento a partir de um único reservatório por acção da gravidade e não sujeito a outras influências que não sejam as devidas às características geométricas e do meio em questão. Consequentemente, designamos por *modelos de exaurimento simples* os que descrevem o exaurimento simples, independentemente de serem aplicados a aquíferos únicos ou não, mas por descreverem as leis de variação dos caudais não influenciados em condições semelhantes às dos aquíferos acima referidos.

Distinguimos assim o *modelo exponencial simples* (MES)

$$Q = Q_0 \exp(-\alpha t) \quad (9)$$

e o *modelo hiperbólico simples* (MHS)

$$Q = \frac{Q_0}{(1 + \alpha t)^2} \quad (10)$$

O emprego das maiúsculas Q e Q_0 corresponde à extensão a toda a largura do emissário; portanto à totalidade do aquífero que descarrega a montante do local de observação dos caudais.

3. O MODELO EXPONENCIAL SIMPLES (MES)

3.1. Aquíferos livres profundos

A solução de Boussinesq tem sido comprovada por numerosos investigadores. Podem citar-se trabalhos do início do século, como os de Flamant (1909) e de Forcheimer (1932), ou trabalhos mais recentes, tanto relativos a lençóis livres de superfície inicialmente horizontal (Rorabaugh, 1964; Glover, 1966; Singh, 1968) como a lençóis freáticos apresentando superfície inicialmente não horizontal (Dumm, 1964; Butler, 1967; Singh, 1968, 1969). Discussão sobre o assunto é apresentada por Hall (1968) e por Pereira (1977).

Partindo da equação de Boussinesq (eq. 1) simplificada

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{KD}{S} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (11)$$

e para o caso dos lençóis freáticos com superfície inicial horizontal (figura 1), as soluções encontradas, embora formalmente diferentes,

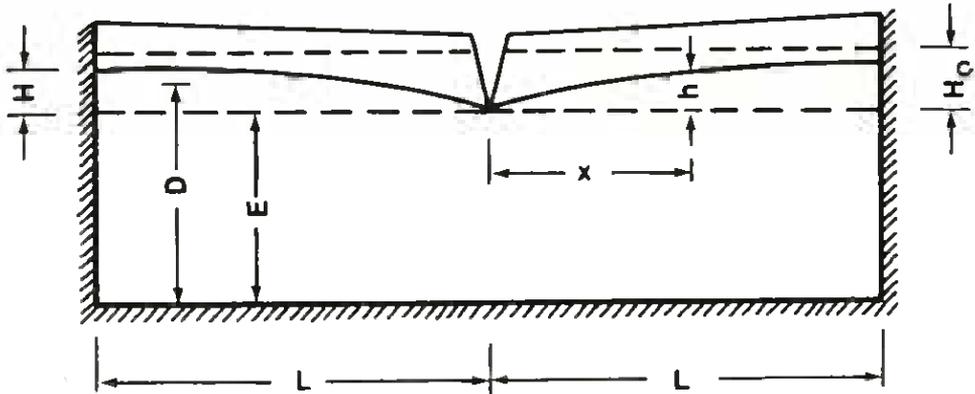


Fig. 1 — Esquema de um aquífero livre profundo.

são concordantes. Assim tomando para condições nos limites

$$\begin{aligned} h(0,t) &= 0 \\ h(L,0) &= H_0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{t=0} = 0$$

vem

$$h(x,t) = \frac{H_0}{L} \sum \frac{2L}{n\pi} e^{-n^2 \alpha t} (1 - \cos n\pi) \sin\left(\frac{n\pi}{2L} x\right) \quad (13)$$

o que conduz a um caudal unitário

$$q(t) = \frac{2 K D H_0}{L} \sum_n e^{-n^2 \alpha t} \quad (n = 1, 3, 5, \dots) \quad (14)$$

sendo o coeficiente de exaurimento definido por

$$\alpha = \frac{\pi^2 K D}{4 S L^2} \quad (15)$$

Trata-se da mesma solução de Boussinesq (eq. 4), sendo o caudal unitário inicial dado por

$$q_0 = \frac{2 K D H_0}{L} \quad (16)$$

portanto também idêntico à definição de Boussinesq (eq. 3).

No caso de lençóis livres com superfície inicialmente não horizontal as soluções encontradas são semelhantes no que respeita à definição do regime de descarga não influenciada (eq. 14). Assim, tomando a aproximação de Singh (1968, 1969), baseada em hipóteses formalmente diferentes (Figura 2), as soluções são necessariamente distintas. Este autor obteve

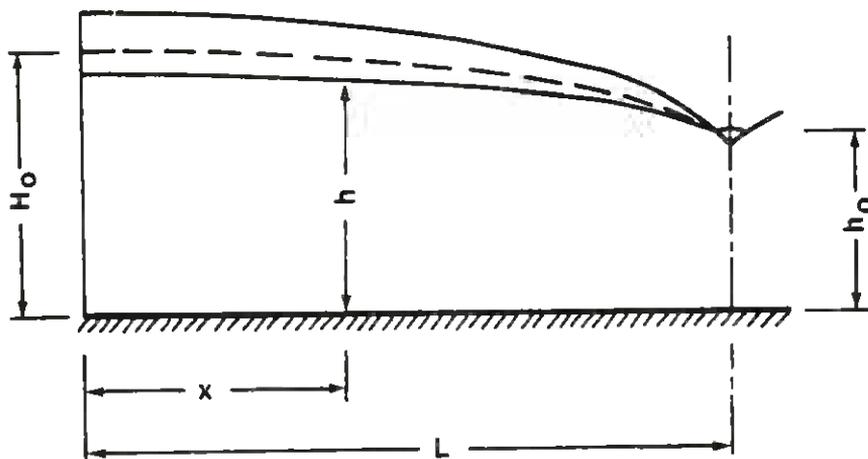


Fig. 2 — Esquema de um aquífero livre com emissário totalmente penetrante.

$$q(t) = \frac{4 K D (H_0 - h_0)}{L} \sum \frac{1}{\lambda_n^2} e^{-\lambda_n^2 \eta_d \tau} \quad (17)$$

com

$$\lambda_n = \frac{2n-1}{2} \pi \quad (18)$$

$$\eta_d = D/H_0 \quad (19)$$

$$\tau = \frac{K H_0}{S L^2} t \quad (20)$$

Pode porém constatar-se que para $n = 1$ as soluções são semelhantes. Ora tanto este autor como Rorabaugh (1964) demonstraram que os termos de ordem superior à primeira ($n > 1$ nas equações 14 e 17) são desprezáveis pelo que se pode concluir que as soluções são semelhantes; em particular, a definição do coeficiente de exaurimento (eq. 15) é a mesma.

Não existindo assim diferenças no regime de exaurimento devidas à forma da superfície inicial dos aquíferos, o problema da aplicabilidade do modelo MES coloca-se na profundidade dos mesmos. Assim, quer Singh (1968, 1969), em estudos de esgotamento de aquíferos, quer Skaggs (1975) ou Chu e DeBoer (1976), em estudos de drenagem agrícola, demonstraram que à medida que o grau de penetração do emissário aumenta — ou seja quando o nível de descarga se aproxima da camada impermeável que limita o fundo do aquífero — a solução exponencial tende a não decrever o regime de exaurimento. De uma forma geral, quando o grau de penetração atinge 75 % o regime de esgotamento é de preferência descrito por um modelo MHS relativamente a um modelo MES. No entanto, este valor limite do grau de penetração depende das dimensões L e D do aquífero.

3.2. Aquíferos confinados

O MES é também solução para o exaurimento de aquíferos confinados. Werner e Sundquist (1951) partiram da equação (1) de Boussinesq transformada

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{K}{S} \frac{\epsilon}{\gamma} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (21)$$

pela introdução de ϵ , coeficiente de compressibilidade da água, e γ , seu peso específico. Obtiveram a relação

$$q = \frac{KDH_0}{L} e^{-\alpha t} = q_0 \exp(-\alpha t) \quad (22)$$

correspondente ainda ao primeiro termo da série de Fourier que constitui solução para a integração da equação de Boussinesq, e que estendida a todo o aquífero é traduzida pelo MES (9). O coeficiente de exaurimento é agora definido por

$$\alpha = \frac{KD}{SLF} \quad (23)$$

em que D e F caracterizam a geometria do aquífero (Figura 3).

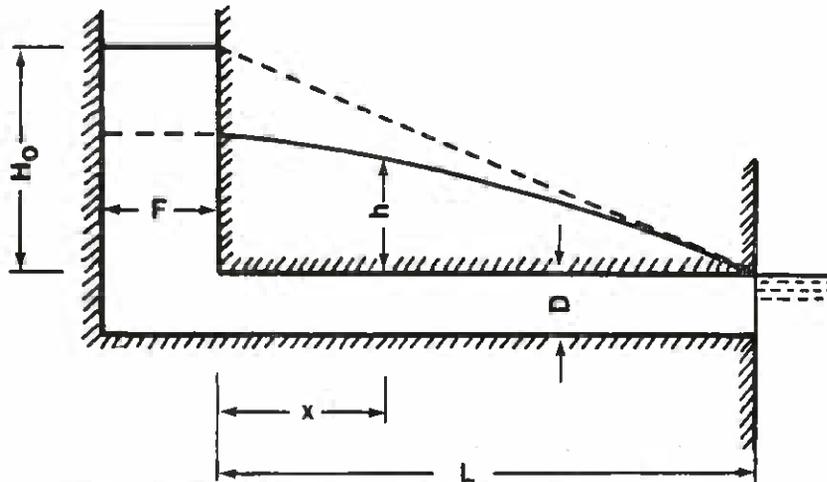


Fig. 3 — Esquema de um aquífero confinado segundo Werner e Sundquist (1951).

Schoeller (1962) adoptou uma aproximação diferente. Através da hipótese de Dupuit e da Lei de Darcy, estabeleceu a equação de continuidade

$$q = D K \frac{h}{L} = - \frac{dV}{dt} \quad (24)$$

em que D , h e L são definidos de acordo com a figura 4 e em que V representa o volume de água armazenada acima do nível do emissário

$$V = D S \frac{h}{\text{sen } \varphi} \quad (25)$$

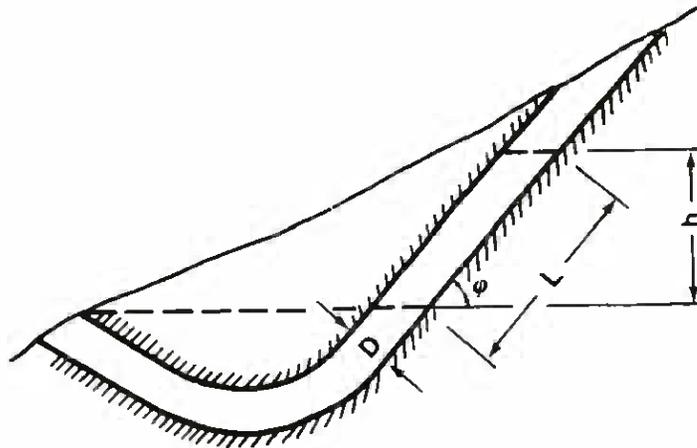


Fig. 4 — Esquema de um aquífero confinado, segundo Scholier (1962).

Associando as equações (24) e (25) obtém-se

$$- \frac{dV}{V} = - \left(\frac{K}{LS} \sin \varphi \right) dt \quad (26)$$

cuja integração entre t_0 e t conduz a

$$V = V_0 e^{-\alpha (t-t_0)} \quad (27)$$

e portanto (equação 24) a

$$q = q_0 e^{-\alpha t} \quad (28)$$

sendo o coeficiente de exaurimento definido por

$$L = \frac{K}{LS} \text{ sen } \varphi \quad (29)$$

Esta expressão (29) concorda com a anterior (23) já que corresponde à substituição de D/F por $\text{sen } \varphi$.

3.3. *As curvas de exaurimento em hidrologia de superfície*

O modelo MES é largamente utilizado em hidrologia de superfície. Nestas condições não se pode falar da definição exacta dos seus parâmetros, ao contrário do que sucede em hidrogeologia. A aproximação é necessariamente feita através da análise das curvas de descida do hidrograma de cheia ou considerando a analogia com o esvaziamento de reservatórios.

Por exemplo, Zoch (1934), hoje considerado um pioneiro na modelação dos sistemas hidrológicos lineares, analisando as curvas de descida partiu da equação diferencial

$$t_r \, dQ = - Q \, dt \quad (30)$$

cuja integração, após divisão por $t_r Q$, conduz a

$$-\frac{t}{t_r} = \log_e \frac{Q}{Q_0} \quad (31)$$

ou seja

$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{t_r}} \quad (32)$$

em que se substitui o coeficiente de exaurimento pelo tempo de resposta

$$t_r = 1/\alpha \quad (33)$$

A forma (32) é a preferida por muitos autores para o modelo MES.

Partindo igualmente da análise de hidrogramas, Barnes (1939) preferiu introduzir a relação K_e — constante de exaurimento — entre os caudais observados a intervalos de tempo unitários. Resulta assim para o modelo MES a forma

$$Q = Q_0 K_e^t \quad (34)$$

em que a constante de exaurimento se relaciona com o coeficiente de exaurimento através de

$$K_e = e^{-\alpha} \quad (35)$$

O modelo MES assim expresso é de grande utilidade para a análise de hidrogramas e a modelação do escoamento quando o passo de tempo coincide com a unidade de tempo escolhida.

Dado que o regime de exaurimento se verifica em períodos não influenciados pela precipitação, Coutagne (1948) considerou que os caudais observados em tais condições são proporcionais a uma potência m qualquer do volume V armazenado na bacia. Designando por k o factor de proporcionalidade, ter-se-á:

$$Q = - \frac{dV}{dt} = k V^m \quad (36)$$

ou

$$\frac{dV}{dt} + k V^m = 0 \quad (37)$$

Tomando $m = 1$, o que corresponde à hipótese de reservatório linear (Dawdy, 1982), e integrando entre os instantes $t = 0$ e t , vem

$$V = V_0 e^{-\alpha t} \quad (38)$$

a que corresponde o modelo MES

$$Q = Q_0 e^{-\alpha t} \quad (39)$$

Raciocínio distinto, embora similar, conduziu Larras (1972) ao mesmo modelo.

Por seu lado, Roche (1963) considera que o exaurimento de um curso de água ou de uma bacia se pode assemelhar ao esgotamento de um reservatório que se esvazia através de uma rolha porosa. Nestas condições a solução é a que corresponde ao modelo MES que vimos analisando.

4. O MODELO HIPERBÓLICO SIMPLES (MHS)

4.1. Aquíferos sem profundidade

A solução de Boussinesq (1904 a), dada pelas equações (6) e (7), foi confirmada por diversos autores. Cita-se o trabalho de Polubarinova-Kochina (1962) que partindo da equação de Boussinesq (5) para os lençóis livres sem profundidade (Figura 5)

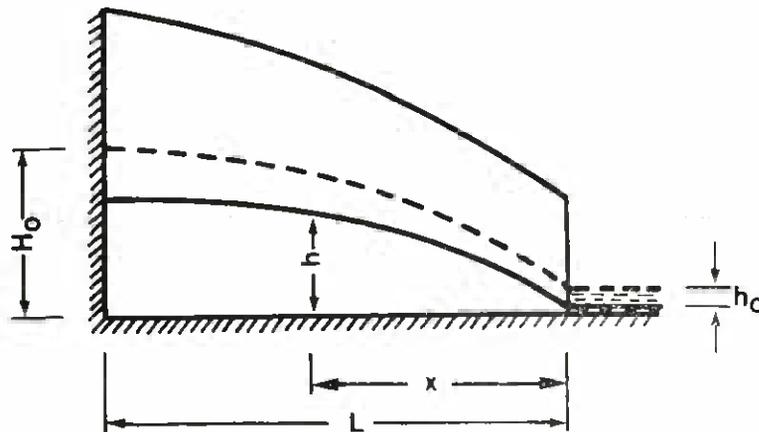


Fig. 5 — Esquema de um aquífero livre sem profundidade.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{K}{S} \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right) \quad (40)$$

obteve por integração

$$h(x, t) = \frac{H_0 h(x)}{1 + \alpha t} \quad (41)$$

e, seguidamente,

$$q(t) = \frac{1,725 K H_0^2}{L} \frac{1}{(1 + \alpha t)^2} \quad (42)$$

com o coeficiente de exaurimento definido por

$$\alpha = 1,115 \frac{K H_0}{S L^2} \quad (43)$$

e o caudal unitário inicial dado por

$$q_0 = \frac{1,725 K H_0^2}{L} \quad (44)$$

Singh (1968 e 1969) e Tzimopoulos (1976), entre outros, comprovaram que este modelo é solução exacta quando se trata efectivamente de um lençol sem profundidade isto é quando $h_0 = h(0,0) = 0$.

Logo que este valor h_0 cresce relativamente a $H_0 = h(L, 0)$, o modelo deixa de se ajustar perfeitamente até que para valores de $h_0/H_0 = 0,25$ é o MES que melhor descreve o problema, dado tratar-se já de emissário parcialmente penetrante e de aquífero com profundidade. Estas conclusões são de particular utilidade em drenagem agrícola (Chu e DeBoer, 1976).

4.2. *Uso do modelo MHS em hidrologia de superfície*

O uso deste modelo em hidrologia da superfície é muito menos corrente do que a utilização do MES. O seu emprego baseia-se na analogia com o esvaziamento de reservatórios.

Assim, Coutagne (1948), considerando a equação da continuidade (37) e fazendo $m \neq 1$, obteve por integração

$$V = V_0 \{1 + (m - 1) \alpha t\}^{\frac{m}{1 - m}} \quad (45)$$

Para $m = 2$ (o que corresponde a um caso particular dos reservatórios não lineares) resulta

$$Q = Q_0 (1 + \alpha t)^{-2} \quad (46)$$

Por seu lado, Roche (1963), considerando agora um reservatório cheio de areia que se esvazia por uma das suas paredes perfurada, obtém a mesma solução (46).

O menor uso deste modelo provém, talvez, de maiores dificuldades de cálculo gráfico — a solução tradicional — e de não ser, em geral, adaptável à análise de hidrogramas. As hipóteses de analogia ao esvaziamento de reservatórios mostram entretanto que é possível considerar a hipótese do seu emprego em hidrologia de superfície, embora sempre como caso particular de reservatórios não lineares.

5. INFLUÊNCIA DA RECARGA NO REGIME DE EXAURIMENTO

Diversos autores, como Mero (1964) ou Venetis (1969), estudando o modelo MES, procuraram tomar em consideração o problema de recarga. Dos resultados constata-se que o MES é aplicável, não sendo afectada a definição do coeficiente de exaurimento (Nutbrown, 1975). Porém, o andamento da curva é alterado, devendo-se tal facto tanto à influência da recarga como a perdas por ascensão capilar, por evapotranspiração ou por infiltração profunda.

Assim, Singh (1968) considerou uma função de recarga P

$$P(x, t) = P_0 e^{-\beta t} \left(1 - \frac{cx}{L}\right) \quad (47)$$

em que $c \leq 1,0$ e onde β representa a taxa de variação temporal da recarga, que pode assumir tanto valores positivos como negativos conforme se trate de ganhos ou de perdas. Deste modo a equação de Boussinesq (11) escreve-se

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{KD}{S} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{P(x,t)}{S} \quad (48)$$

Da integração desta equação, e considerando os efeitos da recarga através das variáveis

$$\beta_1 = \frac{P_0}{K} \left(\frac{L}{H_0} \right)^2 \quad (49)$$

$$\beta_2 = \frac{\beta S L^2}{K H_0} \quad (50)$$

e tomando variáveis adimensionais para o caudal (ω) e para o tempo (τ), o autor pôde concluir (Figura 6): i) o coeficiente de exaurimento (eq. 15) não se altera por efeito da recarga; ii) a curva de exaurimento, porém, modifica a sua forma, mostrando uma redução sucessivamente mais lenta da taxa de decréscimo dos caudais quando a recarga é positiva (curva com declive decrescente mas progressivamente reduzido); iii) do mesmo modo, a curva de exaurimento apresenta declive progressivamente mais acentuado quando a recarga é negativa (aquífero sujeito a perdas); iv) a modificação da forma da curva de exaurimento é tanto mais acentuado quanto maior for a taxa de variação temporal da recarga β .

Destes factos deve extrair-se uma conclusão relevante: a análise de curvas de exaurimento em períodos (ou anos) em que a recarga natural seja mais forte traduzir-se-á pela observação de coeficientes de exaurimento inferiores aos reais, acontecendo o contrário em anos de recarga nula, ou quase, e em períodos favoráveis a perdas.

Deste modo, a definição do coeficiente de exaurimento que caracteriza determinada nascente (ou curso de água) exige observações prolongadas durante vários anos e, portanto, a obtenção de curvas características de exaurimento.

Por outro lado, o conhecimento dos mecanismos descritos é essencial para uma correcta interpretação das curvas de exaurimento, tornando assim possível a sua utilização para estimar a evapotranspiração (Daniel, 1976).

No modelo MHS o coeficiente de esgotamento é função de H_0 (equação 43). Assim, porque H_0 é influenciado pela recarga, o coeficiente de exaurimento é também influenciado pelos ganhos ou perdas sofridos pelo aquífero, ao contrário do que sucede com o modelo MES.

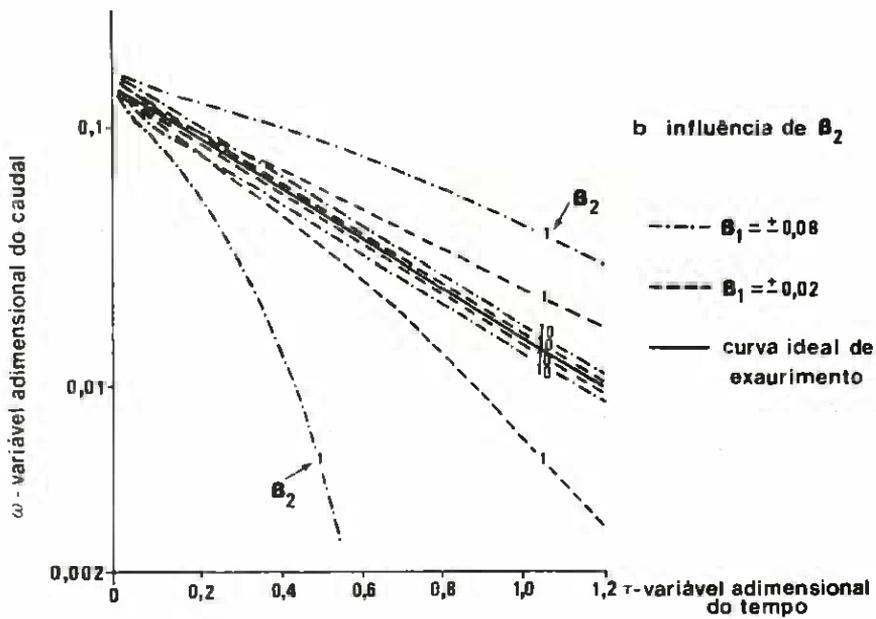
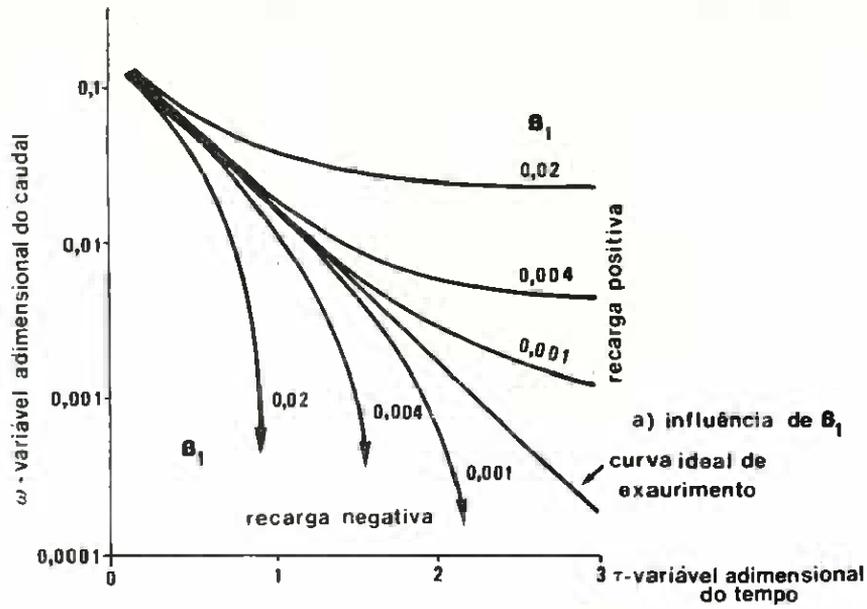


Fig. 0 --- Influência da recarga (positiva ou negativa) sobre o exaurimento de aquíferos livres profundos, segundo Singh (1968).

Resulta deste facto, e da própria natureza da função, que o MHS tem tendência a se ajustar bem a curvas de exaurimento que traduzem ganhos, nomeadamente nos casos que, teoricamente, deveriam ser descritos por um modelo exponencial. A obtenção de parâmetros para os modelos de exaurimento exige, portanto, que a série de caudais a ajustar corresponda ao esgotamento do aquífero em condições não influenciadas, situação de difícil reconhecimento na prática, obrigando, como atrás referimos, à obtenção de curvas tipo de exaurimento a partir de vários períodos de observação.

6. MODELOS DE EXAURIMENTO COMPOSTO

É frequente os caudais observados não terem uma origem única: no caso de nascentes, em particular em zonas kársticas, aquelas podem constituir descarga comum a aquíferos ou reservatórios diferentes; no caso dos cursos de água é geralmente certo que as origens dos caudais de base são de natureza diferente. Sendo assim, as curvas de exaurimento, por traduzirem influências diversas, além de poderem ainda ser influenciadas pela recarga (positiva), nem sempre podem ser representadas por um dos modelos simples atrás descritos. É então necessário o recurso a *modelos de exaurimento composto*, isto é modelos capazes de descrever o regime de exaurimento sujeito a origens múltiplas.

Podem distinguir-se:

a) os modelos que traduzem o efeito acumulado de modelos simples, de natureza determinística:

1) o *modelo exponencial composto* (MEC)

$$Q = \sum Q_{o_i} \exp(\alpha_i t) \quad (51)$$

de largo uso em hidrologia e em hidrogeologia. Teoricamente, como já proposto por Boussinesq (1904), corresponderia a considerar outros termos da série de Fourier para além do primeiro. Na prática não se verificam as relações entre os diversos termos que deveriam existir de acordo com a sua formulação teórica (equações 14 e 17). De facto veio a constatar-se, a partir da análise de hidrogramas, que

cada termo i corresponde a um componente do escoamento ou, pela análise do regime das nascentes, que cada termo caracteriza um reservatório ou aquífero diferente descarregando no mesmo exutório;

2) o *modelo hiperbólico composto* (MHC)

$$Q = \sum Q_{o_i} (1 + \alpha_i t)^{-2} \quad (52)$$

de uso raro mas que, posta de lado a base teórica não relevante para o modelo MEC, pode caracterizar igualmente diferentes componentes do escoamento através de cada um dos seus termos i ;

3) o *modelo misto* (MMI)

$$Q = Q_{o_1} \exp(\alpha_1 t) + Q_{o_2} (1 + \alpha_2 t)^{-2} \quad (53)$$

utilizando em hidrologia cárstica, embora raramente.

b) Os modelos que resultam da transformação dos modelos simples, de natureza empírica ou semi-empírica:

1) o *modelo exponencial duplo* (MED), obtido por introdução do expoente n arbitrário,

$$Q = Q_o \exp(-\alpha t^n) \quad (54)$$

2) o *modelo exponencial transformado* (MET), resultante da adição de um termo constante Q_c .

$$Q = Q_c + (Q_o - Q_c) \exp(-\alpha t) \quad (55)$$

3) o *modelo exponencial binomial* (MEB), com expoente binomial

$$Q = Q_o \exp(-\alpha_1 t - \alpha_2 t^2) \quad (56)$$

4) o *modelo hiperbólico generalizado* (MHG), com utilização do expoente n , arbitrário,

$$Q = Q_o (1 + \alpha t)^{-n} \quad (57)$$

e que corresponde à solução de reservatório não linear ($m \neq 1$ na equação 36).

5) o *modelo hiperbólico transformado* (MHT), por adição do termo constante Q_c

$$Q = Q_{c,0} + (Q_0 - Q_c) (1 + \alpha t)^{-n} \quad (58)$$

e no qual por vezes é utilizado o expoente n , à semelhança do MHG (57).

Estes modelos de esgotamento composto têm valor diferente. De facto, enquanto os primeiros (51 e 52) traduzem a adição de exaurimentos de reservatórios de natureza diferente, e, assim, se podem considerar como modelos determinísticos, os segundos devem tomar-se como modelos semi-empíricos já que os parâmetros respectivos não têm, em geral, significação física precisa. De facto, a introdução de novos parâmetros retira significação aos parâmetros dos modelos simples que lhes serviram de base. Podem exceptuar-se os MET e MHT visto que Q_c pode considerar-se um escoamento constante de um reservatório que se esgota em regime permanente, sendo o segundo termo representativo de um exaurimento simples; no entanto, a hipótese de exaurimento em regime permanente é difícil de admitir e deverá considerar-se de preferência um outro termo representativo de um exaurimento simples com um coeficiente de exaurimento muito pequeno, o que se traduziria por um dos modelos MEC ou MHC.

Estes modelos empíricos* — a maior parte dos quais foi já proposto ou analisado por Maillet (1905, 1906) — serviram essencialmente para a previsão ou a predeterminação de caudais de estiagem. Actualmente, face às facilidades de cálculo devidas à computação, o seu interesse é muito restrito ao contrário do que sucede com os modelos MEC ou MHC, muito particularmente os exponenciais.

Como alternativa a estes modelos pode citar-se a utilização de processos de modelação e simulação, sendo as curvas de esgotamento descritas, por exemplo, através de associações de reservatórios (Raudkivi, 1979) ou pela simulação de um reservatório com parede

(*) A que se pode acrescentar a função parabólica decrescente $Q = a t^n$.

filtrante (Peeble *et al.* 1980), ou pela modelação do escoamento em meio poroso (Beven, 1982), ou ainda através de um sistema linear de reservatórios sujeitos a modelação hidrodinâmica específica, caso do modelo de escoamento lateral por compartimentos (Thomsen e Striffler, 1980; Hogg *et al.*, 1980).

De salientar, aliás, que o modelo MEC deve ser interpretado como o resultado de uma sequência de reservatórios que se esvaziam com ritmos diferentes, constituindo um sistema linear (Figura 7).

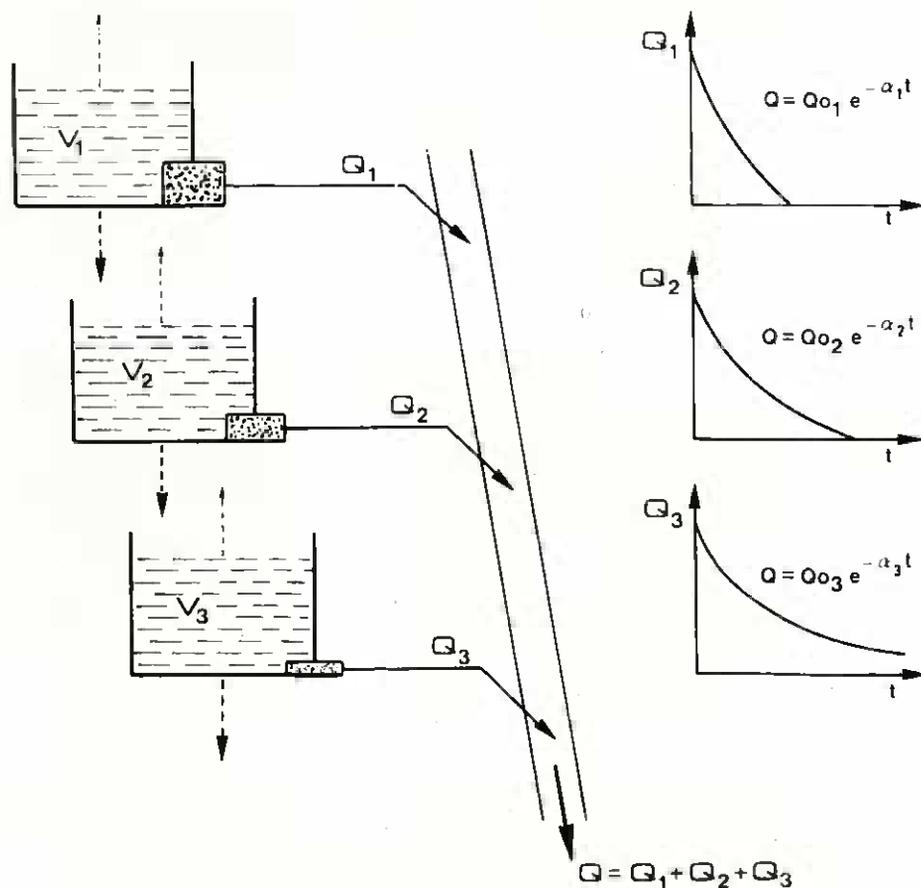


Fig. 7 — Interpretação do modelo exponencial composto através de um sistema de reservatórios lineares.

7. AVALIAÇÃO DOS MODELOS DE EXAURIMENTO

A avaliação dos modelos de exaurimento deve ser realizada pela análise conjunta dos resíduos dos ajustamentos e pela significação conceptual e determinística dos seus parâmetros (Pereira, 1983 a). Apresentam-se a seguir os resultados da aplicação da maioria dos modelos de exaurimento atrás descritos ao estudo do regime de exaurimento de onze pequenas bacias dos pré-Alpes suíços (Pereira, 1977). Breve descrição destas bacias é apresentada por Pereira (1984 b).

7.1. Os modelos de exaurimento simples

Os modelos MES e MHS foram aplicados a um total de 935 curvas de exaurimento simples das onze bacias em questão. Os ajustamentos foram realizados utilizando o método dos mínimos quadrados.

b) Comparando as variâncias dos resíduos, constatou-se que: em 44 % dos casos os resultados são favoráveis ao MES, com apenas 1,5 % dos casos em que tal diferença é estatisticamente significativa; em 53,7 % dos casos os resultados são favoráveis ao MHS mas apenas com 0,4 % dos casos em que a diferença é significativa. Conclui-se ser idêntica a qualidade estatística dos ajustamentos de ambos os modelos.

b) Comparando os coeficientes de variação obtém-se confirmação da conclusão anterior: em 81,3 % dos casos os ajustamentos do modelo MES conduziram o coeficiente de variação inferior a 0,10 contra 78,1 % para o modelo MHS. A qualidade dos ajustamentos fica igualmente comprovada.

c) A comparação dos desvios relativos dos valores extremos

$$DR = \frac{QC - QO}{QO} \quad (59)$$

em que QC é o valor calculado pelo modelo e QO o valor observado

para os extremos (superior ou inferior) da amostra, volta a revelar que ambos os modelos se comportaram quase identicamente (Quadro 1). Apenas se constata que o modelo MES tem tendência a subestimar os valores extremos, tanto superiores como inferiores.

QUADRO I

Comparação dos modelos exponencial e hiperbólico simples pelos desvios relativos dos ajustamentos dos valores extremos (DR).

Extremos	Modelo	Percentagem de casos por classe de DR				Desvios negativos
		1 %	1 % - 5 %	5 % - 10 %	10 %	
Superior	MES	16,2	69,9	11,4	2,4	64,7 %
	MHS	13,0	68,3	11,4	7,3	49,2 %
Inferior	MES	17,9	64,2	13,8	4,1	64,6 %
	MHS	22,0	69,9	7,3	0,8	50,2 %

d) Estes resultados, que não são evidentemente generalizáveis, mostram que a escolha do modelo de exaurimento simples não deve ser realizada do ponto de vista estatístico, mas sim segundo os critérios conceptuais que presidem à definição destes modelos. No caso presente, estudando-se o exaurimento em bacias de montanha, os critérios hidrogeológicos não podem ser prevaletentes; assim, considerando o que atrás se referiu quanto à aplicabilidade destes modelos em hidrologia de superfície, parece possível a opção pelo modelo MES. Na realidade este modelo é solução para os reservatórios lineares enquanto o modelo MHS constitui solução apenas para um caso particular dos reservatórios não lineares.

7.2. Modelos empíricos de exaurimento composto

Realizou-se igualmente o ajustamento de modelos obtidos por transformação dos modelos de exaurimento simples, tendo a aplicação sido efectuada para 93 curvas de exaurimento composto. Um exemplo é apresentado na Figura 8.

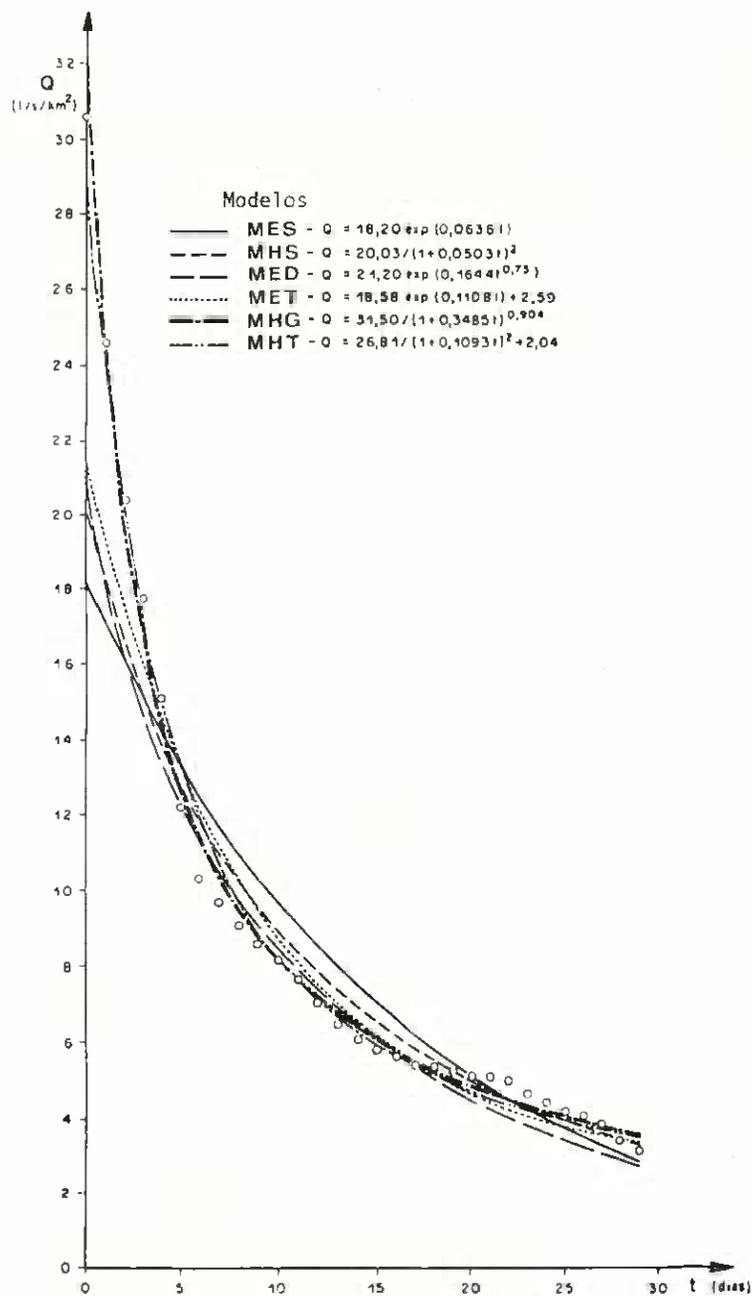


Fig. 8 — Ajustamento de vários modelos de exaurimento a uma curva de exaurimento composto (Vogelbach, Set.-Out. 1972).

a) No Quadro 2 resumiram-se os resultados relativos à optimização dos parâmetros pelo método dos menores quadrados. Estes resultados mostram que são agora os modelos hiperbólicos MHG e MHT, em especial o primeiro, que melhor descrevem as curvas em questão, comparativamente aos MED e MET.

QUADRO II

Comparação de modelos empíricos de exaurimento composto pelas variâncias residuais (1/s. km²) dos ajustamentos

Modelo	Percentagem de casos por classes de variância				
	0,1	0,1 - 1,0	1,0 - 2,0	2,0 - 5,0	5,0
MED	—	25,0	23,0	39,7	4,3
MET	—	52,7	30,1	15,0	2,2
MHG	11,8	78,5	5,4	4,3	—
MHT	2,2	77,4	14,0	6,4	—

b) Resultados semelhantes são fornecidos pela análise dos desvios relativos dos valores extremos (equação 59) das amostras ajustadas (Quadro 3). Verifica-se que os DR correspondentes aos extremos superiores são claramente menores para o MHG e que é este o modelo que apresenta menor tendência para subestimar os valores extremos superiores; constatou-se ainda que, em geral, as diferenças de comportamento dos modelos são estatisticamente significativas. Quanto aos valores extremos inferiores, os mais baixos dos DR correspondem ao MET e ao MHT, o que se explicará pelo efeito do parâmetro Q_c (equações 55 e 58) sobre os baixos valores do caudal; entretanto, as diferenças sistemáticas entre os modelos são menos vezes significativas.

c) Pode concluir-se que o MHG, por corresponder à solução geral de modelos não lineares (situação típica numa curva de esgotamento composta por caudais de diferentes origens) é o modelo que apresenta melhor comportamento, facto que explica o uso frequente que teve em hidrologia cárstica (Drogue, 1972). No entanto, a sua utilização tenderá a cair em desuso face à moderna formulação dos modelos não lineares (Diskin, 1982) e à preferência pelo modelo MEC na medida em que este permite uma adequada interpretação do processo de esgotamento hídrico (Pereira e Keller, 1982).

QUADRO III

Comparação dos desvios relativos dos valores extremos nos ajustamentos de modelos empíricos de exaurimento composto.

Bacia	Número de ajustamentos NA	MODELOS							
		MED		MET		MHG		MHT	
		$\overline{DR}(\%)*$	NN**	$\overline{DR}(\%)$	NN	$\overline{DR}(\%)$	NN	$\overline{DR}(\%)$	NN
Extremos superiores									
3	13	19,3	13	12,4	12	2,5	7	4,3	7
4	4	18,4	4	8,3	3	1,0	2	5,4	2
5	6	23,6	6	17,8	5	0,7	2	2,2	3
7	8	12,4	7	6,3	7	2,0	4	4,7	4
8	6	19,3	6	13,4	6	3,8	3	6,4	2
21	10	21,5	10	13,0	10	1,4	9	8,2	10
31	11	30,5	11	25,9	11	3,1	9	11,1	11
32	11	21,8	10	17,8	9	2,2	4	10,8	9
41	10	22,9	10	10,8	9	2,1	3	3,4	5
51	7	13,9	7	12,7	7	3,4	5	10,0	7
52	12	20,9	12	16,5	12	2,9	7	6,9	8
Extremos inferiores									
3	13	14,0	10	4,0	6	8,0	7	6,0	3
4	4	15,3	4	1,4	2	4,5	2	3,7	2
5	6	14,9	6	1,9	4	5,2	3	1,3	3
7	8	8,6	7	3,6	2	4,3	4	3,2	2
8	6	20,8	5	7,6	3	13,2	4	11,5	3
21	10	10,5	9	2,1	5	3,5	5	2,3	6
31	11	16,5	10	5,9	6	7,4	6	5,6	6
32	11	10,3	9	6,0	3	9,9	4	8,9	2
41	10	18,9	10	4,8	9	10,8	8	7,9	7
51	7	4,2	6	1,7	4	2,1	3	1,4	2
52	12	11,9	1	5,3	4	8,7	5	5,8	4

(*) \overline{DR} média dos desvios relativos dos NA ajustamentos (em valor absoluto).

(**) NN número de casos em que DR é negativo.

7.3. Modelos determinísticos de exaurimento composto

Os modelos MEC e MHC, com 3 e com 2 termos (adiante referidos MEC 3 e MEC 2 ou MHC 3 e MHC 2), foram aplicados às curvas tipo (Pereira, 1978 a) e às curvas envolventes (Pereira, 1978 b) de

exaurimento das bacias já referidas. Para o efeito foi utilizado um método de mínimos quadrados ponderados para optimização dos respectivos parâmetros $Q_{o,i}$ e α_i (Pereira, 1984 a).

a) Comparando as variâncias (Quadro 4), verifica-se uma clara supremacia de MEC 3 e uma resposta razoável de MHC 2.

b) A análise dos desvios relativos (equação 59) conduz à mesma conclusão sobre a supremacia de MEC 3, embora seja evidente a tendência para sobre-estimar qualquer dos valores extremos, sendo porém tais desvios muito pequenos em valor absoluto (Quadro 5).

c) O caso presente, que não é de forma alguma generalizável, evidencia a supremacia do modelo exponencial, concordante com a conclusão retirada da análise dos modelos simples. E o facto de o modelo de três termos se apresentar como melhor permite, além disso, uma melhor análise do escoamento em período de exaurimento (Figura 6).

QUADRO IV

Comparação dos modelos de exaurimento composto pelas variâncias residuais dos ajustamentos

Modelo	Percentagem de casos por classe de variância (1/s. Km ²)			
	< 0,1	0,1 a 0,3	0,3 a 0,1	> 1,0
MEC 3	59,8	23,5	11,8	4,9
MEC 2	7,8	17,6	34,4	40,2
MHC 3	7,8	13,8	17,6	60,8
MHC 2	22,5	23,5	31,5	22,5

QUADRO V

Comparação dos modelos exaurimento composto pelos desvios relativos dos valores extremos (DR) dos ajustamentos

Extremos	Modelos	Percentagem de casos por classe de DR			Desvios negativos %
		< 1 %	1 % - 5 %	> 5 %	
Superior	MEC 3	92,2	7,8	—	27,5
	MEC 2	56,9	35,3	7,8	89,2
	MHC 3	34,3	38,2	27,5	2,0
	MHC 2	80,4	18,6	1,0	27,5
Inferior	MEC 3	61,8	38,2	—	29,4
	MEC 2	6,8	32,4	60,8	98,0
	MHC 3	22,6	37,2	40,2	19,6
	MHC 2	25,5	32,4	42,1	43,1

8. UTILIZAÇÃO DOS MODELOS DE EXAURIMENTO

Os modelos de exaurimento, em particular os modelos de exaurimento simples e o modelo exponencial composto, têm uma utilização muito diversificada em hidrologia. É o caso da previsão dos caudais de estiagem, da estimativa dos recursos hídricos subterrâneos, da caracterização dos aquíferos, dos estudos de drenagem agrícola, da análise de hidrogramas, do estudo das relações entre águas subterrâneas e águas superficiais, da estimativa de elementos do balanço hídrico.

A previsão de caudais de estiagem constitui uma finalidade clássica. Os estudos de Boussinesq (1094 a) e de Maillet (1905, 1906) tiveram essa finalidade específica para o caso de mananciais de origem subterrânea. Foi aliás nesta perspectiva que se situou o aparecimento dos modelos empíricos que atrás referimos e, bem assim, dos modelos determinísticos de exaurimento composto. Entretanto, a utilização dos parâmetros dos modelos de exaurimento, em particular o coeficiente de exaurimento, continuam a ter utilidade na previsão e na predeterminação dos caudais de estiagem (Larras, 1972), nomeadamente quando se utilizam leis de extremos (Bernier, 1964; Mouy, 1966) ou quando se procura a simulação de caudais (Bowles e Riley, 1976).

Da análise dos modelos de exaurimento simples conclui-se facilmente que entre os seus parâmetros existe uma relação definida

$$V = \frac{Q_t}{\alpha} \quad (60)$$

no caso do modelo MES, ou

$$V = \frac{Q_0}{\alpha(1 + \alpha t)} \quad (61)$$

para o modelo MHS, que permite calcular os volumes armazenados no instante t . Podem assim estimar-se os volumes das reservas subterrâneas e, igualmente, estimar-se os volumes disponíveis entre t_1 e t_2 por comparação entre os correspondentes volumes V_1 e V_2 . Este facto é de grande utilidade, quer em estudos de avaliação de

recursos hídricos (Rego e Pereira, 1974; Mero e Gilboa 1974), quer em estudos para a exploração de aquíferos (Sanchez, 1980), quer em estudos de caracterização hidrogeológica, particularmente em hidrogeologia cárstica (Király e Morel, 1976; Karanjac e Altug, 1980).

O facto de a transmissividade

$$T = KD \quad (62)$$

figurar na definição do coeficiente de exaurimento (equação 15) conjuntamente com a porosidade eficaz (ou cedência específica) S , permite que da aplicação do modelo MES se possa estimar a difusividade do lençol freático

$$D_f = \frac{T}{S} = \frac{4}{\pi} \alpha L^2 \quad (63)$$

e, posteriormente, a própria transmissividade T (Trainer e Watkins, 1974).

Em estudos de drenagem, particularmente em ensaios de drenagem, o regime de exaurimento dos drenos tem particular importância. Assim, os modelos de exaurimento MES ou MHS podem ser utilizados para estimar a condutividade hidráulica K «in situ», integrando portanto todos os factores que devido à anisotropia e heterogeneidade do meio, contribuem para a dispersão dos valores calculados para K . As aproximações a este problema são, no entanto, particulares (Chu e DeBoer, 1976; Guyon, 1979). Por outro lado, o estudo das curvas de exaurimento permite estimar o tempo de resposta da drenagem em termos de se conhecer o momento adequado para a realização de trabalhos do solo após drenagem, sem riscos de deteriorização das condições físicas do solo (Guyon e Lesaffre, 1984).

A utilização das curvas de exaurimento, e do modelo MEC em particular, tem especial interesse nos estudos sobre o regime hídrico das bacias hidroclógicas e sobre os factores que influenciam os termos de balanço hídrico. É o caso do estudo dos efeitos da vegetação (Federer, 1973), das influências geológicas, das influências dos factores fisiográficos (Pereira e Keller, 1982), das relações esco-

mento — evapotranspiração (Duru *et al.* 1974), das influências do armazenamento subterrâneo sobre o escoamento (Storr, 1974; Kovacs, 1975) ou do armazenamento em glaciares sobre o regime dos cursos de água por eles alimentados (Collins, 1982).

A abordagem destas questões merece um interesse especial, como aliás acontece com a utilização dos modelos de exaurimento na análise dos hidrogramas (Barnes, 1939; Singh, 1972; Birtles, 1978) ou na modelação do escoamento, em que podemos apontar como exemplos as aproximações de Becker e Borchardt (1980) em modelos conceptuais de bacias experimentais, de Sunada (1982) e de Lopes *et al.* (1982) em modelos de simulação de hidrogramas de escoamento, e de Baker *et al.* (1982) em modelos de escoamento com origem em glaciares. Tais questões passam por uma análise mais profunda, tanto no que se refere à obtenção das curvas tipo de exaurimento, como no que respeita à utilização do modelo MEC, o que faremos noutros artigos (Pereira, 1984 a e b).

9. CONCLUSÕES

a) Os modelos de exaurimento simples devem ser utilizados de acordo com os conceitos de base que lhe deram origem. Assim: 1) o modelo exponencial simples (MES) corresponde ao exaurimento de mananciais provenientes de aquíferos livres profundos (emissário parcialmente penetrante) ou de aquíferos confinados; 2) o modelo hiperbólico simples MHS diz respeito ao exaurimento de aquíferos livres sem profundidade (emissários totalmente penetrantes); 3) em hidrologia da superfície, porque o modelo MES corresponde à resposta de reservatórios lineares, hipótese geralmente aceite na análise e modelação de hidrogramas de escoamento, este modelo é, em geral, de preferir.

b) Os modelos de exaurimento composto obtidos por transformação dos modelos simples são de natureza semi-empírica, sem significado especial, à parte o modelo hiperbólico generalizado (MHG), que corresponde à solução de reservatórios não lineares. Os processos de modelação hoje utilizados em hidrologia fazem prever que tais modelos percam a sua utilidade já que os seus parâmetros não apoiam uma adequada interpretação das curvas de exaurimento.

c) Os modelos de exaurimento composto obtidos por conjugação de modelos simples devem manter o seu interesse dada a sua natureza determinística. Em particular, o modelo exponencial MEC permite uma adequada separação dos componentes subsuperficiais de escoamento, sendo os seus parâmetros relevantes para interpretação da resposta hidrológica das bacias (Pereira, 1984 b).

d) Embora muitos processos de modelação hidrológica não considerem os parâmetros clássicos do exaurimento, dada a importância dos escoamentos subsuperficiais na modelação e simulação hidrológica (James *et al.* 1982) é de esperar que os modelos clássicos de exaurimento não percam a sua importância, particularmente para a obtenção de modelos conceptuais. Porque os seus parâmetros integram uma multiplicidade de efeitos, é de prever a sua exploração em modelos operacionais menos sofisticados ou menos exigentes quanto ao número (e qualidade) dos parâmetros a utilizar.

BIBLIOGRAFIA

- BAKER, D., ESCHER-VETTER, H., MOSER, H., OERTER, H., REINWARTH, O., (1982) — A glacier discharge model based on results from field studies on energy balance, water storage and flow. In: *Hydrological Aspects of Alpine and High Mountain Areas* (Proceed. Exeter Symposium, July 1982). IAHS Publ. n.º 138: 103-112.
- BARNES, B. S., (1939) — The structure of discharge recession curves. *Trans. Am. Geophys. Un.*, 20: 721-725.
- BECKER, A., BORCHARDT, D., (1980) — Consequences for flow simulation from results in experimental basins. *International Symposium on the Influence of Man on the Hydrological Regime with Special Reference to Representative and Experimental Basins* (June 80, Helsinki) Publ. Inst. f. Wasserwirtschaft, Berlin.
- BERNIER, J. (1964) — La prévision statistique des bas débits. *Publ. AISH* n.º 63: 340-351.
- BEVEN, K., (1982) — On subsurface stormflow: predictions with simple kinematic theory for saturated and unsaturated flows. *Wat. Resour. Res.*, 18(6): 1627-1633.
- BIRTLES, A. B., (1978) — Identification and separation of major base flow components from a stream hydrograph. *Wat. Resour. Res.*, 14(5): 791-803.

- BOUSSINESQ, J. (1904 a) — Recherches théoriques sur l'écoulement des nappes d'eau infiltrées dans le sol et sur le débit des sources. *J. Math. Pures et Appl.*, 10(1): 5-78.
- BOUSSINESQ, J. (1904 b) — Complément au mémoire intitulé «Recherches théoriques sur l'écoulement des nappes d'eau infiltrées dans le sol et sur le débit des sources». *J. Math. Pures et Appl.*, 10(4): 363-394.
- BOWLES, D. S., RILEY, J. P. (1976) — Low flow modelling in small steep watersheds. *J. Hydraul. Div., ASCE*, 102(HY 9): 1225-1239.
- BUTLER, S. S. (1967) — Free-aquifer ground-water depletion hydrographs. *J. Irrig. Drain. Div., ASCE*, 93 (IR 1): 65-81.
- CHU, S. T., DEBOER, D. W. (1976) — Field and laboratory evaluation of bi-level drainage theory. *Trans. ASAE*, 19(3): 478-481.
- COLLINS, D. N. (1982) — Water storage in an Alpine glacier. In: *Hydrological Aspects of Alpine and High Mountain Areas* (Proceed. Exeter Symposium, July 1982), IAHS Publ. n.º 138: 113-122.
- COUTAGNE, A. (1948) — Météorologie et Hydrologie. Etude générale des variations du débit en fonction des facteurs qui les conditionnent. 2ème partie: Les variations du débit en période non influencée par les précipitations. *La Houille Blanche*, 5/1948: 416-436.
- DANIEL, J. F. (1976) — Estimating groundwater evapotranspiration from stream-flow records. *Wat. Resour. Res.*, 12(3): 360-363.
- DAWDY, D. R. (1982) — A review of deterministic surface water routing in rainfall-runoff models. In: *Rainfall-Runoff Relationship* (Ed. V. P. Singh). Water Resources Publications, Littleton, Colorado: 23-36.
- DISKIN, M. H. (1982) — Nonlinear hydrologic models. In: *Rainfall-Runoff Relationship* (Ed. V. P. Singh), Water Resources Publ., Littleton, Colorado: 127-146.
- DROGUE, C. (1972) — Analyse statistique des hydrogrammes de décrues des sources karstiques. *J. Hydrol.*, 15: 49-68.
- DUMM, L. D. (1964) — Transient-flow concept in subsurface drainage: its validity and use. *Trans. ASAE*, 7(2): 142-146, 151.
- DURU, J. O., HOLTAN, H. N., GREEN, R. L. (1974) — Synthesis of hydrograph recessions adjusted for evapotranspiration losses. *Trans. ASAE*, 17(5): 922-926.
- FEDERER, C. A. (1973) — Forest transpiration greatly speeds streamflow recession. *Wat. Resour. Res.*, 9(6): 1599-1604.

- FLAMANT, A. (1909) — *Hydraulique* (3.^e ed.). Libr. Polyth. Ch. Béranger Ed., Paris.
- FORCHHEIMER, Ph. (1932) — *Hydraulik* (3.^e ed.). Verlag u. Druck V. E. G. Teubner, Leipzig u. Berlin.
- GLOVER, R. (1966) — Use of mathematical models in drainage design. *Trans. ASAE*, 9(2): 210-212.
- GUYON, G. (1979) — Le calcul de l'écartement des drains par la méthode du régime variable de tarissement dans le cas des sols hétérogènes et anisotropes. *ICID Bulletin*, 28(1): 5-15.
- GUYON, G., LESAFFRE, B. (1984) — Courbes de tarissement du drainage en sols limoneux lessivés hydromorphes battants peu perméables soumis à un travail du sol profond. *XII Congrès des Irrigations et du Drainage, CIID*, vol. I(B): 181-200.
- HALL, F. R. (1968) — Base-flow recessions — a review. *Wat. Resour. Res.*, 4(5): 973-983.
- HOGG, S. E., THOMPSON, A. G., STRIFFLER, W. D. (1980) — A baseflow simulation model. In: *Watershed Management 80* (Proceed. ASCE Symposium/Boise, ID/July, 21-23, 1980), Am. Soc. Civ. Eng., New York.
- JAMES, L. D., BOWLES, D. S., HAWKINS, R. H. (1982) — A taxonomy for evaluating surface water quantity model reliability. In: *Applied Modelling in Catchment Hydrology* (ed. V. P. Singh), Water Resour. Publ., Littleton, Colorado: 189-228.
- KARANJAC, J., ALTUG, A. (1980) — Karstic spring recession hydrograph and water temperature analysis: Oymapınar Dam project, Turkey, *J. Hydrol.*, 45: 203-217.
- KIRALY, L., MOREL, G. (1976) — Remarques sur l'hydrogramme des sources karstiques simulé par modèles mathématiques. *Bull. Centre d'Hydrogéologie Univ. Neuchâtel*, 1: 37-60.
- KOVACS, G. (1975) — Interaction between rivers and ground-water (evaluation of existing mathematical models). *Reunion Int. AIRH/SIA sur les nappes souterraines* (Rapperswill, Jan. 1975), Inst. Hydromech. u. Wasserwirtschaft ETH-Zurich, vol. I: B1-B61.
- LARRAS, J. (1972) — *Prévision et prédétermination des étiages et des crues*. Eyrolles, Paris.
- LOPES, J. E. G., BRAGA JR., B. P. F., CONEJO, J. G. L. (1982) — SMAP — a simplified hydrologic model. In: *Applied Modeling in Catchment Hydrology* (Ed. V. P. Singh), Water Resources Publ., Littleton, Colorado: 167-176.

- MAILLET, E. (1902) — Sur la prévision des débits minima des sources de la Vanne. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, CXXXIV, p. 1103.
- MAILLET, E. (1905) — *Essais d'hydraulique souterraine et fluviale*. Libr. Scientif. A. Hermann, Paris.
- MAILLET, E. (1906) — Mémoire sur le vidage des systèmes de réservoirs. *Ann. Ponts et Chaussées, Mémoires et Documents*, 21: 110-149.
- MERO, F. (1964) — Application of the groundwater depletion curves in analysing and forecasting spring discharges influenced by well fields. *Publ. AISH* n.º 63: 107-117.
- MERO, F., GILBOA, Y. (1974) — A methodology for the rapid evaluation of groundwater resources, São Paulo State, Brazil. *Hidrol. Sci. Bull.*, 19(3): 347-358.
- MOUY, J. (1966) — Les méthodes d'analyse et de prévision des bas débits. Aspects économiques et techniques. *La Houille Blanche*, 1/1966: 71-75.
- NUTBROWN, D. A., (1975) — Normal-mode analysis of the linear equation of ground-water flow. *Wat. Resour. Res.*, 11(6): 979-987.
- PEEBLE, R. W., SMITH, R. E., YAKOWITZ, S. J. (1980) — A leaky reservoir model for ephemeral flow recession. *Rept. Dept. Systems & Industrial Engineering, Univ. of Arizona, Tucson*, 36 pp.
- PEREIRA, L. S. (1977) — Etudes de tarissement sur des petits bassins versants de montagne. *Rapport n.º 12/77 de l'Institut d'Hydromech. et d'Aménagement des Eaux de l'Ecole Polytech. Féd. de Zurich*, 265 pp.
- PEREIRA, L. S. (1978 a) — L'obtention des courbes caractéristiques de tarissement: méthodes et programmes de calcul. *Rapport de l'Inst. Féd. Recherches Forestières, Birmensdorf, Zurich*. 116 pp.
- PEREIRA, L. S. (1978 b) — Methode et programme de calcul des courbes enveloppes de tarissement. *Rapport de l'Inst. Féd. Recherches Forestières, Birmensdorf, Zurich*, 31 pp.
- PEREIRA, L. S. (1983 a) — Modelos de esgotamento hídrico e sua avaliação. In: *Hidrogeologia y Recursos Hidráulicos*, IX (Comun. III Simposio de Hidrogeologia), Asociación de Geólogos Españoles, Madrid: 311-321.
- PEREIRA, L. S. (1983 b) — Modelos de exaurimento hídrico. Bases teóricas e sua aplicação. *Simp. Luso Brasileiro sobre Simulação e Modelação em Hidráulica e Recursos Hídricos* (Blumenau, SC, Brasil, 13-18 Novembro 1983), Ass. Bras. Hidrologia e Recursos Hídricos, Fortaleza: 65-90.
- PEREIRA, L. S. (1984 a) — Modelos de exaurimento. II — Optimização dos parâmetros dos modelos de exaurimento composto. *An. Inst. Sup. Agron.* 41:

- PEREIRA, L. S. (1984 b) — Modelos de exaurimento. III — Aplicação à caracterização hidrológica de pequenas bacias florestais. *An. Inst. Sup. Agron.* 41:
- PEREIRA, L. S., KELLER, H. M. (1982) — Factors affecting recession parameters and flow components in eleven small Pre-Alp basins. In: *Hydrological Aspects of Alpine and High Mountain Areas* (Proceed. Exeter Symposium, July 1982). IAHS Publ. n.º 138: 233-242.
- POLUBARINOVA-KOCHINA, P. Y., (1962) — *Theory of Groundwater Movement*. Princeton Univ. Press, Princeton.
- RAUDKIVI, A. J. (1979) — *Hydrology. An Advanced Introduction to Hydrological Processes and Modelling*. Pergamon Press, Oxford, 479 pp.
- REGO, Z. C., PEREIRA, L. S. (1974) — De l'évaluation des ressources en eaux souterraines en vue de l'aménagement rural d'une région africaine. *VIIIe Congrès de la CIGR*, Flevohof 1974, Hollande, 7 p.
- ROCHE, M. (1963) — *Hydrologie de Surface*. Gauthiers-Villars/O.R.S.T.O.M., Paris.
- RORABAUGH, M. I. (1964) — Estimating changes in bank storage and groundwater contribution to streamflow. *Publ. IAHS n.º 63*: 432-441.
- SANCHEZ, A. (1980) — Regulación de mananciales kársticos. Aplicación a las Fuentes del Río Algar (Alicante). *Símpoio Agua Siglo XXI*, Sept. 1980, Madrid, 12 pp.
- SCHOELLER, H. (1962) — *Les Eaux Souterraines*. Masson et Cie., Paris.
- SINGH, K. P. (1968) — Some factors affecting base-flow. *Wat. Resour. Res.*, 4(5): 985-999.
- SINGH, K. P. (1969) — Theoretical baseflow curves. *J. Hydraul. Div., ASCE*, 95 (HY 6): 2029-2048.
- SINGH, K. P. (1972) — Role of baseflow in rainfall-runoff relations. *Wat Resour. Bull.*, 8(4): 813-824.
- SKAGGS, R. W. (1975) — Drawdown solutions for simultaneous drainage and ET. *J. Irrig. Drain. Div., ASCE*, 101 (IR 4): 279-291.
- SUNADA, K. (1982) — A non-linear runoff model composed of linear cascade sub-systems. In: *Rainfall-Runoff Relationship*. (Ed. V. P. Singh), Water Resources Publ., Littleton, Colorado: 173-186.
- STORR, D. (1974) — Relating sub-surface water storage to streamflow in a mountainous watershed. *Canadian Meteorol. Res. Rept 4/74, Environment Canada*, Downsview, Ontario, 14 pp.

- THOMSEN, A. G., STRIFFLER, W. D. (1980) — A watershed information system. *Completion Report 100, Colorado Water Resour. Res. Institute, Colorado St. Univ., Fort Collins, 97 pp.*
- TRAINER, F. W., WATKINS Jr., F. A. (1974) — Use of base-runoff recession curves to determine areal transmissivities in the upper Potomac River basin. *J. Res. U.S. Geol. Survey, 2(1): 125-131.*
- TZIMOPOULOS, C. (1976) — Solution de l'équation de Boussinesq par une méthode des éléments finis. *J. Hydrol., 30: 1-18.*
- VENETIS, C. (1969) — A study on the recession of unconfined aquifers. *Hydrol. Sci. Bull., 14(4): 119-125.*
- WERNER, P. W., SUNDQUIST, K. J. (1951) — On the ground water recession curve for large watersheds. *Publ. IAHS n.º 33: 202-212.*
- WEYER, K. U., (1973) — Modellvortellung zur Untersuchung der unterirdischen Wasserzirkulation in Mittelgebirgen mit austehendem Festgestein (Conceptual models for evaluation of the subterranean water cycle in the bedrock of Paleozoic Highlands). *Deutsche Gewasserkundl. Mitt., 17(4): 106-112.*
- YATES, P. S., SNYDER, W. M. (1975) — Predicting recessions through convolution. *Wat. Resour. Res., 11(3): 418-422.*
- ZOCH, R. T., (1934) — On relation between rainfall and streamflow. *Monthly Weather Rev., 62(9): 315-322.*